

**Mirosława Sztemberg-Lewandowska**

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

---

## **POZIOM EDUKACJI W EUROPIE Z WYKORZYSTANIEM MODELU KRZYWYCH ROZWOJOWYCH**

---

**Streszczenie:** SEM – inaczej nazywane LISREL – są ogólną, głównie liniową, wielowymiarową techniką statystyczną. Jest ona bardziej confirmacyjna niż eksploracyjna, czyli wykorzystuje się ją do sprawdzania dopasowania określonego modelu do danych, a nie do budowy pasującego modelu. Jednym ze złożonych modeli strukturalnych jest model krzywych rozwojowych, który służy do analizy zmiany wartości poszczególnych zmiennych w czasie. Celem artykułu jest analiza procesu zmian w poziomie edukacji państw europejskich z wykorzystaniem krzywych rozwojowych. Interesujące jest też usytuowanie Polski na tle Europy. Wzrost pracy polega na wykorzystaniu modeli równań strukturalnych do budowy latentnych krzywych rozwojowych opisanych nie tylko funkcją liniową, wielomianową, ale także wykładniczą.

**Słowa kluczowe:** SEM, latentne krzywe rozwojowe, współczynnik skolaryzacji.

### **1. Wstęp**

Modelowanie równań strukturalnych (SEM – *Structural Equation Modeling*), inaczej nazywane LISREL (*Linear Structural Relationships*), to ogólna, głównie liniowa, wielowymiarowa technika statystyczna. Jest ona bardziej confirmacyjna niż eksploracyjna, czyli wykorzystuje się ją do sprawdzania dopasowania określonego modelu do danych, a nie do budowy pasującego modelu. Jednym ze złożonych modeli strukturalnych jest model krzywych rozwojowych, który służy do analizy zmiany wartości poszczególnych zmiennych w czasie. Model ten zakłada, że zmiana jest procesem ciągłym, scharakteryzowanym przez zmienne, których realizacje różnią się między obiektami [Mueller 1996; Konarski 2009].

Model pomiarowy opisuje zmienne latentne, tzn. parametry krzywych rozwojowych. Natomiast model strukturalny zawiera informacje o zróżnicowaniu tych parametrów. Model krzywych rozwojowych pozwala na estymację parametrów nie tylko funkcji liniowej i wielomianowej, ale także np. logarytmicznej, wykładniczej.

Takie podejście do analizy zmiany pozwala na uwzględnienie korelacji między statusem początkowym i tempem zmiany krzywej rozwojowej oraz testowanie relacji między błędami pomiarowymi.

Celem artykułu jest analiza procesu zmian w poziomie edukacji państw europejskich z wykorzystaniem krzywych rozwojowych. Interesujące jest też usytuowanie Polski na tle Europy.

## 2. Przedmiot i zakres badań

Przedmiotem badania był poziom edukacji w państwach europejskich, scharakteryzowany przez współczynnik skolaryzacji dotyczący uczniów kształcących się w szkołach średnich drugiego stopnia. Według Międzynarodowej Standardowej Klasyfikacji

