

KOMITET METROLOGII I APARATURY NAUKOWEJ
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

**PROBLEMY
METROLOGII
ELEKTRONICZNEJ
I FOTONICZNEJ**

5

Praca zbiorowa
pod redakcją Janusza Mroczi



Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej

PROBLEMY METROLOGII
ELEKTRONICZNEJ I FOTONICZNEJ

KOMITET METROLOGII I APARATURY NAUKOWEJ
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

**PROBLEMY METROLOGII
ELEKTRONICZNEJ
I FOTONICZNEJ
5**

*Praca zbiorowa
pod redakcją Janusza Mroczki*



Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej
Wrocław 2012

Opracowanie redakcyjne i korekta
Hanna JUREK

Projekt okładki
Janusz MROCZKA

Wszelkie prawa zastrzeżone. Żadna część niniejszej książki, zarówno w całości, jak i we fragmentach, nie może być reprodukowana w sposób elektroniczny, fotograficzny i inny bez zgody wydawcy i właścicieli praw autorskich.

© Copyright by Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2012

OFICYNA WYDAWNICZA POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław
<http://www.oficyna.pwr.wroc.pl>
e-mail: oficwyd@pwr.wroc.pl
zamawianie.ksiazek@pwr.wroc.pl

ISBN 978-83-7493-686-6

Drukarnia Oficyny Wydawniczej Politechniki Wrocławskiej. Zam. nr 662/2012.

SPIS RZECZY

Przedmowa	7
Janusz MROCZKA, Krzysztof SKORUPSKI, Mariusz WOŹNIAK, Zagadnienie wprost i problem odwrotny w analizie agregatów nanocząsteczek z wykorzystaniem technik rozproszenia światła oraz modelu fraktalnego do opisu fazy rozproszonej	9
Ryszard ROMANIUK, Światłowody nietelekomunikacyjne	63
Mirosław SZMAJDA, Janusz MROCZKA, Wybrane metody czasowo-częstotliwościowe w badaniach jakości energii elektrycznej	209
Jarosław ZYGARLICKI, Janusz MROCZKA, Metody Prony'ego w analizie sygnałów okresowych – właściwości, implementacje, zastosowania	275

Mówi się dziś, że nauka nie jest nauką, dopóki nie daje się skwantyfikować. Zastępujemy rozumowanie zasadnicze przez układanie równań, badanie zaś związków przyczynowych przez obliczanie korelacji. Pomiary i równania mają podobno wyostrzyć umysł, jednak ... częściej uczą myślenia bezładnego i prowadzonego sposobem „szufladkowania”. Pojawia się charakterystyczna tendencja do tego, aby stały się one same celem naukowych manipulacji, zamiast tego by być narzędziem pomocniczym rozumowania w formułowaniu podstawowych wniosków.

Wiele, być może większość, wielkich tematów w nauce ma charakter jakościowy, nie zaś ilościowy – nawet w fizyce i chemii. Równania i pomiary są pożyteczne tylko wtedy, gdy celem ich jest potwierdzenie dowodu. Jednakże udowodnienie tezy, albo jej obalenie musi być czynnością pierwszej wagi i dowód jest w gruncie rzeczy najpewniejszy, gdy jest w pełni przekonywujący bez jakichkolwiek pomiarów ilościowych.

John R. Platt, *Strong inference*, Science, 1964, Vol. 146, No. 3642, pp. 347–353.

PRZEDMOWA

Obraz świata, który każdy z nas tworzy w swojej świadomości nie jest tym ostateczny, nie jest on bowiem dany nam w sposób bezpośredni, a tworzony jest stopniowo w długim okresie na podstawie naszych subiektywnych przeżyć. Przeżyciami tymi są nasze doświadczenia, na które składa się wiele czynników takich, jak: nasza osobowość, inteligencja, sposób postrzegania, sposób przyjmowania i interpretowania informacji itp. Upływający czas i nowe nasze doświadczenie zmieniają postrzegany przez nas obraz świata. Ta „absolutna” rzeczywistość o świecie jest przedmiotem poznania, który my, przy niedoskonałości swoich zmysłów, budujemy w naszej świadomości. Proces tego budowania to nic innego jak proces poznawczy. W nim dokonujemy przyporządkowania rzeczywistym właściwościom obiektów (zjawisk) abstrakcyjne symbole – najczęściej matematyczne. Ten sposób przyporządkowania stanowi różnicę pomiędzy myśleniem naukowym a codziennym, wynikającą nie ze swego charakteru, lecz swjej kompletności. Wiedząc, że jesteśmy zespołem środków poznania oraz odbiorcą i interpretatorem jego wyników stawiamy sobie pytanie, jaka jest ta rzeczywistość, którą poszukujemy, jeżeli budowana jest ona na wrażeniach

zmysłowych i zaprezentowana (zinterpretowana) w sposób osobniczo-subiektywny. Można tu przyjąć, że rzeczywistość zbudowana na wrażeniach zmysłowych jest tą rzeczywistością zmysłową, na której budowane są nauki ścisłe. Jak w tworzeniu nauki eliminować ten element interpretatorski, który jest subiektywny i rzadko powtarzalny, każdy bowiem wynik obserwacji nie spełnia warunku powszechności? Jak w tworzeniu nauki rozumieć więc jej cel, którym jest osiągnięcie wiedzy obiektywnej?

W metrologii mamy do czynienia z tymi wrażeniami zmysłowymi, które można przedstawić w sposób ilościowy. Istotne w metrologii jest to, że dowolność interpretatorską, jak i upływający czas, można eliminować poprzez wskazanie pewnych „poziomów” odniesienia wspólnych dla obserwatorów i niezależnych od nich. Te poziomy to wielkości (zjawiska) uznane za wzorcowe. Czy znalezienie wzorców (zjawisk powtarzalnych itp.) wprowadza porządek i prawidłowość w tak olbrzymiej różnorodności przeżyć wynikających z różnych dziedzin świata zmysłów? Czy te wzorce to realne elementy tworzące ten świat? Czy sposoby komparacji, spełniające wiele wymogów co do stacjonarności komparacji, dokładności etc. są obiektywne? I tak w tej zawilej i długiej drodze mnożą się tego typu pytania. Wraz z doskonaleniem środków poznania część z nich eliminuje się, ale jesteśmy świadomi, że pojawiają się nowe. Istotny jest w tym to, że człowiek będący głównym obserwatorem kieruje się w procesie poznania ciekawością, dociekliwością, zdumieniem, które to elementy wyzwalają żądze poznania. To człowiek stawia sobie za zadanie stworzenie obrazu świata nie wymagającego żadnych udoskonaleń i przedstawiającego ostateczną jego realność. Ten mechanizm kieruje procesem postępu i ciągłym usubtelnianiem obrazu świata. Bogacąc i doskonaląc obraz świata mamy świadomość ograniczoności tego, że cel ten można osiągnąć, albo przynajmniej udowodnić, że został on osiągnięty. Jestem przekonany, że żądza poznania nie pozwala nam zwątpić w to, iż doskonalenie obrazu świata idzie w parze z poznaniem świata realnego. Jak widzimy, to u podstaw poszukiwań naukowych leży idea oparcia ich na czymś, co byłoby ostateczną realnością, która wymyka się pełnemu poznaniu. I chyba ten realny świat jest zawsze celem dla coraz to doskonalszych metod pracy naukowej. Wynika stąd wniosek, że i metrologia należy do nauk poznawczych i przenika w sposób ciągły w inne gałęzie nauki, tworząc tym samym problemy interdyscyplinarne. Wkracza ona w dziedzinę fizyki, fizjologii, psychologii i filozofii. Jest to chyba zjawisko naturalne, ostatecznym bowiem ogniwem procesu pomiarowego jest zawsze człowiek, a metrologia nie może istnieć bez metrologów.

To co wyodrębnia metrologię od innych gałęzi nauki to specyficzny sposób modelowania przez nią rzeczywistości – i to chyba jest ta jej swoistość.

Rozwój metrologii stawia przed człowiekiem pytanie o możliwości techniczne i teoretyczne modelowania otaczającej go rzeczywistości, tej martwej i żywej materii.

Janusz Mroczka

*rozproszenie światła, pomiary pośrednie
agregaty fraktalne, zagadnienie wprost, problem odwrotny
pomiary nefelometryczne, pomiary turbidymetryczne*

Janusz MROCZKA*
Krzysztof SKORUPSKI*
Mariusz WOŹNIAK*

ZAGADNIENIE WPROST I PROBLEM ODWROTNY W ANALIZIE AGREGATÓW NANOCZĄSTEK Z WYKORZYSTANIEM TECHNIK ROZPROSZENIA ŚWIATŁA ORAZ MODELU FRAKTALNEGO DO OPISU FAZY ROZPROSZONEJ

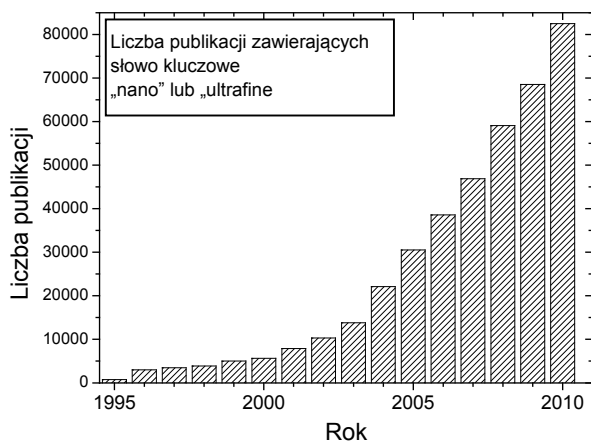
W niniejszym opracowaniu przedstawiono wybrane zagadnienia związane z modelowaniem rozproszenia światła przez agregaty nanocząstek oraz z metodami rozwiązania zagadnienia odwrotnego w pomiarach pośrednich z wykorzystaniem technik rozproszenia światła. W pracy przedstawiono założenia teorii fraktalnej oraz sposoby jej wykorzystania do opisu fazy rozproszonej układów dyspersyjnych. Następnie sporo miejsca poświęcono używanym powszechnie modelom rozproszenia światła. Omówiono dostępne kody symulacyjne: sposób ich aplikacji, wady i zalety. W dalszej części opracowania przedstawiono założenia stanowisk pomiarowych do nefelometrii i turbidymetrii. Następnie sformułowano problem odwrotny dla pomiarów pośrednich z wykorzystaniem światła rozproszonego oraz omówiono metody jego rozwiązania. Ostatnia część pracy zawiera wyniki symulacyjne ekstynkcji światła przez agregaty nanocząstek amorficznego krzemu. Ponadto przeprowadzono estymację rozkładu wielkości agregatów dla różnorodnych sygnałów symulacyjnych, wykorzystując zbudowany w tym celu model odwrotny.

1. WSTĘP

Nanocząsteczki i ich agregaty od zawsze stanowiły nieodłączny element naszego środowiska. Dopiero jednak w ostatnich latach stały się obiektem intensywnego zainteresowania naukowców [1]. Dynamiczny rozwój techniki w drugiej połowie XX wieku umożliwił bowiem detekcję, pomiar oraz kontrolowanie właściwości nanoczą-

* Politechnika Wroclawska, Katedra Metrologii Elektronicznej i Fotonicznej, ul. B. Prusa 53/55, 50-317 Wrocław.

stek na etapie produkcji, co dało podwaliny nowej dziedziny nauki zwanej nanotechnologią. Przed naukowcami otworzyły się interesujące możliwości związane ze szczególnymi właściwościami nanocząstek, niespotykanymi dotychczas wśród materiałów makroskopowych. Gwałtowny wzrost zainteresowania omawianą dziedziną doskonale uwidacznia rysunek 1, na którym przedstawiono liczbę artykułów dotyczących nanotechnologii opublikowanych w renomowanych czasopismach naukowych w latach 1995–2010 (dane na podstawie bazy Scopus [2]). Na przestrzeni 15 lat wzrosła ona prawie 300-krotnie.



Rys. 1. Liczby artykułów naukowych dotyczących nanocząstek opublikowanych w latach 1995–2010 [2]
 Fig. 1. Statistics on scientific articles published on nanoparticles in the years 1995–2010 [2]

Wśród specyficznych właściwości nanocząstek, czyniących je bardzo interesującymi dla naukowców, należy wymienić przede wszystkim efekty powierzchniowe, w szczególności wysoką reaktywność spowodowaną bardzo dużym stosunkiem powierzchni czynnej cząstek do ich objętości oraz efekty kwantowe związane z delokalizacją elektronów w strukturze materiału (np. powierzchniowy rezonans plazmowy) [3]. Niezwykle użyteczne są również zdolności nanocząstek do niespotykanej wśród materiałów makroskopowych szybkości dyfuzji termicznej oraz duża łatwość transportu w płynach.

Dynamiczny rozwój nanotechnologii i coraz szersze wykorzystanie nanocząstek w przemyśle spowodowały znaczny wzrost stężenia niebezpiecznych substancji chemicznych w środowisku naturalnym [1]. Każdego dnia jesteśmy zatem poddani ekspozycji na różnego rodzaju nanocząstki: wprowadzamy je do organizmu, oddychając, i przyjmujemy w niemal każdym posiłku czy napoju. Istotnym zagadnieniem związanym z nanocząstkami jest zatem ich potencjalna szkodliwość oraz metody ochrony przed niepożądanym działaniem na organizmy żywe. Realizowane jest to przez właściwą detekcję, rozpoznawanie i filtrację. Podobna sytuacja zachodzi

w przypadku zanieczyszczeń zbierających się w różnego rodzaju reaktorach przemysłowych, w których obecność nanocząstek zakłóca procesy produkcyjne zachodzące w nich. Dlatego też bardzo ważnym zagadnieniem naukowym stała się budowa urządzeń pomiarowych umożliwiających analizę nanocząstek i ich agregatów, umożliwiających zwłaszcza pracę *in situ* bez konieczności przerywania procesów produkcyjnych.

Celem niniejszej pracy jest omówienie metod analizy układów dyspersyjnych, w których fazę rozproszoną stanowią agregaty nanocząstek, oraz przedstawienie metod rozwiązania zagadnienia wprost i problemu odwrotnego występującego w omawianych pomiarach. W rozdziale 2 niniejszego opracowania ukazano zarówno krótką historię oraz przedstawiono podstawy teorii fraktalnej, jak również metody jej wykorzystania do opisu cząstek fazy rozproszonej. Następnie w rozdziale 3 wskazano na podstawowe zjawiska związane z promieniowaniem elektromagnetycznym, takie jak odbicie, załamanie, dyfrakcja czy absorpcja. Ponadto omówiono ogólną ideę pomiarów właściwości układów dyspersyjnych z wykorzystaniem światła. W rozdziale 4 zaprezentowano najważniejsze teorie rozproszenia światła, znajdujące zastosowanie w analizie omawianego zjawiska dla nanocząstek i ich agregatów. Traktuje on kolejno o teorii Rayleigha, Rayleigha–Gansa–Deybeya (RGD), teorii Rayleigha–Gansa–Deybeya dla Agregatów Fraktalnych (RGD-FA), teorii Mie, DDA i metodzie rozwiązania równań Maxwella T-Matrix. Ponadto w tej części porównano dostępne w literaturze kody symulacyjne bazujące na omawianych teoriach (m.in. kody DDScat, Amsterdam DDA, OpenDDA). W rozdziale 5 niniejszego opracowania omówiono praktyczną realizację układów do nefelometrii i turbidymetrii. Przedstawiono również zrealizowane stanowiska pomiarowe. Następnie w rozdziale 6 ukazano problem odwrotny w pomiarach pośrednich z wykorzystaniem światła rozproszonego oraz algebraiczne metody jego rozwiązania. Rozdział 7 zawiera wyniki symulacyjne ekstynkcji światła przez agregaty amorficznego krzemu. Na podstawie zrealizowanej bazy danych dokonano w nim również estymacji parametrów agregatów dla sygnałów symulacyjnych.

2. GEOMETRIA FRAKTALNA

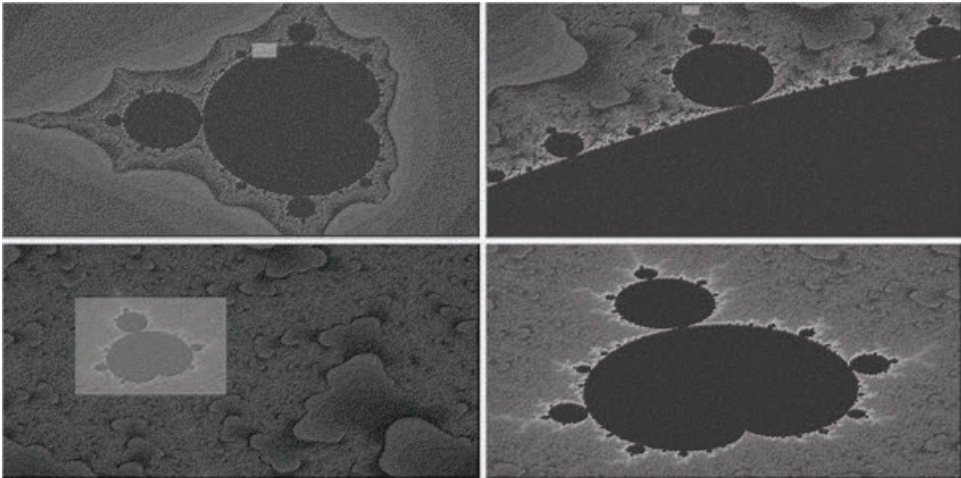
2.1. PODSTAWY GEOMETRII FRAKTALNEJ

Za prekursora geometrii fraktalnej uznaje się Benoita Mandelbrota (1925–2010). Przed publikacją jego prac niewiele osób interesowało się omawianym zagadnieniem. Fraktali nie można było opisać za pomocą klasycznej geometrii, przez co powszechnie uważane były za bezużyteczne, wręcz „patologiczne” struktury [4]. Do chwili obecnej nie powstała jedna, uniwersalna definicja słowa „fraktal”. Przyjęło się, że jest to figura geometryczna charakteryzująca się pewnym samopodobieństwem (może zostać odтворzona, w całości lub części, na podstawie jej dowolnie małego fragmentu) oraz

mogąca mieć niecałkowitą liczbę wymiarów (wymiar fraktalny jest większy niż wymiar topologiczny). Geometria fraktalna potrafi opisywać nawet bardzo skomplikowane struktury w prosty sposób. Przykładem jest zbiór Mandelbrota tworzony na podstawie rekurencyjnego algorytmu:

$$\begin{aligned} z_0 &= 0 \\ z_{n+1} &= z_n^2 + c \end{aligned} \tag{1}$$

w którym c jest analizowanym punktem umieszczonym w przestrzeni liczb zespolonych. W przypadku gdy ciąg jest ograniczony, punkt c należy do zbioru Mandelbrota [5]. Wizualizację omawianego zbioru z wykorzystaniem programu napisanego przez jednego z autorów zaprezentowano na rysunku 2.



Rys. 2. Wizualizacja zbioru Mandelbrota
Fig. 2. Visualization of the Mandelbrot set

Jeżeli przez n iteracji (w przypadku wizualizacji zaprezentowanej na rysunku 2 – 10 000) punkt nie opuści obszaru wyznaczonego przez okrąg o środku w zerze i promieniu $1 + \sqrt{2}$, ciąg możemy uznać za ograniczony [5]. Odcienie szarości są związane z liczbą iteracji niezbędnych do opuszczenia wyznaczonej granicy przez dany punkt. Na ilustracji wyraźnie widać, że, pomimo dużego powiększenia, otrzymany wycinek jest podobny do obrazu początkowego (przypomina kardioidę). Oprócz samopodobieństwa, każda struktura charakteryzuje się określonym wymiarem fraktalnym. Mitsuhiro Shishikura w swojej publikacji udowodnił, że dla granicy zbioru Mandelbrota wynosi on dokładnie 2 [6].

Istnieje również wiele innych, powszechnie znanych, struktur. Każda z nich charakteryzuje się własnym wymiarem fraktalnym. Przykładami mogą być zbiór Cantora

($\dim \sim 0,6309$), krzywa Kocha ($\dim \sim 1,2619$), kostka Mengera ($\dim \sim 2,7268$), dywan ($\dim \sim 1,8928$) i trójkąt ($\dim \sim 1,5849$) Sierpińskiego oraz zbiory Julii ($\dim = 2$). Tworzone są one na podstawie algorytmów rekurencyjnych (wykonywanych dla każdego punktu w n -wymiarowej przestrzeni) lub za pomocą systemu przekształceń afinicznych IFS (*Iterated Function System*). Ponadto podczas generacji struktur fraktalnych często wykorzystywane są elementy losowości. Dotyczy to w szczególności modeli fraktalnych obiektów rzeczywistych, na przykład agregatów cząsteczek.

Problem określenia liczby wymiarów nasilił się w 1890 roku, kiedy Giuseppe Peano zdefiniował rodzinę krzywych przechodzących przez każdy punkt w przestrzeni [7]. Określenie położenia dowolnego punktu za pomocą jednego parametru było bardzo trudne lub wręcz niemożliwe. Problem upraszczał się po przejściu do przestrzeni dwuwymiarowej. Ponadto, ponieważ krzywa przechodziła przez wszystkie punkty zawarte w kwadracie o danym boku, można było powiedzieć, że ma pole powierzchni. Pomimo że figura zawierała pewne aspekty struktury dwuwymiarowej, nie mogła być za taką uznawana, ponieważ z definicji istniała tylko w jednym wymiarze. Problem został rozwiązany dopiero po zdefiniowaniu wymiaru Hausdorffa. Dla danej figury wynosi on dokładnie 2. Omawiane zagadnienie łatwo rozszerzyć dla struktur o większej liczbie wymiarów (np. sześciąt, tesseract). Do dzisiaj krzywe Peano (lub zdefiniowana później na ich podstawie krzywa Hilberta) traktowane są jako rodzaj pomostu łączącego ze sobą figury jedno- i n -wymiarowe [7]. Do opisu fraktali wykorzystywane są różne definicje wymiaru. Nie wszystkie z nich można zastosować do każdej struktury, część jest określona wyłącznie dla konkretnych zbiorów, na przykład krzywych. Ogólnie wymiar określa, jaką część przestrzeni zajmuje badana struktura w pobliżu każdego ze swoich punktów [4]. Do najbardziej znanych, uniwersalnych, wymiarów należą:

- Wymiar Hausdorffa – najstarsza i prawdopodobnie najważniejsza definicja wymiaru fraktalnego. Wymiar w sensie Hausdorffa może zostać przypisany dowolnej strukturze. Niestety w wielu przypadkach trudno go określić, wykorzystując standardowe algorytmy obliczeniowe [4].

- Wymiar pudełkowy (*box-counting dimension*) – jeden z najczęściej wykorzystywanych wymiarów. Popularność zyskał dzięki stosunkowo prostym algorytmom obliczeniowym [4]. Wyrażony jest wzorem:

$$\dim F = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(F)}{-\log \varepsilon} \quad (2)$$

w którym F jest analizowaną strukturą, a $N(F)$ określa liczbę hipersześcianów o boku ε niezbędnych do jej pokrycia. Ponadto zachowana jest zależność:

$$N(F) \sim \frac{1}{\varepsilon^{\dim F}} \quad (3)$$

Łatwo zauważyć, że dla figur geometrycznych, takich jak odcinek o długości 1, kwadrat o boku 1 czy sześciąt o boku 1 wymiar wynosi odpowiednio 1, 2 i 3.

Geometria fraktalna znajduje zastosowanie w wielu dziedzinach nauki. Wykorzystywana jest między innymi do kompresji obrazów, modelowania natury (w szczególności ukształtowania terenu), czy podczas tworzenia grafiki komputerowej [8, 9].

2.2. WYKORZYSTANIE TEORII FRAKTALNEJ DO MODELOWANIA AGREGATÓW CZĄSTECZEK

W poprzedniej części niniejszego opracowania rozważane były fraktale matematyczne (idealne), których dowolne fragmenty można było przybliżać w nieskończoność. W przypadku obiektów rzeczywistych wykorzystywane są tak zwane fraktale naturalne [10]. Różnią się tym, że przy pewnym przybliżeniu cechy charakterystyczne dla fraktali zanikają. Nie można określić ich samopodobieństwa, a dalsze przybliżenia mijają się z celem. Wynika to z właściwości materii – na obecnym poziomie nauki możemy badać poszczególne atomy czy kwarki, lecz zaobserwowanie czegoś mniejszego nie jest możliwe. W przypadku agregatów podstawowym elementem jest sfera modelująca cząsteczkę (alternatywne modele nie będą omawiane).

Wykorzystanie modeli fraktalnych bardzo upraszcza badanie agregatów. Zostało udowodnione (eksperymentalnie i za pomocą symulacji), że wymiar fraktalny jest niezależny od wielkości analizowanej struktury [11]. Nie ma jednak jednoznacznej odpowiedzi od ilu pojedynczych cząstek (zwanymi również monomerami) badana struktura może być uznana za fraktal. W większości przypadków wymiar fraktalny agregatów zawiera się w przedziale od około 1,75 dla agregacji DLCA (limitowanej dyfuzją) do około 2,1 dla agregacji RLCA (limitowanej reakcją). Opisane są jednak sytuacje, w których wynosił on nawet 2,55 [10]. Wiele programów symulacyjnych ułatwia generowanie fraktali o wymiarach wykraczających poza przytoczony zakres (umożliwiają tworzenie struktur przekraczających trzeci wymiar).

Ponadto sam proces agregacji może być uznany za uniwersalny. Jeżeli różne substancje poddamy takiemu samemu typowi agregacji, zachowanie powstających struktur będzie niemal identyczne (niezależne od natury chemicznej utworzonego systemu koloidalnego) [12]. Dowód został przeprowadzony przez M.Y. Lina i H.M. Lindsaya dla złota, krzemionki i polistyrenu. Zależność przedstawiająca ideę wykorzystania struktur fraktalnych do modelowania agregatów jest intuicyjna:

$$M \sim R^{D_f} \quad (4)$$

gdzie M jest masą struktury (lub liczbą monomerów), R przedstawia jej liniową wielkość (promień agregatu), natomiast D_f opisuje jej wymiar fraktalny. Zwykle jest ona zapisywana w postaci następującego równania:

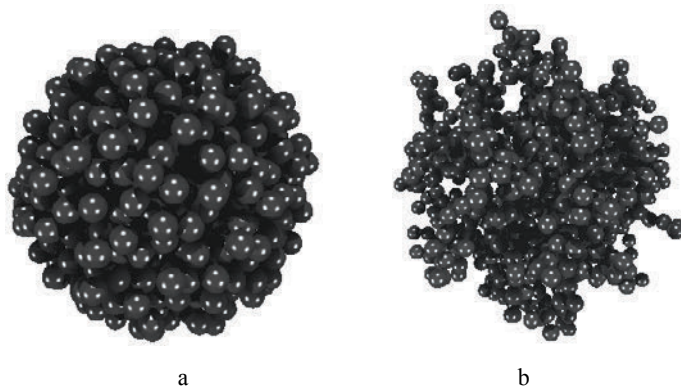
$$n_p = k_f \left(\frac{R_g}{r_p} \right)^{D_f} \quad (5)$$

w której n_p jest liczbą cząsteczek wchodzących w skład agregatu, r_p jest promieniem sfery o objętości równej objętości pojedynczej cząsteczki, natomiast k_f jest współczynnikiem skalującym. Parametr R_g określa promień bezwładności agregatu zdefiniowany jako średniokwadratowa odległość cząsteczek od środka masy układu

$$R_g^2 = \frac{1}{n_p} \sum_{n=1}^{n_p} (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_n)^2 \quad (6)$$

gdzie wektor \mathbf{r}_0 wyznacza środek masy układu, natomiast \mathbf{r}_n pozycję n -tej cząsteczki.

Współczynnik skalujący, występujący w równaniu (5), jest niezbędny do jednoznacznego opisu agregatu. Jego wartość nie została jednoznacznie określona, dlatego wielu naukowców podczas badania często nawet tych samych struktur wykorzystuje różne wartości. Przykładowo dla agregatów sadzy o wymiarze fraktalnym około 1,80 waha się on w zależności od publikacji w zakresie od 1,23 do 2,20 [13–16]. W literaturze przedstawiono wiele prób wyjaśnienia tego zjawiska [17–19]. Najczęściej spotykana teoria zakłada, że różnice w wartościach współczynnika skalującego spowodowane są polidispersyjnością monomerów w agregatach oraz ich nakładaniem się (*overlapping*). Zjawisko nakładania się pojedynczych cząstek szczególnie widoczne jest w przypadku agregatów powstających w wysokich temperaturach (np. w trakcie spalania), w których cząsteczki zamiast stykać się w jednym punkcie, wzajemnie się spiekają i łączą większą powierzchnią.



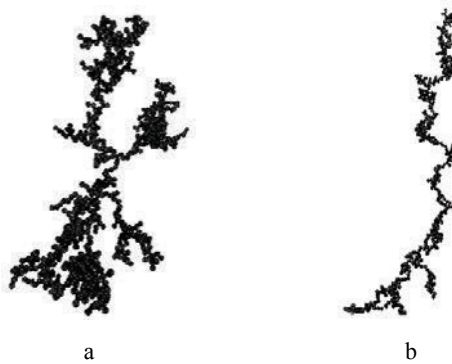
Rys. 3. Agregat o wymiarze fraktalnym 2,8, promieniu bezwładności 10 i liczbie 1000 monomerów (a); agregat o wymiarze fraktalnym 2,45, promieniu bezwładności 13,9 i liczbie 1000 monomerów (b)
 Fig. 3. An aggregate of 1000 monomers with fractal dimension 2.8 and radius of gyration 10 (a); an aggregate of 1000 monomers with fractal dimension 2.45 and radius of gyration equal 13.9 (b)

W niniejszej pracy przyjęto stałą wartość współczynnika skalującego k_f wyznaczoną z wykorzystaniem nieskończenie dużego agregatu monodispersyjnych cząstek z największym możliwym do uzyskania współczynnikiem upakowania w przestrzeni

trójwymiarowej – układem heksagonalnym. Przyjmując dla omawianego agregatu wymiar fraktalny 3,00 otrzymuje się współczynnik skalujący równy

$$k_f = (\pi/3\sqrt{2})(5/3)^{3/2} \approx 1,593 \quad (7)$$

Uzyskana wartość umożliwia tworzenie struktur o wymiarze fraktalnym w przedziale otwartym od 1,00 do 3,00. Ponadto jest ona zgodna z obliczeniami przedstawionymi w pracy Lapuerta et al. [20] oraz bardzo zbliżona do wartości zaproponowanej wcześniej przez Sorensena [17].



Rys. 4. Agregat o wymiarze fraktalnym 1,75, promieniu bezwładności 39,7 i liczbie 1000 monomerów (a); agregat o wymiarze fraktalnym 1,4, promieniu bezwładności 99,6 i liczbie 1000 monomerów (b)

Fig. 4. An aggregate of 1000 monomers with fractal dimension 1,75 and radius of gyration 39,7 (a); an aggregate of 1000 monomers with fractal dimension 1,4 and radius of gyration equal 99,6 (b)

3. ROZPROSZENIE ŚWIATŁA

Rozpraszenie światła jest fenomenem, który fascynuje ludzkość już od starożytności. Dzięki niemu odbieramy podstawowe informacje o otoczeniu (zmysł wzroku), dostrzegamy i rozróżniamy poszczególne przedmioty, ich kształt, barwę oraz ruch. Od czasów odkrycia zjawisk odbicia i załamania światła nauka zrobiła w tej dziedzinie ogromny postęp. Niestety wciąż dalecy jesteśmy od pełnego zrozumienia omawianego zjawiska.

Rozproszone światło może zostać wykorzystane do detekcji i badania obiektów charakteryzujących się bardzo małymi wymiarami; w porównaniu do alternatywnych metod (np. przesiewanie, sedymentacja) w sposób minimalny wpływa na ich strukturę. Należy jednak pamiętać, że nie ma metody idealnej, a każdy rodzaj obserwacji prowadzi do zmiany struktury obserwowanego obiektu. Światło często wykorzysty-

wane jest do badania układów dyspersyjnych. Są to układy niejednorodne fizycznie, złożone z fazy dyspersyjnej (rozpraszającej, ciągłej) i z rozproszonych w niej bardzo małych cząsteczek, tworzących fazę rozproszoną (zdyspergowaną). Najczęściej wyodrębnione są tylko dwie fazy, jednak w układzie dyspersyjnym może istnieć ich większa liczba. Fazą nazywamy wyodrębnioną część układu fizycznego o wyraźnie zarysowanych granicach. Przykładem układów koloidalnych spotykanych w codziennym życiu może być mgła lub dym. Z bardziej skomplikowanych (w których można wyodrębnić większą liczbę faz) należy wymienić wodę morską lub krew. Kontrowersje wzbudzają mieszaniny gazów (zarówno faza dyspersyjna, jak i rozproszona jest w stanie gazowym). Według niektórych źródeł, nie są one uznawane za układ koloidalny.

Promieniowanie elektromagnetyczne jest to rozchodzące się w przestrzeni zaburzenie pola elektromagnetycznego. Jeżeli jesteśmy w stanie odnotować jego istnienie przy pomocy zmysłu wzroku, nazywamy je światłem widzialnym. Trudno jednoznacznie określić przedział długości fal spełniających podany warunek. Zakłada się, że jest to od około 400 do 780 nanometrów. Należy pamiętać, że wzrok każdego człowieka charakteryzuje się inną wrażliwością, dlatego różne źródła mogą podawać nieco inne wartości graniczne. Niektórzy przyjmują, że światło w sensie ogólnym to nie tylko widzialna część promieniowania elektromagnetycznego, lecz w jego skład wchodzi również ultrafiolet i podczerwień.

Energia promieniowania elektromagnetycznego zawarta jest w cząsteczkach elementarnych zwanych fotonami. Energia pojedynczego fotonu związana jest z długością (lub częstotliwością) fali elektromagnetycznej według zależności

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad (8)$$

w której h oznacza stałą Plancka, f częstotliwość, λ długość fali padającej, a c prędkość światła.

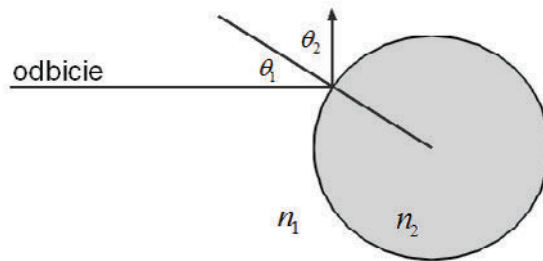
W problemie rozpraszania światła przez cząsteczki układów dyspersyjnych badane jest natężenie oświetlenia po przejściu przez ośrodek mierzone w funkcji kąta rozproszenia (nefelometria) lub w funkcji długości fali świetlnej (turbidymetria). Po założeniu, że analizujemy osobno każdą długość fali rozproszenie światła jest zależne wyłącznie od całkowitej liczby wyemitowanych fotonów (przechodzących przez jednostkę powierzchni) w jednostce czasu. Przyjęte uproszczenie jest możliwe, ponieważ wszelkie zmiany długości fali związane z oddziaływaniem fotonów z materią (efekt Ramana) lub względnym ruchem źródła światła i cząsteczek (efekt Dopplera) nie są brane pod uwagę – rozważane jest tak zwane odbicie sprężyste. Promieniem nazywamy linię, wzdłuż której następuje przepływ energii. Wiązkę światła możemy określić jako grupę promieni, której możemy przypisać odpowiednie wymiary geometryczne lub strumień fotonów poruszających się w określonym kierunku.

Rozpraszanie światła jest ogółem zjawisk związanych z interakcją fal elektromagnetycznych z materią, w wyniku których ich kierunki rozchodzenia się ulegają zmia-

nie. Zjawiska te są bardzo skomplikowane, a ich dokładny opis jest na obecnym poziomie nauki niemożliwy. Należy mieć na uwadze, że wszystkie przedstawione w dalszej części definicje są wyłącznie próbą zrozumienia problemu, a nie jego precyzyjnym opisem. Mówiąc ogólnie – fala elektromagnetyczna wzbudza drgania cząstek, co powoduje wypromieniowanie fali wtórnej. Właściwości pola elektrycznego i magnetycznego zostały opisane w postaci praw Maxwella.

3.1. ODBICIE ŚWIATŁA

Odbicie jest to jedno z najlepiej zbadanych zjawisk interakcji światła z materią. Na granicy dwóch ośrodków, o różnym współczynniku załamania światła, fala padająca zmienia kierunek propagacji w taki sposób, że wraca do ośrodka, w którym pierwotnie się rozchodziła. Może ona wnikać do drugiego ośrodka wyłącznie na niewielką odległość. Fala odbita ma długość taką samą jak fala padająca. W przypadku odbicia zwierciadlanego (przedstawionego na ilustracji) kąt padania jest równy kątowi odbicia. Nieregularności znajdujące się na powierzchni mogą przyczynić się do powstania odbicia dyfuzyjnego (odbijanie światła w wielu kierunkach). Należy pamiętać, że chropowatość powierzchni nie jest jedynym powodem powstania omawianego zjawiska. Jest ono powiązane ze strukturą materii i wielokrotnymi odbiciami zachodzącymi w wewnętrznych warstwach obiektu [21].



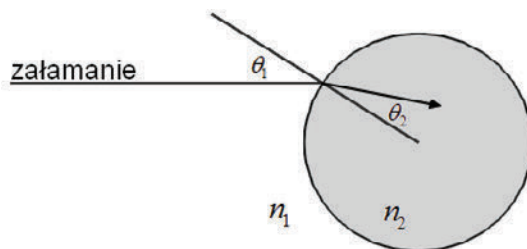
Rys. 5. Zjawisko odbicia zwierciadlanego fali elektromagnetycznej
Fig. 5. Specular reflection phenomena

3.2. REFRAKCJA (ZAŁAMANIE)

Refrakcja (załamanie) – fala elektromagnetyczna po przejściu przez granicę dwóch ośrodków o różnym współczynniku załamania światła zmienia kierunek swojej propagacji. Zjawisko zostało opisane w postaci prawa Snella:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{V_1}{V_2} \quad (9)$$

w którym θ_1 i θ_2 to odpowiednio kąt padania i załamania fali (względem normalnej do granicy ośrodków), n_1 i n_2 to współczynniki załamania światła, natomiast V_1 i V_2 opisują prędkość fali padającej i załamanej.

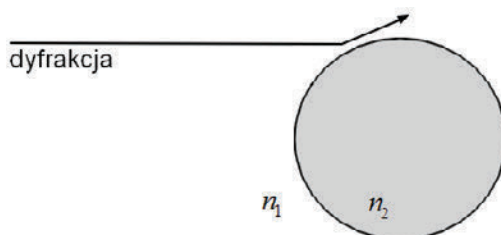


Rys. 6. Zjawisko załamania fali elektromagnetycznej
Fig. 6. Refraction of the electromagnetic wave

Podczas załamania światła w trakcie przechodzenia przez drugi ośrodek może wystąpić zjawisko absorpcji, nie jest ono jednak brane pod uwagę w problemie rozpraszania światła (uwzględnia je ekstynkcja). Łatwo zauważyć, że długość fali załamanej ulega zmianie. Zanim jednak zostanie ona wykryta przez detektor, musi powrócić do pierwotnego ośrodka. Z tego powodu możemy założyć, że długość fali jest stała (taka sama przy źródle i detektorze).

3.3. DYFRAKCJA

Dyfrakcją nazywany zmianę kierunku propagacji fali elektromagnetycznej w pobliżu przeszkody. Zjawisko to jest szczególnie widoczne, gdy długość fali jest porównywalna do rozmiarów mijanej przeszkody.

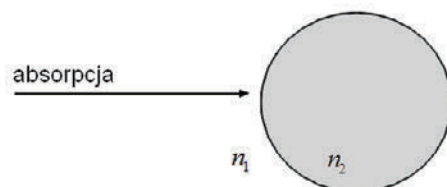


Rys. 7. Zjawisko dyfrakcji
Fig. 7. Diffraction phenomena

Rozproszenie światła jest połączeniem podanych zjawisk. Często analizowana jest również ekstynkcja, w skład której, oprócz odbicia, refrakcji, dyfrakcji etc., wchodzi zjawisko absorpcji.

3.4. ABSORPCJA

Absorpcja – zmiana energii promieniowania elektromagnetycznego w inny rodzaj energii, np. energię termiczną przez podniesienie temperatury ośrodka. Za absorpcję odpowiada część urojona współczynnika załamania światła.



Rys. 8. Zjawisko absorpcji
Fig. 8. Absorption phenomena

W niniejszej pracy badane jest rozpraszanie światła na agregatach fraktalnych cząstek. Każdy agregat składa się z określonej liczby monomerów rozpraszających (i absorbujących) światło. Modelowane są one za pomocą sfer. Nie jest to ich rzeczywisty kształt, który w praktyce może być bardzo skomplikowany. Takie założenie zostało jednak przyjęte w celu uproszczenia obliczeń. Ma ono jeszcze jedną zaletę – równania Maxwella zostały rozwiązane dla sfery o dowolnym promieniu, co teoretycznie daje dokładny wynik rozpraszania światła (rozwiązanie Lorenza–Mie).

Istnieje wiele metod umożliwiających modelowanie rozpraszania światła. Można je podzielić na trzy zasadnicze grupy:

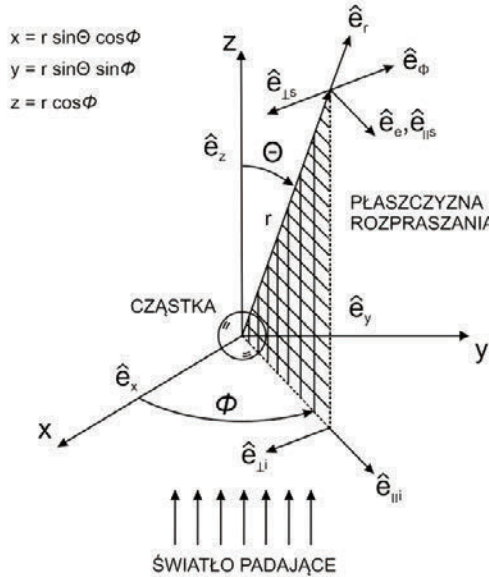
- $\lambda \gg d$ (długość fali jest znacznie większa od wymiarów obiektu rozpraszającego). Należy zaznaczyć, że wyrażenie „znacznie” nie zostało precyzyjnie określone. W różnych publikacjach mogą występować inne kryteria sugerujące przypisanie problemu do danej grupy. Niektóre źródła podają, że klasyfikują się do niej cząsteczki nie przekraczające wielkości 300 nanometrów (w modelowaniu z wykorzystaniem światła widzialnego). Takie podejście daje rozsądne, ale niekoniecznie najlepsze, wyniki [22]. Warto również wziąć pod uwagę właściwości optyczne cząsteczki. W omawianym przypadku najczęściej wykorzystuje się teorię Rayleigha – jedną z najprostszych (i najstarszych) teorii, stworzoną przez Johna Williama Strutta w 1871 r. Może być ona zastosowana do cząsteczek o dowolnym kształcie. Zostanie dokładnie omówiona w dalszej części pracy.

- $\lambda \ll d$ (wymiary obiektu rozpraszającego są znacznie większe od długości fali). Dla tej grupy najczęściej stosuje się metody geometryczne, polegające na analizie biegu promieni świetlnych.

- $\lambda \sim d$ (długość fali jest porównywalna z wymiarami obiektu rozpraszającego). Jest to najtrudniejszy przypadek. Dokładne rozwiązanie jest możliwe wyłącznie dla obiektów rozpraszających o ściśle określonym kształcie (np. sfera). Zarówno teoria Rayleigha, jak i metody geometryczne wprowadzają duży błąd. Jednym ze sposobów rozwią-

zania problemu jest przedstawienie obiektu w postaci zbioru polaryzowalnych punktów (np. metoda DDA) lub obliczenie równań falowych Maxwella (np. T-Matrix). Przytoczone metody będą dokładnie omówione w dalszej części pracy.

Geometria zjawiska rozproszenia światła przedstawiona została na rysunku 9 [23, 24].



Rys. 9. Geometria zjawiska rozproszenia światła przez pojedynczą cząsteczkę [23]

Fig. 9. Geometry of the light scattering phenomena by single particle [23]

Pojedyncza cząstka umiejscowiona jest w środku kartezjańskiego układu współrzędnych (x, y, z) i jest oświetlana równoległą, koherentną wiązką światła wzdłuż osi z układu współrzędnych. Wektor rozproszenia \hat{e}_r i wektor bazowy wyznaczający kierunek padania fali elektromagnetycznej \hat{e}_z definiują płaszczyznę padania. Płaszczyzna ta jest jednoznacznie określona przez kąt azymutalny Φ w każdym przypadku rozproszenia z wyjątkiem sytuacji, gdy wektor \hat{e}_r jest równoległy do wektora \hat{e}_z . W celu uproszczenia obliczeń zwykle stosuje się współrzędne biegunowe (r, θ, ϕ) .

4. TEORIE ROZPROSZENIA ŚWIATŁA

4.1. TEORIA RAYLEIGHA

Jest to jedna z pierwszych, powszechnie wykorzystywanych, teorii rozpraszania światła na sferycznych cząsteczkach. Została zaproponowana przez brytyjskiego pro-

fesora Johna Williama Strutta w 1871 r. Zakłada, że homogeniczna i izotropowa cząsteczka, której promień jest dużo mniejszy niż długość padającej fali, może być traktowana jako oscylujący dipol generujący fale elektromagnetyczne w określonym kierunku. W przypadku gdy długość fali jest zbliżona lub większa niż analizowana cząsteczki, metoda wprowadza bardzo duży błąd i nie powinna być stosowana. Teoria Rayleigha daje poprawne wyniki pod warunkiem, że spełnione są następujące założenia [23, 25]:

$$\begin{aligned} x &\ll 1, \\ |\tilde{m}_p| x &\ll 1 \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie \tilde{m}_p jest zespolonym współczynnikiem załamania światła względem ośrodka, x jest parametrem Mie analizowanej cząstki zdefiniowanym jako:

$$x = \frac{2\pi r_p m_0}{\lambda} \quad (11)$$

w którym m_0 to współczynnik załamania światła ośrodka względem próżni, w którym rozchodzi się fala świetlna o długości λ .

Korzystając z teorii Rayleigha dla światła padającego o natężeniu I_i , natężenie fali rozproszonej w odległości r od cząstki można opisać następującym równaniem [23–25]:

$$I = I_i \frac{8\pi^4 r_p^6}{r^2 \lambda^4} \left(\frac{\tilde{m}_p^2 - 1}{\tilde{m}_p^2 + 2} \right)^2 (1 + \cos^2 \theta) \quad (12)$$

w którym λ jest długością padającej fali świetlnej w danym ośrodku, r odległością od środka cząstki do punktu w ośrodku o wyznaczonym natężeniu światła I . Z prawa Rayleigha wynika proporcjonalność natężenia światła rozproszonego dla cząstek porównywalnych z długością fali do czwartej potęgi długości fali oraz symetryczność rozkładu natężenia światła rozproszonego [23, 25]. Całkowite rozpraszanie i absorpcję światła opisują zależności:

$$\begin{aligned} C_{\text{scat}} &= \frac{2\lambda^2}{3\pi} x^6 \left| \frac{\tilde{m}_p^2 - 1}{\tilde{m}_p^2 + 2} \right|^2 \\ C_{\text{abs}} &= \frac{-\lambda^2}{\pi} x^3 \operatorname{Im} \left\{ \frac{\tilde{m}_p^2 - 1}{\tilde{m}_p^2 + 2} \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

Ekstynkcja może być wyznaczona jako

$$C_{\text{ext}} = C_{\text{scat}} + C_{\text{abs}} \quad (14)$$

Powstało wiele programów służących do badania światła rozproszonego dzięki teorii Rayleigha. Są one bardzo proste, dlatego żaden z nich nie będzie szczegółowo omawiany na łamach niniejszego opracowania. Ponadto napisanie własnych algorytmów, bazujących na omawianej metodzie, nie powinno przysporzyć problemów nawet początkującemu programiście.

Pomimo że teoria Rayleigha umożliwia analizę wyłącznie bardzo małych struktur i jest obecnie rzadko stosowana do modelowania rozpraszania światła na cząsteczkach, jej idea posłużyła za bazę dla bardziej zaawansowanych metod, wśród których można wymienić opisane dalej zarówno teorię Rayleigha–Gansa–Deybeya (RGD), jak również Dyskretną Aproksymację Dipolową (*Discrete Dipole Approximation*, DDA).

4.2. TEORIA RAYLEIGHA–GANSA–DEYBEYA (RGD)

Teoria Rayleigha–Gansa–Deybeya (RGD) jest rozwinięciem teorii Rayleigha poszerzającą możliwości jej stosowania [23–25]. Powstała w celu opisu układów, w których cząstki są na tyle duże, że nie mogą być traktowane jako pojedyncze dipole. Jeżeli jednak cząsteczka spełnia warunki wyrażone przez następujące równania:

$$\begin{aligned} |\tilde{m}_p - 1| &\ll 1 \\ kd_p |\tilde{m}_p - 1| &\ll 1 \end{aligned} \quad (15)$$

w którym d_p jest średnicą objętości badanej cząstki, a k określa liczbę falową dla danej długości fali padającej λ

$$k = \frac{2\pi m_0}{\lambda} \quad (16)$$

to może być analizowana jako zbiór pojedynczych dipoli i po uwzględnieniu elementu δ , określającego przesunięcie fazowe, rozproszenie światła da się opisać za pomocą następującej zależności [25]:

$$\begin{pmatrix} S_1 & S_4 \\ S_3 & S_2 \end{pmatrix} = \frac{ik^3(\tilde{m}_p - 1)V}{2\pi} f(\theta, \varphi) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (17)$$

gdzie $f(\theta, \varphi)$ jest współczynnikiem rozproszenia zależnym od kształtu analizowanej cząsteczki o objętości V , opisanym równaniem

$$f(\theta, \varphi) = \frac{1}{V} \int_V e^{i\delta} dv \quad (18)$$

Wprowadzając dalsze uproszczenie, zwykle przyjmowane w teorii RGD, a zakładające sferyczny kształt analizowanej cząstki oraz korzystając z amplitudy falowego wektora rozproszenia definiowanej jako

$$q = \frac{4\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (19)$$

gdzie θ jest kątem rozproszenia światła, uzyskuje się, zamiast całki opisanej równaniem (18), następującą postać analityczną:

$$f(\theta) = \frac{3}{u^3} (\sin u - u \cos u) \quad (20)$$

w której

$$u = \frac{4\pi r_p}{\lambda} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (21)$$

Całkowita absorpcja, dla dowolnego kształtu cząsteczki, jest proporcjonalna do jej objętości. Definiuje ją zależność:

$$C_{\text{abs}} = -\frac{2}{3} \frac{\lambda^2}{\pi} x^3 \text{Im}\{\tilde{m}_p - 1\} \quad (22)$$

Największą wadą teorii RGD jest znaczne ograniczenie zakresu współczynnika załamania światła, który mogą mieć analizowane cząstki (równania (15)). Limituje to jej praktyczną stosowalność do ośrodków dyspersyjnych, w których fazę rozproszoną stanowią cząstki o niewielkim współczynniku załamania światła (np. żywe komórki), a fazą rozpraszającą jest woda lub inne płyny. Jednakże opisana specyfika w połączeniu ze znaczną atrakcyjnością, związaną z prostą postacią analityczną teorii RGD, czyni ją popularną w biologii, medycynie i oceanografii.

4.3. TEORIA RAYLEIGHA–GANSA–DEYBEYA DLA AGREGATÓW FRAKTALNYCH (RGD-FA)

Teoria Rayleigha–Gansa–Deybeya dla Agregatów Fraktalnych (RGDA-FA) została opracowana w celu umożliwienia analizy za pomocą teorii RGD agregatów, które normalnie nie spełniają warunków jej stosowalności [14, 18, 26–28]. Dowiedziono, że po przyjęciu odpowiednich zależności korygujących możliwe jest uzyskanie wyników z określonym przybliżeniem [18]. Podkreślić należy jednak, że błąd aproksymacji RGD-FA zwiększa się wraz z oddalaniem się od przedziału stosowalności teorii RGD.

Aby wyznaczyć diagram rozproszenia (natężenie światła rozproszonego w funkcji kąta rozproszenia) agregatu fraktalnego, wykorzystując teorię RGD-FA, należy wykorzystać następującą zależność:

$$C_a^{pp}(\theta) = n_p^2 C_p^{pp}(\theta) f(k, R_g, D_f, \theta) \quad pp = vv, hh \quad (23)$$

gdzie n_p oznacza liczbę cząstek w agregacie, $C_p^{pp}(\theta)$ jest diagramem rozproszenia wyznaczonym dla pojedynczej cząstki o polaryzacji prostopadłej lub równoległej światła rozproszonego, a funkcja $f(k, R_g, D_f, \theta)$ zawiera informacje na temat geometrii agregatu. W zależności od analizowanego obszaru funkcję $f(k, R_g, D_f, \theta)$ określa się następująco:

$$f(qR_g) = \exp\left(-\frac{q^2 R_g^2}{3}\right), \quad \text{dla } q^2 R_g^2 \leq 1,5D_f \quad (24)$$

$$f(qR_g) = (q^2 R_g^2)^{-d_f/2}, \quad \text{dla } q^2 R_g^2 > 1,5D_f \quad (25)$$

gdzie q jest amplitudą falowego wektora rozproszenia zdefiniowaną równaniem (19). Wykorzystany w równaniu (23) diagram rozproszenia światła przez pojedynczą cząstkę jest wyznaczony według klasycznej teorii RGD.

Całkowita absorpcja światła przez agregat cząstek w teorii RGD-FA może być obliczona z zależności

$$C_a^{\text{abs}} = n_p C_p^{\text{abs}} \quad (26)$$

gdzie C_p^{abs} jest absorpcją światła pojedynczej cząstki według teorii RGD. Jak widać w teorii RGD-FA przyjmuje się, że absorpcja agregatu nie zależy od parametrów fraktalnych, lecz jest jedynie związana z liczbą pojedynczych monomerów, ich promieniem oraz współczynnikiem absorpcji światła. Całkowite rozproszenie światła przez agregat może być natomiast wyznaczone jako

$$C_a^{\text{sca}} = C_p^{\text{sca}} n_p^2(k, R_g, D_f) \quad (27)$$

gdzie C_p^{sca} jest rozproszeniem światła pojedynczej cząstki, a funkcja $g(k, R_g, D_f)$ definiowana jest w obszarze fraktalnym, czyli dla agregatów spełniających założenie $k^2 R_g^2 > 3D_f/8$ w następujący sposób [18]:

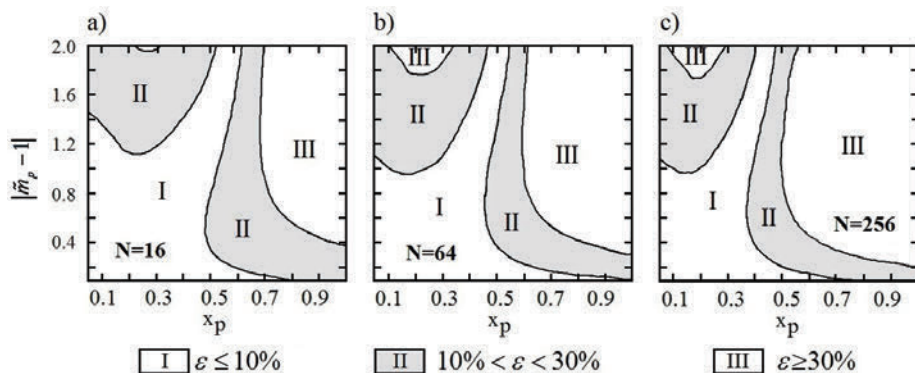
$$g(k, R_g, D_f) = \frac{\beta}{2}(3 - 3\beta + 2\beta^2) - \frac{k^2 R_g^2}{3} \beta^2 (3 - 4\beta + 2\beta^2) + (4k^2 R_g^2)^{\frac{D_f}{2}} \times \left[\frac{3}{2 - D_f} - \frac{12}{(6 - D_f)(4 - D_f)} - 3\beta^{1 - \frac{D_f}{2}} \left(\frac{1}{2 - D_f} - \frac{2\beta}{4 - D_f} + \frac{2\beta^2}{6 - D_f} \right) \right] \quad (28)$$

Równanie (28) przyjmuje w obszarze Guiniera, czyli dla agregatów spełniających założenie $k^2 R_g^2 \leq 3D_f/8$ znacznie prostszą formę

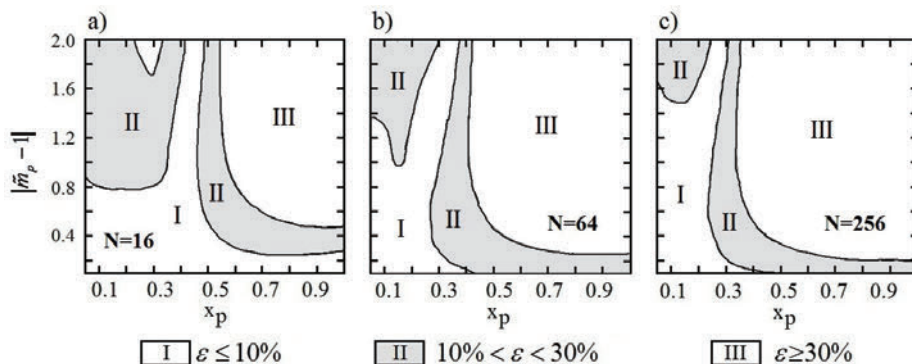
$$g(k, R_g, D_f) = 1 - \frac{2k^2 R_g^2}{3}. \quad (29)$$

Współczynnik β definiowany jest jako

$$\beta = \frac{3D_d}{8k^2 R_g^2} \quad (30)$$



Rys. 10. Błąd aproksymacji RGD-FA absorpcji światła względem rozwiązania T-Matrix przez agregaty o wymiarze fraktalnym 1,8 dla różnej wartości parametru Mie i różnej liczby cząstek w agregacie
 Fig. 10. Percent deviation for the accuracy of the RDG-FA approximation for predicting the absorption cross section by aggregates with fractal dimension 1.8, various size parameters and various number of monomers comparing to T-Matrix



Rys. 11. Błąd aproksymacji RGD-FA rozproszenia światła względem rozwiązania T-Matrix przez agregaty o wymiarze fraktalnym 1,8, dla różnej wartości parametru Mie i różnej liczby cząstek w agregacie

Fig. 11. Percent deviation for the accuracy of the RDG-FA approximation for predicting the scattering cross section by aggregates with fractal dimension 1.8, various size parameters and various number of monomers comparing to T-Matrix

Na rysunkach 10 i 11 przedstawiono diagramy błędów aproksymacji teorii RGD-FA względem wykorzystanego w niniejszej pracy rozwiązania T-Matrix [24]. Na

przedstawionych diagramach współczynnik Mie (x_p) zawiera się w przedziale od 0,01 do 1,0; a współczynnik załamania światła opisany jest następującą zależnością: $0 \leq |\tilde{m}_p - 1| \leq 2$, gdzie jego część rzeczywista to $m_p = 1 + \kappa$, a część urojona $k_p = i\kappa$, ponadto $\kappa \in \langle 0, 2/\sqrt{2} \rangle$.

4.4. TEORIA MIE

Teoria Mie jest jedną z najbardziej znanych i rozpowszechnionych teorii rozpraszania światła na cząsteczkach sferycznych. Publikacja, w której została zaproponowana, ukazała się w 1908 r. [29]. Dotyczyła badań nad mętnością substancji z wykorzystaniem metod optycznych. Jej autorem był niemiecki fizyk Gustav Mie (1869–1957). Nie był on pierwszym naukowcem zajmującym się wspomnianym zagadnieniem. Duży wkład w zrozumienie problemu miały takie osoby jak Alfred Clebsch (1833–1872), Ludwig Lorenz (1829–1891) czy Peter Debey (1884–1966) [30, 31]. W wielu publikacjach teoria rozpraszania światła przypisywana jest dwóm (Lorenz–Mie) czy nawet trzem (Lorenz–Mie–Debey) osobom. Część naukowców uważa, że jest to błędne podejście, a teoria powinna być kojarzona wyłącznie z Gustavem Mie [32]. Kontrowersje wzbudza również słowo „teoria”, ponieważ nie było to nowe odkrycie, tylko rozwiązanie równań Maxwella dla konkretnych przypadków. Z tego powodu często wykorzystywane jest określenie „rozwiązanie Mie”.

Przez długi czas publikacja G. Mie była ignorowana. Mogło być to spowodowane skomplikowanymi obliczeniami, wykorzystującymi między innymi funkcje Ricattiego–Bessela, które były wyzwaniem nawet dla szybko rozwijających się maszyn liczących. Dopiero od drugiej połowy XX w. artykuł, a wraz z nim cała teoria, zaczął zyskiwać na popularności. Max Planck Society nadał mu nazwę „śpiąca królewna”, ze względu na późne odkrycie jego potencjału. Obecnie artykuł Gustava Mie uznawany jest za jedno z najważniejszych dzieł dotyczących zagadnień rozpraszania światła, z liczbą cytowań sięgającą około 160 na rok [30]. Powstało wiele algorytmów służących do obliczania rozpraszania światła z wykorzystaniem teorii Mie. Cały czas powstają rozwinięcia teorii obejmujące przykładowo sfery chiralne, optycznie anizotropowe czy wielowarstwowe [30]. Podczas testowania nowych metod rozwiązanie Mie traktowane jest jako punkt odniesienia – wartość dokładna.

Oryginalna teoria Mie obejmuje wszystkie rozmiary cząsteczek sferycznych znajdujących się w dowolnym ośrodku, przewiduje kąt i natężenie rozproszonego światła po interakcji z cząsteczką. Najważniejsze cechy teorii Mie to [33]:

- Uwzględnia wyłącznie światło monochromatyczne.
- Cząsteczka musi być homogeniczna i izotropowa.
- Dotyczy wyłącznie cząsteczek sferycznych.
- Padająca fala jest płaska.
- Przewidywane jest rozproszenie światła i absorpcja.

- Badane jest pojedyncze rozproszenie (cząsteczki nie oddziałują ze sobą).
- Analizowane jest tylko statyczne rozproszenie (ruch cząsteczki nie jest brany pod uwagę).

• Nie uwzględnia zmian długości fali (efekt Ramana, zjawisko Dopplera).

Korzystając z teorii Mie natężenie światła rozproszonego może być wyliczone z następujących zależności

$$\begin{aligned} I_{VV} &= I_0 \frac{1}{r^2} \sigma_{VV} \\ I_{HH} &= I_0 \frac{1}{r^2} \sigma_{HH} \end{aligned} \quad (31)$$

gdzie I_{HH} i I_{VV} są funkcjami natężenia światła rozproszonego dla polaryzacji równoległej i prostopadłej względem płaszczyzny padania, I_0 jest natężeniem światła padającego, natomiast r jest odległością od środka cząsteczki do detektora. Dla światła niespolaryzowanego równanie przedstawia się następująco:

$$I_{\text{scat}} = I_0 \frac{1}{r^2} \sigma_{\text{scat}} \quad (32)$$

gdzie σ_{scat} jest średnią arytmetyczną funkcji σ_{VV} i σ_{HH} . Ponadto

$$\begin{aligned} \sigma_{VV} &= \frac{\lambda^2}{4\pi^2} i_1 \\ \sigma_{HH} &= \frac{\lambda^2}{4\pi^2} i_2 \end{aligned} \quad (33)$$

$$\sigma_{\text{scat}} = \frac{\lambda^2}{8\pi^2} (i_1 + i_2)$$

jest względną długością fali w ośrodku, $i_{1/2}$ są funkcjami natężenia światła w zależności od kąta rozproszenia danymi za pomocą poniższych wzorów:

$$\begin{aligned} i_1 &= \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left[a_n \frac{P_n^{(1)}(\cos \Theta)}{\sin \Theta} + b_n \frac{dP_n^{(1)}(\cos \Theta)}{d\Theta} \right] \right]^2 \\ i_2 &= \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left[a_n \frac{dP_n^{(1)}(\cos \Theta)}{d\Theta} + b_n \frac{P_n^{(1)}(\cos \Theta)}{\sin \Theta} \right] \right]^2 \end{aligned} \quad (34)$$

gdzie $P_n^{(1)}$ jest wielomianem Legendre'a pierwszego rzędu. Z podanych wzorów wynika, że dokładny opis natężenia rozproszonego światła dany jest w postaci nieskoń-

czonowego szeregu fal cząstkowych. Podczas obliczeń wyrazy wyższych rzędów są pomijane, a parametry a_n i b_n nazywane są współczynnikami Mie:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{\psi_n(x)\psi_n'(\tilde{m}_p x) - \tilde{m}_p \psi_n(\tilde{m}_p x)\psi_n'(x)}{\xi_n(x)\psi_n'(\tilde{m}_p x) - \tilde{m}_p \psi_n(\tilde{m}_p x)\xi_n'(x)} \\ b_n &= \frac{\tilde{m}_p \psi_n(x)\psi_n'(\tilde{m}_p x) - \psi_n(\tilde{m}_p x)\psi_n'(x)}{\tilde{m}_p \xi_n(x)\psi_n'(\tilde{m}_p x) - \psi_n(\tilde{m}_p x)\xi_n'(x)} \end{aligned} \quad (35)$$

w których \tilde{m}_p jest zespolonym współczynnikiem załamania cząsteczki składającym się z części rzeczywistej (odpowiedzialnej za rozproszenie) i urojonej (odpowiedzialnej za absorpcję). Współczynnik x to zdefiniowany poprzednio równaniem (11) tzw. parametr Mie. Pozostałe elementy równania przedstawiają się następująco:

$$\begin{aligned} \psi_n(z) &= \left(\frac{\pi z}{2}\right)^{1/2} J_{n+\frac{1}{2}}(z) \\ \xi_n(z) &= \left(\frac{\pi z}{2}\right)^{1/2} H_{n+\frac{1}{2}}(z) \end{aligned} \quad (36)$$

gdzie J jest funkcją Bessela pierwszego rodzaju rzędu połówkowego, H jest funkcją Hankela drugiego rodzaju rzędu połówkowego. Ostatecznie całkowitą ekstynkcję i rozpraszanie światła na cząsteczce określają wzory:

$$\begin{aligned} C_{\text{ext}} &= \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \text{Re}\{a_n + b_n\} \\ C_{\text{scat}} &= \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2) \end{aligned} \quad (37)$$

4.5. TEORIA DDA (DISCRETE-DIPOLE APPROXIMATION)

Dokładne rozwiązania problemu rozpraszania światła możemy podać wyłącznie dla cząsteczek o określonej geometrii, przede wszystkim sfer (rozwiązanie Mie), sferoid czy nieskończonych cylindrów. Istnieją również teorie przybliżające rozpraszanie światła na cząsteczkach o dowolnym kształcie. Jedną z nich jest DDA (*Discrete-Dipole Approximation*), znana również jako CDA (*Coupled-Dipole Approximation*).

Idea aproksymacji dipolowej powstała w 1964 roku, kiedy Howard DeVoe opublikował pracę dotyczącą właściwości optycznych agregatów cząsteczek [34]. Nie zostały w niej uwzględnione efekty opóźnienia, a badane agregaty były mniejsze od długości fali. Teoria w obecnej postaci została zaproponowana przez Purcella i Penpackera w 1973 r. Przedstawili oni dielektryczny prostopadłościan, który składał się

z polaryzowalnych atomów zawieszonych w próżni. Każdy z nich miał być osobnym oscylatorem generującym pole elektromagnetyczne, zależne od padającej fali oraz odpowiedzi pozostałych oscylatorów. Oczywiście takie rozwiązanie nie było możliwe ze względu na ogromną liczbę atomów w analizowanych strukturach, dlatego też „atomem” nazwali oni polaryzowalny punkt reprezentujący pewną objętość struktury, któremu przypisujemy moment dipolowy w odpowiedzi na lokalne pole elektromagnetyczne [35]. Dipole są ułożone na trójwymiarowej siatce, w której każdy jest umiejscowiony w określonej odległości od sąsiada. Możemy pominąć siatkę i umieścić punkty przy brzegach obiektu. Takie postępowanie daje dokładniejsze wyniki, niestety pociąga za sobą pewne konsekwencje: nie możemy zastosować algorytmu FFT, który przyspiesza wykonywanie obliczeń [34]. Z tego powodu wspomniana siatka jest preferowana przez większość programistów. Zbiór polaryzowalnych punktów (zwanymi również dipolami) może tworzyć dowolną strukturę. Istnieje wiele algorytmów służących do obliczania rozpraszania światła z wykorzystaniem teorii DDA. Kod części z nich jest otwarty (np. DDScat czy AmsterdamDDA). Trwają również prace nad implementacją metody w systemach FPGA [30].

Metoda aproksymacji dipolowej daje poprawne wyniki pod warunkiem, że spełnione są następujące założenia [34, 36]:

- Moduł zespolonego współczynnika załamania światła jest mniejszy od jedności:

$$|\tilde{m}_p| < 1 \quad (38)$$

W przeciwnym wypadku przeszacowana jest absorpcja cząstki, co może prowadzić do znacznych błędów. Jeżeli nie można tego uniknąć, lepiej wykorzystać inną teorię rozpraszania światła.

- Odległość między dipolami musi być mała w porównaniu z długością padającej fali

$$|\tilde{m}_p| kd < 1 \quad (39)$$

W podanym wzorze d jest odległością między dipolami umieszczonymi na siatce, a k jest liczbą falową opisaną równaniem (16). W przypadku gdy zależy nam na dokładniejszych obliczeniach, należy zastosować bardziej rygorystyczne kryterium: we wzorze zamiast jedności powinna widnieć wartość 0,5. Podobna sytuacja zachodzi, gdy badamy rozproszenie światła na cząsteczce, której współczynnik załamania charakteryzuje się dużą wartością części urojonej.

- Liczba dipoli tworzących badaną strukturę dana jest wzorem

$$N > \left(\frac{4\pi}{3} \right) |\tilde{m}_p|^3 (ka_{eff})^3 \quad (40)$$

Parametr N mówi o liczbie wykorzystywanych dipoli, natomiast a_{eff} to efektywny promień objętości struktury. Innymi słowy – jest to promień kuli o objętości V równej objętości analizowanego układu cząstek

$$a_{eff} = \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{1/3} \quad (41)$$

Teoretycznie im więcej dipoli wykorzystamy podczas symulacji, tym wynik będzie dokładniejszy. Niestety pociąga to za sobą znaczne skomplikowanie obliczeń, a co za tym idzie wydłużenie czasu symulacji.

Problem rozpraszania elektromagnetycznego musi zostać rozwiązany dla wszystkich dipoli wchodzących w skład struktury. Każdy z nich ma określoną pozycję i polaryzowalność. Moment dipolowy można obliczyć ze wzoru

$$P_j = \alpha_j E_j \quad (42)$$

w którym j oznacza numer dipolu, α jego polaryzowalność, a E pole elektryczne zależne od padającej fali i pozostałych dipoli. Warto zaznaczyć, że nie ma jednego, uniwersalnego wzoru na obliczenie polaryzowalności. Autorzy metody (Purcell, Penny-packer) zastosowali w tym celu równanie Clausiusa–Mossottiego

$$\alpha_j^{CM} = \frac{3d^3}{4\pi} \left(\frac{\tilde{m}_p^2 - 1}{\tilde{m}_p^2 + 2} \right) = \frac{3d^3}{4\pi} \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right) \quad (43)$$

Obecnie najczęściej wykorzystywane jest równanie LDR (*Lattice Dispersion Relation*)

$$\alpha_j^{LDR} = \frac{\alpha_j^{CM}}{1 + \frac{\alpha_j^{CM}}{d^3} \left[(b_1 + \tilde{m}_p^2 b_2 + \tilde{m}_p^2 b_3 S)(kd)^2 - \frac{2}{3} i(kd)^3 \right]} \quad (44)$$

w którym $b_1 = -1,891531$, $b_2 = 0,1648469$, $b_3 = -1,7700004$ oraz

$$S = \sum_{j=1}^3 (\bar{a}_j \bar{e}_j)^2 \quad (45)$$

przy czym \bar{a}_j i \bar{e}_j są wektorami jednostkowymi określającymi kierunek i polaryzację padającej fali. W literaturze można spotkać również alternatywne rozwiązania

$$E_j = E_{inc,j} - \sum_{k \neq j} A_{jk} P_k \quad (46)$$

W przytoczonym równaniu $E_{inc,j}$ jest polem elektrycznym padającej fali w punkcie j , $-A_{jk} P_k$ jest polem elektrycznym wytworzonym przez dipol położony w punkcie k :

$$A_{jk} P_k = \frac{\exp(ikr_{jk})}{r_{jk}^3} \left\{ k^2 r_{jk} \times (r_{jk} \times P_k) + \frac{(1 - ikr_{jk})}{r_{jk}^2} \times [r_{jk}^2 P_k - 3r_{jk} (r_{jk} \cdot P_k)] \right\}, \quad j \neq k \quad (47)$$

gdzie $r_{jk} = r_j - r_k$. Podana zależność wykorzystywana jest do obliczenia macierzy A_{jk} pod warunkiem, że $j \neq k$. Ponadto należy wyznaczyć macierz dla pozostałych przypadków, czyli kiedy j jest takie samo jak k .

$$A_{jj} = \alpha_j^{-1} \quad (48)$$

Łącząc razem wszystkie omówione zależności, problem rozpraszania światła może być zwięźle sformułowany za pomocą następującego równania:

$$\sum_{k=1}^N A_{jk} P_k = E_{\text{inc},j} \quad (49)$$

Przytoczona zależność rzadko kiedy jest obliczana bezpośrednio, ponieważ jest to możliwe tylko w wypadku zastosowania małej liczby dipoli. W tym celu wykorzystuje się metody typu CCG (*Complex-Conjugate Gradient*), które polegają na iteracyjnym wyznaczeniu P . Ich zaletą jest znaczne skrócenie czasu obliczeń, który może być krytycznym czynnikiem podczas badania rozproszenia światła na dużych strukturach. Im więcej kroków zostanie wykonanych, tym rozwiązanie będzie dokładniejsze. Stosowanie opisanej metody wymaga podania początkowej wartości momentu dipolowego, zazwyczaj jest to 0. Oczywiście, w zależności od potrzeb, możemy wykorzystać różne warianty metody CCG lub innych technik polegających na iteracyjnym wyznaczeniu P [34, 36]. Ostatecznie całkowitą ekstynkcję i absorpcję światła na cząsteczce przy wykorzystaniu metody aproksymacji dipolowej określają równania

$$C_{\text{ext}} = \frac{4\pi k}{|E_{\text{inc}}|^2} \sum_{j=1}^N \text{Im}\{E_{\text{inc},j}^* \cdot P_j\}, \quad (50)$$

$$C_{\text{abs}} = \frac{4\pi k}{|E_{\text{inc}}|^2} \sum_{j=1}^N \left\{ \text{Im}\{P_j \cdot (\alpha_j^{-1})^* P_j^*\} - \frac{2}{3} k^3 P_j \cdot P_j^* \right\}$$

Całkowite rozproszenie światła można łatwo wyliczyć z zależności:

$$C_{\text{sca}} = C_{\text{ext}} - C_{\text{abs}} \quad (51)$$

Metoda DDA (podobnie jak T-Matrix) jest głównym narzędziem wykorzystanym w niniejszej pracy, dlatego warto poświęcić kilka zdań na przedstawienie dostępnych algorytmów obliczających rozproszenie światła, oraz uzasadnić wybór tego, które zostało wykorzystane do obliczeń numerycznych. Do najbardziej znanych programów należą między innymi:

4.5.1. DDSCAT

Autorami programu są Bruce Draine i Piotr Flatau [36, 37]. Napisany on został w języku Fortran-90, co zapewniło jego przenośność. W zależności od sposobu kom-

pilacji obliczenia mogą być wykonywane z pojedynczą lub podwójną precyzją. W przypadku zastosowania podwójnej precyzji otrzymane wyniki są dokładniejsze, ale symulacja wymaga odpowiednio większej liczby pamięci. DDScat wykorzystuje interfejsy MPI, OpenMP oraz Intel Math Kernel Library (MKL), dzięki czemu możliwe jest równoległe wykonywanie obliczeń na wielu procesorach. Program jest publicznie dostępny, rozpowszechniany na licencji GNU, aktualna wersja to 7,1. Autorzy przygotowali rozbudowany podręcznik użytkownika wraz z odpowiednimi przykładami. W oprogramowaniu wykorzystywany jest klasyczny algorytm FFT, polaryzowalność obliczana jest na podstawie jednej z dwóch dostępnych metod. DDScat rozwiązuje zadany problem iteracyjnie, wykorzystując wybrany wariant metody gradientów sprzężonych. Obliczana jest absorpcja, rozpraszanie światła i kompletna macierz Muellera. Program automatycznie generuje podstawowe kształty cząsteczek, na których rozpraszane jest światło, oraz umożliwia importowanie własnych struktur. Światło jest rozpraszane przez izolowane obiekty lub okresowe jedno- lub dwuwymiarowe tablice dipoli. Nie muszą być one ani homogeniczne, ani izotropowe [36, 37]. Podstawowe cechy programu DDScat przedstawione zostały w tabeli 1.

Tabela 1. Podstawowe cechy programu DDScat
Table 1. Characteristics of the DDScat code

Zalety	Wady
Powstał w 1993 roku, jest stale rozwijany	W przypadku zatrzymania pracy programu nie ma możliwości kontynuowania przerwanych obliczeń
Daje bardzo dokładne wyniki	
Umożliwia badanie struktur okresowych	
Ma rozbudowany generator struktur	
Kod programu jest publicznie dostępny	
Uwzględnia struktury anizotropowe	

Adres projektu: <http://ddscat.wikidot.com/start>

4.5.2. AMSTERDAM DDA

Program powstawał przez ponad 10 lat na uniwersytecie w Amsterdamie pod kierownictwem Alfonsa Hoekstra [37]. Po skończeniu prac kod został przepisany i usprawniony przez Maxima Yurkina [38]. W projekcie wykorzystano język programowania C, który zapewnił przenośność i niezależność od wykorzystywanej platformy. Obliczenia są wykonywane wyłącznie z podwójną precyzją, co autorzy tłumaczą stwierdzeniem, że podczas wykorzystania nowoczesnych procesorów nie wpływa to w znaczący sposób na czas trwania symulacji. Największą zaletą ADDA jest możliwość wykonywania obliczeń na klastrze komputerów. Stało się to możliwe dzięki równolegleniu pojedynczych obliczeń DDA (z wykorzystaniem interfejsu MPI). Ponadto symulacja nie jest limitowana pamięcią jednego komputera, co teoretycznie umożliwia wykorzystanie nieskończonej liczby dipoli. Program, podobnie jak

DDScat, jest publicznie dostępny i rozpowszechniany na licencji GNU. Aktualna wersja to 0,78. Powstał również rozbudowany podręcznik użytkownika. W algorytmie domyślnie stosowana jest tradycyjna transformata FFT, istnieje jednak możliwość zastąpienia jej algorytmem FFTW (*Fastest Fourier Transform in the West*). Wymaga to jednak zainstalowania dodatkowego pakietu. Autorzy dali możliwość wyboru metody wyznaczania polaryzowalności (jedną z nich jest metoda Clausiusa–Mossotiego, wykorzystywana w pierwszych algorytmach DDA) oraz wariantu metody gradientów sprzężonych. ADDA analizuje elastyczne rozproszenie światła na skończonych, trójwymiarowych obiektach zawieszonych w próżni lub nieabsorbującym, homogenicznym ośrodku. Obliczana jest absorpcja i kompletna macierz Muelera. Program ma wbudowany generator podstawowych kształtów, umożliwia również importowanie własnych struktur. Nie ma możliwości wykorzystania struktur okresowych [37, 38]. Podstawowe cechy programu Amsterdam DDA przedstawione zostały w tabeli 2.