**Tabela 1.** Współczynniki skolaryzacji w krajach Unii Europejskiej

Kraje UE	1995-1996	2000-2001	2001-2002	2002-2003	2003-2004	2004-2005	2005-2006	2006-2007
Austria	89,60	89,80	89,70	89,70	90,20	90,00	91,00	•
Belgia	97,10	•	95,40	97,00	86,30	86,20	87,10	•
Bułgaria	75,90	87,30	88,20	89,50	89,70	89,10	88,00	87,90
Cypr	79,50	88,30	91,70	92,80	93,00	94,10	94,10	95,10
Czechy	87,40	88,30	89,50	89,10	90,50	89,00	90,90	89,70
Dania	87,30	•	91,50	94,40	91,30	91,20	89,00	89,60
Estonia	84,70	84,20	87,10	88,10	89,50	90,80	90,90	89,90
Finlandia	92,60	94,40	94,10	94,30	94,30	95,30	96,00	96,90
Francja	94,40	93,30	94,00	94,70	95,20	99,00	98,70	98,50
Grecja	•	82,60	•	84,40	86,60	91,10	92,10	91,00
Hiszpania	•	91,30	92,10	92,30	93,10	93,90	94,00	94,80
Holandia	90,90	89,00	89,60	88,10	88,50	86,60	88,30	88,60
Irlandia	85,00	84,20	84,60	85,20	86,10	86,70	87,40	88,20
Litwa	•	92,90	94,10	94,80	94,80	94,20	92,30	90,90
Luksemburg	69,30	81,00	80,50	80,60	80,10	83,30	83,90	84,60
Łotwa	78,40	87,10	87,70	88,20	90,10	91,80	92,10	92,20
Malta	77,80	80,30	82,30	87,00	88,70	86,60	•	•
Niemcy	89,00	88,30	88,10	88,00	•	•	•	•
Polska	•	91,10	91,50	91,70	90,20	92,90	93,60	93,80
Portugalia	•	81,50	80,70	81,30	•	81,60	81,80	87,70
Rumunia	71,70	80,10	80,70	81,30	81,10	80,80	73,40	73,00
Słowacja	•	85,70	86,60	87,20	89,30	89,60	89,50	•
Słowenia	•	•	92,30	92,50	91,60	91,00	90,20	88,80
Szwecja	97,50	•	97,60	98,30	98,70	99,30	99,20	99,70
Węgry	86,10	88,40	90,20	91,70	90,70	89,90	89,50	89,40
Wielka Brytania	92,70	94,60	95,70	95,60	94,90	95,30	92,10	91,40
Włochy	•	90,50	90,50	91,20	92,40	92,50	93,60	93,60

• brak danych.

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Eurostatu[<http://epp.eurostat.ec.europa.eu/>];

Edukacji (International Standard Classification of Education) szkoły średnie drugiego stopnia zaliczane są do poziomu ISCED 3, co w polskim systemie edukacji przekłada się na: liceum ogólnokształcące, liceum profilowane, technikum, uzupełniające liceum ogólnokształcące, technikum uzupełniające, zasadniczą szkołę zawodową.

Współczynnik skolaryzacji wyraża liczbę uczniów kształcących się w szkołach średnich drugiego stopnia na 100 osób należących do tej samej grupy wiekowej (tab. 1).

Zakres przestrzenny badania to 27 państw Unii Europejskiej, natomiast zakres czasowy to lata 1995-2007. Dane pochodzą z baz Eurostatu.

**Tabela 2.** Modele regresji państw Unii Europejskiej

Państwo	R-kwadrat	Wartość <i>p</i>	Stała	Współczynnik kierunkowy
Austria	0,481	0,084	1576,78	4,72
Szwecja	0,772	0,009	1632,72	3,75
Czechy	0,650	0,016	1781,25	2,47
Finlandia	0,853	0,001	1771,02	2,44
Irlandia	0,593	0,025	1840,45	1,88
Hiszpania	0,980	0,000	1842,40	1,73
Włochy	0,946	0,000	1857,90	1,58
Węgry	0,437	0,074	1879,86	1,37
<b>Polska</b>	<b>0,597</b>	<b>0,042</b>	<b>1889,00</b>	<b>1,24</b>
Estonia	0,749	0,006	1901,16	1,14
Francja	0,540	0,038	1898,13	1,08
Słowacja	0,900	0,004	1910,47	1,05
Łotwa	0,961	0,000	1935,96	0,75
Luksemburg	0,876	0,001	1947,80	0,67
Malta	0,788	0,018	1945,74	0,66
Cypr	0,922	0,000	1942,81	0,65
Bułgaria	0,659	0,015	1948,20	0,62
Portugalia	0,468	0,134	1951,83	0,62
Grecja	0,870	0,007	1958,89	0,51
Dania	0,096	0,499	1956,99	0,50
Rumunia	0,014	0,781	1994,50	0,10
<i>Wielka Brytania</i>	<i>0,024</i>	<i>0,714</i>	<i>2031,56</i>	<i>-0,31</i>
<i>Belgia</i>	<i>0,542</i>	<i>0,095</i>	<i>2045,26</i>	<i>-0,48</i>
<i>Litwa</i>	<i>0,291</i>	<i>0,211</i>	<i>2077,72</i>	<i>-0,80</i>
<i>Słowenia</i>	<i>0,915</i>	<i>0,003</i>	<i>2120,21</i>	<i>-1,28</i>
<i>Holandia</i>	<i>0,582</i>	<i>0,028</i>	<i>2191,48</i>	<i>-2,14</i>
<i>Niemcy</i>	<i>0,997</i>	<i>0,001</i>	<i>2607,81</i>	<i>-6,89</i>