Tabela 2. Podstawowe cechy programu Amsterdam DDA
Table 2. Characteristics of the Amsterdam DDA code

Zalety	Wady
Powstał w 2006 r., jest stale rozwijany	Nie uwzględnia struktur anizotropowych
Może być uruchomiony na klastrze komputerów	
Obliczenia są wykonywane bardzo szybko	
Ma generator struktur	
Kod programu jest publicznie dostępny	
W przypadku zatrzymania pracy programu istnieje możliwość kontynuowania przerwanych obliczeń	

Adres projektu: <http://code.google.com/p/a-dda/>

4.5.3. OPEN DDA

Program został napisany w ramach pracy doktorskiej [39]. Jego autorem jest James McDonald, który zdecydował się na wykorzystanie języka programowania C. Podobnie jak w poprzednich przypadkach zapewniło to przenośność algorytmów. OpenDDA charakteryzuje się wieloma usprawnieniami w stosunku do konkurencyjnych programów. Obliczenia, w zależności od preferencji użytkownika, wykonywane są z pojedynczą, podwójną lub rozszerzoną precyzją. Interfejsy MPI oraz OpenMP umożliwiły zrównoleglenie procesu obliczania pojedynczego DDA. Umożliwiły również lepsze dopasowanie programu do różnych architektur wykorzystywanych systemów. Największą zaletą OpenDDA jest technika *bit-fielding*, znacznie zmniejszająca ilość wymaganej pamięci. Obliczenia trójwymiarowej transformaty Fouriera przekształcane są w zbiór jednowymiarowych transformat. Takie podejście umożliwia pominięcie wielu zbędnych elementów transformaty. Przyczynia się to do wzrostu prędkości obliczeń, zmniejszenia niezbędnej ilości pamięci i możliwości zrównoleglenia procesu. Program jest darmowy, a pełna instrukcja jego obsługi została zawarta w pracy doktorskiej autora. Nie ma moż-

liwości wyboru sposobu obliczania polaryzacji, lecz istnieje możliwość wyboru wariantu metody gradientów sprzężonych. Wbudowany generator podstawowych kształtów jest bardzo ubogi i umożliwia wyłącznie zdefiniowanie sferoidy lub prostopadłościanu. Na szczęście autor zapewnił opcję importowania własnych struktur. W programie nie ma możliwości wykorzystania struktur okresowych. OpenDDA jest stosunkowo młodym rozwiązaniem (powstał w 2009 r.), przez co bardzo trudno znaleźć zarówno niezależne testy jego wydajności, jak również publikacje, w których byłby wykorzystywany. Obecnie trzeba polegać na zapewnieniach autora, który w swojej pracy porównał OpenDDA z programami, takimi jak DDScat czy AmsterdamDDA [39, 40]. Podstawowe cechy programu OpenDDA przedstawione zostały w tabeli 3.

Tabela 3. Podstawowe cechy programu OpenDDA
Table 3. Characteristics of the OpenDDA code

Zalety	Wady
Wymaga niewielkiej ilości pamięci	Powstał w 2009 r., może wymagać usprawnień
Obliczenia są wykonywane szybko	Brak niezależnych testów
Kod programu jest publicznie dostępny	Bardzo ograniczony generator struktur
	Nie uwzględnia struktur anizotropowych
	W przypadku zatrzymania pracy programu nie ma możliwości kontynuowania przerwanych obliczeń

Adres projektu: <http://www.opendda.org/>

4.5.4. POZOSTAŁE PROGRAMY

W zestawieniu pod uwagę brane były wyłącznie najbardziej znane darmowe programy, których kod jest publicznie dostępny. Jest ich oczywiście znacznie więcej. Nie zostały jednak uwzględnione w podanej liście, ponieważ nie są już rozwijane lub są wyspecjalizowane w rozwiązywaniu wyłącznie ściśle określonych problemów dotyczących rozpraszania światła. Wiele z nich bazuje zarówno na opisanym algorytmie DDScat, jak również AmsterdamDDA. Więcej informacji na temat istniejących rozwiązań można zdobyć na stronie scattport.org [41]. Drugą grupą są programy płatne, których kod nie jest publicznie dostępny. Przykładem może być ZDD czy SIRRI. Zostały one dokładnie opisane w pracy *Comparision between discrete dipole implementations and exact techniques* [37]. Ta sama publikacja udowadnia, że co prawda są one wydajne, ale porównywalne z ich darmowymi odpowiednikami. Nie charakteryzują się ani większą dokładnością, ani krótszym czasem obliczeń.

Stając przed problemem wyboru najlepszego oprogramowania, należy rozważyć wszystkie wady i zalety wymienionych algorytmów. W naszym przypadku od razu odrzuciliśmy OpenDDA jako rozwiązanie zbyt nowe, nie poddane jeszcze niezależnym testom. Ponadto niektóre błędy mogły nie zostać jeszcze odnalezione i poprawione.

Staż programu AmsterdamDDA również nie jest długi (został udostępniony w 2006 r.), ale należy pamiętać o tym, że pracował nad nim cały sztab ludzi przez

ponad 10 lat. Rozwiązanie to może być kilka razy szybsze niż DDScat [37], a ponadto ma system zapamiętywania pośrednich wyników pracy. DDScat jest najstarszy z nich i charakteryzuje się najdokładniejszymi obliczeniami [37] (porównane zostały starsze wersje programów, mianowicie DDScat 6.1 i AmsterdamDDA 0.7). Właśnie dokładność obliczeń zadecydowała o zastosowaniu tego oprogramowania w niniejszej pracy.

4.6. METODA T-MATRIX

Podobnie jak rozwiązanie Mie, wyznaczanie macierzy przejścia (*Transition Matrix*) jest jedną z najbardziej znanych i najbardziej rozpowszechnionych metod rozpraszania światła. Należy mieć na uwadze, że nazwa T-Matrix jest zazwyczaj uznawana za synonim metody *Null-Field Method* (NFM) zaproponowanej przez Watermana i to właśnie ona zostanie omówiona w niniejszej pracy. W niektórych publikacjach można ją również znaleźć pod nazwą EBCM (ang. *Extended Boundary Condition Method*), jednak według innych źródeł nazwa ta nie jest odpowiednia [42]. W rzeczywistości istnieją także inne techniki umożliwiające wyznaczenie macierzy przejścia. Możliwe jest nawet wykorzystanie w tym celu omówionej wcześniej metody DDA [43]. T-Matrix polega na bezpośrednim rozwiązaniu równań falowych Maxwella, dzięki czemu wyniki otrzymane za jej pomocą są uznawane za dokładne. Umożliwia badanie rozproszenia światła na cząsteczkach niesferycznych. Teoretycznie mogą one mieć dowolny, nawet ekstremalny kształt [44]. Praktyka pokazuje, że ich proporcje nie powinny jednak przekraczać wartości 1:4 [30]. W przeciwnym wypadku obliczenia mogą być obciążone znacznym błędem. Podobna sytuacja zachodzi podczas analizy rozpraszania światła na cząsteczce, której zespolony współczynnik załamania charakteryzuje się dużą wartością części urojonej [44].

Rozwiązanie T-Matrix polega na obliczeniu współczynników macierzy T . Nie zależą one ani od fali padającej, ani rozproszonej, tylko od kształtu cząsteczki, parametru jej wielkości, współczynnika załamania światła oraz orientacji w przestrzeni nawiązującej do wybranego układu odniesienia. Mając kompletną macierz, obliczenie rozpraszania światła na obróconej lub przesuniętej w przestrzeni cząsteczce nie stanowi większego problemu [30, 44–46].

Metoda została zaproponowana przez P.C. Watermana w 1971 roku [46]. Pozwalała na analizę rozproszonego światła na pojedynczej, homogenicznej cząsteczce. Następnie w latach 1973–1974 rozwinęli ją Bo Peterson i Staffan Ström [47]. Ich poprawki wprowadziły wielowarstwowość, a także umożliwiły badanie całych zbiorów cząsteczek niesferycznych. Od 1985 r. dzięki udoskonaleniom Akhlesha Lakhtakia, analizowane struktury mogły charakteryzować się chiralnością [46]. W przypadku cząsteczki sferycznej wzory upraszczają się do rozwiązania Mie. Z tego powodu wiele osób uznaje T-Matrix za rozwinięcie tej właśnie teorii. Na podstawie omawianej metody powstały liczne algorytmy. Bardzo popularny stał się program

napisany przez Michaela Mishchenko, Larry'ego Trivisa i Daniela Maćkowskiego [49]. Zostanie on omówiony szerzej w następnej części niniejszej pracy. Ponadto na nasze potrzeby wykorzystano program stworzony na podstawie wspomnianego wcześniej kodu.

Aby opisać rozpraszanie światła na cząsteczce o dowolnym kształcie, używamy prawoskrętnego, sferycznego układu współrzędnych, którego środek znajduje się w jej wnętrzu. Falę padającą wyraża wzór [44]

$$\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{R}) = \mathbf{E}^{\text{inc}} \exp(ik\mathbf{n}_{\text{inc}}\mathbf{R}) = (e_g^{\text{inc}}\mathbf{J}_{\text{inc}} + e_\varphi^{\text{inc}}\boldsymbol{\varphi}_{\text{inc}}) \exp(ik\mathbf{n}_{\text{inc}}\mathbf{R}) \quad (52)$$

gdzie \mathbf{n}_{inc} jest wektorem jednostkowym, definiującym kierunek propagacji. Można go również wyrazić za pomocą pary $\boldsymbol{\varphi}_{\text{inc}}$ i \mathbf{J}_{inc} (odpowiednio odległości zenitalnej i długości azymutalnej). Zachowana jest zależność $\mathbf{n}_{\text{inc}} = \mathbf{J}_{\text{inc}} \times \boldsymbol{\varphi}_{\text{inc}}$. Wektor wodzący, zaczepiony w początku układu współrzędnych symbolizuje \mathbf{R} .

Falę rozproszoną w polu dalekim ($kr \gg 1$, $r = |\mathbf{R}|$) wyraża zależność

$$\mathbf{E}^{\text{sca}}(\mathbf{R}) = e_g^{\text{sca}}(r, \mathbf{n}_{\text{sca}})\mathbf{J}_{\text{inc}} + e_\varphi^{\text{sca}}(r, \mathbf{n}_{\text{sca}})\boldsymbol{\varphi}_{\text{sca}} \quad (53)$$

Ponadto

$$\mathbf{R}\mathbf{E}^{\text{sca}}(\mathbf{R}) = 0, \quad \mathbf{n}_{\text{sca}} = \mathbf{J}_{\text{sca}} \times \boldsymbol{\varphi}_{\text{sca}} \quad (54)$$

Łącząc wszystkie zależności otrzymujemy wzór

$$\begin{bmatrix} e_g^{\text{sca}} \\ e_\varphi^{\text{sca}} \end{bmatrix} = \frac{\exp(ikr)}{r} \mathbf{S}(\mathbf{n}_{\text{sca}}, \mathbf{n}_{\text{inc}}) \begin{bmatrix} e_g^{\text{inc}} \\ e_\varphi^{\text{inc}} \end{bmatrix} \quad (55)$$

w którym \mathbf{S} jest macierzą amplitudy (2×2), przekształcającą liniowo parametry fali padającej na parametry fali rozproszonej. Zależna jest zarówno od kierunku propagacji fali padającej, rozproszonej, jak również charakterystyki analizowanej cząsteczki oraz jej orientacji w przestrzeni. W teorii T-Matrix zależności wyrażone są w następujący sposób:

$$\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{R}) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [a_{mn} \mathbf{RgM}_{mn}(k\mathbf{R}) + b_{mn} \mathbf{RgN}_{mn}(k\mathbf{R})] \quad (56)$$

$$\mathbf{E}^{\text{sca}}(\mathbf{R}) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [p_{mn} \mathbf{M}_{mn}(k\mathbf{R}) + q_{mn} \mathbf{N}_{mn}(k\mathbf{R})], \quad |\mathbf{R}| > r_0$$

gdzie a_m i b_m są parametrami fali padającej, p_{mn} i q_{mn} fali rozproszonej, a \mathbf{RgM}_{mn} , \mathbf{RgN}_{mn} , \mathbf{M}_{mn} i \mathbf{N}_{mn} są wektorowymi funkcjami sferycznymi. Niniejsza praca ma na

celu omówienie wyłącznie głównych założeń teorii T-Matrix, dlatego wspomniane funkcje nie będą szczegółowo analizowane. Więcej informacji można znaleźć w podanych pozycjach literatury [44, 48]. Parametry fali rozproszonej można sprowadzić do postaci

$$p_{mn} = \sum_{n'=1}^{\infty} \sum_{m'=-n'}^{n'} [T_{mnm'n'}^{11} a_{m'n'} + T_{mnm'n'}^{12} b_{m'n'}] \quad (57)$$

$$q_{mn} = \sum_{n'=1}^{\infty} \sum_{m'=-n'}^{n'} [T_{mnm'n'}^{21} a_{m'n'} + T_{mnm'n'}^{22} b_{m'n'}]$$

lub w bardziej zwartej formie

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^{11} & T^{12} \\ T^{21} & T^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (58)$$

Jest to fundamentalny wzór w teorii T-Matrix. Elementy macierzy są niezależne od parametrów obu fal. Wystarczy, że zostaną obliczone tylko raz, a następnie mogą być wykorzystane do analizy każdego rodzaju fali padającej i rozproszonej. Ostatecznie całkowitą ekstynkcję i rozproszenie definiują wzory:

$$C_{\text{ext}} = -\frac{2\pi}{k^2} \text{Re} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [T_{mnmnmn}^{11} + T_{mnmnmn}^{22}] \right\} \quad (59)$$

$$C_{\text{sca}} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{n'=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \sum_{m'=-n'}^{n'} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 |T_{mnm'n'}^{ij}|^2$$

Jak zostało wspomniane wcześniej, bardzo popularne stały się algorytmy napisane przez Michaela Mishchenko, Larry'ego Trivisa i Daniela Maćkowskiego. Ich kod jest publicznie dostępny z zastrzeżeniem, że nie może być wykorzystany w celach zarobkowych. Autorzy zdecydowali się na język programowania Fortran-77. Cały pakiet składa się z czterech programów badających rozproszenie światła na:

- Losowo zorientowanych, asferycznych cząsteczkach

Powstały dwie wersje programu, z podwójną i rozszerzoną precyzją. Druga z nich umożliwia analizę większych struktur (ok. 2–3 razy), lecz wymaga znacznie dłuższego czasu obliczeń (ok. 5–8 razy). Ponadto na czas pracy CPU wpływa kształt cząsteczki (im bardziej zbliżony do sfery, tym obliczenia są krótsze) oraz stosunek jej promienia objętości do długości fali. Badanie można przeprowadzić na trzech typach struktur: sferoidzie, skończonym, kołowym cylindrze i cząsteczce Chebysheva. Jako parametry wejściowe należy podać zespolony współczynnik załama-

nia światła, długość fali i liczbę analizowanych kątów rozpraszania. Ponadto należy sprecyzować dokładność obliczeń, a także określić wykorzystywany rozkład wielkości cząsteczek (logarytmiczno-normalny, gamma etc). Wielkość struktury może być wyrażona na dwa sposoby. Przez równoważny promień jej objętości lub powierzchni. Na wyjściu otrzymujemy między innymi całkowitą ekstynkcję i rozproszenie struktury oraz poszczególne elementy macierzy Stokesa w zależności od kąta rozproszenia [49].

- Asferycznych cząsteczkach o określonej orientacji

Podobnie jak w poprzednim przypadku istnieją dwie wersje programu, mające identyczne wady i zalety. Można wygenerować te same struktury (sferoida, skończony, kołowy cylinder i cząsteczka Chebysheva). Różnica polega na sposobie podawania parametrów wejściowych. Zamiast rozkładu wielkości definiujemy rozmiar cząsteczki, jej orientację w przestrzeni (rotację) oraz kierunek fali padającej i rozproszonej. Na wyjściu otrzymujemy elementy macierzy amplitudy (2×2) i fazy (4×4) [49].

- Losowo zorientowanych, dwuelementowych klastrach cząsteczek

Obliczenia są wykonywane wyłącznie z podwójną precyzją. Jako parametry wejściowe należy podać długość fali, promień cząsteczki, współczynnik załamania światła oraz odległość między środkami obu elementów układu. Każda cząsteczka może mieć inne cechy, niestety nie ma możliwości zastosowania innych struktur niż sfera. Na wyjściu otrzymujemy między innymi całkowitą ekstynkcję i rozpraszanie układu oraz poszczególne elementy macierzy Stokesa w zależności od kąta rozpraszania.

- Wielelementowych klastrach cząsteczek o losowej lub określonej orientacji

Program oferujący najwięcej możliwości z prezentowanej grupy. Został udostępniony w 1999 r. Podobnie jak w poprzednich przypadkach, autorzy zdecydowali się na wykorzystanie języka programowania Fortran-77, co zapewniło przenośność algorytmów. W styczniu 2011 r. udostępniona została jego nowsza wersja (2.1). Kod został usprawniony i przepisany do języka Fortran-90. Ponadto autorzy zadbali o szczegółowy podręcznik użytkownika wraz z odpowiednimi przykładami. Zadaniem programu jest obliczanie rozpraszania światła na zbiorach cząsteczek sferycznych. Mogą one znajdować się na dowolnych pozycjach. Każda z nich ma określony promień oraz zespolony współczynnik załamania światła. Od najnowszej wersji programu cząsteczki mogą być optycznie aktywne, co definiowane jest przez zespolony współczynnik chiralności. Dodana została również możliwość obliczania pola bliskiego, a program został zoptymalizowany do równoległej pracy na wielu procesorach. Co prawda jest możliwość zapisywania pośrednich wyników, ale nie ma możliwości wznowienia obliczeń po awarii pracy programu. Na wyjściu otrzymujemy między innymi całkowitą ekstynkcję, rozpraszanie i absorpcję układu, a także elementy macierzy rozpraszania w zależności od kąta [50]. Podstawowe cechy programu T-Matrix przedstawione zostały w tabeli 4.

Tabela 4. Podstawowe cechy programu T-Matrix
Table 4. Characteristics of the T-Matrix code

Zalety	Wady
Cząsteczki mogą być optycznie aktywne	Cząsteczki mogą być wyłącznie sferyczne
Bardzo dokładne obliczenia	W przypadku zatrzymania pracy programu nie ma możliwości kontynuowania przerwanych obliczeń
Kod programu jest publicznie dostępny	

Adres projektu: <http://eng.auburn.edu/users/dmckwski/scatcodes/>

5. TECHNIKI ROZPROSZENIA ŚWIATŁA

5.1. POMIARY NEFELOMETRYCZNE

Pomiary nefelometryczne polegają na pomiarze objętościowej funkcji rozproszenia (*volume scattering function*) przez cząstki analizowanego układu w funkcji kąta rozproszenia światła. Funkcja ta opisuje rozkład natężenia światła rozpraszanego przez dany element objętości ośrodka pod kątem θ niezależnie od natężenia światła padającego. Wyrażona jest następującym równaniem [51]:

$$\beta(\theta) = \frac{dI(\theta)}{EdV} \quad (60)$$

gdzie $dI(\theta)$ opisuje natężenie światła rozproszonego przez elementarną objętość próbki dV pod kątem θ oraz E jest natężeniem promieniowania padającego na elementarną objętość dV .

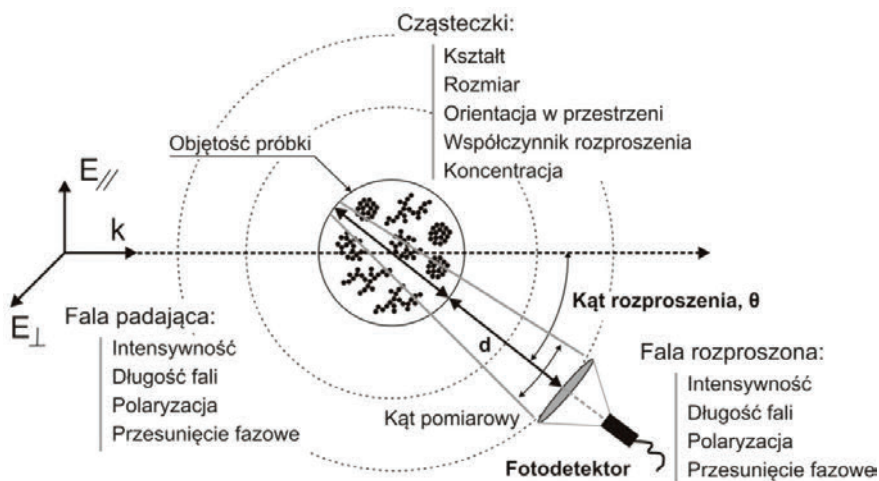
Zakładając, że całkowite rozproszenia światła pod kątem θ przez elementarną objętość układu dV można uzyskać po zsumowaniu natężeń pochodzących od cząstek o różnych promieniach, otrzymujemy następującą postać objętościowej funkcji rozproszenia [52]:

$$\beta(\theta) = \int_0^{\infty} N_v \frac{1}{k^2} S_{11}(\theta, r_p) f(r_p) dr_p \quad (61)$$

gdzie N_v oznacza całkowitą liczbę cząstek w jednostce objętości układu dyspersyjnego, funkcja $S_{11}(\theta, r_p)$ jest zależna od wykorzystanej teorii rozproszenia światła, a poszukiwany rozkład wielkości cząstek dany jest funkcją $f(r_p)$. W przypadku bardziej złożonych modeli fazy rozproszonej (np. dla modelu fraktalnego), funkcja $S_{11}(\theta, r_p)$ jest również zależna od parametrów opisujących dany model. W omawianym przypadku są to: wymiar fraktalny D_f , współczynnik skalujący k_f oraz promień bezwładności agregatu R_g .

Schemat klasycznego układu pomiarowego wykorzystywanego w nefelometrii przedstawiono na rysunku 12. Składa się on ze źródła światła monochromatycznego

w postaci lasera, próbki z badanym układem dyspersyjnym, fotodetektora zamocowanego na goniometrze umożliwiającym obracanie układu i precyzyjne pomiary kąta obrotu oraz dodatkowych elementów optycznych i regulujących.



Rys. 12. Układ pomiarowy do nefelometrii
Fig. 12. Experimental setup for nephelometry

5.2. POMIARY TURBIDYMETRYCZNE

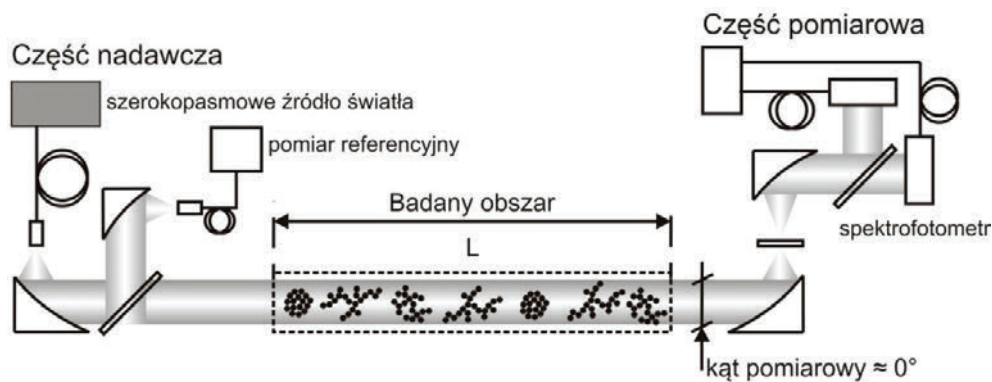
Turbidymetria polega na analizie całkowitej ekstynkcji (osłabienia) promieniowania elektromagnetycznego po przejściu przez próbkę zawierającą cząsteczki fazy rozproszonej. Pomiary przeprowadza się zwykle dla możliwie szerokiego zakresu promieniowania, uzyskując w ten sposób zależność ekstynkcji od długości padającej fali.

W klasycznych metodach, ze względu na trudności związane z dokładnym wyznaczeniem parametrów elementów optycznych, zazwyczaj zamiast wykonywania pomiarów absolutnych wykonuje się pomiar transmitancji. Uzyskany w ten sposób wynik może zostać opisany następującym równaniem:

$$\ln[T(\lambda_i)] = A \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} Q_{\text{ext}}(\lambda_i, d_p, \tilde{m}_p) \frac{V(D)}{D} dD \quad (62)$$

w którym: $T(\lambda_i)$ jest transmitancją ośrodka, $V(D)$ jest poszukiwanym rozkładem wielkości cząstek, A jest stałą proporcjonalną do długości drogi optycznej w ośrodku, Q_{ext} jest absolutną ekstynkcją ośrodka, a λ_i , d_p , \tilde{m}_p to odpowiednio długość fali padającej,

średnica cząstek oraz zespolony współczynnik załamania światła. Po zastosowaniu modelu fraktalnego do opisu fazy rozproszonej, podobnie jak w przypadku pomiarów nefelometrycznych, również w turbidymetrii jądro równania uzależnione jest dodatkowo od parametrów opisujących model, czyli wymiaru fraktalnego, promienia bezwładności agregatów oraz współczynnika skalującego.



Rys. 13. Układ pomiarowy do turbidymetrii
 Fig. 13. Experimental setup for turbidity analysis

Schemat klasycznego układu pomiarowego wykorzystywanego w turbidymetrii przedstawiono na rysunku 13. Składa się on z szerokokopasmowego źródła światła, układu optycznego, cylindrycznej komory z analizowanymi próbkami oraz spektrofotometru. W celu uniknięcia zjawiska dyspersji światła, zamiast soczewek, zastosowano zwierciadła paraboliczne. Na stanowisku zrealizowanym na potrzeby niniejszej pracy wykorzystano halogenowo-deuterowe źródło promieniowania o zakresie 175–2000 nm oraz spektrofotometr MAYA 2000 Pro umożliwiający 16-bitowy pomiar z rozdzielczością widmową 0,5 nm, w zakresie 220–1040 nm.

6. PROBLEM ODWROTNY W ANALIZIE WIELKOŚCI CZĄSTEK UKŁADÓW DYSPERSYJNYCH Z WYKORZYSTANIEM TECHNIK ROZPROSZENIA ŚWIATŁA

6.1. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

W klasyfikacji metrologicznej pomiary wykorzystujące techniki rozproszenia światła należą do grupy pomiarów pośrednich [53]. Oznacza to, że aproksymacji poszukiwanej wartości rzeczywistej nie da się uzyskać wprost, opierając się na da-

nych pomiarowych, lecz stosując model fizyczny zjawiska wykorzystywanego podczas pomiarów. W przypadku opisanych w niniejszym opracowaniu metod opartych na technikach rozproszenia światła, pośredni charakter procesu wynika z tego, że mierzonymi parametrami są właściwości światła rozproszonego przez układ dyspersyjny, a nie bezpośrednio właściwości cząstek tego układu. Tym samym dopiero zastosowanie modelu fizycznego zjawiska rozproszenia światła przez cząsteczki fazy rozproszonej umożliwia dokonanie inwersji danych pomiarowych i estymowanie ich rzeczywistych parametrów [25, 51]. Procedura taka niesie za sobą dodatkowy błąd wynikający nie tylko, jak w przypadku pomiarów bezpośrednich, z niedokładności zastosowanych przyrządów, lecz również wynikający z niedokładności opisu rzeczywistości przez model danego zjawiska. Należy również wspomnieć, że po zastąpieniu modelu fizycznego modelem matematycznym, możliwe jest otrzymanie ilościowych wartości błędu pomiarowego [51]. W przedstawionych zagadnieniach modelami fizycznymi wykorzystywanymi podczas inwersji są opisane we wcześniejszej części analityczne rozwiązania teorii Mie (T-Matrix, DDA etc.). Zagadnienie odwrócenia danych pomiarowych na podstawie modelu fizycznego nosi nazwę problemu odwrotnego i stanowi bardzo złożone, a zarazem istotne zadanie w teorii pomiarów.

Koncepcja tzw. źle postawionego problemu odwrotnego (*ill-posed inverse problem*) sięga początków XX w., kiedy to Jacques Hadamard zdefiniował go jako sytuację, w której rozwiązanie $f(a)$ układu równań liniowych nie jest jednoznaczne, nie występuje dla każdej funkcji wejściowej $g(y)$ lub nie jest opisane za pomocą funkcji ciągłej [25, 54–56]. Powoduje to znaczne trudności i dużą niestabilność rozwiązania. Jacques Hadamard uważał, że problem źle postawiony jest „sztuczny” i nie może występować w opisie systemów rzeczywistych. Szybko okazało się jednak, że był w błędzie, ponieważ istnieje bardzo szerokie spektrum zjawisk rzeczywistych, których rozwiązanie wykazuje opisywane właściwości. Wśród nich istotne miejsce zajmują zagadnienia związane z rozproszeniem światła przez cząstki bądź układy cząstek. Ponadto należy również wspomnieć, że nawet niewielkie zaburzenie danych wejściowych może powodować bardzo duże zniekształcenia rozwiązania $f(a)$. Właściwość ta zwana jest złym uwarunkowaniem (*ill-conditioning*) zagadnienia odwrotnego.

Zarówno pomiary nefelometryczne, jak i turbidymetryczne, przedstawione w niniejszym opracowaniu, prowadzą do modelu matematycznego opisywanego równaniem całkowym Fredholma pierwszego rodzaju [25, 51, 57, 58]. Uzyskana w pomiarach nefelometrycznych zależność opisana równaniem (61), jak i w turbidymetrii (62), stanowi klasyczny przykład źle postawionego i źle uwarunkowanego problemu odwrotnego. Równanie całkowite Fredholma pierwszego rodzaju przyjmuje w formie ogólnej następującą postać:

$$g(y) = \int_0^{\infty} F(y, a) f(a) da \quad (63)$$

gdzie funkcja $g(y)$ jest charakterystyką kątową rozproszenia światła (w pomiarach nefelometrycznych) lub zależnością ekstynkcji w funkcji długości padającej fali świetlnej (w pomiarach turbidymetrycznych), a $F(y, a)$ jest jądrem równania całkowego zależnym zarówno od wykorzystywanej teorii rozproszenia, jak również bieżącej charakterystyki rozproszenia światła.

W przypadku pomiarów turbidymetrycznych równanie całkowe Fredholma jest wyrażone jako

$$\bar{I}(\bar{D}, \sigma_d, \tilde{m}_p, \lambda_0) = \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} I(\bar{D}, \sigma_d, \tilde{m}_p, \lambda_0) f(D) dD \quad (64)$$

gdzie $\bar{I}(\bar{D}, \sigma_d, \tilde{m}_p, \lambda_0)$ jest zarejestrowanym eksperymentalnie profilem ekstynkcji światła, a $f(D)$ to poszukiwany rozkład wielkości cząstek. W tym miejscu należy zwrócić uwagę na fakt, że funkcja ta jest zależna jedynie od średnicy cząstek w przypadku analizy układu zawierającego pojedyncze cząstki. Jeżeli w analizowanym ośrodku występują agregaty, to poszukiwana wartość jest dodatkowo funkcją wymiaru fraktalnego D_f , promienia bezwładności agregatu R_g i współczynnika skalującego k_f .

Przedstawione właściwości problemu odwrotnego sprawiają, że charakteryzuje się on więcej niż jednym rozwiązaniem, którego wybór zależy w bezpośredni sposób od przyjętych warunków granicznych. W wielu sytuacjach wybór zagadnień granicznych jest jednak z góry podyktowany uproszczeniami przyjmowanymi w modelu zjawiska rozproszenia światła, co nie zawsze daje gwarancję istnienia rozwiązania.

6.2. METODY ROZWIĄZANIA PROBLEMU ODWROTNEGO

Najczęściej stosowaną metodą rozwiązania równania całkowego Fredholma pierwszego rodzaju jest algorytm liniowego rozwiązania zagadnienia najmniejszych kwadratów z zastosowaniem odpowiednio dobranej schematu regularyzacji macierzy [54, 59, 60]. W tym celu równanie całkowe Fredholma opisane zależnością (63) musi zostać przedstawione w dyskretnej postaci macierzowej

$$\mathbf{A}\mathbf{f} = \mathbf{g}, \quad \mathbf{A} \in R^{m \times n} \quad (65)$$

gdzie w przypadku pomiarów turbidymetrycznych wektor danych eksperymentalnych opisany jest zależnością:

$$\mathbf{g} = [g(\lambda_1) \ g(\lambda_2) \ \dots \ g(\lambda_m)]^T \quad (66)$$

a poszukiwany wektor (np. dyskretny rozkład wielkości cząstek) ma postać:

$$\mathbf{f} = [f(a_1) f(a_2) \dots f(a_n)]^T \quad (67)$$

Macierz \mathbf{A} stanowią dane uzyskane za pomocą modelu symulacyjnego i przyjmuje ona następującą formę:

$$(A)_{ij} = A(\lambda_i, a_j)\Delta a, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n \quad (68)$$

Współczynnik Δa może być definiowany w różny sposób w zależności od przyjętej metody dyskretyzacji równania całkowego Fredholma [52]. Poszukiwana funkcja rozkładu powinna dodatkowo spełniać dwa kryteria: musi być funkcją nieujemną oraz znormalizowaną

$$f(D) \geq 0 \quad \text{dla każdego } D \in (D_{\min}, D_{\max}) \quad (69)$$

$$\int_{D_{\min}}^{D_{\max}} f(D) dD = 1$$

Warunek nieujemności funkcji rozkładu jest z założenia prawdziwy, ponieważ zarówno promień cząstek, jak i promień bezwładności agregatów czy ich wymiar fraktalny są wartościami nieujemnymi. Normalizację należy wykonać za pomocą jednego z dostępnych algorytmów. Obie zależności przyjmują w postaci dyskretnej następującą formę:

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &\geq 0_q \\ \mathbf{w}^T \mathbf{f} &= 1 \end{aligned} \quad (70)$$

gdzie wektor $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$ określa współczynniki aproksymacji numerycznej [52]. Rozwiązanie problemu odwrotnego (65) sprowadza się zatem do równania algebraicznego postaci

$$\mathbf{f} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{g} \quad (71)$$

W tak przedstawionym zagadnieniu, ze względu na złe postawienie i słabe uwarunkowanie problemu, powstaje wiele numerycznych trudności, które czynią je bardzo trudnym do rozwiązania. Dlatego też zazwyczaj dąży się do minimalizacji różnicy $\|\mathbf{A}\mathbf{f} - \mathbf{g}\|$ przez zastosowanie procedury liniowego rozwiązania zagadnienia najmniejszych kwadratów:

$$\min_{\mathbf{f}} \|\mathbf{A}\mathbf{f} - \mathbf{g}\|_2, \quad \mathbf{A} \in R^{m \times n} \quad (72)$$

Charakterystyczną cechą problemu odwrotnego jest fakt, że kolejne wartości osobliwe macierzy rozwiązania są coraz mniejsze i dążą do zera, a stosunek po-

między największą i najmniejszą niezerową wartością osobliwą jest bardzo duży. Słabe uwarunkowanie zagadnienia odwrotnego jest spowodowane wygładzającymi właściwościami operatora liniowego reprezentowanego przez macierz \mathbf{A} [52, 54, 55]. Dlatego też, aby poprawić stabilności i dokładności rozwiązania, stosuje się regularyzację macierzy \mathbf{A} . Polega ona na wymnożeniu przez współczynniki wagowe, zwane również współczynnikami filtrującymi. Do najczęściej stosowanych metod regularyzacji należą:

- regularyzacja Tikhonova,
- regularyzacja Tikhonova z ograniczeniami,
- obcięty rozkład na wartości osobliwe (TSVD – *Truncated Singular Value Decomposition*),
- zmodyfikowany obcięty rozkład na wartości osobliwe (MTSVD – *Modified Truncated Singular Value Decomposition*),
- Metoda Maksymalnej Entropii (*Maximum Entropy Regularization*).

Często stosowanymi metodami rozwiązania równania całkowego Fredholma są również nieliniowe procedury iteracyjne [2, 9]. Należą do nich, między innymi:

- metoda Twomeya,
- metoda Twomeya–Markowskiego.

Należy ponadto wspomnieć o metodzie momentów opracowanej dla techniki pomiarowej wykorzystującej rozproszenie światła dla małych kątów, która umożliwia charakterystykę rozkładu wielkości cząstek układu dyspersyjnego bez konieczności rozwiązania równania całkowego Fredholma [61].

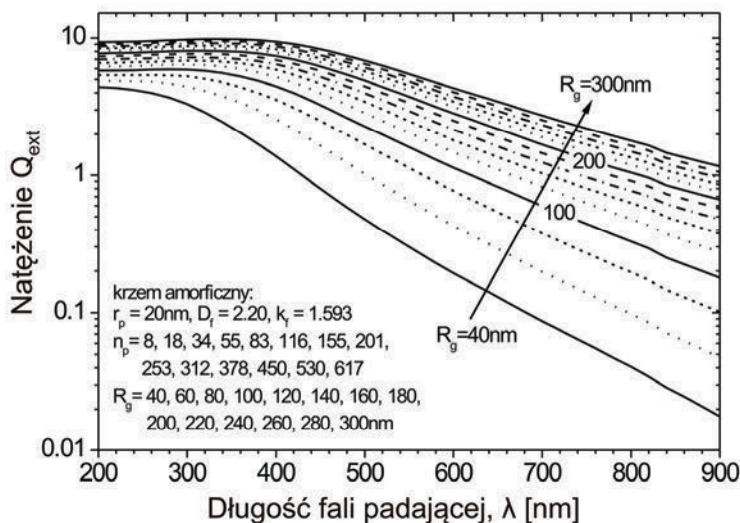
7. ROZWIĄZANIE PROBLEMU ODWROTNEGO W POMIARACH TURBIDYMETRYCZNYCH – BADANIA SYMULACYJNE

Na potrzeby niniejszej pracy przeprowadzono badania symulacyjne pomiarów turbidymetrycznych agregatów nanocząstek amorficznego krzemu. Wykorzystując agregaty DLA, zrealizowane zostały dwie obszerne bazy danych z wynikami rozproszenia światła przez agregaty o różnych parametrach. Pierwsza z nich powstała z wykorzystaniem oprogramowania T-Matrix, druga za pomocą algorytmu DDScat. Otrzymane wyniki posłużyły następnie do inwersji danych w modelu odwrotnym oraz estymacji rozkładów wielkości symulowanych sygnałów pomiarowych.

Parametry wykorzystanych agregatów:

- wymiar fraktalny $D_f = 2,20$,
- promień pojedynczych cząstek w agregacie (monomerów) $r_p = 20$ nm,
- liczba pojedynczych cząstek w agregacie od $n_p = 8$ do $n_p = 617$, w zależności od wielkości promienia bezwładności,

- promień bezwładności w przedziale od $R_g = 40$ nm do $R_g = 300$ nm zwiększany z krokiem co 5 nm,
 - wartości współczynnika załamania światła zmienne w funkcji długości padającej fali zaczerpnięte zostały z bazy danych firmy Sopra S.A. [62] dostępnej na jej stronach internetowych,
 - długość padającej fali świetlnej w przedziale od $\lambda = 200$ nm do $\lambda = 900$ nm.
- Znormalizowana ekstynkcyjność wyznaczona za pomocą symulacji T-Matrix przedstawiona została na rysunku 14. Ze względu na czytelność wykresu dla wybranych agregatów ($R_g = 40, 60, \dots, 300$ nm).



Rys. 14. Znormalizowana ekstynkcyjność agregatów amorficznego krzemu o wymiarze fraktalnym 2,20 i promieniu pojedynczych cząstek 20 nm dla różnych wartości promienia bezwładności. Wyniki symulacji T-Matrix

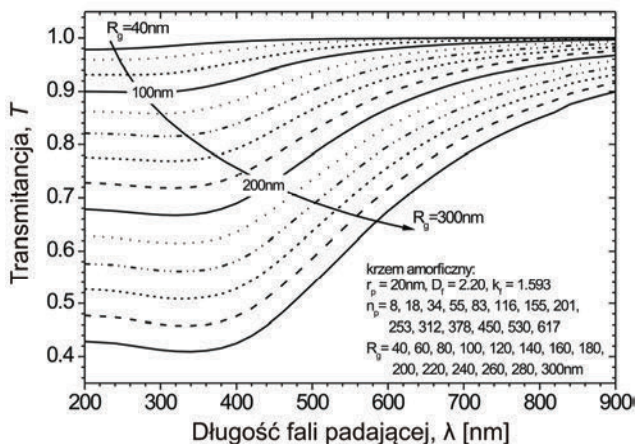
Fig. 14. Normalized extinction cross section for the fractal aggregates of amorphous silicon with fractal dimension 2.20, radius of monomers 20 nm and various radius of gyration. Results of the T-Matrix simulations

Jak już wspomniano wcześniej, mierzona w turbidymetrii transmitancja promieniowania $T(\lambda)$ wynika z prawa Lamberta–Beera i jest dana zależnością

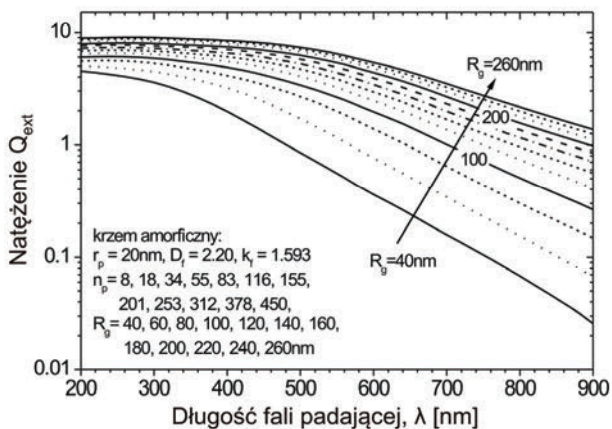
$$T(\lambda) = \frac{I(\lambda)}{I_0(\lambda)} = e^{-L\tau} \quad (73)$$

w której L jest długością drogi optycznej; $\tau = N\sigma_{\text{ext}}$, gdzie N określa całkowitą liczbę cząsteczek na drodze optycznej oraz σ_{ext} jest zmierzoną ekstynkcyjnością promieniowania elektromagnetycznego.

Mając wyznaczoną ekstynkcję analizowanych cząstek oraz szacując ich liczbę w badanej próbce, można wyznaczyć transmitancję ośrodka. Zależność uzyskaną za pomocą symulacji T-Matrix przedstawiono na rysunku 15. Ze względu na czytelność wykresu tak jak poprzednio, przedstawiono jedynie wybrane symulacje.

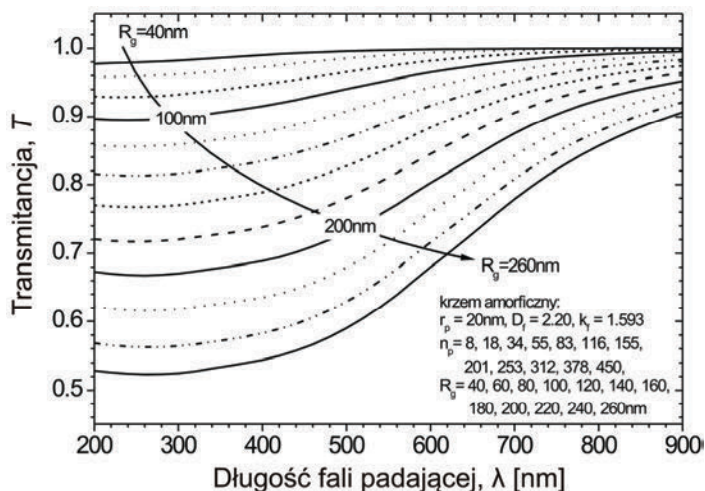


Rys. 15. Transmitancja ośrodka zawierającego agregaty amorficznego krzemu o wymiarze fraktalnym 2,20 i promieniu pojedynczych monomerów 20 nm. Wyniki symulacji T-Matrix
 Fig. 15. Spectral transmission of the amorphous silicon with fractal dimension 2.20 and radius of single monomers 20 nm. Results of the T-Matrix simulations



Rys. 16. Znormalizowana ekstynkcja agregatów amorficznego krzemu o wymiarze fraktalnym 2,20 i promieniu pojedynczych cząstek 20 nm dla różnych wartości promienia bezwładności.
 Wyniki symulacji DDScat

Fig. 16. Normalized extinction cross section for fractal aggregates of amorphous silicon with fractal dimension 2.20, radius of monomers 20 nm and various radius of gyration.
 Results of the DDScat simulations



Rys. 17. Transmitancja ośrodka zawierającego agregaty amorficznego krzemu o wymiarze fraktalnym 2,20 i promieniu pojedynczych monomerów równym 20 nm. Wyniki symulacji DDScat

Fig. 17. Spectral transmission of the amorphous silicon with fractal dimension 2.20 and radius of single monomers 20 nm. Results of the DDScat simulations

Analogicznie do przypadku algorytmu T-Matrix, również dla symulacji DDScat wyznaczono ekstynkcję, a następnie transmitancję agregatów amorficznego krzemu. Znormalizowana ekstynkcja przedstawiona została na rysunku 16. Ze względu na czytelność wykresu, przedstawiono jedynie wybrane agregaty ($R_g = 40, 60, \dots, 260$ nm).

Wykorzystując przedstawione zależności również w przypadku symulacji DDScat, wyznaczono transmitancję ośrodka. Tak samo jak poprzednio została ona zaprezentowana dla wybranych agregatów ($R_g = 40, 60, \dots, 260$ nm) na rysunku 17.

7.1. ESTYMACJA ROZKŁADU PROMIENIA BEZWŁADNOŚCI AGREGATÓW – SYMULACJE T-MATRIX

W tabelach 5–10 przedstawiono wyniki estymacji rozkładu wielkości promienia bezwładności R_g agregatów amorficznego krzemu. Wielkość ta została wybrana jako najbardziej charakterystyczna w opisie całkowitego rozmiaru agregatu.

Zastosowana procedura odwrotna polega na dyskretyzacji równania transmitancji i minimalizacji różnicy pomiędzy zmierzoną transmitancją a tą wyznaczoną numerycznie. Jak już wspomniano wcześniej, prowadzi to do zależności zapisanej równaniem całkowym Fredholma pierwszego rodzaju. W przedstawionych symulacjach do inwersji danych pomiarowych wykorzystano algorytm liniowego rozwiązania zagadnienia najmniejszych kwadratów z ograniczeniami [63, 64]: $\min_{f>0} \|(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \gamma \mathbf{H})\mathbf{f} - \mathbf{A}^T \mathbf{g}\|^2$, gdzie \mathbf{A} jest macierzą

ekstynkcji wyznaczoną podczas symulacji numerycznych, γ Lagranżjanem analizowanej funkcji, \mathbf{H} to macierz wygładzająca, której zadaniem jest stabilizacja rozwiązania, \mathbf{g} to dyskretny wektor pomiarowy, a \mathbf{f} jest wektorem zawierającym poszukiwany rozkład wielkości.

Do przeprowadzenia przedstawionych symulacji wykorzystano zrealizowaną uprzednio bazę zawierającą ekstynkcję promieniowania elektromagnetycznego agregatów o promieniu bezwładności od 40 do 300 nm. Inwersję przeprowadzono dla wybranych wartości promienia bezwładności. Badania symulacyjne wykonano zarówno dla cząsteczek monodispersyjnych (pojedyncza wartość promienia bezwładności), jak i dla dwóch różnych wartości polidispersji (skwantowany rozkład Gaussa z odchyleniem standardowym 5 nm oraz 10 nm). Sprawdzone również odporność algorytmu na zakłócenia pomiarowe, dodając do odwracanych sygnałów addytywny szum biały o wartości maksymalnej równej 1% wartości maksymalnej sygnału symulacyjnego. W tabeli 5 przedstawiono wyniki inwersji danych dla agregatów monodispersyjnych w przypadku sygnałów bez dodatku szumu.

Tabela 5. Estymacja promienia bezwładności agregatów dla sygnałów idealnych
Table 5. Radius of gyration estimation for ideal signals

Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]
60 ± 0	60 ± 0,001	180 ± 0	180 ± 0,044
80 ± 0	78,961 ± 5,528	200 ± 0	189,095 ± 37,741
100 ± 0	100 ± 0,001	220 ± 0	220 ± 0,001
120 ± 0	120 ± 0,001	240 ± 0	240 ± 0,089
140 ± 0	140 ± 0	260 ± 0	260 ± 0,006
160 ± 0	160 ± 0,001	280 ± 0	280 ± 0,001

Tabela 6. Estymacja promienia bezwładności agregatów dla sygnałów z 1% addytywnego szumu białego
Table 6. Radius of gyration estimation for signals with 1% of additive white noise

Nominalny promień bezwładności [nm]	Estymowany promień bezwładności [nm]	Nominalny promień bezwładności [nm]	Estymowany promień bezwładności [nm]
60 ± 0	59,020 ± 5,337	180 ± 0	176,828 ± 19,709
80 ± 0	78,706 ± 7,1555	200 ± 0	184,622 ± 45,336
100 ± 0	99,133 ± 7,976	220 ± 0	218,793 ± 13,238
120 ± 0	119,467 ± 7,297	240 ± 0	227,587 ± 47,676
140 ± 0	140,236 ± 2,158	260 ± 0	257,310 ± 18,038
160 ± 0	157,968 ± 11,062	280 ± 0	280,473 ± 2,62

W tabeli 6 zaprezentowano inwersję dla agregatów monodispersyjnych, w których do sygnału symulacyjnego dodano addytywny szum biały o wartości maksymalnej równej 1% maksymalnej wartości modelowanego sygnału.

Wyniki badań symulacyjnych analogiczne do przedstawionych w tabelach 5 i 6, lecz przeprowadzone dla agregatów polidispersyjnych o promieniu bezwładności opisanym rozkładem Gaussa z odchyleniem standardowym równym 5 nm zawarto w tabeli 7 (dla sygnału niezaszumionego) oraz w tabeli 8 (dla sygnału z 1% addytywnego szumu białego).

Tabela 7. Estymacja promienia bezwładności agregatów w przypadku polidispersji
Table 7. Radius of gyration estimation of polydisperse aggregates

Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]
60 ± 5	59,66 ± 5,767	180 ± 5	179,318 ± 10,812
80 ± 5	79,553 ± 5,983	200 ± 5	193,882 ± 28,305
100 ± 5	99,045 ± 9,261	220 ± 5	218,617 ± 16,570
120 ± 5	119,316 ± 8,494	240 ± 5	238,754 ± 16,525
140 ± 5	138,609 ± 12,847	260 ± 5	258,279 ± 20,856
160 ± 5	157,750 ± 16,727	280 ± 5	277,880 ± 21,545

Tabela 8. Estymacja promienia bezwładności agregatów w przypadku polidispersji dla sygnałów z 1% addytywnego szumu białego
Table 8. Radius of gyration estimation of polydisperse aggregates for signals with 1% of additive white noise

Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]
60 ± 5	60,562 ± 3,458	180 ± 5	179,504 ± 10,353
80 ± 5	79,616 ± 6,975	200 ± 5	188,284 ± 41,452
100 ± 5	100,000 ± 5,057	220 ± 5	219,066 ± 13,666
120 ± 5	118,455 ± 11,625	240 ± 5	237,574 ± 23,150
140 ± 5	138,077 ± 15,358	260 ± 5	259,885 ± 13,122
160 ± 5	159,161 ± 4,010	280 ± 5	277,477 ± 18,99

Symulacje analogiczne do poprzednich, lecz przeprowadzone z założeniem polidispersji opisanej rozkładem Gaussa z odchyleniem standardowym równym 10 nm, przedstawiono odpowiednio w tabeli 9 (sygnał niezaszumiony) i w tabeli 10 (sygnał z dodatkiem 1% addytywnego szumu białego).

Dla przedstawionych w tabeli 7 wyników estymacji promienia bezwładności agregatów w przypadku oczekiwanej wartości promienia bezwładności danej rozkładem Gaussa o odchyleniu standardowym $\sigma = 5$ nm przygotowano histogramy zamieszczone na rysunkach 18–23. Ułatwiają one lepsze zrozumienie charakteru modelu odwrotnego niż jedynie wyników liczbowych przedstawionych w tabelach.

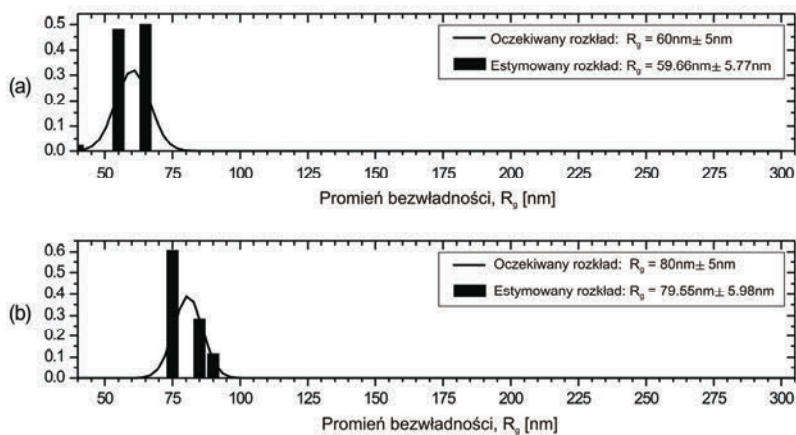
Tabela 9. Estymacja promienia bezwładności agregatów w przypadku polidispersji agregatów
 Table 9. Radius of gyration estimation of polydisperse aggregates

Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]
60 ± 10	59,332 ± 10,131	180 ± 10	178,089 ± 18,385
80 ± 10	89,851 ± 8,907	200 ± 10	195,257 ± 26,852
100 ± 10	99,709 ± 10,533	220 ± 10	214,695 ± 31,923
120 ± 10	119,647 ± 10,452	240 ± 10	237,678 ± 22,933
140 ± 10	136,972 ± 20,175	260 ± 10	259,947 ± 11,746
160 ± 10	157,277 ± 19,990	280 ± 10	277,123 ± 27,059

Tabela 10. Estymacja promienia bezwładności R_g agregatów w przypadku polidispersji dla sygnałów z 1% addytywnego szumu białego

Table 10. Radius of gyration estimation of polydisperse R_g aggregates for signals with 1% of additive white noise

Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]
60 ± 10	59,982 ± 8,645	180 ± 10	167,443 ± 42,083
80 ± 10	78,502 ± 13,057	200 ± 10	193,317 ± 31,423
100 ± 10	99,725 ± 9,244	220 ± 10	219,635 ± 11,904
120 ± 10	120,401 ± 7,645	240 ± 10	238,128 ± 24,930
140 ± 10	134,347 ± 26,365	260 ± 10	258,152 ± 17,902
160 ± 10	158,393 ± 13,977	280 ± 10	271,669 ± 42,160

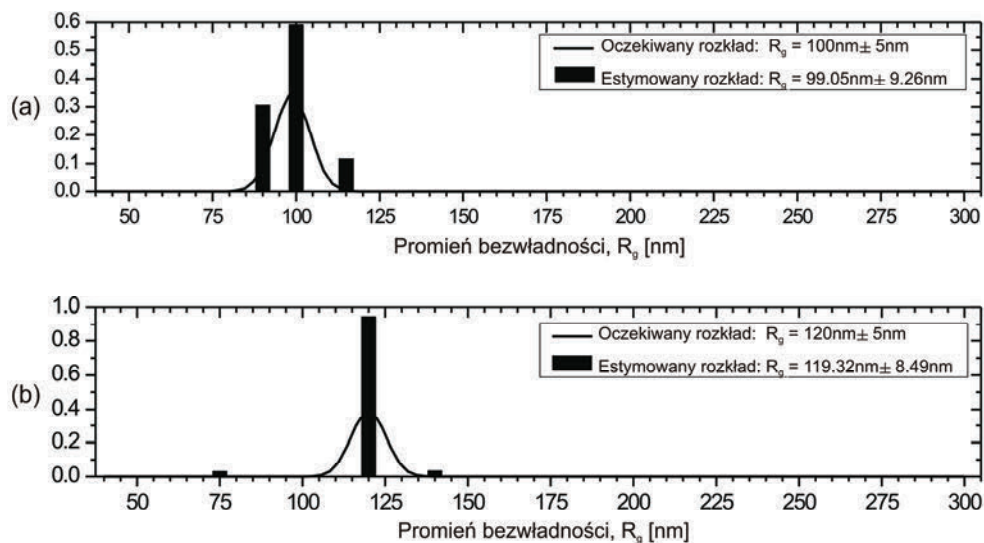


Rys. 18. Estymacja promienia bezwładności agregatów dla oczekiwanego rozkładu

$R_g = 60$ nm, $\sigma = 5$ nm (a) oraz $R_g = 80$ nm, $\sigma = 5$ nm (b)

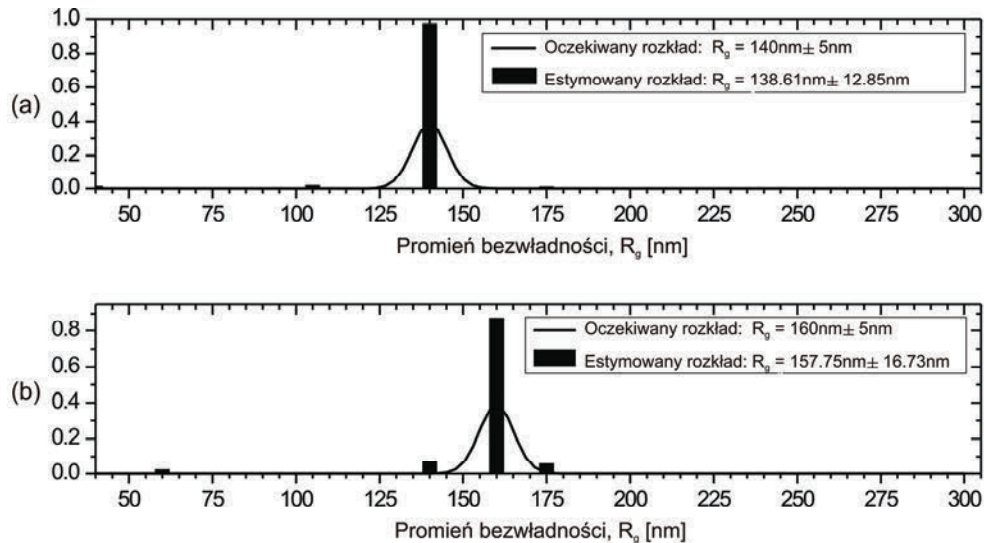
Fig. 18. Radius of gyration estimation for polydisperse aggregates with

$R_g = 60$ nm, $\sigma = 5$ nm (a) and $R_g = 80$ nm, $\sigma = 5$ nm (b)



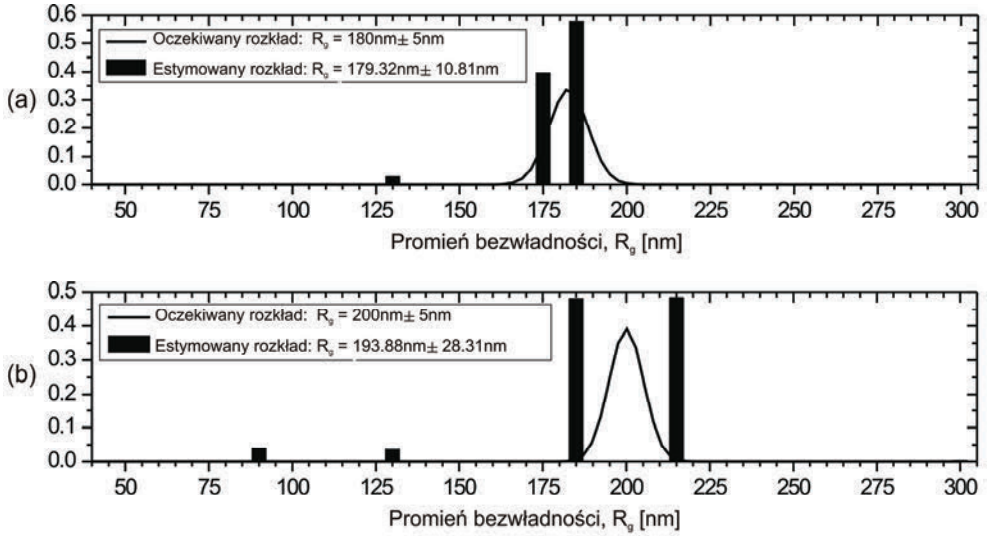
Rys. 19. Estymacja promienia bezwładności agregatów dla oczekiwanego rozkładu $R_g = 100\text{ nm}$, $\sigma = 5\text{ nm}$ (a) oraz $R_g = 120\text{ nm}$, $\sigma = 5\text{ nm}$ (b)

Fig. 19. Radius of gyration estimation for polydisperse aggregates with $R_g = 100\text{ nm}$, $\sigma = 5\text{ nm}$ (a) and $R_g = 120\text{ nm}$, $\sigma = 5\text{ nm}$ (b)



Rys. 20. Estymacja promienia bezwładności agregatów dla oczekiwanego rozkładu $R_g = 140\text{ nm}$, $\sigma = 5\text{ nm}$ (a) oraz $R_g = 160\text{ nm}$, $\sigma = 5\text{ nm}$ (b)

Fig. 20. Radius of gyration estimation for polydisperse aggregates with $R_g = 140\text{ nm}$, $\sigma = 5\text{ nm}$ (a) and $R_g = 160\text{ nm}$, $\sigma = 5\text{ nm}$ (b)

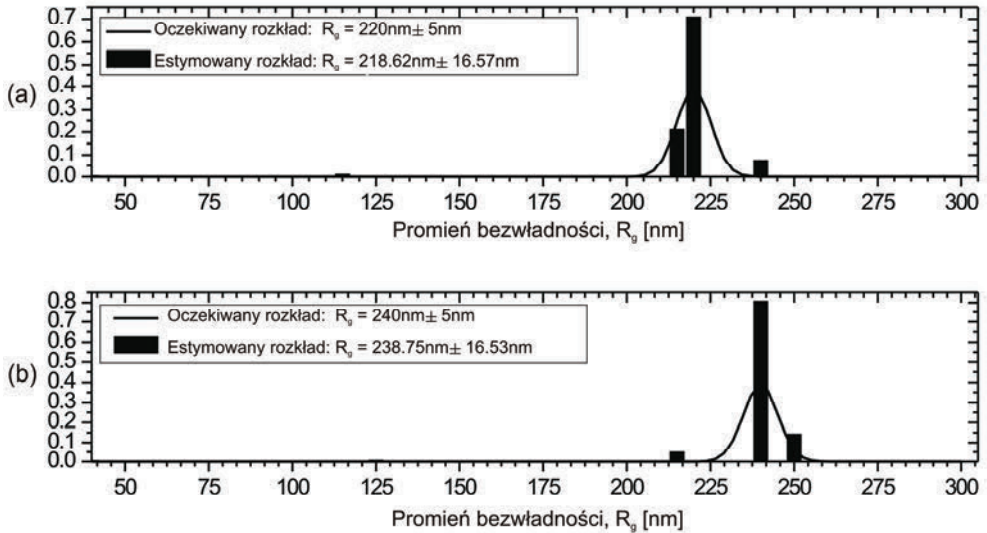


Rys. 21. Estymacja promienia bezwładności agregatów dla oczekiwanego rozkładu

$R_g = 180$ nm, $\sigma = 5$ nm (a) oraz $R_g = 200$ nm, $\sigma = 5$ nm (b)

Fig. 21. Radius of gyration estimation for polydisperse aggregates with

$R_g = 180$ nm, $\sigma = 5$ nm (a) and $R_g = 200$ nm, $\sigma = 5$ nm (b)

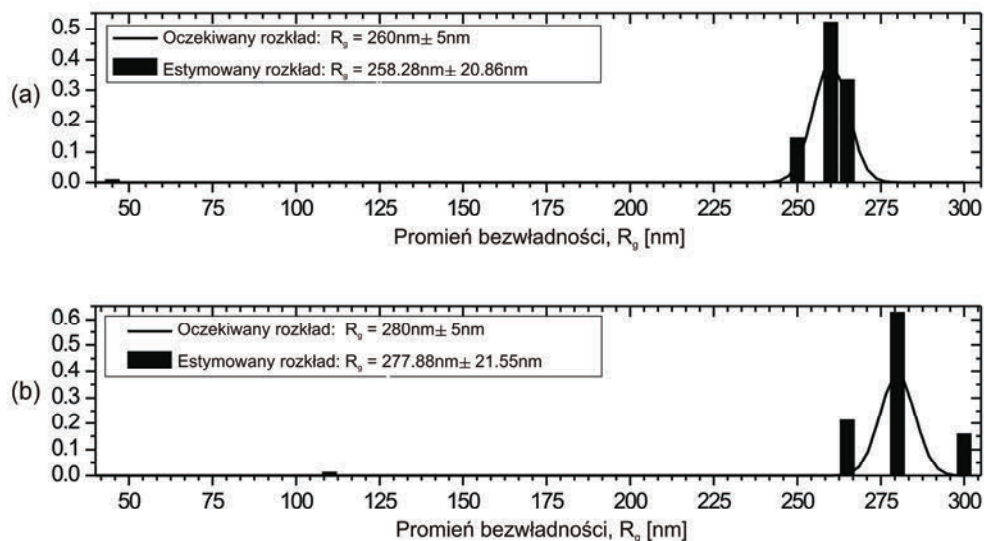


Rys. 22. Estymacja promienia bezwładności agregatów dla oczekiwanego rozkładu

$R_g = 220$ nm, $\sigma = 5$ nm (a) oraz $R_g = 240$ nm, $\sigma = 5$ nm (b)

Fig. 22. Radius of gyration estimation for polydisperse aggregates with

$R_g = 220$ nm, $\sigma = 5$ nm (a) and $R_g = 240$ nm, $\sigma = 5$ nm (b)



Rys. 23. Estymacja promienia bezwładności agregatów dla oczekiwanego rozkładu $R_g = 260 \text{ nm}$, $\sigma = 5 \text{ nm}$ (a) oraz $R_g = 280 \text{ nm}$, $\sigma = 5 \text{ nm}$ (b)

Fig. 23. Radius of gyration estimation for polydisperse aggregates with $R_g = 260 \text{ nm}$, $\sigma = 5 \text{ nm}$ (a) and $R_g = 280 \text{ nm}$, $\sigma = 5 \text{ nm}$ (b)

7.2. ESTYMACJA ROZKŁADU PROMIENIA BEZWŁADNOŚCI AGREGATÓW – SYMULACJE DDSCAT

Obliczenia w przypadku programu DDScat zostały przeprowadzone w analogiczny sposób do przypadku metody T-Matrix. Przedstawione zostały w następnych tabelach, porównane ze sobą zostały zarówno sygnały idealne i zakłócone (1% szumu białego).

Tabela 11. Estymacja promienia bezwładności agregatów dla sygnałów idealnych
Table 11. Radius of gyration estimation for ideal signals

Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]
60 ± 0	$60 \pm 0,017$	160 ± 0	$155,031 \pm 22,779$
80 ± 0	$80 \pm 0,0$	180 ± 0	$180 \pm 0,010$
100 ± 0	$100 \pm 0,002$	200 ± 0	$200,00 \pm 0,157$
120 ± 0	$120 \pm 0,001$	220 ± 0	$218,158 \pm 17,774$
140 ± 0	$140 \pm 0,0$	240 ± 0	$240 \pm 0,193$

Tabela 12. Estymacja promienia bezwładności agregatów dla sygnałów z 1% addytywnego szumu białego

Table 12. Radius of gyration estimation for signals with 1% of additive white noise

Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]
60 ± 0	59,842 ± 0,874	160 ± 0	156,761 ± 16,980
80 ± 0	79,200 ± 6,321	180 ± 0	175,188 ± 20,748
100 ± 0	100,043 ± 0,926	200 ± 0	199,353 ± 6,282
120 ± 0	120,299 ± 2,719	220 ± 0	218,420 ± 12,602
140 ± 0	136,607 ± 15,725	240 ± 0	235,671 ± 17,046

Tabela 13. Estymacja promienia bezwładności agregatów w przypadku polidispersji agregatów

Table 13. Radius of gyration estimation of polydisperse aggregates

Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]
60 ± 5	60,133 ± 5,104	160 ± 5	157,071 ± 18,770
80 ± 5	79,878 ± 6,170	180 ± 5	177,605 ± 18,978
100 ± 5	98,997 ± 8,538	200 ± 5	198,354 ± 14,066
120 ± 5	118,032 ± 13,527	220 ± 5	218,355 ± 17,345
140 ± 5	139,698 ± 9,063	240 ± 5	239,059 ± 10,479

Tabela 14. Estymacja promienia bezwładności agregatów w przypadku polidispersji dla sygnałów z 1% addytywnego szumu białego

Table 14. Radius of gyration estimation of polydisperse aggregates for signals with 1% of additive white noise

Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]
60 ± 5	60,243 ± 4,967	160 ± 5	159,171 ± 6,721
80 ± 5	80,369 ± 4,604	180 ± 5	179,001 ± 10,927
100 ± 5	96,382 ± 15,599	200 ± 5	199,822 ± 6,228
120 ± 5	117,604 ± 15,190	220 ± 5	216,586 ± 29,055
140 ± 5	134,105 ± 24,672	240 ± 5	234,946 ± 30,866

Tabela 15. Estymacja promienia bezwładności agregatów w przypadku polidispersji agregatów
Table 15. Radius of gyration estimation of polydisperse aggregates

Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]
60 ± 10	$60,224 \pm 8,974$	160 ± 10	$157,247 \pm 20,111$
80 ± 10	$80,289 \pm 9,212$	180 ± 10	$175,948 \pm 25,840$
100 ± 10	$98,086 \pm 14,088$	200 ± 10	$197,094 \pm 21,297$
120 ± 10	$117,083 \pm 17,572$	220 ± 10	$217,431 \pm 21,277$
140 ± 10	$139,821 \pm 11,536$		

Tabela 16. Estymacja promienia bezwładności agregatów w przypadku polidispersji dla sygnałów z 1% addytywnego szumu białego

Table 16. Radius of gyration estimation of polydisperse aggregates for signals with 1% of additive white noise

Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Nominalny promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]	Estymowany promień bezwładności $R_g \pm \sigma$ [nm]
60 ± 10	$60,016 \pm 8,997$	160 ± 10	$154,972 \pm 26,337$
80 ± 10	$79,379 \pm 10,516$	180 ± 10	$181,406 \pm 5,786$
100 ± 10	$98,497 \pm 13,928$	200 ± 10	$200,334 \pm 3,828$
120 ± 10	$116,406 \pm 19,777$	220 ± 10	$216,960 \pm 21,343$
140 ± 10	$133,622 \pm 26,472$		

7.3. ESTYMACJA ROZKŁADU PROMIENIA BEZWŁADNOŚCI – WNIOSKI

Przedstawiony algorytm inwersji danych pomiarowych umożliwia estymację wartości średniej zadanego rozkładu z dużą dokładnością. Nawet w przypadku zaszumionego sygnału uzyskiwane wartości pokrywają się z danymi wejściowymi. Algorytm nie jest jednak w stanie wiernie odtworzyć kształtu zadanego rozkładu, stąd, pomimo dokładnych wartości średnich, duże różnice w odchyleniu standardowym i rozmieszczeniu estymowanych prążków. Takie zachowanie modelu odwrotnego jest spowodowane skwantowaniem danych wejściowych – dane symulacyjne znajdują się w tabeli, w której promień bezwładności zwiększa się co 5 nm.

8. PODSUMOWANIE

Obecnie jest wiele algorytmów umożliwiających wyznaczenie rozproszenia światła przez różnego rodzaju cząsteczki. Niektóre z nich są wzajemnie komplementarne, część może być wykorzystana do rozwiązania podobnych problemów obliczeniowych.

Stając przed wyborem właściwego modelu symulacyjnego, należy uwzględnić liczne czynniki takie, jak: dokładność obliczeń, zakres parametrów wejściowych (ekstremalny kształt, rozmiar i liczba analizowanych cząsteczek) oraz złożoność obliczeniową. Kolejnym etapem jest właściwy dobór sposobu rozwiązania problemu odwrotnego oraz konstrukcja stanowiska pomiarowego.

W niniejszej pracy omówiono szerzej najczęściej stosowane modele symulacyjne takie, jak teoria Rayleigha, teoria Rayleigha–Gansa–Deybeya (RGD), teoria Rayleigha–Gansa–Deybeya dla agregatów fraktalnych (RGD-FA), teoria Mie, metoda T-Matrix oraz teoria DDA (*Discrete Dipole Approximation*). Przedstawiono również dostępne kody symulacyjne oraz nakreślono ich wady i zalety.

Ponadto w pracy przedstawiono wyniki symulacyjne ekstynkcji promieniowania elektromagnetycznego przez agregaty amorficznego krzemu. Do modelowania nano-cząstek wykorzystano opracowany przez autorów program realizujący algorytm DLA. Wykorzystując model odwrotny, stworzony na podstawie liniowego rozwiązania zagadnienia najmniejszych kwadratów i danych numerycznych dokonano inwersji danych symulacyjnych.

LITERATURA

- [1] Buzea C., Pacheco I.I., Robbie K., *Nanomaterials and nanoparticles: Sources and toxicity*, Biointerphases, Vol. 2, 17–71, 2007.
- [2] SciVerse Scopus: <http://www.scopus.com>, 2011.
- [3] Roduner E., *Size matters: why nanomaterials are different*, Chemical Society Reviews, Vol. 35, 583–592, 2006.
- [4] Falconer K., *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*, West Sussex: John Wiley & Sons, Ltd, 2003.
- [5] Penrose R., *Nowy Umysł Cesarza*, PWN, 1995.
- [6] Shishikura M., *The Hausdorff dimension of the boundary of the Mandelbrot set and Julia sets*, Annals of Mathematics, Vol. 147, 225–267, 1998.
- [7] Kamata S., Bndou Y., *A new algorithm for N-Dimensional Hilbert scanning*, Transactions on Image Processing IEEE, Vol. 8, 964–973.
- [8] Pentland A.P., *Fractal-based description of natural scenes*, Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence IEEE, Vol. PAMI-6, 661–674, 1984.
- [9] Jacquin A.E., *Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformations*, Transactions on Image Processing IEEE, Vol. 1, 18–30, 1992.
- [10] Bushell G.C., Yan Y.D., Woodfield D., Raper J., Amal R., *On techniques for the measurement of the mass fractal dimension of aggregates*, Advances in Colloid and Interface Science, Vol. 95, 1–50, 2002.
- [11] Weitz D.A., Oliveria M., *Fractal Structures Formed by Kinetic Aggregation of Aqueous Gold Colloids*, Physical Review Letters, Vol. 52, 1433–1436, 1984.
- [12] Lin M.Y., Lindsay H.M., Weitz D.A., Ball R.C., Klein R., Meakin P., *Universality of Fractal Aggregates as Probed by Light scattering*, Proceedings of the Royal Society of London, Vol. 423, 71–87, 1989.
- [13] Cai J., Lu N., Sorensen C.M., *Analysis of Fractal Cluster Morphology Parameters: Structural Coefficient and Density Autocorrelation Function Cutoff*, Journal of Colloid and Interface Science, Vol. 171, 470–473, 1995.

- [14] Koçylu U.O., Faeth G.M., Farias T.L., Carvalho M.G., *Fractal and projected structure properties of soot aggregates*, Combustion and Flame, Vol. 100, 621–633, 1995.
- [15] Puri R., Richardson T.F., Santoro R.J., Dobbins R.A., *Aerosol dynamic processes of soot aggregates in a laminar ethene diffusion flame*, Combustion and Flame, Vol. 92, 320–333, 1993.
- [16] Ouf F. X., Yon J., Ausset P., Coppalle A., Maille M., *Influence of Sampling and Storage Protocol on Fractal Morphology of Soot Studied by Transmission Electron Microscopy*, Aerosol Science and Technology, Vol. 44, 1005–1017, 2010.
- [17] Sorensen C.M., *Light Scattering by Fractal Aggregates: A Review*, Aerosol Science and Technology, Vol. 35, 648–687, 1997.
- [18] Farias T.L., *Evaluation of Light Scattering Theories for Fractal Aggregates*, [w:] Instituto Superior Tecnico, Vol. Ph.D. Thesis, Lisbon: Universidade Tecnica de Lisboa, 165, 1997.
- [19] Bau S., Witschger O., Gensdarmes F., Rastioix O., Thomas D., *A TEM-based method as an alternative to the BET method for measuring off-line the specific surface area of nanoaerosols*, Powder Technology, Vol. 200, 190–201, 2010.
- [20] Lapuerta M., Martos F.J., Martín-Gonzalez G., *Geometrical determination of the lacunarity of agglomerates with integer fractal dimension*, Journal of Colloid and Interface Science, Vol. 346, 2009.
- [21] Hanrahan P., Krueger W., *Reflection from Layered Surfaces due to Subsurface Scattering*, Proceeding SIGGRAPH '93, Proceedings of the 20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, 1993.
- [22] Quinten M., *Optical properties of nanoparticle systems*, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2011.
- [23] Bohren C.F., Huffman D. R., *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, John Wiley and Sons, Inc., 1998.
- [24] Mroczka J., Woźniak M., *Metrologiczne uwarunkowania modelu fraktalnego fazy rozproszonej w analizie właściwości cząstek układów dyspersyjnych z wykorzystaniem światła rozproszonego*, [w:] *Problemy metrologii elektronicznej i fotonicznej*, cz. 4, Wrocław, Oficyna Wydawnicza PWr., 2011.
- [25] Xu R., *Particle Characterization: Light Scattering Methods*, New York, Kluwert Academic Publisher, 2002.
- [26] Koçylu U.O., Faeth G.M., *Structure of overfire soot in buoyant turbulent diffusion flames at long residence times*, Combustion and Flame, Vol. 89, 140–156, 1992.
- [27] Koçylu U.O., Faeth G.M., *Optical properties of overfire soot in buoyant turbulent diffusion flames at long residence times*, Journal of Heat Transfer, Vol. 116, 152–159, 1994.
- [28] Kazakov A., Frenklach M., *Dynamic modeling of soot particle coagulation and aggregation: implementation with the method of moments and application to high-pressure laminar premixed flames*, Combustion and Flame, Vol. 114, 484–501, 1998.
- [29] Mie G., *Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen*, Ann. Phys., Vol. 330, 377–445, 1908.
- [30] Wriedt T., *Light scattering theories and computer codes*, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, Vol. 110, 833–843, 2009.
- [31] Hahn D.W., *Light scattering Theory*, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Florida 2009.
- [32] Wriedt T., *Mie theory 1908–2008 – Introduction to the conference*, Institut für Werkstofftechnik, Universität Bremen, Germany 2008.
- [33] Webb P., *Introduction to the latest ANSI/ISO standard for laser particle size analysis – A primer on particle sizing by static laser light scattering*, Technical Workshop Series, 2000.
- [34] Draine B.T., Flatau P.J., *Discrete dipole approximation for scattering calculations*, J. Opt. Soc. Am. A., Vol. 11, 1491–1499, 1994.

- [35] Purcell E.M., Pennypacker C.R., *Scattering and absorption of light by nonspherical dielectric grains*, The Astrophysical Journal, Vol. 186, 707–714, 1973.
- [36] Draine B.T., Flatau P.J., *User Guide for the Discrete Dipole Approximation Code DDSCAT 7.1*, Instrumentation and Methods for Astrophysics, 2010.
- [37] Penttila A., Zubko E., Lumme K., Muinonen K., Yurkin M., Draine B., Rahola J., Hoekstra A., Shkuratov Y., *Comparison between discrete dipole implementations and exact techniques*, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, Vol. 106, 417–436, 2007.
- [38] Yurkin M., Hoekstra A., *User Manual for the Discrete Dipole Approximation Code Amsterdam DDA*, 2008.
- [39] McDonald J., *OpenDDA: a novel high-performance computational framework for the discrete dipole approximation*, [w:] School of Physics, Vol. Ph.D. Thesis Galway, National University of Ireland, 2007.
- [40] McDonald J., Golden A., Jennings S.G., *OpenDDA – a novel high-performance computational framework for the discrete dipole approximation*, International Journal of High Performance Computing Applications, Vol. 23, 42–61, 2009.
- [41] Wriedt T., *ScattPort*, <http://www.scattport.org/>, Wrzesień 2011.
- [42] Kyurkchan A.G., Smirnova N.I., *Solution of wave diffraction problems by the null-field method*, Acoustical Physics, Vol. 55, 691–697, 2009.
- [43] Loke V.L.Y., Menguc P.M., Nieminen T.A., *Discrete-dipole approximation with surface interaction: Computational toolbox for MATLAB*, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, Vol. 122, 1711–1725, 2011.
- [44] Mishchenko M.I., Travis L.D., Mackowski D.W., *T-matrix computations of light scattering by nonspherical particles: a review*, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, Vol. 55, 535–575, 1996.
- [45] Waterman P.C., *Matrix formulation of electromagnetic scattering*, Proceedings of the IEEE, Vol. 53, 805–812, 1965.
- [46] Waterman P.C., *Symmetry, Unitarity, and Geometry in Electromagnetic Scattering*, Physical Review D, Vol. 3, 825–839, 1971.
- [47] Peterson B., Ström S., *T-Matrix formulation of electromagnetic scattering from multilayered scatterers*, Physical Review D, Vol. 10, 2670–2684, 1974.
- [48] Mishchenko M.I., *Electromagnetic scattering by nonspherical particles: A tutorial review*, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, Vol. 110, 808–832, 2009.
- [49] Mishchenko M., Travis L.D., *Capabilities and limitations of a current Fortran implementation of the T-Matrix method for randomly oriented, rotationally oriented symmetric scatterers*, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, Vol. 60, 309–324, 1998.
- [50] Mackowski D., *A multiple sphere T-Matrix Fortran code for use on parallel computer cluster. Version 2.1*, Department of Mechanical Engineering, Auburn University, Auburn 2011.
- [51] Mroczka J., *Metrologiczne problemy wykorzystania światła rozproszonego do badań rozkładu wielkości cząstek w roztworach dyspersyjnych*, Metrologia i Systemy Pomiarowe, Warszawa, 1990.
- [52] Szczuczyński D.K., Mroczka J., *Matematyczno-fizyczne uwarunkowania zagadnienia odwrotnego w analizie wielkości cząstek układów dyspersyjnych z wykorzystaniem rozproszenia światła*, [w:] Problemy metrologii elektronicznej i fotonicznej, cz. 2, Wrocław, Oficyna Wydawnicza PWr., 2009.
- [53] Piotrowski J., *Teoria pomiarów. Pomiar w fizyce i technice*, Warszawa, PWN, 1986.
- [54] Hansen P.C., *Regularization Tools version 4.0 for Matlab 7.3*, Numerical Algorithms, Vol. 46, 189–194, 2007.
- [55] Hansen P.C., *Regularization Tools. A Matlab Package for Analysis and Solution of Discrete Ill-Posed Problems*. Version 4.1 for Matlab 7.3, Informatics and Mathematical Modelling Building 321, Technical University of Denmark DK-2800 Lyngby, Denmark, March 2008.
- [56] Hadamard J., *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations*, New Haven, 1923.

- [57] Jones A.R., *Light scattering for particle characterization*, Progr. Energy Combust. Sci., Vol. 25, 1–53, 1992.
- [58] Piskorek A., *Równania całkowe. Elementy teorii i zastosowania*, Warszawa, WNT, 1997.
- [59] Mroczka J., Szczuczyński D.K., *Inverse problems formulated in terms of first-kind Fredholm integral equations in indirect measurements*, Metrology and Measurement Systems, Vol. 16, 333–357, 2009.
- [60] Mroczka J., Szczuczyński D.K., *Improved regularized solution of the inverse problem in turbidimetric measurements*, Applied Optics, Vol. 49, 4591–4603, 2010.
- [61] Mroczka J., *Method of moments in light scattering data inversion in the particle size distribution function*, Optics Communications, Vol. 99, 147–151, 1993.
- [62] Sopra S.A., *Refractive Indexes Database*, Sopra S.A. <http://www.sopra-sa.com>, 2010.
- [63] Twomey S., *Introduction to the Mathematics in Remote Sensing and Indirect Measurement*, New York, Elsevier, 1979.
- [64] Hansen P.C., *Regularization Tools: A Matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems*, Numerical Algorithms, Vol. 6, 1–35, 1994.

DIRECT AND INVERSE PROBLEM IN THE ANALYSIS OF NANOPARTICLE AGGREGATES WITH LIGHT SCATTERING TECHNIQUES AND FRACTAL MODEL IN THE DISPERSED PHASE DESCRIPTION

The study presents selected aspects of the light scattering modelling by aggregates of nanoparticles. It shows methods for the inverse problem solution in the indirect measurements with light scattering techniques. We outline the foundation of the fractal theory and methods for its application for description of the disperse systems. Afterwards, a lot of attention has been paid to the description of the simulation models currently used for the light scattering phenomena. We present also the most popular programming codes: their applications, advantages and disadvantages. In the current work we discuss experimental setups for turbidity and nephelometry. Then, inverse problem for the measurements with light scattering techniques is formulated. We present also methods for its solution. The last part of this study presents numerical results of the light extinction by aggregates of amorphous silicon particles. Moreover, using inverse model created in the framework of this research we estimated distribution of the radius of gyration for simulated signals.

Ryszard ROMANIUK*

ŚWIATŁOWODY NIATELEKOMUNIKACYJNE

Praca zawiera wybrane zagadnienia dotyczące analizy i projektowania, a także metrologii światłowodów kształtowanych. Za światłowody kształtowane przyjmuje się złożone konstrukcyjnie włókna optyczne stosowane do funkcjonalnego przetwarzania sygnału optycznego, a nie do transmisji sygnału na duże odległości. Z tego względu można nazwać takie włókna instrumentalnymi. Rozważane są: właściwości transmisyjne, transformacja sygnału optycznego, charakterystyki światłowodów, wrażliwość na oddziaływanie. Technika światłowodów kształtowanych oferuje szerszy wybór narzędzi projektowania samego włókna optycznego i następnie wykonywanych z niego elementów i urządzeń światłowodowych, niż klasyczna technika światłowodów telekomunikacyjnych. Konsekwencją są odmienne problemy metrologiczne. Cena, którą płacimy za rozszerzenie swobody projektowania jest: większa stratność światłowodów, gorsze właściwości mechaniczne i słabsza stabilność chemiczna. Świat praktycznych zastosowań włókien optycznych niatelekomunikacyjnych już obecnie zdecydował, że jest to cena warta zapłacenia. Niniejsza praca, przez analizę aktualnych problemów badawczych i technicznych, próbuje znaleźć nowe przyczynki do takiej pozytywnej odpowiedzi, a w konsekwencji do rozszerzenia zastosowań tych włókien. W obszarze zastosowań optoelektronicznych elementów funkcjonalnych, a szczególnie czujników, światłowody instrumentalne konkurują z innymi technikami, np. elektronicznymi, chemicznymi i mechatronicznymi, lub przeciwnie – tworzą wspólnie z nimi systemy hybrydowe o nowych właściwościach.

1. WPROWADZENIE

Pierwsze próby wykonania niskostratnych światłowodów niatelekomunikacyjnych z ultraczystych szkieł optycznych podążały klasyczną metodą szklarską. Stosowano specjalnie przetworzone składniki. Szklą wieloskładnikowe SLS (wapniowo-sodowe) i SBS (borokrzemiany) były topione z materiałów oczyszczonych z metali przejściowych do poziomu pojedynczych ppb, takimi metodami, jak: wymiana jonowa, elektroliza, rekrytalizacja, ekstrakcja rozpuszczalników, topienie strefowe. Tak otrzymane szkła wyjściowe były topione, klarowane, wyciągane do postaci pręta i wprowadzane do

* Instytut Systemów Elektronicznych, Politechnika Warszawska.

systemu podwójnego tygla. System ciągłego wyciągania składał się z zestawu koncentrycznych tygli platynowych lub krzemionkowych. Strumień szkła wypływał z górnego tygla ze szkłem rdzeniowym, przechodził przez rezerwuar szkła płaszczowego i był koncentrycznie pokrywany płaszczem optycznym w czasie przechodzenia przez dyszę/kryzę w dolnym tyglu. Czas i temperatura kontaktu szkieł w fazie roztopionej w tyglu płaszczowym była kontrolowana w celu umożliwienia dyfuzji ruchliwych jonów modyfikatorów i utworzenia gradientowego profilu refrakcyjnego w światłowodzie. W światłowodach wielomodowych paraboliczny rozkład współczynnika załamania w przekroju poprzecznym minimalizował dyspersję międzymodową.

Mimo prostoty, z tą technologią związane były trudności utrzymania czystości procesu wyciągania światłowodu. Szkła wieloskładnikowe mają większe straty wewnętrzne (rozpraszania i absorpcji) i gorsze właściwości mechaniczne niż czyste szkło krzemionkowe. Głównym problemem było powtórne wprowadzanie zanieczyszczeń do szkieł światłowodowych podczas ich dalszej obróbki i wytwarzania światłowodu. Rekontaminacja jest źródłem strat światłowodów instrumentalnych. Poziom zanieczyszczeń wzrastał z ppb w substratach do ppm w światłowodzie. W celu zlikwidowania źródeł zanieczyszczeń proces zamknięto w czystym laboratorium. Postęp osiągnięto, kontrolując wartościowość pierwiastków zanieczyszczeń przez utrzymywanie ciśnienia cząstkowego tlenu w atmosferze ponad szkłem i odpowiednich warunków redukcyjno-utleniających wewnątrz topionego szkła. Absorpcja w zakresie bliskiej podczerwieni przez jony żelaza Fe^{3+} i miedzi Cu^{2+} , dwa główne zanieczyszczenia, mogła być zmniejszona przez zmianę ich wartościowości do Fe^{2+} i Cu^{+} oraz utlenienie. Ten sam mechanizm zastosowano do utlenienia innych metali przejściowych, stale obecnych w szklach wieloskładnikowych, jak: Mn, Ni, Cr, V. Obniżono straty całkowite światłowodów ze szkieł wieloskładnikowych do poziomu poniżej 5 dB/km dla $\lambda = 0,9 \mu m$. Dla tej samej długości fali światłowod telekomunikacyjny ma straty poniżej 1,5 dB/km.

Inne sposoby musiały być zastosowane w celu obniżenia strat tych światłowodów dla dłuższych fal, związanych z oknami transmisyjnymi 1,3 μm oraz 1,5 μm . Rodzaje drgań podstawowych układu kation–tlen w amorficznej sieci szkła wieloskładnikowego powodują przesunięcie długofalowej krawędzi absorpcji w kierunku krótszych fal, w porównaniu z czystym szkłem krzemionkowym, chyba że jest to szkło ciężkie. Szerokość przerwy energetycznej w szkłe wieloskładnikowym jest mniejsza. Okno przezroczystości dla szkieł lekkich jest zawężone z obu stron. Zanieczyszczenie jonami hydroksylowymi OH^{-} jest związane z ich stosunkowo silnym uwiązaniem w strukturze szkła wieloskładnikowego. Poprawa warunków obróbki szkła i wyciągania światłowodu nie może znacznie obniżyć strat w tym zakresie spektralnym. Niskostratne światłowody ze szkieł wieloskładnikowych musiały być przesunięte do zastosowań poza telekomunikacją. Światłowody odpowiednie do zastosowań teletransmisyjnych produkowane są metodą CVD syntezy ultraczystego szkła krzemionkowego z $SiCl_4$.

Obok stratności, czynnikiem, który zdecydował o zastosowaniu telekomunikacyjnym bądź nitelekomunikacyjnym światłowodów było to jak bardzo włókno optyczne jest odporne na oddziaływania zewnętrzne i wewnętrzne (z transmitowaną falą), mogące w jakikolwiek sposób zakłócić transmisję sygnału cyfrowego. Oczywiście możliwe jest indukowanie takich interakcji w specjalnych celach. Obecnie wykonywany jest ze światłowodów telekomunikacyjnych, ale także kształtowanych, szeroki zakres biernych i aktywnych elementów światłowodowych dla telekomunikacji, takich jak: modulatory, polaryzatory, izolatory, sprzęgacze, przełączniki. Budowane są czujniki światłowodowe, często o znacznych czułościach w porównaniu z elementami wykonywanymi innymi technikami. Czujniki światłowodowe, bazujące na zmianach parametru światłowodu przez wielkość zewnętrzną, wykorzystują selektywne właściwości uczulonego szkła, specjalnej domieszki lub odpowiedniej konstrukcji włókna optycznego do aktywacji procesów interakcji pomiędzy światłowodem i środowiskiem lub światłowodem i falą optyczną, w celu modulacji sygnału optycznego proporcjonalnej do takiej interakcji. Szczególnie atrakcyjne w przypadku światłowodów są rozłożone pomiary takich pól jak naprężenia akustyczne, magnetyczne, elektryczne, termiczne, a także budowa matryc MOEMS.

Początkowo czujniki i elementy funkcjonalne były wykonywane ze standardowych światłowodów telekomunikacyjnych, głównie z powodu ich dostępności rynkowej. Światłowody telekomunikacyjne mają stałe, gwarantowane przez katalogowego wytwórcę, wrażliwości środowiskowe swoich parametrów transmisyjnych. Jednak idealny światłowód telekomunikacyjny powinien być izotropowy i nieczuły na oddziaływania środowiskowe. Tak więc jego parametry są nieodpowiednie do projektowania czujników i niektórych funkcjonalnych elementów światłowodowych. Na specyfikę światłowodów nitelekomunikacyjnych zwrócono uwagę na świecie już na początku lat siedemdziesiątych XX w. Jednak dopiero pod koniec lat osiemdziesiątych XX w. można zaobserwować znaczny wzrost zainteresowania technologią i zastosowaniami światłowodów kształtowanych o zwiększonych lub obniżonych czułościach na różne wielkości mierzone oraz o właściwościach anizotropowych [1–3]. W tym czasie światłowody kształtowane nie były dostępne komercyjnie.

Jednym z pierwszych rodzajów włókien kształtowanych, wykonywanych metodą CVD, były światłowody nieliniowe [4, 5] oraz dwójłomne, utrzymujące polaryzację [6], i jednopolarizacyjne [7, 8]. Światłowody polaryzacyjne używane są do budowy żyroskopów światłowodowych (interferometr Sagnaca) [9, 10] i interferometrów Michelsona, Macha–Zehndera [11], oraz Fabry–Perota [12], a także systemów czujnikowych fazowych i optycznej transmisji jednopolarizacyjnej i koherentnej [13, 44]. Rzeczywisty jednomodowy światłowód telekomunikacyjny nie jest idealnie izotropowy [45] bądź z powodów technologicznych, bądź przez wpływ środowiska. Mod podstawowy (zdegenerowany w warunkach izotropowości) składa się z dwóch składowych ortogonalnych o nieco różnych stałych propagacji. Lokalne wartości obu stałych propagacji zmieniają się przypadkowo wzdłuż światłowodu i tak zmienia się stan po-

laryzacji propagowanej fali w dwóch ortogonalnych modach podstawowych. Do grupy światłowodów polaryzacyjnych należą włókna o kształcie litery D [46] i części płaskiej zbliżonej do rdzenia, z makrootworem równoległym do rdzenia [47, 48], kołowo dwójłomne [49], kompozytowe metalowo-szklane [50] do budowy modulatorów Kerra i polaryzatorów światłowodowych oraz eliptyczne [51–53].

Czyste szkło krzemionkowe ma niewielkie (w porównaniu z innymi materiałami optycznymi) wartości nieliniowego współczynnika załamania oraz współczynników akustooptycznych, magnetoptycznych i elektroptycznych [54–84]. Wielkości te mogą być znacznie zwiększone przez domieszkowanie szkła, np. jonami przejściowymi lub ziem rzadkich, lub budowę światłowodu ze szkła o dużej wartości określonego współczynnika (i jednocześnie minimalizowanych wartościach innych współczynników – w celu uzyskania jak największej i selektywnej wrażliwości oddziaływania zewnętrznego). Wśród tych szkieł rozważa się: krzemionkowe, wieloskładnikowe, niskokrzemionkowe, fluorokrzemiany, niekrzemionkowe, z ciężkich tlenków, halogenkowe, chalkogenkowe [85, 393], a także polimerowe [86–103]. Zastosowania w postaci fonicznych elementów funkcjonalnych nie wymagają na ogół dużych długości światłowodu, w porównaniu z zastosowaniami teletransmisyjnymi, więc zwiększone straty wymienionych materiałów nie stanowią problemu technicznego.

Podstawowym zastosowaniem światłowodów kształtowanych w telekomunikacji są światłowody aktywne [104–135]. Są to niskostratne światłowody krzemionkowe, analogiczne do telekomunikacyjnych, domieszkowane Pr^{3+} , Nd^{3+} , Er^{3+} i innymi jonami dla długości fal 1060, 1080, 1300, 1536 nm, i dłuższych, aż do 1650 nm, a nawet 1700 nm. Pasma długofalowe jest wykorzystywane do transmisji i wzmacniania aż do kilku μm w światłowodach ze szkieł fluorkowych. Z włókien aktywnych budowane są zarówno lasery światłowodowe [107], jak i wzmacniacze optyczne [117], elementy nieliniowe [136–171], a także czujniki. Ze względu na stosunkowo niewielkie straty w zakresie wzmacniania sygnału optycznego możliwe są znaczne długości tych elementów, rzędu setek m. Element światłowodowy umieszczany jest w zewnętrznej wnęce rezonansowej lub tworzona jest rezonansowa pętla światłowodowa. Fluorescencyjne właściwości światłowodów aktywnych są wykorzystywane do pomiaru wielkości fizykochemicznych w funkcji temperatury [105, 110–113].

W nieliniowym włóknie optycznym sygnał wyjściowy nie jest liniowo zależny od mocy optycznej wejściowej dla danej długości fali. Fala optyczna o odpowiednio dużym natężeniu oddziałuje z materiałem światłowodu, powodując np. transfer części mocy do innych długości fal lub rozproszenie [55]. Światłowody nieliniowe stosowane są w systemach DWDM. Zjawiska nieliniowe stanowią ograniczenie maksymalnej mocy optycznej możliwej do przeniesienia jednomodowym światłowodem telekomunikacyjnym [136, 139]. Wykorzystuje się je w rozłożonej teledometrii fonicznej [172], telekomunikacji [152, 153, 162–164, 167, 168] oraz do budowy nieliniowych elementów funkcjonalnych [130].

Do grupy światłowodów kształtowanych należą: modyfikowane światłowody telekomunikacyjne [45, 55], np. o zwiększonej odporności na zgięcia i mikrozgięcia

[66–68], dwumodowe [173–184], przewężone [185–208] o zwiększonej odporności na promieniowanie jonizujące, światłowody o specjalnych powłokach – metalowych [215, 216, 219, 241], ceramicznych [217], z warstwą Langmuira-Blodgetta [218, 220], uczulających polimerowych [86, 88], magnetostrykcyjnych, elektrostrykcyjnych, piezoelektrycznych [60, 67], fluorescencyjnych, chemoptycznych [100, 113, 134, 135, 244], światłowody o rdzeniach ciekłych [61] lub ciekłokrystalicznych [71, 80, 81], ciekłych płaszczach, jednomateriałowe, wyciągane z wirującej preformy o bardzo małej dwójłomności [14, 17, 18, 40], o założonych profilach refrakcyjnych [6, 245], typu HB [35, 36, 43], polaryzujące [21, 23, 25], o rdzeniu helikalnym [28, 31], z siatką Bragga [246–284], plastikowe [86–103], bliźniaczo-rdzeniowe, dwurdzeniowe i wielurdzeniowe [209–214, 239, 240], dziurawe z makrootworami [6, 47, 48, 285, 286] i mikrootworami – foniczne, gęste i rzadkie, tzw. strukturalne [287–306], eliptyczne [224, 226–228, 230, 233, 234], kwadratowe i prostokątne [238], o złożonych kształtach poprzecznych [223, 225, 307], domieszkowane ziemiemi rzadkimi [106, 110–112], aktywne [104–135], nieliniowe [136–172], lasery światłowodowe [107–109, 124], uczulone lub znieuczulone technologicznie [59–84], typu D [228–232, 235, 236], o zwiększonej wytrzymałości mechanicznej [308, 309], ze szkielek wieloskładnikowych [32].

Technika włóknowych światłowodów kształtowanych umożliwia budowę czujników i funkcjonalnych elementów fonicznych oraz całych, jednolitych, fonicznych systemów przetwarzania informacji. Światłowody niefoniczne wchodzą także w skład systemów hybrydowych typu NOMS, MOEMS i LOC, gdzie łącznemu przetwarzaniu mogą podlegać sygnały optyczne, chemiczne, elektryczne, mechatroniczne i inne. Wiele z kierunków badawczych nad światłowodami niefonicznymi rozpoczętych szeroko w czołowych laboratoriach fonicznych w latach osiemdziesiątych i dziewięćdziesiątych XX w., jak pokazano wcześniej, jest kontynuowanych do dzisiaj i ulega rozszerzeniu w obszar nanotechnologii, biofotoniki i fotoniki organicznej [310–320]. Na ciągle rozszerzającym się rynku zaawansowanych technologii dostępne są obecnie produkty tych badań [321–331].

W kraju prace teoretyczne i technologiczne nad światłowodami niefonicznymi (ale także fonicznymi) rozpoczęto w połowie lat siedemdziesiątych XX w. [332–358]. Kontynuowane są one do dziś ze znacznymi sukcesami, także w skali międzynarodowej, jednakże głównie w środowiskach akademickich i instytutach resortowych [359–365]. Mijmy nadzieję, że wyniki badań w laboratoriach krajowych przełożą się w szerszej skali na gospodarkę.

2. ŚWIATŁOWODY IZOTROPOWE

Wykonanie światłowodu idealnie izotropowego nie jest praktycznie możliwe. Jest to model teoretyczny do różnicowania światłowodów rzeczywistych. Czynniki powodującymi anizotropię w światłowodzie są: straty optyczne i związane z nimi

rozproszenie wsteczne, fluktuacje wymiarów i kształtu rdzenia (eliptyczność), naprężenia indukowane zgięciami i skręceniami włókna, wbudowane i zewnętrzne naprężenia mechaniczne, fluktuacje właściwości refrakcyjnych oraz zaburzenia termiczne. Rzeczywisty światłowod wykazuje anizotropię o przypadkowym rozłożeniu wzdłuż włókna. Anizotropia wyraża się przez dwójłomność włókna. Wewnętrzna składowa dwójłomności zależy od metody produkcji światłowodu [14–18, 366].

Wykorzystanie światłowodu do pomiaru wielkości elektrycznych, poprzez zjawisko Faradaya, wymaga idealnej izotropii włókna. Zmniejszenie dwójłomności w światłowodzie związane jest z doskonaleniem metod produkcji włókna. Zmniejszenie naprężeń na granicy rdzeń–płaszcz wymaga doboru szkieł o dokładnie takich samych wartościach współczynników rozszerzalności termicznej. Dla światłowodu, o niewielkiej wartości apertury numerycznej $NA \approx 0,1$, zmniejszenie względnego opóźnienia polaryzacyjnego do niezbędnej w czujniku Faradaya wartości $3^\circ/\text{m}$ wymaga niecentryczności rdzenia mniejszej niż około 0,05%. Takie włókna o ultraniskiej dwójłomności zostały wyprodukowane [18], ale dwójłomności nie miały jedynie w stanie wyprostowanym. W klasycznym światłowodzie jednomodowym, nieoptymalizowanym polaryzacyjnie, faza może zmieniać się przypadkowo o wielkość rzędu $10 \pi/\text{m}$ [366].

Metoda, która daje włókna o najmniejszej wartości dwójłomności wbudowanej, polega na szybkiej rotacji preformy lub układu pręt–rura podczas wyciągania światłowodu [40, 41]. Rotacja preformy powoduje obrót osi dwójłomności, uśrednienie fluktuacji właściwości geometrycznych i optycznych dla fali optycznej propagującej wzdłuż światłowodu. Liniowo spolaryzowana fala w światłowodzie nie nadąża za szybkim obrotem osi polaryzacji, a więc rdzeń wydaje się symetryczny kołowo. Efekty zewnętrzne, jak wygięcia światłowodu, ciśnienie, ponownie wprowadzają, także do światłowodu rotowanego, dwójłomność. Poziom indukowanej zewnętrznie dwójłomności w światłowodach izotropowych stanowi ograniczenie czułości światłowodowych przetworników Faradaya [57–59, 77] wykonanych z izotropowych światłowodów rotowanych. Jednym z rozwiązań problemu indukcji dwójłomności w światłowodzie izotropowym jest likwidacja tej dwójłomności (wynikłej z naprężenia światłowodu) przez powolne ogrzanie włókna, w nominalnym kształcie czujnika Faradaya, do temperatury zaniku naprężeń i ponowne powolne oziębienie. W przypadku czujników pola magnetycznego i prądu światłowod nawinięty na przewód elektryczny przyjmie permanentną postać spirali bez wewnętrznej dwójłomności [72, 83].

Do opisu modów fali optycznej HE/EH_m w światłowodzie izotropowym o dowolnej geometrii stosowane jest równanie własne [367, 368]:

$$\begin{aligned} & (\mu_1 F_1' / u F_1 + \mu_2 F_2' / w F_2)(n_1^2 F_1' / u F_1 + n_2^2 F_2' / w F_2) \\ & = m^2 (\mu_1 / u^2 + \mu_2 / w^2)(n_1^2 / u^2 + n_2^2 / w^2) \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie, $F_1(u)$ – funkcja periodyczna opisująca pole w rdzeniu światłowodu, $F_2(w)$ – funkcja zanikająca opisująca pole na zewnątrz rdzenia światłowodu, $F_1(u)' = dF_1/du$,

$dF_2(w)' = dF_2/dw$ – pochodne funkcji falowych względem swoich argumentów, $u^2 = a^2(k_1^2 - \beta^2)$, $w^2 = a^2(\beta^2 - k_2^2)$ – argumenty funkcji falowych, $k_1 = n_1k_0 > \beta > k_2 = n_2k_0$, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ – liczby falowe w rdzeniu, płaszczu i na zewnątrz światłowodu (w próżni), $\beta = 2\pi/\lambda$ – modowa stała propagacji, λ – długość fali modu w światłowodzie, $\beta_n = \beta/k = n_{\text{eff}}$ – znormalizowana stała propagacji, efektywny modowy współczynnik załamania, $\omega = 2\pi f$, $V = u^2 + w^2 = a^2k_0^2(n_1^2 - n_2^2) = (akNA)^2$ – częstość znormalizowana, $(n_1^2 - n_2^2)^{1/2} = NA$ – apertura numeryczna światłowodu, μ_i – względna przenikalność magnetyczna ośrodka i , n_1, n_2 – współczynniki załamania w rdzeniu i płaszczu światłowodu, w ogólnym przypadku nie są stałe, a są funkcjami promienia $n_i(r)$ lub promienia i kąta $n_i(r, \Theta)$, m – azymutalna liczba modowa w światłowodach cylindrycznych i eliptycznych oraz poprzeczna liczba modowa w światłowodach prostokątnych i kwadratowych, l – radialna liczba modowa.

Dla $m = 0$ (światłowód o kołowym lub paskowym rdzeniu) idealne mody E_{0l} i H_{0l} nie są sprzężone i mają tylko wymienione w nazwie składowe pola w kierunku propagacji. Szczegółowa postać równania (1), a w szczególności rodzaj funkcji falowych F zależy od geometrii, głównie rdzenia, światłowodu. Zakładamy, że w światłowodzie rozprzestrzeniają się mody hybrydowe HE, EH lub, w przybliżeniu liniowej polaryzacji, mody LP [367]. Dwa wyrażenia w nawiasach po lewej stronie równania reprezentują mody o charakterystykach związanych z przenikalnością magnetyczną (bez ładunków na granicy, mody H_{0l} w światłowodzie cylindrycznym) oraz współczynnikiem załamania rdzenia i płaszczu. Prawa część równania sprzęga mody w postaci hybrydową o obu polach E i H w kierunku propagacji. Funkcje falowe F muszą mieć właściwości wzajemnej transformacji pomiędzy różnymi rodzajami światłowodów kształtowanych. Rdzenie paskowe i cylindryczne są np. szczególnymi przypadkami rdzeni eliptycznych itp. Część mocy modu P_m jest niesiona w rdzeniu P_1 , a część w płaszczu P_2 . Wyrażenie $\eta(r) = P_1/P_m$, gdzie $P_m = P_1 + P_2$ jest modowym profilem mocy $\eta = (n_{\text{eff}}n_g - n_2^2)/NA^2$ [368].

W układzie koordynat – wzdłużnej osiowej, radialnej i azymutalnej (z, r, ϕ) dla quasi-idealnego światłowodu cylindrycznego funkcje falowe F są funkcjami quasi-periodycznymi i quasi-eksponencjalnymi Bessela $J_m(u)$ i $K_m(w)$, a równanie własne ma następującą klasyczną postać ($\mu_1 = \mu_2 = 1$):

$$\begin{aligned} & (J'_m / uJ_m + K'_m / wK_m)(n_1^2 J'_m / uJ_n + n_2^2 K'_m / wK_m) \\ & = m^2(u^{-2} + w^{-2})(n_1^2 u^{-2} + n_2^2 w^{-2}). \end{aligned} \quad (2)$$

Iloczynowa postać lewej strony równania reprezentuje mody zależne i niezależne od profilu refrakcyjnego światłowodu. Dla azymutalnej liczby modowej $m = 0$ (brak zależności azymutalnej) prawa strona równania jest równa zero i mody nie są sprzężo-

ne. Każdy czynnik przyrównany do zera daje $E_z = 0$ dla modu niezależnego od profilu H_{01} i $H_z = 0$ dla modu zależnego od profilu E_{01} :

$$(J'_m / uJ_m + K'_m / wK_m) = 0, \quad (n_1^2 J'_m / uJ_m + n_2^2 K'_m / wK_m) = 0. \quad (3)$$

Dla niezerowej azymutalnej liczby modowej $m > 0$, zakładając małą różnicę współczynników załamania $n_1 \approx n_2$, co oznacza warunek słabej propagacji, oraz korzystając z wyrażen na pochodne funkcji Bessela $J'_m = -mJ_m/u + J_{m-1} = mJ_m/u - J_{m+1}$, $K'_m = -mK_m/w - K_{m-1} = mK_m/w - K_{m+1}$ zachodzi:

$$(J'_m / uJ_m + K'_m / wK_m) = m(u^{-2} + w^{-2}), \quad (4)$$

$$(J'_{m-1} / uJ_m + K'_{m+1} / wK_m) = 0, \quad \text{dla EH}, \quad (5)$$

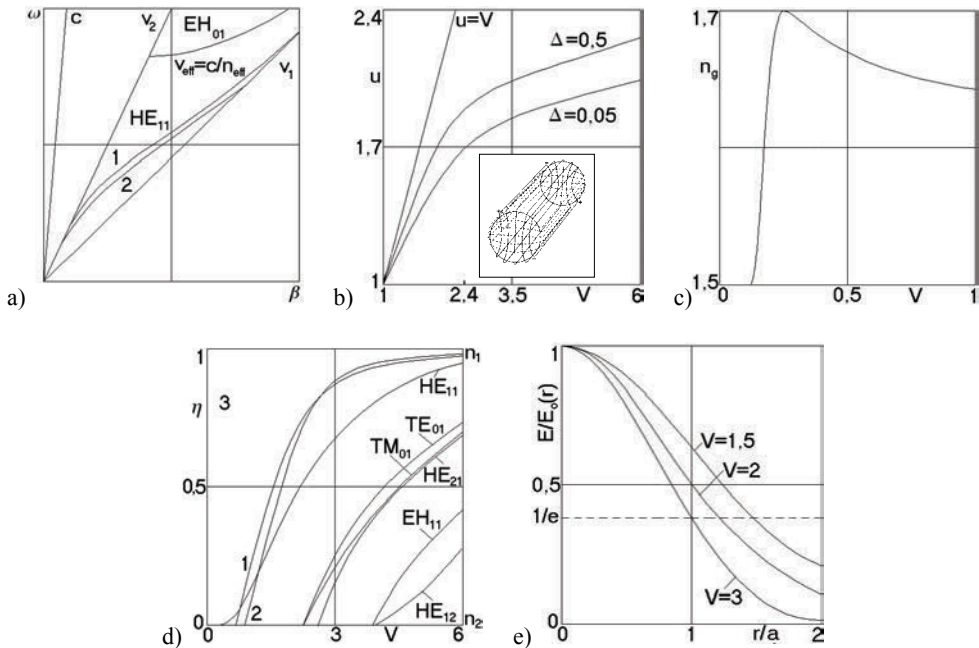
$$(J'_{m+1} / uJ_m + K'_{m-1} / wK_m) = 0, \quad \text{dla HE}. \quad (6)$$

Rozwiązania równań własnych światłowodu izotropowego przedstawiono na rysunku 1. Fala rozprzestrzenia się w światłowodzie z prędkością fazową $v = \omega/\beta$, zawartą pomiędzy $v_1 = c/n_1$ i $v_2 = c/n_2$, oraz z prędkością grupową $v_g = \partial\omega/\partial\beta$. Grupowy współczynnik załamania określa refrakcję związaną z prędkością transferu energii fali $n_g = c/v_g$. Modemem podstawowym jest HE_{11} o zerowej wartości częstotliwości odcięcia. Rozkład mocy w przekroju poprzecznym światłowodu, stałą propagacji, argumenty funkcji falowych można obliczyć z zależności przybliżonych obowiązujących dla różnych zakresów częstotliwości znormalizowanej (o założeniu $n_1 \approx n_2$) [369, 370]. Dla małych wartości V zachodzi $w \approx 2 \exp - [e + J_m(V)/VJ_m(V)]$, e – stała Eulera, $u \approx (1 + 2^{1/2})V/[1 + (4 + V^4)^{1/4}]$. Odcięcie modowe następuje, jeśli $w = 0$ i $u = V$, i fala modowa propaguje z prędkością fali swobodnej w nieograniczonym ośrodku płaszcza. Warunek odcięcia dla obu rodzajów modów E_{01} i H_{01} jest $J_0(u) = J_0(V_c) = 0$, gdzie V_c jest wartością V dla odcięcia. Odcięcie dla modów niezmiennych azymutalnie nie zależy od n_1 i n_2 . Dla modów o $m > 1$, korzystając z asymptotycznej wartości funkcji $K_m(w \rightarrow 0) \rightarrow (m-1)!2^{m-1}/w^m$, warunek odcięcia jest:

$$J_{m-1} / uJ_m = n_2^2 / (m-1)(n_1^2 + n_2^2), \quad \text{dla } n_1 \approx n_2 \quad J_{m-1} / uJ_m = 1/2(m-1) \quad (7)$$

Prędkość grupowa dla pewnego zakresu wartości częstotliwości znormalizowanych jest mniejsza niż wartości dla fali swobodnej w ośrodku rdzenia, czyli grupowy współczynnik załamania ma wartość większą niż n_1 . Dla małych wartości $\Delta n = n_1 - n_2$ profil mocy modowej wynosi $\eta = (n_{\text{eff}}n_g - n_2^2)/NA^2 \approx 1 - (u^2/V^2)(1 - K_0^2/K_1^2)$. Znormalizowany rozkład mocy w polu dalekim słabo propagującego światłowodu cylindrycznego wynosi [371]:

$$P/P_o = \{[u^2w^2/(u^2 - \alpha^2)(w^2 + \alpha^2)][J_o(\alpha) - \alpha J_1(\alpha)J_o(u)/uJ_1(u)]\}^2, \\ \alpha = k \sin \Theta = VNA \sin \Theta. \quad (8)$$



Rys. 1. Schematycznie przedstawione charakterystyki cylindrycznego światłowodu izotropowego obliczone z równania własnego (2) i jego postaci szczególnych (3–8):

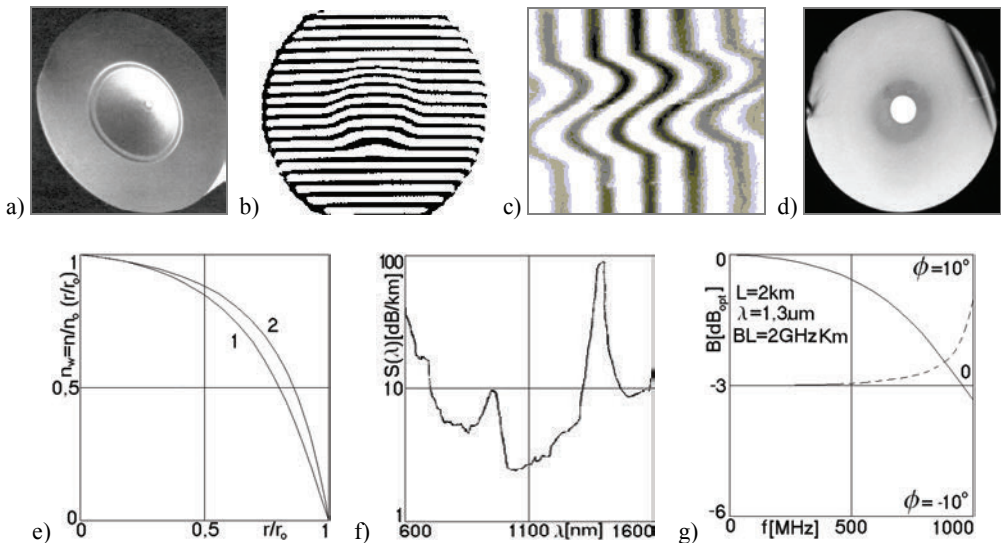
- przebieg przestrzeni fazowej cylindrycznego światłowodu izotropowego, $v = \omega\beta$, $v_g = \partial\omega/\partial\beta$, $v_2 = c/n_2 > v_{\text{eff}} > v_1 = c/n_1$, $1,2 - NA_1 < NA_2$;
- wartość argumentu u funkcji Bessela dla małych i dużych wartości różnicy współczynników załamania rdzenia i płaszczka światłowodu cylindrycznego, obliczona według zależności $u \approx (1+2^{1/2})V/[1+(4+V^4)^{1/4}]$, $\Delta = (n_1^2 - n_2^2)/n_1^2$;
- grupowy współczynnik załamania w światłowodzie cylindrycznym w funkcji częstotliwości znormalizowanej V , wklejka pokazuje rozkład linii pola EM modu HE_{11} ;
- znormalizowany rozkład mocy modu HE_{11} w światłowodzie cylindrycznym w funkcji częstotliwości znormalizowanej V , obliczony według zależności $\eta = (n_{\text{eff}}n_g - n_2^2)/NA^2 \approx 1 - (u^2/V^2)(1 - K_0^2/K_1^2)$, $1 - n_1 = 1,6$, $n_2 = 1,55$, światłowod; 2 - $n_1 = 1,6$, $n_2 = 1$, włókno szklane z materiału rdzenia zawieszony w powietrzu; oraz dyspersyjne charakterystyki modów własnych wyższego rzędu, zwracają uwagę bardzo niewielkie różnice pomiędzy rodzajami TE_{01} , TM_{01} , HE_{21} ;
- obliczone znormalizowane charakterystyki średnicy pola modu podstawowego w funkcji znormalizowanej względem wymiaru rdzenia a odległości od osi światłowodu dla kilku wartości V

Fig. 1. Schematically presented characteristics of an isotropic optical fiber calculated from the general form of the eigenequation (2) and its particular forms for specific groups of modes (3–8); a) phase space of cylindrical isotropic optical fiber; b) approximate value of the u argument of Bessel function for small and large refractive index differences in fiber core and cladding; c) group refractive index in a fiber as a function of normalized frequency V ; Insert shows field distribution for HE_{11} mode; d) normalized power distribution in HE_{11} mode and several higher order modes as a function of V ; e) calculated, normalized to core diameter a , characteristics of the fundamental mode diameter for several V values

Światłowodowy o klasycznej budowie i o charakterystykach analogicznych do podanych wytwarzano modyfikowaną metodą tyglową (MMC). Dwa koncentryczne tygłe, każdy z dyszą wylotową, są skonfigurowane osiowo w podstawowym rozwiązaniu metody technologicznej. Tygłe są wypełnione odpowiednio wstępnie topionym szkłem rdzeniowym i płaszczowym. Alternatywną metodą jest wypełnienie tygli proszkiem szklanym i pozostawienie odpowiednio długiego czasu na degazyfikację układu. Szkła mają różne współczynniki załamania światła. W wewnętrznym tyglu topione jest szkło rdzeniowe $n_r = n_1$, a w zewnętrznym szkło płaszczowe $n_p = n_2$. Warunkiem propagacji jest spełnienie nierówności $n_1 > n_p$ na pewnej długości światłowodu. Profil refrakcyjny gradientowy tworzony jest w wyniku dyfuzji odpowiednio ruchliwych jonów modyfikatorów z płaszcza do rdzenia (podwyższających współczynnik załamania) lub odwrotnie (obniżających współczynnik załamania na granicy). Stopione szkło wycieka z tygli przez dysze. Przepływ opisuje prawo Poisseuille'a. Stosunek promieni rdzenia do płaszcza jest określony wyrażeniem:

$$a_r / a_p = \sqrt{Q_r / Q_p}, \quad \text{gdzie} \quad Q = \pi Pr^4 / 8\eta l \quad (9)$$

gdzie $Q(r, p)$ – objętościowy przepływ szkła rdzeniowego do płaszczowego, P – różnica ciśnień w przekroju poprzecznym dyszy, η – lepkość, r , l – promień i długość dyszy. Zewnętrzna średnica światłowodu, tutaj utrzymujemy standard 125 μm , wynika z równania ciągłości przepływu masy szkła przez dysze $v_i Q_i = \text{const}$, a więc jest zależna od średnicy dyszy zewnętrznej i prędkości wyciągania. Na rysunku 2. przedstawiono kilka rodzajów wytworzonych, klasycznych rozwiązań światłowodów modyfikowaną metodą wielotyglową [356, 372].



Fotografie i wyniki pomiarów przedstawione na rysunku 2 pokazują, że światłowody nitelekomunikacyjne mają charakterystyki analogiczne do klasycznych izotropowych światłowodów sygnałowych CVD zarówno wielomodowych gradientowych, jak i jednomodowych o profilu skokowym oraz profilu refrakcyjnym typu W. Różnica w charakterystyce spektralnej jest zauważalna. Tłumienie dla światłowodu SLS jest minimalne w paśmie 1100 nm. Drugie minimum występuje w pasmie około 800 nm. W paśmie 1500 nm tłumienie jest rzędu 10 dB/km. Są to parametry, niełatwe do otrzymania dla światłowodów ze szkieł wieloskładnikowych i całkowicie zadowolające dla wielu technicznych zastosowań funkcjonalnych.

3. ŚWIATŁOWODY ZŁOŻONE REFRAKCYJNIE

Budowa światłowodu kształtowanego o złożonym profilu refrakcyjnym wymaga rozważenia warunków dyfuzji w określonym przez technologię układzie geometrycznym i jonowym podczas wyciągania włókna lub preformy światłowodowej. Modyfikowana metoda wielotyglowa umożliwia wytwarzanie włókien optycznych gradientowych i skokowych o trzech grupach złożonych profili refrakcyjnych – wieloschodkowe, pierścieniowe (inaczej nazywane typu W lub podwójne W) i mieszane. Proces rozpoczyna się przez wybór odpowiedniej pary szkieł, tak aby umożliwić wzajemną dyfuzję jonów modyfikatorów. Najlepszą domieszką w rdzeniu jest taka, która zwiększa współczynnik załamania światła i stosunkowo łatwo podlega dyfuzji. Jeśli rozkład jonów jest nierównomierny,

◀

Rys. 2. Włóknowe światłowody wielomodowe i jednomodowe o klasycznej budowie oraz ich zmierzone charakterystyki $\Phi = 125 \mu\text{m}$: a) wytrawiony kształt profilu refrakcyjnego gradientowego światłowodu wielomodowego, $n_1 = 1,55$, $n_2 = 1,51$, $2a = 50 \mu\text{m}$, $\alpha \approx 2$; b) zobrazowany profil refrakcyjny tego samego światłowodu gradientowego metodą interferencyjną prążkową; c) obraz światłowodu w poprzecznym interferencyjnym polu prążkowym, płaszcz zneutralizowany refrakcyjnie; d) światłowód jednomodowy z depresją refrakcyjną wokół rdzenia, $2a = 16 \mu\text{m}$, $NA = 0,25$; e) paraboliczny profil refrakcyjny światłowodu wielomodowego; f) charakterystyka tłumienia spektralnego światłowodu jednomodowego, g) zmierzone pasmo światłowodu jednomodowego, podano charakterystykę amplitudową i fazową, $t_{\text{imp}}^{\text{we}} = 100 \text{ ps}$, $L = 2 \text{ km}$, $\lambda = 1,3 \mu\text{m}$, $\Delta T = (t_1^2 - t_2^2)^{1/2}$, $B \approx 0,375/\Delta T$, przyjęte założenie gaussowskiego kształtu impulsu wyjściowego

Fig. 2. Multimode and singlemode optical fibers, their interference image – transverse and longitudinal, and characteristics: a) etched parabolic refractive index profile; b) imaging of the refractive profile by interference fringes; c) fibre image in a transverse fringe field, cladding neutralized by immersion; d) single mode optical fiber with refractive depression around core; e) measured refractive index profile in multimode optical fiber; f) spectral loss characteristic of singlemode fiber; g) measured bandwidth (amplitude and phase) of singlemode optical fiber

występuje gradient koncentracji, to w sprzyjających okolicznościach pojawia się ukierunkowany strumień dyfuzji. Warunkiem powstania tego strumienia dyfuzji jest, w ogólnym przypadku, obecność w układzie gradientu potencjału chemicznego. Proces dyfuzji występuje wyłącznie w ograniczonym obszarze, gdzie oba szkła są płynne. Jest to region pomiędzy dyszami tyglowymi. Układ opisuje równanie dyfuzji, tzw. drugie prawo Ficka, dla symetrii osiowej:

$$(\partial^2 c / \partial r^2) + \partial c / r \partial r - (1/D)(\partial c / \partial t) = 0, \quad (10)$$

gdzie: $c = c(r, t)$ – rozkład jonów modyfikatorów, D – stała dyfuzji, t – czas dyfuzji, r – promień. Dla warunków brzegowych: $t = 0, c = c(r, t) = C_0$ jeśli $0 < r < a$ i $c(r, t) = 0$ dla $r > a$, gdzie a – promień rdzenia światłowodu, C_0 – koncentracja jonów modyfikatorów w szkłe wyjściowym, równanie dyfuzji ma rozwiązanie w postaci rozkładu koncentracji jonu dyfundującego, który wynosi:

$$c(r, t) = C_0 \int_0^\infty \exp\left(\frac{Dt}{R^2} u^2\right) J_0\left(-\frac{r}{R} u\right) J_1(u) du \quad (11)$$

gdzie: C_0 – koncentracja początkowa, D – współczynnik dyfuzji, t – czas przejścia przez region dyszy, a – promień rdzenia, J – Funkcja Bessela, $2R_r$ – średnica dyszy rdzeniowej, $2R_p$ – średnica dyszy płaszczowej, L_d – długość drogi dyfuzji. Znormalizowany współczynnik dyfuzji definiujemy jako: $K = Dt/R^2$. Możliwe jest powiązanie współczynnika wymiany jonowej K z parametrami procesu technologicznego. Z mechanizmu wpływu szkieł z tygli wynika, że $R^2 V = a^2 v$, gdzie R – promień dyszy, V – prędkość przepływu szkła przez dyszę, a – promień światłowodu, v – prędkość wyciągania włókna. Wartość parametru K jest związana z objętościowym przepływem przez zależność $K = D\pi l / Q_r$. Droga i czas dyfuzji są związane wzorem $t_d = L_d / V = L_d R^2 / a^2 v$, a więc znormalizowany współczynnik dyfuzji wynosi $K = DL_d / a^2 v_r$, gdzie v_r – prędkość wpływu szkła z tygla rdzeniowego. Takie uproszczenie zakłada, że profil refrakcyjny włókna optycznego MMC jest dokładnie, lub w dostatecznym przybliżeniu, profilem typu α .

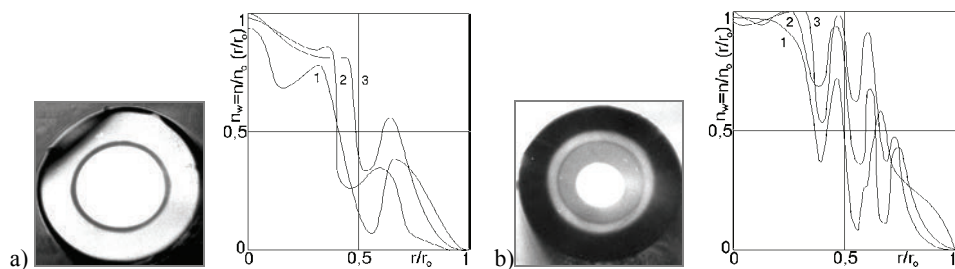
Przeprowadzono badania dyfuzji jonów Pb^{2+} , Ba^{2+} , K^+ , Na^+ , w preformach i światłowodach MMC. Celem było znalezienie zależności pomiędzy parametrami procesu technologicznego, układem jonowym szkieł tworzących kolejne warstwy preformy lub światłowodu i złożonymi właściwościami refrakcyjnymi włókna optycznego. Parametry procesu wpływające na dyfuzję to: temperatury strefowe w podzielonym piecu, konstrukcja stosu tygli, długości stref termicznych, droga dyfuzji, stałe materiałowe itp. Krzywe koncentracji jonowych zmierzono za pomocą mikroskopu elektronowego [358, 373–375]. Czułość mikrosondy elektronowej była poniżej 100 ppm. Wartości stałych dyfuzji D i współczynników wymiany jonowej K otrzymano ze zmierzonych profili koncentracji. Stałe dyfuzji są silnymi funkcjami koncentracji jonów, z powodu silnego gradientu obecnego w przecie preformy lub złożonym strumieniu szkła. W celu obliczenia odpowiednich wartości D oraz K dla wszystkich obecnych jonów zastoso-

wano zmodyfikowaną metodę Boltzmana-Matano, przeliczoną dla geometrii cylindrycznej.

Za przykład podano dalej sposób obliczeń dla zestawu rdzeniowo-płaszczowego szkiele F2-S6 z układem jonów migrujących Pb^{2+} oraz Na^+ w przecie szklanym wyprodukowanym metodą MMC. Dane wyjściowe są następujące – średnia koncentracja Pb^{2+} w rdzeniu $C_{rdz}^{Pb} = 17,3\%$, początkowo brak jonów ołowiu w płaszczu $C_{rdz}^{Pb} = 0$, średnica regionu rdzenia $d_{rdz} = 2r_{rdz} = 100 \mu m$, droga dyfuzji $l_d = 32 mm$, prędkość wyciągania $v = 50 m/min$, średnica rdzeniowej dyszy tyglowej $d_{rdz}^n = 2r_{rdz}^n = 4 mm$, czas dyfuzji $t_d = l_d d_{rdz}^n / v d_{rdz} = 62 s$, położenie płaszczyzny Matano $X_m = x(1 - C_x/C_r)$, gdzie C_x – lokalna wartość koncentracji jonów. Ze zmierzonej charakterystyki rozkładu koncentracji jonów $C = f(x/r_{rdz})$ dla badanej preformy światłowodowej MMC otrzymuje się $x/r_{rdz} = 0,7$, $C_x/C_r = 0,8$, a więc $x = 35 \mu m$. Prowadząc obliczenia dalej otrzymuje się $X_m = 7 \mu m$, $C_x = 14\%mol$, oraz z zależności Boltzmana-Matano:

$$D_{Pb} = -(1/2t_d)(dx/dC)_x \int_{C_r}^{C_x} (X - X_M) dC = 1,5 \cdot 10^{-5} cm^2/s, K_{Pb} = D l_d / r_{CO}^2 = 2,2 \cdot 10^{-2}. \quad (12)$$

Odpowiednie wartości dla jonów Na są $D_{Na} = 5 \cdot 10^{-5} cm^2/s$, $K_{Na} = 8 \cdot 10^{-2}$. Różnice pomiędzy wartościami parametrów dyfuzji obu jonów nie są duże. Wynika to ze zjawiska zmieszanych alkaliów, spowodowanego przez jony K^+ obecne w szkłe rdzeniowym. Ruchliwość jonów Na^+ jest znacznie obniżona przez to zjawisko. Zmierzone krzywe koncentracji jonów są przeliczane na profile refrakcyjne i porównywane ze zmierzonym metodą interferencyjną profilem refrakcyjnym. Wyniki pomiarów przedstawiono na rysunku 3 dla dwóch próbek światłowodów kształtowanych wielowarstwowych wytworzonych ze stosu trzech do pięciu tygli.



Rys. 3. Światłowody o złożonych profilach refrakcyjnych, przekroje poprzeczne i przykładowe profile refrakcyjne: a) światłowod ze szkiele F2-S6-S7-S8, warunki technologiczne $k_r = 1,56 \cdot 10^{-4} s^{-1}$, $k_{p1} = 1,25 \cdot 10^{-4} s^{-1}$, $k_{p2} = 2,55 \cdot 10^{-4} s^{-1}$, $k_{p3} = 2,15 \cdot 10^{-4} s^{-1}$, $T = 1000 \text{ }^\circ C$, b) światłowod ze szkiele BF8-BLF2-F2-S6, warunki technologiczne $k_r = 1,1 \cdot 10^{-4} s^{-1}$, $k_{p1} = 1,6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$, $k_{p2} = 2,55 \cdot 10^{-4} s^{-1}$, $k_{p3} = 2,4 \cdot 10^{-4} s^{-1}$, spełnione warunki $3k_r > k_{p3}$, $2k_{p1} > k_{p3}$, $k_{p2} > k_{p3}$, $T = 1050 \text{ }^\circ C$ [111]

Fig. 3. Optical fibers of complex refractive profiles, photographs and measured refractive index profiles: a) glasses F2-S6-S7-S8, b) glasses BF8-BLF2-F2-S6

Analogiczne badania dyfuzji przeprowadzono dla innych układów jonów i szkieł typowych dla metody MMC. Profile gęstości koncentracji dla jonów Na^+ i K^+ są bliskie profilowi refrakcyjnemu tylko w szklach bez ciężkich tlenków, jak Pb^{2+} , Zn^{2+} . Silna dyfuzja jonów alkalicznych jest obserwowana prawie we wszystkich układach jonowych. Wpływ na profil refrakcyjny jest rzędu $\Delta n \approx 0,01-0,03$. Obserwowane profile dyfuzji jonów Na^+ i K^+ były złożone i widoczny był wyraźnie wpływ zjawiska zmieszanych alkaliów.

Dyfuzja jonów ciężkich Pb^{2+} i Ba^{2+} ma istotny wpływ na profil refrakcyjny. Jednakże te jony mają mniejsze wartości stałej D niż jony lżejsze. W pewnych warunkach technologicznych różnica między stałymi dyfuzji jonów lekkich i ciężkich może być znacznie zmniejszona wskutek zjawiska zmieszanych alkaliów. Na przykład dyfuzja jonów Pb^{2+} , dla $l_d = 32$ mm w jednym z eksperymentów wyciągania światłowodu spowodowała bardzo wyraźne zmiany profilu refrakcyjnego [376, 377]. Profil refrakcyjny jest determinowany przez rozkład gęstości koncentracji jonowej w szkłe o typie jonów Me^{2+} . Profil jest proporcjonalny do zawartości molowej kilku jonów Me^{2+} w szkłe złożonym. Zwiększenie temperatury procesu MMC nie powodowało znacznego wzrostu głębokości dyfuzji, co obserwowano dla tych samych szkieł zestawionych w układzie płaskim dla znacznie większych czasów dyfuzji. Obserwowano zjawiska brzegowe na granicy rdzenia i płaszcza, gdzie lokalna koncentracja głównych jonów migrujących wzrastała anomalnie w pewnych warunkach technologicznych. Dla pewnych warunków głębokość migracji może zmaleć ze wzrostem temperatury o kilkadziesiąt °K w otoczeniu wartości optymalnej, co jest spowodowane przez znaczną zmianę lepkości szkła, wzrost szybkości przepływu przez strefę dyfuzji i zmniejszenie czasu dyfuzji. Liczba Reynoldsa zmienia się z temperaturą, a jej wartość określa warunki stabilności procesu wyciągania światłowodu. Dla każdego układu szkieł światłowodowych wybierana jest eksperymentalnie optymalna temperatura pod względem stabilności technologii, warunków dyfuzji, projektowanego profilu refrakcyjnego i wymiarów włókna optycznego.

Za pomocą metody MMC tworzą wielowarstwowe preformy i wyciągano światłowody o złożonych profilach refrakcyjnych. Praktyka pokazuje, że metoda umożliwia łączenie szkieł o stosunkowo odległych charakterystykach termicznych i mechanicznych, co znacznie zwiększa swobodę projektowania światłowodu. Na rysunku 3 przedstawiono przykłady wytworzonych i zmierzonych światłowodów wielowarstwowych MMC. Przedmiotem badań były procesy kształtowania szczegółów profilu refrakcyjnego światłowodu. Możliwe jest kształtowanie znacznych lokalnych wartości parametru refrakcyjnego Δ (przekraczających 1%) oraz niewielkich grubości lokalnych warstw refrakcyjnych (rzędu od kilku do poniżej 1 μm). Umiejętność tworzenia cienkich warstw refrakcyjnych ma podstawowe znaczenie dla kształtowania charakterystyk dyspersyjnych światłowodu jednomodowego, tutaj nie w aspekcie transmisji długodystansowej, ale budowy refrakcyjnych i dyspersyjnych elementów funkcjonalnych selektywnych modowo i o właściwościach kompensacyjnych. Wydaje się obec-

nie, że za pomocą innej metody technologicznej trudno jest dorównać metodzie hybrydowej MMC w otrzymaniu światłowodów o bardziej złożonych funkcjonalnych profilach refrakcyjnych. Złożone profile tworzone są metodą hybrydową wielotyglową i pręt–rura. Do budowy profili z rysunku 3 zastosowano szkła SK12-BLF2-S9 (rdzeń osiowy – warstwa 1 – warstwa 2) oraz szkła BF8-BLF2-F2-S6. Dokładny opis warunków technologicznych i obliczeń związanych z wytwarzaniem i charakteryzacją światłowodów wielowarstwowych MMC można znaleźć w [356].

Niektóre z ogólnych wniosków przeprowadzonych badań nad możliwościami kształtowania złożonych profili refrakcyjnych światłowodów MMC są następujące:

- technika jednosałdowa wymaga kontroli wysokości słupów ciekłego szkła w tyglach ze względu na zmiany proporcji włókna,
- w części końcowej procesu rolę odgrywa kształt dennej części tygli (płaski, paraboliczny, półkolisty, stożkowy),
- możliwe jest łączenie szkieł o odległych charakterystykach termiczno-mechanicznych, nawet o ponad 10%,
- o profilu decydują głównie skład chemiczny szkieł i odległości międzytyglowe przy optymalnej temperaturze procesu,
- obserwuje się wyraźną dyfuzję jonów Pb^{2+} i Ba^{2+} ,
- wyznaczenie początkowych wysokości słupów szkieł w tyglach [361] umożliwia wytwarzanie światłowodów o stałych proporcjach wymiarowych w metodzie jednosałdowej, pod warunkiem niezmienniczości powierzchni czynnej poszczególnych tygli,
- możliwe jest wykorzystanie efektu zmieszanych dwóch alkaliów (do wyrównania ruchliwości jonów modyfikatorów o różnych wymiarach) lub częściowa neutralizacja tego zjawiska przez odpowiedni dobór parametrów technologicznych procesu jak na przykład dystansu pomiędzy wewnętrznymi tyglami.

Jednym z najważniejszych wniosków tych badań było pokazanie możliwości tworzenia struktur refrakcyjnych w światłowodach włóknowych MMC o wymiarach mniejszych niż długość propagowanej fali optycznej.

4. ŚWIATŁOWODY PIERŚCIENIOWE

Światłowodowy pierścieniowy charakteryzują się minimalną wartością współczynnika załamania na osi przekroju poprzecznego włókna. Parametrami światłowodu są wielkość centralnej depresji refrakcyjnej, w sensie geometrycznym i refrakcyjnym, oraz względna grubość i promień pierścienia rdzeniowego względem λ [378].

Profil refrakcyjny, dla światłowodu pierścieniowego skokowego jest $n(r) = n_1$ dla $a \leq r \leq b$ i n_2 poza tym obszarem, a więc wewnątrz centralnej osiowej depresji refrakcyjnej (tzw. płaszczu wewnętrznym) i płaszczu zewnętrznym. Wprowadzamy parametr $\eta = b/a$, będący znormalizowaną grubością rdzenia pierścieniowego. Zakładamy $\Delta \approx 1 - n_2/n_1 \ll 1$ i rozprzestrzenianie się fali TEM we włóknie optycznym. W takim

przypadku pole elektryczne można zapisać w następującej postaci dla trzech obszarów światłowodu, odpowiednio płaszczy wewnętrznym, rdzeniu i płaszczy zewnętrznym:

$$E_m^y = C_1 I_m(W) \cos(m\theta) \quad \text{lub} \quad E_m^y = C_1 I_m(W) \sin(m\theta), \quad (13)$$

$$W = wr/\eta a = (w/\eta)(r/a), \quad \text{dla } 0 \leq r \leq a,$$

$$E_m^y = [C_2 J_m(U) + C_3 N_m(U)] \cos(m\theta) \quad \text{lub}$$

$$E_m^y = [C_2 J_m(U) + C_3 N_m(U)] \sin(m\theta), \quad U = ur/\eta a, \quad \text{dla } a \leq r \leq b \quad (14)$$

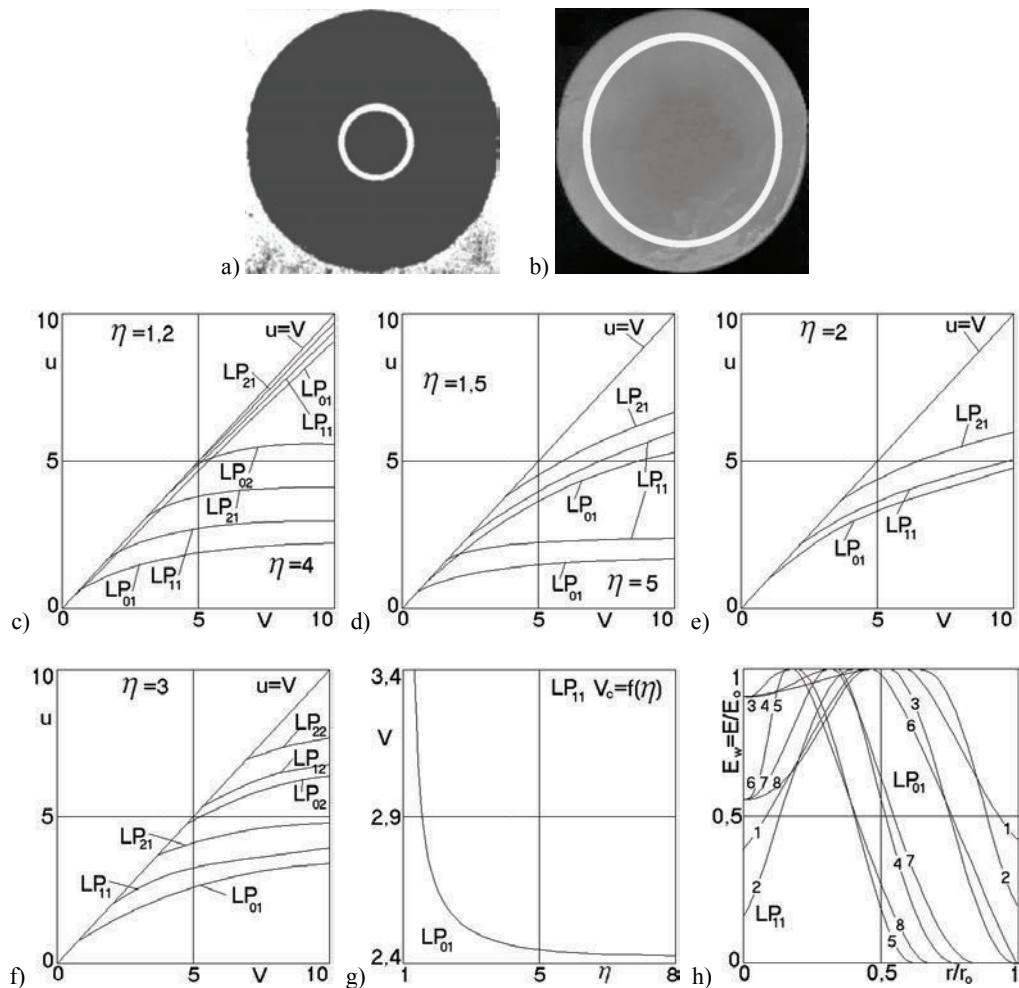
$$E_m^y = C_4 K_m(W\eta) \cos(m\theta) \quad \text{lub} \quad E_m^y = C_4 K_m(W\eta) \sin(m\theta) \quad \text{dla } b \leq r, \quad (15)$$

gdzie C_i są stałymi amplitudowymi, I_m , J_m , N_m , K_m funkcjami Bessela pierwszego i drugiego rodzaju m -tego rzędu, u, w, V , wyrażone klasycznymi wzorami, adaptowanymi do geometrii i właściwości refrakcyjnych światłowodu pierścieniowego $u^2 = b^2 k^2 (n_1^2 - \beta^2 k^{-2})$, $w^2 = b^2 k^2 (\beta^2 k^{-2} - n_2^2)$, $V^2 = b^2 k^2 (n_1^2 - n_2^2)$ są argumentami funkcji Bessela i częstotliwością znormalizowaną, $k = 2\pi/\lambda$, m – azymutalna liczba modowa, $\eta = b/a$, β – stała propagacji. Stosując warunki brzegowe do równań (13–15) otrzymuje się równanie własne dla światłowodu o rdzeniu pierścieniowym (16):

$$\begin{aligned} wK_{m+1}(w)/uK_m(w) &= \{uI_m(w/\eta)[J_{m+1}(u)N_{m+1}(u/\eta) \\ &- J_{m+1}(u/\eta)N_{m+1}(u)] + wI_{m+1}(w/\eta)[J_{m+1}(u)N_m(u/\eta) \\ &- J_m(u/\eta)N_{m+1}(u)]\} / \{uI_m(w/\eta)[J_{m+1}(u/\eta)N_m(u) - J_m(u)N_{m+1}(u/\eta)] \\ &+ wI_{m+1}(w/\eta)[J_m(u/\eta)N_m(u) - J_m(u)N_m(u/\eta)]\} \end{aligned} \quad (16)$$

Równanie to, z oczywistych powodów, dla $\eta \rightarrow \infty$ ulega transformacji w klasyczne równanie własne światłowodu cylindrycznego słabo propagującego. Kilka rodzin obliczonych numerycznie rozwiązań tego równania dla różnych wartości parametru η dla włókien pierścieniowych przedstawiono na rysunku 4.

Modem najniższego rzędu w światłowodzie o rdzeniu pierścieniowym jest LP_{01} odpowiadający rodzajowi HE_{11} . Następnym modem jest LP_{11} , odpowiadający rodzajom fal TE_{01} , TM_{01} lub HE_{21} . Ze wzrostem parametru η , dla ustalonej wartości częstotliwości znormalizowanej, od granicznej wartości 1 do nieskończoności światłowód pierścieniowy coraz bardziej przypomina pod względem modowym światłowód klasyczny. Gdy maleje η do jedności, dla $V = \text{const}$ liczba modów propagowanych w światłowodzie pierścieniowym maleje. Na rysunku 4 przedstawiono obliczony rozkład pola elektrycznego dla modów LP_{01} i LP_{11} w przekroju poprzecznym światłowodu pierścieniowego w warunkach odcięcia modu LP_{11} (krzywe 3,4,5) i modu LP_{21} (krzywe 6,7,8). Sama wartość parametru η nie wyczerpuje opisu właściwości światłowódów pierścieniowych jednomodowych.



Rys. 4. Światłowody o rdzeniach pierścieniowych, przekroje poprzeczne i charakterystyki modowe.

Dane – $\Delta = 0,25\%$ dla włókien optycznych jednomodowych, $\Phi = 125 \mu\text{m}$; a) $2b = 36 \mu\text{m}$, $2a = 30 \mu\text{m}$, $\eta = 1,2$; b) $2b = 100 \mu\text{m}$, $2a = 92 \mu\text{m}$, $\eta \approx 1,1$; c–f) charakterystyki odcięcia modowego dla różnych wartości parametru promienia η ; g) obliczony warunek jednomodowości światłowodu w funkcji parametru pierścienia rdzeniowego η ; h) obliczone profile pola modu podstawowego LP₀₁ oraz modu LP₁₁ w funkcji parametru η dla dwóch wartości częstotliwości znormalizowanej $V_1 = V_c(LP_{11})$, $V_2 = V_c(LP_{21})$, krzywe 1 i 2 – profile modu LP₁₁ dla V_1 i V_2 , krzywe 3,4,5 – profile modu LP₀₁ dla $\eta = 1,2$, $\eta = 1,5$, $\eta = 3$, $\Delta = 0,5\%$, $\lambda = 1 \mu\text{m}$, $n_2 = 1,5$, V_1 , krzywe 6,7,8 – podobnie jak krzywe 3,4,5 tylko dla V_2

Fig. 4. Optical fibers of ring cores and their modal characteristics.

a–b) fiber cross-sections, c–f) modal cut-off characteristics for various values of η parametr,
 g) calculated condition of single mode work of ring-index fiber as a function of η ,
 h) modal field profiles for two the lowest order modes LP₀₁ and LP₁₁

Światłowody włóknowe o rdzeniach pierścieniowych można podzielić na dwie klasy, o depresji centralnej porównywalnej z długością fali $2a \approx \lambda$ i znacznie większej od długości fali $2a \gg \lambda$. Druga grupa, szczególnie dla dużych wartości $2a$, może propagować mody planarne, jak w zakrzywionym światłowodzie planarnym. Na obwodzie rdzenia powstaje planarna fala stojąca, a propagacja zachodzi wzdłuż włókna. Pierwsza grupa może pracować w dwóch podstawowych warunkach falowych: 1 – przez dobór parametrów V i η dla warunku jednomodowej propagacji rodzaju LP_{01} , 2 – przez wprowadzenie dostatecznie wysokich strat optycznych w region centralnej depresji refrakcyjnej (płaszcz wewnętrzny) i stratną dyskryminację modu LP_{01} , ze względu na znaczne różnice w głębokości wnikania pól modowych LP_{01} i LP_{11} w rejon depresji.

W pierwszym przypadku światłowód pierścieniowy pierwszej grupy jest jednomodowy dla rodzaju LP_{01} , w drugim quasi-jednomodowy dla rodzaju LP_{11} . W drugim przypadku pracy quasi-jednomodowej światłowód pracuje przy większych wartościach częstotliwości znormalizowanej niż dla pracy jednomodowej (rys. 4).

Wartość częstotliwości znormalizowanej odcięcia modu LP_{11} , $V_c(LP_{11})$ otrzymuje się z równania własnego (16), przyjmując warunek $u = V$ (lub $n_{\text{eff}}(LP_{11}) = n_2$) dla odpowiednich liczb modowych i traktując η jako parametr rozwiązania. Na rysunku 4g pokazano obliczoną zależność $V_c(LP_{11}) = f(\eta)$. W całym obszarze $V(\eta)$ pod krzywą światłowód pierścieniowy jest jednomodowy dla rodzaju LP_{01} . Gdy η maleje do jedności wartość częstotliwości znormalizowanej V , może być wybrana znacznie większa od 2,405, czyli od wartości odcięcia modu LP_{01} w światłowodzie klasycznym. Na rysunku 4h przedstawiono obliczone profile modowe światłowodu pierścieniowego. Porównanie z profilami modowymi analogicznego (taka sama wartość Δ , V) światłowodu klasycznego (średnica pola modu) pokazuje, że pole w światłowodzie pierścieniowym rozprzestrzenia się szerzej poza rdzeń w płaszcz zewnętrzny. Pole wnika coraz głębiej w płaszcz, uwidoczniając coraz większą różnicę ze światłowodem klasycznym, dla parametru $\eta \rightarrow 1$. Jednomodowy światłowód pierścieniowy jest łatwiej sprzęgać ze źródłem światła, ale jest bardziej podatny na mikrozgięcia niż światłowód klasyczny. Pomiar wielomodowego skokowego i gradientowego światłowodu pierścieniowego pokazują niewielkie różnice z klasycznym światłowodem wielomodowym. Mierzona dyspersja wielomodowego, pierścieniowego światłowodu gradientowego, dla $\eta \approx 1,5$, $\lambda = 0,85 \mu\text{m}$, $\Delta = 0,5\%$ wynosiła 500 MHz Km.

5. ŚWIATŁOWODY POLARYZACYJNE

Światłowody silnie dwójłomne (z dodatkową tłumiennościową dyskryminacją drugiego polaryzantu modu podstawowego – czyli jednopolarizacyjne) są niezbędne w zastosowaniach interferometrycznych, gdzie wymagana jest zgodność stanów polaryzacji interferujących wiązek światła przekazywanych transmisyjnymi i czujnikowymi włóknami optycznymi, a minimalna separacja polaryzacyjna musi być większa

niż -60 dB [1–3]. Spośród światłowodów anizotropowych (które stanowią szerszą grupę, do której należą także światłowody dwójłomne) największe zainteresowanie, jak dotąd, budzą światłowody o właściwościach polaryzacyjnych. Spośród takich światłowodów wyróżniamy włókna:

- silnie liniowo dwójłomne utrzymujące stan polaryzacji fali wejściowej,
- polaryzujące – zachowujące się jak rozłożony polaryzator,
- dwójłomne kołowo i eliptycznie,
- o dwójłomności modulowanej.

Najbardziej rozpowszechnionymi rodzajami światłowodów polaryzacyjnych są włókna typu Panda i Bow–Tie. Dwójłomność jest wbudowywana w strukturę włókna wysokokrzemionkowego przez obszary szkła borokrzemionkowego (także alumino-krzemionkowego) o dużym współczynniku rozszerzalności liniowej położone z dwóch stron rdzenia, tak aby podlegał on ściskaniu w jednej płaszczyźnie.

Przez indukowanie naprężeń termicznych w jednej płaszczyźnie w rdzeniu powstaje znaczna dwójłomność wewnętrzna [33], istotnie przekraczająca przypadkowe zmiany dwójłomności indukowane przez czynniki zewnętrzne, takie jak zgięcia, skręcenia, lokalne zmiany termiczne, residualną eliptyczność rdzenia i statystyczne zmiany wymiarów rdzenia. Światłowody Panda wykonuje się, wierząc preformę CVD, wprowadzając pręty szklane i przeciągając całość metodą pręt–rura do średnicy włókna, czyli $125\ \mu\text{m}$. Światłowody typu Bow–Tie wykonuje się całkowicie w czasie procesu CVD, dodając dwa dodatkowe etapy, w porównaniu z klasycznym światłowodem transmisyjnym: nakładania silnie domieszkowanej warstwy $\text{SiO}_2:\text{B}_2\text{O}_3$ oraz niesymetrycznego trawienia tej warstwy wzdłuż preformy, przed nałożeniem warstwy buforowej i rdzenia, a następnie kolapsu preformy. Poziom naprężenia wprowadzany do rdzenia światłowodu HB jest rzędu $10\ \text{kg}/\text{mm}^2$ [31]. Szklane sektory naprężeniowe powinny być jak najbliżej rdzenia, w celu otrzymania jak największej dwójłomności. Ograniczeniem zbliżenia jest wpływ sektorów, które są stratne optycznie, na tłumienie światłowodu. Dyspersja termiczna dwójłomności wynika z zależności wprowadzanych wewnętrznych naprężeń od temperatury.

W jednomodowym klasycznym światłowodzie telekomunikacyjnym stan polaryzacji liniowo spolaryzowanej fali wejściowej na wyjściu jest przypadkowy i zależy od statystyki wymienionych czynników. W rezultacie wprowadzenia znacznej wewnętrznej dwójłomności światłowód transmituje falę bez zmiany polaryzacji. Dzieje się to wskutek np. dyskryminacji jednego z polaryzantów modu podstawowego. W praktyce część mocy optycznej przepływa do niepożądanego polaryzantu, co jest nazywane przesłuchem polaryzacyjnym i opisane współczynnikiem tłumienia polaryzacyjnego α_p , wyrażonym w [dB/km] lub współczynnikiem przesłuchu polaryzacyjnego h_p w [dB/m], wyrażającym przepływ mocy pomiędzy polaryzantami na jednostkę długości światłowodu. Wartość współczynnika α_p w światłowodzie dwójłomnym powinna wynosić kilkadziesiąt dB, w celu zapobieżenia nadmiernym stratom polaryzacyjnym. Wartość współczynnika α_p zależy nie tylko od samego światłowodu (część wewnętrzna w współczynnika α_p^{wew}), ale także od sposobu jego pokrycia (nierównomierności),

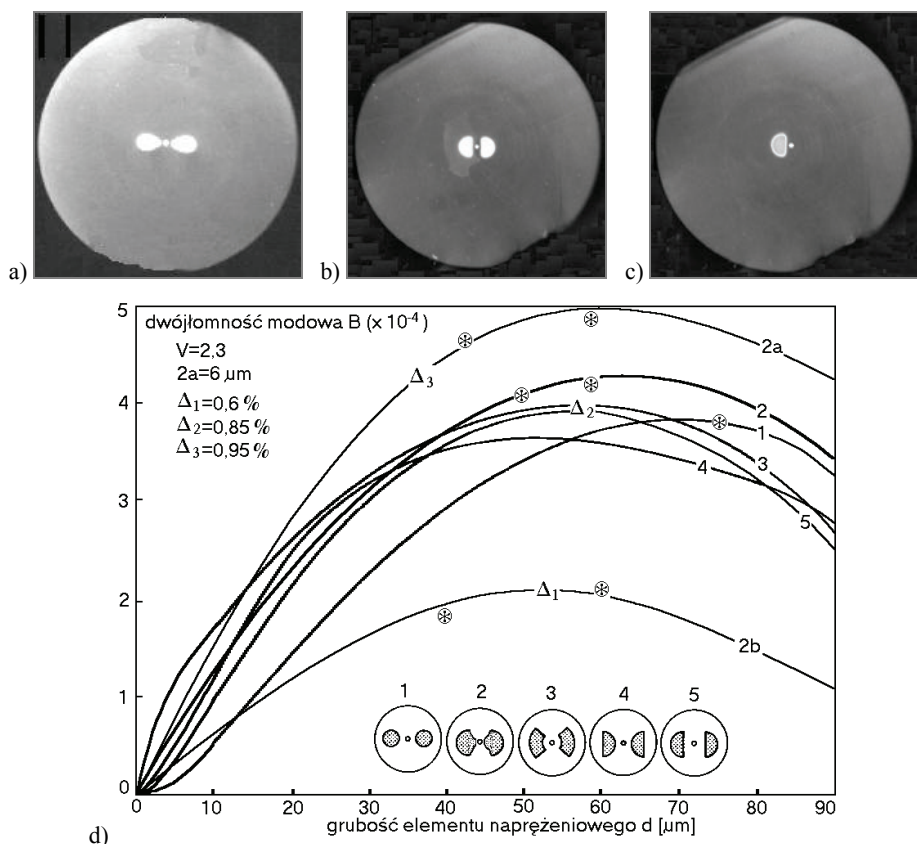
naprężeń wynikłych z nawijania na bęben, kablowania, geometrii ułożenia włókna (pętla o małym promieniu) i przypadkowych zaburzeń mechanicznych powodujących mieszanie modów (część zewnętrzna współczynnika α_p^{zew}). Wartość sprzężenia modów, spowodowana czynnikami wewnętrznymi światłowodu, jest związana z względną różnicą drogi korelacji zaburzeń przestrzennych światłowodu i długości drogi dudnienia modów, typowo kilka mm. Maksimum sprzężenia występuje wtedy, gdy obie drogi są sobie równe. Z poziomu tłumienia polaryzacyjnego rzędu -40 dB dla dobrych światłowodów HB, wynika wniosek, iż podstawowym czynnikiem jest α_p^{zew} .

Istnieją dwa podstawowe fizyczne ograniczenia utrzymywania stanu polaryzacji liniowej przez światłowód HB: spontaniczne rozpraszanie Rayleigha oraz hybrydowy charakter modów w światłowodzie. Pierwsze ograniczenie, spontaniczne rozpraszanie Rayleigha, wyraża się wzorem $R_R = C_R \lambda^{-4}$, gdzie C_R – jest współczynnikiem rozpraszania Rayleigha zależnym od szkła światłowodu. Dla czystego szkła kwarcowego współczynnik $C_R = 0,7$. Dla światłowodów telekomunikacyjnych ze szkła kwarcowych słabo domieszkowanych GeO_2 współczynnik $C_R = 0,51\Delta + 0,76$ i typowo wynosi $0,8-0,9$. Dla szkła wieloskładnikowych jest większy. Wskutek elastycznego rozpraszania Rayleigha o charakterze dipolowym, a więc o dwóch symetrycznych maksimach w obu kierunkach długiej osi światłowodu, część mocy nieustannie przepływa pomiędzy polaryzantami. Promieniowanie dipolu jest maksymalne w kierunku ortogonalnym do wektora pola elektrycznego fali optycznej, a zerowe w kierunku równoległym. Przepływająca moc jest liniowo zależna od długości światłowodu, a więc separacja polaryzacyjna zmniejsza się także liniowo z długością światłowodu. Dla typowej długości czujnikowych zastosowań światłowodu HB, rzędu kilku m, ograniczenie na tłumienie polaryzacyjne, spowodowane rozpraszaniem Rayleigha, wynosi około -80 dB, dla długości fali $\lambda = 1 \mu\text{m}$ [10]. Dla 100 km długości światłowodu HB (światłowodowy interferometr o bardzo długim ramieniu) ograniczenie na tłumienie polaryzacyjne spowodowane rozpraszaniem Rayleigha wynosi ok. -30 dB. Teoretyczny obszar ograniczeń izolacji polaryzacyjnej spowodowany rozpraszaniem Rayleigha omówiono w [10].

Drugim ograniczeniem jest nieidealność przybliżenia słabej propagacji (obowiązuje po założeniu małej wartości względnej różnicy współczynników załamania pomiędzy rdzeniem i płaszczem Δn), z którego wynika założenie o liniowej polaryzacji modów (notacja modowa LP, a nie EH i HE). W rzeczywistości w światłowodzie mody nie reprezentują one fali płaskiej, ale występuje tu pewna wartość krzywizny pola. Mody są hybrydowe o ogólnej notacji HE i EH ze składowymi wzdłużnymi pól oraz dwoma ortogonalnie spolaryzowanymi składowymi poprzecznymi, mniejszą (o poziomie ok. -40 dB) i większą. Mniejsza poprzeczna składowa pola o poziomie około -40 dB, we współczesnych światłowodach HB, względem składowej większej, nie spełnia warunku separacji polaryzacyjnej poniżej -60 dB [36]. Bez polaryzacyjnej dyskryminacji tłumiennościowej, sam światłowód HB nie może być zastosowany w niektórych rozwiązaniach interferometrów, szczególnie o długich drogach optycz-

nych. Konieczny jest dodatkowy zewnętrzny układ polaryzator–analyzer, co komplikuje układ optyczny przez wyjście z „czystego” rozwiązania światłowodowego. Teoretyczny obszar ograniczeń izolacji polaryzacyjnej spowodowany istnieniem residualnej ortogonalnej składowej pola modowego przedstawiono również w [10].