Źródło: opracowanie własne.

W celu pokazania Polski na tle Europy dla każdego państwa zbudowano model regresji opisujący zmianę współczynnika skolaryzacji w czasie. Obiektami w badaniu są państwa Unii Europejskiej, zmienną zależną – wartości współczynnika skolaryzacji, natomiast zmienną niezależną rok, w którym zaczął się dany rok szkolny.

W tabeli 2 zamieszczono parametry prostych regresji państw UE uporządkowane malejąco względem współczynnika kierunkowego, który informuje o tempie zmian współczynnika skolaryzacji w czasie. Dwadzieścia jeden państw wykazuje korzystną zmianę współczynnika skolaryzacji – współczynnik kierunkowy dodatni. Jednak niewielkie wartości tych współczynników oznaczają wolne tempo wzrostu. Kursywą zaznaczono sześć państw, dla których współczynnik skolaryzacji wykazuje tendencję niekorzystną. Funkcja opisująca sytuację w Polsce jest rosnąca, zatem tendencja jest pozytywna.

Stałe w równaniach regresji przyjmują bardzo wysokie wartości jest to spowodowane tym, że realizacje zmiennej niezależnej są także wysokie: {1995, 2000, 2001, ..., 2006}.

### 3. Analiza wskaźnika skolaryzacji

W celu zbadania dopasowania prostych regresji do obserwacji wykorzystano modele równań strukturalnych. Przy założeniu, że zakres czasowy badania nie różni się między obiektami, model liniowy ma postać [Mueller 1996; Konarski 2004]:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta_i t + \varepsilon_{it},$$

gdzie:  $\alpha_i$  – stała dla  $i$ -tego obiektu,

$y_{it}$  – wartość zmiennej zależnej dla  $i$ -tego obiektu w pomiarze  $t$ ,

$\beta_i$  – parametr tempa zmiany  $i$ -tego obiektu,

$t$  – kolejne pomiary  $t = 1, 2, \dots, T$ ,

$\varepsilon_{it}$  – błąd pomiaru dla  $i$ -tego obiektu w pomiarze  $t$ ,

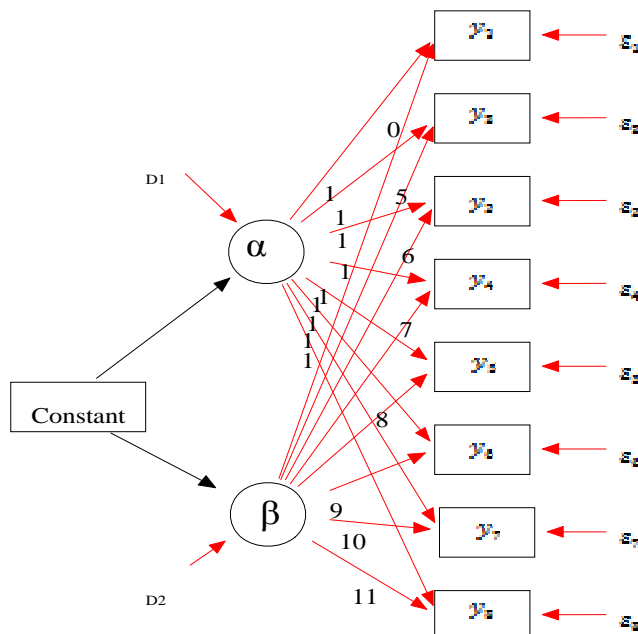
$i$  – numer obiektu.

Obiektami w badaniu są państwa Unii Europejskiej, zmienną zależną – wartości współczynnika skolaryzacji, natomiast  $t$  jest numerem pomiaru, badanie obejmuje osiem lat.

Zmienne latentne w modelu to:  $\alpha_i$  – stan początkowy i  $\beta_i$  – tempo rozwoju (szybkość zmian)  $i$ -tego obiektu. W większości modeli równań strukturalnych ładunki czynnikowe są estymowane, tutaj są znane. Stan początkowy  $i$ -tego obiektu jest taki sam w każdej chwili pomiaru, dlatego ładunki zmiennych na tym czynniku są równe 1. Natomiast ładunki zmiennych na drugim czynniku odzwierciedlają zróżnicowanie czasowe kolejnych pomiarów. Należy zwrócić uwagę, że pierwszy pomiar nastąpił w 1995 roku, drugi w 2000 roku, a następne co roku – uwzględniono to w ładunkach czynnikowych tempa wzrostu (rys. 1).

Zmienna nazwana *constant* jest potrzebna w przypadku modelowania zarówno średniej, jak i kowariancji modelu. Strzałka charakteryzująca zależność *constant* z alfą reprezentuje średnią dla stałej modelu liniowego, natomiast strzałka łącząca

*constant* z  $\beta$  reprezentuje średnią dla współczynnika kierunkowego modelu. Średnie te są wolnymi parametrami modelu.



**Rys. 1.** Diagram ścieżkowy modelu liniowego

Źródło: opracowanie własne.

W tabeli 3 zamieszczono miary dopasowania opisanego modelu liniowego do danych.

**Tabela 3.** Wartości wskaźników dopasowania modelu liniowego

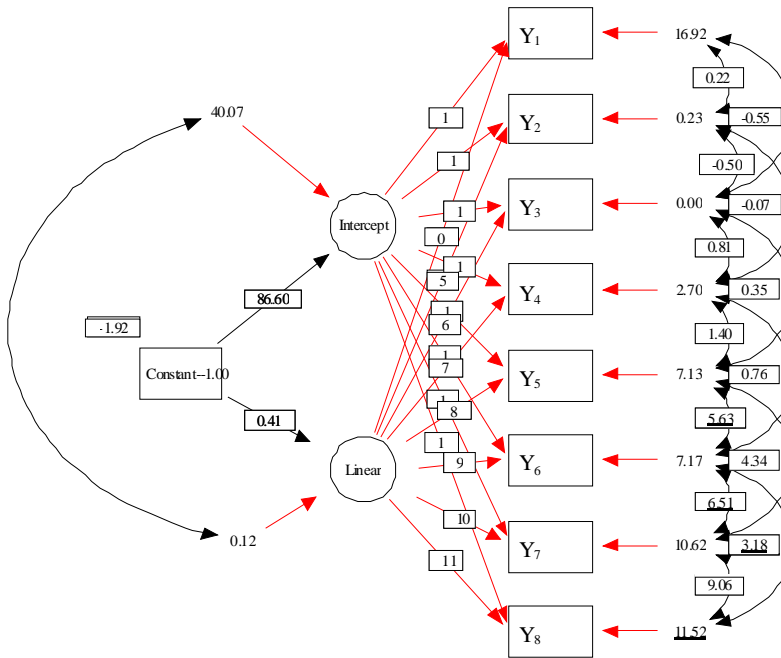
Statystyka chi-kwadrat	$\chi^2 = 29,55; p = 0,04$
Unormowany indeks dopasowania Bentlera i Bonettiego (NFI)	0,937
Unormowany względny indeks dopasowania Bentlera i Muellera (CFI)	0,965
Indeks dobroci dopasowania Joreskoga i Sörboma (GFI)	0,836
Zmodyfikowany indeks dobroci dopasowania Joreskoga i Sörboma (AGFI)	0,509
Pierwiastek średniokwadratowego błędu przybliżenia (RMSEA)	0,201

Źródło: opracowanie własne.