Modem podstawowym w notacji LP w światłowodzie słabo propagującym o $\Delta n \approx 0$ jest LP_{01} . W rzeczywistości jest to mod HE_{11} . Mod LP_{11} jest pierwszym modem wyższego rzędu w notacji LP składającym się w rzeczywistości z grupy modów HE_{01} , EH_{01} , HE_{21} . W ogólnym przypadku światłowodu quasi-izotropowego, oraz istnienia residualnej anizotropii włókna optycznego, mod podstawowy HE_{11} składa się z dwóch modów zwyczajnego (parzystego, regularnego, szybkiego, ang. even) ${}^eHE_{11}$ i nadzwyczajnego (nieparzystego, osobliwego, wolnego, ang. odd) ${}^oHE_{11}$.



Rys. 5. Światłowody polaryzacyjne. Przekroje poprzeczne i ich obliczona znormalizowana dwójłomność $B = |\beta_x - \beta_y|/k = |n_x - n_y|$ w funkcji grubości d borokrzemionkowego elementu naprężeniowego, dla kilku wartości $\Delta = (n_1 - n_2)/n_1$. Gwiazdkami oznaczono wyniki pomiarów

The asterisks are measurement results

Każdy z tych modów ${}^e\text{HE}_{11}$ i ${}^o\text{HE}_{11}$ jest hybrydowy i ma obie prostopadle spolaryzowane składowe pola poprzecznego i składową podłużną. Odpowiednie składowe pól, np. mniejsza modu zwyczajnego może być równoległe spolaryzowana do większej składowej modu nadzwyczajnego i poprzez te składowe może następować wymiana mocy. Dwójłomność zależy od kwadratu refrakcji różnicowej $\Delta n = n_1 - n_2$ i eliptyczności rdzenia. Im większy parametr Δn w światłowodzie, tym większa dwójłomność, ale tym gorzej światłowód spełnia przybliżenie słabej propagacji, a więc tym większe są mniejsze składowe pól decydujące o przesłuchu polaryzacyjnym. Światłowody o większej dwójłomności mają większą wartość ograniczenia przesłuchu polaryzacyjnego.

Światłowody polaryzujące są światłowodami typu HB, w których dodatkowo wykorzystuje się mechanizm tłumiennościowej dyskryminacji jednego z polaryzantów. Stała propagacji modu o polu elektrycznym wzdłuż większej osi indyktrasy refrakcyjnej rdzenia (lub wzdłuż większej osi eliptycznego rdzenia) ${}^o\text{HE}_{11}$ jest większa niż modu ${}^e\text{HE}_{11}$, którego pole elektryczne jest równoległe do mniejszej osi indyktrasy lub elipsy ${}^o\beta > {}^e\beta$. Prędkość fazowa fali $v = \omega/\beta$ w tych modach spełnia warunek ${}^o v < {}^e v$, stąd nazwy – mod wolny i szybki. Geometria rozkładu pola modu wolnego ${}^o\text{HE}_{11}$ jest bardziej dopasowana do geometrii elipsy indyktrasy lub elipsy wymiarów, stąd mod ten jest silniej uwiązany w światłowodzie w porównaniu z modem szybkim, tzn. pole modu jest silniej ograniczone w obszarze rdzenia. Mod wolny ${}^o\text{HE}_{11}$ jest bardziej odporny na oddziaływania zewnętrzne na światłowód, np. na wygięcia i mikrozwężenia. Można tak dobrać warunki pracy światłowodu, że wskutek oddziaływań zewnętrznych mod szybki będzie doznawał wielokrotnie większych strat niż mod wolny, w wyniku czego po pewnej długości światłowodu pozostanie praktycznie jedynie mod wolny [44]. Jeśli w tym światłowodzie zapobiegnie się przepływowi mocy pomiędzy polaryzantami, to włókno optyczne będzie ściśle jednopolaryzacyjne i będzie zachowywać się jako rozłożony polaryzator. Najprostszą formą otrzymania takich warunków pracy jest utworzenie ze światłowodu HB pętli o tak dobranej średnicy, aby, przy danej długości fali pracy światłowodu, występowało największe tłumienie różnicowe polaryzantów. Polaryzujące warunki pracy światłowodu dwójłomnego można wybrać także przez dobór odpowiedniego zaburzenia mikrozwężeniowego o dobranym spektrum częstotliwości przestrzennych i takiej długości transmitowanej fali w pobliżu długości fali krawędzi transmisji, aby ponownie uzyskać największe tłumienie różnicowe polaryzantów. Praktyczne rozwiązania pokazują [32], że możliwe jest uzyskanie tłumienia różnicowego rzędu 10 razy i większego. Występowanie tłumienia różnicowego pomiędzy polaryzantami powoduje, że po pewnej początkowej długości światłowodu (praktyka pokazuje, że rzędu stu – kilkuset m), po której stabilizuje się modowy stan ustalony, współczynnik tłumienia polaryzacyjnego staje się niezależny od długości włókna optycznego. Równowaga dynamiczna istnieje pomiędzy procesami mieszania polaryzantów, czyli dostarczania mocy optycznej polaryzantowi eliminowanemu kosztem polaryzantu dominującego, a ciągłą utratą mocy polaryzantu residualnego

wskutek tłumienia różnicowego. Taki mechanizm umożliwia uzyskanie poziomu dyskryminacji polaryzacyjnej w światłowodzie polaryzującym rzędu -70 dB i więcej. Tego typu rozwiązanie jest przedmiotem zainteresowania żyroskopii światłowodowej, gdzie poziomem krytycznym niezbędnej dyskryminacji polaryzacyjnej, w celu zapewnienia odwracalności optycznej, jest wielkość rzędu -60 dB.

Teoretyczny obszar ograniczeń izolacji polaryzacyjnej w światłowodzie silnie dwójłomnym, spowodowany stymulowanym dyskryminacyjnym tłumieniem różnicowym (tzw. światłowód polaryzacyjny), rozciąga się pomiędzy ograniczeniami narzucanymi przez rozpraszanie Rayleigha, polaryzacyjne tłumienie różnicowe i naturalny przesłuch polaryzacyjny w światłowodzie dwójłomnym. Na ten obszar ograniczeń izolacji polaryzacyjnej w światłowodzie jednomodowym, nakłada się pole pomiarów rzeczywistych światłowodów dwójłomnych, zdefiniowane parametrami włókien i możliwościami pomiarowymi. Izolacja polaryzacyjna w mierzonym światłowodzie zależy od takich czynników, jak: wbudowana wielkość dwójłomności wewnętrznej, konstrukcja włókna (Panda, Bow-Tie, D, eliptyczny rdzeń), sposób pokrycia zewnętrznego i kablowania włókna, a także od rodzaju specjalnie wprowadzonego zaburzenia zewnętrznego włókna (najczęściej zwinięcie w pętlę). Na rysunku 5 przedstawiono obliczoną zależność dwójłomności znormalizowanej $B = |\beta_x - \beta_y|/k = |n_x - n_y|$, gdzie n_x, n_y – efektywne modowe współczynniki załamania dla dwóch ortogonalnych stanów polaryzacji, od struktury wewnętrznej światłowodu dwójłomnego oraz wyniki pomiarów kilku dwójłomnych światłowodów wysokokrzemionkowych o różnych konstrukcjach wewnętrznych nazywanych 1-Panda, 2,3,4,5-Bow-Tie. Periodyczna wymiana mocy pomiędzy polaryzantami w światłowodzie dwójłomnym występuje na drodze $L_B = \lambda/B$. Pomiaru przedstawiono dla kilku wartości względnego parametru refrakcyjnego $\Delta = (n_1 - n_2)/n_1$. Na rysunku 5 przedstawiono fotografie przekrojów poprzecznych wytwarzanych eksperymentalnie rodzajów światłowodów dwójłomnych metodą MMC ze szkieł wieloskładnikowych oraz ich wybrane charakterystyki dwójłomności. Naprężeniowa czułość fazowa dwójłomności równa $\Delta\Phi/\Delta L = 0,05$ [$\pi/\mu\text{m}$] reprezentuje zmierzoną charakterystykę światłowodu o jednej z największych opublikowanych wartości w literaturze [379].

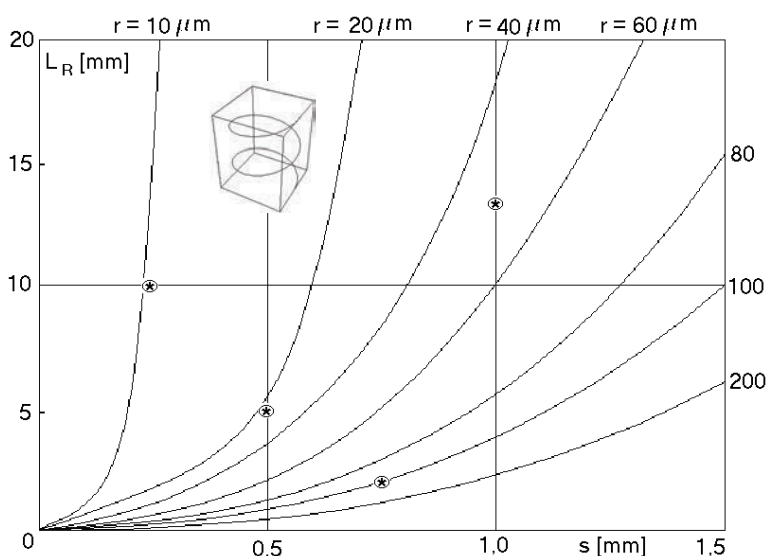
Światłowody polaryzacyjne o dużej dwójłomności kołowej, w uzupełnieniu do przedstawionych włókien optycznych silnie liniowo dwójłomnych (utrzymujących liniowy stan polaryzacji), mogą utrzymywać polaryzację kołową propagowanej fali. Takie światłowody zostały zastosowane do pomiarów dużych natężeń prądu elektrycznego oraz pól magnetycznych [57–60, 72, 75, 77, 83]. W światłowodzie utrzymującym polaryzację kołową można obserwować zjawisko Faradaya wykorzystywane podczas takich pomiarów. Zewnętrzne pole magnetyczne H wzdłuż osi światłowodu powoduje rotację pola elektrycznego propagowanej fali optycznej o kąt $\Phi = VHL$, gdzie V – stała Verdet (także nazywana skręceniem magnetycznym właściwym), L – długość światłowodu. Stała Verdet zależy od długości fali $V = C\lambda dn/d\lambda$ (wzór Becquerela), gdzie $C = ec^2/2$ m = const. Znormalizowana stała Verdet V/C wyraża się

zależnością $V_n = V/C = \lambda n' = n - n_g$. Dla szkła kwarcowego V jest rzędu 10^{-3} [rad/m gauss]. Dla niektórych szkieł wieloskładnikowych może być kilkukrotnie większa. Duża wartość kołowej dwójłomności wbudowanej w światłowód maskuje niepożądane tutaj przypadkowe zmiany polaryzacji liniowej powodowane przez wygięcia światłowodu lub mechaniczne czynniki zewnętrzne. Podobnie jak w przypadku światłowodów dwójłomnych liniowo, silnie kołowo dwójłomne światłowody powinny mieć stałą znormalizowaną rzędu 10^{-4} , co odpowiada długości drogi dudnienia rzędu milimetrów [32].

Światłowody dwójłomne kołowo wytwarza się kilkoma różnymi metodami. Najprostszą, ale stosunkowo mało skuteczną, metodą – z powodu ograniczonej odporności włókna na skręcanie, uzyskania dwójłomności kołowej we włóknie optycznym – jest skręcenie go wzdłuż osi długiej. Wykorzystywane jest zjawisko elastooptyczne. Podobnie jak w przypadku zjawiska Faradaya rotacja optyczna, wyrażona zmianą kąta polaryzacji na metr długości światłowodu Φ , jest iloczynem oddziaływania zewnętrznego na włókno (rotacji mechanicznej α_f wyrażonej w radianach na metr długości włókna) oraz R_α współczynnika proporcjonalności (rotacyjny współczynnik elastooptyczny) $\Phi = R_\alpha \alpha_f$. Dla szkła kwarcowego współczynnik R_α ma jedną z najniższych wartości spośród szkieł $R_\alpha = 0,07$. Droga rotacji optycznej wynosi $L_R = 2\pi/\Phi$. Otrzymanie dwójłomności kołowej rzędu 10^{-4} , czyli zmiany kąta polaryzacji o 2π na drodze około 1 mm, wymagałoby mechanicznej rotacji włókna o obrót na mm, co jest niemożliwe. Możliwe jest uzyskanie kilku obrotów na metr.

Podstawową metodą technologiczną wytwarzania światłowodów dwójłomnych kołowo jest rotowanie niecentrycznego układu pręt–rura (z nieosiowym położeniem rdzenia) podczas wyciągania włókna [40, 41]. Dla światłowodów eliptycznie dwójłomnych metodą wytwarzania jest rotowanie preformy światłowodu typu HB podczas wyciągania włókna. Są to metody analogiczne do wytwarzania światłowodów izotropowych o minimalnej wartości wewnętrznej dwójłomności residualnej, z tym że w przypadku światłowodów izotropowych skok rotacji jest znacznie mniejszy, może być porównywalny z długością fali. Skok rotacji światłowodu izotropowego nie może być zbyt duży, gdyż fala optyczna doznawałaby obrotu polaryzacyjnego. Odwrotnie, skok rotacji dla obu światłowodów z rdzeniem helikalnym (o polaryzacji kołowej) i z rotowanym rdzeniem Panda lub Bow–Tie (o polaryzacji eliptycznej) nie może być zbyt mały, gdyż fala świetlna nie nadążałaby z obrotem polaryzacyjnym. Jednocześnie zbyt duży skok rotacji nie daje odpowiedniej wartości dwójłomności polaryzacyjnej. Inaczej mówiąc, dla zbyt małego skoku rotacji zarówno światłowodu helikalnego jak i światłowodów HB fala świetlna nie nadąży za szybkimi zmianami osi geometrycznej (światłowód helikalny) i naprężeniowej (światłowód HB) i zaczyna uśredniać wartość dwójłomności. Dodatkowo we włóknie helikalnym znacznie wzrastają straty zgięciowe. Metodą rotowania preformy można otrzymać światłowód o długości drogi dudnienia dla polaryzacji kołowej i eliptycznej rzędu 1 mm i mniej, a typowo kilka mm [40].

Podstawową metodą wytwarzania światłowodów o dwójłowności kołowej, obok opisanej dalej metody rotacji preformy HB, jest rotacja podczas wyciągania światłowodu preformy przygotowanej z układu pręt–rura, gdzie rdzeń jest umieszczony poza osią obrotu. Obrót preformy powoduje nadanie rdzeniowi kształtu izotropowej linii śrubowej. Jeśli preforma ma dwa identyczne rdzenie, jeden umieszczony osiowo względem osi obrotu, a drugi nieco poza, to rdzeń niecentryczny będzie w takim światłowodzie śrubowo owinięty wokół rdzenia osiowego. Właściwości propagacyjne obu rdzeni będą różnić się między sobą znacznie. Dla ustalonej długości światłowodu rdzeń helikalny jest dłuższy. Rdzeń helikalny może być jednomodowy w znacznie większym zakresie częstotliwości znormalizowanych, nawet do wartości rzędu $V = 30$ lub większych [28, 31]. Spowodowane jest to silnym stratnym, dyskryminacyjnym działaniem w stosunku do modów wyższego rzędu, małego promienia zakrzywienia rdzenia światłowodu. Konsekwencją silnej stratnej dyskryminacji zgięciowej modów wyższego rzędu jest możliwość powiększenia średnicy rdzenia jednomodowego światłowodu helikalnego i powiększenia apertury numerycznej zgodnie z $V = akNA$.

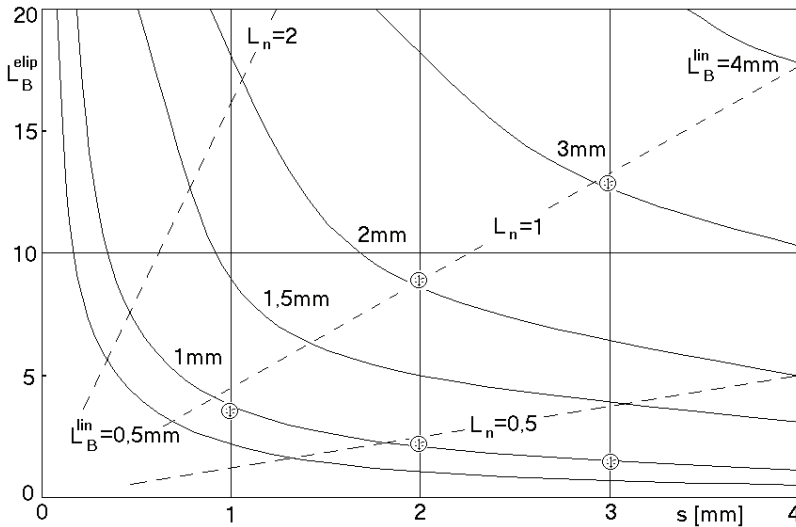


Rys. 6. Obliczona długość drogi rotacji optycznej L_R [mm] (okres polaryzacji kołowej) w funkcji skoku s śrubowej linii rdzenia dla kilku wartości promienia r linii śrubowej rdzenia. Gwiazdkami zaznaczono punkty pomiarowe kilku jednomodowych światłowodów helikalnych o standardowej średnicy zewnętrznej $d = 125 \mu\text{m}$ i średnicy rdzenia $2a = 10 \mu\text{m}$: 1) $s = 1 \text{ mm}$, $r = 50 \mu\text{m}$, $L_R = 13 \text{ mm}$, $NA = 0,2$, $\alpha = 10 \text{ dB/km}$, $V \approx 5$, 2), $s = 0,75 \text{ mm}$, $r = 100 \mu\text{m}$, $L_R = 2 \text{ mm}$, $NA = 0,4$, $\alpha = 15 \text{ dB/km}$, $V \approx 10$, 3) $s = 0,5 \text{ mm}$, $r = 20 \mu\text{m}$, $NA = 0,4$, $\alpha = 10 \text{ dB/km}$, $V \approx 10$, 4) $s = 0,25$, $r = 10 \mu\text{m}$, $L_R = 10 \text{ mm}$, $NA = 0,4$, $\alpha = 10 \text{ dB/km}$, $V \approx 10$. Straty światłowodów mierzono dla $\lambda = 1,3 \mu\text{m}$, $V \approx 25 NA$.

Dwójłowność jest związana z rotacją optyczną przez zależność $B = \lambda/L_R$

Fig. 6. Optical rotation length L_R calculated as a function of optical fiber core spinning ratio s for a few different helical core fibers. Asterisks show measurement results

Gdy fala świetlna podąża wzdłuż jednorodnej linii śrubowej ($x = r \cos t$, $y = r \sin t$, $z = st$) o promieniu r (promieniu krzywizny $\rho = (r^2 + s^2)/r = \text{const}$ i torsji – skróceniu $\tau = (r^2 + s^2)/s = \text{const}$, oraz długości łuku $l = (r^2 + s^2)^{1/2} t$), i o skoku jednostkowym s to doznaje rotacji płaszczyzny polaryzacji o kąt $\Theta = 2\pi(1 - s/l)$ na długości łuku spirali l [24]. Średnica linii śrubowej jest przesunięciem poprzecznym rdzenia względem osi włókna. Długość drogi rotacji optycznej $L_R = 2\pi s/\Theta$ można powiązać z parametrami linii śrubowej rdzenia, otrzymując: $L_R = s^3/2\pi^2 r^2$. Funkcję tę wykreślono na rysunku 6, przedstawiając także wyniki pomiarów własnych światłowodów o rdzeniach śrubowych, o kilku różnych parametrach.



Rys. 7. Obliczona długość drogi dudnienia polaryzacyjnego dla światłowodów o polaryzacji eliptycznej (rotowane światłowody HB) jako funkcja skoku rotacji mechanicznej $s = 2\pi r v_z/v_t$ dla różnych wartości drogi dudnienia polaryzacji liniowej identycznych światłowodów wyjściowych (nierotowane światłowody HB). Parametr L_n jest znormalizowaną dwójłomnością liniową L_B^{lin} względem skoku rotacji s , $L_n = L_B^{\text{lin}}/s$. Gwiazdkami zaznaczono punkty pomiarowe jednomodowych rotowanych światłowodów HB o standardowej średnicy zewnętrznej $d = 125 \mu\text{m}$ i średnicy rdzenia $2a \approx 10 \mu\text{m}$ o różnych wartościach szacowanej wyjściowej dwójłomności liniowej i różnych skokach rotacji

Fig. 7. Calculated polarization coupling length for spun HB optical fibers of elliptical polarization. Asterisks show measurement points

Światłowody o rdzeniach helikalnych wytworzono ze szkieł wysokokrzemionkowych oraz ze szkieł wieloskładnikowych. W pierwszym przypadku preforma MCVD z wytworzoną strukturą płaszcz-rdzeń wprowadzana jest do położonego nieosiowo otworu wierconego w pręcie krzemionkowym. W drugim przypadku światłowodowa preforma także z wytworzoną strukturą rdzeń-płaszcz, otrzymana modyfikowaną metodą wielotyglową, wprowadzana jest do otworu w pręcie ze szkła miękkiego, do-

branego pod względem właściwości termomechanicznych do preformy. Dla skoku linii śrubowej rzędu $s = 1$ mm i średnicy $r = 100$ μm uzyskano drogę dudnienia polaryzacji eliptycznej fali w światłowodzie $L_B = 3$ mm. Odpowiada to kołowej dwójłomności modowej rzędu $B = 5 \times 10^{-4}$. Uzyskano także rozwiązania światłowodów helikalnych z drogą dudnienia rzędu $L_B \approx 1$ mm i wartością dwójłomności kołowej rzędu $B = 10^{-3}$. Dalszy wzrost dwójłomności jest związany z akceptacją wzrastających strat wtrącenia światłowodowego elementu polaryzacyjnego. Dwójłomność kołowa silnie wzrasta z promieniem linii śrubowej, więc naturalną tendencją budowy światłowodów helikalnych jest zwiększanie ich średnicy ponad normę 125 μm , typowo aż do 500 μm . Wadą takiego rozwiązania jest zwiększona sztywność włókna i w związku z tym zmniejszenie dopuszczalnej średnicy pętli (zawijanej np. wokół przewodnika z prądem, w celu pomiaru pola magnetycznego). Minimalne praktyczne średnice cewek światłowodowych wynoszą w przybliżeniu odpowiednio 5 cm i 30 cm dla wymienionych średnic światłowodu. Rdzeń w światłowodzie helikalnym jest zawsze skośny względem osi światłowodu, jak również pola modu podstawowego. Wymaga to stosowania modyfikowanych elementów do pobudzania światłowodu. Pomiarów światłowodów helikalnych pokazują ich znaczną stabilność w porównaniu z innymi rodzajami światłowodów dwójłomnych, i stosunkową niewrażliwość na oddziaływania zewnętrzne.

Podczas rotacji światłowodu silnie dwójłomnego w czasie wyciągania wbudowywana jest we włókno silna dwójłomność eliptyczna przez zamrożenie rotacji osi dwójłomności. Mod podstawowy i mody wyższego rzędu stają się spolaryzowane eliptycznie, a dwójłomność eliptyczna zależy od liniowej dwójłomności światłowodu HB przed rotacją oraz od częstotliwości rotacji. Droga dudnienia pomiędzy oboma polaryzantami modu podstawowego w światłowodzie o polaryzacji eliptycznej wynosi [40]:

$$L_B^{\text{HB(elip)}} = L_B^{\text{HB(lin)}} s / [4L_B^{\text{HB(lin)}} + s^2]^{1/2} - 2L_B^{\text{HB(lin)}}], \quad (17)$$

gdzie: s – skok rotacji preformy, L_B^{HB} – droga dudnienia polaryzacyjnego dla światłowodu HB nierotowanego o polaryzacji liniowej (lin) i rotowanego o polaryzacji eliptycznej (elip). Wykres tej funkcji przedstawiono na rysunku 7. Poziom wbudowanej w światłowód dwójłomności eliptycznej powinien być na tyle duży, aby przekroczyć co najmniej o rząd wielkości poziom zewnętrznych perturbacji polaryzacyjnych. W tym sensie wielkość drogi dudnienia $L_B^{\text{HB(elip)}}$ jest miarą odporności światłowodu na niepożądane zaburzenia zewnętrzne. Droga ta powinna być mniejsza niż 10 mm. Wprowadzając znormalizowaną wartość polaryzacji liniowej względem skoku rotacji polaryzacji eliptycznej $L_n = L_B^{\text{HB(lin)}} / s$, na podstawie rysunku 7 można stwierdzić, że dla $L_n = \text{const}$ zachodzi warunek $L_B^{\text{HB(elip)}} = CL_B^{\text{HB(lin)}}$, gdzie $C = \text{const}$. Dla $L_n = 1$ (linia dzieląca wykres na dwie części po przekątnej) wartość stałej $C = 4$. Dla $L_n = 0,5$ (dol-

na część wykresu) zachodzi warunek $C \approx 2$. Dla $L_n = 2$ (górną część wykresu) zachodzi warunek $C = 8$. Stała C pokazuje redukcję dwójłomności przy przechodzeniu z liniowej na eliptyczną. Realistyczna pod względem technologicznym wartość znormalizowanej dwójłomności liniowej $L_n = 1$ daje stosunek redukcji dwójłomności podczas rotacji $C = 4$. W takich warunkach droga dudnienia dla polaryzacji eliptycznej równa 4 mm wymaga zastosowania do rotacji preformy światłowodu o hipotetycznej dwójłomności liniowej rzędu 1 mm. Droga dudnienia polaryzacji eliptycznej rzędu 4 mm jest zupełnie wystarczająca dla obecnych zastosowań czujnikowych takich światłowodów [3].

Eliptyczność polaryzacyjna (stosunek obu osi elipsy polaryzacji) wyraża się zależnością:

$$e = \operatorname{tg}[(1/2)\arctg(2L_B/s)], \quad (18)$$

gdzie: L_B – droga dudnienia wyjściowego, nierotowanego światłowodu HB, s – skok linii śrubowej. Skok rotacji wynika z prędkości wyciągania światłowodu v_f i prędkości obrotowej v_r i wynosi $L_R = 2\pi r v_f / v_r$. Jeśli rotacja mechaniczna jest duża, czyli $L_B/s > 1$ eliptyczność polaryzacyjna e dąży do jedności. W takim światłowodzie mod podstawowy jest spolaryzowany głównie kołowo. Jeśli wyjściowy światłowod HB ma drogę dudnienia dla polaryzacji liniowej rzędu 1 mm, to droga dudnienia dla polaryzacji eliptycznej będzie rzędu kilku mm.

Światłowody o polaryzacji kołowej (bądź eliptycznej) są stosowane do budowy całkowicie fotonicznych czujników wielkości elektrycznych. Z powodu różnicy prędkości fazowych dwóch kołowo (eliptycznie) spolaryzowanych polaryzantów modu podstawowego światło przepływa pomiędzy nimi, gdy pola są w fazie i antyfazie w sposób periodyczny. W światłowodzie idealnie izotropowym mod podstawowy jest zdegenerowany i takie zjawisko nie występuje. Jeśli pole magnetyczne zaburza propagację w światłowodzie dwójłomnym także w sposób periodyczny, ale na długości krótszej w porównaniu z drogą dudnienia dwójłomności, w miejscu oddziaływania może nastąpić dodatkowe sprzężenie (mieszanie) polaryzantów spowodowane rotacją fazy Faradaya. Przez przesuwanie miejsca pobudzenia polem magnetycznym wzdłuż włókna optycznego, w którym pobudzono tylko jeden polaryzant, oraz zastosowanie układu polaryzator–analizator, przy czym wyjściowy analizator jest usytuowany 45° do osi dwójłomności, w detektorze mierzona jest droga dudnienia przez zliczanie liczby cykli zmian mocy optycznej w funkcji przesunięcia pobudzającego pola magnetycznego. Czułość pomiaru wzrasta w układzie homodynamicznym, gdy pole magnetyczne pobudzające światłowod jest modulowane, a odbiornik optoelektroniczny jest fazoczuły.

Najprostszym rozwiązaniem światłowodowego czujnika Faradaya jest nawinięcie odcinka światłowodu jednomodowego, jednopolarizacyjnego o polaryzacji kołowej (światłowod helikalny) na linii wysokonapięciowej z mierzonym prądem. Obwodowe pole magnetyczne w pobliżu powierzchni przewodnika działa wzdłuż osi światłowo-

du, powodując rotację polaryzacji modu. Rotacja płaszczyzny polaryzacji jest proporcjonalna do całki liniowej pola magnetycznego, więc dokładne pozycjonowanie cewki światłowodowej nie ma znaczenia. Zakłócające pola magnetyczne, nieobjęte cewką, nie mają znaczenia dla wyniku pomiaru. Sygnał optyczny pobudzający światłowód czujnikowy oraz sygnał z czujnika odprowadzany jest światłowodem zachowującym stan polaryzacji do układu nadajnika i odbiornika znajdującego się na potencjale zerowym. Optymalnym rozwiązaniem jest włączenie w światłowodową pętlę monitorującą właściwości dyskryminacji modu szybkiego. Jeśli to jest niemożliwe, to konstrukcja czujnika ulega komplikacji. Konieczny jest dobór takiej długości światłowodu czujnikowego, aby z jednej strony uzyskać odpowiednią czułość pomiaru (co wymaga większych długości), a z drugiej, aby na wyjściu zachować efektywne przesunięcie fazy będące miarą wielkości pomiarowej (co wymaga długości równej jednemu okresowi, lub całkowitej wielokrotności, drogi dudnienia).

Proponuje się wiele metod rozwiązania problemu konstrukcji czujnika w przypadku zastosowania światłowodu HB (ale nie idealnie polaryzującego). Periodyczne pobudzenia światłowodu dwójłomnego polem magnetycznym w fazie z długością drogi dudnienia wymaga zastosowania periodycznej osłony magnetycznej włókna [51]. Fazowanie obu sygnałów jest konieczne, w takim rozwiązaniu, na znacznej długości włókna niezbędnej dla uzyskania odpowiedniej czułości przetwornika i dla nominalnego zakresu temperatur pracy całego urządzenia. Lepsze dopasowanie fazy dla większego zakresu temperatur uzyskuje się przez zastosowanie modulacji przestrzennej częstotliwości ekranu magnetycznego oraz rozszerzenie widma źródła optycznego, gdyż $L_B = \lambda/\Delta\beta_n$. W rozwiązaniach z rotowanym światłowodem HB uzyskano dużą liniowość pomiaru prądu na poziomie rzędu kA i czułość rzędu kilku μA [72, 75, 77, 83]. Najlepszym rozwiązaniem dla pomiaru pól magnetycznych wydaje się zastosowanie światłowodu helikalnego, ze względu na jego najmniejszą wrażliwość na uboczne oddziaływania środowiskowe.

6. ŚWIATŁOWODY ELIPTYCZNE

Do analizy światłowodów eliptycznych stosowany jest eliptyczny ortogonalny układ współrzędnych, związany z układem kartezjańskim poprzez zależności: $x = q\cosh\xi\cos\eta$, $y = q\sinh\xi\sin\eta$, gdzie ξ jest eliptyczną współrzędną radialną (szereg elips konfokalnych), η – współrzędna azymutalna (szereg parabol ortogonalnych do elips), q – odległość ogniska od osi elipsy. Współrzędną osiową zgodną z kierunkiem propagacji fali jest z . Jeśli elipsą ograniczającą rdzeń jest $\xi = \xi_0$, to półosie elipsy wynoszą: $a = q\cosh\xi_0$, $b = q\sinh\xi_0$. Stopień eliptyczności wynosi $e = [1 - (b/a)^2]^{1/2} = 1/\cosh\xi_0$ i zmienia się w granicach $0 < e < 1$, dla asymptotycznych zmian od okręgu do paska.

Równanie falowe we współrzędnych eliptycznych, dla składowych z pól elektrycznego i magnetycznego, ma postać:

$$\partial^2 E_z / \partial \xi^2 + \partial^2 E_z / \partial \eta^2 + [q^2(\varepsilon k_0^2 - \beta^2)(\sinh^2 \xi + \sin^2 \eta)] E_z = 0, \quad (19)$$

gdzie: $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ – liczba falowa w próżni, λ_0 – długość fali w próżni, β – stała propagacji, ε – stała dielektryczna równa ε_1 w rdzeniu ($\xi < \xi_0$) oraz ε_2 w płaszczu ($\xi > \xi_0$) dla światłowodu eliptycznego o profilu skokowym. Separacji zmienności azymutalnej $\Theta(\eta)$ i radialnej $R(\xi)$ pola EM dokonuje się, zakładając iloczynową postać funkcji E oraz H : $E(\xi, \eta) = \Theta(\eta)R(\xi)$. Równanie falowe dla składowych azymutalnej i radialnej w eliptycznym układzie współrzędnych ortogonalnych ma postać równania Mathieu dla $\Theta(\eta)$ i zmodyfikowanego równania Mathieu dla $R(\xi)$:

$$\begin{aligned} \partial^2 \Theta / \partial \eta^2 + [c - 0,5(\varepsilon k_0^2 - \beta^2)q^2 \cos 2\eta] \Theta &= 0 \\ \partial^2 R / \partial \xi^2 - [c - (0,5(\varepsilon k_0^2 - \beta^2)q^2 \cosh 2\xi)] R &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

gdzie c jest stałą separacji. Rozwiązaniem równania Mathieu są azymutalne funkcje Mathieu, typu sinusowego s_{en} i kosinusowego c_{en} , zarówno dla rdzenia, jak i płaszczu światłowodu eliptycznego, tylko ze zmianą wartości argumentu γz $\gamma_{rdzeń}$ na $\gamma_{płaszcz}$:

$$\Theta(\eta) = [s_{en}(\eta, \gamma^2) \text{ lub } c_{en}(\eta, \gamma^2)]. \quad (21)$$

Funkcje te są odpowiednikami zmienności pola wzdłuż obwodu okręgu (a tutaj wzdłuż elipsy) typu $\cos n\phi$ oraz $\sin n\phi$ dla światłowodu cylindrycznego. Parametr γ jest określony zależnością:

$$\gamma^2 = (\varepsilon k_0^2 - \beta^2)(q^2 / 4) = [(a/b)^2 - 1](b^2 / 4)(\varepsilon k_0^2 - \beta^2) = (a^2 / b^2 - 1)(u^2 / 4), \quad (22)$$

gdzie: $q^2 = a^2 - b^2$, a , b – półosie elipsy, większa i mniejsza, $u = b^2(\varepsilon k_0^2 - \beta^2)$ – odpowiada argumentowi funkcji Bessela u w światłowodzie cylindrycznym.

Rozwiązania periodyczne równań falowych Mathieu istnieją tylko dla charakterystycznych wartości parametru separacji c . Wartości te są oznaczane jako: $a_n(\gamma^2)$ parzyste i $b_n(\gamma^2)$ nieparzyste. Dla światłowodu klasycznego o okrągłym rdzeniu $q = 0$ oraz $\gamma = 0$ i rozwiązania równania Mathieu są w postaci funkcji sinus i kosinus, a rozwiązania na azymutalną wartość pola są $\cos n\Theta$ oraz $\sin n\Theta$. Rozwiązaniem modyfikowanego równania Mathieu w rdzeniu światłowodu są radialne funkcje Mathieu w postaci:

$$R(\xi) = [S_{en}(\xi_0, \gamma_{rdzeń}^2) \text{ lub } C_{en}(\xi_0, \gamma_{rdzeń}^2)] \quad (23)$$

typu sinusoidalnego S_e i kosinusowego C_e . Funkcje te są podobne do funkcji J Bessela. Rozwiązaniem modyfikowanego równania w płaszczu światłowodu są zanikające radialne funkcje Mathieu F_{ek} oraz G_{ek} , podobne do funkcji K Bessela:

$$R(\xi) = [F_{ek}(\xi_0, \gamma_{płaszcz}^2) \text{ lub } G_{ek}(\xi_0, \gamma_{płaszcz}^2)] \quad (24)$$

Na brzegu płaszczu i rdzenia eliptycznego funkcje radialne periodyczne Mathieu przechodzą w zanikające. Dla ewolucji rdzenia w okrąg funkcje Mathieu przechodzą w funkcje Bessela.

Składnikiem argumentów funkcji azymutalnych Mathieu są wartości n_1 i n_2 , w przypadku światłowodu skokowego, lub profil refrakcyjny w przypadku światłowodu gradientowego. Dopasowanie pól na granicy rdzenia i płaszczka jest możliwe tylko przez zastosowanie nieskończonego ciągu funkcji (a nie pojedynczych, jak w przypadku światłowodu cylindrycznego). Wynika to z faktu, że konfokalne elipsy nie mają jednakowego kształtu (w przeciwieństwie do koncentrycznych okręgów) i dla większych wartości argumentów stają się bardziej podobne do okręgu.

Wszystkie mody światłowodu eliptycznego są hybrydowe, typu EH, HE, w przeciwieństwie do światłowodu cylindrycznego, gdzie istnieją mody azymutalnie symetryczne, poprzeczne TM bez składowych podłużnych pola. Mod podstawowy światłowodu cylindrycznego HE_{11} (o charakterze zdegenerowanym) ulega rozszczepieniu na dwa mody, jeśli rdzeń staje się słaboeliptyczny. Oznaczamy te mody jako parzysty i nieparzysty: ${}_oHE_{11}$ oraz ${}_eHE_{11}$, gdzie osiowe pola magnetyczne są opisane przez funkcje Mathieu parzyste i nieparzyste. Podobnie do modu HE_{11} mody ${}_oHE_{11}$ oraz ${}_eHE_{11}$ nie mają odcięcia i pola elektryczne są poprzeczne wzdłuż głównej osi elipsy dla ${}_oHE_{11}$ oraz wzdłuż mniejszej osi elipsy dla ${}_eHE_{11}$. Jeśli elipsa dąży do nieskończonego paska, mod ${}_oHE_{11}$ staje się modem H_{10} , a mod ${}_eHE_{11}$ modem E_{10} .

W celu uproszczenia rozwiązań przyjmuje się opis jednofunkcyjny dla rdzenia i płaszczka. Obowiązuje on tylko dla: modów HE_{1m} , eliptyczności nieprzekraczającej $a/b < 2,5$, oraz małej wartości różnicy współczynników załamania $\Delta n = n_1 - n_2 \approx 0$. Inne przybliżenia przyjmują opis wielofunkcyjny w rdzeniu i jednofunkcyjny w płaszczku lub odwrotnie. Dla opisu jednofunkcyjnego równania własne przybierają postać, odpowiednio dla modów nieparzystych i parzystych:

$$\begin{aligned} [S'_{en}/u^2 S_{en} + G'_{ekn}/w^2 G_{ekn}] [\varepsilon_1 C'_{en}/u^2 C_{en} + \varepsilon_2 F'_{ekn}/w^2 F_{ekn}] \\ = n^2 (1/u^2 + 1/w^2) (\varepsilon_1/u^2 + \varepsilon_2/w^2) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} [C'_{en}/u^2 C_{en} + F'_{ekn}/w^2 F_{ekn}] [\varepsilon_1 S'_{en}/u^2 S_{en} + \varepsilon_2 G'_{ekn}/w^2 G_{ekn}] \\ = n^2 (1/u^2 + 1/w^2) (\varepsilon_1/u^2 + \varepsilon_2/w^2) \end{aligned} \quad (26)$$

Argumentami funkcji Mathieu są ξ_0 oraz γ_1^2 (rdzeń) = $q^2(k_1^2 - \beta^2)/4 = u^2(a^2/b^2 - 1)/4$, γ_2^2 (płaszczka) = $q^2(\beta^2 - k_2^2)/4 = w^2(a^2/b^2 - 1)/4$, gdzie (podobnie jak w światłowodzie cylindrycznym i planarnym) zachodzą zależności $k_1 = n_1 k_0$, $k_2 = n_2 k_0$, $u^2 = b^2(k_1^2 - \beta^2)$, $w^2 = b^2(\beta^2 - k_2^2)$, $V_b^2 = u^2 + w^2 = k_0^2 b^2(n_1^2 - n_2^2)$. Jeśli rdzeń eliptyczny zbliża się asymptotycznie do okręgu, to zachodzi: C'_{en}/C_{en} i S'_{en}/S_{en} dążą do uJ'_n/J_n oraz F'_{ekn}/F_{ekn} i G'_{ekn}/G_{ekn} dążą do wK'_n/K_n . Jeśli rdzeń eliptyczny staje się paskowy to: C_{en} dąży do $\cos u$, oraz S_{en} dąży do $\sin u$, a także F_{ekn} oraz G_{ekn} dążą do e^{-w} . Mod ${}_oHE_{11}$ o poprzecznym polu elektrycznym wzdłuż większej osi elipsy, ma większą stałą propagacji niż ${}_eHE_{11}$ ${}_o\beta > {}_e\beta$, ma mniejszą prędkość fazową, jest bardziej odporny na straty zgięciowe światłowodu i nazywany jest modem wolnym.

Najistotniejszą cechą światłowodów eliptycznych jest dwójłomność (we włóknie jednomodowym dla modu podstawowego). Dwójłomność jest definiowana jako różnica znormalizowanych stałych propagacji: $\Delta\beta = {}_o\beta - {}_e\beta$, jest związana z różnicą efektywnych modowych współczynników załamania $\Delta n_e = {}_o n_e - {}_e n_e$ i jest funkcją częstotliwości znormalizowanej V oraz różnicy współczynników załamania pomiędzy rdzeniem i płaszczem $\Delta n = n_1 - n_2$. Analizę dwójłomności w światłowodzie eliptycznym rozpoczęto w jednomodowych światłowodach izotropowych (do zastosowań telekomunikacyjnych oraz czujnikowych) jako efekt residualny. Stosując przybliżenie małej eliptyczności i małej różnicy współczynników załamania oraz różne metody analizy (przybliżenia od kształtu okrągłego, prostokątnego, metodę perturbacyjną itp.), uzyskiwano różne przybliżone postaci równania własnego.

$$a\Delta\beta / e^2 (1 - (n_2 / n_1)^2)^{3/2} = 3\pi V^2 / (V + 2)^4 \quad (27)$$

$$a\Delta\beta / e^2 (1 - (n_2 / n_1)^2)^{3/2} = u^2 w^2 / 8V^3 \quad (28)$$

$$a\Delta\beta / e^2 (1 - (n_2 / n_1)^2)^{3/2} = [u^4 w^3 / 8V^5 J_1^2] [K_o / K_1 + 1 / w] \quad (29)$$

$$a\Delta\beta / e^2 (1 - (n_2 / n_1)^2)^{3/2} = [u^2 w^2 / 8V^3] [1 + u K_o^2 J_2 / K_1^2 J_1] \quad (30)$$

$$a\Delta\beta / e^2 (1 - (n_2 / n_1)^2)^{3/2} = (u^2 w^2 / 8V^5) \{ (J_o / J_1)^3 [(u^2 - w^2) w^2 / u] + [J_o / J_1]^2 [(w^4 + u^4) / u^2] + (J_o / J_1) 2u(4 + w^2) - (8 + w^2 - u^2) \} \quad (31)$$

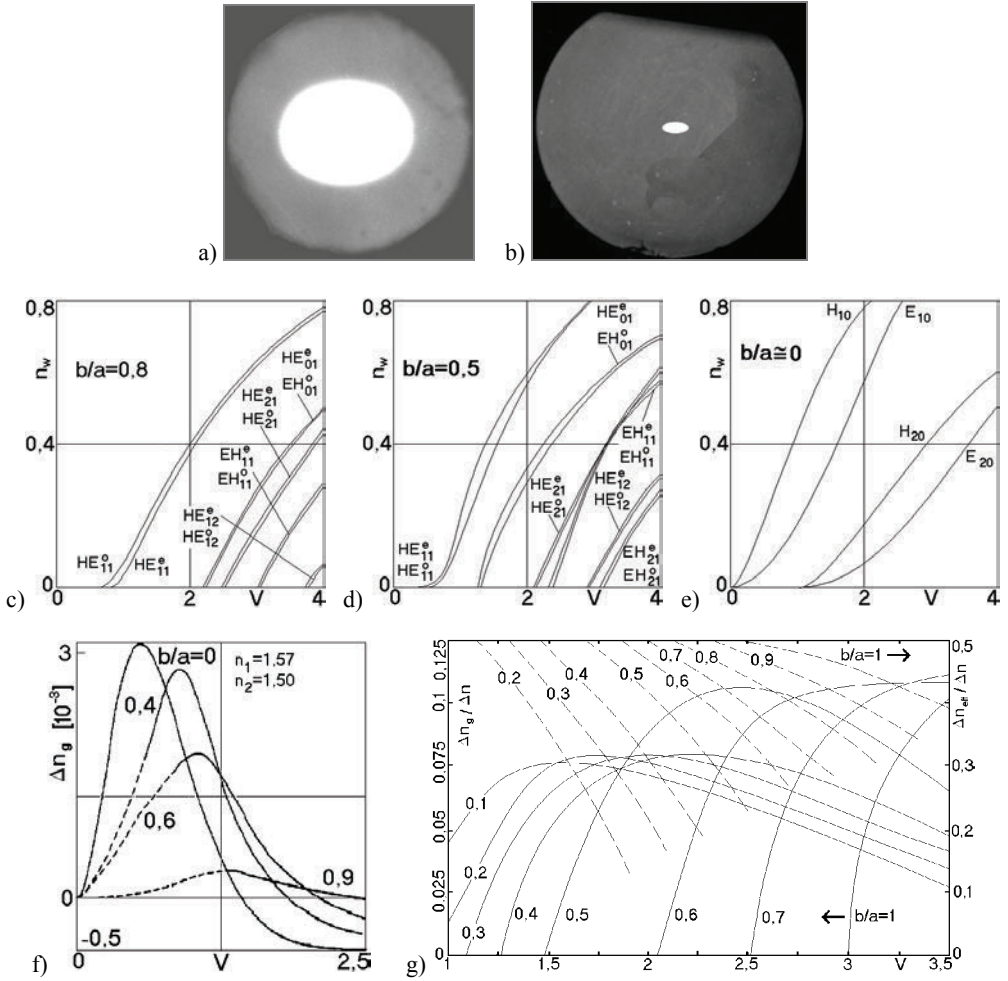
Równania te różnią się metodologią stosowania przybliżeń i uproszczeń analizy [51–53, 224–233, 236, 237, 367]. W równaniu (27) rozwiązania dla światłowodu eliptycznego przybliżono z rozwiązań dla rdzenia prostokątnego, dla małej eliptyczności i małej różnicy współczynników załamania. W równaniu (31) zastosowano przybliżenie funkcji Mathieu za pomocą funkcji Bessela. Dwójłomność $\Delta\beta$ jest proporcjonalna do $(\Delta n)^2$. W celu otrzymania znacznej dwójłomności światłowodów eliptyczny powinien mieć dużą aperturę numeryczną. Dwójłomność ma maksimum w funkcji częstotliwości znormalizowanej (w zakresie ok. 1–3, typowo 1–1,7) dla różnych stopni eliptyczności rdzenia.

W światłowodzie eliptycznym, podobnie jak w światłowodzie planarnym, dla pewnej wartości częstotliwości znormalizowanej, zależnie od stopnia eliptyczności rdzenia, wartość $\Delta n_g = {}_o n_g - {}_e n_g$ osiąga zero. W tym punkcie dwójłomność jest zerowa. Dla mniejszych wartości częstotliwości znormalizowanej zachodzi ${}_o n_g > {}_e n_g$ i $\Delta n_g > 0$. Dla większych wartości częstotliwości znormalizowanej znak dwójłomności zmienia się i zachodzi ${}_o n_g < {}_e n_g$ i $\Delta n_g < 0$. Prędkość grupowa wolnego (nieparzystego, osobliwego) modu ${}^o\text{HE}_{11}$ staje się większa od prędkości modu szybkiego (parzystego, regularnego) ${}^e\text{HE}_{11}$. Prędkości fazowe pozostają bez zmian ${}^o v_p < {}^e v_p$.

Światłowody o rdzeniach eliptycznych nie są rozważane w transmisji długodystansowej z kilku powodów: są znacznie trudniejsze do wykonania dla stałej wartości stopnia eliptyczności niż światłowody cylindryczne oraz zerowa wartość różnicowego opóźnienia grupowego $\Delta\tau_g$, nawet dla światłowodów o niewielkiej eliptyczności, występuje zawsze w obszarze wielomodowym. Cylindryczna symetria światłowodu eliptycznego umożliwia wyrażenie wszystkich składowych pól przez E_z oraz H_z . Składowe osiowe pól spełniają równanie falowe we współrzędnych eliptycznych. Rozwiązaniami równań falowych dla światłowodu eliptycznego są funkcje Mathieu–McLachlana. Światłowód eliptyczny wielomodowy ma dwa rodzaje kaustyk modowych: eliptyczną i hiperboliczną. Podstawową różnicą ze światłowodem o rdzeniu kołowym jest to, że w światłowodzie eliptycznym nie mogą rozprzestrzeniać się rodzaje o geometrii cylindrycznej. Dla różnych stopni eliptyczności mody eliptyczne degenerują się do cylindrycznych (HE, EH, LP) i planarnych (TM, TE).

Prostokątna symetria światłowodu eliptycznego powoduje, że wszystkie mody mają dwie orientacje: ${}^e\text{HE}_{ml}$, ${}^o\text{HE}_{ml}$, ${}^e\text{EH}_{ml}$, ${}^o\text{EH}_{ml}$, gdzie liczby modowe oznaczają: m – periodiczność pola dla współrzędnej η , l – l -ty pierwiastek równania własnego. Mody podstawowe ${}^e\text{HE}_{11}$, ${}^o\text{HE}_{11}$ nie są zdegenerowane i mają odcięcie dla zerowej wartości częstotliwości znormalizowanej. Dla wzrastającego stopnia eliptyczności mody wyższego rzędu ${}^e\text{HE}_{ml}$, ${}^o\text{HE}_{ml}$ mają odpowiednio większe i mniejsze częstotliwości odcięcia. Dla wzrastającego stopnia eliptyczności mod ${}^o\text{HE}_{11}$ jest bardziej ograniczony w rdzeniu niż mod ${}^e\text{HE}_{11}$. Niektóre obliczone charakterystyki światłowodów eliptycznych przedstawiono na rysunku 8. Światłowody eliptyczne są dobrze opracowane teoretycznie w literaturze [223–228, 233, 234, 237, 242]. Rozważane były nie tylko rozwiązania podstawowe, ale także wielowarstwowe o profilu W , w układzie konfokalnym i nie, osiowym i nie, pełne i z obszarami pustymi, z naprężeniami wewnętrznymi, dlatego przedstawiono tutaj głównie obliczenia dla danych materiałowych i geometrycznych ukierunkowanych na praktyczną realizowalność takich włókien optycznych modyfikowaną metodą wielotyglową. Takie włókna wytwarzano i poddano pomiarom, analizie laboratoryjnej, a także badaniom aplikacyjnym [380].

Pomiary i zastosowania światłowodów dwójłomnych, w tym eliptycznych, wymagają lokalizacji osi szybkiej i wolnej. Jeśli stan polaryzacji fali wejściowej jest w koincydencji z którąkolwiek z osi polaryzacji, to pozostanie stały wzdłuż światłowodu. Jeśli oś polaryzacji fali wejściowej tworzy dowolny kąt z osią polaryzacji światłowodu, to stan polaryzacji fali zmienia się okresowo z drogą dudnienia. Światłowody dwójłomne są wykorzystywane w systemach światłowodowych jako polaryzatory, jednopolarizacyjne linie transmisyjne do transmisji koherentnej, czujniki, sprzęgacze polaryzacyjne itp. Technika pomiarowa światłowodów dwójłomnych jednopolarizacyjnych musi uwzględniać charakterystyki polaryzacyjne takich światłowodów spowodowane anizotropią optyczną indukowaną naprężeniami.



Rys. 8. Światłowody o eliptycznym rdzeniu, jednomodowy i wielomodowy:

a–b) przekroje poprzeczne i c–g) charakterystyki. Mod podstawowy w światłowodzie eliptycznym ${}^eHE_{11}$ (używane nazwy dla tego modu: parzysty, regularny, szybki), dualny mod ${}^oHE_{11}$ (używane nazwy dla tego modu: nieparzysty, osobliwy, wolny), c–e) stałe propagacji dwóch modów podstawowych ${}^oHE_{11}$, ${}^eHE_{11}$ i modów wyższego rzędu światłowodu eliptycznego dla różnej wartości współczynnika eliptyczności $e = b/a$, f) funkcja $\Delta n_g = f(V)$, różnica prędkości grupowych dla polaryzantów modu podstawowego, g) obliczone znormalizowane dwójłomności – fazowa (lewa oś rzędnych) i grupowa (prawa oś rzędnych) dla modów HE_{01}^e i HE_{11}^o . Oznaczenia: $n_w = (n_{\text{eff}}^2 - n_2^2) / (n_1^2 - n_2^2)$,

$$n_{w1} = \Delta n_{\text{eff}} / \Delta n^2, \Delta n_{\text{eff}} = n_{\text{eff}}^o - n_{\text{eff}}^e, \Delta n_g = n_g^o - n_g^e, n_g = c/v_g, P_w = \Delta \eta / \eta \Delta n, \Delta \eta = \eta^o - \eta^e$$

Fig. 8. Optical fibers with elliptical cores, multimode and singlemode: a–b) elliptical fiber cross-sections, c–e) propagation constants (modal eigenrefraction) as a function of normalized frequency V for various core ellipticities, f) function of differential group refraction, g) calculated normalized birefringence: phase (left axis) and group (right axis) for fundamental modes

Ze względu na polaryzacyjne właściwości światłowodów eliptycznych i konieczność orientacji katowej względem osi długiej, konieczna jest modyfikacja metod pomiarowych. Pomiar właściwości polaryzacyjnych światłowodów są odrębną szeroką dziedziną miernictwa światłowodowego. Światłowody o eliptycznych rdzeniach mają właściwości dwójłomne. Są one na ogół słabsze niż dla światłowodów z mechanicznie indukowaną dwójłomnością. W przypadku światłowodów eliptycznych znormalizowany parametr dwójłomności jest rzędu $B = 10^{-5}$, podczas gdy dla światłowodów Panda i Bow–Tie wynosi $B = 10^{-4}$ i więcej (droga dudnienia jest rzędu $L_B = 1$ cm). Metody pomiarowe są podobne do światłowodów dwójłomnych z różnicą w systemie sprzężenia mocy, uwzględniającą eliptyczny kształt rdzenia.

W światłowodzie eliptycznym mierzone są najczęściej następujące parametry: geometryczne – położenie głównych osi elipsy rdzeniowej i ewentualnie elipsy obszaru depresji refrakcyjnej, wymiary osi elipsy, odstępstwa od kształtu eliptycznego rdzenia; transmisyjne – tłumienie, polaryzacyjna dyspersja modowa, dwójłomność, wrażliwości środowiskowe. Tłumienie światłowodu o eliptycznym rdzeniu jest mierzone w klasyczny sposób, np. modyfikowaną metodą odcięcia lub metodą wtrącenia, zwłaszcza dokonuje się w układzie do badania spektralnego tłumienia pomiarów różnicy odcięcia pomiędzy polaryzantami modu podstawowego. Układ pomiarowy zawiera źródło o zmiennej długości fali, układ sprzężenia światłowodu, modulator i homodynowy układ detekcyjny [381]. Wyniki pomiarów opublikowano w [380].

Pomiary jakości (stopnia idealności) odwzorowania kształtu elipsy rdzenia dokonywane są zazwyczaj za pomocą graficznych programów komputerowych mających zdolność ekstrakcji krawędzi figur i porównywania ich kształtów. Porównywania kształtów dokonuje się, korzystając z wygodnych dla komputerowych programów analizy graficznej właściwości elipsy. Wśród tych właściwości można wymienić:

- okręgi opisane i wpisane w elipsę, promienie krzywizny w wierzchołkach elipsy, $r_m = b^2/a$, $r_M = a^2/b$,

- proporcje elips konfokalnych i podobnych,
- właściwości średnic sprzężonych elipsy,
- związki pomiędzy kierownicami elipsy, twierdzenie Apolloniusza,
- $a_1 b_1 \sin(\alpha + \beta) = ab$, $a_1^2 + b_1^2 = a^2 + b^2$,
- właściwości pola i obwodu elipsy,
- właściwości stycznych do elipsy,
- $xx_0/a^2 + yy_0/b^2 = 1$, $A^2 a^2 + B^2 b^2 - C^2 = 0$ itp.

W praktyce technologicznej zdarzają się niewielkie odkształcenia kształtu eliptycznego rdzenia np. w kierunku figur elipsopodobnych czwartego rzędu. Określono eksperymentalnie, że np. dla metody MMC takim odkształceniem jest przyjmowanie przez rdzeń kształtu elipsy Cassiniego [252]. Znajomość położenia głównych osi elipsy rdzeniowej jest konieczna w każdym zastosowaniu światłowodu eliptycznego. W praktyce laboratoryjnej szybką metodą określenia położenia osi jest obserwacja

wzoru interferencyjnego na ekranie po oświetleniu światłowodu wiązką światła laserowego. Układ obserwacji położenia osi oraz pomiarów czułości dwójłomności na oddziaływania zewnętrzne, łącznie z wybranymi wynikami pomiarów wytworzonych światłowodów eliptycznych ze szkieł wieloskładnikowych metodą MMC, przedstawiono w [380].

Gdy światło propagowane w światłowodzie jest widzialne i pochodzi ze źródła koherentnego, to pomiaru długości drogi dudnienia modów podstawowych dokonuje się metodą obserwacji mikroskopowej. Droga koherencji zastosowanego źródła musi być większa niż droga dudnienia między modami. Pod mikroskopem obserwuje się rozproszone w światłowodzie promieniowanie Rayleigha. Maksimum promieniowania rozproszonego jest prostopadłe do pola elektrycznego fali optycznej, zgodnie z dipolowym charakterem rozpraszania Rayleigha. Jeśli w światłowodzie eliptycznym pobudzono oba mody podstawowe i propagowana jest w nich początkowo jednakowa moc optyczna, czyli początkowy stan polaryzacji wybrano na 45° do osi głównych elipsoidy, to polaryzacja wzdłuż światłowodu zmienia się periodycznie z liniowej, przez eliptyczną, do kołowej. Jeśli fale propagowane w obu modach są w fazie, rozpraszanie jest maksymalne, a jest zerowe, gdy fale są w fazie przeciwnej.

Periodyczny wzór rozproszenia ze światłowodu może być obserwowany przez mikroskop. Światłowód umieszczony jest w szklanej kapilarze w środowisku immersyjnym, tak że obraz wzoru rozproszenia jest powiększony i niwelowany jest refrakcyjny wpływ płaszcza światłowodu. Włókno optyczne może być obracane z kapilarą, w celu otrzymania najlepszej widzialności wzoru interferencyjnego. Jeśli kapilara jest skalowana, to $\Delta\beta = \lambda_0/L_B$, gdzie L_B – droga dudnienia. Zmiany dwójłomności są mierzone w funkcji naprężenia mechanicznego światłowodu, temperatury itp. Mierzony jest także wpływ zaburzenia punktowego światłowodu lub wygięcia na mieszanie modów podstawowych. Układ pomiarowy jest analogiczny do pomiaru spektralnego tłumienia, z tym że używana jest fala spolaryzowana. W pracy [380] przedstawiono wyniki pomiarów właściwości dwójłomności próbek wytworzonych światłowodów eliptycznych, w porównaniu z klasycznymi światłowodami polaryzacyjnymi Bow–Tie i Panda. Dokonywano pomiarów czułości polaryzacyjnej na oddziaływania termiczne i mechaniczne.

Stałe termicznego przesunięcia fazy dla światłowodów typu HB były w granicach $6\text{--}8$ rad/m $^\circ\text{C}$. Dla włókien optycznych eliptycznych, o różnej konstrukcji i z różnych materiałów, stałe te wynosiły w zakresie $0,6\text{--}2$ rad/m $^\circ\text{C}$, dla niezbyt dużych wartości Δn oraz wymiarach rdzenia rzędu kilku μm . Dla bardzo dużych wartości Δn i bardzo małych rdzeni, rzędu pojedynczych μm , wartość dwójłomności stawała się porównywalna do tej w światłowodach typu HB. Dwie składowe czułości termicznej są związane z wydłużeniem włókna $dL/dT = \alpha L$ oraz z pochodną stałej propagacji $d\Delta\beta/dT$. Czynniki αL w światłowodach ze szkieł wysokokrzemionkowych nie jest dominujący. Dla światłowodów ze szkieł wieloskładnikowych jego wpływ jest znaczny dla niektórych materiałów. W tym względzie światłowody te różnią się między sobą zasadniczo.

W odniesieniu do światłowodów eliptycznych mówi się o trzech podstawowych wymaganiach projektowych dla tych włókien. Wymagania te związane są z głównymi zastosowaniami optycznych włókien eliptycznych do technik interferometrii światłowodowej. Wymagania projektowe są następujące: tworzenie w światłowodzie jak największej możliwej dwójłomności przez optymalizację stopnia eliptyczności i wartości różnicy współczynników załamania rdzenia i płaszczu, usuwanie możliwości interferencji wtórnej przez wbudowanie w światłowodzie silnej refrakcyjnej depresji płaszczowej oraz odporność światłowodu na zgięcia przez odpowiednią wartość Δn .

Klasyczne metody wytwarzania światłowodów telekomunikacyjnych, takie jak CVD, mogą być adaptowane do wytwarzania światłowodów o rdzeniach eliptycznych. Wymaga to jednak zastosowania dodatkowych etapów procesu technologicznego. Najczęściej wytwarza się światłowody eliptyczne z rdzeniem domieszkowanym GeO_2 , płaszczem bezpośrednim (buforem optycznym) domieszkowanym fluorem (szkło fluorokrzemionkowe) i płaszczem konstrukcyjnym z czystego SiO_2 . Typowo światłowod ma Δn w zakresie 2,5–4%. Depresja refrakcyjna bufora optycznego względem płaszczu wynosi 0,2–0,6%. Najczęściej w zastosowaniach spotyka się światłowody o stosunku osi większej do mniejszej rzędu 2. Etapy procesu wytwarzania światłowodu eliptycznego metodą CVD zawierają następujące procesy. Punktem wyjściowym technologii jest klasyczna ultraczysta rura kwarcowa do światłowodowego procesu CVD. Na rurze szlifowane są dwie równoległe płaskie powierzchnie. Głębokość szlifowania określa potem stopień eliptyczności rdzenia. Wewnątrz takiej oszlifowanej rury osadzany i szklony jest płaszcz optyczny domieszkowany fluorem (buforująca depresja refrakcyjna) oraz rdzeń domieszkowany germanem. Rurę z naniesioną i zeszkloną strukturą rdzeń–depresyjny płaszcz optyczny poddaje się procesowi kolapsu z zastosowaniem regulowanego podciśnienia. Główne osie tworzącej się elipsy rdzenia i bufora optycznego są prostopadłe do płaszczyzn szlifowania preformy. Eliptyczność rdzenia regulowana jest głębokością szlifowania preformy i sposobem jej kolapsu (parametry T , $-\Delta P$).

Metoda MMC, a także większość innych metod technologicznych wytwarzania światłowodów dają włókna optyczne o prawie idealnie okrągłych rdzeniach. Normy dopuszczają pewien stopień eliptyczności rdzenia w światłowodzie izotropowym. Ta eliptyczność powoduje pewien stopień dwójłomności włókna, na ogół przypadkowo zmieniający się wzdłuż jego osi długiej. Między innymi ewolucja residualnej eliptyczności (obok zaburzeń mechanicznych i termicznych) jest przyczyną modowej dyspersji polaryzacyjnej (MDP). W światłowodzie o rdzeniu eliptycznym sytuacja jest nieco odmienna. Żadna metoda technologiczna nie daje bezpośrednio rdzenia eliptycznego. W metodzie MMC rdzeń cylindryczny jest tworzony jako minimum energetyczne dla strugi szkła lepkiego [380]. Dla takiej strugi, podlegającej transformacji pomiędzy różnymi kształtami, elipsa (lub raczej krzywa elipsopodobna) jest kształtem przejściowym. Kształt ten jest zamrażany w odpowiednim stadium (w momencie naj-

większego podobieństwa kształtu przekroju poprzecznego strugi do elipsy) przez metodę technologiczną.

Hybrydowa modyfikowana metoda wielotyglowa i pręt–rura umożliwia wytwarzanie światłowodów eliptycznych o konstrukcjach przedstawionych na rysunku 8. Kształt zewnętrzny światłowodu i rdzenia mogą być jednocześnie eliptyczne. Wewnątrz włókna można wbudować eliptyczny bufor optyczny, a sam rdzeń może być eliptyczny w cylindrycznym światłowodzie. Włókna mogą być wytwarzane bezpośrednio podczas jednego etapu procesu MMC. W czasie procesu wielotyglowego można wytwarzać preformę o eliptycznym rdzeniu, a następnie w czasie drugiego etapu taka preforma jest wykorzystywana w metodzie pręt–rura.

7. ŚWIATŁOWODY PASKOWE

Światłowod włóknowy o jednomodowym rdzeniu paskowym stanowi, hipotetycznie, niezwykle interesujący ośrodek transmisyjny pomiędzy zintegrowanymi układami optyki planarnej. Łączenie układów funkcjonalnych optyki zintegrowanej jest związane ze stosowaniem bardzo dokładnych, i trudnych technologicznie – połączonych z selektywnym wytrawianiem w podłożu rowka V – metod justowania jednomodowego światłowodu włóknistego o rdzeniu cylindrycznym ze światłowodem planarnym. Straty połączeń są istotną częścią dostępnego bilansu mocy optycznej [394]. Rozważamy właściwości paska dielektrycznego o grubości $2r$ (w kierunku x) i współczynniku załamania n_1 w jednorodnym optycznie ośrodku płaszcza światłowodu włóknowego o współczynniku załamania n_2 . Zakładamy, że wymiar paska w kierunku y jest wielokrotnie większy, tzn. wynosi co najmniej $20r$, i w związku z tym można w przybliżeniu założyć niezmiennosc pola w tym kierunku. Fala optyczna propaguje wzdłuż osi długiej z światłowodu w postaci dwóch rodzajów modów E_{m0} , H_{m0} o niesprzężonych składowych pól E i H w kierunku propagacji. Pojedyncza liczba modowa dla geometrii planarnej (tutaj nazywana poprzeczną) pokazuje zmienność pola w grubości rdzenia paskowego. Modami podstawowymi są E_{10} i H_{10} . Korzystamy z tego samego równania własnego w ogólnej postaci, co poprzednio (1). Funkcje periodyczne i zanikające w tym przypadku $F_1 = \sin(u)$, oraz $\cos(u)$; $F_2 = \exp(-w)$. Dla tych funkcji przybliżone równanie własne światłowodu włóknowego, słabo propagującego, o paskowym rdzeniu przybiera postać [367]

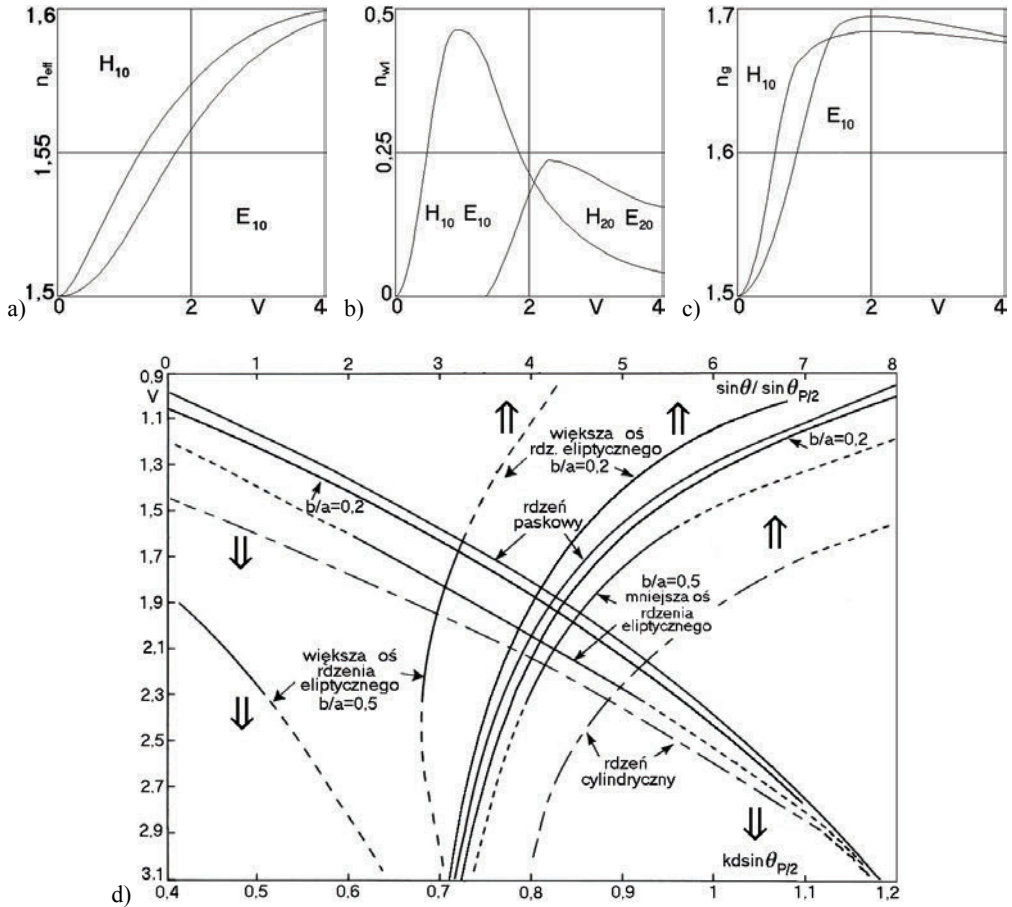
$$\begin{aligned} & [\cos(u)/u \sin(u) - \exp(-w)/w \exp(-w)] \\ & [n_1^2 \cos(u)/u \sin(u) - n_2^2 \exp(-w)/w \exp(-w)] = 0. \end{aligned} \quad (32)$$

gdzie liczba modowa $l = 0$ oznacza brak zmienności pola w kierunku y . Równanie (32) obowiązuje dla modów regularnych (even) o maksimum pola w centrum paska rdzeniowego. Dla modów nieregularnych (odd) o minimum pola w środku paska zachodzi:

$$\begin{aligned} & [-\sin(u)/u \cos(u) - \exp(-w)/w \exp(-w)] \\ & [-n_1^2 \sin(u)/u \cos(u) - n_2^2 \exp(-w)/w \exp(-w)] = 0. \end{aligned} \quad (33)$$

Przyrównując czynniki postaci iloczynowej pierwszego równania (32) do zera otrzymuje się dla modów H^e niezależnych od profilu refrakcyjnego $\text{tg}(u) = w/u$, oraz dla modów E^e zależnych od profilu refrakcyjnego (o ładunkach elektrycznych na granicy ośrodków) $\text{tg}(u) = n_1^2 w/n_2^2 u$. Drugie równanie (33) daje rozwiązanie z minimalną wartością pola w środku grubości rdzenia paskowego światłowodu, mody osobliwe (odd) dla H^0 $\text{tg}(u) = -u/w$, oraz dla modów E^0 $\text{tg}(u) = -n_1^2 u/n_2^2 w$. Odcięcie modowe regularne następuje, gdy efektywna wartość modowego współczynnika załamania staje się równa refrakcji płaszczu n_2 . Gdy $\beta_n = n_{\text{eff}} = n_2$, wówczas $w = 0$, $u = V = V_c$, $\sin V_c = 0$, $V_c = 0, \pi, 2\pi, \dots$. Dla modów osobliwych zachodzi $\cos V_c = 0$, $V_c = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$. Na rysunku 9. przedstawiono wybrane obliczone i zmierzone charakterystyki modowe włóknowych światłowodów o rdzeniach paskowych. Próbki takich światłowodów były wytwarzane w OBPTŚ HS Biaglass [356]. Mody podstawowe H_{10} (wolny) oraz E_{10} (szybki) mają nieco inne wartości stałych propagacji. Pobudzenie obu modów podstawowych powoduje, że światłowód o rdzeniu paskowym jest dwójłomny. Dwójłomność Δn_{eff} jest, w przybliżeniu, proporcjonalna do kwadratu różnicy współczynników załamania Δn rdzenia i płaszczu, dla szerokiego zakresu wartości $\Delta n = 0,1-10\%$. Dwójłomność znormalizowaną dla rdzenia paskowego przedstawia się w postaci wyrażenia $\Delta n_{\text{eff}}/(\Delta n)^2 = f(V)$, podobnie jak dla rdzeni eliptycznych. Tutaj traktujemy rdzeń paskowy jako jedno z granicznych rozwiązań dla rdzenia eliptycznego. Prędkości fazowe i grupowe wyrażone są podobnie jak poprzednio $v = \omega/\beta$, $\omega = 2\pi f$, $v_g = \partial\omega/\partial\beta$ jest nachyleniem krzywej we współrzędnych fazowych $\omega - \beta$, $v_{gn} = v_g/c = V\partial n_{\text{eff}}/\partial V + n_{\text{eff}}$, $n_{\text{eff}} = \beta/k = \beta c/\omega$, $V = \omega r NA/c$, $c/v_g = n_g$. Dla małych wartości V obie prędkości v i v_g szybkiego modu podstawowego E_{10} są większe niż dla wolnego modu podstawowego H_{10} . Dla większych wartości V , v_g modu szybkiego jest mniejsza niż dla wolnego, a różnica Δv_g przybiera wartość zero dla $V = V_{go}$.

Współczynnik ograniczenia pola modowego zdefiniowany jako $\eta = P_1/(P_1 + P_2)$ przybiera dla rdzenia paskowego następującą, analityczną postać funkcji wyłącznie argumentów falowych i częstotliwości znormalizowanej $u^2 + w^2 = V^2$, $\eta = 1 - u^2/V^2$ ($1 + w$) dla modu niezależnego od refrakcji H_{10} , oraz $\eta = 1 - n_1^2 n_2^2 u^2/(n_1^2 n_2^2 V^2 + n_1^4 w^3 + n_2^4 w u^2)$ dla modu zależnego od refrakcji E_{10} . Dla wszystkich kształtów rdzenia obowiązuje zależność $c^2/vv_g = n_1^2 \eta + n_2^2 (1 - \eta)$ [223, 386]. Dla modu H_{10} rozkład mocy nie zmienia się w funkcji Δn . Dla modu E_{10} , przy ustalonej wartości częstotliwości znormalizowanej grubość $2r$ rdzenia paskowego ulega zwiększeniu, jeśli maleje Δn . Jeśli $2r \rightarrow \infty$, $\Delta n \rightarrow 0$ i cała moc optyczna jest ograniczona w rdzeniu.



Rys. 9. Charakterystyki światłowodów o rdzeniach paskowych. Dane: rdzeń eliptyczny $2b/2a = 2 \times 25 \mu\text{m}$, $b/a = 0,08$, $\Delta = 2\%$; a) obliczony efektywny modowy współczynnik załamania w funkcji częstotliwości znormalizowanej $n_{\text{eff}}(V)$ dla modów podstawowych H_{10} i E_{10} ; b) znormalizowana dwójłomność światłowodu z rdzeniem paskowym $n_{w1} = \Delta n_{\text{eff}} / (\Delta n)^2 = f(V)$ dla modów H_{10} i E_{10} oraz H_{20} i E_{20} ; c) grupowe współczynniki załamania dla modów podstawowych H_{10} , E_{10} ; d) porównanie zależności wielkości kąta połówkowej mocy głównego promienia charakterystyki promieniowania $\theta_{p/2}(V)$ oraz kąta pierwszego minimum charakterystyki promieniowania θ_{M1} dla światłowodów o rdzeniach paskowym, eliptycznym $b/a = 0,5$, eliptycznym $b/a = 0,2$ i cylindrycznym (pole dalekie) [51]

Fig. 9. Modal characteristics of optical fibers with strip cores: a) calculated effective refraction as function of V for fundamental modes; b) normalized birefringence of strip core optical fiber; c) group refraction for fundamental modes; d) radiation characteristics from the strip core, comparison with elliptical and circular cores

Rozkład pola dalekiego światłowodu włóknistego o rdzeniu paskowym jest określony przez geometrię promieniującej apertury rdzenia i jest sumą amplitud i faz z wszystkich punktów apertury. Dla modu H_{10} składowa pola w kierunku y , znormali-

zowana do jedności względem maksymalnej wartości na granicy rdzeń–płaszcz zmienia się zgodnie z zależnością trygonometryczną $E_y = \cos(ux/r)/\cos(u)$. Poza rdzeniem paskowym pole zanika do zera eksponencjalnie $E_y = \exp(-wx/r)/\exp(-w)$. Zakładając, że skończona szerokość rdzenia paskowego nie wpływa na postać pola, sumując po aperturze rdzenia za pomocą transformaty Fouriera i korzystając z $\text{tg}(u) = w/u$ jako rozwiązania równania własnego dla modów regularnych H^e , zależność na znormalizowany rozkład mocy optycznej $P(\Theta)$ w funkcji kąta Θ mierzzonego od osi światłowodowy wynosi [51]:

$$P_n = P(\Theta)/P_0 = [u^2 w^2 (\cos \alpha - \alpha \sin \alpha \cos(u)/u \sin(u))/u^2 - \alpha^2)(w^2 + \alpha^2)]^2, \quad (34)$$

$$\alpha = kr \sin \Theta = V \sin \Theta / NA$$

Dla dużej wartości częstotliwości znormalizowanej V apertura jest szeroka, mierzona wielkością NA/λ_0 , moc optyczna jest całkowicie ograniczona do rdzenia paskowego $\eta \approx 1$, a pole poza rdzeniem w płaszczu zanika gwałtownie. Charakterystyka promieniowania takiego układu o dużej aperturze o silnie zdefiniowanych granicach refrakcyjnych ma wąską wiązkę główną i wiele wiązek bocznych o relatywnie dużych intensywnościach. Z maleniem wartości częstotliwości znormalizowanej V apertura ulega zawężeniu, główny promień rozszerza się, osiągając maksymalną wartość. Dalsze malenie V powoduje ponowne zawężenie głównej wiązki promieniowania, ponieważ pole modowe rozprzestrzenia się coraz głębiej z rdzenia w płaszcz i efektywna apertura promieniowania wzrasta. Granice apertury nie są teraz silnie zdefiniowane, przez co nie występuje znaczna zmiana wartości pola na tej granicy. Rozkład pola w aperturze jest w przybliżeniu gaussowski i jego transformacja Fouriera, a więc charakterystyka promieniowania, też ma kształt krzywej Gaussa, bez promieni bocznych.

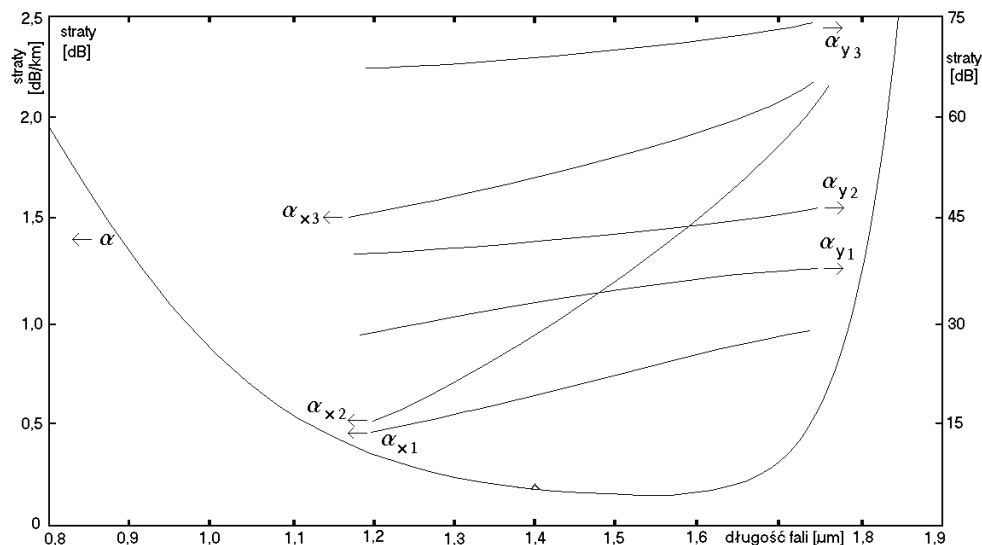
8. ŚWIATŁOWODY KOMPOZYTOWE

Światłowodami kompozytowymi nazwiemy tutaj włókna optyczne zbudowane z różnych materiałów, np. szklano-ceramiczne [382]. Do tej grupy należą także układy szkło–metal oraz szkło–kanał powietrzny, do którego można wprowadzać inne materiały (np. gaz, ciecz, metal w stanie ciekłym, najczęściej Ga, mieszaninę In-Ga lub niskotopliwe stopy Sn, np. In-Sn). Istnieje sporo różnych rozwiązań światłowodów kompozytowych i nadal wiele nowych jest badanych [285–306]. Jednym z najczęściej stosowanych rozwiązań jest zastąpienie naprężeniowych elementów borokrzemionkowych w światłowodzie HB typu Panda kanałami powietrznymi (ang. *side-hole* – SH, także *side-pit fibers*) lub elementami metalowymi (ang. *side-wire*). Innym rozwiązaniem jest pozostawienie w światłowodzie pojedynczego dużego obszaru pustego, np. w kształcie koła lub odcinka koła (litery D). Płaska część obszaru znajduje się w niewielkiej odległości od rdzenia (odległość porównywalna lub mniejsza od rozmia-

ru rdzenia). W zależności od materiału wypełnienia i jego charakterystyk optycznych, elektrycznych, magnetycznych, akustycznych, termicznych lub innych oraz sposobu wpływu obszaru pustego lub wypełnionego na falę optyczną propagowaną w pobliskim rdzeniu światłowodów będzie miał bardzo różne charakterystyki transmisyjne. Do pojedynczego lub dwóch obszarów metalowych można podłączyć napięcie, indukując w materiale światłowodu zjawiska elektrooptyczne, np. efekt Kerra, Pöckelsa, elektrostrykcyjne, elektrokapilarne, elektroluminescencyjne itp. Przez obecność kanału wewnątrz włókna można także indukować lub wzmacniać takie zjawiska, jak: elasto-optyczne, piezoelektryczne, magnetostrykcyjne, nieliniowe itp., [57–84, 136–172].