Indeksy NFI, CFI oraz GFI przyjmują zadowalające wartości – powyżej 0,8. Natomiast AGFI jest zbyt niskie, a RMSEA za wysokie [Sztemberg-Lewandowska 2008].

Na rysunku 2 przedstawiono ustalone i estymowane parametry modelu liniowego. Należy zauważyć, że w modelu tym dopuszczono korelację między czynni-

kami oraz korelacje między błędami pomiaru. Podkreślono parametry istotne statystycznie przy poziomie istotności 5%.



**Rys. 2.** Estymowane parametry modelu liniowego

Źródło: opracowanie własne.

Estymowana stała w modelu liniowym wynosi 86,6, natomiast tempo zmiany jest równe 0,41. Oba parametry są istotne statystycznie. Zatem zmiana współczynnika skolaryzacji w czasie jest korzystna, jednak niewielkie wartości współczynnika kierunkowego oznaczają wolne tempo wzrostu.

Modele równań strukturalnych pozwalają na estymację parametrów nie tylko funkcji liniowej, ale także na przykład wielomianowej, logarytmicznej, wykładniczej. Model wielomianowy jest opisany następującym wzorem [Mueller 1996; Konarski 2009]:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta_i t + \gamma_i t^2 + \varepsilon_{it},$$

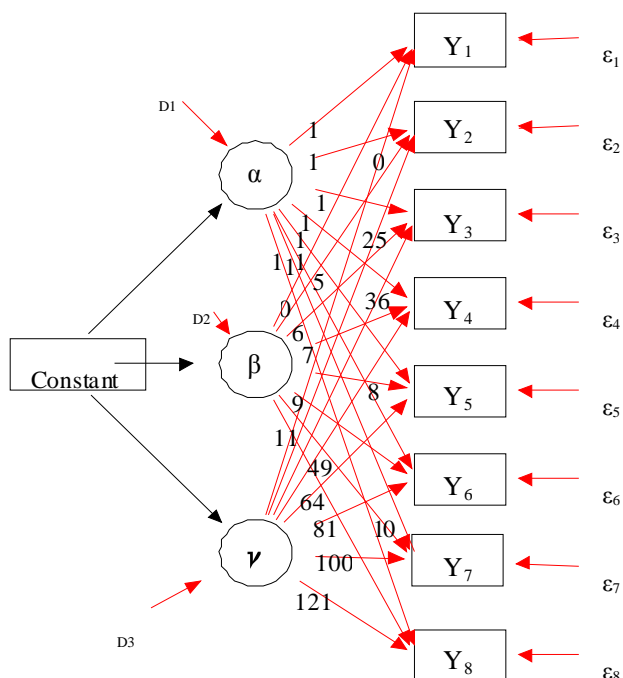
gdzie:  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  – współczynniki wielomianu,

$t$  – kolejne pomiary,

$\varepsilon_{it}$  – błąd pomiaru.

Diagram ścieżkowy tego modelu przedstawiono na rys. 3.

Miary dopasowania modelu wielomianowego zamieszczone w tab. 4 są zbliżone do miar w modelu liniowym. Indeksy NFI, CFI oraz GFI przyjmują nieznacznie wyższe wartości, natomiast AGFI i RMSEA – gorsze.



Rys. 3. Diagram ścieżkowy modelu wielomianowego

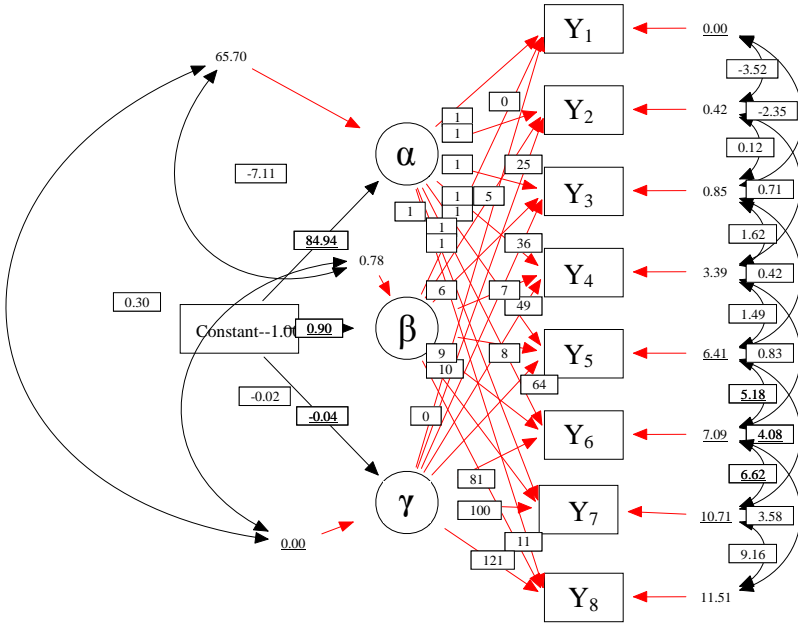
Źródło: opracowanie własne.

Tabela 4. Wartości wskaźników dopasowania modelu wielomianowego

Statystyka chi-kwadrat	$\chi^2 = 23,96; p = 0,05$
Unormowany indeks dopasowania Bentlera i Bonettiego (NFI)	0,951
Unormowany względny indeks dopasowania Bentlera i Muellera (CFI)	0,972
Indeks dobroci dopasowania Joreskoga i Sörboma (GFI)	0,877
Zmodyfikowany indeks dobroci dopasowania Joreskoga i Sörboma (AGFI)	0,506
Pierwiastek średniokwadratowego błędu przybliżenia (RMSEA)	0,209

Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 4 przedstawiono ustalone i estymowane parametry modelu wielomianowego. Tutaj także dopuszczono korelacje między czynnikami oraz korelacje między błędami pomiaru. Podkreślono parametry istotne statystycznie przy poziomie istotności 5%.



Rys. 4. Estymowane parametry modelu wielomianowego

Źródło: opracowanie własne.

Estymowana stała w modelu wielomianowym wynosi 84,9, natomiast pozostałe współczynniki wielomianu są równe 0,9, -0,04, parametry te są istotne statystycznie. Należy zwrócić uwagę, że współczynnik stojący przy składniku kwadratowym (-0,04) jest niewielki, a stała jest zbliżona do stałej z modelu liniowego.

Ogólnie model nieliniowy opisany jest równaniem [Konarski 2009]:

$$y_{it} = \beta_i X_i(\gamma_k) + \varepsilon_{it},$$

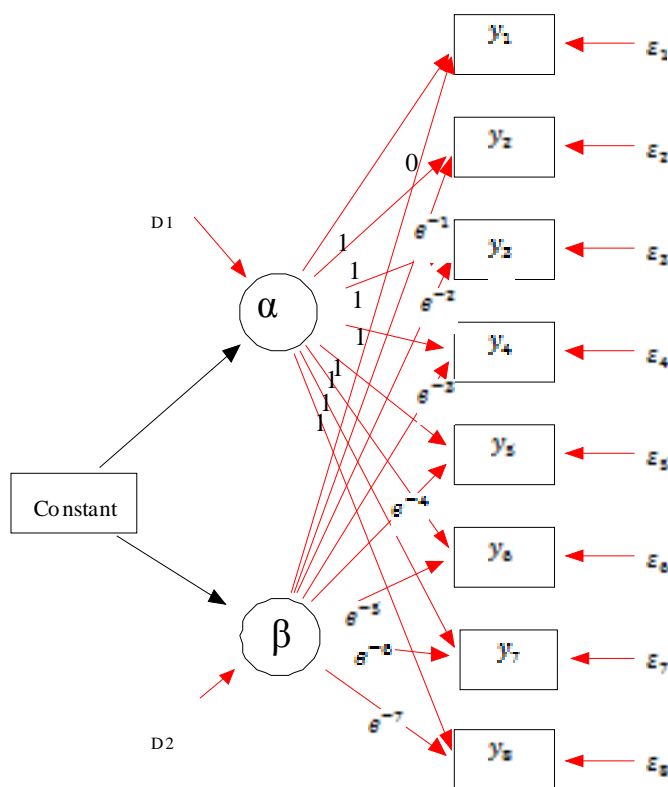
- gdzie:  $\beta_i$  – współczynnik,  
 $X_i(\gamma_k)$  – funkcja zależna od  $t$  i  $\gamma_k$ ,  
 $\gamma_k$  – parametry funkcji  $X_i$ ,  
 $\varepsilon_{it}$  – błąd pomiaru.