W przypadku obecności w światłowodzie biernej elektrody metalowej obecność metalu w pobliżu pola zanikającego modu wprowadza silne tłumienie różnicowe pomiędzy ortogonalne polaryzanty x i y modu podstawowego, usuwając jeden z nich efektywnie na niewielkiej drodze. Na rysunku 10 przedstawiono zmierzone charakterystyki tłumienia polaryzatorów światłowodowych wykonanych ze światłowodów z otworem D wypełnionym metalem, dla kilku różnych parametrów konstrukcyjnych włókna optycznego. Światłowody miały aperturę numeryczną 0,15 oraz 0,12. Odległość metalu od rdzenia była $d = 1 \mu\text{m}$ oraz $2 \mu\text{m}$. Współczynniki dyskryminacji polaryzacyjnej były zmienne w granicach 30 dB dla $\lambda = 1,3 \mu\text{m}$ (włókno 1) do około 70 dB dla $\lambda = 1,6 \mu\text{m}$ (włókno 3). Straty wtrącenia polaryzatora światłowodowego były zmienne w granicach 0,5 dB (włókno 1) do około 2 dB (włókno 3). Zmiana apertury numerycznej światłowodu (włókno 1 – włókno 2), przy takich samych parametrach wypełnionego metalem kanału powietrznego, powoduje wzrost dyskryminacji polaryzacyjnej kosztem rosnących strat wtrącenia polaryzatora światłowodowego. Stosunkowo znaczny wzrost strat wtrącenia został spowodowany zmniejszeniem separacji rdzenia od kanału. Jednak dyskryminacja polaryzacyjna wzrosła do około 70 dB, a więc wielkości dostatecznej do zastosowań w interferometrii światłowodowej. Charakterystyki spektralne tłumienia wszystkich zmierzonych tutaj polaryzatorów światłowodowych są jednorodne w bardzo szerokim oknie spektralnym 1200–1700 μm .

Światłowody polaryzujące (polaryzatory światłowodowe) o przedstawionych na rysunku 10 charakterystykach cechują się prawie stałą wartością stosunku tłumień polaryzantów ortogonalnych α_y/α_x w całym wymienionym paśmie. W związku z tym możliwa jest teoretycznie konstrukcja światłowodu o nieograniczonej wartości współczynnika ekstynkcji. Ponośnym kosztem są wzrastające straty własne włókna, czyli straty wtrącenia zrobionego z niego polaryzatora światłowodowego. W sieciowych światłowodowych systemach czujnikowych [383–385] nie tyle istotne są straty wtrącenia elementów fonicznych ze światłowodów kształtowanych np. czujników, gdyż można je kompensować za pomocą lokalnego wzmacniacza światłowodowego, ile ważna jest izolacja (nieodwracalność) optyczna, tutaj wyrażona wielkością współczynnika ekstynkcji. Analogiczny problem występuje w budowie żyroskopów [9], gdzie dynamika pomiaru jest determinowana wielkością współczynnika ekstynkcji polaryzacyjnej.



Rys. 10. Charakterystyki spektralne tłumienia różnicowego ($\alpha_y - \alpha_x$) modów quasi TE i TM (ortogonalnych polaryzantów modu podstawowego LP₀₁) w światłowodzie polaryzacyjnym o kanale powietrznym wypełnionym metalem. Dane światłowodów: $\Phi = 125 \mu\text{m}$, średnica kanału powietrznego $35 \mu\text{m}$, $L_m = 6 \text{ cm}$, $\lambda_c = 1250 \text{ nm}$, 1) $2a = 6 \mu\text{m}$, $NA = 0,15$, $d = 2 \mu\text{m}$, 2) $2a = 6,5 \mu\text{m}$, $NA = 0,12$, $d = 2 \mu\text{m}$, 3) $NA = 0,15$, $d = 1 \mu\text{m}$. Charakterystyki tłumienia różnicowego wyrażone w [dB] przedstawiono na tle zmierzonej charakterystyki ultraniskostratnego jednomodowego światłowodu VAD o długości odcinka 2 km [dB/km]

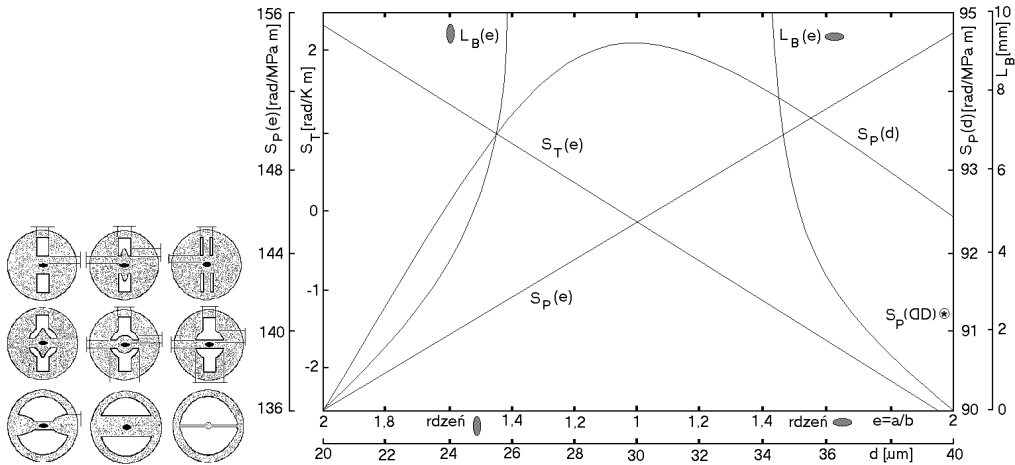
Fig. 10. Differentia modal attenuation ($\alpha_y - \alpha_x$) characteristics in a composite HB metal – glass optical fiber, for TE and TM modes

Jeśli oba obszary wzdłuż rdzenia, jak w światłowodzie HB typu Panda, zamiast szkłem borokrzemionkowym zostaną wypełnione metalem, to istnieje, po podłączeniu do tych obszarów napięcia, możliwość umieszczenia rdzenia w stosunkowo silnym lokalnym polu elektrycznym. W materiale rdzenia indukowane jest kwadratowe zjawisko elektrooptyczne Kerra. Indukowana dwójłomność wynosi $\Delta n = n_{nzw} - n_{zw} = \lambda KE^2$, gdzie E [V/m] – pole elektryczne, K – stała Kerra (dla szkła krzemionkowego rzędu 10^{-13} m/V). Związane z tym przesunięcie fazy fali optycznej wynosi $\Delta\Phi = kL\Delta n$ dla światłowodu o długości L . Pomimo niewielkiej wartości stałej elektrooptycznej Kerra dla szkła wysokokrzemionkowego, możliwość zastosowania długiej drogi interakcji, niewielkiej odległości pomiędzy elektrodami oraz skupienia pola optycznego w małym obszarze rdzenia, niedostępnej w rozwiązaniach objętościowych, może prowadzić do efektywnych poziomów modulacji fazy w elektrooptycznym światłowodzie Kerra [38, 74, 76] i atrakcyjnych parametrów światłowodowego modulatora Kerra. W przykładowym rozwiązaniu takiego elementu światłowodowego uzyskano [79]: stacjonarne przesunięcie fazy o $\pi/2$ dla skutecznej wartości napięcia zasilającego $v_s \approx 40 \text{ V}$, pasmo modulacyjne – kilkadziesiąt MHz.

Zjawisko Kerra w światłowodzie można indukować także na drodze całkowicie optycznej. Nazywamy go dla odróżnienia optycznym zjawiskiem Kerra, choć mechanizm jest taki sam. Silna składowa elektryczna pola optycznego propagowanego światłowodem (tzw. sygnał pompy) indukuje w nim dwójłomność proporcjonalną do gęstości mocy optycznej: $B \sim I_{\text{opt}} = P_{\text{opt}}/A_r = E^2/Z_w$, $Z_w = 120 \pi/\beta_n[\Omega]$ – impedancja falowa światłowodu, $A_r = \pi a^2$ dla światłowodu o rdzeniu cylindrycznym i $A_r = \pi ab$ dla światłowodu o rdzeniu eliptycznym. Przyjmując dane $P_{\text{opt}} = 100 \text{ mW}$, $\beta_n \approx 1,46$, $A_r \approx 2\pi \mu\text{m}^2$, pole elektryczne w rdzeniu wynosi $E = 2 \cdot 10^6 \text{ V/m}$. Jest to poziom mogący indukować zjawisko Kerra. Stan pobudzonego sygnałem pompy światłowodu o optycznie stymulowanej dwójłomności jest odczytywany sygnałem użytecznym, propagującym w przeciwnym kierunku włókna.

Jeśli oba obszary wzdłuż rdzenia pozostaną puste lub zostaną wypełnione cieczą, to dwójłomność może być indukowana ciśnieniem zewnętrznym gazu lub cieczy [47]. Jeśli obszary wzdłuż rdzenia zostaną wypełnione szkłem, w którym fala akustyczna rozprzestrzenia się wolniej niż w płaszczu [3], to utworzony zostanie falowód dla fali ultradźwiękowej. Podobne rozwiązanie konstrukcyjne dotyczy samego rdzenia światłowodu. Zmiana współczynnika załamania wskutek zjawiska elastoptycznego będzie wynosić: $\Delta n = (n^3 p/2)(2I_{\text{akust}}/\rho V_a^2)^{1/2} = CI_{\text{akust}}$, gdzie n – współczynnik załamania bez oddziaływania fali akustycznej, p – współczynnik elastoptyczny, I_{akust} – natężenie fali akustycznej, ρ – gęstość materiału rdzenia światłowodu lub obszarów przyrządzeniowych, V_a – prędkość rozprzestrzeniania się fali akustycznej w określonym obszarze światłowodu. Stała C dla światłowodu wysokokrzemionkowego wynosi $C \approx 0,3 \cdot 10^{-7} [\text{s}(\text{kg}/\text{m})^{1/2}]$. Zjawisko elastoptyczne w światłowodzie klasycznym lub kompozytowym może stanowić bazę dla wielu przetworników do pomiaru ciśnienia i naprężenia w sposób statyczny lub dynamiczny.

Światłowody z dwoma otworami bocznymi typu SH (ang. *side hole*) i eliptycznym rdzeniem o właściwościach dwójłomnych mają zmienione czułości na naprężenia mechaniczne S_p i termiczne S_T w porównaniu ze światłowodami dwójłomnymi typu Bow-Tie i Panda. Czułości na ciśnienie są rzędu 100–150 rad/Mpa·m, a na temperaturę rzędu 1 rad/K·m. Dla porównania czułości światłowodów HB są odpowiednio rzędu pojedynczych rad/Mpa·m oraz 6–8 rad/K·m. Czułości światłowodów o rdzeniach eliptycznych, są odpowiednio 2–5 rad/Mpa·m (dla włókien o średnich eliptycznościach i niedużych wartościach Δn), około 100 rad/MPa·m (dla włókien o dużych eliptycznościach i bardzo dużych wartościach Δn) oraz 0,6–2 rad/K·m. Obecność kanałów powietrznych szczególnie modyfikuje wpływ ciśnienia zewnętrznego na włókno. Rdzeń eliptyczny może być umieszczony osią długą prostopadle (pionowo) lub równoległe (poziomo) do szczeliny pomiędzy kanałami, co zmienia znak czułości termicznej włókna. Daje to możliwość projektowania włókna o maksymalizowanej czułości na ciśnienie i minimalizowanej na temperaturę.



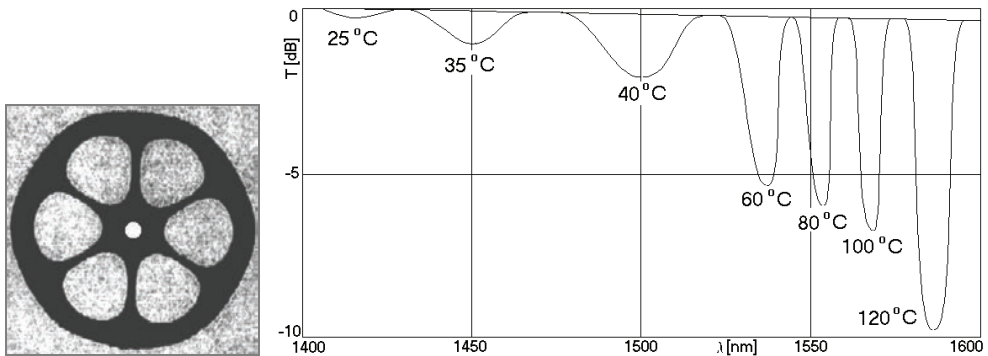
Rys. 11. Rodzaje światłowodów typu SH z rdzeniem eliptycznym (zaznaczono niektóre geometryczne parametry technologiczne, których wpływ określano i ich charakterystyki czułości na ciśnienie S_P i temperaturę S_T oraz drogę dudnienia L_B [286]. Charakterystyki dotyczą włókna o prostokątnych kanałach. Funkcja $S_P(d)$ dotyczy światłowodu o odległości kanału od rdzenia około 10 μm i czułości $S_T \approx 1,5 \text{ rad/K}\cdot\text{m}$, d – szerokość kanału prostokątnego, e – eliptyczność rdzenia, stosunek osi elipsy. Ostatni światłowod (dolny prawy) jest jednomateriałowy o podobnej konstrukcji, ale innych właściwościach. Gwiazdką oznaczono punkt pomiarowy dla światłowodu SH o półkolistych kanałach o wysokości $d = 35 \mu\text{m}$

Fig. 11. Kinds of side-hole optical fibers with elliptical core and their susceptibility characteristics to temperature S_T and pressure S_P as well as beating length L_B parameters:
 d – channel width, e – ellipticity

Na rysunku 11 przedstawiono dane obliczeniowe i pomiarowe dotyczące światłowodów dziurawych z makrootworami SH [286]. Przedstawiono kilka badanych struktur, a charakterystyki dotyczą włókien o kanałach prostokątnych. Na czujnik ciśnienia powinno być wybrane włókno o maksymalnej wartości stosunku S_P/S_T , gdyż wykazuje największą selektywność, o następujących danych: rdzeń eliptyczny $1,9 \mu\text{m} \cdot 2,5 \mu\text{m}$, kanały $28 \mu\text{m} \cdot 35 \mu\text{m}$, odległość krawędzi otworów od środka rdzenia $3 \mu\text{m}$, średnica włókna $125 \mu\text{m}$, profil refrakcyjny skokowy, apertura numeryczna $0,26$, droga dudnienia dla $\lambda = 633 \text{ nm}$ $2,9 \text{ mm}$, długość fali odcięcia $0,6 \mu\text{m}$. Dla porównania przedstawiono pomiary czułości S_P dla światłowodu o kanałach półkolistych. Światłowod o wysokości kanałów $35 \mu\text{m}$ i eliptyczności rdzenia $e = 2$ miał czułość $S_P = 91,3 \text{ rad/MPa}\cdot\text{m}$, co zaznaczono na wykresie w postaci punktu pomiarowego odczytywanego na skali $S_P(d)$. Czułość termiczna tego światłowodu wynosiła $S_T = 3 \text{ rad/K}\cdot\text{m}$. Eksperymentalnie dowiedziono, że najmniejsza czułość termiczna światłowodów SH występuje dla rdzeni o niewielkim stopniu eliptyczności. Takie włókna mają jednak znaczną wartość drogi dudnienia, rzędu kilkudziesięciu mm, co widać na krzywych $L_B(e)$ i co praktycznie dyskwalifikuje je z niektórych zastosowań czujnikowych. Wskaźnikiem selektywności

włókien SH jest stosunek S_p/S_T . Stosunek ten wynosi typowo kilkadziesiąt [K/Mpa] w światłowodach SH pokazanych na rysunku 11. Maksymalnie może wynosić około 100 [K/Mpa]. Krzywa technologiczna $S_p(d)$ pokazuje możliwości wpływu na parametry włókna przez zmianę jego proporcji geometrycznych. Maksimum krzywej jest szerokie i płaskie dla $d \approx 30 \mu\text{m}$, więc upraszcza to technologię wytwarzania takich światłowodów. Nie zaznaczono na rysunku 11 maksimum krzywej $L_B(e)$.

Światłowod jednomateriałowy z makrootworami skonstruowany jest tak, że rdzeń umiejscowiony jest w cieniłej płytce zawieszony wzdłuż kapilarnego włókna i dzielący makrootwór i włókno na pół. Jeśli rdzeń nie ma odrębnego profilu refrakcyjnego, to w takim światłowodzie może bezstratnie rozprzestrzeniać się tylko jedna polaryzacja modu podstawowego. Światłowod taki był rozważany teoretycznie [367] i został zrealizowany praktycznie z trzema membranowymi podporami rdzenia. Światłowod ma bardzo silne charakterystyki dyspersyjne i prawie całe pole zanikające umiejscowione w powietrzu.



Rys. 12. Dziurawy światłowod kompozytowy szklano-polimerowy i jego termiczne charakterystyki spektralne: średnica zewnętrzna $d = 125 \mu\text{m}$, średnica kanałów $d_k \approx 40 \mu\text{m}$, średnica obszaru centralnego $d_c = 32 \mu\text{m}$, średnica rdzenia $2r \approx 8 \mu\text{m}$, $\Delta \approx 0,35\%$. Charakterystyki spektralne przestrajanego termicznie filtru pasmowo zaporowego wykonanego z dziurawego światłowodu szklano-polimerowego i naniesionej na rdzeń siatki Bragga o okresie $\Lambda \approx 550 \mu\text{m}$, $L_B = 4 \text{ cm}$, $\Delta n = 5 \cdot 10^{-4}$ sprzęgającej mod podstawowy rdzenia do pierwszego modu płaszczka (stratny rezonans płaszczkowy) [103]

Fig. 12. Composite, holey, glass – polimer optical fiber and its spectral sensitivity to temperature: outside diameter $d = 125 \mu\text{m}$, channel diameters $d_k \approx 40 \mu\text{m}$, diameter of central region $d_c = 32 \mu\text{m}$, core diameter $2r \approx 8 \mu\text{m}$, $\Delta \approx 0,35\%$. Bragg grating was written to the core of this fiber to make it a tunable thermal filter

Światłowody o dostatecznie dużych średnicach symetrycznie rozłożonych kanałów można napełniać substancjami ciekłymi, aktywnymi optycznie, o współczynniku załamania bliskim szkła, np. monomerem polimeryzowanym po napełnieniu. Jeśli profil refrakcyjny rdzenia światłowodu $n_1(r)$ jest kształtowany na bardzo dużą średnicę modu, rzędu kilkunastu μm lub jeśli na rdzeniu nadrukowana jest siatka Bragga o dużym okresie rozpraszająca w wąskim paśmie spektralnym wprzód [281],

to fala świetlna w pierwszym przypadku będzie oddziaływać z substancją w kanałach przez pole zanikające, a w drugim przypadku przez mody płaszczowe LP_{0m}^{pl} . W drugim przypadku, występuje silny rezonans stratny pomiędzy modem podstawowym rdzenia a modem podstawowym płaszczu przy spełnionym warunku Bragga $\lambda_{max} = (n_{1eff} - n_{2eff})A$, gdzie n_{ieff} – efektywne współczynniki załamania modów sprzęganych rdzenia i płaszczu, A – stała siatki. Jeśli współczynnik załamania płaszczu silnie zależy od temperatury, a płaszcz w opisywanym światłowodzie stanowi efektywnie polimer, to stratny rezonans płaszczowy będzie efektywnie przestrajany termicznie. Stała termiczna współczynników załamania dla szkła kwarcowego i PMMA wynosi, w zakresie temperatur od -20 do $+200$ °C, odpowiednio $dn_{SiO_2}/dT \approx 1,1 \cdot 10^{-5}$ [°C⁻¹], $dn_p/dT \approx -5 \cdot 10^{-4}$ [°C⁻¹].

Światłowód dziurawy z makrootworami rozłożonymi symetrycznie wokół rdzenia i dużą średnicą pola modowego lub z długookresową siatką Bragga jest modelowany warstwowo jako rdzeń szklany o średnicy d_{eff} i współczynniku załamania n_2 otoczonym warstwą polimeru o uzależnionym termicznie współczynniku załamania $n_p(T)$ i ponownie warstwą szkła n_2 . Współczynnik załamania kompozytowego płaszczu szklano-polimerowego maleje liniowo z temperaturą. Dla polimeru jest to zgodnie z zależnością $n_p(T) = n_{po} + (dn_p/dT)(T - T_0)$. Pomija się tutaj termiczną zależność współczynnika załamania szkła. Efektywna wartość współczynnika załamania $n_{2,m}$ modu płaszczowego LP_{0m} , dla przybliżenia fali płaskiej w światłowodzie, spełnia zależność [368]

$$(2\pi d_{eff} / \lambda)(n_2^2 - n_{2,m}^2)^{1/2} - (m - 3/4)2\pi = 2\text{arc cos}[(n_2^2 - n_{2,m}^2)/(n_2^2 - n_p^2(T))]^{1/2} \quad (35)$$

gdzie λ – rezonansowa długość fali, n_2 – współczynnik załamania płaszczu szklanego, $n_p(T)$ – współczynnik załamania płaszczu polimerowego, d_{eff} – średnica płaszczu szklanego. Jeśli $n_p(T)$ staje się większe od efektywnego współczynnika załamania modu płaszczu $n_{2,m}$, to prawa strona równania wynosi π . Przestrajalność układu wynika z termicznej zależności różnicy współczynników załamania $n_2 - n_p(T)$ i z przesunięcia fazy na granicy polimer–szkło. Dla wysokich temperatur $n_p < n_2$ następuje całkowite wewnętrzne odbicie na tej granicy z przesunięciem fazy i spełniony jest warunek rezonansu płaszczowego. Z maleniem temperatury światło penetruje głębiej w stratny polimer. Dla dostatecznie niskich temperatur $n_p > n_2$ i światło podlega normalnemu odbiciu. Dla $n_p \approx n_2$ światło rozproszone przez siatkę przechodzi bez odbicia przez rejon polimeru, gdzie jest silnie rozpraszane i pochłaniane, zanim dotrze do zewnętrznej granicy włókna. Powoduje to znaczną redukcję rezonansu płaszczowego. Jeśli polimer nie byłby stratny, nieobserwowane byłoby tłumienie rezonansu płaszczowego. Polimer jest ograniczony całkowicie wewnątrz włókna, nie mają na niego wpływu zarówno warunki zewnętrzne, jak np. wilgoć. Zewnętrzna powierzchnia światłowodu pozostaje niezmieniona, jak w światłowodzie klasycznym.

9. ŚWIATŁOWODY NIELINIOWE

Światłowodowy wykorzystywane obecnie w telekomunikacji przenoszą znacznie więcej kanałów i większe moce optyczne niż kiedykolwiek poprzednio [45]. Znaczna moc optyczna modyfikuje właściwości transmisyjne włókna, prowadząc powyżej pewnego progu do zjawisk nieliniowych [55]. Zjawisko nieliniowe określamy, gdy sygnał opuszczający światłowód dla danej długości fali nie wzrasta liniowo ze wzrostem mocy optycznej dla tej długości fali na jego wejściu. Nieliniowość prowadzi do konwersji mocy pomiędzy różnymi długościami fal. Pomiar nieliniowy stały się ważne wraz z zastosowaniem szerokopasmowych wzmacniaczy światłowodowych, co umożliwi dalsze zwiększenie liczby multipleksowanych kanałów. Połączenie dużej gęstości mocy optycznej, zwiększonej szybkości transmisji, metod optymalizacji dyspersji przez kompensację w różnych odcinkach światłowodów i dużej liczby wąsko położonych kanałów sprzyja powstawaniu zjawisk nieliniowych takich, jak: samomodulacja fazy, skrośna modulacja fazy, mieszanie czterofotonowe, stymulowane rozpraszanie Brillouina i Ramana [136–172]. Zjawiska nieliniowe występują po przekroczeniu charakterystycznej gęstości mocy, co w światłowodzie jest łatwiejsze niż w materiale objętościowym wskutek prowadzenia fali w ściśle ograniczonym obszarze rdzenia jednodomowego o niewielkim wymiarze. Jednakże rozkład pola modu podstawowego w światłowodzie jednodomowym jest zupełnie inny niż rozkład właściwości refrakcyjnych, stąd konieczność określenia z rozkładu pola efektywnej powierzchni, analogicznie do średnicy pola modu [386–391]. Precyzyjne pomiary nieliniowych parametrów światłowodu są coraz ważniejsze, zarówno dla telekomunikacji, w celu uniknięcia zniekształceń nieliniowych, budowy nieliniowych światłowodowych elementów funkcjonalnych oraz dla potencjalnych przyszłych systemów solitonowych, jak i dla fotonicznych systemów nieliniowych – funkcjonalnych i czujnikowych. Mierzone są następujące parametry: nieliniowy współczynnik załamania n_2 , efektywna powierzchnia światłowodu (związana z rozkładem pola modowego) A_{eff} , oraz poziomy rozpraszania stymulowanego. Badania i pomiary zjawisk nieliniowych w złożonym, szerokopasmowym transmisyjnym systemie światłowodowym, a także w systemach czujnikowych, będą ulegać dalszej komplikacji ze względu na zastosowanie różnych światłowodów o kompensujących się wzajemnie efektach dyspersyjnych i addytywnych lub kompensujących się częściowo zjawiskach nieliniowych. Powoduje to konieczność badania w światłowodach zjawisk nieliniowych wyższego rzędu.

Rozpraszanie Ramana i Brillouina są procesami nieliniowymi w światłowodach wskutek dużej gęstości mocy optycznej i bardzo długiej drogi interakcji. Stymulowane rozpraszanie Ramana (SRR) i stymulowane rozpraszanie Brillouina (SRB) zachodzą, gdy moc optyczna wprowadzona do światłowodu przekracza poziom progowy dla każdego z tych procesów. Są to zjawiska koherentne, fazowe, więc zachodzą wyłącznie w warunkach zgodności fazy wszystkich składowych procesów rozpraszania.

W takich warunkach rozpraszania stymulowanego moc optyczna jest efektywnie konwertowana z fali pompy wejściowej do rozproszonej fali Stokesa. Fala rozproszona jest przesunięta w częstotliwości od sygnału pompy i w przypadku SRB propaguje w kierunku przeciwnym, a w przypadku SRR w kierunku zgodnym. Rozpraszanie Ramana i Brillouina w światłowodach może być zarówno korzystne, jak i niekorzystne. Zjawiska rozpraszania są ogólnie niekorzystne dla telekomunikacji światłowodowej, ponieważ limitują maksymalną moc w światłowodzie i prowadzą do interferencji między kanałami w systemach wielofalowych. SRR może być używane za zasadę działania wzmacniaczy optycznych dla długości fal, gdzie światłowodowe wzmacniacze erbowe nie są odpowiednie. SRB było wykorzystywane za podstawę budowy rozłożonych czujników naprężenia i temperatury wzdłuż włókna światłowodowego [172].

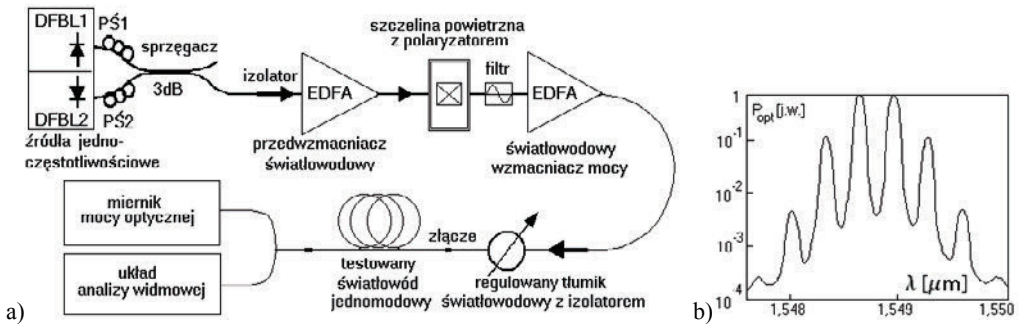
Rozpraszanie Brillouina w światłowodzie zależy od rodzaju zastosowanego źródła światła. Z tego powodu, przy braku obecnie normalizacji w zakresie nieliniowej fotoniki światłowodowej (standaryzacja obejmuje tylko telekomunikację światłowodową), bardzo trudno jest uzyskiwać wyniki powtarzalne dla konkretnego światłowodu, źródła i sposobu modulacji sygnału. W tej sytuacji poziom SRB może się znacznie zmieniać zależnie od szczegółów eksperymentu. Właśnie z powodu braku normalizacji określanie poziomu progowego SRB jest ograniczone do dokładnych pomiarów bezwzględnej wartości mocy optycznej, wchodzącej do włókna optycznego i opuszczającej to włókno. Alternatywnym rozwiązaniem jest zastosowanie standaryzowanego źródła o kalibrowanej długości fali i szerokości spektralnej o ściśle ustalonych parametrach energetycznych. Standaryzacja może doprowadzić do znacznego rozszerzenia zastosowań praktycznych światłowodowych zjawisk nieliniowych.

Stymulowane rozpraszanie Ramana występuje dla znacznie większych mocy optycznych niż SRB. Moce progowe są rzędu watów dla SRR w porównaniu z miliwatami dla SRB. W przeciwieństwie do SRB krzywa wzmocnienia Ramana jest łatwiejsza do pomiaru w praktyce niż wartość progowa, ponieważ wzmocnienie może być mierzone dla mniejszych mocy optycznych. Krzywa wzmocnienia jest bardziej użyteczna niż pojedyncza liczba określająca moc progową, ponieważ można ją zastosować do obliczenia wzmocnienia Ramana w systemach WDM. Poziom progowy SRR może być obliczony z maksymalnej wartości bezwzględnego współczynnika wzmocnienia Ramana.

W światłowodzie, przy odpowiednio dużych poziomach mocy prowadzonej, może występować wiele zjawisk nieliniowych – fazowych i niekoherentnych. Przyczyną samomodulacji fazowej (SMF) jest zależność współczynnika załamania w ośrodku nieliniowym od natężenia fali. Zjawisko prowadzi w światłowodzie do spektralnego rozszerzenia propagowanego impulsu. Jest czasowym analogiem zjawiska samoogniskowania [138]. Zjawisko to połączone jest także z zależnością prędkości grupowej od natężenia fali świetlnej. Skrośna modulacja fazy zawsze towarzyszy (SMF) zjawisku SMF. Powstaje skutek zależności efektywnego współczynnika załamania nie tylko od oryginalnej źródłowej fali propagowanej w światłowodzie, ale od innych fal obec-

nych we włóknie optycznym w tym samym czasie. Sprzężenie fal przez ŚMF prowadzi do wielu innych zjawisk nieliniowych w światłowodzie.

Stosowanych jest kilka metod badania nieliniowego współczynnika załamania światła w światłowodzie n_2 . W literaturze przedmiotu [55, 159] można spotkać rozbieżności dotyczące wyników i ich interpretacji. Wynikało to, między innymi, z braku normalizacji metod pomiarowych. Jeden ze stosowanych często normalizowanych układów pomiarowych przedstawiono na rysunku 13. Moc wyjściowa, z dwóch jednoczesnościowych laserów światłowodowych o rozłożonym sprzężeniu zwrotnym DFBL z siatką Bragga (DFB), jest łączona w celu generacji w światłowodzie częstotliwości dudnienia. Sygnał dudnienia jest wzmacniany w światłowodowym przedwzmacniaczu i wzmacniaczu domieszkowanym Erbem EDFA i transmitowany w odcinku badanego światłowodu. W czasie propagacji sygnał podlega samomodulacji fazowej, co prowadzi do generacji wstęg bocznych spektrum optycznego.



Rys. 13. a) zestaw pomiarowy dla nieliniowego współczynnika załamania światłowodu n_2 ; 2) typowy kształt mierzonego wyjściowego spektrum ze światłowodu badanego w celu określenia wartości nieliniowego współczynnika załamania n_2 . Wstęgi boczne generowane w nieliniowym procesie fonicznym SMF

Fig. 13. Measurement set-up for nonlinear refraction in optical fiber, and the output signal for calculation of the nonlinearity [55, 159]

Tabela 1. Mierzone wartości nieliniowego współczynnika załamania dla różnych rodzajów światłowodów jednomodowych
Table 1. Measured values of nonlinear refraction coefficient for different kinds of singlemode optical fibers

Rodzaj światłowodu i jego parametr	n_2 [10^{-16} cm ² /W]	Średnica pola modowego [μm^2]	Rozrzut n_2 między włóknami [%]	Dokładność pomiaru n_2 [%]
Standardowy	2,16	80	5–10	3
Z przesuniętą dyspersją	4,4	40	15–25	5
Ze skompensowaną dyspersją	10	40–80	20–100	5

Na rysunku 13 przedstawiono typowy dla takiego układu pomiarowego kształt zmierzonej charakterystyki spektralnej na wyjściu światłowodu. Przez zmiany mocy pobudzającego sygnału i pomiar intensywności wstęp bocznych możliwe jest określenie nieliniowego przesunięcia fazy sygnału i stąd znormalizowanego nieliniowego współczynnika (n_2/A_{eff}) światłowodu. Znając wartość efektywnej średnicy pola modu światłowodu A_{eff} , można określić wartość nieliniowego współczynnika załamania n_2 dla badanego rodzaju włókna światłowodowego. Typowe wartości pomiarowe są następujące, dla standardowego włókna telekomunikacyjnego ($n_2/A_{\text{eff}} = 0,27 \cdot 10^{-9} \text{ W}^{-1}$), co odpowiada wartości $n_2 = 2,16 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2/\text{W}$, po założeniu średnicy pola modu rzędu $80 \mu\text{m}^2$. Dla światłowodów z przesuniętą dyspersją nieliniowy współczynnik załamania n_2 jest w przybliżeniu dwukrotnie większy niż dla włókna standardowego, co jest spowodowane mniejszą wartością efektywnych obszarów pola modowego w takich światłowodach. W jednomodowych światłowodach standardowych nie obserwuje się znacznego rozrzutu wartości parametru n_2 pomiędzy różnymi próbkami światłowodu. Średnio rozrzut ten jest mniejszy niż 10%. W światłowodach z przesuniętą dyspersją rozrzut wartości n_2 pomiędzy próbkami różnych producentów jest znacznie większy i wynosi w przybliżeniu 20%. W światłowodach z pasmowo skompensowaną dyspersją (apochromatycznie) nieliniowy współczynnik załamania n_2 jest kilkakrotnie większy niż w światłowodzie standardowym. Rozrzut wartości współczynnika jest jeszcze większy i obserwowana jest zależność pomiędzy wartością rozrzutu a poziomem domieszki germanu światłowodu oraz szczegółowymi wymiarami poszczególnych warstw włókna i kształtem profilu refrakcyjnego. Pomiarów wartości nieliniowego współczynnika załamania dokonuje się obecnie z dokładnością kilku procent, średnio 5%.

Wszystkie zjawiska nieliniowe są zależne od natężenia pola elektromagnetycznego w medium i obszaru, w którym to pole działa (powierzchni efektywnej pola modowego w światłowodzie). W przypadku pomiarów w technice światłowodowej bada się moc optyczną wchodzącą do światłowodu i opuszczającą go. Do analizy teoretycznej wymagane są zależności umożliwiające konwersję pomiędzy obiema wielkościami. Mierzona moc optyczna opuszczająca włókno jest całką rozkładu natężenia w przekroju poprzecznym światłowodu. Zakładając jednorodny rozkład natężenia I na powierzchni rdzenia A_{rdzenia} , natężenie może być obliczone z mierzonej mocy z zależności

$$I = P_{\text{mierzone}}/A_{\text{rdzenia}} \quad (36)$$

Pole modowe w światłowodzie jednomodowym nie ma rozkładu jednorodnego, a nawet nie jest zamknięte wewnątrz rdzenia. Osiąga wartość maksymalną na osi światłowodu, maleje w kierunku granicy rdzenia z płaszczem i wnika do płaszczu na głębokość zależną od profilu refrakcyjnego. Przyjmując uproszczenie stałego rozkładu pola, zanizano by jego wartość na osi i zawyżano w otoczeniu granicy rdzenia i płaszczu.

Parametr efektywnej powierzchni pola modowego światłowodu (w skrócie nazywany efektywną powierzchnią światłowodu) został zdefiniowany w celu obliczeń zjawisk nieliniowych. Jest to pojedyncza wartość bazująca na rozkładzie pola modowego w światłowodzie. Wartość ta może być wstawiona do równania (36) zamiast powierzchni rdzenia $A_{rdzenia}$. Natężenie pola, wyrażone kwadratem bezwzględnej wartości amplitudy $I = |E(r)|^2$, od którego zależą zjawiska nieliniowe, wyraża się zależnością $I = P_{mierzone}/A_{eff}$; $E(r)$ – jest amplitudą pola modu podstawowego dla promienia r od osi światłowodu. Powierzchnia efektywna wyrażona jest zależnością:

$$A_{eff} = 2\pi \left(\int_0^{\infty} I(r) r dr \right)^2 / \int_0^{\infty} I^2(r) r dr \quad (37)$$

W światłowodzie skokowym, gdzie pole można przybliżyć krzywą gaussowską o promieniu w w punktach $1/e$ wartości amplitudy, efektywna powierzchnia wynosi

$$A_{eff} = \pi w^2(\lambda) \quad (38)$$

gdzie $2w(\lambda)$ jest II definicją Petermana średnicy pola modowego dla długości fali λ [45]. Średnica pola modu jest ustabilizowanym parametrem w technice światłowodowej o standaryzowanych procedurach pomiarowych. Dla światłowodów o dowolnym rozkładzie współczynnika załamania lub dla jednomodowych optymalizowanych światłowodów telekomunikacyjnych, takich jak z przesuniętą charakterystyką dyspersyjną lub ze spłaszczoną charakterystyką dyspersyjną, a także dla światłowodów nie-telekomunikacyjnych, pole modowe nie może być przybliżone przez funkcję Gaussa i konieczne są inne metody obliczenia powierzchni efektywnej światłowodu. Przeprowadza się to kilkoma różnymi metodami:

- mierzy się rozkład pola i powierzchnię efektywną oblicza się ze wzoru (37), jest to metoda najdokładniejsza, ale najtrudniejsza,
- stosuje się w odniesieniu do równania (38) współczynnik korekcyjny zależny od rodzaju światłowodu [157], zwany współczynnikiem Nahimiry, a przez to wykorzystując znaną lub zmierzoną metodami standardowymi wartość średnicy pola modowego [386, 387].

Średnica pola modowego może być określona w polu bliskim

$$d_{bliskie} = 2\sqrt{2} \left[\int_0^{\infty} I(r)^2 r dr / \int_0^{\infty} [I'(r)]^2 r dr \right]^{1/2} \quad (39)$$

i w polu dalekim

$$d_{dalekie} = 2\sqrt{2} \left[\int_0^{\infty} |F(p)|^2 p dp / \int_0^{\infty} |F(p)|^2 p^3 dp \right]^{1/2} \quad (40)$$

gdzie $|F(p)|$ jest kątowym rozkładem natężenia pola promieniowanego z zakończenia światłowodu, a $p = k \sin(\Theta)$. Dla włókien o złożonym profilu refrakcyjnym zależność $A_{\text{eff}} = \pi w^2(\lambda)$ nie jest prawdziwa. Praktyka pokazuje, że pozornie małe zmiany w rozkładzie pola modowego prowadzą do zasadniczych zmian powierzchni efektywnej. Dla włókien o złożonym profilu refrakcyjnym obowiązuje przybliżona zależność Nahimiry:

$$A_{\text{eff}} = k_N \pi w^2(\lambda), \quad (41)$$

gdzie k_N – jest współczynnikiem korekcyjnym Nahimiry, zależnym od λ i rodzaju światłowodu (tzn. profilu refrakcyjnego). Dane eksperymentalne pokazują wartość współczynnika korekcyjnego dla światłowodów z przesuniętą dyspersją na poziomie 0,95 i niewiele zależnego od profilu refrakcyjnego. Dla światłowodów z dużym polem efektywnym k_N jest w zakresie 1,03–1,17 i wykazuje bardzo silną zależność od profilu. Ponieważ $k_N = k_N(\lambda)$, to ten współczynnik musi być określony dla każdego światłowodu. Zaletą stosowania metody korekcji Nahimiry jest wykorzystanie dobrze rozwiniętej, od dłuższego czasu, techniki pomiarowej średnicy pola modowego. Niektóre przyrządy mają taką funkcję wbudowaną. Wadą jest silna w niektórych wypadkach zależność współczynnika korekcyjnego od rodzaju światłowodu, co pociąga za sobą konieczność określania tego współczynnika, a więc nie daje oszczędności w prostocie pomiaru wobec pełnej metody określenia bezpośrednio rozkładu pola modowego. Następujące techniki stosuje się do pomiaru powierzchni aktywnej: bezpośrednia metoda pola odległego, skanowanie pola bliskiego, zastosowanie zmiennej apertury w polu dalekim, przesunięcie poprzeczne. Metody te omówiono w [381].

Rozpraszanie Ramana i Brillouina są procesami nieelastycznymi, w których część mocy optycznej jest tracona z fali optycznej i absorbowana przez medium transmisyjne, podczas gdy pozostała część energii jest reemitowana jako fala o niższej częstotliwości. O procesach takich można mówić jako o konwersji padającego fotonu w rozproszony foton o niższej energii oraz fonon energii drgań sieci amorficznej szkła. Całkowita energia i momenty przed i po rozproszeniu są równe, tzn. energia fotonu padającego jest dzielona pomiędzy foton rozproszony i fonon. Ponieważ częstotliwość fali optycznej jest proporcjonalna do jej energii, foton rozproszony ma niższą częstotliwość niż foton padający. Fala o przesuniętej częstotliwości w dół jest nazywana falą Stokesa.

Spontaniczne rozproszenie Ramana i Brillouina było obserwowane często i mierzone w próbkach objętościowych takich materiałów, jak kryształ kwarcu i szkło krzemionkowe (nazywane też szkłem kwarcowym). Natężenie fali rozproszonej jest silnie zależne od kąta rozpraszania i gęstości mocy optycznej w materiale. Narastanie fali Stokesa jest proporcjonalne do iloczynu współczynnika wzmocnienia rozproszenia, natężenia fali pompy oraz natężenia jakiegokolwiek obecnej fali Stokesa. W materiałach objętościowych fala Stokesa szybko zanika w miarę propagacji od miejsca generacji. Sytuacja jest odmienna w przypadku niskostratnych światłowodów jedno-

modowych, które podtrzymują propagację fali równoległe do swojej osi na dużych odległościach. W konsekwencji, promieniowanie rozproszone w obu kierunkach w przód i wstecz względem fali pobudzającej będzie propagowane wewnątrz światłowodu łącznie z sygnałem fali pompy przez długą drogę. W tych warunkach jest możliwe, że fale Stokesa nadal będą oddziaływać z pewną wydajnością z falą pompy i wystąpi zjawisko eksponencjalnego wzrostu mocy optycznej przesuniętej częstotliwościowo w dół. Dla ustalonej długości włókna optycznego stopniowy wzrost mocy pompy pobudzającej światłowod z jednego końca, będzie prowadził do stopniowego wzrostu mocy fali Stokesa przez mechanizm rozproszenia spontanicznego. Jeśli moc pompy dalej wzrasta, może wystąpić zjawisko eksponencjalnego wzrostu mocy fali Stokesa. Poziomą moc pompy, dla której fala Stokesa gwałtownie wzrasta w funkcji mocy pompy, jest nazywana poziomem progowym rozpraszania stymulowanego.

Podstawowa różnica pomiędzy rozproszeniem Brillouina i Ramana polega na rodzaju generowanego fononu. Proces SRR generuje optyczne fonony wysokoenergetyczne. Proces SRB generuje niskoenergetyczne fonony akustyczne. Różnica pomiędzy częstotliwością pompy i fali Stokesa jest znacznie większa dla procesu SRR niż dla SRB. Typowe wartości różnicy – fala pompy – fala Stokesa wynosi 10G Hz (ok. 0,1 nm dla 1550 nm) dla SRB i 13 THz (ok. 110 nm dla 1550 nm) dla SRR. Innym podstawowym rozróżnieniem jest to, że rozproszona fala spowodowana efektem SRB porusza się głównie wstecz. Fala Stokesa SRB pojawia się na wejściu światłowodu, podczas gdy fala Stokesa SRR porusza się w kierunku sygnału pompy.

Oba rodzaje rozpraszania mają tzw. poziomy mocy progowej pompy, powyżej których fale Stokesa narastają gwałtownie. Dla SRB oznacza to, że ilość mocy optycznej opuszczającej odległy koniec światłowodu nie wrasta liniowo ze wzrostem mocy wejściowej. Maksymalna wartość mocy wejściowej zostaje ustalona i nadmiar mocy jest odbijany z powrotem od światłowodu. Dla koherentnych systemów (łączy) światłowodowych rozgałęzionych w złożony sposób ważne jest, aby jak najwięcej mocy mogło być wpompowane we włókno wejściowe w celu kompensacji tłumienia i strat podziału mocy optycznej pomiędzy gałęzie. W takiej sytuacji ograniczeniem na maksymalną moc optyczną jest SRB.

Fala Stokesa dla rozproszenia Ramana może być przesunięta od fali pompy w dziedzinie częstotliwości typowo od 10 do 100 nm i jest propagowana wprzód we włóknie łącznie z falą pompy. Jeśli pompa jest w rzeczywistości jednym kanałem telekomunikacyjnego systemu wielokanałowego, wówczas fala Stokesa może pokryć się z innymi kanałami na większych długościach fali, prowadząc do przesłuchu i wzmacniania ramanowskiego. We wzmacnianiu ramanowskim kanały o mniejszej długości fali doznają strat mocy i działają jako pompa do wzmacniania fali w kanale o większej długości fali.

Konwersja długości fali, połączona ze stratą mocy optycznej na rzecz fali propagującej w przeciwnym kierunku, może mieć poważne implikacje w systemach telekomunikacji światłowodowej. Na przykład systemy telewizji kablowej stosują silnie

rozgałęzione sieci światłowodowe w celu podziału sygnału z pojedynczego nadajnika i rozsyłają sygnał do jak największej liczby odbiorców. Jak największa moc powinna być wpompowana do systemu dystrybucji, w celu utrzymania u najdalszego odbiorcy akceptowalnej wartości stosunku sygnału do szumu. Stymulowane rozpraszanie Brillouina limituje maksymalną wartość mocy optycznej, która może być wpompowana do światłowodu, ponieważ każda moc powyżej progu SRB będzie odbita z powrotem.

Poza ograniczającym (pod względem maksymalnej dozwolonej mocy pobudzającej system) wpływem na rozgałęzione systemy transmisyjne krótkodystansowe rozpraszanie stymulowane może wpływać destrukcyjnie na telekomunikacyjne systemy dalekosieżne, a także na systemy telemetryczne i czujnikowe, szczególnie te które stosują zwielokrotniający system podziału falowego WDM. W systemach WDM o dużej liczbie kanałów, np. 64, 128 i więcej rozseparowanych o 50, 100 GHz, kanały o najdłuższych falach mogą znajdować się wewnątrz spektrum wzmocnienia Ramana kanału o najkrótszej fali.

W światłowodowych systemach teletransmisyjnych i telemetrycznych o gęstym zwielokrotnieniu falowym jest wykorzystywane pasmo długofalowe trzeciego okna transmisyjnego (pasmo L i XL), obejmujące długości fal 1600–1700 nm. Moc w kanale o dużej długości fali może zostać wzmocniona przez proces wzmocnienia Ramana na koszt utraty mocy kanału o krótszej fali działającego jako sygnał pompy. To wzmocnienie Ramana może prowadzić do pogorszenia parametrów systemu lub w ogóle do utraty właściwości transmisyjnych przez gwałtowne narastanie przesłuchów międzykanałowych i silne malenie mocy sygnału optycznego w kanałach pompujących. W związku ze zbliżaniem się gęstości mocy pompującej w systemach światłowodowych do poziomów progowych rozpraszania stymulowanego istotne jest, aby brać pod uwagę istnienie efektów nieliniowych w światłowodach i możliwość, w pewnych warunkach, ich szkodliwego oddziaływania. W tym zakresie konieczne są odpowiednie pomiary poziomów gęstości mocy progowej zjawisk nieliniowych w światłowodach transmisyjnych i właściwości spektralne zjawisk nieliniowych oraz normalizacja.

Proces wzmacniania ramanowskiego może być wykorzystany pozytywnie w technice światłowodowej jako podstawa działania światłowodowych wzmacniaczy ramanowskich. Wzmacniacze te mogą służyć w drugim oknie transmisji światłowodowej, w paśmie około 1300 nm. W celu ich stosowania konieczne są dokładne pomiary spektralne wzmocnienia ramanowskiego w światłowodach stosowanych w takich wzmacniaczach.

Stymulowane rozpraszanie Brillouina w światłowodach jednomodowych charakteryzuje się efektywnym transferem mocy z fali propagowanej w jednym kierunku do fali w kierunku przeciwnym. Fala pompy generuje fluktuacje współczynnika załamania wewnątrz rdzenia światłowodu przez proces elektrostrykcji. Takie fluktuacje współczynnika załamania działają jak siatka dyfrakcyjna Bragga, poruszająca się w przód z prędkością akustyczną. Konsekwencją tego ruchu siatki dyfrakcyjnej jest to,

że wstecznie rozproszona fala Stokesa jest przesunięta dopplerowsko w kierunku mniejszych częstotliwości, w porównaniu z falą propagowaną w przód.

Brillouenowskie przesunięcie częstotliwości fali Stokesa jest oznaczane jako ν_B i wynosi typowo około 10 GHz dla światłowodu. Wielkość przesunięcia jest zdeteminowana przez prędkość poruszania się akustycznej siatki dyfrakcyjnej wzdłuż światłowodu i dlatego jest zależna od mechanicznych właściwości światłowodu takich, jak: współczynnik elastoptyczny, energia fali akustycznej, zastosowane naprężenia zewnętrzne i wewnętrzne oraz także od temperatury zewnętrznej. Przesunięcie częstotliwości zależy także od parametrów technologicznych światłowodu, takich jak poziomy domieszkowania szkła kwarcowego w rdzeniu i w płaszczu. Współczynnik wzmocnienia fali rozproszonej wstecz w światłowodzie $g_B(\nu)$ jest często wyrażany w przybliżeniu przez funkcję Lorentza separacji częstotliwościowej pomiędzy falami pompy i Stokesa centrowanej dla wartości ν_B . Funkcja ta wyrażona jest zależnością [166]:

$$g_B(\nu) = g_{SRB} (1 + [(\nu - \nu_B) / (\Delta\nu_B / 2)]^2)^{-1} \quad (42)$$

gdzie: g_{SRB} – maksymalna wartość współczynnika wzmocnienia Brillouina wyrażona w [m/W], ν – przesunięcie częstotliwości generowanej od częstotliwości pompy w [Hz], $\Delta\nu_B$ – szerokość w połowie wysokości (FWHM) spektralnej krzywej wzmocnienia w [Hz].

Parametr FWHM krzywej wzmocnienia jest typowo rzędu dziesiątków MHz. Na przykład dla światłowodu ze szkła kwarcowego i fali pompy $\lambda = 1550$ nm wynosi 35 MHz. Doświadczalnie potwierdzono, że przybliżenie krzywej wzmocnienia funkcją Lorentza jest spełnione dla małych wartości mocy pompy, tzn. aż do poziomu progowego SRB. Powyżej progu krzywa ta podlega ewolucji kształtu, zawęża się i zbliża kształtem do krzywej Gaussa, wraz ze wzrostem mocy ciągłej fali pompy. W celu oddania tych zjawisk obserwowalnych doświadczalnie przyjęto następujący kształt krzywej wzmocnienia Brillouina [165]

$$g_B(\nu) = g_{SRB} \{ C / [1 + [(\nu - \nu_B) / (\Delta\nu_B / 2)]^2] + (1 - C) \exp[-\ln 2 (\nu - \nu_B)^2 / (\Delta\nu_B / 2)^2] \} \quad (43)$$

gdzie C jest stałą definiującą wzajemne proporcje pomiędzy funkcjami Lorentza i Gaussa mającymi wpływ na kształt krzywej wzmocnienia.

Krzywa wzmocnienia zależy również od czasowej szerokości impulsów pompy. Dane pomiarowe pokazują, że szerokość spektralna rozproszenia Brillouina wzrasta z maleniem szerokości impulsu od pracy quasi CW do warunku określonego czasem życia fononów, czyli około 10 ns. Pomiar z impulsami pompy krótszymi niż 5 ns pokazały, że wartość $\Delta\nu_B$ ulega zawężeniu z powrotem do wartości przy pracy ciągłej pompy (CW).

Maksymalna wartość współczynnika wzmocnienia Brillouina g_{SRB} zależy od materiałowych właściwości światłowodu, spektralnej szerokości pompy oraz sposobu mo-

dulacji sygnału. Dla pompy o szerokości spektralnej Δv_P (FWHM), szczytowa wartość współczynnika wzmocnienia jest dana przez zależność [143]:

$$g_{\text{SRB}} = \left(\frac{4\pi n^8 p_{12}^2}{c \lambda_P^3 \rho_0 v_B \Delta v_B} \right) \left(\frac{\Delta v_B}{\Delta v_B \otimes \Delta v_P} \right) \quad (44)$$

gdzie n – jest średnim współczynnikiem załamania rdzenia światłowodu, p_{12} – jest bezwymiarowym wzdłużnym współczynnikiem elastoptycznym materiału rdzenia światłowodu, c – prędkość światła w próżni w m/s, ρ_0 – gęstość materiału rdzenia w kg/m^3 , v_P – środkowa częstotliwość fali pompy w Hz. Symbol \otimes reprezentuje konwolucję krzywych spektralnych sygnału pompy i sygnału rozproszenia Brillouina. Dla profili gaussowskich konwolucja jest równa $\Delta v_B \otimes \Delta v_P = (\Delta v_B^2 + \Delta v_P^2)^{1/2}$, podczas gdy dla częściej używanego przybliżenia funkcja Lorentza jest równa $\Delta v_B \otimes \Delta v_P = \Delta v_P + \Delta v_B$.

W literaturze przedmiotu [136–172] można znaleźć wiele różnych definicji progowej mocy pompy dla zjawiska SRB w światłowodzie włóknistym, np.:

1. wejściowa moc optyczna, dla której pojawiająca się fala wsteczna osiąga moc fali wejściowej;
2. wejściowa moc optyczna, dla której fala wsteczna ma moc fali transmitowanej;
3. wejściowa moc pompy, dla której moc rozproszona wstecznie zaczyna gwałtownie wzrastać, co jest równoważne dla gwałtownego spadku transmitowanej mocy pompy;
4. wejściowa moc, dla której moc rozproszona wstecznie na wejściu włókna optycznego jest równa 1% wejściowej mocy pompy w tym punkcie.

Pierwsza definicja wydaje się niepraktyczna, ponieważ zakłada istnienie punktu, w którym moc rozproszona wstecz ze światłowodu zaczyna przekraczać moc wprowadzaną do włókna. Ta definicja bazuje na założeniu, że fala rozproszona wstecznie jest budowana wskutek wzmocnienia spontanicznego szumu w światłowodzie. W praktyce pomiarowe wartości progu SRB są podawane za pomocą definicji drugiej lub trzeciej. Wartości pomiarowe są zazwyczaj porównywane z teoretycznymi za pomocą następującej zależności (która została wyprowadzona na podstawie definicji pierwszej):

$$P_{th} = 21 \frac{K_{\text{SRB}} A_{\text{eff}}}{g_{\text{SRB}} L_{\text{eff}}} \quad (45)$$

$$L_{\text{eff}} = [1 - \exp(-\alpha L)] / \alpha \quad (46)$$

A_{eff} – jest powierzchnią efektywną modu, czynnik K_{SRB} jest odpowiedzialny za wpływ polaryzacji fali oraz L_{eff} jest efektywną długością włókna optycznego, α jest tłumieniem światłowodu w neperach na km. Zakłada się, że współczynnik tłumienia α jest jednakowy dla fal pompy i Stokesa, ponieważ są one bardzo blisko położone od siebie

w dziedzinie częstotliwości. Równanie (45) na moc progową P_{th} zakłada również, że krzywa współczynnika wzmocnienia Brillouina ma kształt funkcji Lorentza, założenie, które jest ważne w zakresie małosygnałowym pracy układu.

Wartość współczynnika polaryzacyjnego K_{SRB} , zależy od polaryzacji pompy i fali Stokesa, zawiera się pomiędzy 1 i 2. Wartość czynnika polaryzacyjnego K_{SRB} jest minimalizowana dla impulsów pompy i próbkujących, które są jednakowo spolaryzowane wzdłuż całej długości włókna optycznego. Dla fali całkowicie zdepolaryzowanej przyjmuje się wartość 1,5, a dla konwencjonalnych włókien 2. Choć równanie na moc progową ze współczynnikiem 21 jest szeroko stosowane do obliczeń, rekomendacje ITU podane po międzynarodowych eksperymentach porównawczych w ramach programu COST podają wartość tego współczynnika – 19. Wartość tego współczynnika przyjmuje się także za 18, co zależy od przyjętej definicji mocy progowej. Definicje 1 i 4 mają przewagę nad definicją 2 (oraz 3, jeśli wskaźnikiem jest transfer mocy pompy) przy pomiarach progów SRB. Jeśli próg SRB jest zdefiniowany wyłącznie za pomocą sygnałów wejściowego i rozproszonego, to konieczny jest pomiar dwóch bezwzględnych wartości mocy optycznej. Gdy w definicji jest moc transmitowana, konieczne są trzy pomiary.

Współczynnik wzmocnienia Brillouina g_B składa się z trzech zasadniczych parametrów – przesunięcie częstotliwościowe $\nu_B \cong 10$ GHz, szerokość spektralna $\Delta\nu_B \cong 40$ MHz, oraz szczytowe wzmocnienie $g_{SRB} \cong 5 \cdot 10^{-11}$ m/W. Pomiary przesunięcia częstotliwościowego stają się coraz ważniejsze jako jedna z technik pomiarowych rozłożonych wartości temperatury i naprężenia wzdłuż światłowodu [172]. Szerokość spektralna i maksymalne wzmocnienie widma Brillouina odgrywają zasadniczą rolę w określeniu progów SRB w warunkach dowolnego spektrum pompy i są dlatego obecnie podstawowym zagadnieniem metrologicznym dla telekomunikacji i telemetrii światłowodowej. Istnieją techniki pomiarowe do jednoczesnego wyznaczania wartości ν_B oraz $\Delta\nu_B$ jednak potrzebna jest w nich duża rozdzielczość pomiaru częstotliwości rzędu pojedynczych MHz do dokładnego określenia szerokości spektralnej. Zasadniczo stosuje się w praktyce trzy techniki pomiarowe w celu dokładnej charakteryzacji rozpraszania Brillouina w światłowodzie: interferometria Fabry–Perota, metoda dwukierunkowej próbkującej pompy impulsowej, technika samoheterodynowania.

Ogólny schemat blokowy systemu pomiarowego do badania rozproszonej wstecz fali Stokesa z zastosowaniem interferometru Fabry–Perota przedstawiono na rysunku 14. Detektory 1 i 2 służą do pomiaru mocy wprowadzanej i rozproszonej wstecznie. Zastosowano optyczny izolator w celu odcięcia wpływu światła rozproszonego wstecz na źródło światła. Pomiary SRB w światłowodach rozpoczęto od stosowania etalonu F–P w celu określenia przesunięcia częstotliwościowego. Rozdzielczość etalonu nie była dostateczna, aby zmierzyć kształt krzywej wzmocnienia, a jedynie określić wartość przesunięcia częstotliwości. Było to 32 GHz dla długości fali pompy 536 nm. Do pomiaru przesunięcia częstotliwości Brillouina zastosowano interferometr F–P o swobodnym zakresie widmowym 9,7 GHz i dobroci 195 [4]. Minimalna rozdzielczość

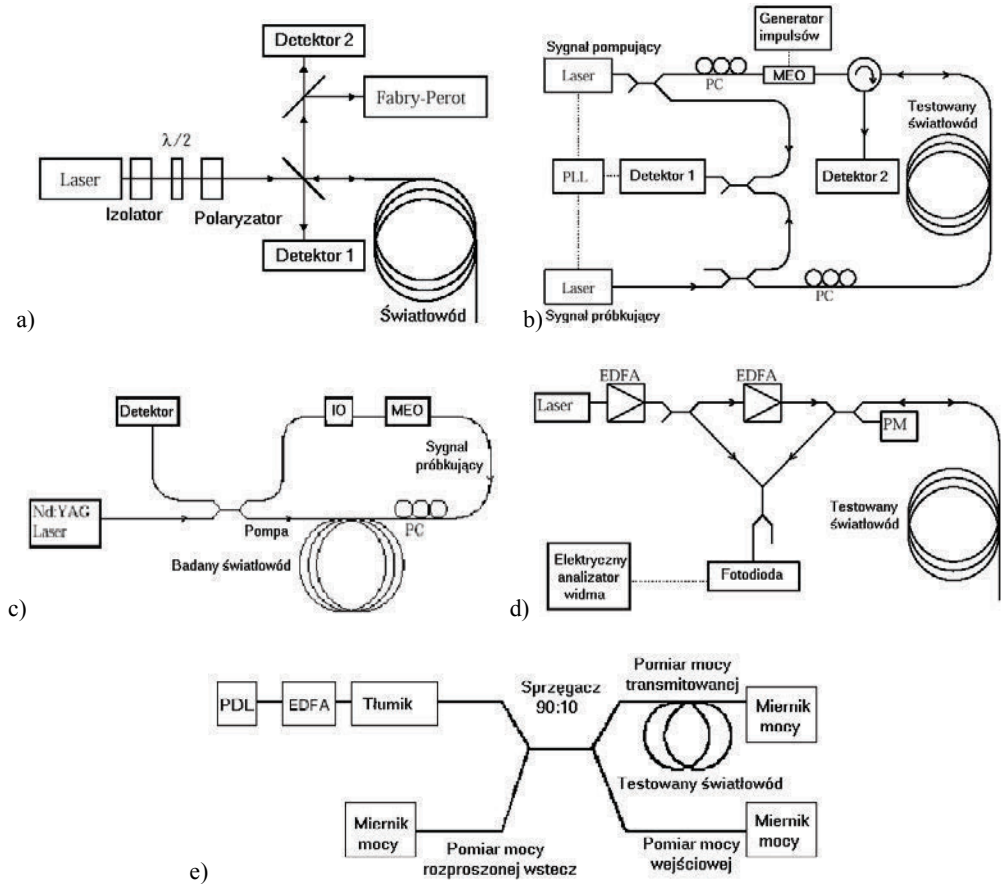
widmowa tego urządzenia wynosiła $\Delta v_{FP} = 50$ MHz, nieco więcej niż oczekiwana wartość v_B , którą należało zmierzyć. Częstotliwość transmisji etalonu F-P v_{FP} była skanowana, aż określono maksimum sygnału przechodzącego przez urządzenie dla $v_{FP} = v_B$. Szczytowa moc przechodząca przez F-P była równa mocy rozproszonej wstecznie, gdyż $\Delta v_{FP} > \Delta v_{RB}$.

Pomiary krzywej wzmocnienia Brillouina zostały przeprowadzone w pełni z zastosowaniem interferometru F-P z tzw. „superwnęką” rezonansową o parametrach FSR = 6 GHz, $Q = 10^4$ [147]. Minimalna rozdzielczość pasmowa tego urządzenia była 0,6 MHz, co jest wartością dostateczną, aby dokonać pomiaru kształtu spektralnej krzywej wzmocnienia oraz badania zawężania tej charakterystyki i zmiany jej kształtu wraz ze wzrostem mocy pompy o pracy ciągłej z 6 mW do 66 mW dla konwencjonalnego światłowodu jednomodowego o długości 500 m. **Zaletą** tej metody pomiaru jest stosunkowo prosta konstrukcja i działanie aparatury. **Wadą** jest fakt, że rozdzielczość kilku MHz jest nietypowym parametrem interferometru F-P, co wymaga zastosowania jego specjalnej konstrukcji.

Technika impulsowej pompy próbkującej odnosi się do takich metod, w których pomiar wzmocnienia Brillouina dla fali ciągłej dokonywany jest za pomocą impulsów pompy poruszających się w światłowodzie w obu kierunkach. Te metody mogą być używane do rozłożonych pomiarów przesunięcia częstotliwościowego Brillouina, jeśli impulsy pompy są zawężone do takiego stopnia, że droga oddziaływania pomiędzy falami pompy a próbkującą jest rzędu kilku metrów [150]. Dla dłuższych impulsów oddziaływanie może przekroczyć długość światłowodu i może być mierzone średnie wzmocnienie Brillouina.

Technika pompy próbkującej została zastosowana [165], w celu pomiaru zmiany szerokości widmowej wzmocnienia Brillouina w funkcji zmiany szerokości impulsu pompy pomiędzy 1 ns oraz 100 ns. Zastosowany laboratoryjny system pomiarowy przedstawiono schematycznie na rysunku 14b. Dwa lasery wąskopasmowe o fali ciągłej 1320 nm Nd:YAG zostały zastosowane jako źródła sygnałów pompy i sygnałów próbkujących. Impulsowy sygnał pompy uzyskiwano dzięki zastosowaniu modulatora elektrooptycznego. Separacja częstotliwościowa pomiędzy oboma laserami była zmienna i kontrolowana do 1 Hz przez zastosowanie detekcji heterodynowej i pętli fazowej.

Sygnały pompy i próbkujący były wprowadzane do światłowodu z przeciwnych końców. Mierzono moc w rozprzestrzeniającym się w przód sygnale próbkującym na pompowanym wejściu włókna. Gdy sygnał pompy był nieobecny, oczekiwano, by sygnał próbkujący doznawał jednorodnych strat spowodowanych rozpraszaniem Rayleigha i absorpcją. Wyjście z detektora 2 jest dlatego stałe. Gdy impuls pompy jest wprowadzony do światłowodu, propaguje w przeciwnym kierunku do fali próbkującej i wzmacnia ją przez proces spontanicznego wzmacniania Brillouina. Wzmocnienie procesu zmienia się wzdłuż światłowodu, ponieważ przesunięcie Brillouina Δv_B zmienia się z długością z powodu warunków mechanicznych, jak naprężenia i temperatura. Zmienny w czasie sygnał próbkujący z detektora 2 może być analizowany w celu



Rys. 14. a) schemat blokowy układu pomiarowego do badania rozproszenia wstecznego Brillouina w światłowodach; b) schemat blokowy laboratoryjnego układu pomiarowego do badania współczynnika wzmocnienia Brillouina w światłowodzie jednomodowym metodą pompy i próbki z zastosowaniem osobnych źródeł pompującego i próbkującego, MEO – modulator elektrooptyczny; c) schemat blokowy systemu laboratoryjnego do pomiaru charakterystyki widmowej wzmocnienia Brillouina we włóknie optycznym z zastosowaniem szerokopasmowego modulatora elektrooptycznego (MEO) z LiNbO_3 , IO – izolator optyczny; d) schemat blokowy laboratoryjnego zestawu pomiarowego do analizy fali wstecznego rozproszenia Brillouina z heterodyną analizą fali świetlnej rozproszonej wstecz [154], EDFA – światłowodowy wzmacniacz erbowy; e) schemat blokowy laboratoryjnego układu pomiarowego do badania stymulowanego rozpraszania Brillouina w światłowodzie [144, 166],

PDL – przestrajana dioda laserowa

Fig. 14. Measurement set-ups for: a) Brillouin backscattering, b) Brillouin amplification, c) Brillouin spectrum (with electrooptical modulator), d) Brillouin spectrum (heterodyne), e) Brillouin spectrum (tuned laser diode)

budowy mapy wzmocnienia Brillouina dla przesunięcia częstotliwościowego $\nu_{\text{próbki}} - \nu_{\text{pompy}}$ występującego wzdłuż włókna optycznego. Przez przestrajanie tego przesuni-

nięcia częstotliwościowego i powtarzanie pomiarów, krzywa wzmocnienia Brillouina może być mapowana wzdłuż światłowodu z rozdzielczością określoną przez szerokość impulsu pompy. **Zalety** metody: charakterystyka widmowa wzmocnienia może być określona z rozdzielczością ograniczoną parametrami pętli fazowej (tzn. jej rozdzielczością i pasmem); umożliwia rozłożone pomiary, obecnie o rozdzielczości rzędu kilku cm. **Wady** metody: dokonuje się bezpośredniej detekcji fluktuacji współprzypagującej fali ciągłej pompy niż sygnału rozproszonego wstecz; pomiary w dziedzinie czasu wymagają szybkich układów próbkująco pamiętających (zastosowano układ 5 gigaprobek/s).

Inne rozwiązanie metody pompująco próbkującej przedstawiono w pracy [150]. Pojedynczy laser Nd:YAG o mocy 150 mW i długości fali 1,32 μm , szerokości widma $\Delta\nu_P = 20$ kHz zastosowano jako generator sygnału pompy i próbkującego. Zestaw pomiarowy przedstawiono na rysunku 14.c. W układzie pomiarowym zastosowano szerokopasmowy modulator natężenia światła na niobianie litu. Modulator generuje i przestraja pasma boczne fali pompy, tak aby pasmo boczne o niższej częstotliwości wypadło wewnątrz pasma wzmocnienia Brillouina dla sygnału fali nośnej. Wyższa wstęga boczna może być stłumiona po zastosowaniu filtra wąskopasmowego (jeśli to konieczne), pozostawiając w układzie główny sygnał pompy i poruszający się w przeciwnym kierunku sygnał dolnej wstęgi bocznej. Wstęga boczna jest wzmacniana przez proces wzmocnienia Brillouina wewnątrz włókna. Spektrum wzmocnienia Brillouina może być obliczone z mierzonego wzmocnienia w funkcji przestrajania częstotliwości modulatora. Jeśli można założyć, że straty sygnału pompy są pomijalne w czasie interakcji z próbką, to analiza zmierzonego wzmocnienia jest uproszczona przez aproksymację niezmiennego sygnału pompy. Zakładając, że natężenie fali pompy nie jest znacznie zredukowane wzdłuż badanego światłowodu, współczynnik wzmocnienia Brillouina $g_B(\nu)$, dla różnicy częstotliwości ν może być określony z: $I(L, \nu) = 2I(0, \nu)\cosh(g_B(\nu)I_P L_{\text{eff}})$, gdzie $I(L, \nu)$ – jest zmierzonym natężeniem sygnału próbkującego dla częstotliwości ν po wzmocnieniu Brillouina we włóknie optycznym o długości L . $I(0, \nu)$ – jest natężeniem sygnału próbkującego przed wzmocnieniem, I_P – jest natężeniem fali pompy. Wartości natężeń w tym równaniu muszą być obliczone z pomiarów mocy optycznej wykonanych dla każdego końca testowanego światłowodu. Moc musi być dzielona przez powierzchnię efektywną A_{eff} .

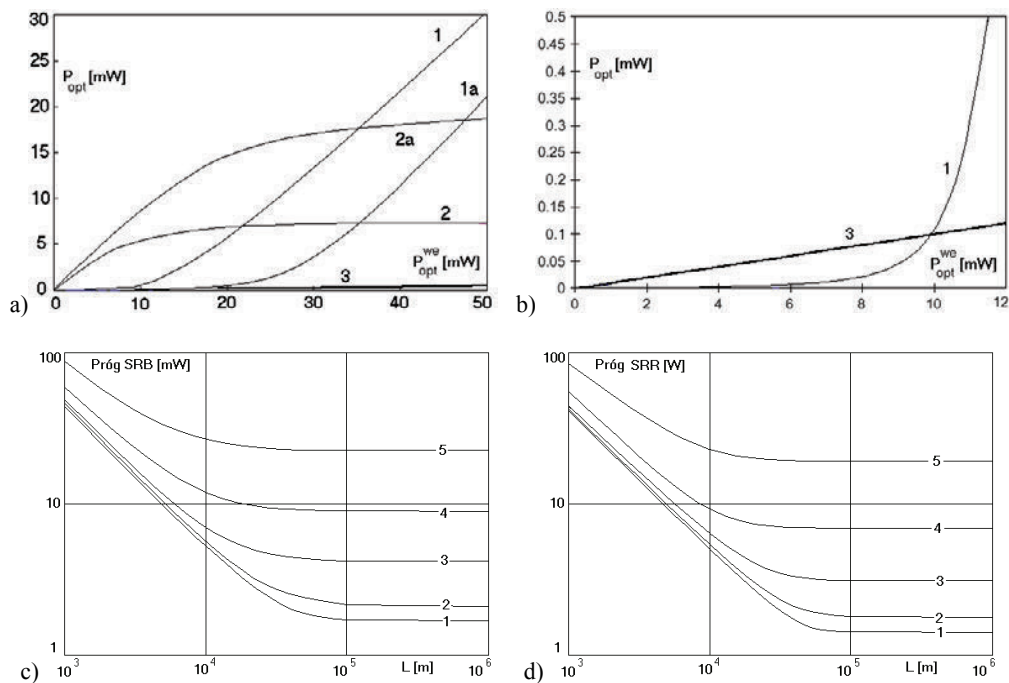
Pomiary mocy mogą być wykonane za pomocą sprzęgaczy światłowodowych na wejściu i wyjściu badanego włókna. Wyjścia takich sprzęgaczy są podłączone do mierników mocy optycznej. Mierzone wartości muszą być doprowadzone do postaci wielkości absolutnych, a nie względnych. Do obliczenia współczynnika wzmocnienia Brillouina konieczne są bezwzględne wartości mocy optycznej. Wartość bezwzględna mocy można uzyskać metodą odcięcia końca włókna z obu stron i pomiar mocy wejściowej z obu stron światłowodu.

Podczas pomiarów rozłożonych korzysta się tylko z jednego końca światłowodu i impulsowa pompa oraz sygnał próbkujący są stosowane w celu skanowania rejonu oddziaływania wzdłuż włókna. Impulsy próbkujące poruszające się w kierunku przeciwnym są wytwarzane w wyniku odbicia Fresnela od odległego zakończenia światłowodu. Sygnały pompujący i próbkujący są generowane ze zmiennym opóźnieniem czasowym przez odpowiednie sterowanie pracą modulatora za pomocą sygnału impulsowego i składowej stałej. **Zaletą** pomiarów impulsowych, nawet w przypadku, kiedy dane rozłożone nie są potrzebne, jest to, że interakcja pomiędzy pompowaniem i próbkowaniem jest ograniczona przestrzennie. Dlatego łatwiej jest zapewnić warunek nie nadmiernego obciążania sygnału pompy, lecz przyjąć przybliżenie niezmiennego wartości sygnału pompy. **Zalety** metody: wymaga pojedynczego źródła, rozdzielczość pomiarów spektrum wzmocnienia jest rzędu setek kHz, możliwy bardzo dokładny pomiar rozkładu naprężeń w światłowodzie o dostępie tylko do jednego końca włókna. **Wady**: wymagane zastosowanie modulatora ultraszerokopasmowego, wymagany laser dużej mocy o fali ciągłej, straty wtrącenia modulatora elektrooptycznego są duże, rzędu 4–5 dB.

Gdy fale Stokesa generowane przez rozpraszanie Brillouina mogą być heterodynowane z falą pompy lub falą o podobnej częstotliwości, wówczas możliwe jest zastosowanie analizy spektralnej sygnałów elektrycznych, a nie optycznych. Zaletą jest większa rozdzielczość widmowa. Typowy układ pomiarowy z heterodynowaniem przedstawiono na rysunku 14.d. Źródło laserowe musi mieć szerokość spektralną mniejszą niż szerokość spektralna wzmocnienia Brillouina. Używa się do pomiarów laserów Nd:YAG lub lasera półprzewodnikowego DFB z zewnętrznym rezonatorem. Spektrum mocy sygnału dudnienia pomiędzy oscylatorem lokalnym i sygnałem rozproszenia wstecznego jest mierzone bez przestrajania długości fali lasera źródłowego. Mierzone są jedynie względne częstotliwości pompy i fal Stokesa, więc technika pomiarowa jest bardziej odporna na dryft częstotliwości źródła niż metody z etalonem F–P i metoda pompy, i próbki.

Próg dla SRB we włóknie optycznym może być obliczony z widma wzmocnienia, ale zazwyczaj jest mierzony bezpośrednio w układzie pomiarowym przedstawionym na rysunku 14.e [152]. Moc optyczna wprowadzana do światłowodu musi być zmienna w granicach obejmujących próg procesu SRB. Zachodzi to typowo w granicach 10–20 mW, ale zależy od długości światłowodu i szerokości spektralnej źródła.

Na rysunku 14.e sygnał wyjściowy z przestrajanej diody laserowej jest wzmacniany za pomocą wzmacniacza optycznego i poziom jest regulowany zmiennym tłumikiem, w celu otrzymania mocy pobudzających pomiędzy 0–50 mW. Mierniki mocy optycznej mierzą moc wejściową, transmitowaną i rozproszoną wstecz w funkcji mocy wejściowej. Z pomiarów mocy optycznej określa się próg SRB, stosując jedną z definicji.



Rys. 15. a) moc optyczna transmitowana światłowodem i rozproszona wstecz w światłowodzie w funkcji mocy pobudzającej dla dwóch próbek światłowodu jednomodowego z dopasowanym płaszczem, $L = 10$ km; krzywe 1 i 1a – zmierzona moc optyczna rozproszona wstecz;

krzywa 3 – 1% mocy wejściowej; krzywe 2 i 2a – moc optyczna transmitowana w światłowodzie; krzywe 1a–2a przedstawiają wyniki własnych pomiarów dla światłowodu o większej wartości A_{eff} ,

b) moc rozproszona wstecz jako funkcja mocy pobudzającej dla światłowodu 10 km długości o dopasowanym płaszczu; krzywe z początkowej części wykresu na rysunku 1.19.1, tzn. dla małych poziomów mocy pobudzającej, c) obliczona wartość progów SRB w funkcji długości włókna L dla światłowodów o różnych stratach, krzywa 1 – 0,15 dB/km, krzywa 2 – 0,2 dB/km,

krzywa 3 – 0,4 dB/km, krzywa 4 – 1 dB/km, krzywa 5 – 10 dB/km, (obliczenia własne),

d) obliczone wartości progów SRR w funkcji długości światłowodu dla światłowodów o różnych stratach, krzywe 1–5 – 0,15 dB/km, 0,2 dB/km, 0,4 dB/km, 1 dB/km, 5 dB/km

Fig. 15. Stimulated Brillouin and Rayleigh Scattering in optical fibers;

a) optical power transmitted in two samples of single mode optical fiber and scattered back,

b) details from fig. 15.a) for small input pump power, c) calculated value of SBS as function of fiber length, d) calculated value of SRS as function of fiber length for fibers of different spectral losses

Przykłady pomiarów mocy optycznej, w czasie których badano SRB w światłowodzie 10-kilometrowej długości przedstawiono na rysunku 15 [144, 166]. Na rysunku 15.b przedstawiono dokładnie te same dane dla małych wartości mocy wejściowej, poniżej kilkunastu mW. Dla mocy wejściowej poniżej około 20 mW rozproszona wstecz moc optyczna rośnie początkowo liniowo z mocą pobudzającą z powodu odbicia Fresnela na końcu światłowodu. Gdy moc pobudzająca zbliża się do progów SRB,

moc rozproszona wstecz wzrasta gwałtownie i zużywana jest na to moc pompy. Poza progiem transmitowana moc optyczna jest ustalona i nadmiar mocy jest transferowany do fali rozproszonej wstecz. Próg SRB może być oszacowany z takich danych eksperymentalnych, stosując jedną z cytowanych definicji. Używając definicji numer 2, próg SRB wynosi w przybliżeniu 22 mW. Definicja 4 daje wartość znacznie niższą, około 9 mW [166].