W artykule zbadano dopasowanie danych do funkcji opisanej wzorem:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta_i e^{-t} + \varepsilon_{it}.$$

Diagram ścieżkowy tego modelu przedstawiono na rys. 5. Miary dopasowania modelu nieliniowego zamieszczono w tab. 5. Wszystkie wartości tych miar są gorsze od wartości z poprzednich modeli.





**Rys. 5.** Diagram ścieżkowy modelu nieliniowego

Źródło: opracowanie własne.

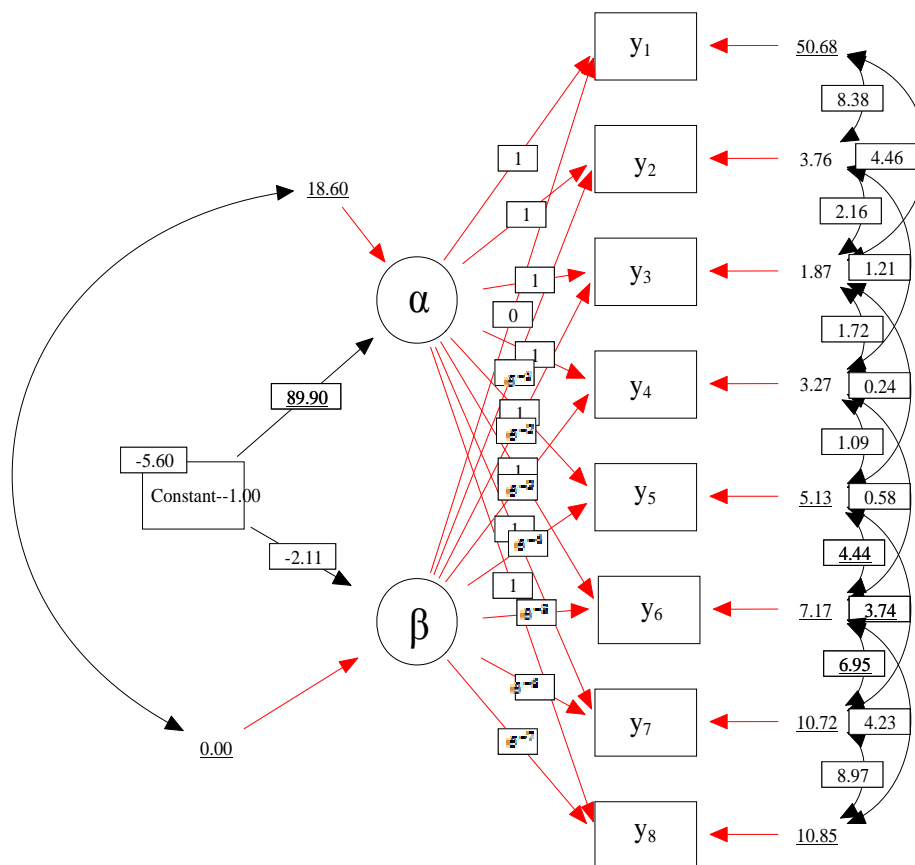
**Tabela 5.** Wartości wskaźników dopasowania modelu nieliniowego