Dla określonego światłowodu próg SRB, zdefiniowany przez równanie $P_{th} = 21 K_{SRB} A_{eff} / g_{SRB} L_{eff}$, jest zależny od względnych szerokości spektralnych sygnału pompy i szerokości Brillouina przez maksymalną wartość wzmocnienia Brillouina g_{SRB} . Zasadniczą sprawą dla pomiarów jest znajomość szerokości spektralnej źródła pompy. Szerokość spektralna źródła pompy powinna być znacznie mniejsza niż szerokość spektralna Brillouina. W przeciwnym przypadku zmierzona wartość progowa mocy jest fałszywa. Ten warunek wymaga zastosowania kalibrowanego źródła o ściśle znanych charakterystykach spektralnych lub dokładnego pomiaru źródła niescharakteryzowanego. Podczas pomiarów szerokości spektralnej źródła należy wziąć pod uwagę jego charakterystyki modulacyjne dotyczące natężenia, fazy, częstotliwości. Do pomiaru poziomu SRB szerokość spektralna źródła powinna być rzędu dziesiątków MHz lub mniejsza, zależnie od długości światłowodu i mocy źródła [166]. Równanie na moc progową P_{th} zakłada, że moc pompy ma rozkład spektralny według funkcji Lorentza. System pomiarowy źródła dla badania rozpraszania Brillouina powinien mieć możliwość dokładnego pomiaru kształtu charakterystyki spektralnej i potwierdzenia tego założenia.

Trudności z pomiarem spektrum optycznego, o szerokości rzędu MHz, związane są z brakiem dostatecznej rozdzielczości w optycznych analizatorach spektrum. Typowo graniczną rozdzielczością są GHz. Detekcja heterodynowa może być zastosowana do rozszerzenia zakresu rozdzielczości do wartości wymaganej i dostępnej dla klasycznych elektronicznych analizatorów widmowych. Zapewnienie odpowiedniego lokalnego oscylatora może stanowić trudność dla dowolnych długości fali pompy. Detekcja z opóźnionym samoheterodynowaniem jest jedną z metod próbujących rozwiązać ten problem [55, 142, 387]. Ta technika została zastosowana, zapewniając rozdzielczość 50 kHz dla pompy o długości fali 840 nm w celu zmierzenia 20 kHz widma lasera Nd:YAG z falą ciągłą, pracującego na 1300 nm [143].

Polaryzacja fali pompy i charakterystyki utrzymywania stanu polaryzacji we włóknie optycznym mają wpływ na próg SRB przez stałą K_{SRB} [146]. Oddziaływanie SRB jest maksymalizowane dla fal Stokesa i pompy o równoległych polaryzacjach [151]. W przypadku gdy SRB powstaje z szumu w światłowodzie, poniżej poziomu, światło rozproszone wstecz jest w przybliżeniu w połowie spolaryzowane prostopadle i równoległe do pompy. Po przekroczeniu progu SRB stopień polaryzacji światła rozproszonego wstecz wzrasta do 100%, i polaryzacja fali dopasowuje się całkowicie do pompy. W celu uniknięcia zależności wyniku pomiaru procesu SRB od stanu polaryzacji polaryzacja pompy powinna być przypadkowa, jeśli nie można jej utrzymać

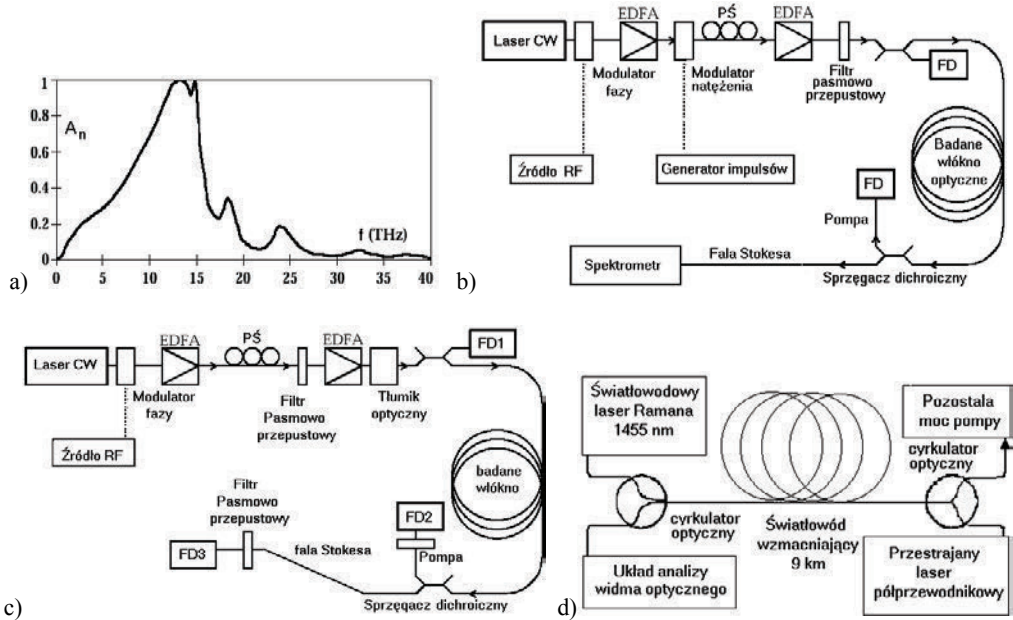
w ściśle określonym stanie w obszarze oddziaływania. Pomiary w stanie depolaryzacji mają przewagę, gdy unika się zależnych od polaryzacji strat w dzielnikach mocy i cyrkulatorach.

Efektywna długość drogi nieliniowego oddziaływania w światłowodzie nie jest liniowo proporcjonalna do rzeczywistej długości światłowodu, ale jest określona przez równanie $L_{\text{eff}} = [1 - \exp(-\alpha L)]/\alpha$. Próg SRB jest zależny od długości włókna i jego współczynnika tłumienia. Równanie na P_{th} przewiduje, że początkowo próg SRB maleje ze wzrostem długości włókna optycznego, ale potem dąży asymptotycznie do stałej wartości. Długość światłowodu wymagana do osiągnięcia tej wartości asymptotycznej wzrasta dla światłowodów o mniejszych stratach. Na rysunku 15.c przedstawiono to zachowanie światłowodu.

Próg SRB został obliczony dla światłowodu o $A_{\text{eff}} = 500 \mu\text{m}^2$, $g_{\text{SRB}} = 4,6 \cdot 10^{-11} \text{ m/W}$, $K_{\text{SRB}} = 2$, $\Delta\nu_B = 40 \text{ MHz}$, $\Delta\nu_P = 100 \text{ kHz}$, i tłumienia $\alpha =$ od 0,15 dB/km do 10 dB/km. Dla pompy z falą ciągłą o wąskim widmie i całkowicie zdepolaryzowanej przewiduje się asymptotyczną długość około 100 km dla światłowodu o tłumienności 0,2 dB/km. Poziom progowy mocy obliczono na 48 mW dla długości 1 km i na 2 mW dla 100 km. Dla typowej długości światłowodu na szpuli rzędu 20 km, przy $\alpha = 0,2 \text{ dB/km}$, poziom SRB wynosi około 3,5 mW, pod warunkiem że szerokość widmowa pompy jest znacznie mniejsza niż szerokość widmowa Brillouina.

Dodatek domieszek do szkła rdzenia światłowodu takich, jak german i fluor zmienia wartość przesunięcia częstotliwościowego Brillouina ν_B , tzn. wartość częstotliwości Stokesa, dla której występuje maksymalne wzmocnienie. Jeśli koncentracja domieszki fluktuuje wzdłuż długości światłowodu, wówczas proces budowy każdej indywidualnej składowej częstotliwościowej fali Stokesa jest mniej wydajny niż dla maksimum ustalonego spektrum wzmocnienia. Próg SRB jest zasadniczo określony przez narastanie częstotliwości Stokesa o największym wzmocnieniu i dlatego zmiana przesunięcia Brillouina powiększa próg SRB. Zmiana progu SRB indukowana przez przesunięcie częstotliwości wzdłuż światłowodu zależy od kształtu rozłożenia przesunięcia Brillouina wzdłuż włókna i nie jest po prostu związana z maksymalną wartością tych zmian [154]. Zmiany w pobliżu pompowanego zakończenia światłowodu mogą mieć większe znaczenie niż na końcu przeciwnym. To może prowadzić do pomiarów zależności progu SRB w zależności od kierunku fali pompy.

Szerokość spektralna i kształt krzywej wzmocnienia Brillouina $\Delta\nu_B$ nie są stałe, ale zależą od mocy fali pompy i szerokości impulsu pompy. W celu umożliwienia obliczenia progu SRB dla dowolnego sygnału pompy, konieczne są pełne charakterystyki zależności szerokości spektralnej Brillouina od mocy pompy i szerokości spektralnej pompy. Zawężanie szerokości spektralnej z powodu wzrastającej mocy pompy staje się ważne powyżej progu. Pomiary są zazwyczaj wykonywane za pomocą pompy CW, w celu redukcji niepewności dotyczących pomiaru mocy optycznych. Dlatego można założyć, że w pomiarach z falą ciągłą, dla mocy poniżej i w okolicach wartości progowej, $\Delta\nu_B$ jest stałe.



Rys. 16. a) typowa zmierzona charakterystyka wzmocnienia Ramana w światłowodzie kwarcowym; znormalizowany współczynnik wzmocnienia w funkcji przesunięcia częstotliwości [55]; b) schemat blokowy zestawu pomiarowego do pomiaru wzmocnienia Ramana w światłowodzie metodą skanowania impulsowego [155]; c) schemat blokowy podstawowego rozwiązania systemu pomiarowego do określania wartości progu SRR w światłowodzie w przód [152]; d) schemat blokowy układu laboratoryjnego do pomiarów wzmocnienia Ramana w światłowodzie metodą z falą ciągłą

Fig. 16. Measurement set-ups for stimulated Raman scattering in optical fibers and measured Raman amplification characteristic, a) measured Raman amplification characteristic in silica optical fiber, normalized amplification coefficient as function of frequency shift, b) measurement set up for Raman amplification by pulse scanning method, c) measurement set up for determination of the SRS threshold, d) measurement set up for Raman amplification by CW method

Zastosowanie złączy światłowodowych o powierzchniach nieprostokątnych do osi długiej światłowodu w systemach światłowodowych dużej mocy może zwiększyć niepewność odnośnie do bezwzględnych pomiarów mocy wykonywanych komercyjnymi miernikami mocy. Skośne złącza światłowodowe są używane w celu redukcji dużej wartości mocy odbitej wstecz, i zapobieżeniu destabilizacji warunków pracy źródła. Nie ma gwarancji, że detektor optyczny w komercyjnym światłowodowym mierniku mocy będzie w pełni pobudzony przez rozkład mocy optycznej opuszczającej skośnie ucięty światłowod. Niepewność bezwzględnych wartości mocy optycznych ze światłowodów z połączeniem mierzonych we wzorcowych laboratoriach jest rzędu 0,5% [166]. Ocenia się, że pomiary za pomocą nieprzystosowanego sprzętu zwiększa tę niepewność do około 2%, w przypadku zastosowania złączy ze światłowodowym skośnię zakończonym [144]. Głowica fotodetekcyjna miernika mocy powinna pozycjonować zakończenie

światłowodu bezpośrednio jak najbliższej znacznej powierzchni fotodiody. Niepożądane jest stosowanie pośredniczącego układu optycznego.

Rekomendacje ITU dotyczące pomiarów progu SRB [152] stosują definicję, moc pompy, przy której moc transmitowana w światłowodzie na wyjściu jest równa mocy wyjściowej rozproszonej wstecz. Odpowiada to definicji 2. Jednocześnie w tych rekomendacjach obliczenia P_{SRB} są rekomendowane według definicji 1. Typowo dane pomiarowe w literaturze prezentowane są w światłowodzie dla mocy transmitowanej i rozproszonej wstecz, więc można obliczyć wartość progu i porównać z danymi doświadczalnymi. Pokazano zarówno teoretycznie, jak i eksperymentalnie [154], że krzywa wzmocnienia Brillouina zależy silnie od mocy i szerokości spektralnej źródła. Gdyby tak nie było, krzywa wzmocnienia Brillouina byłaby najkorzystniejszym pomiarem dla procesu SRB, ponieważ wzmocnienie i poziom progowy SRB mogą być określone z $g_B(\nu)$ dla każdego widma źródła. Jednakże pomiar współczynnika wzmocnienia jest procesem skomplikowanym i w rzeczywistości nie da się uniknąć zależności od źródła.

Tabela 2. Typowe wartości parametrów światłowodowego wzmacniacza Ramana [152] z błędami pomiarowymi

Table 2. Typical parameters of optical fiber Raman amplifier, measured with particular accuracy

Parametr	Wartość	Szacowany błąd
Długość światłowodu	≈10 km	±1%
Straty światłowodu dla 1455 nm	0,3 dB/km	±5%
Efektywna powierzchnia światłowodu	50,3 μm ²	±5%
Straty wzmacniacza dla 1550 nm	4,6 dB	±4%
Wzmocnienie wzmacniacza światłowodowego dla 1550 nm	16,4 dB	±3%
Moc pompy	870 mW	±8%

Poziom progowy SRB może być obliczony ze zmierzonej krzywej wzmocnienia Brillouina, ale zależy to także od charakterystyk źródła. Lorenzianowski kształt krzywej wzmocnienia spontanicznego rozproszenia Brillouina ewoluuje w kształt gaussowski ze wzrostem mocy pompy do poziomu progowego SRB. Szerokość krzywej wzmocnienia zmniejsza się ze wzrostem mocy pompy. Jeśli fala pompy jest impulsowa, a nie ciągła, wówczas szerokość spektralna jest również zależna od czasu trwania impulsu, zakładając maksymalną wartość szerokości impulsu na 10 ns. Pomiary współczynnika wzmocnienia Brillouina mają tylko sens wtedy, gdy warunki pracy światłowodu w systemie są bardzo podobne do warunków pomiarowych lub odwrotnie. Na razie nie mogą mieć charakteru pomiarów ogólnych, ze względu na niedostateczną standaryzację sygnałową systemów światłowodowych [166] (poza telekomunikacją).

W czasie pomiarów progu SRB konieczna jest znajomość szerokości spektralnej stosowanego źródła. Dla źródeł o $\Delta\nu_p \ll \Delta\nu_B$, szczegółowa wartość szerokości spektralnej jest mniej ważna i poziom progowy SRB jest efektywnie niezależny od $\Delta\nu_p$.

Gdy szerokość spektralna źródła zbliża się do szerokości spektralnej Brillouina, współczynnik wzmocnienia jest redukowany i mierzona wartość progowa wzrasta. Asymptotyczna wartość pomiarowa progu dla małych szerokości spektralnych źródła jest zgodna z wartością teoretyczną P_{th} . Pomiary SRB powinny być ograniczone głównie do stosowania źródła pompy z falą ciągłą o znanej wąskiej szerokości spektralnej. Konieczne wydaje się opracowanie standardu pomiarowego procesu SRB w światłowodzie, jak to się stało w przypadku z pomiarami tłumienności. Możliwe jest opracowanie standardowych włókien o wzorcowym poziomie odniesienia SRB [166].

Stymulowane rozpraszanie Rayleigha (SRR) jest podobne do zjawiska SRB. Jest procesem nieelastycznym, w którym energia podlega transferowi do medium, w którym rozprzestrzenia się fala i generowana jest fala Stokesa o niższej częstotliwości. Niepodobnie do SRB, tutaj fala Stokesa może propagować zarówno w kierunku w przód jak i wstecz. Interakcja generuje fonony optyczne i różnica energii pomiędzy falami pompy i Stokesa jest większa niż w SRB. Odpowiada to znacznie większemu przesunięciu częstotliwości, rzędu 10 THz dla SRR, w porównaniu z 10 Ghz dla SRB.

Współczynnik wzmocnienia Ramana $g_R(\nu)$ jest znacznie mniejszy niż współczynnik wzmocnienia Brillouina i jego wartość określono pomiarowo na około $3 \cdot 10^{-14}$ m/W dla standardowego światłowodu jednomodowego pompowanego falą 1550 nm [137, 155]. Szerokość spektralna wzmocnienia ramanowskiego szkieł światłowodowych jest także znacznie szersza niż dla SRB. Krzywa wzmocnienia rozciąga się typowo w zakresie około 40 THz, zarówno dla próbek szkieł objętościowych, jak i światłowodów krzemionkowych i ze szkieł wieloskładnikowych. Spektrum wzmocnienia Ramana składa się z głównego piksu z kilkoma mniejszymi wartościami maksymalnymi na opadającym ogonie charakterystyki. Typowy przykład krzywej wzmocnienia Ramana przedstawiono na rysunku 1.16.

W literaturze nie można znaleźć funkcjonalnego opisu tej krzywej. Do celów pomiarowych przyjmuje się, że główna wartość szczytowa ma największe znaczenie w procesie powstawania fali Stokesa. Zakłada się również, że krzywa wzmocnienia składa się z pojedynczego piksu Lorentza [165]. Obliczenia procesu SRR stosują szczytową wartość spontanicznego widma wzmocnienia Ramana g_{SRR} , adaptując ją na wartość wzmocnienia dla rozproszenia stymulowanego SRR. Dla zastosowań w światłowodowych wzmacniaczach Ramana oraz w celu obliczeń przesłuchów w dalekośiężnych systemach WDM konieczna jest znajomość rzeczywistego kształtu krzywej wzmocnienia Ramana. Współczynnik wzmocnienia Ramana jest odwrotnie proporcjonalny do długości fali pompy i jest zależny od składu materiału rdzenia, zmieniając się znacznie z rodzajem i koncentracją domieszki [137].

W warunkach stymulowanego rozpraszania Ramana natężenia pompy i poruszające się w przód światłowodu fali Stokesa są związane sprzężonymi równaniami natężeń [55]:

$$dI_S(z)/dz = \frac{g_{SRR}}{K_{SRR}} I_P(z)I_S(z) - \alpha_S I_S(z) \quad (47)$$

$$dI_p(z)/dz = -\frac{\omega_p}{\omega_s} \frac{g_{SRR}}{K_{SRR}} I_p(z) I_s(z) - \alpha_p I_p(z) \quad (48)$$

gdzie: g_{SRR} – jest maksymalną wartością współczynnika wzmocnienia dla jednakowo spolaryzowanych fal pompy i Stokesa, $I_p(z)$ i $I_s(z)$ są natężeniami fal pompy i Stokesa dla współrzędnej z wzdłuż włókna, wyrażonymi w $[W/m^2]$, ω_p , ω_s – są częstotliwościami kątowymi fal pompy i Stokesa w $[rad/s]$, α_p , α_s – są liniowymi współczynnikami tłumienia dla częstotliwości ω_p i ω_s w $[neper/m]$. K_{SRR} jest czynnikiem zależnym od względnej polaryzacji fal pompy i Stokesa. Wzmocnienie Ramana jest maksymalizowane, gdy fale pompy i Stokesa utrzymują jednakowe polaryzacje wzdłuż włókna optycznego. Dla klasycznych światłowodów występuje pewien stopień depolaryzacji i stosowana jest wartość tego współczynnika równa $K_{SRR} = 2$ [138].

Stosując założenie o niezminiejszanej mocy pompy, równanie na natężenie fali pompy wzdłuż światłowodu redukuje się do postaci $dI_p(z)/dz = -\alpha_p I_p(z)$, $I_p(z) = I_p(0)\exp(-\alpha_p z)$. Natężenie fali Stokesa po przebyciu drogi L w światłowodzie wynosi [55]:

$$I_s(L) = I_s(0) \exp\left(\frac{g_{SRR}}{K_{SRR}} I_p(0) L_{\text{eff}} - \alpha_s L\right) \quad (49)$$

gdzie długość efektywna jest obliczana z zastosowaniem współczynnika tłumienia dla fali pompy. Poziom progowy SRR w przód jest definiowany jako poziom mocy pompy, dla którego moce wyjściowego sygnału pompy i fali Stokesa są równe. Poziom dla światłowodu jednomodowego przybliża się zależnością [136]

$$P_{\text{th}} \cong 16 \frac{K_{SRR} A_{\text{eff}}}{g_{SRR} L_{\text{eff}}} \quad (50)$$

Założenia dla równania na moc progową P_{th} są następujące: fala pompy nie jest nadmiernie obciążona przez proces konwersji do fali Stokesa, efektywne powierzchnie światłowodu dla długości fal pompy i Stokesa są jednakowe, wzmocnienie Ramana jest opisane przez krzywą Lorentza, sygnał Ramana jest budowany z rozproszenia spontanicznego, a nie wzmocniania sygnału wejściowego.

Gdy rozważana jest fala Stokesa rozproszona wstecz, uzyskuje się analogiczne równanie na moc progową P_{th} , ale współczynnikiem proporcjonalności jest nie 16, lecz 20 [55]. Moc progowa dla rozproszenia wstecznego jest wyższa niż dla rozproszenia w przód i rozproszenie w przód dominuje, nim jakiegokolwiek rozproszenie wstecz może być obserwowane. Wzmocnienie Ramana fali rozproszonej wstecz może być obserwowane, ponieważ jest ono niezależne od względnych kierunków fal pompy i próbkującej.

Pierwsze pomiary spektrum wzmocnienia we włóknach optycznych były wykonywane z wykorzystaniem impulsowych laserów Xenonowego i Nd:YAG pracujących

w zakresie widzialnym dla 526 nm i 532 nm [4]. Wysokie straty światłowodu dla tych długości fali ograniczały długości efektywne światłowodu do kilku metrów. Wymagało to stosowania mocy pobudzających rzędu kilku W. Podstawowa procedura pomiarowa polegała na pobudzeniu światłowodu pompą i badaniu spektrum wyjściowego za pomocą pryzmatu. Mierzono względne natężenia składowych częstotliwościowych fali Stokesa. To dawało względny przekrój światłowodu na spontaniczne rozpraszanie Ramana jako funkcję długości fali Stokesa. Nie dawało wartości bezwzględnych. Bezwzględne wartości dla przekroju poprzecznego były określane przez zastosowanie tego samego układu pomiarowego do określenia natężenia fali rozproszonej w komórce benzenowej, dla której bezwzględny przekrój poprzeczny rozproszenia był znany. Z bezwzględnej wartości przekroju rozproszenia Ramana był obliczany współczynnik wzmocnienia $g_R(\nu)$, jako funkcja długości fali Stokesa. Podobna metoda została zastosowana do określenia maksymalnej wartości przekroju Ramana innych szkieł i domieszek do rdzenia światłowodu, jak GeO_2 , B_2O_3 , P_2O_5 względem przekroju rozproszenia dla szkła kwarcowego SiO_2 [137]. Szkło kwarcowe ma najmniejszą wartość przekroju rozproszenia z tych wszystkich materiałów. **Zaletą** tej metody to prosty układ pomiarowy. **Wady:** metody impulsowe sprawiają kłopoty w określeniu szczytowych wartości mocy w impulsie, wymaga kalibracji do bezwzględnego odniesienia, niewygodna dla długości fal telekomunikacji światłowodowej.

Metoda ze skanowaniem impulsowym [152–155] pomiaru wzmocniania Ramana w światłowodzie polega na zastosowaniu jednoimpulsowego źródła w okolicach długości fal 1550 nm. W przeciwieństwie do metody pomiaru względnego przekroju na rozpraszanie, mierzone jest stymulowane rozpraszanie Ramana, a niespontaniczne. Bezwzględne wartości współczynnika wzmocnienia mogą być znalezione bez konieczności stosowania odniesienia. Technika używa laserowej pompy z falą ciągłą i modulatora LiNbO_3 w celu generacji impulsów prostokątnych o czasie trwania w zakresie od 1 do 100 ns. Te impulsy generują fale Stokesa wewnątrz włókna optycznego, które propagują wspólnie z falą pompy, ale z różną prędkością grupową ze względu na dyspersyjne właściwości światłowodu. Niedopasowanie prędkości grupowej powoduje, że impulsy pompy i Stokesa rozchodzą się i w związku z tym droga interakcji SRR jest ograniczona. Długość drogi interakcji może być regulowana przez zmianę szerokości impulsów. Układ pomiarowy stosowany w tej metodzie skanowania impulsowego przedstawiono na rysunku 16b.

Średnia moc w impulsie była ustalona na 120 mW dla wszystkich impulsów dzięki pracy wzmacniacza optycznego w stanie nasycenia. Moc szczytowa była także ustalona, rzędu 4 W, przez utrzymywanie stałego współczynnika wypełnienia, częstotliwości powtarzania i stałej mocy średniej. Stymulowane rozpraszanie Brillouina było tłumione dzięki zastosowaniu modulatora fazy na niobianie litu działającego pomiędzy 2 i 3 GHz. Średnia moc fali Stokesa opuszczająca światłowód dla częstotliwości ν była mierzona jako funkcja czasu trwania impulsu. Krzywą pomiarową przybliżano

krzywą parametryczną z parametrami w postaci współczynnika wzmocnienia $g_R(\nu)$ i rozdosowaniem prędkości grupowych. Maksymalna wartość współczynnika wzmocnienia g_{SRR} obliczona tą metodą zgadzała się z rezultatami innych pomiarów wzmocnienia wykonanych dla tego samego światłowodu. Typowe wartości pomiarowe dla g_{SRR} , określone za pomocą tej metody wynosiły około $3 \cdot 10^{-4}$ [m/W] z bezwzględną wartością niepewności obliczoną na $\pm 5\%$. Głównym ograniczeniem tej metody jest to, że sygnał rozproszony w przód musi być odseparowany od fali pompy na wyjściu światłowodu. Dla składowych fali Stokesa o odległości 3 THz od fali pompy konieczne było zastosowanie przestrajanego filtra pasmowego przed spektrometrem w celu maksymalizacji czułości. W innym przypadku dokładność wzmocnienia Ramana znacznie zmalała w pobliżu długości fali pompy. Nawet z zastosowaniem filtru pasmowo przepustowego nie można było w tej metodzie zmierzyć współczynnika wzmocnienia w odległości mniejszej od 1 THz od sygnału pompy [166]. **Zalety** metody: bezwzględna wartość współczynnika wzmocnienia może być określona bez potrzeby kalibracji do odniesienia, wymaga pojedynczego źródła, sygnały popy i próbki są kopolaryzowane automatycznie. **Wady**: wymagany wysoki poziom mocy do osiągnięcia progu SRR, wymagany pomiar mocy impulsowej, choć impulsy stosunkowo długie, dokładność maleje w pobliżu długości fali pompy, ponieważ metoda polega na dyskryminacji pomiędzy, falą Stokesa rozproszoną w przód i falą pompy.

Metodą skutecznie stosowaną do pomiaru współczynnika wzmocnienia Ramana w światłowodzie jest tzw. metoda wzmocnienia Ramana z falą ciągłą [152]. Podstawowy schemat układu pomiarowego przedstawiono na rysunku 16d. Fale pompujące i próbki propagują w światłowodzie wzmacniającym w przeciwnych kierunkach i są separowane na każdym końcu włókna za pomocą optycznych cyrkulatorów OC1 oraz OC2. Fala pompy składa się z wyjścia ze światłowodowego lasera Ramana o szerokości widmowej 1 nm na 1455 nm – co odpowiada szerokości spektralnej 150 GHz. Próg SRB dla tego światłowodu z tym źródłem wynosi w przybliżeniu 20 W, co znacznie przekracza wartość 1 W, typowo sprzęganą do światłowodu. Konfiguracja systemu pomiarowego z falami propagującymi w przeciwnych kierunkach uśrednia fluktuacje mocy wysokiej częstotliwości w pompie i również redukuje wymagania na selektywność optyczną w analizatorze spektrum. W celu pomiaru szerokiego zakresu spektralnego wzmocnienia Ramana zastosowano przestrajany laser półprzewodnikowy w zakresie 1460–1580 nm z szerokością spektralną 700 kHz. Względne spektralne pomiary wzmocnienia są prowadzone przez przestrajanie lasera i pomiar mocy wejściowej i wyjściowej we wzmacniającym włóknie za pomocą analizatora widma. Przykładową zmierzoną charakterystykę widmową wzmocnienia przedstawiono na rysunku 16a [55].

Krzywa wzmocnienia nie uwzględnia strat wewnątrz wzmacniacza, spowodowanych tłumieniem linowym. Straty są mierzone odrębnie dla niskich poziomów mocy, w celu uniknięcia efektów nieliniowych. Gdy znana jest charakterystyka spektralna strat wzmacniacza, wówczas efektywne wzmocnienie wzmacniacza Ramana jest obli-

czane przez odejmowanie obu krzywych. Efektywne wzmocnienie wzmacniacza Ramana jest odnoszone do współczynnika wzmocnienia Ramana przez równanie $I_S(L)$ w postaci:

$$g_{\text{eff}}(\nu) = P_S(L, \nu) / P_S(0, \nu) = \exp\left(\frac{g_R(\nu)P_P(0)L_{\text{eff}} - \alpha_S L}{K_{\text{SRR}}A_{\text{eff}}}\right). \quad (51)$$

Równanie zakłada przybliżenie nieobciążania sygnału pompy, a więc jest ważne dla małych poziomów sygnałów, tzn. wzmocnienia małosygnalowego. W celu obliczenia współczynnika wzmocnienia Ramana z podanego równania, trzeba znać powierzchnię efektywną światłowodu A_{eff} , moc pompy pobudzającą światłowód wzmacniający $P_P(0)$, efektywne wzmocnienie i względne polaryzacje fal pompy i Stokesa. Przykłady wielkości tych parametrów z niepewnościami ich określenia przedstawiono w tabeli 2 [152, 166]. Dodatkowe błędy w procedurze pomiarowej zawierają zmienne straty rozłączalnych złączy światłowodowych stosowanych na wejściu i wyjściu światłowodu wzmacniającego. Wartość współczynnika wzmocnienia Ramana dla przesunięcia Stokesa 95 nm od fali pompy dla 1455 nm wynosi $4,17 \cdot 10^{-14}$ [m/W] z niepewnością $\pm 10\%$. **Zalety** metody: stosowanie fali ciągłej ułatwia dokładne pomiary mocy, przeciwbieżne fale pompy i próbująca poprawia stosunek sygnału do szumu SNR i umożliwia pomiary wzmocnienia na długości fali pompy, unika się czułości polaryzacyjnej systemu pomiarowego przez stosowanie źródła zdepolaryzowanego oraz przeciwbieżnych sygnałów pompy i próbującego.

Moc progowa obliczona według równania na P_{th} (50) wynosi 4,79 W dla 1550 nm dla SRR w typowym światłowodzie jednomodowym o długości 10 km, $A_{\text{eff}} = 50 \cdot 10^{-12}$ m², $g_{\text{SRR}} = 4,17 \cdot 10^{-14}$ W, $\alpha = 0,2$ dB/km, $K_{\text{SRR}} = 2$. Ta wartość mocy jest zbyt duża, aby mogła być doświadczalnie potwierdzona dla 1550 nm. Definicja wartości P_{th} dla SRR wymaga jednoczesnego pomiaru mocy wejściowej pompy, wyjściowej pompy i sygnału Stokesa. Wyjście ze światłowodu w kierunku w przód musi być rozdzielone na składowe pompy i Stokesa odseparowane w przybliżeniu o 12 THz (ok. 100 nm dla 1550 nm). Podstawowy zestaw pomiarowy do badania poziomu SRR w światłowodzie jest przedstawiony na rysunku 16c. Trzeba stosować środki zapobiegawcze, aby maksymalna wartość mocy ciągłej fali wprowadzanej do światłowodu nie była ograniczona przez SRB. Moc progowa dla SRB wynosi typowo jedynie kilkadziesiąt mW, gdy jest zastosowana dioda z falą ciągłą o wąskiej charakterystyce spektralnej (<100 MHz). Ten poziom może być zwiększony przez zastosowanie źródła o szerszym spektrum lub przez zastosowanie modulatora fazy w celu spektralnego rozszerzenia sygnału pompy.

Większość rozważań specjalistycznych, odnośnie do pomiarów SRR, jest taka sama jak dla pomiaru SRB. Stosowanie dużej mocy optycznej oznacza, że źródła muszą być zabezpieczone optycznymi izolatorami, w celu uniknięcia destabilizacji pracy lasera. Trzeba stosować ukośne złącza światłowodowe z tego samego powodu. Skośne złącza powodują te same problemy z pomiarami mocy bezwzględnej. Czułość polary-

zacyjna mierzonego współczynnika wzmocnienia jest problemem i najprościej jej uniknąć przez zastosowanie źródła o polaryzacji przypadkowej. Zależność progu SRR od długości, tak jak dla SBS. Poziomy SRR dla światłowodów o następujących danych: $A_{\text{eff}} = 50 \mu\text{m}^2$, $g_{\text{SRR}} = 4,17 \cdot 10^{-14} \text{ m/W}$, $K_{\text{SRR}} = 2$, $\alpha = 0,2 \text{ dB/km}$ są przedstawione na rysunku 16.d w funkcji długości światłowodu. Widać, że poziom mocy spada zasadniczo dla dłuższych światłowodów, ale zawsze pozostaje około trzy rzędy większy niż poziom SRB dla pompy wąskopasmowej.

Pomiary SRR wymagają znacznego wzrostu progu SRB. Wymagana jest szerokość spektralna sygnału pompy powyżej 40 GHz, aby podnieść próg SRB dla światłowodu o długości 10 km do poziomu około 5 W. Tłumienie procesu SRB można uzyskać, stosując modulację fazy sygnału pompy [143, 152, 166] albo przez generację sygnału dudnienia pomiędzy dwoma bliskimi sobie źródłami [139]. Stosując modulację 1π -PSK z pseudoprzypadkową sekwencją binarną dla szybkości bitowej B przewidziano liniowy wzrost progu SRB w funkcji B według zależności: $P_{\text{PSK}} = P_{\text{CW}} (B + \Delta v_B) / \Delta v_B$. Pokazano również w [139], że SRB może być znacznie stłumione w światłowodowym kanale komunikacyjnym ASK przez zastosowanie duplikacji danych na dwie blisko położone optyczne częstotliwości nośne. Ta sama zasada stosuje się do pompy z falą ciągłą. Przewidziano wzrost poziomu progowego SRB w światłowodzie kwarcowym do 15 W, jeśli zastosuje się dwa źródła o falach ciągłych odseparowanych od siebie o 1 GHz.

Tłumienie SRB otrzymano również dzięki zastosowaniu zmiennego naprężenia w światłowodzie. Naprężenie powoduje „rozmycie” agregowanego współczynnika wzmocnienia na szerszy zakres częstotliwości [118]. Dla szerokości widmowej pompy, znacznie mniejszej niż normalna szerokość spektralna Brillouina, maksymalna wartość współczynnika wzmocnienia staje się odwrotnie proporcjonalna do Δv_B przez równanie na g_{SRB} (44). Rozszerzenie widma Brillouina z 50 na 406 MHz spowodowało przesunięcie poziomu SRB (w przybliżeniu) z 7 do ponad 14 dBm, co było największą mocą użytą w tym pomiarze. Zakładając, że próg SRB wzrasta liniowo z szerokością spektralną Brillouina, naprężenie zastosowane wobec włókna jest spodziewane podnieść poziom progowy mocy o 9 dB. Ten wzrost jest ciągle niewystarczający, aby pozwolić na pomiary progu SRR, co typowo wymaga mocy pobudzających rzędu 30 dBm.

Natężenie rozproszenia Ramana jest proporcjonalne do ramanowskiego przekroju poprzecznego ośrodka rozpraszającego. Ten parametr jest charakterystyczną stałą danego ośrodka. Przedmiotem szczególnego zainteresowania w światłowodach są przekroje na rozpraszanie szkieł krzemionkowych i germanowych. Pomiary pokazały, że szkło germanowe jest znacznie silniejszym ośrodkiem rozpraszającym niż szkło kwarcowe. Dlatego silnie domieszkowane światłowody kwarcowe i ze szkieł wieloskładnikowych mają zredukowane wartości poziomów SRR [137]. Wyższe koncentracje germanu w rdzeniu bardziej ograniczają pole modowe i dają mniejsze wartości pola efektywnego. Większy poziom domieszkowania zwiększa także straty we włók-

nie optycznym, redukując efektywną drogę oddziaływania nieliniowego L_{eff} . Wszystkie te efekty zwiększają szybkość, z jaką moc pompy jest transformowana wzdłuż światłowodu w moc fali Stokesa – zarówno przez wzrost aktywności nieliniowej, jak i większe straty liniowe. Zależność progu SRR od różnicy współczynników załamania pomiędzy rdzeniem i płaszczem jest stosunkowo skomplikowana, ponieważ zależy od funkcji wzrostu strat liniowych z poziomem domieszkowania, powierzchni efektywnej światłowodu i współczynnika wzmocnienia Ramana [144].

Podobnie jak w procesie SRB, fala Stokesa w SRR jest budowana ze wzmacniania szumu dla częstotliwości największego wzmocnienia krzywej Ramana. Każda przyczyna, która powoduje fluktuacje tej częstotliwości wzdłuż drogi oddziaływania w światłowodzie, powoduje spowolnienie akumulacji promieniowania Stokesa i wzrost poziomu progowego SRR. Przesunięcie częstotliwościowe maksymalnej wartości wzmocnienia Ramana w światłowodzie domieszkowanym germanem zmienia się jedynie nieznacznie z koncentracją domieszki germanowej [392, 393]. Wartość szczytowa jest w procesie SRR słabiej zdefiniowana niż w procesie SRB. Światłowody jednomodowe mają bardzo niewielkie wzdłużne fluktuacje poziomu domieszki, zjawisko to więc można pominąć.

Istnieją dwie główne metody pomiaru SRR: skanowanie impulsowe i wzmacnianie fali ciągłej. Obie metody zostały praktycznie wykorzystane do pomiarów w zakresie spektralnym 1550 nm, gdzie wzmocnienie Ramana może dotyczyć systemów pracujących według standardu ITU WDM oraz systemów w paśmie L i XL. Niepewności pomiarów według tych metod wynoszą obecnie kilka procent [152]. Technika skanowania impulsowego traci na dokładności pomiaru przesunięcia Stokesa mniejszego niż kilka THz, z powodu rozdzielczości spektrometru oraz współpropagujących fal pompy i Stokesa, mierząc wzmocniony sygnał propagujący w przeciwnym kierunku niż fala pompy umożliwia poprawienie stosunku sygnału do szumu. Największym pojedynczym źródłem niepewności w metodzie wzmacniania fali ciągłej jest pomiar bezwzględnej mocy pompy 870 mW, wykonywany przez termiczny miernik mocy. Spodziewać się można poprawy dokładności pomiaru światłowodowych mierników mocy do zakresu 1 W do poziomu około 1%.

Metody pomiarowe z falą ciągłą są preferowane ponad metody impulsowe, ponieważ moc optyczna może być mierzona bardziej dokładnie. Trudnością techniczną związaną z zastosowaniem metod z falą ciągłą w zakresie długości fal telekomunikacji i telemetrii światłowodowej jest dostarczenie dostatecznego poziomu mocy optycznej, aby przekroczyć próg SRR. Pomiaru mogą być teoretycznie wykonane dla dowolnej długości fali, ponieważ współczynnik wzmocnienia może być skalowany dla innej długości fali pompy. Źródła dużej mocy, takie jak Nd:YAG, są dostępne dla widzialnych długości fal. Trudności powstają podczas obliczania długości efektywnej i powierzchni efektywnej dla dowolnej długości fali. Efektywna długość zależy od liniowego współczynnika tłumienia światłowodu, który dla systemów telekomunikacyjnych nie jest specyfikowany dla długości fal mniejszych niż 1300 nm.

Występują trudności z pomiarem powierzchni efektywnej poniżej długości fali odcięcia, co typowo zachodzi dla około 1200 nm, gdzie jednomodowe telekomunikacyjne włókno optyczne staje się wielomodowe. Dostatecznie wysokie podniesienie progu SRB, aby przekroczył próg SRR, jest ważnym zagadnieniem pomiarowym, jeśli nie jest stosowane stosunkowo szerokopasmowe źródło. Wzmocniony sygnał wyjściowy ze światłowodowego lasera Ramana ma dostateczną szerokość spektralną, aby wyeliminować problem progu SRB.

Standaryzacja metod pomiarowych SRR powinna bazować na pomiarach współczynnika wzmocnienia. Współczynnik wzmocnienia Ramana może być używany do obliczeń progu SRR dla jednej długości fali, a również do określania profilu wzmocnienia Ramana odnośnie do zastosowań w systemach WDM i wzmacniaczach ramanowskich. Preferowane jest zastosowanie metod z falą ciągłą [152], ponieważ umożliwia to znacznie bardziej dokładne pomiary mocy optycznej niż w przypadku metod impulsowych. Najbardziej przyszłościowa wydaje się technika ramanowskiego wzmacniania fali ciągłej. Ta technika nie oferuje jednakże takiego samego potencjału w zakresie pomiarów rozłożonych, jak np. technika skanowania impulsowego. Jednakże umożliwia ocenę krzywej wzmocnienia Ramana blisko pompy, co jest ważne dla określenia wzmocnienia Ramana w kanałach DWDM dalekosiężnych i dystrybucyjnych oraz telemetrycznych systemów światłowodowych.

W stymulowanych procesach rozpraszania światłowodów działa jak optyczny ośrodek nieliniowy odgrywający aktywną rolę przez zjawiska fononowe i wibracje molekularne. W wielu zjawiskach nieliniowych światłowodów odgrywa rolę bierną w sensie pośredniczenia pomiędzy oddziaływaniem kilku propagowanych fal przez nieliniową odpowiedź związanych elektronów. Takie procesy nazywane są parametrycznymi, ponieważ ich przyczyną jest modulacja przez falę świetlną parametru ośrodka, np. współczynnika załamania. Taki procesy zawierają generację fal harmonicznych, mieszanie czterofalowe oraz wzmacnianie parametryczne. Mieszanie czterofalowe zachodzi wówczas, gdy dwie lub więcej częstotliwości światła propagują razem w światłowodzie. Jeśli spełniony jest warunek dopasowania fazowego, generowana jest fala świetlna dla nowej częstotliwości, używająca mocy optycznej z oryginalnych sygnałów. Generacja światła przez mieszanie czterofotonowe ma poważne implikacje dla światłowodowych systemów transmisyjnych z DWDM. Systemy DWDM przesyłają dane w wielu kanałach, typowo w 64, 128 itd. Każdy o ściśle określonej częstotliwości. Gdy dwa lub więcej kanałów doznają interakcji przez mieszanie czterofalowe, wówczas moc optyczna jest generowana dla nowych częstotliwości na koszt redukcji mocy w kanałach oryginalnych. Taka strata mocy powoduje silne obniżenie mocy w niektórych kanałach transmisyjnych i niemożność detekcji w nich sygnału dla określonej wartości stosunku sygnału do szumu, co prowadzi do redukcji pasma transmisyjnego systemu.

Mieszanie czterofalowe może być także wykorzystane jako efekt pozytywny w systemach transmisyjnych DWDM, jak np.:

- Całkowicie optyczna bardzo szybka metoda konwersji częstotliwości.
- Metoda kompensacji dyspersji w światłowodowych łączach dalekosiężnych.
- Metoda rozłożonych pomiarów dyspersji i nieliniowych parametrów światłowodu.
- Metoda generacji fal milimetrowych dla celów ruchomej komunikacji mikrokomórkowej.
- Metody czujnikowe.

Pomiaru obecności zjawiska mieszania czterofalowego i innych zjawisk parametrycznych w transmisyjnym systemie światłowodowym dokonuje się poprzez monitoring mocy we wszystkich kanałach DWDM, oraz monitoring spektralny całego sygnału transmisyjnego. Zapobieganie tym zjawiskom polega na uniemożliwieniu spełnienia warunku fazy w światłowodzie dla żadnej z par propagujących fal. Sprzyjanie tym zjawiskom polega (odwrotnie) na umożliwieniu spełnienia warunku fazy dla propagowanych fal w światłowodzie.

10. ŚWIATŁOWODY AKTYWNE

Rozwój metody CVD doprowadził, w połowie lat osiemdziesiątych XX w. do możliwości domieszkowania preformy światłowodowej jonami ziem rzadkich (a także metalami przejściowymi) bez istotnego wzrostu strat włókna poza pasmami absorpcyjnymi domieszki [106]. Światłowody wysokokrzemionkowe domieszkowano między innymi następującymi pierwiastkami: Nd, Dy, Tb, Ce, Eu, Yb, Pr o poziomach w zakresie 0,2–3000 ppm. Pierwsze prace dotyczyły biernych zastosowań takich światłowodów jako np. czujników temperatury [105], działających na zasadzie absorpcyjnej lub fluorescencyjnej. Za pomocą domieszki uzyskiwano znaczną modyfikację właściwości materiału światłowodu, np. w kierunku zwiększenia stałych Verdetta, Kerra, wartości nieliniowego współczynnika załamania, dokładnego kształtowania charakterystyki spektralnej [104–135]. Od 1985 r. obserwowany był gwałtowny wzrost liczby prac nad światłowodami aktywnymi, prowadzącymi do konstrukcji całkowicie światłowodowych wzmacniaczy i laserów fonicznych [107–109, 115, 119, 121].

Rozłożony pomiar temperatury wzdłuż światłowodu domieszkowanego Nd^{3+} [105, 113] lub Ho^{3+} [111] polega na umieszczeniu punktu pracy na silnie zależnej od temperatury krawędzi pasma absorpcyjnego i odczytywaniu lokalnej absorpcji za pomocą czasowej reflektometrii optycznej OTDR. Liniowa zmiana absorpcji jest w granicach 0,2–0,5%/°C, co reprezentuje zmianę tłumienia o kilkadziesiąt dB/km w zakresie pomiaru (np. od –200 do +200 °C). Uzyskuje się dokładności pomiaru lepsze od 1 °C z rozdzielczością przestrzenną lepszą niż 1 m.

Znaczne zmiany tłumienia wprowadzane przez domieszkę wyłącznie w pasmach absorpcyjnych (rys. 17a) wykorzystuje się do konstrukcji selektywnych filtrów świa-

łowodowych przeznaczonych do dyskryminacji lub separacji wybranych długości fali z widma nadawanego lub odbieranego. Uzyskuje się niskie straty wtrącenia, poniżej 0,5 dB i znaczny współczynnik izolacji zależny od długości włókna powyżej 100 dB [117]. Izolatory światłowodowe są stosowane do budowy włóknistych ramanowskich źródeł światła, w celu separacji spontanicznego rozpraszania w paśmie antystokesa ($\lambda_{as} = 616$ nm) od sygnału pompy HeNe.

Światłowody laserujące mają wiele potencjalnych zalet względem rozwiązań źródeł światła objętościowych i półprzewodnikowych dla techniki światłowodowej. W światłowodach wysokoaperturowych średnica modu podstawowego jest rzędu pojedynczych μm , co obniża poziom progowy laserowania i podwyższa wzmocnienie. Z powodu niewielkich wymiarów włókna zjawiska termiczne odgrywają rolę dla wyższych poziomów mocy. Szkło krzemionkowe rozszerza przejścia ziem rzadkich, umożliwiając przestrajanie lasera i ułatwiając pompowanie laserami półprzewodnikowymi i diodami elektroluminescencyjnymi. Niskie straty w nominalnym paśmie transmisji umożliwiają budowę laserów i wzmacniaczy światłowodowych o znacznych długościach (nawet kilometrów). Aktywny światłowód wysokoaperturowy, który ma niski poziom efektów nieliniowych, ułatwia połączenie w jednym włóknie zjawisk aktywnych i nieliniowych w celu generacji dodatkowych pasm widma lub w celach czujnikowych. Podniesienie zdolności transmisyjnych wysokiej mocy światłowodu aktywnego jest możliwe przez zwiększenie pola efektywnego modu podstawowego, np. przez obniżenie apertury numerycznej.

Początkowe rozwiązania laserów światłowodowych wymagały zastosowania zewnętrznego rezonatora, analogicznie do rozwiązań klasycznych laserów objętościowych. Pompowanie odbywa się za pomocą lasera półprzewodnikowego przez jeden z końców światłowodu. Zastąpienie jednego ze zwierciadeł siatką dyfrakcyjną ułatwia przestrajanie lasera. Zwierciadła są zastąpione przez siatki Bragga wykonane w materiale światłowodu przy obu jego końcach. Współczesne lasery światłowodowe mają próg laserowania zależny od domieszki w zakresie kilka mW do kilkudziesięciu μW i dostarczają mocy rzędu W. Długości generowanych fal zależą od domieszki i wynoszą Nd^{3+} 1065–1150 nm, Er^{3+} 1530–1555 nm, Pr^{3+} 1060–1107 nm [117, 131–134]. W laserach światłowodowych obserwuje się zjawisko bistabilności optycznej, bazującej na nasycalnej absorpcji [121], które budzi nadzieję na zastosowania w fotonicznych pamięciach, układach logicznych, wzmacniaczach itp. [394].

Najwięcej z prac nad światłowodami aktywnymi dotyczyło domieszki erbowej w światłowodzie wysokokrzemionkowym pracującym w paśmie 1550 nm, ważnym dla telekomunikacji światłowodowej [117]. Światłowody aktywne zapewniają kompensację strat w systemie transmisyjnym, a także, dzięki wzmocnieniu budowę systemów funkcjonalnych, w tym pomiarowych w rozwiązaniu całkowicie światłowodowym. Domieszka erbowa ma stosunkowo szerokie widmo wzmocnienia, wynoszące około 50 nm w okolicach 1550 nm. Stanowi to podstawę do budowy

wielu układów laserów światłowodowych z przełączaniem modów przeznaczonych do generacji impulsów ultrakrótkich – femtosekundowych. Najbardziej udane konstrukcje dotyczyły laserów z biernym przełączaniem modów [128, 129], w których nieliniowy współczynnik załamania światłowodów jest odpowiedzialny za mechanizm przełączania modów. Dzieje się to np. poprzez nieliniowy obrót polaryzacji lub w nieliniowym światłowodowym zwierciadle pętlowym. W takich systemach nieliniowość światłowodów i dyspersja mogą działać wspólnie, powodując skracania długości impulsu przez, podobną do transmisji solitonowej, kompresję impulsu. Prowadzi to do generacji wewnątrz światłowodu bardzo krótkich impulsów. Praca takich laserów zależy w dużym stopniu od subtelnych szczegółów konstrukcyjnych, rozwinęto więc kilka metod pomiarowych umożliwiających optymalizację konstrukcyjną laserów światłowodowych.

Procesem ograniczającym w solitonowych laserach światłowodowych, a także w systemach telekomunikacyjnych z periodycznie rozłożonymi wzmacniaczami światłowodowymi, jest ciągła utrata energii z impulsów do dyspersyjnego kontinuum optycznego. Występuje to, gdy długość wnęki rezonansowej lasera światłowodowego (lub odległości pomiędzy wzmacniaczami światłowodowymi) staje się porównywalna do charakterystycznego okresu impulsów solitonowych. W laserze światłowodowym ta energia pozostaje wewnątrz wnęki i zaczyna odgrywać rolę interferencja pomiędzy promieniowaniem utraconym z impulsów w czasie różnych etapów periodycznego pokonywania wnęki. Prowadzi to do systematycznego powstawania pasm bocznych wokół widma solitonu. W czasie gdy soliton podlega procesowi kompresji w laserze, coraz więcej energii jest traconej z widma częstotliwościowego impulsu. Ten mechanizm powoduje ograniczenie procesu skracania się impulsu.

Przedmiotem zainteresowania są także inne jony domieszek aktywnych w światłowodzie, jak np. prazeodym Pr. Z takim jonem domieszki możliwe jest uzyskanie wzmocnienia w paśmie około 1300 nm, które jest pierwszym oknem transmisyjnym i naturalnym oknem minimum dyspersyjnego. Prazeodym ma, jako domieszka w światłowodzie krzemionkowym, bardzo krótki czas życia w stanie górnym pobudzenia, wskutek występowania procesów nieradiacyjnych. W celu wbudowania prazeodymu w układ radiacyjny stosuje się jako szkło bazowe materiały cięższe, np. szkła fluorkowe. Mimo iż przedłuża to czas życia Pr w stanie górnym o około dwa rzędy wielkości, wprowadza wiele innych problemów związanych z właściwościami materiału szklatego. Szkła fluorowe charakteryzują się niskimi temperaturami topnienia, co powoduje trudności w technologii spawania takich światłowodów z włóknami wysokokrzemionkowymi. Mimo takich problemów prazeodym jest przedmiotem zainteresowania jako aktywny materiał światłowodowy i zbudowane zostały femtosekundowe lasery światłowodowe z przełączaniem modów [117, 124].

Większość prac badawczych i pomiarowych nad laserami światłowodowymi jest stymulowana przez zastosowania telekomunikacyjne, a częściowo przez zastosowania

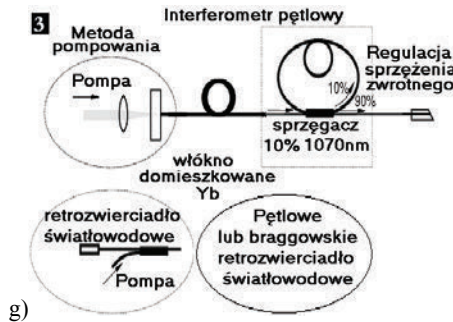
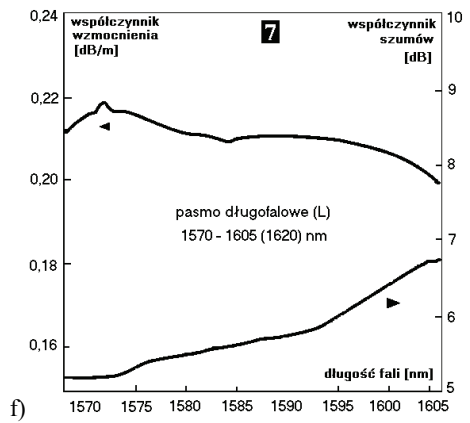
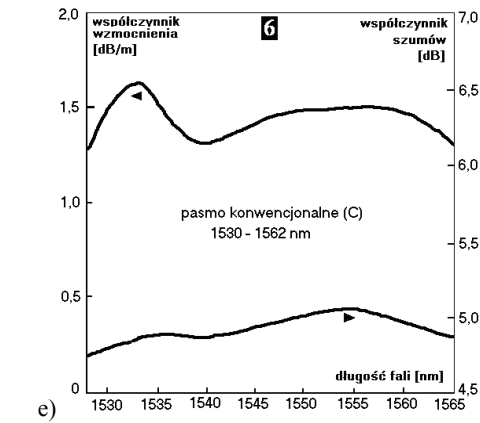
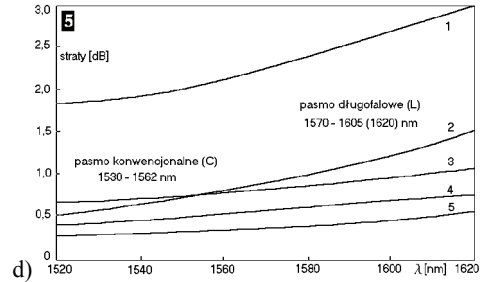
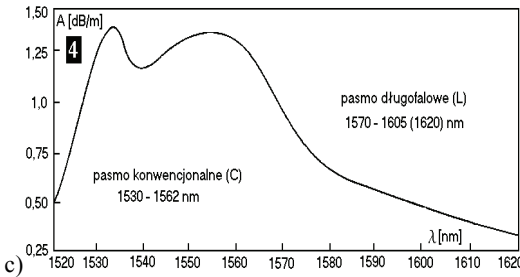
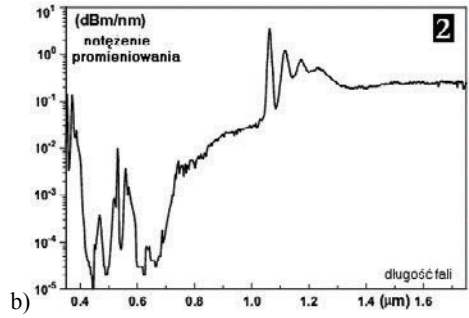
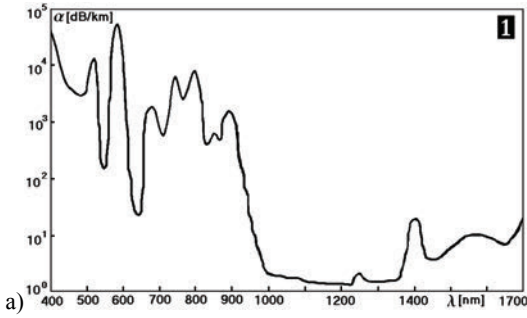
czujnikowe i telemetryczne. Światłowody aktywne są stosowane jako źródła impulsów, a więc metody pomiarowe odnoszące się do nich dotyczą np. pomiarów stabilności generacji. Lasery światłowodowe mają wiele zalet technicznych takich, jak: prostotę konstrukcyjną, stabilność, łatwość zastosowania, zintegrowaną budowę. Są bardzo wydajnymi źródłami o poziomie mocy kilku watów i szerokich możliwościach zastosowań, także poza bezpośrednim obszarem telekomunikacji np. w metrologii optoelektronicznej, czy do generacji szerokopasmowych impulsów o bardzo dużej energii. Lasery i wzmacniacze światłowodowe mogą być podatne na oddziaływania środowiskowe, co jest wykorzystywane do budowy aktywnych czujników fotonicznych, dyskretnych lub rozłożonych. Jednak w głównych rozwiązaniach systemów telemetrycznych źródło światła podlega raczej stabilizacji i izolacji od oddziaływań środowiskowych.

Do generacji impulsów o wysokiej energii wykorzystywane jest zjawisko biernego przełączania dobroci lasera światłowodowego, powodowane przez rozłożone rozproszenie wsteczne ze światłowodu do obszaru wzmocnienia. Proces ten jest wzmacniany przez zastosowanie całkowicie światłowodowego interferometru pętlowego, jak przedstawiono na schemacie blokowym (rys. 17g). Wynikające z tego przełączanie dobroci jest procesem stabilnym z częstotliwością powtarzania w zakresie 1–20 kHz, w zależności od mocy pompy.

Proces przełączania dobroci może być dodatkowo stabilizowany, jeśli moc pompy jest modulowana rezonansowo. Taką technikę zastosowano w odniesieniu do laserów erbowych i iterbowych. W przypadku domieszki erbowej, dla lasera pracującego w okolicy 1545 nm, otrzymano impulsy o czasie trwania 5–15 ns i mocy szczytowej rzędu 100 W oraz częstotliwości powtarzania przestrajanej w zakresie 100 Hz–20 kHz.

Światłowodowy laser iterbowy generuje impulsy krótsze niż 2 ns o średniej mocy 1 W dla 1060 nm. Energia wynosi w przybliżeniu 0,05 mJ, co daje moc szczytową rzędu 10 kW [124]. Tak wysoka moc jest wystarczająca do generacji superkontinuum Ramana [4, 118, 127, 130, 136, 137] nawet w krótkich światłowodach. Na rysunku 17.b pokazano widmo generowane na wyjściu pompowanego diodą lasera Yb o średniej mocy 450 mW. Podstawowa długość generowanej fali wynosi około 1060 nm, jednak większość mocy jest konwertowana do superkontinuum rozciągającego się w całym obszarze podczerwieni, gdzie światłowód jest przezroczysty aż do 2,3 μm . Połączenie szerokiego widma spektralnego z wysoką mocą szczytową może być wykorzystane do podwajania częstotliwości i generacji przestrajanego promieniowania w zakresie widzialnym. Stosuje się do tego, np. przestrajany kątowno, dopasowany fazowo kryształ LiIO_3 [115, 116].

Rozwój techniki gęstych systemów multipleksowania falowego w kierunku dłuższych fal, w połączeniu z rozwojem wzmacniaczy światłowodowych, jest stymulowany popytem na pasmo, także w systemach telemetrycznych. Techniki te wymagają rozwoju systemów i metod pomiarowych. W systemach pracujących w paśmie C (1530–1562 nm) umieszcza się kilkaset niezależnych kanałów transmisyjnych WDM.



To pasmo jest zdefiniowane i ograniczone tradycyjnie przez pasmo wzmocnienia światłowodowego wzmacniacza erbowego [117]. Obecny popyt na pasmo ciągle wzrasta [395, 396]. Popyt przerasta obecnie możliwości starszych systemów pracujących w paśmie C dla standardu OC-48, 2,5 Gb/s z odległością międzykanałową 100 GHz (0,8 nm). Stosowane są systemy 40 Gb/s z odległością międzykanałową 25 GHz.

Przewiduje się wprowadzenie trzech zasadniczych zmian do systemów DWDM w kierunku zasadniczego zwiększenia pojemności transmisyjnej [133]:

- Wzrost szybkości transmisji w pojedynczym kanale. Standardy OC-192 (10 Gb/s) oraz OC-768 (40 Gb/s) i wyższe np. 160 Gbit/s. Przy długich odcinkach światłowodu dyspersja odgrywa rolę dla tak szerokich pasm transmisji.

- Zmniejszenie odległości międzykanałowych, co jest równoważne ze zwiększeniem liczby kanałów. Redukcja będzie postępowała od 100 GHz, poprzez 50 GHz (0,4 nm) do 25 GHz (0,2 nm) i dalej do 0,1 nm i 0,05 nm. Trudności związane ze zmniejszeniem odległości pomiędzy kanałami poniżej 10 GHz są spowodowane nieliniowymi właściwościami włókien optycznych. Przy gęstym upakowaniu kanałów następuje wzrost poziomu mocy sprzężonej.

- Zwiększenie iloczynu pasmo–wzmocnienie. Światłowodowe wzmacniacze erbowe mogą wzmacniać także w paśmie długofalowym od 1570–1605 nm. Wykorzystanie pasma długofalowego L i XL zwielfokrotnia pole wzmocnienia światłowodowego systemu transmisyjnego ze wzmacniaczem, bez zastosowania poprzednio wymienionych metod. Łącznie z poprzednimi metodami można ocenić potencjał wzrostowy tej techniki transmisji na ponad 10-krotne powiększenie użytecznego pasma. Wzmacniacze w paśmie L i XL stosują podobną technologię, jaka jest używana w paśmie C. Przewiduje się stosowanie hybrydowych rozwiązań obu rodzajów wzmacniaczy w sieciowej architekturze równoległej.



Rys. 17. a) spektralna charakterystyka tłumienia światłowodu domieszkowanego 300 ppm Nd³⁺, b) zmierzona charakterystyka spektralna światłowodowego lasera domieszkowanego Yb z przełączaną dobrocią pompowanego diodą półprzewodnikową; na charakterystyce spektralnej jest widoczna obecność większości zjawisk nieliniowych występujących w światłowodzie; c) charakterystyka spektralna współczynnika wzmocnienia światłowodowego wzmacniacza erbowego dla umownych pasm C oraz L; d) zmierzone straty wtrącenia elementów funkcjonalnych dla typowego wzmacniacza w paśmie C zmieniają straty całkowite o 0,25 dB w paśmie C oraz o 0,6 dB w paśmie L; krzywa 1 – straty całkowite, krzywa 2 – izolator, krzywa 3 – WDM 980 nm, krzywa 4 – odsprzęgacz 5/95%, krzywa 5 – WDM 1480 nm; e) i f) porównanie mierzonych parametrów wzmacniaczy światłowodowych erbowych w paśmie C i paśmie L. Wzmocnienie w paśmie L jest około pięciokrotnie mniejsze. Wahanie wzmocnienia w paśmie L są o rząd wielkości mniejsze. Współczynnik szumów w paśmie L jest nieco większy; g) schemat blokowy światłowodowego lasera z przełączaną dobrocią

Fig. 17. Spectral characteristics of optical fiber EDFA amplifiers:

a) spectral losses of a fiber doped with 300 ppm neodymium, b) measured characteristic of an active fiber doped with Yb, the corve displays nonlinear effects, c) spectral amplification of Er fiber amplifier for C and L bands, d) insertion losses of fiber components for C band amplifier, e) and f) comparizon of measured paramemers of fiber amplifiers for C and L bands, g) block diagram of Q-switched fiber laser

Pomiędzy oboma rodzajami wzmacniaczy C i L/XL istnieją pewne różnice. Wzmocnienie można przedstawić zależnością: $G = g_c L$, gdzie g_c – współczynnik wzmocnienia, L – długość wzmacniającego światłowodu erbowego. Ponieważ pasmo L zawiera ogon pasma wzmocnienia erbu, to współczynnik wzmocnienia jest trzy do czterech razy mniejszy niż odpowiednia wartość w paśmie C. Zmiany wzmocnienia w funkcji długości fali dla obu pasm przedstawiono na rysunku 17.e, f.

Relatywnie mniejsze wzmocnienie w paśmie L powoduje konieczność zastosowania wzmacniaczy o znacznie większych długościach (przy zastosowaniu światłowodu standardowego Typu-2, wg norm ITU [152]) niż w paśmie C. Stosunkowo większa długość wzmacniaczy nakłada wiele problemów projektowych, technologicznych, konstrukcyjnych i pomiarowych. Po pierwsze, całkowite straty włókna biernego (ilość stratności i długości światłowodu) w paśmie L są większe. Wzmacniacz powinien rekompensować te różnice, co powoduje zmniejszenie wydajności konwersji sygnału pompującego (moc pompy wymagana do otrzymania określonego poziomu sygnału wyjściowego). Następnie różnice w wartości współczynnika wzmocnienia powodują większą akumulację wzmocnionej, emitowanej spontanicznie mocy, co powoduje wzrost poziomu szumów związanych z procesem wzmocnienia. Ponownie wydajność konwersji sygnału pompy spada. Moc pompy wzmacnia ogólny poziom emisyjny, zamiast poziom sygnału. Dodatkowa wzmocniona emisja spontaniczna powiększa współczynnik szumów. Współczynnik szumów jest tu miarą szumowej jakości pracy wzmacniacza, tzn. ile niepożądanego szumu dodaje do systemu wzmacniacz.

Wskutek tych procesów zmniejszających wydajność konwersji wymagana moc pompy jest większa i jakość szumowa systemów w paśmie długofalowym L jest ogólnie gorsza w porównaniu z systemami z pasma C. Do tych problemów dochodzi zagadnienie technologiczne większej trudności produkcji dłuższych odcinków światłowodów erbowych. Te czynniki, jak: ryzyko związane z masową produkcją wzmacniaczy i pogorszenie parametrów jakościowych, powodują szybki rozwój wysokodomieszkowanych, niskostratnych światłowodów erbowych na wzmacniacze przeznaczone do pracy w paśmie L.

Inną ważną różnicą pomiędzy pasmem C i L jest przeciętny poziom inwersji. Ten poziom oznacza procent jonów erbu, które uczestniczą w procesie wzmacniania. Poziom inwersji można związać z kształtem spektralnej krzywej wzmocnienia. Wzmacniacze w paśmie L pracują dla niskiego poziomu inwersji – około 40% w celu zminimalizowania wewnętrznego wahanie poziomu zmian wzmocnienia. Wahanie wzmocnienia jest definiowane jako względny stosunek maksymalnego i minimalnego wzmocnienia w paśmie wyrażony w procentach: $g = [(G_{\max} - G_{\min})/G_{\min}]100\%$. Dla porównania, wzmacniacze w paśmie C pracują na poziomie średniej inwersji rzędu 60–65%. Dla najlepszego przypadku wahanie wzmocnienia w paśmie L jest o rząd wielkości mniejszy. Ta redukcja wahań wzmocnienia oznacza, że wymagania na filtry wyrównujące poziom wzmocnienia w paśmie są łatwiejsze do spełnienia niż w paśmie C.

Jakość wzmacniacza światłowodowego, jako gotowego elementu funkcjonalnego, zależy w dużej mierze od współpracujących elementów fotonicznych takich, jak: izolatory, multiplexery, odsprężacze, filtry i rozdzielacze pasmowe. Elementy takie, wykonywane dla pasma C wykazują zauważalny wzrost strat wtrącenia dla większych długości fali. Przedstawiono to na rysunku 17d. Izolatory, zaprojektowane dla pasma C, wykazują izolację 20 dB pomiędzy 1550 nm oraz 1580 nm. Dlatego elementy w paśmie L stosują izolację dwupasmową (w celu rozszerzenia zakresu izolacji) albo izolatory optymalizowane dla pasma L. Potrzebne są elementy funkcjonalne wykonywane odrębnie dla pasma L, a nieadaptowane z pasma C.

Warunki pracy w paśmie L dotyczą także długości fali pompy. Światłowodowe wzmacniacze erbowe stosują dwie długości fali pompy 980 nm oraz 1480 nm. W paśmie C efektywność konwersji pompy dla 980 nm jest mniejsza niż dla 1480 nm, co jest spowodowane różnicą w konwersji energii fotonu, która jest proporcjonalna do $\lambda_{pompy}/\lambda_{sygnału}$. Pompa 980 nm musi dostarczać więcej mocy niż pompa 1480 nm, aby efekt był taki sam. Ta różnica w efektywności konwersji sygnału pompy jest jeszcze większa w paśmie L. Ponieważ koszt źródła laserowego pompy stanowi zasadniczą część całkowitego kosztu wzmacniacza, zwiększenie więc wydajności konwersji pompy jest istotnym czynnikiem dla wzmacniaczy w paśmie L. W paśmie L istnieją nowe możliwości wyboru długości fali pompy i jej konfiguracji.

Jedną z metod powiększenia wydajności konwersji sygnału pompy jest wprowadzenie przestrajania długości fali. Wydajność pompy 980 nm można poprawić o kilka decybeli przez jej przestrajanie o ± 25 nm od maksimum absorpcyjnego pompy na 980 nm. Taką samą technikę można zastosować w odniesieniu do pompy 1480 nm dla wzmacniaczy w paśmie L. Z powodu niskiej wartości stopnia inwersji w paśmie L jako pompę można rozważać falę 1550 nm. Taka opcja daje możliwość wzmacnianego pompowania emisji spontanicznej, w której wstecznie wzmocniona emisja spontaniczna (mająca maksimum w paśmie C) jest mocą pompującą. Taka technika wydajnie używa ponownie moc pompy, która została konwertowana w moc wzmocnionej emisji spontanicznej. Druga możliwość polepszenia sprawności konwersji sygnału pompy polega na zastosowaniu laserów światłowodowych jako pomp. Sygnały optyczne we wzmacniaczu światłowodowym L-pasmowym łatwiej doznają mieszania czterofalowego niż w C-pasmowym. Interakcje nieliniowe pomiędzy sygnałami optycznymi powodują przesłuch międzykanałowy. Odbiornik widzi ten przesłuch jako szum, który powoduje degradację parametrów systemu transmisyjnego. To zjawisko występuje wewnątrz światłowodu erbowego i jest przypisywane długości pętli tego światłowodu. Redukcja długości światłowodu, przy większej koncentracji erbu, może zmniejszyć ten problem.

Wzmocnienie i współczynnik szumów we wzmacniaczach L-pasmowych są bardziej czułe na temperaturę pętli światłowodu erbowego. Stanowi to przeszkodę praktyczną, w warunkach bowiem polowych wzmacniacze powinny pracować stabilnie w szerokim zakresie temperatur (ogólnie 0–70 °C) [152]. Wzmocnienie wzmacniacza

i współczynnik szumów są projektowane dla konkretnych warunków aplikacyjnych (budżet mocy dla łącza) i nadmierne fluktuacje tych parametrów z temperaturą mogą uniemożliwić pracę systemu. Wzmacniacze L-pasmowe wykazują również inną reakcję na przejściowe stany mocy zasilania niż w paśmie C. Dodawanie lub odejmowanie kanałów optycznych może spowodować nieprzewidywalne i nagłe spadki mocy wejściowej do wzmacniacza. Istotne impulsowe zaburzenia sygnału będą interpretowane w odbiorniku jako błędy. Minimalizowanie propagacji takich zjawisk przejściowych jest zagadnieniem technicznym w dziedzinie wzmacniaczy światłowodowych L-pasmowych. Wprowadzane światłowody o rozszerzonym paśmie transmisyjnym do 1700 nm dalej rozszerzają obszar pasma XL, dodając możliwości zwiększenia pojemności transmisyjnej, także systemów telemetrycznych.

11. ŚWIATŁOWODY FOTONICZNE

Światłowody włókniste (i inne struktury foniczne), wykonane ze szkła o sztucznie stworzonej wewnętrznej refrakcyjnej strukturze periodycznej lub quasi-periodycznej oraz nieperiodycznej (czyli z tzw. metamateriału), nazywane są włóknami strukturalnymi. Materiały takie o strukturze periodycznej nazywane są w literaturze „kryształami fonicznymi”, a światłowody w skrócie PCF (ang. *photonic crystal fibers*). Struktura refrakcyjna tworzona jest z uporządkowanych (lub rozłożonych przypadkowo), wypełnionych powietrzem, otworów kapilarnych obecnych w szkłe objętościowym lub ciągnących się równolegle wzdłuż osi światłowodu. Przyjęła się także nazwa światłowody dziurawe (ang. *holey optical fibers*, w skrócie HF). Światłowod tworzony jest z pojedynczego materiału, a warunki propagacji ustalane są przez rozkład otworów oraz proporcje wymiarowe otwór–przerwa. Fala świetlna może być propagowana w światłowodzie dziurawym, korzystając z dwóch odmiennych mechanizmów – fonicznego i efektywnej refrakcji.

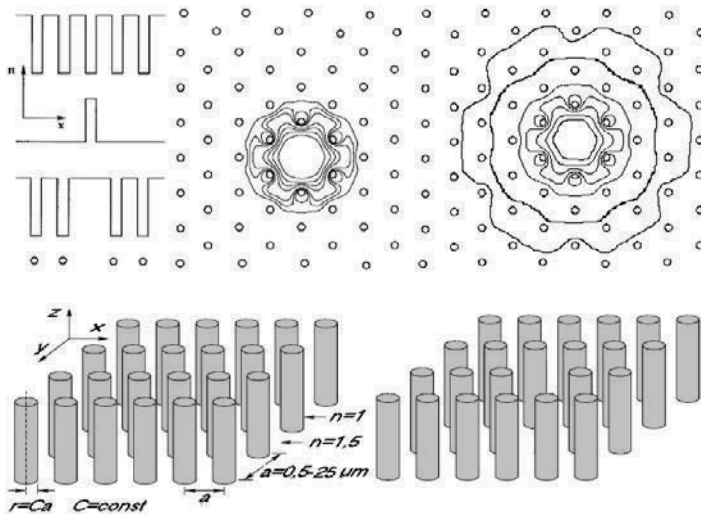
Pierwszym mechanizmem jest wykorzystanie, przewidzianego numerycznie w takich strukturach, zjawiska występowania fonicznej przerwy zabronionej [287–306]. Pełna dwuwymiarowa foniczna przerwa zabroniona tworzona jest wtedy, gdy dziurki są ułożone w sieć heksagonalną (trójkątną) i gdy mają stosunkowo duże wymiary $2r$ w odniesieniu do przerw między nimi a . Wartość krytyczna wymiaru dziurek została obliczona na $r_{\min} = C_{\min}a = 0,2 a$, gdzie $r = Ca$, $C = \text{const}$. Dla takiego warunku wymiarowego istnieje pewien zakres częstotliwości, dla którego fala świetlna nie może rozprzestrzeniać się w płaszczyźnie prostopadłej do dziurek. Gdy w taką strukturę periodyczną, tworzącą np. rdzeń światłowodu, wprowadzony jest pojedynczy defekt w postaci braku jednej dziurki, odpowiada to utworzeniu ściśle zlokalizowanego stanu energetycznego i przestrzennego wewnątrz zabronionej przerwy fonicznej. Istnienie takiego stanu pozwala na propagację fali świetlnej wzdłuż światłowodu z kryształu fonicznego. Propagacja wykorzystująca taki mechanizm

w światłowodzie o dużej długości została potwierdzona doświadczalnie, mimo technologicznych trudności spełnienia warunku $C_{\min} = 0,2$ dla stałej C fotonicznej sieci krystalicznej i nieidealności takich sieci. Rdzeń światłowodu dla technologicznie realistycznych wartości C w zakresie 0,5–0,7 wygląda jak delikatna siateczka cienkich ścianek pomiędzy strukturą heksagonalnie ułożonych okrągłych otworów. Taki rdzeń musi być zintegrowany z masywnym, najlepiej standardowym, płaszczem światłowodu, jeśli włókno ma mieć zastosowania praktyczne, np. przez połączenie z włóknem klasycznym. Obecność większej fotonicznej przerwy zabronionej, w sensie szerszego zakresu częstotliwości i nieprzezroczystości materiału, zaobserwowano teoretycznie w siatce ułożonej na kształt plastra miodu, z otworami heksagonalnymi. W takich strukturach włóknistych osadzonych jednostronnie wewnątrz podpierającej rurki szklanej przeprowadzono pierwsze eksperymenty z transmisją wykorzystującą mechanizm defektu w fotonicznej przerwie zabronionej [292]. Światłowód dziurawy o bardzo dużych dziurach jest bardzo silnie dyspersyjny z powodu dużej różnicy współczynników załamania w strukturze. Przerwa fotoniczna istnieje także w materiałach (szklach i półprzewodnikach) z dziurkami ułożonymi w sieć kwadratową, lecz dla ograniczonego zestawu warunków geometrycznych i refrakcyjnych w porównaniu z materiałem o sieci trójkątnej.

Drugi mechanizm propagacji światła w światłowodzie dziurawym wykorzystuje zjawisko lokalnej zmiany (maksymalizacji) efektywnego współczynnika załamania. Lokalny brak otworu w sieci stanowi defekt o wysokim efektywnym współczynniku załamania. Wykorzystanie tego mechanizmu do propagacji światła w światłowodzie dziurawym nie wymaga ani spełnienia warunków na wymiary stałej sieci fotonicznej (otwory mogą być mniejsze), ani periodycznego ułożenia otworów (mogą być ułożone przypadkowo). Fala jest prowadzona w miejscu lokalnego maksimum efektywnego współczynnika załamania. Im głębiej mod wnika w otworkowy płaszcz, tym więcej obejmuje otworów swym zasięgiem i tym większemu obniżeniu ulegać może efektywny współczynnik załamania. W pewnym sensie światłowody dziurawe o refrakcyjnym mechanizmie propagacji są rozwinięciem wcześniejszego pomysłu światłowodów z bocznymi dwoma otworami (lub pojedynczym otworem), gdzie niewielką liczbę otworów makroskopowych zastąpiono dużą liczbą otworów mikroskopowych.

Na rysunku 18. przedstawiono schemat profilu refracji i rozkładu pola wymienionych rodzajów światłowodów dziurawych: z fotoniczną przerwą zabronioną oraz z lokalnym maksimum efektywnego współczynnika załamania (tzn. z defektem rdzeniowym). Włókna wytwarza się wieloetapową metodą hybrydową składania preformy obejmującą między innymi takie etapy, jak: składanie mozaiki z rurek szklanych, spiekanie w prasie izostatycznej, wyciąganie preformy metodą pręt–rura, ewentualne trawienie otworów do określonej średnicy, wiercenie pręta szklanego na nośnik preformy. Technologia niskostratnych światłowodów dziurawych o dużej długości jest podobna do metody składania mozaiki wytwarzania światłowodów kształtowanych [397–404]. Rdzeń światłowodu z fotoniczną przerwą zabronioną (o relatywnej dużej

średnicy otworów) zawiera dwa rodzaje dziurek: główne o kształcie okrągłoheksagonalnym oraz pomocnicze o kształcie trójkątnym. Otwory trójkątne o rozmiarze o około rząd wielkości mniejszym od otworów głównych są pozostałością po składaniu matrycy rurek szklanych i mogą być zlikwidowane bądź na etapie spiekania w prasie izostacyjnej, bądź podczas pocieniania preformy lub wyciągania włókna (co zależy od stosunku pocienienia). Całkowita likwidacja otworów trójkątnych związana jest często z heksagonalnym zniekształceniem otworów głównych. Otwory trójkątne nie występują w światłowodach dziurawych o małych otworach, gdyż ulegają naturalnemu zamknięciu podczas wytwarzania włókna.



Rys. 18. Światłowody dziurawe: rdzenie o różnych średnicach z fotoniczną przerwą zabronioną (sieć otworów periodyczna, pojedynczy defekt sieci, $\Phi_1 = 13,6$, $\Phi_2 = 30,5 \mu\text{m}$, $C_{\min} = 0,2$, np. $a_1 = 0,9 \mu\text{m}$, $a_2 = 2,3 \mu\text{m}$, $C \approx 0,3$), prowadzenie fali w maksimum efektywnego współczynnika załamania, wówczas na ogół nie jest spełniony warunek „kryształu fotonicznego”, $\Phi_3 = 38 \mu\text{m}$, $a_3 = 1,4 \mu\text{m}$, $C = 0,15$. Sieciowy heksagonalnookrągły rozkład współczynnika załamania w rdzeniu oraz obliczony profil pola modu podstawowego dla różnych średnic pola modowego

Fig. 18. Schematic presentation of refraction and modal field in a photonic crystal optical fiber;

Refraction distribution in a photonic optical fiber and modal field for two modal diameters.