Statystyka chi-kwadrat	$\chi^2 = 37,56; p = 0,00$
Unormowany indeks dopasowania (NFI)	0,921
Unormowany względny indeks dopasowania (CFI)	0,948
Indeks dobroci dopasowania (GFI)	0,808
Zmodyfikowany indeks dobroci dopasowania (AGFI)	0,425
Pierwiastek średniokwadratowego błędu przybliżenia (RMSEA)	0,248

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 6 zawiera ustalone i estymowane parametry modelu nieliniowego z uwzględnionymi korelacjami między czynnikami oraz między błędami pomiaru. Podkreślono parametry istotne statystycznie przy poziomie istotności 5%.

W modelu nieliniowym stała jest istotna statystycznie, natomiast współczynnik stojący przy składniku wykładniczym jest nieistotny. Miary dobroci dopasowania dla tego modelu wskazują najgorsze dopasowanie z omawianych modeli.



**Rys. 6.** Estymowane parametry modelu nieliniowego

Źródło: opracowanie własne.

Analizując wszystkie opisane modele, najlepiej dopasowany i najprostszy okazał się model liniowy, chociaż nie wszystkie jego miary dobroci dopasowania są zadowalające. Należy zwrócić uwagę, że estymowany współczynnik kierunkowy w modelu liniowym jest niski (0,41), zatem tempo wzrostu jest niewielkie.

#### 4. Podsumowanie

SEM jest przydatnym narzędziem, wykorzystywanym w analizie procesów zmian. Pozwala na zbadanie dopasowania modelu do danych, a także na porównanie modelu z modelem zerowym, który zakłada, że między zmiennymi nie ma liniowego związku. Dodatkową zaletą jest to, że model SEM dopuszcza korelacje między

czynnikami oraz korelacje między błędami pomiaru. Ponadto modele równań strukturalnych pozwalają na estymację parametrów nie tylko funkcji liniowej i wielomianowej, ale także np. logarytmicznej, wykładniczej.

Na podstawie przeprowadzonych badań można sformułować również wniosek o charakterze praktycznym: ogólna tendencja związana ze współczynnikiem skolaryzacji jest pozytywna – dla większości wskaźników obserwujemy wzrost wartości, jednakże tempo wzrostu jest niewielkie. Zauważa się także dobrą pozycję Polski na tle Europy.

## Literatura

- Konarski R., *Analiza zmiany z zastosowaniem analizy latentnych krzywych rozwojowych*, „ASK. Społeczeństwo. Badania. Metody” 2004, nr 13, s. 87-120.
- Konarski R., *Modele równań strukturalnych. Teoria i praktyka*, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 2009.
- Mueller R.O., *Basic Principles of Structural Equation Modeling*, An Introduction to LISREL and EQS, Springer, New York 1996.
- Sztemberg-Lewandowska M., *Analiza czynnikowa w badaniach marketingowych*, Uniwersytet Ekonomiczny, Wrocław 2008.

### Źródło internetowe

<http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/education/data/database>.

## THE LEVEL OF EDUCATION IN EUROPE WITH THE USE OF LATENT GROWTH MODEL

**Summary:** SEM which in other words is called LISREL, is a general, mainly linear, multi-dimensional statistical technique. It is more confirmation than exploratory, it means that it is used to check if a certain model is suitable for data, not to the building of an appropriate model. One of the complex structural models is a latent growth model, which aim is to analyze the change of values of a particular variable in time. This model assumes that the change is a continuous process characterized by variables which realizations differ among the objects. The aim of this article is the analysis of the changes process in the level of European countries' education with using latent growth. An interesting thing is also to show Poland against a background of Europe. The advantage of the work lies in the use of structural equation models in order to build the latent growth described by not only linear and multidimensional function, but also an exponential one.