Triangular distribution of air holes

Wytwarzanie światłowodów z maksimum efektywnego współczynnika załamania nie wymaga na ogół tylu etapów procesu technologicznego. Obszar otworów stanowi płaszcz optyczny, a pozostała część włókna stanowi płaszcz technologiczny. W światłowodzie dziurawym typu refrakcyjnego efektywna różnica współczynników załamania rdzenia i płaszczka jest silną funkcją długości fali, znacznie szybciej zmienną niż w klasycznym światłowodzie jednomodowym. Odpowiada to, w przybliżeniu, światłowodom jednomodowym o bardzo złożonym profilu refrakcyjnym i modyfikowa-

nych charakterystykach dyspersyjnych. Dla większej długości fali pole modowe wnika głębiej w płaszcz, obejmuje swym zasięgiem większą liczbę otworów i maleje efektywny współczynnik załamania płaszczu optycznego. Podobnie jak w światłowodzie o złożonym profilu refrakcyjnym, pole modowe obejmuje kolejne warstwy refrakcyjne, odczytując inną efektywną wartość refrakcji ośrodka. Obliczenia numeryczne wskazują [288], że taki światłowod dziurawy typu refrakcyjnego może być bez przerwy jednomodowy dla całego zakresu przezroczystości, przy niewielkiej średnicy otworów w płaszczu optycznym. Oznacza to, że możliwe będzie badanie światłowodów dziurawych dla dwóch skrajnych wartości efektywnego pola modu – bardzo dużych i bardzo małych. Duże efektywne wartości pola modu w światłowodzie dziurawym oznaczają możliwość transmisji relatywnie dużych mocy w modzie podstawowym bez zbliżania się do poziomu zjawisk nieliniowych. Małe efektywne pola modu w takim samym światłowodzie dziurawym oznaczają relatywnie niskie poziomy mocy optycznej indukującej optyczne zjawiska nieliniowe.

Na rysunku 18. przedstawiono schematycznie jedno- i dwuwymiarowy obraz profilu refrakcyjnego struktury rdzenia i płaszczu optycznego obu rodzajów światłowodów dziurawych. Od czasu zaproponowania materiału z fotoniczną przerwą zabronioną na światłowodzie [287] opracowano kilka modeli opisujących fotoniczny i refrakcyjny mechanizm propagacji. Najbardziej oczywistym rozwiązaniem była adaptacja znanego wcześniej [367] modelu efektywnego współczynnika załamania [368]. Światłowod dziurawy jest aproksymowany włóknom o skokowym profilu refrakcyjnym. Refrakcja płaszczu włókna skokowego jest równa efektywnemu współczynnikowi załamania płaszczu optycznego światłowodu dziurawego. Efektywny współczynnik załamania oblicza się, sumując objętość pustej przestrzeni kapilar dla jednostkowej objętości szkła w analizowanej warstwie walcowej i odnosząc stosunek objętości do refrakcji materiału włókna. Model nie uwzględnia zależności refrakcyjnej $n(x, y) = n(r, \theta)$, a jedynie zakłada zależność $n(r)$ w płaszczu światłowodu dziurawego. Można się spodziewać, że dyspersja i dwójłomność światłowodu dziurawego zależą od rozmiarów i rozmieszczenia otworów [289]. Adaptacja całkowicie wektorowego modelu światłowodu klasycznego [296, 305, 405] wymaga wprowadzenia w postaci funkcyjnej dowolnego profilu refrakcyjnego $n(x, y)$ i umożliwi przewidywanie właściwości modowych światłowodu dziurawego o periodycznym rozkładzie współczynnika załamania. Pola modowe i profil są rozkładane na składowe fale płaskie. Aperiodyczny rozkład napotyka w tym modelu trudności obliczeniowe wynikające z konieczności uwzględniania wielu wyrazów rozwinięcia pól modowych i konieczność sklejanie większych obszarów z mniejszych za pomocą warunków brzegowych.

Model skalarny z zastosowaniem funkcji Hermita–Gausa (HG) do opisu pól modowych [294, 297] oraz funkcji trygonometrycznych i HG do opisu właściwości refrakcyjnych jest bardziej efektywny, gdyż nie wymaga dekompozycji pól na składowe fale płaskie, oraz szeregi funkcyjne są szybkozbieżne, więc znaczna dokładność obliczeń uzyskiwana jest za pomocą niezbyt dużej liczby wyrazów rozwinięć [300]. Za-

kłada się, że światłowód dziurawy jest jednorodny w kierunku propagacji z i w konsekwencji modowe pole elektryczne może być rozdzielone na dwie składowe poprzeczne e_x, e_y i składową wzdłużną e_z .

$$E(x, y, z) = [e_x x + e_y y + e_z(x, y)z] \exp(j\beta z) \quad (52)$$

Wprowadzając rozwiązanie zastępcze do wektorowego równania falowego, otrzymuje się dwa równania sprzężone, które spełniają poprzeczne składowe pól (dalej zapisano jedno z nich)

$$[\nabla^2 - \beta^2 + (nk)^2]E_x = (-\partial/\partial x)(E_x \partial \ln n^2 / \partial x + E_y \partial \ln n^2 / \partial y) \quad (53)$$

Gdy dziurki są niewielkich rozmiarów, można zastosować przybliżenie skalarne $E_x = E_y = E(x, y)$, $(\nabla^2 - \beta^2 + n^2 k^2)E = 0$. Długość fali, do której można stosować przybliżenie skalarne, zależy od geometrii włókna dziurawego i maleje wraz ze wzrostem sumarycznej powierzchni otworów w przekroju poprzecznym światłowodu. Ocenę dokładności przybliżenia skalarnego można dokonać, obliczając wartość prawej strony wektorowego równania falowego dla konkretnej geometrii światłowodu. W praktyce, np. dla $r = 2,5 \mu\text{m}$, dokładność przybliżenia skalarnego zaczyna gwałtownie maleć dla $r/a > 0,25$ [294].

Rozwiązanie równania falowego wymaga założenia próbnego funkcyjnego rozkładu pola i profilu refrakcyjnego. Od sposobu rozkładu zależy metoda analizy. Pole modowe i profil refrakcyjny są rozwijane jako

$$E = \sum_{i,j=0}^{C_1} E_{ij} \Psi_i(x) \Psi_j(y) x, \quad (54)$$

$$n^2(x, y) = \sum_{i,j=0}^{C_2} C_{ij} \Psi_i(x) \Psi_j(y) + \sum_{i,j=0}^{C_3} D_{ij} \cos(2i\pi x/l) \cos(2j\pi y/l)$$

Ortonormalne funkcje HG są

$$\Psi_i^k(x) = [2^{-i} \pi^{-1/4} / ((2i)! w_k^2)^{1/2}] \exp(-x^2 / 2w_k^2) H_{2i}(x/w_k), \quad (55)$$

gdzie H_i – wielomian Hermita i -tego rzędu, tutaj wykorzystywane tylko rzędu parzystego, gdyż profile modowe w heksagonalnym światłowodzie dziurawym są także symetryczne, C_i – ograniczenie sumowania, $C_i + 1$ – liczba członów rozwinięcia, l – poprzeczna rozciągłość obszaru rdzenia i płaszcza światłowodu dziurawego. W celu modelowania światłowodu dziurawego o asymetrycznym profilu refrakcyjnym i oceny odcięcia modów drugiego rzędu, konieczne jest uwzględnienie w rozwinięciu nieparzystych funkcji H_i . Wówczas jednak składowe x oraz y w równaniu falowym nie mogą być rozdzielone wprost. Rozwinięcia funkcyjne pola modowego i refrakcyjnego są wprowadzane do skalarnego równania falowego i całość jest całkowana w płaszczyźnie (x, y) . W wyniku otrzymywane jest równanie własne (charakterystyczne)

światłowodu dziurawego [294] w postaci macierzowej zależności pomiędzy wektorem własnym współczynników rozwinięcia pól modowych E_{ij} a modowymi stałymi propagacji β . Rozwiązanie równania własnego dla określonej długości fali λ daje rozkład pola modowego i stałe propagacji. Macierz własna ma rozmiar $C_1^2 \cdot C_1^2$, a więc rozmiar nie zależy od C_2 oraz C_3 . Rozwiązaniem jest C_1^2 wartości własnych z odpowiadającymi im wektorami własnymi. Prowadzone mody fizyczne fal muszą spełniać warunek $n_{\text{eff}} < \beta < n_{\text{szkla}}$. Na rysunku 18 przedstawiono obliczony profil natężenia pola modu (kontury co 2 dB) na tle refrakcyjnej sieci heksagonalnej, dla $\lambda = 633$ nm, $C = r/a = 0,15$ dla światłowodu dziurawego o refrakcyjnym mechanizmie propagacji. Dla większych długości fali pole wnika głębiej w dziurawy płaszcz, obejmując swoim zasięgiem kolejne pierścienie otworów. Dla $\lambda = 1300$ nm analogicznie obliczone kontury pola obejmują trzy pierścienie otworów. Ostatni kontur narysowano dla poziomu mocy -14 dB względem mocy maksymalnej w środku rdzenia. Kształt pola modu odwzorowuje heksagonalny kształt efektywnego profilu refrakcyjnego. Dla $\lambda = 1600$ nm pole obejmuje konturem -14 dB czwarty pierścień otworów. Przy zbyt małej liczbie pierścieni otworów mod staje się upływowy, jeśli pole zaczyna wnikać zbyt głęboko w niedziurkowany bufor optyczny. Dla mniejszej długości fali centralna część pola modu ma bardziej okrągły kształt.

Funkcje HG mają charakter zlokalizowany i dobrze odwzorowują obiekty zlokalizowane, a źle periodyczne. Funkcje HG we wzorach na pole i refrakcję różnią się tylko argumentami w_k , nazywanymi szerokością charakterystyczną funkcji HG . Dla funkcji $E(x, y)$ szerokość charakterystyczną przyjmuje się jako $w_e = a/2$, gdzie a – separacja między otworami, skok siatki refrakcyjnej. Dla funkcji $n^2(x, y)$ szerokość charakterystyczną przyjmuje się eksperymentalnie tak, aby odwzorowanie profilu refrakcyjnego było najlepsze dla danego układu otworów. W praktyce oznacza to $w_n = r/2$, czyli $w_e/w_n = a/r$. Wybór refrakcyjnej szerokości charakterystycznej w_n proporcjonalnej do r (promień defektu), a nie do a , oznacza szybszą zbieżność szeregu opisującego defekt refrakcyjny. Rdzeń jest formowany przez nieobecność jednej dziurki, stała więc siatki a definiuje jednoznacznie wymiar rdzenia. Dwa człony rozwinięcia profilu refrakcyjnego oznaczają rdzeniowy defekt refrakcyjny podwyższający efektywny współczynnik załamania (funkcje zlokalizowane HG) oraz periodyczną sieć refrakcyjną (funkcje trygonometryczne). Pole modu i defekt refrakcyjny opisane są takim samym szeregiem funkcji HG o różnej (lub tej samej, jeśli $w_e = w_n$) szerokości charakterystycznej. Współczynniki rozwinięcia profilu refrakcyjnego C_{ij} oraz D_{ij} są obliczane jednorazowo dla każdej struktury światłowodu dziurawego przez obliczenie całek pokrywania się szeregu trygonometrycznego z periodycznym płaszczem optycznym oraz szeregu funkcji HG z centralnym defektem refrakcyjnym. Liczba wyrazów rozwinięcia profilu refrakcyjnego C_i (dla $i = 2, 3$) zależy od parametrów sieci. Dla małych wartości r (małe otwory względem odstępów między nimi) jest większa, ponieważ do odwzorowania konieczne są wyższe częstotliwości funkcji trygonometrycznych [367].

Tabela 3. Przykładowe, wybrane parametry światłowodów dziurawych realizowanych praktycznie
 Table 3. Exemplary parameters of holey optical fibers realized practically

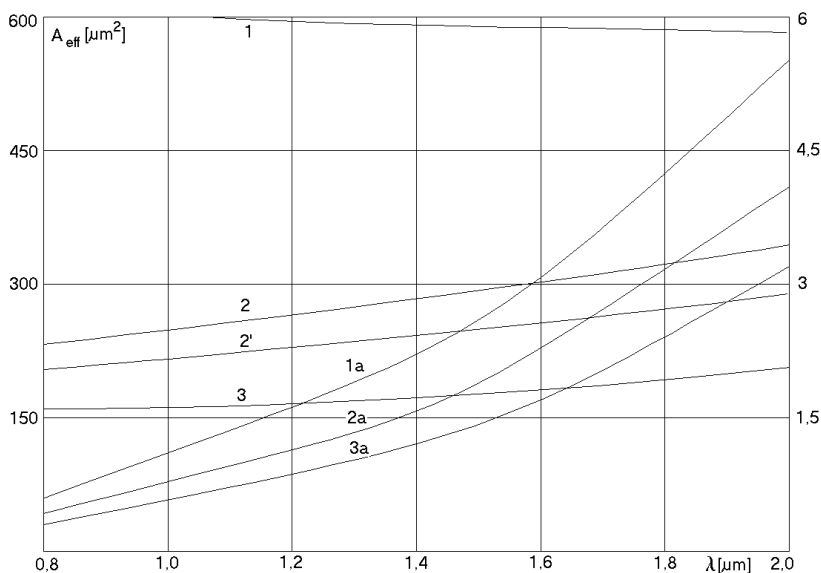
# włókno rys. 19, rys. 20	a [μm]	r/a	A_{eff} [μm^2]	# włókno	a [μm]	r/a	A_{eff} [μm^2]
1: 3a	0,75	0,45	1,3				
2: 2a	0,75	0,4	1,6	7	5	0,10	40
3: 1a	0,75	0,35	2,3	6	5	0,05	60
4:	0,9	0,3	3,1	5	9	0,05	100
5: 8a	1,4	0,15	3,8	4	10	0,05	115
6:	1,8	0,25	4,7		15	0,05	220
7:	2,3	0,15	9,4		25	0,02	1500
8:	2,3	0,3	7,1	1	25	0,25	600
9: 5a	3,2	0,3	12	2	25	0,35	280
				2'		0,37	250
10: 8	5	0,2	30	3	25	0,45	170

Z obliczeń profilu modowego wynika że, w porównaniu do jednomodowych światłowodów klasycznych, efektywna powierzchnia modu A_{eff} (lub promień Petermana pola modu) światłowodu dziurawego zmienia się w znacznie szerszych granicach i może być efektywniej modelowana przez dobór geometrii włókna, głównie stałej sieci refrakcyjnej a , definiującej jednocześnie wymiar rdzenia. Zmniejszanie wartości r powoduje zwiększenie pola efektywnego i odpowiada zmniejszeniu efektywnej wartości apertury numerycznej światłowodu. Duże pole efektywne jest poszukiwane w światłowodach jednomodowych w celu umożliwienia transmisji dużej mocy i uniknięcia optycznych zjawisk nieliniowych. Minimalna wartość pola efektywnego jest niezbędna w światłowodach nieliniowych. Przez zmianę warunków technologicznych wytwarzania światłowodu dziurawego, w ciągu tego samego procesu, można zmieniać pole efektywne o rząd wielkości. Dobór procesu zwiększa ten zakres do ponad dwóch rzędów wielkości. Minimalne pole efektywne było rzędu pojedynczych μm^2 , maksymalne rzędu kilkuset μm^2 . Definicja A_{eff} jest analogiczna do światłowodów klasycznych (37), (38), (41) z tym, że całkowanie odbywa się nie po współrzędnej radialnej (r), lecz dwukrotnie po współrzędnych prostokątnych (x, y). Całkowane modowe pole elektryczne wyrażone jest przez przedstawioną reprezentację funkcyjną HG , co prowadzi do zależności

$$A_{\text{eff}} = \prod [w_k \sum_{i,j=0}^{C_i} E_{ij}^2]^2 / \sum_{k_i=0}^{C_i} A_{k_i}, \quad (56)$$

gdzie A_{k_i} – funkcje współczynników pola E_{ij} . Dla porównania pole efektywne modu, które w klasycznym telekomunikacyjnym światłowodzie jednomodowym wynosi około $100 \mu\text{m}^2$, a w światłowodzie przesuniętym dyspersyjnie około $40 \mu\text{m}^2$, w światłowodzie dziurawym można, stosunkowo łatwo, technologicznie zmieniać w zakresie

5–500 μm^2 . W tabeli 3 podano obliczone wymiary periodycznej siatki refrakcyjnej płaszcza światłowodu koniecznej do uzyskania kilku wartości A_{eff} dla $\lambda = 1,5 \mu\text{m}$. W tabeli umieszczono także dane dla praktycznie wytworzonych światłowodów dziurawych w laboratoriach krajowych. Dla większych wartości parametru sieci refrakcyjnej a zwiększają się straty zgięciowe S_R i mikrozmęciowe $S_{\mu R}$ światłowodu dziurawego. Promień minimalnego zgięcia, poniżej którego straty wzrastają eksponencjalnie spełnia zależność $r_b^{\text{min}} \sim a^3$ [8, 66]. Na rysunkach 19 i 20 pokazano, obliczone według przedstawionego modelu, wartości pola efektywnego modu dla przypadków ekstremalnych możliwości realizacji technologicznych światłowodu dziurawego oraz przypadków analogicznych do jednomodowych światłowodów klasycznych za pomocą metody składania mozaiki.



Rys. 19. Obliczone efektywne pole modu jako funkcja długości fali dla światłowodów dziurawych o realizowalnych technologicznie ekstremalnych parametrach geometrycznych:

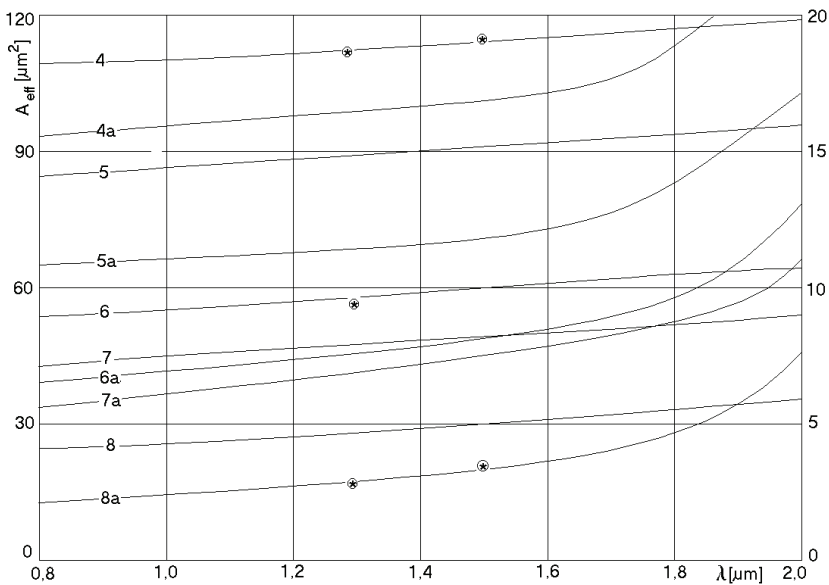
dużych otworach – małe wartości A_{eff} oraz o dużych separacjach – duże wartości A_{eff} .

Krzywe 1, 2, 3 odnoszą się do lewej skali rzędnych, krzywe 1a, 2a, 3a odnoszą się do skali na prawej osi rzędnych. Przybliżone dane niektórych włókien w tabelce 3. Dla małych wartości funkcji $A_{\text{eff}}(\lambda)$ zmienia się ona szybciej z długością fali propagowaną w światłowodzie

Fig. 19. Calculated spectral characteristic of effective modal field in holey optical fiber, which are technologically realizable. Fibers were selected with very small and very big A_{eff} parameter. Curves 1, 2, 3 refer to left ordinate, while 1a, 2a, 3a refer to right ordinate. Relevant fiber data are in table 3

Efektywne pole modowe można zmieniać w światłowodzie dziurawym o trzy rzędy wielkości (od $1 \mu\text{m}^2$ do tysięcy μm^2 – rys. 19, 20), zakres niedostępny światłowodom klasycznym. Obliczenia przeprowadzono dla trzech grup światłowodów o polach

efektywnych w następujących zakresach wartości: pojedyncze μm^2 , 30–100 μm^2 oraz kilkaset μm^2 . Pomiarzy przeprowadzono dla trzech światłowodów o $A_{\text{eff}} \approx 3, 50$ i 100 μm^2 dla $\lambda = 1300$ i 1500 nm. W światłowodzie dziurawym o niewielkiej zawartości powietrza (światłowod gęsty), co w praktyce oznacza $r/a < 0,15$ i niewielkich wartościach a , powierzchnia efektywna modu jest zdeterminowana głównie przez rozmiar rdzenia (zdefiniowany przez a). A_{eff} jest stosunkowo słabą funkcją długości fali. Pole modowe stosunkowo słabo wnika w dziurki. Zmieniając wartość stałej sieci refrakcyjnej a , można otrzymać stosunkowo łatwo światłowody o modowym polu efektywnym w zakresie jeden do kilkaset μm^2 . Dla większych wartości stałej siatki refrakcyjnej, przy małej wartości r/a , wzrastają straty zgięciowe światłowodu dziurawego.



Rys. 20. Obliczone efektywne pole modu jako funkcja długości fali dla światłowodów dziurawych o wartościach A_{eff} porównywalnych ze światłowodami klasycznymi oraz z wynikami pomiarów wytworzonych praktycznie z włókien optycznych hybrydową metodą mozaikową. Krzywe 4–8 odnoszą się do lewej skali rzędnych, krzywe 4a–8a odnoszą się do skali na prawej osi rzędnych; przybliżone dane włókien w tabeli 3

Fig. 20. Calculated spectral characteristic of effective modal field in holey optical fibers with A_{eff} parameter comparable to classical fibers. Curves 4–8 refer to left ordinate. Curves 4a–8a refer to right ordinate axis. Fiber data are included in table 3. Asterisks show measurement points

Jeśli stała siatki refrakcyjnej światłowodu dziurawego jest znacznie mniejsza niż długość fali propagowanej włóknem optycznym (nazwijmy takie światłowody rzadkimi), to znaczna część mocy optycznej ulokowana jest w powietrzu. W takich warunkach rozkład pola modowego nie jest ściśle związany z obszarem defektu refrakcyjnego (rdzenia) i wartość A_{eff} może znacznie przekraczać rozmiar defektu quasi-

periodycznej sieci refrakcyjnej układu rdzeń–płaszcz optyczny. Dużą bezwzględnie wartość A_{eff} można jednak otrzymać tylko dla bardzo małych wartości r lub dużych wartości a . Dla telekomunikacyjnego zakresu fal (1300–1600 nm) i zakresu instrumentalnego (600–1200 nm), mimo bardzo małych wartości a , wartość A_{eff} jest też bardzo mała, rzędu pojedynczych μm^2 . Można przewidywać, że włókna takie są idealnymi kandydatami do zastosowań nieliniowych z wartością A_{eff} modelowaną nawet poniżej $1 \mu\text{m}^2$.

Duże wartości a dają światłowody dziurawe o dużych modowych polach efektywnych. Przy dużej wartości a , im światłowód jest gęstszy, tym bardziej dodatkowo wzrasta A_{eff} . Ten dodatkowy czynnik wzrostu A_{eff} (związany z gęstością światłowodu) jest niezależny od bezwzględnej wartości a . W niewielkich otworach światłowodu gęstego zanik pola jest proporcjonalnie niewielki i jest ono w stanie penetrować kolejne otwory w siatce refrakcyjnej płaszcza optycznego.

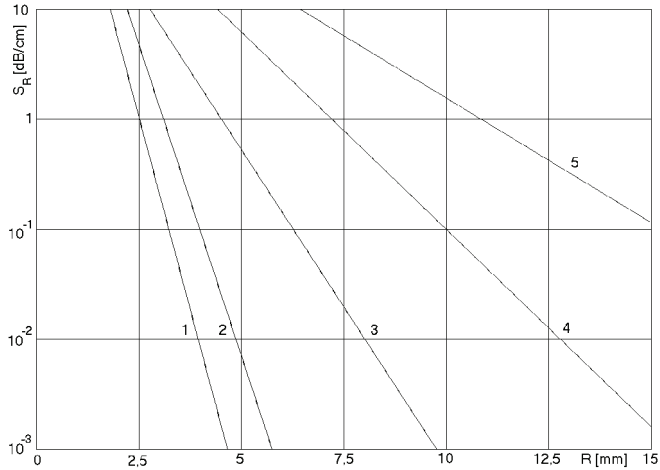
Adaptując model mikrozgieć światłowodu [8, 67, 174], obliczono straty zgięciowe dla niektórych światłowodów dziurawych o refrakcyjnym mechanizmie propagacji (rys. 21 i 22). Zastosowano model efektywnego współczynnika załamania. Stosując ten model można dla ograniczonej klasy światłowodów dziurawych, zaniebując np. kątowy rozkład właściwości (także zgięciowych), wprowadzić efektywne wielkości apertury numerycznej NA_{eff} , względnego parametru refrakcyjnego Δ_{eff} . W przypadku częstotliwości znormalizowanej będzie to wielkość $V_{\text{eff}} = 2(2)^{1/2}(a - r)k(\Delta_{\text{eff}})^{1/2}$. Ponieważ minimalna wartość $a_{\text{min}} = 2r$ (światłowód dziurawy rzadki) oraz minimalna wartość $r_{\text{min}} = 0$ (światłowód dziurawy gęsty), więc efektywna częstotliwość znormalizowana osiąga szczególne wartości $V_{\text{eff}}(a = 2r) = rK(\Delta_{\text{eff}})^{1/2}$, oraz $V_{\text{eff}}(r \approx 0) = aK(\Delta_{\text{eff}})^{1/2}$, gdzie $K = 2(2)^{1/2}k$. W pierwszym wypadku granicznej właściwości światłowodu dziurawego nie zależą od parametru stałej sieci refrakcyjnej a , w drugim nie zależą od średnicy otworów r .

Podobnie jak pole modowe, oceniana jest dyspersja w światłowodzie dziurawym, korzystając z klasycznej całkowitej definicji prędkości grupowej, wymieniając współrzędną radialną na układ prostokątny oraz wstawiając rozwinięcie funkcyjne HG pola modowego:

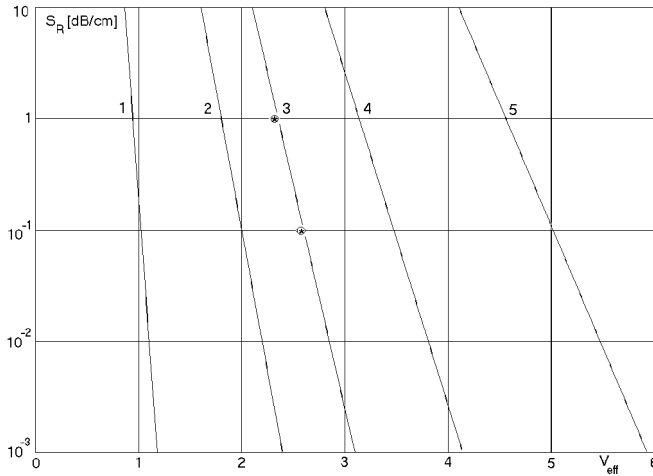
$$v_g = (c\beta/k) \left[\int E^2 dr / \int n^2 E^2 dr \right], \quad v_g = (c\beta/k) \sum_{i,j=0}^{C_1} E_{ij} / \sum_{k_l=0}^{C_1} B_{k_l} \quad (57)$$

gdzie B_{k_l} – funkcje współczynników pola E_{ij} oraz wyrazów z macierzy własnej (całki pokrywania się pól rzeczywistych i odwzorowania).

Obliczenie dyspersji czasu przejścia modu jako funkcji długości fali wymaga rozwiązania równania własnego w postaci funkcji $\beta(\lambda)$ dla konkretnej, dokonanej raz i tabelaryzowanej, dekompozycji struktury światłowodu dziurawego. Gdy dziurki są małe (światłowód dziurawy gęsty), dyspersja materiałowa dominuje nad falowodową. Dla małych otworów, ale dowolnym wzroście ich średnicy, przesunięciu ulega zero dyspersji chromatycznej w kierunku większych długości fal.

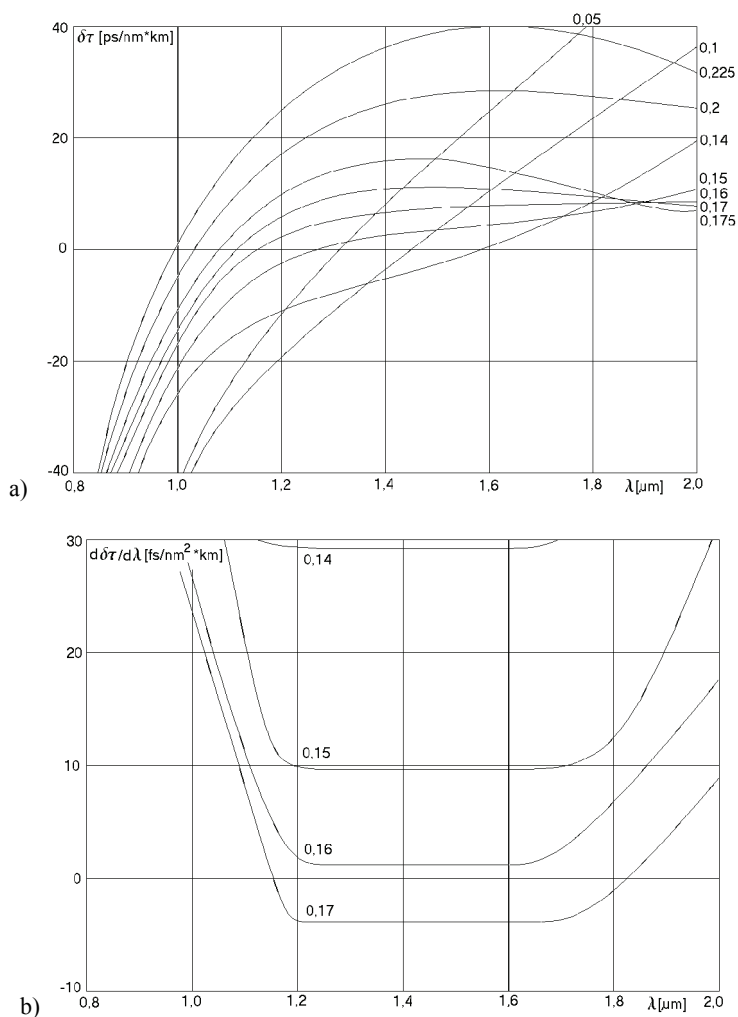


Rys. 21. Obliczone straty zgięciowe światłowodów dziurawych o propagacji refrakcyjnej i modelowaniu efektywnym profilem refrakcyjnym w funkcji promienia zgięcia pętli dla różnych wartości stałej, a quasi-periodycznej sieci refrakcyjnej; dane: $\lambda = 1300$ nm, $r/a = 0,15 = \text{const}$, krzywa 1 – $a = 1,4$ μm , 2 – $a = 2,3$ μm , 3 – $a = 10$ μm , 4 – $a = 15$ μm , 5 – $a = 25$ μm
 Fig. 21. Calculated bending losses in holey optical fibers of refractive propagation mechanism as a function of bending radius, for different values of normalized photonic fiber dimensional constant a



Rys. 22. Obliczone straty zgięciowe światłowodów dziurawych o propagacji refrakcyjnej i modelowaniu efektywnym profilem refrakcyjnym w funkcji efektywnej wartości częstotliwości znormalizowanej dla różnych wartości znormalizowanej stałej sieci refrakcyjnej r/a oraz Δ_{eff} ; dane: $\lambda = 600\text{--}2000$ nm, dwie pętli włókna; 1), 2), 3) $r/a = 0,05$, $\Delta_{\text{eff}} = 0,5\%$, $a = 2,5$ μm , $R = 10$ mm, 4), 5); dla próbki 3) dokonano pomiaru strat zgięcia dla dwóch wartości V_{eff} ; obliczenia i pomiary własne
 Fig. 22. Calculated bending losses in holey optical fibers of refractive propagation mechanism, as a function of normalized frequency for different values of normalized photonic fiber dimensional constant a

Wraz ze wzrostem średnicy otworów rola dyspersji falowodowej rośnie, podobnie jak w światłowodzie o złożonym profilu W. Ze wzrostem średnicy otworów rośnie także całkowita wartość dyspersji, co jest spowodowane bardzo dużą różnicą współczynników załamania pomiędzy otworem i szkłem. Na rysunku 23 przedstawiono obliczone zależności dyspersji światłowodu dziurawego w funkcji długości fali dla kilku praktycznych oraz ekstremalnych konstrukcji włókien optycznych.



Rys. 23. Obliczona dyspersja czasu grupowego przejścia impulsu (a) i jej pochodna (b) względem długości fali, w światłowodzie dziurawym dla $r/a = 0,05, 0,1, 0,14, 0,15, 0,16, 0,175, 0,2, 0,225$, $a = 2,5 \mu\text{m}$, pochodna dla $r/a = 0,14-0,17$, $a \approx 1 \mu\text{m}$; obliczenia własne

Fig. 23. Calculated dispersion characteristic of group modal transition time a) and its first derivative b) in a holey optical fiber, for different normalized dimensional coefficients r/a

Dla znacznej średnicy względnej otworów, powyżej wartości $r/a = 0,2$, obserwuje się dyspersję anomalną w zakresie krótszych długości fal $\lambda < 1 \mu\text{m}$. W związku z takim zachowaniem dyspersyjnym światłowodów dziurawych w paśmie poniżej $1 \mu\text{m}$ ten zakres falowy może budzić nadzieje na krótkofalową transmisję solitonową w tak zaprojektowanych włóknach.

Dla stałej siatki refrakcyjnej $a = 2,5 \mu\text{m}$, oraz względnych wymiarów otworów w dziurawym płaszczu $r/a \approx 0,14\text{--}0,16$ występuje, w obszarze spektralnym $\lambda = 1,2\text{--}1,8 \mu\text{m}$, zjawisko spłaszczenia i przesunięcia charakterystyki dyspersyjnej światłowodu, analogicznie do jednomodowych światłowodów typu W. To zachowanie można przeskalować w światłowodzie dziurawym dla innych par wartości r/a oraz λ . Analogia występuje także w poziomach dyspersji i jej pochodnej. Nachylenie charakterystyki dyspersyjnej w pewnych fragmentach tego obszaru (np. $1,28\text{--}1,62 \mu\text{m}$ dla zastosowań transmisyjnych, np. w DWDM) może być zredukowane do wartości rzędu dziesiątek $\text{fs}/\text{km}\cdot\text{nm}^2$. Redukcja, lub przeciwnie maksymalizacja (ze znakiem plus lub minus), drugiej pochodnej prędkości grupowej w innych pasmach może mieć na celu budowę światłowodowych elementów kompensacyjnych (lokalnych kompensatorów dyspersji) lub optymalizację pasmową dyspersji w celu budowy innych fotonicznych elementów funkcjonalnych i czujników. Ze względu na występowanie zjawisk nieliniowych, jak mieszania czterofalowego [55, 169], całkowity poziom dyspersji nie powinien być zbyt mały w niektórych transmisyjnych zastosowaniach światłowodów lub wręcz przeciwnie, może być znaczny w zastosowaniach elementów nieliniowych.

Wszystkie właściwości światłowodu dla ustalonej wartości znormalizowanego promienia otworu r/a są określone przez dwie liczby, stałą sieci refrakcyjnej płaszczka optycznego a oraz długość fali λ , a w zasadzie przez znormalizowaną długość fali $\lambda_n = \lambda/a$. Stała sieci refrakcyjnej jest czynnikiem normalizującym (skalującym) właściwości światłowodu dziurawego refrakcyjnego. Dla tych samych wartości znormalizowanej długości fali światłowodów dziurawy ma te same charakterystyki. Innymi słowy, dla każdych dwóch wartości stałej sieci refrakcyjnej a można znaleźć takie dwie długości fali, dla których światłowodów dziurawy ma właściwości takie same. Sieć refrakcyjna stanowi o właściwościach falowodowych światłowodu dziurawego, a nie dotyczy właściwości materiałowych, które są wyłącznie funkcją długości fali λ . Skalowanie w przestrzeni wymiaru stałej sieci refrakcyjnej i długości fali (znormalizowanej) dotyczy składowych falowodowych charakterystyk światłowodu.

Właściwości światłowodu dziurawego z propagacją refrakcyjną wynikają z silnej zależności różnicy efektywnych współczynników załamania rdzenia i płaszczka od długości fali, co wynika z obejmowania przez falę o większej długości kolejnych otworów, również rozłożonych przypadkowo. Wskutek tego maleje wartość efektywnego współczynnika załamania płaszczka. W konsekwencji przewiduje się, że niektóre struktury światłowodów dziurawych mogą być wiecznie jednomodowe [288], niezależnie od długości fali. Pomiaru wskazują [295], że refrakcyjne światłowodów dziurawe

propagują mody liniowo spolaryzowane *LP*. Projektując światłowód dziurawy konieczne jest przewidzenie ile pierścieni otworów obejmie pole modu podstawowego dla danej długości fali, aby uniknąć znacznych strat upływowch. Inną konsekwencją geometrii jest to, że znaczna część mocy optycznej w światłowodzie dziurawym jest propagowana w otworach. Rurki kapilarne nie muszą być koniecznie wypełnione powietrzem. Wypełniając je nieliniowym ośrodkiem optycznym (np. ciekłym kryształem), można otrzymać światłowód nieliniowy. Wypełniając je ośrodkiem badanym, światłowód dziurawy spełnia rolę spektroskopu z polem zanikającym.

Światłowody dziurawe o refrakcyjnym i fotonicznym mechanizmie propagacji są absolutnym przebojem techniki światłowodowej ostatnich lat [287–303]. Wiele spraw teoretycznych zostało ostatnio wyjaśnionych, opanowana została standardowa technologia włókien o większej długości, opracowano metody instrumentalne i pomiarowe (np. łączenie ze światłowodami klasycznymi).

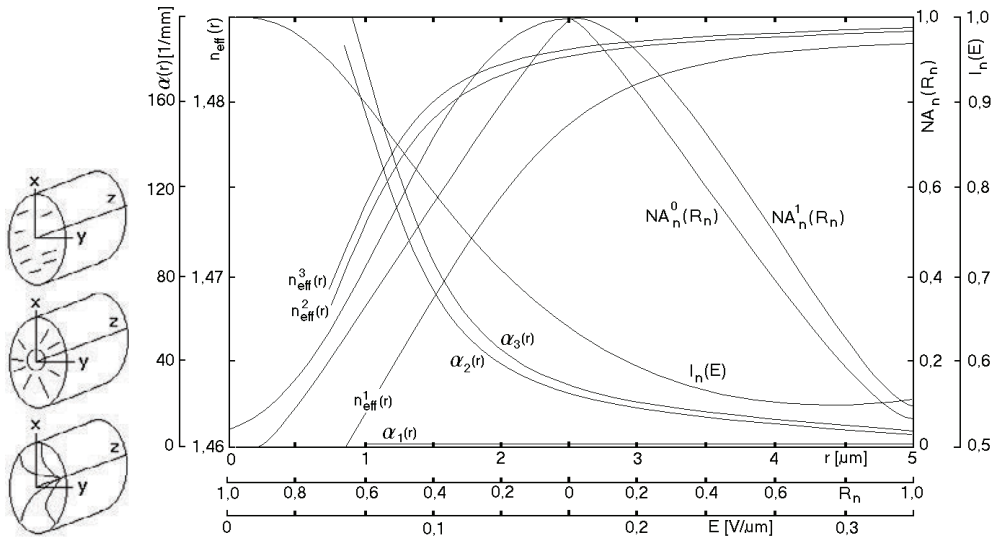
Dalsze kierunki badawcze są następujące: budowa pełnego modelu falowego także dziurawych światłowodów aktywnych, wyjaśnienie eksperymentalne właściwości wiecznej jednomodowości światłowodów i ewentualnie warunków powstawania modów wyższego rzędu, skalowanie światłowodów do zakresu długości fal, światłowody bardzo dużej mocy dla dalekiej podczerwieni, aktywne światłowody dziurawe, a szczególnie lasery na takich światłowodach, dziurawe światłowody nieliniowe dla bardzo niskich poziomów mocy optycznej, światłowody dziurawe z wielokrotną siatką Bragga, światłowody anizotropowe – dwójłomne, transmisja solitonowa w paśmie krótkofalowym, przypadkowy i założony statystycznie rozkład otworów w refrakcyjnej sieci fotonicznej, światłowody dziurawe niepuste, ile maksymalnie mocy optycznej można umieścić w powietrzu – czy nawet powyżej np. 99,9%, zagadnienie unilateralności optycznej przy mechanizmie propagacji fotonicznej, zależność fotonicznej przerwy zabronionej i efektywność lokalizacji defektów wewnątrz przerwy od struktury światłowodu.

12. ŚWIATŁOWODY CIEKŁOKRYSTALICZNE

Wybór nematycznego ciekłego kryształu o małej dwójłomności na rdzeń światłowodu (także na płaszcz) spowodowany jest trzema przyczynami:

- znacznym zwiększeniem drogi interakcji fali świetlnej w ciekłym kryształcie (która jest zwykle krótka, gdyż kryształ jest umieszczony pomiędzy płytkami szklanymi),
- eliminacja elementów optyki objętościowej (na korzyść realizacji całego urządzenia w postaci światłowodu),
- bardzo duża czułość ciekłych kryształów na pola zewnętrzne. Ciekły kryształ jest pompowany do kapilary kwarcowej o mikrometrowych średnicach wewnętrznych.

Możliwe są trzy rodzaje uporządkowania ciekłego kryształu w kapilarze rdzeniowej określone przez struktury ustawienia direktora: planarna, radialna i osiowa.



Rys. 24. Ułożenie molekuł ciekłego kryształu w rdzeniu światłowodu, od góry – planarne, radialne i osiowe. Efektywny współczynnik załamania $n_{\text{eff}}(r)$ i współczynnik strat $\alpha(r)$ w funkcji promienia rdzenia r ; 1 – TE₀₁, 2 – TM₀₁, $\Theta = 90^\circ$, 3 – TM₀₁, $\Theta = 0^\circ$, Θ – kąt pomiędzy direktorem i osią symetrii; $NA_n(R_n, E)$ – rozkład pola dalekiego jako miary zależności apertury numerycznej od zewnętrznego pola elektrycznego, $E_0 = 0 \text{ V}/\mu\text{m}$, $E_1 = 0,2 \text{ V}/\mu\text{m}$; $I_n(E)$ – znormalizowana transmisja światła w światłowodzie ciekłokrystalicznym w funkcji zewnętrznego pola elektrycznego [80]

Fig. 24. Liquid crystal core optical fibers: a) orientation of molecules – planar, radial and axial, b) modal characteristics. Effective refractive n_{eff} and loss coefficient α presented as functions of core radius r . $NA_n(R_n, E)$ – distribution of far optical field as function of external electric field. $I_n(E)$ – normalized fiber transmission as function of external electric field

Rozwiązanie zagadnienia własnego prowadzi do układu równań Hondros–Debaj’a [81]. Stała propagacji jest wielkością zespoloną o postaci $\beta = \beta_r + i\beta_i$ opisującą mody prowadzone i upływowe. Efektywny współczynnik załamania oraz współczynnik strat dla modów TE i TM są wyrażone zależnościami: $n_{\text{eff}} = \beta_r/k$, $\alpha = -2\beta_i$. Na rysunku 24 przedstawiono wybrane obliczone i zmierzone charakterystyki światłowodów ciekłokrystalicznych [80]. Współczynniki załamania ciekłego kryształu były $n_e = 1,56$ wzdłuż osi molekuł, $n_o = 1,4862$ poprzecznie do osi molekuł, a apertury numeryczne takiego światłowodu, odpowiednio dla n_e i n_o oraz $r = 3 \mu\text{m}$, wynosiły $NA_e \approx 0,5$, $NA_o \approx 0,12$. Mod TE₀₁ jest prowadzony bezstratnie, $\alpha_1(r) = 0$. Mody TM są upływowe. Wartości współczynników strat $\alpha_2(r)$ oraz $\alpha_3(r)$ dla małych wartości r są znaczne. Fale TM stają się modami prowadzonymi dla większych wartości promienia rdzenia r , co pokazują malejące do zera wartości $\alpha_i(r)$. Mody TE i TM ulegają konwergencji (degeneracji) dla większych wymiarów rdzenia. Z pomiarów apertury numerycznej $NA = (n_{0(e)}^2 - n_{\text{eff}}^2)^{1/2}$ można wywnioskować rodzaj uporządkowania ciekłego krysz-

tału w kapilarze rdzeniowej. Tutaj przeważa struktura planarna. Poddając światłowód ciekłokrystaliczny działaniu zmiennego i stałego pola elektrycznego otrzymano charakterystyki $NA_n^1(R_n)$ oraz $I_n(E)$. Reorientacja molekuł ciekłego kryształu w rdzeniu, która powoduje zmiany zarówno współczynnika załamania, osi dwójłomności, apertury numerycznej jak i strat, opisana jest równaniami Eulera–Lagrange’a, tutaj przedstawionymi w geometrii planarnej [81]:

$$\begin{aligned} & (\partial^2 \Theta / \partial x^2)(K_{33} \cos^2 \Theta + K_{11} \sin^2 \Theta) - 0,5(\partial \Theta / \partial x)^2(K_{33} - K_{11}) \sin 2\Theta \\ & + (\partial^2 \Theta / \partial y^2)K_{22} + n_0^2 \Delta n^2 ((E_x E_z^* + E_x^* E_z \cos 2\Theta + (|E_z|^2 - |E_x|^2) \sin 2\Theta) = 0 \end{aligned} \quad (58)$$

gdzie: K_{ii} – są stałymi elastycznymi trzech rodzajów odkształcenia, 1 – pochylenie, 2 – skręcenie, 3 – zakrzywienie. $\Delta n = n_e - n_o$, Θ – kąt pomiędzy директором i osią x . Tensor współczynnika załamania ma następujące wyrazy (tutaj zapisane liniowo) $[n^2] = [a_{11}, a_{12}, \dots, a_{33}] = [n_0^2 + \Delta n^2 \cos^2 \Theta, 0; \Delta n^2 \sin \Theta \cos \Theta, 0; n_0^2; 0; \Delta n^2 \sin \Theta \cos \Theta, 0; n_0^2 + \Delta n^2 \sin^2 \Theta]$.

Propagowana światłowodem ciekłokrystalicznym fala świetlna modyfikuje współczynnik załamania i mechanizm ten nazywany jest nieliniowością orientacyjną. Anizotropia ciekłego kryształu jest stosunkowo duża, może wynosić $\Delta n \approx 0,8$, zmiana więc orientacji molekuł, wywołana czynnikiem zewnętrznym, powoduje bardzo duże zmiany efektywnego współczynnika załamania rdzenia światłowodu. Problemami technicznymi podczas korzystania ze światłowodów ciekłokrystalicznych są: napełnianie mikrometrowych kapilar ciekłym kryształem, łączenie światłowodu ciekłokrystalicznego z klasycznym światłowodem jednomodowym w celach pomiarowych i aplikacyjnych. Możliwe jest wytwarzanie jedynie krótkich odcinków takiego światłowodu.

13. ŚWIATŁOWODY PRZEWEŹONE

Światłowody jednomodowe uformowane w stożkowe przewężenie są podstawą do konstrukcji wielu światłowodowych elementów funkcjonalnych takich, jak: sprzęgaczy, kontrolerów polaryzacji, czujników [185–208]. Stożkowy kształt jest otrzymywany przez ogrzewanie odcinka światłowodu do punktu mięknięcia i powolne wyciąganie, aby osiągnąć odpowiedni kształt przewężenia. Redukcja średnicy powoduje zmniejszenie lokalnej wartości częstotliwości znormalizowanej V i rozkład pola modu zmienia się na coraz szerszy, aż w końcu prawie cała moc propagowana jest w płaszczu. Jeśli światło transmitowane przez przewężenie światłowodowe jest monitorowane podczas wyciągania, to obserwuje się wiele maksimumów i minimumów transmisji, łącznie z osiągnięciem wartości zerowej. Te właściwości oscylacji mocy optycznej oraz zależność oscylacji od długości przewężenia, wartości współczynnika załamania

ośrodka otaczającego przewężenie i długości fali stanowią mechanizm działania wymienionych elementów.

Przewężenie światłowodowe modelowane jest metodą schodkową (rys. 25). Wyodróżnione są trzy regiony: zbieżny stożek, talia o stałej średnicy i rozbieżny stożek. Dodatkowo wyróżnia się trzy regiony w światłowodzie jednomodowym, gdzie $V < 2,405$, $V_c \approx 2$, $V_c(z) > 1$ oraz $V_c(z) < 1$. Wraz z maleniem V_c , pole modu wnika głębiej w płaszcz. Średnica pola modu d wzrasta z maleniem średnicy rdzenia r i funkcja stosunku tych dwóch wielkości zależy jedynie od V , zgodnie z przybliżoną (do ok. 1%) zależnością $d/a = 0,65 + 1,619 V^{-3/2} + 2,879 V^{-6}$ [367]. Dla wartości $2,4 > V_c > 1$ na proces rozszerzania pola modu mają wpływ dwa przeciwstawne procesy – wzrastająca dyfrakcja w malejącym rdzeniu $\Theta_d = 2 \lambda / \pi n_1 w_0$ (w_0 – gaussowska średnica pola modu w rdzeniu) oraz uwiązanie modu przez granicę rdzeń–płaszcz $\Theta_c = (2\Delta)^{1/2}$. Rozszerzenie pola modowego jest minimalne, gdy te dwa efekty są porównywalne, jak na przykład w częstotliwości znormalizowanej $V_c \approx 2$. Dalsze zmniejszanie średnicy stożka powoduje dyfrakcyjne rozszerzenie pola modu i dla wartości $V_c < 1$ granica płaszcz–rdzeń przestaje mieć wpływ na propagację fali w światłowodzie. Światło jest prowadzone przez granicę zewnętrzną płaszcz–powietrze. W tych warunkach rdzeń może mieć średnicę poniżej 1 μm (dla światłowodów o rdzeniu rzędu 5 μm) i jego rola może być pominięta. Ten rejon ma długość równą sumie długości tych części obu stożków, dla których $V_c < 1$ oraz długości talii $z_c = z_{s1} + z_{s2} + z_t$. Lokalne wartości częstotliwości znormalizowanej numerycznej wynoszą: $V_c = (2\pi/\lambda)r_0(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$, $V_p = (2\pi/\lambda)r(z)(n_p^2 - n_{zew}^2)^{1/2}$, gdzie r_0 – początkowy promień rdzenia, $r(z)$ promień światłowodu w obszarze $V_c < 1$, r_i – promienie rdzenia w schodku i -tym przewężenia, n_1 , n_2 , n_{zew} – współczynnik refrakcji rdzenia, płaszczu i obszaru zewnętrznego (powietrze, płyn immersyjny, polimer). W obszarze $V_c < 1$ propagacją fali rządzi wartość V_p , gdyż w takich warunkach dla typowego światłowodu jednomodowego tylko 26% mocy pozostaje w rdzeniu (dla $V = 2,4$ – 86%). Wartość V_p jest znaczna (rzędu 100–200 dla $\lambda = 0,633$), gdyż talia ma średnicę kilkudziesięciu μm (np. 20 μm), a wartość $\Delta n = n_p - n_{zew}$ też jest znaczna.

Światłowod przewężany w obszarze $V_c < 1$ jest wielomodowy. Mod podstawowy rdzenia ulega transformacji w mod podstawowy płaszczu w miejscu stożka zbieżnego, gdzie $V_c \approx 1$, podlega mieszanii z innymi modami w dalszej części stożka zbieżnego, talii i części stożka rozbieżnego oraz ulega ponownej transformacji z modu podstawowego płaszczu na mod podstawowy rdzenia. Pozostałe mody, powstałe w wyniku mieszania, pozostają płaszczowe. Proces mieszania modów w najcieńszej części przewężenia ($V_c < 1$) i talii jest bardzo czuły zarówno na oddziaływania zewnętrzne, jak wygięcia, drgania, zmiany zewnętrznego współczynnika załamania. Gdy najprostsz model sprzęgania modów zakłada liniową zbieżność/rozbieżność przewężenia, wówczas można aproksymować obszar jako fragmentami liniowy, zawierający M odcinków o różnych średnicach. Zakładając, że mody są w światłowodzie i przewę-

zeniu liniowo spolaryzowane, tzn. opisane jako LP , wartości argumentów funkcji falowych i częstotliwość znormalizowana przyjmują następującą postać: $U_{nm}^i = r_i(k^2 n_2^2 - \beta_{nm}^i)^{1/2}$, $W_{nm}^i = r_i(\beta_{nm}^i - k^2 n_{zew}^2)$, $V_i = kr_i(n_1^2 - n_{zew}^2)^{1/2}$, gdzie β_{nm}^i – stała propagacji nm -tego modu w stopniu i -tym stożka światłowodowego o średnicy r_i . Argument okresowej funkcji Bessela U można otrzymać, rozwiązując równanie własne światłowodu, dla którego przyjęto wartość współczynnika załamania rdzenia jako n_2 , wartość współczynnika załamania płaszczka jako n_{zew} oraz średnicę rdzenia jako r_i . W praktyce parametr U oblicza się z zależności asymptotycznych obowiązujących dla dużych wartości V [368] $U^i = 2,405e^{-1/V^i}$ dla LP_{01} , $U^i = 3,832e^{-1/V^i}$ dla LP_{11} , $U^i = 5,135e^{-1/V^i}$ dla LP_{21} , itd.

Zaniedbując odbicia na granicy stopni, można zapisać równanie ciągłości w postaci

$$\sum_{n=0} \sum_{m=1} a_{nm}^i E_{nm}^i(r, \phi) e^{-j\beta_{nm}^i z_i} = \sum_{p=0} \sum_{q=1} b_{pq}^{i+1} E_{pq}^{i+1}(r, \phi) e^{-j\beta_{pq}^{i+1} z^i} + \Phi(r, \phi), \quad i = 1, 2, \dots, \quad (59)$$

$$E_{nm}^i(r, \phi) = A_{nm} J_n(U_{nm}^i r / r_i) \cos n\phi \quad (60)$$

$$\text{dla } r \leq r_i, \quad E_{nm}^i = A_{nm} K_n(W_{nm}^i r / r_i) \cos n\phi \quad \text{dla } r > r_i,$$

gdzie, $\Phi(r, \phi)$ – pole promieniowania przewężenia, a_{nm}^i – amplituda modu w stopniu i -tym przewężenia światłowodowego, b_{pq} – amplituda modu w stopniu $i + 1$ przewężenia, E_{nm} – znormalizowana funkcja własna modu LP_{nm} , A_{nm} – współczynnik normalizujący. Wykorzystując ortogonalność modów, otrzymuje się wyrażenie na amplitudy modów w schodku $i + 1$ w postaci

$$\sum_{n=0} \sum_{m=1} a_{nm}^i e^{-j\beta_{nm}^i z^i} C_{nmpq} = b_{pq}^{i+1} e^{-j\beta_{pq}^{i+1} z^i}, \quad (61)$$

$$C_{nmpq} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} E_{pq}^{i+1}(r, \phi) r dr d\phi, \quad C_{nmpq} \neq 0 \quad \text{dla } n = p,$$

gdzie C_{nmpq} – jest amplitudowym współczynnikiem sprzężenia pomiędzy modem LP_{nm} w i -tym schodku stożka oraz modem LP_{pq} w schodku $i + 1$. Dla $z = z_0$ (lub 0, jeśli $z_0 = 0$) moc optyczna z modu podstawowego rdzenia światłowodu tworzącego stożek 1 LP_{01}^{r1} transformuje się do modu podstawowego LP_{01}^p płaszczka. Mod LP_{01}^p może sprzęgać się, zgodnie z wartością C_{nmpq} , tylko z modami LP_{0q}^p . Dla $z = z_1 + z_2 + L$ moc pozostała w tym miejscu w modzie LP_{01}^p jest sprzęgana z powrotem do modu LP_{01}^{r2} rdzenia światłowodu tworzącego stożek 2. Moc pozostająca w tym miejscu w płaszczku

w innych modach staje się radiacyjna i jest tracona. Optymalizacja budowy światłowodu przewężonego i wykorzystania go do konstrukcji sprzęgacza polega na minimalizacji mocy traconej i zwiększeniu efektywności powrotnej konwersji modów płaszczu w mod podstawowy rdzenia.

Jeśli światłowód przewężony jest zakrzywiony o kąt Θ to do określenia jego charakterystyk transmisyjnych można również zastosować model schodkowy. Sekcje i oraz $i+1$ są połączone ze sobą pod kątem $\psi = \Theta/N$ (N – całkowita liczba sekcji schodkowych). Talia przewężenia jest także wygięta, więc modelowana jest również za pomocą schodków o tej samej średnicy, ale połączonych również pod niewielkimi kątami $\psi = \Theta/N$, jeśli N jest dostatecznie duże. Równanie ciągłości jest w regionie wygięcia włókna stożkowego następującej postaci [66]:

$$\sum_{n=0} \sum_{m=1} a_{nm}^i E_{nm}^i(r, \phi) e^{-j\beta_{nm}^i z^i} e^{j\beta_{nm}^i x \sin \psi} = \sum_{p=0} \sum_{q=1} b_{pq}^{i+1} E_{pq}^{i+1}(r, \phi) e^{-j\beta_{pq}^{i+1} z^i} + \Phi(r, \phi) \quad (62)$$

Równanie to przechodzi w równanie światłowodu prostego, jeśli $\psi = 0$. Długość światłowodu przewężanego wynosi np. 10 mm, liczba sekcji $N = 20-50$, kąt wygięcia niewielki w zakresie $\Theta = 1-10^\circ$, kąt połączenia sekcji ψ jest bardzo mały i można zastosować przybliżenie $\psi \approx \sin \psi$, $x = r \cos \phi$, czyli $x \sin \psi = r \psi \cos \phi$.

Rozkładając czynnik eksponencjalny związany z wygięciem w szereg funkcji Beszela i stosując przybliżenie związane z małą wartością kąta ψ , otrzymuje się

$$\begin{aligned} e^{j\beta_{nm}^i r \psi \cos \phi} &= J_0(r \psi \beta_{nm}^i) + 2 \sum_{k=1} (j)^k J_k(r \psi \beta_{nm}^i) \cos k \phi \\ &\approx J_0(r \psi \beta_{nm}^i) + 2 j J_1(r \psi \beta_{nm}^i) \cos \phi \end{aligned} \quad (63)$$

Wstawiając ten rozkład do równania ciągłości przewężonego światłowodu zgiętego oraz korzystając z ortogonalności modów, otrzymuje się zależność na amplitudy modów w sekcji $i+1$

$$b_{pq}^{i+1} e^{-j\beta_{pq}^{i+1} z^i} = \sum_{n=0} \sum_{m=1} a_{nm}^i e^{-j\beta_{nm}^i z^i} C_{nmpq}^\psi \quad (64)$$

$$C_{nmpq}^\psi = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} E_{nm}^i E_{pq}^{i+1} [J_0(r \psi \beta_{nm}^i) + 2 j J_1(r \psi \beta_{nm}^i) \cos \phi] r dr d\phi$$

gdzie C_{nmpq}^ψ – jest współczynnikiem sprzężenia pomiędzy modem wejściowym nm oraz modem wyjściowym pq w przypadku obecności wygięcia. Reguła wyboru dla mieszania modów jest $C_{nmpq}^\psi \neq 0$ dla $n = p$ lub $n = p \pm 1$, w innych przypadkach $C_{nmpq}^\psi = 0$. Na początku wąskiej części przewężenia, gdzie $V_c < 1$, pobudzony jest wyłącznie mod LP_{01} , w przypadku więc rozpoczęcia wygięcia następuje mieszanie modów LP_{0m} oraz LP_{1q} . Na każdym połączeniu sekcji pod kątem ψ następuje sprzęganie modów

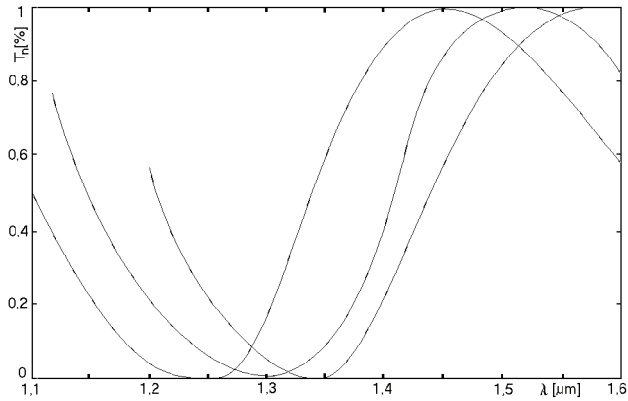
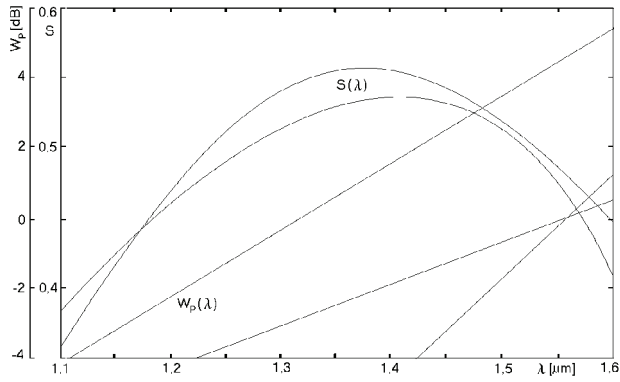
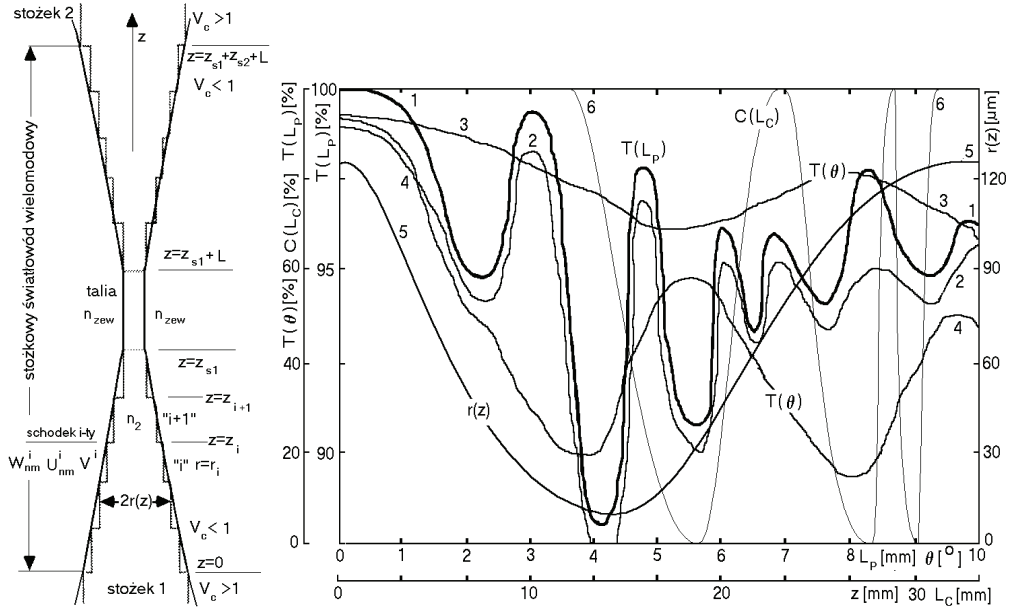
między LP_{nm} oraz LP_{nq} lub $LP_{n\pm lq}$. Poza częścią przewężenia wygiętą i podzieloną na N sekcji połączonych pod kątem, sprzężenie między modami następuje jedynie wtedy, gdy $n = p$. Dla $z = z_1 + z_2 + L$ jedynie moc obecna w modzie płaszczowym LP_{01} ulega transformacji w podstawowy mod rdzeniowy. Na rysunku 25. przedstawiono wyniki obliczeń i pomiarów zachowania transmisyjnego kilku próbek światłowodów przewężonych prostych i ze zgięciem. Dane światłowodów konieczne do obliczeń są następujące: średnica rdzenia, wartości współczynników załamania rdzenia i płaszczu oraz profil przewężenia, włączając w to długość obszaru dla $V_c < 1$ oraz długość i średnicę talii. W obliczeniach uwzględniono kilka modów LP_{0m} najniższego rzędu (01, 02, 03, 11, 12).

Moc optyczna w modzie podstawowym, charakterystyki $T(L_p)$, fluktuuje w granicach około 10% z powodu mieszania modów. Dla małych kątów wygięcia mieszanie występuje głównie pomiędzy LP_{01} i LP_{11} , charakterystyki $T(\Theta)$. Gdy moc w modzie podstawowym jest minimalna, to moc w płaszczu jest maksymalna.

Moc w modzie LP_{11} i modach wyższego rzędu płaszczu nie jest sprzężona z modem podstawowym w obszarze przewężenia, w którym $V_c > 1$. Minimum na krzywej transmisji przewężonego światłowodu wygiętego występuje dla około 4° . Zwiększenie długości fali z 633 na 1300 nm powoduje zmniejszenie zmian transmisji i przesunięcie minimum w kierunku większych kątów. Z charakterystyk transmisyjnych wygiętego światłowodu przewężonego wyraźnie widać, że przyczyną fluktuacji jest sprzężenie modów.

Ilościowy charakter tego sprzężenia jest zależny od rodzaju przewężenia, jego charakteru funkcyjnego. Funkcję można wprowadzić, do opisanego modelu przez sekcijną aproksymację schodkową. Zbyt gwałtowne zmiany średnicy prowadzą na ogół do zwiększonych strat przewężenia. Dokładność modelu maleje ze wzrostem kąta wygięcia światłowodu, gdyż wówczas trzeba wziąć pod uwagę więcej modów oraz nie obowiązuje przybliżenie LP . Zaproponowany model analizy transmisji w statycznie wygiętym przewężeniu można rozszerzyć na drgania przewężenia. Powierzchniowa fala akustyczna o częstotliwości f_a i długości λ_a rozprzestrzenia się w przewężeniu światłowodowym o średnicy talii r_t (rzędu 10 μm) z prędkością akustyczną v_a $\lambda_a = (\pi r_t v_a / f_a)^{1/2}$. Droga dudnienia modów LP_{01} i LP_{11} w talii wynosi $L_B = 55,2 n_2 r_t / \lambda$. Jeśli $L_B \approx \lambda_a$, to występuje rezonans optyczno-akustyczny i od intensywności fali akustycznej zależy transmisja przewężenia. Element jest tłumikiem regulowanym o zakresie około 0–20 dB [202].

Wiele właściwości światłowodów przewężonych (np. szybka zmienność mocy optycznej na charakterystyce $T(\Theta)$) zostało wykorzystanych do budowy elementów funkcjonalnych. Światłowod przewężony w pojedynczy stożek jest wykorzystywany jako ekspander wiązki w elementach z falą zanikającą, a także do polepszenia powietrznego sprzężenia szczelinowego między dwoma światłowodami. Podstawowe zastosowania światłowodów przewężonych to sprzęgacze, multipleksery i filtry. Niektóre ze zmierzonych charakterystyk takich elementów przedstawiono na rysunku 25 [202]. Na charakterystyce $C(L_c)$ odzwierciedlona jest zależność sprzężenia od długości przewężenia. Charakterystyka powstaje w czasie wykonywania przewężenia dwóch



skręconych włókien. Dla pewnych długości przewężenia podział mocy jest po polowie. Każdy inny stosunek podziału mocy można otrzymać, kontrolując długość przewężenia. Periodyczność charakterystyki sprzężenia $C(L_c)$ wynika z zależności mocy w gałęziach jednakowych światłowodów, $\Delta\beta = 0$, $P_1(z) = P_0 \sin^2(C_0 z)$, $P_2(z) = P_0 \cos^2(C_0 z)$, $L_c^p = P_0/2C_0$ – okresowość transferu energii, współczynnik sprzężenia wyrażony przybliżonym wzorem wynikłym z przybliżeń argumentów U i W jako funkcji częstotliwości znormalizowanej $C_0 = 96 \pi \lambda n_2 a^2 (1 + V^{-1})^{-1}$, gdzie $V = V_c$, czyli światłowodu wielomodowego o współczynniku załamania rdzenia n_2 , równym współczynnikowi płaszczu światłowodu wyjściowego.

Charakterystyki $W_P(\lambda)$ przedstawiają zmierzone sprzężenie w funkcji długości fali. Sprzęgacze były projektowane jako 3 dB dla dwóch długości fal z zakresu 1,3 μm oraz 1,5 μm . Nachylenie charakterystyki jest rzędu 0,1–0,2 [%/nm] dla pierwszego 3 dB podziału mocy i może być większe (większa selektywność spektralna) dla kolejnych podziałów, co przedstawia jedna z charakterystyk dla $\lambda \approx 1,5 \mu\text{m}$. W zależności od parametrów przewężenia i rodzaju światłowodów można kształtować szerokość pasma elementu przewężonego, np. sprzęgacza. W najprostszym rozwiązaniu światłowod przewężony jest elementem wąskopasmowym. Stosując w przewężeniu różne światłowody, o niewielkiej różnicy średnic rdzenia rzędu 1%, gdzie $\Delta\beta \neq 0$, moc



Rys. 25. Światłowod przewężony, jego model schodkowy do analizy i wybrane charakterystyki obliczone i zmierzone; dane włókien: I_p – długość rejonu o $V_c < 1$ $l_{wm} = 15$ mm, długość talii $l_t = 2,5$ mm, standardowa średnica zewnętrzna włókna 125 μm , średnica rdzenia $2r = 4,5$ μm , $n_1 = 1,464$, $n_2 = 1,460$, $\lambda_1 = 633$ nm, $\lambda_2 = 1,3$ μm , II – średnica rdzenia 9,5 μm ; charakterystyki: 1 i 2 – $T(L_P)$ – obliczona i zmierzona transmisja T w funkcji długości przewężenia L_P dla światłowodu I, 3 i 4 – $T(\theta)$ – obliczone charakterystyki transmisji w funkcji kąta wygięcia przewężenia dla światłowodu I i długości fali λ_2 i λ_1 ; 5 – $r(z)$ zmierzony profil geometryczny przewężenia światłowodu I; 6 – $C(L_c)$ – zmierzony współczynnik sprzężenia w funkcji długości wydłużenia w czasie wyciągania przewężenia dla dwóch światłowodów II; $S(\lambda)$ – zmierzona rodzina charakterystyk spektralnych sprzężenia szerokopasmowych sprzęgaczy przewężanych (dwustożkowych) optymalizowanych na pasmo 1,3–1,5 μm ; $W_P(\lambda)$ – zmierzona rodzina charakterystyk podziału mocy w przewężanych sprzęgaczach 3 dB; $T_n(\lambda)$ – zmierzona rodzina charakterystyk spektralnych transmisji przewężanych multiplexerów, optymalizowanych na pasmo 1,3–1,5 μm

Fig. 25. Double conical optical fiber and its characteristics. Applied stair-case model for fiber analysis; data: I_p – fiber taper region length with $V_c < 1$ $l_{wm} = 15$ mm, waist length $l_t = 2,5$ mm, output fiber outside diameter 125 μm , initial core diameter of fiber I – $2r = 4,5$ μm , core diameter of fiber II $2r = 9,5$ μm , core cladding refractions $n_1 = 1,464$, $n_2 = 1,460$, wavelengths $\lambda_1 = 633$ nm, $\lambda_2 = 1,3$ μm ; characteristics: 1 i 2 – $T(L_P)$ – calculated and measured transmission T as function of fiber narrowing length L_P for fiber I; 3 i 4 – $T(\theta)$ – calculated transmission characteristics as function of conical part bending angle of fiber I and two wavelengths λ_2 and λ_1 , 5 – $r(z)$ measured geometrical profile of the conical part of fiber I, 6 – $C(L_c)$ measured coupling coefficient as function of conical part length for two fibers II; $S(\lambda)$ – measured family of spectral coupling characteristics of fiber biconical couplers optimized for 1,3–1,5 μm bandwidth; $W_P(\lambda)$ – power division characteristics in 3 dB conical fiber couplers; $T_n(\lambda)$ – characteristics of conical fiber multiplexers optimized for 1,3–1,5 μm bandwidth

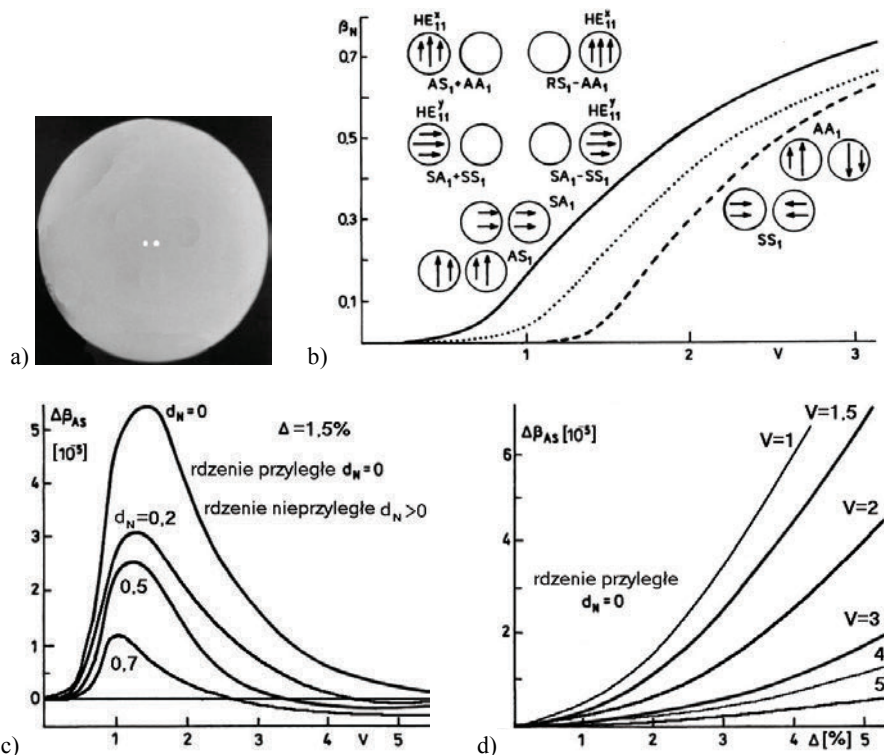
optyczna wyjściowa jest $P_1(z) = (1 + (\Delta\beta/2C)^2)^{-1/2} \sin^2(C^2 + (\Delta\beta/2)^2)^{1/2}$ oraz $P_2(z) = 1 - P_1(z)$. Przykładową rodzinę charakterystyk takiego przewężenia przedstawiają zmierzone krzywe $S(\lambda)$. Nachylenie spektralnej charakterystyki sprzężenia jest ok. 10 razy mniejsze niż w poprzednim przypadku i wynosi około 0,01–0,02 [%/nm]. Straty wtrącenia takich elementów są w granicach 0,1–0,5 dB. Dla bardzo dobrych elementów powinny być poniżej 0,1 dB. Dla zmierzonych charakterystyk na rysunku 25 straty wtrącenia sprzęgaczy przewężonych były $\alpha_w \approx 0,12$ –0,18 dB dla $W_P(\lambda)$ i optymalizacji $\lambda_s = 1,3 \mu\text{m}$ oraz $\alpha_w \approx 0,3$ –0,35 dB w przypadku szerokopasmowym $\lambda_s = 1,3$ i $1,5 \mu\text{m}$.

Zmierzone charakterystyki $T_n(\lambda)$ przedstawiają sytuację, gdy przewężenie światłowodowe jest wyciągane do takiej długości, przy której dla jednej wybranej długości fali λ_1 sprzężenie jest zerowe $C_1 = 0$ oraz dla drugiej wybranej długości fali λ_2 jest maksymalne $C_2 = 1$. Jak widać ze zmierzonych charakterystyk, selektywność wyboru długości fal jest rzędu kilkudziesięciu nm i praktycznie osiągalna dyskryminacja (izolacja) rzędu 20–30 dB dla pojedynczego przewężenia. Szeregowe łączenie nieco wzajemnie odstrojonych przewężeń poprawia te charakterystyki kosztem strat wtrącenia. Zwiększenie długości przewężenia zwiększa selektywność spektralną charakterystyki $T_n(\lambda)$ kosztem pogorszenia charakterystyk polaryzacyjnych.

14. ŚWIATŁOWODY WIELORDZENIOWE

Na rysunku 26 przedstawiono fotografię i obliczono podstawowe charakterystyki dyspersyjne światłowodu dwurdzeniowego – bliźniaczo-rdzeniowego o profilach refrakcyjnych typu *step-index* (skokowych) [406]. W przypadku światłowodu bliźniaczo-rdzeniowego mamy do czynienia z dwoma dokładnie jednakowymi rdzeniami. Rdzenie o promieniu a są usytuowane symetrycznie względem osi włókna optycznego. Odległość między rdzeniami wynosi D , a między osiami rdzeni d . Tak więc osie rdzeni są odległe od osi włókna o $a + D/2$. Współczynniki załamania rdzenia i płaszczka wynoszą odpowiednio $n_1 = n_r$ oraz $n_2 = n_p$. Zakłada się warunki słabej propagacji w analizowanym światłowodzie dwurdzeniowym. Obliczone charakterystyki modów podstawowych światłowodów dwurdzeniowych, w notacji modowej AS (asymetryczny – symetryczny) przedstawiono na rysunku 28, jako szczególny przypadek układu bliźniaczego czterordzeniowego.

Naturalną konsekwencją rozwoju możliwości sygnałowych światłowodu kształtowanego jest wprowadzenie wielokrotnych rdzeni. Analizując sprzężenie międzyrdzeniowe we włóknowym światłowodzie wielordzeniowym, wprowadza się standardowe wartości początkowe i zakłada niezbędne uproszczenia. Przyjmujemy, że separacja międzyrdzeniowa jest porównywalna do promienia rdzenia, światłowód jest słabo propagujący, profil refrakcyjny jest skokowy, geometria rdzenia i włókna jest idealnie cylindryczna. Zakładamy, że jeden z rdzeni jest sprzężony ze źródłem mocy optycznej. W takim przypadku mod podstawowy z rdzenia pobudzonego rozciąga się na



Rys. 26. Jednodomowy światłowód dwurdzeniowy, bliźniaczordzeniowy: a) fotografia przekroju poprzecznego włókna, b–d) obliczone z równania własnego podstawowe modowe charakterystyki transmisyjne światłowodu [406, 407], b) krzywe dyspersji $\beta(V)$ dla modów SA_1 , AS_1 , HE_{11} oraz modów SS_1 , AA_1 , $\Delta = 1,5\%$, c) funkcja dwójłomności $\Delta\beta_{AS}(V)$ dla różnych wartości parametru $d_N = d/a$, d) funkcja $\Delta\beta_{AS}(\Delta)$ dla różnych wartości częstotliwości znormalizowanej $V = 1-5$; przykładowe parametry włókna: $a = 3 \mu\text{m}$, $\Delta = 0,4\%$, $d = 3 \mu\text{m}$, $V = 2,2$. Dyspersja dwójłomności międzyrdzeniowej w światłowodzie dwurdzeniowym osiąga zero dla λ_0^{dysp} . Ta długość fali (lub wartość V)

jest funkcją geometrii dwurdzeniowego włókna optycznego i jego parametrów materiałowych

Fig. 26. Twin core optical fiber and its dispersion characteristics: a) photograph of singlemode twin-core fiber cross section, b) propagation constant as a function of normalized frequency for S.A. (symmetric-antisymmetric) modes of the lowest order, c) birefringence function $\Delta\beta_{AS}(V)$ for various values of normalized dimensional parameter $d_N = d/a$, d) function $\Delta\beta_{AS}(\Delta)$ for various values of V . Exemplary fiber parameters $a = 3 \mu\text{m}$, $\Delta = 0.4\%$, $d = 3 \mu\text{m}$, $V = 2.2$

obszar sąsiedniego rdzenia. Przepływ mocy optycznej pomiędzy rdzeniami, o periodycznym charakterze, jest rezultatem tego zjawiska rozciągania się profilu modu poza rdzeń. Współczynniki sprzężenia pomiędzy przyległymi rdzeniami wynoszą [367]:

$$C_{ij} = C_0 \int_{A_j} n_j^2 \Psi_i^{\text{clad}} \Psi_j^{\text{core}} dA, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, 2 \quad (65)$$

gdzie

$$C_0 = \frac{k\sqrt{\varepsilon_o}}{4\sqrt{\mu_o N_i N_j}}, \quad N = (\pi a^2 n_{\text{core}} / 2) \sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}} \frac{V^2}{U^2} \frac{K_1^2(W)}{K_0^2(W)} \quad (66)$$

A_j – przekrój poprzeczny j -tego rdzenia. Przyjmując dalsze uproszczenia, które są oczywiste, jak: pominięcie zjawiska samosprzężenia, używając znanych rozwinięć funkcji K oraz substytutów dla całek funkcji Bessela, można otrzymać współczynniki sprzężenia w formie analitycznej. Dla światłowodu o M rdzeniach, równanie na współczynniki sprzężenia trzeba modyfikować, uwzględniając sumę całek po wszystkich $M - 1$ rdzeniach:

$$C_{ij}^M = C_{ij} + C_0 \sum_{\substack{\text{core}=1 \\ c \neq i, c \neq j}}^M \int_{A_c} n_{\text{core}}^2 \Psi_i^{\text{clad}} \Psi_j^{\text{clad}} dA. \quad (67)$$

Drugi składnik w tym równaniu jest sprzężeniem między i -tym oraz j -tym rdzeniem przez serię rdzeni przyległych (sąsiadujących) między nimi i zakładamy, że jest do pominięcia. Ta sytuacja występuje jedynie w przypadku, gdy sprzężenie między niesąsiadującymi rdzeniami może być pominięte, lub gdy występuje w układzie rdzeni sąsiadujących, sprzężenie dominujące. Gdy tego rodzaju założenia nie są spełnione w światłowodzie, współczynniki sprzężenia nie mogą być wyrażone w prostej postaci. Moc optyczna jest wówczas złożoną superpozycją mocy modów z różnych rdzeni. Zależności fazowe w sprzężeniu mocy optycznej nigdy nie osiągają wartości 0–1 w dowolnym światłowodzie wielordzeniowym, jak na przykład w idealnym światłowodzie bliźniaczo-rdzeniowym (o dwóch identycznych rdzeniach). Analityczna forma współczynnika sprzężenia międzyrdzeniowego, w naszym uproszczonym przypadku, jest:

$$C_{ij} = C_0 \Theta_{ij} \quad (68)$$

gdzie Θ_{ij} jest algebraiczną zależnością między funkcjami I , J oraz K o postaci:

$$\Theta_{ij} = \frac{a_j K_o(W_i d / a_i) (W_i / a_i) I_1(W_i a_j / a_i) J_o(U_j) + (U_j / a_j) I_o(W_i a_j / a_i) J_1(U_j)}{K_o(W_i) J_o(U_j) (W_i / a_i)^2 + (U_j / a_j)^2}. \quad (69)$$

Zazwyczaj wprowadzanych jest do analizy kilka użytecznych wielkości falowych, jak: Średni współczynnik sprzężenia:

$$C = \sqrt{C_{12} C_{21}} \quad (70)$$

Zależności na znormalizowaną stałą propagacji,

$$\beta^s = (\beta_1 + \beta_2) / 2, \quad \Delta\beta = \beta_1 - \beta_2, \quad \Delta\beta^r = (\beta_1 - \beta_2) / \beta_1; \quad (71)$$

$$\Delta\beta_{AS}^r = (\beta_{AS} - \beta_{SA}) / \beta_{AS}, \quad V_p^{AS} = \omega / \beta_{AS} - \text{prędkość fazowa}; \quad (72)$$

$$\beta_N = (\beta^2 / k_0^2 - \varepsilon_{\text{clad}}) / (\varepsilon_{\text{core}} - \varepsilon_{\text{clad}}); \quad (73)$$

Sprawność transferu mocy pomiędzy rdzeniami oraz moc znormalizowana:

$$P^{te} = (1 + (\Delta\beta / 2C)^2)^{-1/2}; \quad (74)$$

Kontrast międzyrdzeniowy:

$$P_{ij}^c = (P_i - P_j) / (P_i + P_j) \Big|_{z=mZ_b} = -\cos(2mZ_b C_{ij}). \quad (75)$$

AS jest określeniem indeksowym modów w światłowodzie dwurdzeniowym w aspekcie ich właściwości symetrii–antysymetrii rozkładu pola modowego względem osi włókna optycznego. Różnicowa wartość stałych propagacji w światłowodzie bliźniaczo-rdzeniowym jest miarą jego dwójłomności. Droga dudnienia modowego jest definiowana jako funkcja współczynnika sprzężenia $Z_b = \pi P^{te} / 2C$. Z ostatnich zależności można wnioskować, że wartości C oraz P^{te} zachowują się jak dodatkowe stałe propagacji. Jest to zrozumiałe, ponieważ mody sprzężone mogą być traktowane jako nowe mody propagujące w światłowodzie o złożonej strukturze dwurdzeniowej, a w tym wypadku o rdzeniu dwuczęściowym (tzw. supermod struktury dwurdzeniowej). Notacja modowa Symetryczny–Antysymetryczny wynika w światłowodzie dwurdzeniowym właśnie z takiego założenia.

Mod podstawowy HE_{11}^x ulegnie całkowitemu sprzężeniu z jednego rdzenia do drugiego, jeśli całkowite przesunięcie fazy $\Delta\Phi$ spełnia następujący warunek $\Delta\Phi = (2m + 1)\pi$. Dla modów SA jest on równoważny następującej zależności:

$$\Delta\Phi = \varpi \int_{-1}^1 [(V_p^{AS_1})^{-1} - (V_p^{AA_1})^{-1}] ds, \quad (76)$$

gdzie V_p^{AS} jest prędkością fazową danego modu SA . Warunek pełnego transferu energii modu jest:

$$k_0 \sqrt{\varepsilon_{\text{rdzen}}} \int_{-1}^1 [(1 - \Delta(1 - \beta_N^{AS_1}))^{1/2} - (1 - \Delta(1 - \beta_N^{AA_1}))^{1/2}] ds = (2n + 1)\pi. \quad (77)$$

Dla niewielkich wartości Δ wyrażenie pod całką jest upraszczane do postaci $\Delta\beta_N^{xx} = \beta_N^{AS_1} - \beta_N^{AA_1}$. Załóżmy, że w jednym z rdzeni jest pobudzany mod HE_{11}^x , co jest ekwiwalentne do pobudzania następującą sumą modów $SA - AS_1 + AA_1$. Na wyjściu powinniśmy otrzymać ponownie mod HE_{11}^x ale z drugiego rdzenia, co odpowiada następującej kombinacji modów $AS - AS_1 - AA_1$.

Współczynnik sprzężenia fali między rdzeniami w światłowodzie bliźniaczo-rdzeniowym zależy od geometrycznych i optycznych, tj. materiałowych i technolo-

gicznych parametrów włókna. Interesuje nas projektowanie procesu wytwarzania światłowodu, tak aby wyjściowym produktem było włókno o pożądanym charakterystykach sprzężenia rdzeni. Dobór odpowiednich charakterystyk procesu technologicznego umożliwia produkcję światłowodów dwurdzeniowych o ściśle założonych wartościach współczynnika sprzężenia. Parametry podlegające zmianie przy wyborze i optymalizacji procesu technologicznego to: wybór zestawów szkieł, metoda modyfikacji procesu wielotyglowego (separacja tyglowa, diafragmowanie przestrzeni międzydyskowych, aperturowanie dysz), szczegóły konstrukcji indywidualnych tygli, temperatura i prędkość wyciągania. Materiał światłowodu wpływa na proces sprzęgania między rdzeniami [356, 393].

Gdy rdzenie w światłowodzie nie są identyczne i początkowo niezbyt silnie sprzężone, wówczas stałe propagacji modów podstawowych HE_{11}^x w każdym rdzeniu są różne i wynoszą β_1 oraz β_2 . Bezpośredni transfer mocy pomiędzy modami podstawowymi nie jest możliwy, jeśli mody nie są dokładnie dopasowane w fazie. Ze względu na materiał, z jakiego jest zrobiony światłowód dwurdzeniowy, oraz jego dyspersji falowodowej, istnieje taki punkt na charakterystyce dyspersyjnej, gdzie $\Delta\beta = 0$. Dzieje się to dla szczególnej długości fali $\lambda = \lambda_0^{\text{dysp}}$. Na rysunku 26 przedstawiono obliczone krzywe dyspersyjne $\beta_M(\lambda)$ i $\Delta\beta^2(\lambda)$ dla kilku rzeczywistych, wyciągniętych, i zmierzonych dla porównania, próbek jednomodowych światłowodów dwurdzeniowych. Krzywe dyspersji dla różnych światłowodów przecinają się w kilku miejscach. Osiągają wartość zerową w różnych miejscach dla różnych λ .

Wartość długości fali λ_0^{dysp} dla włókna dwurdzeniowego wzrasta z malejącą różnicą wymiarów rdzeni oraz ze wzrastającą wysokością skokowego profilu refrakcyjnego. Współczynniki sprzężenia wzajemnego C_{12} oraz C_{21} nie są jednakowe w światłowodzie dwurdzeniowym. Sprzężenie może być silniejsze w jednym kierunku, czyli może być silnie niesymetryczne. Konsekwentnie więcej mocy będzie średnio propagować w jednym z rdzeni. Miarą symetrii sprzężenia i sprawności transferu mocy optycznej (lub odstrojenia od punktu λ_0^{dysp}) jest względny współczynnik sprzężenia wzajemnego $C'_{ij} = C_{ij}/C_{ji}$. Wykresy wartości funkcji $C'_{21}(\lambda)P_{12}^{\text{te}}(\lambda)$, odpowiadające krzywom z rysunku 26 przedstawiono w pracy [406, 407]. Przedstawiono tam także charakterystyki dyspersyjne: sprzężenia międzyrdzeniowego dla światłowodu bliźniaczordzeniowego w funkcji znormalizowanej separacji rdzeni (wg zależności 78), kontrastu międzyrdzeniowego P_{12}^c dla kilku różnych światłowodów bliźniaczordzeniowych, efektywności transferu mocy, kontrastu międzyrdzeniowego oraz mocy optycznej wyjściowej z rdzenia sprzężonego.

Obliczona efektywność transferu mocy nie przekracza 60% w badanych przypadkach światłowodów dwurdzeniowych [407]. Dla takiej geometrii włókien dwurdzeniowych nie jest możliwa większa efektywność transferu. Kilka przeciwstawnych

procesów falowodowych wpływa na kształt krzywych efektywności sprzężenia. Współczynniki sprzężenia wzrastają z długością fali dla $\lambda > \lambda_0^{\text{dysp}}$. Dla większych wartości separacji międzyrdzeniowej, sprzężenie ogólnie maleje i jest mniej czułe na różnice stałych propagacji w obu rdzeniach. Względny współczynnik sprzężenia wzajemnego $C_{ij}^r = C_{ij}/C_{ji}$ dla długości fali λ_0^{dysp} zależy wyłącznie od różnicy wysokości profilu refrakcyjnego obu rdzeni.

Optymalizacja sprzężenia mocy w światłowodzie dwurdzeniowym zawiera takie parametry, jak: separacja rdzeni d , wysokość bezwzględna n (i ewentualnie różnicowa Δn) profili refrakcyjnych, średnice rdzeni $2a_i$, różnice wymiarów rdzeni Δa_{ij} . Gdy wybrać długość światłowodu równą drodze dudnienia $L \approx L_B$, wówczas mierzony sygnał wyjściowy jest proporcjonalny do kontrastu międzyrdzeniowego P_{12}^c . Dyspersja kontrastu międzyrdzeniowego dla włókna dwurdzeniowego została przedstawiona w [406, 407] dla jednakowych i różnych rdzeni.

Spektralne charakterystyki sprzężenia mogą być zawężone przez zwiększenie wartości parametru separacji międzyrdzeniowej. To powoduje jednak znaczne zwiększenie długości drogi dudnienia $L_B = Z_B$. Charakterystyki spektralne wyjściowej mocy optycznej z większego rdzenia światłowodu dwurdzeniowego heterordzeniowego do mniejszego rdzenia mają kształt funkcji filtra pasmowo-przepustowego. Niektóre z tych cech światłowodu dwurdzeniowego mogą być potencjalnie wykorzystane w systemach WDM oraz w systemach falowej separacji czujników fotonicznych.

Jeśli fala świetlna jest sprzężona wyłącznie do pojedynczego rdzenia, wówczas znormalizowana moc optyczna w drugim rdzeniu wynosi $P(z) = \sin^2(Cz)$, gdzie C jest współczynnikiem wzajemnego sprzężenia rdzeni. W światłowodzie bliźniaczo-rdzeniowym oba współczynniki sprzężenia wzajemnego rdzeni są sobie równe. Współczynnik sprzężenia w światłowodzie bliźniaczordzeniowym wynosi:

$$C = \frac{(2\Delta)^{1/2}}{a} \frac{U^2}{V^3} \frac{K_0(Wd/a)}{K_1^2(W)} \quad \text{lub droga dudnienia} \quad L_B = Z_B = \pi/C \quad (78)$$

gdzie: $U = ka(n_r^2 - \beta^2/k^2)^{1/2}$, $W = ka(\beta^2/k^2 - n_p^2)^{1/2}$ – argumenty funkcji Bessela, $V = kan_r(2\Delta)^{1/2}$ – częstotliwość znormalizowana, $\Delta = (n_r^2 - n_p^2)/2n_r^2$ – współczynnik profilu refrakcyjnego. Rozwiązano równanie własne dla różnych zestawów wartości parametrów technologicznych. Wybrano przykłady dla dwóch różnych zestawów A oraz B szkieł rdzeniowo-płaszczowych: A – $n_r = 1,516$, $n_p = 1,510$, B – $n_r = 1,522$, $n_p = 1,511$ [406, 407].

W porównaniu ze światłowodem dwurdzeniowym, światłowód bliźniaczordzeniowy spełnia następujące warunki modowe i sprzężenia rdzeniowego: $C_{21} = C_{12}$ oraz $\beta_1 = \beta_2$ $z = Z_B$. Konsekwencją tych warunków jest to, że moc optyczna może być transferowana z efektywnością 100% między rdzeniami (w całkowicie idealnym włóknie

optycznym). Efektywność sprzężenia nie jest dyspersyjna, jak we włóknie dwurdzeniowym. Wyłącznie współczynnik sprzężenia jest dyspersyjny we włóknie bliźniaczordzeniowym. Jednakże wszystkie niedoskonałości fizyczne włókna, jak: odstępstwo od idealnej geometrii cylindrycznej, różnice w promieniach rdzeni i profilach refrakcyjnych, zjawiska temperaturowe (niesymetryczne osiowo), naprężenia, zakrzywienia, zjawiska nieliniowe, efekty wyższego rzędu – zmieniają sprzężenie, wartość drogi dudnienia oraz transfer mocy optycznej pomiędzy rdzeniami, nie pozwalając na pełne sprzężenie. Funkcja spektralna kontrastu międzyrdzeniowego w światłowodzie idealnym bliźniaczordzeniowym jest podobna do kontrastu międzyrdzeniowego w światłowodzie dwurdzeniowym. Jednak transfer mocy nie jest dyspersyjny i zawsze wynosi 100%.

Dla światłowodu bliźniaczordzeniowego słabo propagującego, można obliczyć przybliżoną zależność współczynnika sprzężenia C od częstotliwości znormalizowanej. Dokładność przybliżenia wynosi kilka procent [367]. Dokładność ta jest związana z przyjęciem do obliczeń pierwszego wyrazu rozwinięcia asymptotycznego funkcji Bessela K . Dla obszaru słabych sprzężeń, gdzie stała propagacji indywidualnego rdzenia nie jest determinowana przez wpływ rdzenia sąsiedniego, obowiązuje przybliżony wzór na drogę dudnienia L_B – całkowitej periodycznej wymiany mocy: $L_B = (C\lambda_0/n\Delta n) \exp(C_1V)$, $C_1 = 0,74 + 2,3(d/2a - 1)$ (78).

Przykładowo dla $n_1 = 1,5$, $\Delta n = 3\%$, $d = 2a$, $D/2a = 1$, $V = 2,4$, $\lambda_0 = 850$ nm, $C \approx 8$, $C_1 = 0,75$, $L_B = 0,9$ mm. Natomiast dla $D/2a = 1,5$, $V = 2$, $C = 25$, $C_1 = 1,9$, $L_B = 2$ cm. Droga dudnienia jest bardzo czuła na separację rdzeni. Dla jednomodowych światłowodów bliźniaczordzeniowych, wykonanych z dwóch różnych zestawów szkieł rdzeniowo-płaszczowych A i B, badano długość drogi dudnienia jako funkcję długości fali i separacji międzyrdzeniowej d . Funkcja $L_B = Z_B(\lambda, a, d)$ jest liniowa dla wszystkich kombinacji argumentów λ oraz a . Parametry światłowodu są wybrane w ten sposób, aby zapewnić warunki jego jednomodowości. Drogi dudnienia jest silną funkcją λ . Zależności dyspersyjne funkcji sprzężenia mają znaczenie praktyczne, ponieważ umożliwiają określenie warunków technologicznych wytwarzania światłowodów dwurdzeniowych i bliźniaczordzeniowych o założonych wartościach współczynnika sprzężenia pomiędzy rdzeniami.

Techniki pomiarowe światłowodów wielordzeniowych wymagają adaptacji metod sprzęgania mocy optycznej, w celu umożliwienia pobudzania indywidualnych rdzeni oraz detekcji wyjściowej mocy optycznej z indywidualnych rdzeni, nawet położonych blisko siebie. Stosuje się metody wykorzystujące światłowodowy wielowłóknowy sprzęgacz stożkowy. Gdy rozkład rdzeni w światłowodzie wielordzeniowym jest regularny geometrycznie (np. liniowy o równych odstępach, trójkątny równoboczny, kwadratowy, heksagonalny itp.), wówczas technologia wytworzenia wielowłóknowego sprzęgacza stożkowego upraszcza się. Sprzęgacz stożkowy jest wykonywany z odpowiedniego układu włókien optycznych jednorrdzeniowych. Jego część końcowa jest zgrzana tak, aby nie zniekształcić pojedynczych włókien. Założoną wartość kąta

stożka otrzymuje się przez rozciągnięcie odpowiednio złożonego układu światłowodów, łącznie z zastosowaniem zewnętrznej rurki ze szkła rozpuszczalnego. W ogólnym przypadku włókna wielordzeniowego proporcje wymiarowe rdzeń–płaszcz są niestandardowe, co dodatkowo utrudnia sprzężenie. Inną metodą wykonania sprzęgacza jest wytworzenie w czasie tego samego procesu technologicznego produkcji światłowodu, znacznie grubszego włókna przy zmniejszonej prędkości wyciągania. Tego rodzaju preforma jest następnie wyciągana w odrębnym etapie obróbki wysokotemperaturowej do postaci stożka. Układ rdzeni w takim stożku odpowiada dokładnie układowi rdzeni we włóknie mierzonym. Stożek jest łamany na takiej długości, dla której średnica przełomu lub rozstaw i wymiary rdzeni odpowiadają wymiarom i topologii przekroju poprzecznego światłowodu sprzęganego. Detektor wyjściowej mocy optycznej ze światłowodu wielordzeniowego pracuje w typowym układzie z homodynowym kanałem odniesienia [356].

Rozwiązanie równania własnego światłowodu czterordzeniowego [406, 407] prowadzi do jego charakterystyk modowych i w konsekwencji sygnałowych. Rozpatrywane są trzy podstawowe geometrie rozkładu rdzeni w płaszczu: kwadratowa, liniowa, trójkątna i ich modyfikacje. Tutaj przedstawiona jest geometria kwadratowa. Mody sprzężone mogą być opisane systematycznie, korzystając z terminologii układu Symetryczny–Antysymetryczny – notacja SA. Wszystkie standardowe mody HE i EH [367], lub uproszczone, liniowo spolaryzowane LP [369] mogą być w światłowodzie czterordzeniowym, o kwadratowym układzie nieodległych, słabo sprzężonych rdzeni wyprowadzone z modów SA [407], jako przypadki specjalne lub zdegenerowane interferencji rodzajów SA. Notacja SA stanowi, pewnego rodzaju, uogólnienie obrazu modowego w światłowodzie wielordzeniowym, szczególnie o symetrycznym układzie wielokrotnych rdzeni (o symetrii osiowej lub płaszczyznowej). Sformułowanie i rozwiązanie równania własnego daje znormalizowane stałe propagacji modów SA.

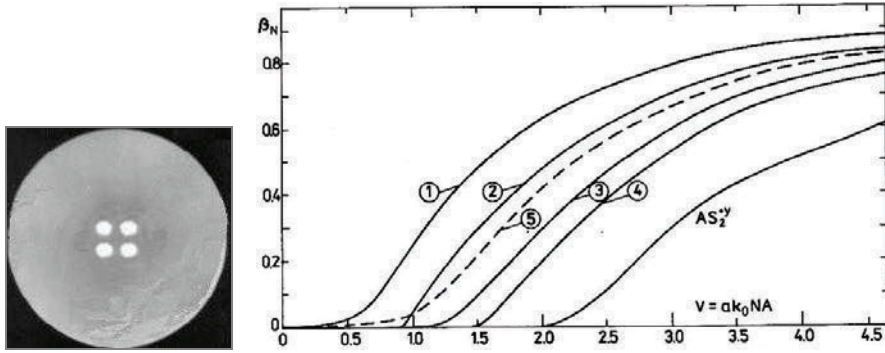
Na rysunku 27 przedstawiono przekrój poprzeczny światłowodu czterordzeniowego oraz obliczone wartości odcięcia i charakterystyki stałych propagacji modów SA najniższego rzędu w funkcji częstotliwości znormalizowanej V , dla jednomodowego światłowodu homordzeniowego o kwadratowym układzie rdzeni. Zakładamy, że obszary rdzeni o stałych dielektrycznych ε_i są ograniczone do obszaru płaszcza światłowodu stałą ε_p . Przyjmuje się założenie homordzeniowości. Równanie Helmholtza dla tego układu ma postać

$$(\nabla_T^2 + k_i^2 - \beta^2)\underline{H} = 0 | V_j \quad (79)$$

gdzie k_j – rdzeniowa liczba falowa, V_j – rejon światłowodu, $j = 1, 2, 3, \dots$, laplasjan jest poprzeczny, dwuwymiarowy. Komplet warunków brzegowych jest:

$$(\underline{H}^e - \underline{H}^w)|_{L_j} = 0, (d\underline{H}^e/d\underline{n} - d\underline{H}^w/d\underline{n})|_{L_j} = (\varepsilon_s - \varepsilon_j)\varepsilon_j \underline{t} (t \text{ o } d\underline{H}^w/d\underline{n} - n \text{ o } d\underline{H}^e/dt)|_{L_j} \quad (80)$$

dla wszystkich granic rdzeń–płaszcz, podkreślenie oznacza wielkość wektorową, a znak o iloczyn wektorowy, z, w – zewnętrzne i wewnętrzne granice przejścia pomię-



Rys. 27. Przekrój poprzeczny światłowodu czterordzeniowego i obliczone modowe charakterystyki dyspersyjne dla kilku modów SA najniższego rzędu. Znormalizowana stała propagacji $\beta_N = (\beta^2/k_0^2 - \varepsilon_5)$

($\varepsilon_1 - \varepsilon_5$); ε_i ($i = 1, 2, 3, 4$) refrakcja rdzeni; ε_i ($i = 5$) refrakcja płaszczu; warunki homordzeniowości

$-n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = n_r = (\varepsilon_1)^{1/2} > n_5 = n_p, a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a$; dane światłowodu:

średnica rdzenia $2a = 2,5 \mu\text{m}$, separacja międzyrdzeniowa $d = 0,5 \mu\text{m}$, $\text{NA} = 0,05 \approx 0$,

refrakcja rdzenia $n_1 = n_r = 1,6$, profil refrakcyjny skokowy, krzywa 1 – cztery tryby zdegenerowane w przypadku światłowodu idealnie izotropowego $\text{SA}^{+x}, \text{SA}^{-x}, \text{AS}^{+y}, \text{AS}^{-y}$; krzywa 2 – rodzina modów trzyindeksowa np. $\text{SAA}^{+x}, \text{ASA}^{-y}$, itp.; krzywa 3 – rodzaje jednoindeksowe: $\text{S}^{\pm x}, \text{S}^{\pm x*}, \text{S}^{\pm y}, \text{S}^{\pm y*}, \text{A}^{\pm x}, \text{A}^{\pm x*}, \text{A}^{\pm y}, \text{A}^{\pm y*}$, gdzie np. $\text{A}^* = \text{A} \pm z$ odwróconą kolejnością znaków $+$ i $-$, tzn. zamiast \pm powinno być \mp ;

krzywa 4 – rodzaje podstawowe $\text{SA}^{\pm y}, \text{SA}^{\pm y*}, \text{AS}^{\pm x}, \text{AS}^{\pm x*}$; krzywa 5 – odniesienie dla rodzaju podstawowego HE_{11} dla cylindrycznego światłowodu jednorodzeniowego o analogicznych parametrach, krzywa AS_2^{+y} – odcięcie i krzywa dyspersji modu drugiego rzędu w światłowodzie czterordzeniowym;

Rozkłady pola modów podstawowych SA w analizowanym światłowodzie czterordzeniowym są następujące: a – podstawowy mod symetryczny (S), b – podstawowy mod symetryczno-antysymetryczny (SA), c – podstawowy mod antysymetryczny (A), d – podstawowy mod symetryczny SA (SAS), e – sprzężony mod antysymetryczny SA ($\underline{\text{ASA}} = \text{SAS} + \text{A SS}$)

Fig. 27. Quadruple core optical fiber and its modal characteristics for SA modes of the lowest order.

Normalized propagation constant $\beta_N = (\beta^2/k_0^2 - \varepsilon_5)$ ($\varepsilon_1 - \varepsilon_5$); ε_i ($i = 1, 2, 3, 4$) – core refractions;

ε_i ($i = 5$) – cladding refraction; homo-core condition $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = n_r = (\varepsilon_1)^{1/2} > n_5 = n_p, a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a$; Fiber data: core diameter $2a = 2,5 \mu\text{m}$, core separation $d = 0,5 \mu\text{m}$, $\text{NA} = 0,05 \approx 0$,

core refraction $n_1 = n_r = 1,6$, step index profile, curve 1 – four degenerated modes in ideally isotropis

fiber $\text{SA}^{+x}, \text{SA}^{-x}, \text{AS}^{+y}, \text{AS}^{-y}$; curve 2 – three index mode family $\text{SAA}^{+x}, \text{ASA}^{-y}$, etc.;

curve 3 – single index mode family $\text{S}^{\pm x}, \text{S}^{\pm x*}, \text{S}^{\pm y}, \text{S}^{\pm y*}, \text{A}^{\pm x}, \text{A}^{\pm x*}, \text{A}^{\pm y}, \text{A}^{\pm y*}$, where $\text{A}^* = \text{A} \pm$ with reversed sequence of signs $+$ and $-$, ie. instead of \pm there is \mp ; curve 4 – fundamental two-index modes $\text{SA}^{\pm y}, \text{SA}^{\pm y*}, \text{AS}^{\pm x}, \text{AS}^{\pm x*}$; curve 5 – referecne to the fundamental mode HE_{11} of a single core singlemode fiber of analogous parameters; curve AS_2^{+y} – single mode cut off point and dispersion curve for the first second order mode in quadruple core optical fiber; Field distributions of SA modes are: a – symmetrical mode S;

b – symmetric antisymmetric mode SA; c – antisymmetric mode A; d – symmetric SA mode SAS; e – coupled antisymmetric SA mode $\underline{\text{ASA}} = \text{SAS} + \text{ASS}$

dzy rdzeniem i płaszczem. Równania Helmholtza i warunki brzegowe dla poszczególnych obszarów włókna stanowią pełne sformułowanie problemu własnego światłowodu wielordzeniowego.

Próbne rozwiązanie podstawowe równania Helmholtza dla regionu płaszczu V_5 może być wybrane w postaci:

$$h(p, p') = 0,5\pi k_0 (|\beta^2 - k_5^2|^{1/2} |p - p'|) \quad (81)$$

gdzie $K_i(g, \rho)$ – funkcja MacDonalda i -tego rzędu, p, p' – punkty obserwacji w poprzecznym przekroju światłowodu. Stosując tożsamość Greena do czterech par funkcji \mathbf{h} i \mathbf{H} w czterech obszarach rdzeniowych $V_j, j = 1, 2, 3, 4$ oraz w płaszczu otrzymuje się następujące równanie charakterystyczne w postaci całkowitej reprezentacji poprzecznego pola \mathbf{H} dla punktów obserwacji leżących w płaszczu:

$$\begin{aligned} X(V_3)\mathbf{H} &= \int_{L_j} (hdH^z / d\mathbf{n} - H^z dh / d\mathbf{n}) dl = [\text{war. brzegowe}] \\ &= \int_{L_j} \{hd\mathbf{H}^w / d\mathbf{n} - \mathbf{H}^z dh / d\mathbf{n} + [h(\varepsilon_5 - \varepsilon_j)\mathbf{t} / \varepsilon_j] \\ &\quad (\mathbf{t} \otimes d\mathbf{H}^w / d\mathbf{n} - \mathbf{n} \otimes d\mathbf{H} / dt)\} dl, \quad j = 1, 2, 3, 4 \end{aligned} \quad (82)$$

Rozwiązanie próbne trzeba rozwinąć w regionach rdzeniowych $C_j, j = 1, 2, 3, 4$

$$h = -0,5\pi \sum_{m=-\infty}^{+\infty} K_m B_m(g\rho_j) \exp im(\phi_j - \phi'_j) \quad (83)$$

i dokonać transformacji zgodnie z tożsamością

$$\exp im(\phi_j) K_m(g\rho_j) = (-1)^m \sum_{l=-\infty}^{+\infty} B_l(g\rho_j) K_{l+m}(gR) \exp(-l\phi_j), i \neq j \quad (84)$$

gdzie B jest modyfikowaną funkcją Bessela. Te zależności ułatwiają wyrażenie wszystkich punktów obserwacji w płaszczu światłowodu poprzez jeden z układów współrzędnych związanych z jednym z rdzeni (X', X'') światłowodu i sformułować problem własny w formie nieskończonego układu równań jednorodnych:

$$\begin{aligned} \int_{L_j} F_j(K_m, \mathbf{H}) dl + \sum_{n=-\infty, i=1,2,3,4, i \neq j}^{+\infty} (-1)^n K_{n-m}(gR) \int_{L_j} F_i(B_n, \mathbf{H}) dl = 0 \\ m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \end{aligned} \quad (85)$$

gdzie

$$\begin{aligned} F_j(B_m, \mathbf{H}) = B_m(g\rho_j) \exp(-im\phi_j) (d\mathbf{H}^w / d\mathbf{n} + (\varepsilon_5 - \varepsilon_j) \\ \mathbf{t} / \varepsilon_j (\mathbf{t} \otimes d\mathbf{H}^w / d\mathbf{n} - \mathbf{n} \otimes d\mathbf{H} / dt + -d / d\mathbf{n} | B_m(g\rho_j) \exp(-im\phi_j) \mathbf{H} | \end{aligned} \quad (86)$$

Gdy cztery rdzenie są okrągłe i refrakcja rdzeni identyczna, to rozkład pola \mathbf{H}_j módów prowadzonych jest określony standardowym układem równań z funkcjami trygonometrycznymi i funkcjami Bessela J o nieznanymi ośmiu kompletach współczynników $a_q^{p,j}, b_q^{p,j}, j, p = 1, 2, 3, 4, q = 0, 1, 2, \dots$:

$$\mathbf{H}_j = \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{p=1}^4 [a_q^{p,j} \cos q\phi_j + b_q^{p,j} \sin q\phi_j J_q((k_j^2 - \beta^2)^{1/2} \rho_j)], \quad j=1, 2, 3, 4 \quad (87)$$

Wstawiając podane zależności (87) na \mathbf{H}_j do układu równań własnych (85) transformuje je w nieskończony układ jednorodnych równań liniowych. Układ ma 16 równań dla każdej wartości $m > 0$ oraz 8 równań dla $m = 0$.

Idealny światłowód czterordzeniowy o kwadratowym rozkładzie rdzeni jednomodowych ma symetrię kwadratową z czterema płaszczyznami symetrii obróconymi o 45° . Symetria lokalna, płaszczyznowa występuje także dla osi X' i X'' oraz Y' , Y'' . Te stopnie symetrii kształtu określają symetryczne i antysymetryczne właściwości poprzecznego rozkładu pola wektorowego rodzaju prowadzonego. Układ modów może być rozłożony w podukłady modów symetrycznych S i antysymetrycznych A, względem dostępnych płaszczyzn i osi symetrii światłowodu. Światłowód czterordzeniowy, homordzeniowy, o kwadratowym układzie rdzeni może propagować teoretycznie osiem układów modów SA: SSSS, AAAA, AASS, SSAA, SAAS, ASSA, ASAS, SASA. Litery S oraz A oznaczają symetrię lub antysymetrię pola $\underline{\mathbf{H}}$ modu prowadzonego względem osi X i Y . Pełne oznaczenie modowe składa się z czterech liter. Pierwsza para odnosi się do osi X , druga para do osi Y . Nazwy takie są redundancyjne, więc mogą być skrócone. Na przykład rodzina modów SSSS jest jednoznacznie określona pojedynczym indeksem S i nazywana rodziną modów jednoindeksowych S. Analogicznie jest z rodziną AAAA określaną jako A. Skrót można utworzyć, gdyż znana jest ściśle liczba wszystkich symetrycznych i asymetrycznych rozkładów pola. Pozostałe mody mogą być, zgodnie z tą regułą tworzenia skróconych nazw, nietrywialne: dwuindeksowe, trójindeksowe, czteroindeksowe, pięcioindeksowe i trywialne szścioindeksowe. Skrót tworzony jest tak, aby umożliwić jednoznaczną identyfikację indywidualnego rodzaju światłowodowego. Wektor \mathbf{H} jest symetryczny (antysymetryczny) do obu osi X i Y dla modów SSSS (AAAA), i analogicznie dla pozostałych modów. W rezultacie istnieją trzy główne rodziny modów podstawowych w analizowanym światłowodzie czterordzeniowym: 1) rodzina jednoindeksowa – S, A; 2) rodzina dwuindeksowa – SA, AS; 3) rodzina trzyindeksowa – SAA, ASS, SAS, ASA. Możliwe jest utworzenie bardziej złożonych rodzin modów podstawowych, spowodowanych przez interferencję międzymodową (rodzaje te są analogami modów w światłowodzie jednorodzeniowym); 4) rodzina czteroindeksowa – AS+SA, S lub A + (SAA, ASS, SAS, ASA); 5) rodzina pięcioindeksowa – AS lub SA + (SAA, ASS, ASA, SAS); 6) rodzina sześcioindeksowa jest trywialna.

Symetria światłowodu i, w konsekwencji, pola EM pozwala na uproszczenie układu liniowych równań własnych (85–87). Uproszczony układ równań składa się, dla modów S, z czterech równań dla każdego $m > 0$ i dwóch równań dla $m = 0$, każde równanie o dwóch rozwiązaniach. Jednomodowy światłowód czterordzeniowy propaguje następującą liczbę modów (reszta wskaźników modowych jest analogiczna do

modów S: 1) dwie grupy po dwa mody S – 2×2 S^x nazywane S^{+x}, S^{-x}, oraz S^y – S^{+y}, S^{-y}; 2) dwie grupy modów, 2×2 mody A – A^x (A^{+x}, A^{-x}), A^y (A^{+y}, A^{-y}); 3) dwie grupy modów 2×2 SA – SA^x (SA^{+x}, SA^{-x}), SA^y (SA^{-y}, SA^{+y}); 4) dwie grupy modów AS – AS^x (AS^{+x}, AS^{-x}), AS^y (AS^{-y}, AS^{+y}); 5) dwie grupy po osiem modów trzyindeksowych, np. trzyindeksowe mody X – SAA^{+x}, ASS^{+x}, SAS^{+x}, ASA^{+x}, SAA^{-x} itd.

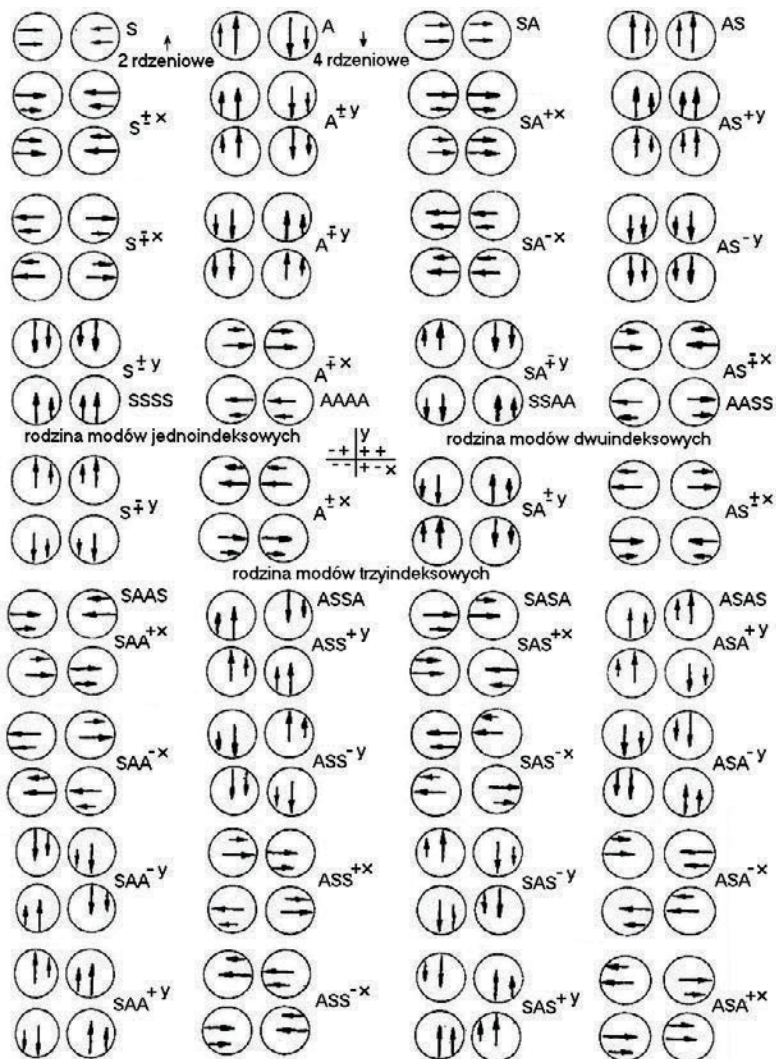
Rozwiązując uproszczony i poprawnie przerwany w rozwinięciu funkcyjnym, układ równań własnych dla każdej podgrupy modów, otrzymuje się indywidualne modowe stałe propagacji (rys. 27) i rozkład pola dla każdego rodzaju [407]. Brak symetrii cylindrycznej w rozkładzie pola światłowodu czterordzeniowego skutkuje rozbitiem (dyskretnym rozszerzeniem) konwencjonalnego modu podstawowego LP światłowodu cylindrycznego w mody podstawowe SA szybsze i wolniejsze od LP_{01y}, lub HE₁₁ (o większych i mniejszych stałych propagacji). Zjawisko to dotyczy także modów wyższego rzędu. Mody SA podlegają degeneracji w mod HE₁₁(LP₀₁) dla parametru separacji rdzeniowej $d \approx 0$. Stopień separacji modowej wzrasta, gdy separacja rdzeni maleje, w zakresie $d \approx a$. Dla $d \gg a$ mody w indywidualnych rdzeniach stają się niezależne, niesprężone. Wyłącznie rodzaje SA₁^x oraz AS₁^y (w sumie 4 rodzaje) nie mają odcięcia (tzn. mają teoretyczne odcięcie dla $V = 0$). Pozostałe mody podstawowe mają niewielkie niezerowe wartości częstotliwości znormalizowanej odcięcia, jednak znacznie mniejsze niż $V = 2,4$ dla przypadku światłowodu jednorodzeniowego cylindrycznego. Obliczono [407], że trzyindeksowa rodzina modów podstawowych ma odcięcie dla $V \approx 0,9$. Jednoindeksowa rodzina modów podstawowych ma odcięcie dla $V \approx 1$. Dwuindeksowe rodziny modów podstawowych SA^y, AS^x mają częstotliwość odcięcia dla $V \approx 1,5$. W podanej notacji modów podstawowych pominięto dla uproszczenia liczby modowe, azymutalną i radialną, tzn. mod podstawowy dwuindeksowy SA^y powinien być zapisany w pełnej notacji jako SA₁₁^{+y}, SA₁₁^{-y} i podobnie dla innych modów podstawowych, a następnie rodzajów wyższego rzędu. W sumie światłowód czterordzeniowy ma 32 nietrywialne mody podstawowe sprężone i niesprężone. Mody sprężone, tworzące np. pojedynczą wiązkę promieniowania w polu dalekim, nazywane są supermodem. Supermod może promieniować tylko z jednego rdzenia, dwóch rdzeni lub trzech rdzeni.

Zakładamy początkowo, że wszystkie rdzenie są, na płaszczyźnie wejściowej światłowodu czterordzeniowego, pobudzone jednakowo, synfazowo falą płaską z jednego źródła koherentnego. Po pewnej długości propagacji w światłowodzie, równej praktycznie wielokrotności drogi dudnienia (ekstremalnej wymiany mocy), specyficznej dla danego rodzaju modu podstawowego sprężonego, otrzymuje się obraz pola modowego, gdzie np. dwa rdzenie są jasne, a dwa ciemne. Cała moc optyczna, w tym przekroju poprzecznym światłowodu czterordzeniowego, dla $L = L_{B,i,j,SA,x}$. Propaguje się wyłącznie w dwóch rdzeniach, np. z antysymetrycznymi amplitudami pola. Zakładając światłowód bezstratny, amplituda pola w tych dwóch rdzeniach jest podwójna kosztem rdzeni czarnych (niepobudzonych, dla tego przekroju światłowodu niepropagujących mocy optycznej). W taki sam sposób można otrzymać inne obrazy pól modowych dla rodzajów podstawowych sprężonych, mających jeden, dwa i trzy rdzenie czarne dla pewnego

Tabela 4. Niesprężone i sprężone rodzaje podstawowe w jednomodowym światłowodzie czterordzeniowym o kwadratowym rozkładzie jednakowych rdzeni we wspólnym płaszczu [406, 407]. Klucz do wartości pola: o – maksymalna wartość pola, x – minimalna wartość pola, $:$ – zerowa wartość pola. Symetria pola modów SA jest rozważana względem kartezjańskiego układu współrzędnych o zerze w osi światłowodu i osiach X , Y . Skrócone nazwy modów z podkreśleniem oznaczają mody sprężone. Symbol $oo|oo$, $xx|xx$, itp. należy odczytywać jako rozkład wartości pola w układzie rdzeni 1,2|3,4. Komutacja wzoru modowego jest prawoskrętna

Table 4. Fundamental modes, noncoupled and coupled, in quadruple core, single mode optical fiber

#	Nazwa modowa, grupa lub podgrupa modów podstawowych	Symbol modu	Skrócony symbol modu	Liczba modów grupy	Rozkład pola modowego w rdzeniach		Uwagi, komentarz	
1	Symetryczny	SSSS	S	1	$oo oo$	$xx xx$	Mody niesprężone; Podstawowy rozkład pola przy pobudzeniu wszystkich rdzeni	
2	Symetryczny-Antysymetryczny	SSAA	SA	1	$ox ox$	$xo x$		
3	Antysymetryczny-Symetryczny	AASS	AS	1	$oo xx$	$xx oo$		
4	Antysymetryczny	AAAA	A	1	$ox x$	$xo ox$		
5	Symetryczny SA	SASA	SAS	4	$ox oo$	$xo xx$	Sprężone mody bliźniaczordzeniowe	
	Symetryczny AS	ASSA	ASS		$xo oo$	$ox xx$		
	Antysymetryczny AS	ASAS	ASA		$oo x$	$xx ox$		
	Antysymetryczny SA	SAAS	SAA		$oo ox$	$xx x$		
6	Sprężony Symetryczny SA	S+SA	<u>SSA</u>	12	$o o$	$:o o$	Sprężone mody bliźniaczordzeniowe	
					$x x$	$:x x$		
					$SAS+SAA$, $ASA+ASS$			
	Sprężony Antysymetryczny AS	A+AS	<u>AAS</u>		$:o o$	$o x$		
	Sprężony Symetryczny AS	S+AS	<u>SAS</u>		$:: oo$	$oo ::$		
					$SAS+ASS$, $ASA+SAA$			
	Sprężony Antysymetryczny SA	A+SA	<u>ASA</u>		$ox :$	$:: ox$		
	Sprężony Symetryczny Antysymetryczny	S+A	<u>SA</u>		$:o o$	$o :o$		
			$SAA+ASS$, $ASA+SAS$					
	Sprężony Antysymetryczny Symetryczny SA	SA+AS	<u>ASSA</u> lub <u>SAAS</u>	$o x$	$:o x$			
7	Sprężony Symetryczny SAS	S+SASA	<u>SSAS</u>	8	$:o :$	$o oo$	Sprężone mody jednorodzeniowe i trójrdzeniowe; Komutacja rozkładu pola lewoskrętna	
	Sprężony Symetryczny ASS	S+ASSA	<u>SASS</u>		$:x :$	$x xx$		
	Sprężony Symetryczny ASA	S+ASAS	<u>SASA</u>		$o :$	$:o oo$		
	Sprężony Symetryczny SAA	S+SAAS	<u>SSAA</u>		$:: o$	$oo o$		
	Sprężony Antysymetryczny SAS	A+SAS	<u>ASAS</u>	4	$:: o$	$ox o$	Komutacja rozkładu pola lewoskrętna	
	Sprężony Antysymetryczny ASS	A+ASS	<u>AASS</u>		$:: o$	$xo o$		
	Sprężony Antysymetryczny ASA	A+ASA	<u>ASAA</u>		$:o :$	$o x$		
	Sprężony Antysymetryczny SAA	A+SAA	<u>ASAA</u>		$o :$	$o ox$		
	Spręż. Symetryczny Antysymetryczny SAS	SA+SAS		8	$:: o$	$ox o$	Komutacja międzyrdzeniowego wzoru modowego prawoskrętna	
	Spręż. Symetryczny Antysymetryczny ASS	SA+ASS			$:: o$	$xo o$		
	Spręż. Symetryczny Antysymetryczny ASA	SA+ASA			$o :$	$:o x$		
	Spręż. Symetryczny Antysymetryczny SAA	SA+SAA			$:o :$	$o ox$		
	Spręż. Antysymetryczny Symetryczny SAS	AS+SAS		4	$o :$	$:x oo$	Komutacja międzyrdzeniowego wzoru modowego prawoskrętna	
	Spręż. Antysymetryczny Symetryczny ASS	AS+ASS			$:o :$	$x oo$		
Spręż. Antysymetryczny Symetryczny ASA	AS+ASA		$:: o$		$oo x$			
Spręż. Antysymetryczny Symetryczny SAA	AS+SAA		$:: o$		$oo x$			
				$:: x$	$xx o$			



Rys. 28. Symboliczna prezentacja rozkładu poprzecznego pola \mathbf{H} w modach podstawowych SA światłowódów dwurdzeniowych (pierwsza linijka) i czterurdzeniowych (pozostałe) o kwadratowym rozkładzie identycznych rdzeni. Niesymetria pola względem źródłowego modu podstawowego HE_{11} jest na tych rysunkach przesadzona, w celu pokazania wpływu sprzężenia mocy optycznej w sąsiadujących rdzeniach. Sprzężenie, tutaj zakładane jako słabe, wpływa na rozkład pola w przekroju poprzecznym światłowodu przez przesunięcie pól, w indywidualnych rdzeniach, względem osi włókna, odpowiednio do wewnątrz lub na zewnątrz włókna, ale całkowicie symetrycznie.

Rodzina trzyindeksowa modów SA, wykazuje niewielkie niesymetrie w rozkładzie pola.

Nie wszystkie plamki modowe dla tej rodziny są jednakowo odległe od osi światłowodu

Fig. 28. Symbolic representation of the fundamental supermodes (coupled) in a twin core (first line) and quadruple core optical fiber

przekroju poprzecznego światłowodu. Mówimy, że reszta rdzeni jest biała, tzn. propaguje swoją niezerową część mocy optycznej pobudzającej światłowód. W polu dalekim można doprowadzić do sytuacji, gdzie supermod podstawowy wygląda jakby był promieniowany z jednego rdzenia umieszczonego na osi światłowodu.

Obliczona konfiguracja modów podstawowych sprzężonych pokazuje, że czarne rdzenie mogą być rotowane wzdłuż światłowodu, zgodnie z ruchem wskazówek zegara lub przeciwnie, co narzuca dla danej rodziny modów sprzężonych konieczność zapisu dodatkową binarną liczbą modową rotacji czarnego rdzenia. Układ rdzeni czarnych i białych ma charakter dualny, więc w przypadku rodziny modów sprzężonych o trzech rdzeniach czarnych i jednym białym, mówimy raczej o rotacji sygnału białego pomiędzy rdzeniami, wzdłuż światłowodu wielordzeniowego. Analogicznie, rotacji podlega sygnał czarny wzdłuż światłowodu.

W tabeli 4 przedstawiono zbiór wszystkich modów podstawowych, niesprzężonych i sprzężonych, SA światłowodu czterordzeniowego, o kwadratowym rozkładzie jednakowych rdzeni. Na rysunku 28 przedstawiono schematycznie reprezentacje poprzecznego rozkładu pola H modów podstawowych SA, nazywanych fundamentalnymi wzorami pola rdzeniowego. Na początku dodano, dla porównania, wzory pola modów SA światłowodu dwurdzeniowego, bliźniaczordzeniowego (homordzeniowego). Z obliczonych rozkładów pola podstawowych modów niesprzężonych można jednoznacznie przewidzieć rodziny modów sprzężonych z jednym, dwoma i trzema rdzeniami czarnymi. Zaproponowany model rodzajów SA [407] jednoznacznie opisuje zachowanie modowe jednomodowego światłowodu czterordzeniowego o kwadratowym układzie rdzeni w płaszczu. Rozkład pola modowego z jednym czarnym rdzeniem jest kombinacją następujących modów podstawowych: S+SAS, S+ASS, S+ASA, S+SAA, S+SAS, S+ASS, A+ASA, A+SAA, SA+SAS, SA+ASS, SA+ASA, SA+SAA, AS+SAS, AS+ASS, AS+ASA, AS+SAA. Dwa czarne rdzenie są wynikiem interferencji pól modowych pomiędzy: S+SA, S+AS, A+SA, A+AS, S+A, SA+AS. Trzy czarne rdzenie dla modów podstawowych powstają podczas koherentnego sumowania: S+SAS, S+ASS, S+SAA (tabela 4).

Dla modów symetrycznych niesprzężonych i sprzężonych, sekwencja komutacji pojedynczego rdzenia czarnego, o symbolu modowym $:o|oo$, tj. sprzężony symetryczny mod podstawowy trzyrdzeniowy, jest następująca: SASA, SSAA, SSAS, SASS, SASA. Komutacja pary rdzeni czarnych/białych, gdy tylko jeden rdzeń jest przełączany w jednym okresie drogi dudnienia L_B , tj. sprzężony mod podstawowy dwurdzeniowy o symbolu rozkładu pola $oo|::$, zachodzi dla sekwencji modów: SSA(SAS+SAA), SA(SAA+ASS), SAS(ASA+SAA), SA(ASA+SAS), SSA(ASA+ASS), SA(SAA+ASS), SAS(SAS+ASS). Jednoczesna komutacja dwóch rdzeni zachodzi dla sekwencji modowej: SA(od SAA+ASS do ASA+SAS) lub SAS(od SAS+ASS do ASA+SAA) itd. Komutacja prawoskrętna (zgodnie z ruchem wskazówek zegara) pojedynczego rdzenia białego zachodzi dla następującej sekwencji sprzężonych modów podstawowych pięcioindeksowych: SAASA, SASAA, SASAS, SAASS. Komutacja lewoskrętna po-

jedyńczego rdzenia białego zachodzi dla następującej sekwencji sprzężonych modów podstawowych czteroindeksowych: SASS, SASA, SSAA, SSAS.

Prawoskrętna komutacja pojedynczego czarnego rdzenia dla sprzężonych modów antysymetrycznych, o symbolu $:o|ox$, występuje dla sekwencji: ASAA, AASA, AASS, ASAS. Rodzaj sprzężony jednordzeniowy, czteroindeksowy, antysymetryczny A nie może być w praktyce odróżniony od innej kombinacji modów S oraz AS/SA, prowadzących do rodzajów jednordzeniowych. Sekwencją dla prawoskrętnej komutacji antysymetrycznej pojedynczego białego rdzenia jest: ASAA, AASA, AASS, ASAS. Zwraca uwagę ta sama sukcesja modowa, co w przypadku komutacji pojedynczego rdzenia czarnego.

W praktyce laboratoryjnej mody AS od SA i trzyindeksowych symetrycznych SA rozpoznaje się po szczegółach niesymetrii rozkładu pola. Fotografie pola bliskiego modów SAS, ASS, ASA, SAA oraz symboliczne rozkłady pola dla modów podstawowych i wyższego rzędu przedstawiono w [407]. Pola modowe są najbardziej symetryczne kwadratowo dla rodziny modów dwuindeksowych AA, SS, SA i AS. Maksyma pól w indywidualnych rdzeniach są przesunięte nieco na zewnątrz lub do wewnątrz względem osi długiej światłowodu. Rodzina modów trzyindeksowych SAA, ASS, SAS, ASA ma wbudowane niesymetrie rozkładu pól, które można przewidzieć teoretycznie z rozwiązania równań (85)–(87). Niesymetrie wynikają z niejednakowych przesunięć maksymalnych wartości pól w różnych rdzeniach. Mody symetryczne antysymetryczne SA/AS mają rozsunięcie maksimum na zewnątrz względem jednej z płaszczyzn wyznaczonych osią włókna Z i osią X lub Y. Mody podstawowe symetryczne SA, SAS, a także inne mody trzyindeksowe ASS, ASA, SAA mają w obrazie pola bliskiego wyraźną separację, np. na zewnątrz jednego z rdzeni.

W światłowodzie czterordzeniowym o kwadratowym rozkładzie identycznych rdzeni możliwe jest, zgodnie z rozwiązaniem równania własnego (85)–(87), rozprzeźnienie się drugiego kompletu modów SA o osiach symetrii dla układu kartezjańskiego rotowanego o 45° względem układu XY z rysunku 28. Rozkłady pól, względem przedstawionych na rysunku 28, są rotowane o 45° i mówimy wówczas o geometrii diamentowej. Na przykład wektory pola H we wszystkich rdzeniach, dla modu SS diamentowego, wskazują na oś długą światłowodu, lub wszystkie skierowane są od osi na zewnątrz włókna.

Mody wyższego rzędu badanego światłowodu czterordzeniowego dzielą się także na rodzinę niesprzężoną i sprzężoną. Dla rodziny dwuindeksowej oznaczamy je jako: SS2, SS3, SS4, ..., AA2, AS2, SA2, ..., itd. oraz dodatkowo TM_{01} , TE_{01} . Mody wyższego rzędu TM, TE, HE można przedstawić jako sprzężone mody SA: $TM_{01} = AA2-AA3$, $TE_{01} = SS2+SS3$, $HE_{21}^o = AA2+AA3$, $HE_{21}^e = SS2-SS3$. Mod podstawowy HE_{11} jest przedstawiany jako kombinacja następujących modów SA: $HE_{11} = AS1 = AA1$ lub $(AS1-AA1, SA1+SS1, SA1-SS1)$.

15. PODSUMOWANIE

Technikę światłowodową można umownie podzielić na optotelekomunikację [45, 54] oraz technikę światłowodów niatelekomunikacyjnych [85, 356–361]. W ramach optotelekomunikacji prowadzone są prace podstawowe i rozwojowe nad nowymi generacjami ultraniskostratnych, odpornych na nieliniowość i skompensowanych dyspersyjnie światłowodów telekomunikacyjnych, a także nad optymalizacją obecnie stosowanych światłowodów systemowych [152]. Natomiast światłowody niatelekomunikacyjne, nazywane tutaj kształtowanymi, ze względu na bardziej złożoną technologię ich wytwarzania niż klasycznych włókien optycznych CVD są badane pod kątem zastosowań instrumentalnych w telekomunikacji i poza nią, jako elementy funkcjonalne – o niewielkich długościach w porównaniu z optycznym torem teletransmisyjnym, a także w fotonicznych systemach przetwarzania informacji – hybrydowych układach optoelektroniki zintegrowanej i czujnikach światłowodowych [2, 3].

Światłowody kształtowane wytwarzane są metodami pręt–rura, ekstruzji, tygłowymi, hybrydowymi, jak również metodą modyfikowaną metodą CVD [1], która w porównaniu z klasyczną metodą CVD musi zawierać kilka dodatkowych etapów procesu technologicznego, np. niesymetryczne trawienie gazowe lub szlifowanie preformy, ze względu na konieczność wbudowania w strukturę wewnętrzną światłowodu dodatkowych właściwości geometrycznych, refrakcyjnych, mechaniczno-termicznych i innych. Metoda CVD, a także jej modyfikacje hybrydowe z etapem pręt–rura, jest wykorzystywana do wytwarzania światłowodów telekomunikacyjnych i kształtowanych w ośrodku lubelskim na UMCS [286]. Badane w niniejszej pracy światłowody wytwarzano modyfikowaną metodą wielotyglową MMC [358, 376], mozaikową [398], pręt–rura i metodami złożonymi z poprzednich [374]. Metody te i niektóre rodzaje produkowanych za ich pomocą światłowodów są dostępne w ITME i na Politechnice Białostockiej.

W kilku przypadkach, np. dla światłowodów typu HB, możliwe było bezpośrednie porównanie właściwości analogicznych światłowodów kształtowanych wytworzonych obydwoma konkurencyjnymi grupami metod CVD i MMC/RiT. Takie porównanie między technologiami prezentowane jest w literaturze relatywnie rzadko. W dalszej części jako podsumowanie, zebrano najważniejsze cechy charakterystyczne prezentowanych w pracy światłowodów niatelekomunikacyjnych.

Podstawowym parametrem optycznym każdego światłowodu jest, obok wielkości liczbowej, jaką jest apertura numeryczna, czy refrakcja różnicowa bezwzględna Δn lub względna Δ , parametr funkcyjny – jakim jest profil refrakcyjny $n(r)$ lub $n(r, \theta)$. Profil refrakcyjny decyduje o wszystkich właściwościach sygnałowych oraz o znacznej części właściwości wrażliwościowych światłowodu. Podstawowym zagadnieniem technologicznym, którego przykładowe rozwiązania pokazano, jest umiejętność efektywnego tworzenia szczegółów kształtu funkcji profilu refrakcyjnego w jak najszer-

szym zakresie przy dobrej jakości mechanicznej włókna [408, 409]. W światłowodach kształtowanych można wyróżnić kilka klas funkcji profilu refrakcyjnego (niektóre są analogiczne do klas dla światłowodów telekomunikacyjnych), jak: skokowe i gradientowe, schodkowe monotoniczne i niemonotoniczne – w tym tzw. klasy W i M, pierścieniowe i wielopierścieniowe, kapilarne, izotropowe i anizotropowe, dwójłomne, polaryzujące, jednoargumentowe $n(r)$ i dwuargumentowe $n(r, \theta)$ zależne od azymutu.

Światłowody o odległych profilach refrakcyjnych różnią się wszystkim: średnicą pola modowego, a więc np. zdolnością sprzęgania czołami, wrażliwością na mikro-zgięcia, strukturą modową, w tym odcięciem modowym i charakterem modu podstawowego. W ogólnym przypadku nie musi to być mod HE_{11} . Z potencjalnie bardzo szerokiej rodziny światłowodów kształtowanych o złożonej refrakcji wybrano do zaprezentowania w niniejszej pracy gradientowe włókna schodkowe monotoniczne i mniemonotoniczne oraz włókna pierścieniowe. Porównanie charakterystyk światłowodów klasycznych (rys. 1, 2) oraz światłowodów złożonych refrakcyjnie (rys. 3, 4) pokazuje przykład np. zakresu wprowadzanych zmian modowych. Wprowadzenie złożonego profilu w światłowodzie telekomunikacyjnym ma na celu odpowiednią optymalizację dyspersji (zerowanie punktowe lub wielopunktowe, spłaszczenie, przesunięcie, zmiana wartości wyższej pochodnej dyspersji itp.) oraz znieczulenie światłowodu na mikro-zgięcia. W światłowodzie kształtowanim, oprócz analogicznych celów ma np. apodyzacje elementu fonicznego, dopasowanie refrakcyjne do planarnego układu optyki zintegrowanej, ale główne zadanie to ukształtowanie pożądanej struktury modowej, tzn. takich związanych z tym parametrów, jak: zależność średnicy pola modowego od częstotliwości znormalizowanej, dokładny dobór punktu odcięcia, kształtowanie charakterystyki pola dalekiego, charakterystyki sprzężenia z innym włóknem optycznym itp.

Jedną z fundamentalnych klas światłowodów kształtowanych są włókna optyczne anizotropowe. Wśród tych włókien najszerze zainteresowanie, ze względu na możliwość wytworzenia i zastosowania, wzbudziły światłowody silnie dwójłomne o dwójłomności liniowej wprowadzanej do wnętrza światłowodu przez płaszczyznowy rozkład naprężeń [6]. Światłowody te przeznaczone są do zastosowań telekomunikacyjnych, telemetrycznych i czujnikowych jako utrzymujące stan polaryzacji lub jednopolarizacyjne tory transmisyjne i polaryzujące elementy funkcjonalne; są wytwarzane głównie modyfikowaną metodą CVD [19] lub metodą pręt–rura. Światłowody dwójłomne MMC wytwarzano w kraju także metodą hybrydową MMC o następujących parametrach: dwójłomność znormalizowana $B \approx 5 \cdot 10^{-4}$, wrażliwość dwójłomności na oddziaływania zewnętrzne, np. termiczne i mechaniczne $dB/dT \approx 7[\text{rad}/\text{m}/^\circ\text{C}]$, $dB/d\varepsilon \approx 100[\text{rad}/\text{mm}]$. Parametry te są porównywalne do parametrów światłowodów wytwarzanych metodą CVD. Ze światłowodów liniowo dwójłomnych można, przez permanentną dyskryminację wrażliwszego na działanie zewnętrzne polaryzantu, zbudować całkowicie światłowodowy polaryzator [8]. W liniowo dwójłomnym światłowodzie MMC uzyskano po-

ziom dyskryminacji polaryzacyjnej rzędu 60 dB. Zasadniczą różnicą pomiędzy obiema grupami światłowodów HB jest cena, znacznie niższa w przypadku włókien MMC.

Inne problemy, nie wszystkie zostały poruszone w pracy, to złożone zagadnienia łączenia (spawania) światłowodów kształtowanych ze szkiele wieloskładnikowych ze światłowodami wysokokrzemionkowymi. W badawczych układach laboratoryjnych lub aplikacyjnych konieczne jest dobrej jakości połączenie optyczne pomiędzy światłowodem transmisyjnym lub czujnikowym a światłowodem utrzymującym stan polaryzacji. Najlepszy jest niskostratny spaw, ale ze względu na duże różnice właściwości termicznych klas światłowodów CVD i MMC nie zawsze jest to możliwe.

Za pomocą wbudowania w światłowod takich struktur, jak rdzeń helikalny [28] lub rotację rdzenia liniowego światłowodu dwójłomnego [40], wprowadzana jest dwójłomność kołowa i eliptyczna. Metodą pręt–rura, w układzie nieosiowym, z zastosowaniem preformy MMC i mozaikowej wyciągano światłowody o spiralnym rdzeniu i skoku linii śrubowej ok. 1 mm oraz promieniu spirali od kilkudziesięciu do kilkuset μm . Dla średnicy spirali ok. 200 μm uzyskano znormalizowaną dwójłomność kołową rzędu $B \approx 10^{-3}$ i drogę dudnienia L_B rzędu 1 mm. Dla światłowodów pręt–rura z preformą MMC lub mozaikową uzyskano długość drogi dudnienia $L_B \approx 4$ mm. W analogicznym światłowodzie o polaryzacji liniowej droga dudnienia wynosiła ok. 1,5 mm.

Wśród światłowodów o rdzeniach niecylicydrycznych szczególne miejsce, ze względu na obecność naturalnej geometrycznej dwójłomności liniowej, zajmują jednomodowe światłowody eliptyczne [51], ewentualnie z dodatkowo wbudowaną liniową dwójłomnością naprężeniową dodającą się do dwójłomności geometrycznej [222]. Światłowody o rdzeniach eliptycznych (w skrócie nazywane eliptycznymi) są dobrze poznane teoretycznie, ale istnieją znaczne trudności z ich stabilnym powtarzalnym wytwarzaniem, dla ustalonych parametrów elipsy, szczególnie metodą CVD. Tutaj pokazano przykłady wytworzonych światłowodów eliptycznych wielomodowych i jednomodowych o różnych stopniach eliptyczności [252]. Zmierzone dwójłomność tych światłowodów i wrażliwość termiczną i naprężeniową dwójłomności. Porównano wyniki z wartościami pomiarowymi dla światłowodów typu HB. Dwójłomność liniową naturalną uzyskano na poziomie $B \approx 10^{-5}$. Jednak dla szczególnych, ekstremalnych wartości parametrów rdzenia (mała średnica) udało się podwyższyć tę wartość do poziomu $B \approx 10^{-4}$. Inną możliwością podwyższenia dwójłomności w jednomodowym światłowodzie eliptycznym jest zastosowanie heterogenicznego profilu refrakcyjnego, wprowadzającego zmienność stałej zaniku pola (argumentu funkcji Bessela $K(w)$) w zależności od kierunku w rdzeniu. Granicznym przypadkiem rdzenia eliptycznego jest rdzeń paskowy.

Światłowody dziurawe dzielimy na kilka podstawowych klas: z makrootworami [47], z mikrootworami [249] i porowate. Światłowody z mikrootworami dzielimy na struktury refrakcyjne – periodyczne i nieperiodyczne oraz wyłącznie periodyczne – z fotoniczną przerwą zabronioną. Powstają nowe struktury światłowodowe z nano-otworami [295, 297–302], gdzie przewiduje się umieszczenie znacznej części pola EM

podstawowego modu prowadzonego w powietrzu. Dla światłowodu o powietrznym makrokanale D, wypełnionym metalem [46], uzyskano izolację polaryzacyjną w zakresie 30–70 dB, w zależności od długości fali przy stratach wtarcenia rzędu pojedynczych decybeli. Dla światłowodów jednomodowych z mikrootworami uzyskano pomiarową zmienność średnicy modu podstawowego w niespotykanych dla innych rozwiązań światłowodów, granicach prawie trzech rzędów wielkości.

Światłowody nieliniowe, bazujące na klasycznych telekomunikacyjnych włóknach optycznych były przedmiotem zainteresowania badawczego od początku rozwoju techniki światłowodowej [136–138]. Zainteresowanie wiązało się z kilkoma przyczynami: niespotykaniem długą, dla optycznych rozwiązań objętościowych, drogą oddziaływania; stosunkowo niskim poziomem mocy progowej, także w porównaniu z rozwiązaniami objętościowymi, możliwością wykorzystania zjawisk nieliniowych w światłowodzie do budowy elementów funkcjonalnych, jak przesuwniki, dzielniki i mnożniki częstotliwości, wzmacniacze ramanowskie, elementy nieodwracalne itp. Odmierna grupa przyczyn zainteresowania zjawiskami nieliniowymi w światłowodach wiąże się z potencjalnym ich występowaniem, szczególnie SRB i SRR oraz mieszania czterofotonowego, w torach telekomunikacyjnych [139, 145, 148, 152, 164, 167, 169]. Zmiana materiału ze szkła wysokokrzemionkowego na szkło wieloskładnikowe i światłowodu na kształtowany może prowadzić, przy odpowiednich parametrach światłowodu, wysokiej aperturze numerycznej i niewielkiej średnicy rdzenia (niewielkiej średnicy modu podstawowego), do dalszego znacznego obniżenia poziomu progę zjawisk nieliniowych w światłowodzie. Szczególne nadzieje związane są z odpowiednią konstrukcją światłowodów dziurawych z mikrootworami [298]. Dla teoretycznych, optymalnych struktur dziurawych, dla zastosowań nieliniowych obliczono, że poziom mocy progowej może zostać obniżony dziesięciokrotnie w porównaniu z klasycznym, przesuniętym dyspersyjnie, światłowodem telekomunikacyjnym o małym rdzeniu.

Podstawowym mechanizmem rozwoju światłowodów aktywnych, domieszkowanych jonami ziem rzadkich, jest telekomunikacja [117, 121, 133]. W tym zakresie prowadzone są prace nad budową wzmacniaczy dla pasma długofalowego XL i XXL, obejmującego zakres do 1700 nm. Dla zastosowań poza telekomunikacją, np. telemetrycznych, czujnikowych wytwarzane są światłowody aktywne z innych materiałów domieszkowane ziemiemi rzadkimi, jak polimery [95], szkła wieloskładnikowe, szkła IR, np. fluorowe cyrkonowe, lub przeciwnie bezcyrkonowe. Z takich włókien budowane są systemy wzmacniaczy i laserowe pracujące w pasmach 2–20 μm .

Światłowody heteromateriałowe obejmują przykładowo następujące grupy włókien optycznych: z ciekłym rdzeniem [61], z ciekłokrystalicznym rdzeniem lub płaszczem [71, 81], ze szklanym rdzeniem i polimerowym płaszczem [60, 67], porowate lub dziurawe impregnowane polimerem [103], z czystym krzemionkowym płaszczem i wieloskładnikowym rdzeniem [410], z ceramicznym płaszczem [382]. Łączenie odmiennych pod względem właściwości optycznych i innych fizykochemicznych materiałów w jednej strukturze światłowodu włóknowego prowadzi do dalszego rozszerze-

nia zakresu charakterystyk sygnałowych i wrażliwościowych. W pracy przedstawiono wybrane dane niektórych z takich rodzajów światłowodów heteromateriałowych.

Światłowodowy o zmienianym kształcie zewnętrznym, np. modulowane, niesymetryczne, przewężane [275, 71, 241] są w zasadzie równoważne światłowodom o odpowiednio zmiennej wzdłuż długości włókna, aperturze i profilowi refrakcyjnemu. Typowe przewężenie światłowodowe, działające jako sprzęgacz lub czujnik z polem zanikającym, jest na pewnym odcinku światłowodem jednomodowym o zmiennej średnicy pola modu, a następnie na pewnym odcinku światłowodem wielomodowym lub jednomodowym bezpłaszczywym. Włókna optyczne ze szkieł wieloskładnikowych umożliwiają budowę zarówno sprzęgaczy klasycznych 3dB dla wybranego pasma falowego, jak i złożonych przewężeń heteroprofilowych o bardzo niesymetrycznych charakterystykach sprzężenia [411–415]. Przewężenia wykorzystywane są także jako elementy składowe do budowy bardziej złożonych podzespołów np. zawierających światłowodowe filtry Bragga.

Podobnie jak w przypadku światłowodów aktywnych, światłowodowy z siatką Bragga są przeznaczone głównie dla telekomunikacyjnych systemów DWDM [246–283]. Dostępne są także światłowodowy z siatkami dyfrakcyjnymi do zastosowań nietelekomunikacyjnych, np. dla fotonicznych systemów czujnikowych. Większość siatek wykonuje się na światłowodach CVD, ale ostatnio także na światłowodach ze szkieł IR i światłowodach polimerowych. Testowane są coraz liczniejsze rozwiązania urządzeń funkcjonalnych, poza telekomunikacją, gdzie siatka światłowodowa pełni rolę selektywnego filtra, elementu rozpraszającego w ściśle określonym kierunku, kompensatora dyspersji, konwertera modowego itp. Światłowodowy z siatkami braggowskimi, obok światłowodów aktywnych, stały się podstawowym elementem funkcjonalnym współczesnej techniki światłowodowej, szczególnie jako filtry.

Wielomodowe, gradientowe światłowodowy plastikowe [86–103] w sensie sygnałowym, podobne do wielomodowych szklanych światłowodów wielomodowych, różnią się od nich elastycznością, sposobem łączenia i zestawiania lokalnego układu transmisyjnego. Te różnice są na tyle atrakcyjne, że prowadzone są badania nad rozwojem tych światłowodów. Obecnie podstawowe problemy badawcze w zakresie transmisji wielomodowej związane są ze stabilizacją technologii otrzymywania założonego optymalnego gradientowego profilu refrakcyjnego i budową światłowodów strukturalnych – także jednomodowych, o bardzo dużej powierzchni efektywnej. W zakresie transmisji obrazu prace są prowadzone nad zwiększeniem kontrastu i rozdzielczości oraz obniżeniem ceny obrazowódów jednorazowego użytku do zastosowań technicznych, ale głównie medycznych [397, 399].

Światłowodowy uczulane lub znieczulane technologicznie [400, 416] stanowią grupę włókien optycznych projektowanych dla konkretnego zastosowania. Światłowodowy o płaszczu czułym na oddziaływanie pola elektrycznego projektowane są do budowy fotonicznych czujników wielkości elektrycznych. Można wyróżnić wśród tego typu światłowodów następujące grupy: światłowodowy uczulane przez integrację z włóknem

szklanym wrażliwego pokrycia, uczulane przez dobór różnicowych charakterystyk pomiędzy rdzeniem i płaszczem, dobór materiału światłowodu do zastosowania oraz przez ingerencję technologiczną w wewnętrzną strukturę włókna.

Światłowody wielordzeniowe [210, 211, 240] są jednym z podstawowych rodzajów włókien kształtowanych, wymagających zastosowania stosunkowo złożonej technologii i raczej nie przeznaczonych do długodystansowej transmisji sygnału. W pewnych zastosowaniach transmisyjno-czujnikowych światłowody dwurdzeniowe, ze względu na koszty i trudności technologiczne, były nawet eliminowane przez światłowody dwumodowe [74, 114, 173–184], tj. na ogół światłowody klasyczne pracujące w warunkach dwumodowych (HE_{11} i EH_{01} lub LP_{11} i LP_{01}). Ze względu na opanowanie technologii wytwarzania i pomiarów światłowodów wielordzeniowych, w różnych odmianach [359, 406, 414], [406, 407, 419, 424], a także opanowania techniki laboratoryjnej operowania tymi światłowodami [418] i wytwarzania z nich elementów funkcjonalnych [419–421], ich zastosowania, uległy rozszerzeniu. W światłowodzie dwurdzeniowym, szczególnie bliźniaczordzeniowym głównie dla sprzęgaczy, pokazywano transmisję modów podstawowych sprzężonych [32, 188, 189, 211, 212, 239]. Podobnie sprzężoną transmisję modów podstawowych i generację supermodu uzyskano w światłowodzie wielordzeniowym (trzy- i czterokrotnym) [406, 407, 418].

Światłowody złożone [397–399, 425] są strukturami niemożliwymi do uzyskania metodą MCVD. Za pomocą metody hybrydowej RiT/MMC wytwarzano światłowody o bardzo złożonej strukturze wewnętrznej [103] lub o złożonych charakterystykach sygnałowych i wrażliwościowych [2].

PODZIĘKOWANIA

Autor serdecznie dziękuje prof. J. Doroszowi, doc. L. Kociszewskiemu, dr. R. Stępniewi, prof. W. Wójcikowi oraz śp. prof. J. Rayssowi i dr. J. Wójcikowi za kilkudziesięcioletnią współpracę w zakresie badań nad teorią i technologią światłowodów.

LITERATURA

- [1] Giallorenzi T.G., *Optical fiber sensor technology*, IEEE J. Quantum Electronics, Vol. QE-18, No. 4, 626–665, 1982.
- [2] Culshaw B., *Optical fibre sensing and signal processing*, Peregrinus, London, 1984.
- [3] Culshaw B., Dakin J., (ed.), *Optical fiber sensors*, Vol. 1, 2, Artech House, Boston, 1988, 1989.
- [4] Stolen H.R. et al., *Raman oscillations in glass optical waveguide*, Applied Physics Letters, Vol. 20, 62–64, 1972.
- [5] Smith R.G., *Optical power handling capacity of low loss optical fibers as determined by stimulated Raman and Brillouin scattering*, Applied Optics, Vol. 11, 2489–2494, 1972.
- [6] Okoshi T., Oyamoda K., *Single polarization single mode optical fibre with refractive index pits on both sides of the core*, Electronics Letters, Vol. 16, 712–713, 1980.
- [7] Rasleigh S.C., *Origins of polarization in single mode fibres*, J. Lightwave Technology, Vol. 1, 312–331, 1983.

- [8] Varnham M.P. et al., *Bend behaviour of polarizing optical fibers*, Electronics Letters, Vol. 19, 679–680, 1983.
- [9] Liaw C.Y., Zhou Y., Lam Y.L., *Characterization of an open-loop interferometric fiber-optic gyroscope with the Sagnac coil closed by an Erbium -doped fiber amplifier*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 12, 2385–2392, 1998.
- [10] Szafraniec B., Sanders G.A., *Theory of polarization evolution in interferometric fiber optic depolarized gyros*, IEEE JLT, Vol. 17, No. 4, 579–590, 1999.
- [11] Kersey A.D., Berkhof T.A., Morey W.W., *Fiber optic Bragg grating strain sensor with drift compensated high resolution interferometric wavelength shift detection*, Optics Letters, Vol. 18, 72–74, 1993.
- [12] Johlen D., Renner H., Ewald A., Brinkmeyer E., *Fiber Bragg grating Fabry-Perot interferometer for a precise measurement of the UV induced index change*, Proc. ECOC, Madrid, 393–394, 1998.
- [13] Simon A., Ulrich R., *Evolution of polarization along a single mode fiber*, Appl. Phys. Lett., Vol. 31, 517–520, 1977.
- [14] Norman S.R., Payne D.N., Adams M.J., Smith A.M., *Fabrication of single mode fibres exhibiting extremely low polarization birefringence*, Electronics Letters, Vol. 15, 309–311, 1979.
- [15] Ulrich R., *Polarization stabilization for single mode fiber*, Applied Physics Letters, Vol. 35, No. 11, 840–842, 1979.
- [16] Ulrich R. et al., *Polarisation optics of twisted single-mode optical fibers*, Applied Optics, Vol. 18, 2241–2251, 1979.
- [17] Barlow A.J., Payne D.N., Hadley M.R., Mansfield R.J., *Production of single mode fibres with negligible intrinsic birefringence and polarization mode dispersion*, Electronics Letters, Vol. 17, 725–726, 1981.
- [18] Payne D.N., Barlow A.J., Ramskov Hansen J.J., *Development of low and high birefringence optical fibres*, IEEE J. Quantum Electronics, Vol. 18, 477–488, 1982.
- [19] Birch R.D., Payne D.N., Varnham M.P., *Fabrication of polarization-maintaining fibres using gas-phase etching*, Electronics Letters, Vol. 18, 1036–1038, 1982.
- [20] Rashleigh S.C., *Origins of polarization in single mode fibres*, J. Lightwave Technology, Vol. 1, 312–331, 1983.
- [21] Varnham M.P., Payne D.N., Birch D.N., Tarbox E.J., *Single polarization operation of highly birefringent bow-tie optical fibres*, Electronics Letters, Vol. 19, 246–247, 1983.
- [22] Bohm K., Petermann K., Weidel E., *Performance of Lyot depolarizers with birefringent single mode fibers*, IEEE J. Lightwave Technology, Vol. 1, 71–74, 1983.
- [23] Varnham M.P., Payne D.N., Love J.D., *Fundamental limits to the transmission of linearly polarized light by birefringent optical fibres*, Electronics Letters, Vol. 20, 55–56, 1984.
- [24] Ross J.N., *The rotation of polarization in low birefringence monomode fibres due to geometric effects*, Optical and Quantum Electronics, Vol. 16, 455–461, 1984.
- [25] Varnham M.P., et al., *Coiled birefringent fiber polarizers*, Optics Letters, Vol. 9, 306–308, 1984.
- [26] Marrone M.J., Rasleigh S.C., Blaszyk P.E., *Polarization properties of birefringent fibres with stress rods in the cladding*, IEEE J. Lightwave Technology, Vol. 2, 155–160, 1984.
- [27] Stolen R.H., Pleibel W., Simpson J.R., *High birefringence fibers by preform deformation*, IEEE J. Lightwave Technology, Vol. 2, 639–641, 1985.
- [28] Varnham M.P., *Helical-core circularly-birefringent fibres*, Proceedings of IOOC/ECOC, Venezia, 135–138, 1985.
- [29] Saganuma H., Yokota H., Myogadani T., *Characteristics of low-loss low-crosstalk polarization-maintaining fibers*, Proc. OFC, Atlanta, 36–37, 1985.
- [30] Stolen R.H., *Polishing induced birefringence in single mode fibers*, Applied Optics, Vol. 25, No. 3, 344–347, 1986.

- [31] Birch R.D., *Fabrication and characterization of circularly-birefringent helical fibres*, *El. Lett.*, Vol. 23, 50–52, 1987.
- [32] Poole S.B., Payne D.N., *Special optical fibres*, *Proc. SPIE*, Vol. 734, 92–103, 1987.
- [33] Tsai K.H., Kim K.S., Morse T.F., *General solutions for stress induced polarization in optical fibers*, *IEEE J. Lightwave Technology*, Vol. 9, No. 1, 7–17, 1991.
- [34] Kim H.S., et al., *Polarization control of polarimetric fiber-laser sensors*, *Optics Letters*, Vol. 18, 1465–1467, 1993.
- [35] Zhang F., Lit J.W., *Temperature and strain sensitivity measurements of high birefringent polarization maintaining fibers*, *Applied Optics*, Vol. 32, 2213–2218, 1993.
- [36] Eftimov T.A., Bock W.J., *Analysis of the polarization behavior of hybrid modes in highly birefringent fibers*, *J. Lightwave Technology*, Vol. 16, No. 6, 998–1005, 1998.
- [37] Carena A., Curri V., Gaudino R., Poggiolini P., Benedetto S., *On the joint effect of fiber parametric gain and birefringence and their influence on ASE noise*, *J. Lightwave Technology*, Vol. 16, No. 7, 1149–1157, 1998.
- [38] Julian P.L., Vincent J.Z., Handerek A., Rogers A.J., *Polarization switching for distributed transverse stress sensing in optical fibers using the optical Kerr effect*, *J. Lightwave Technology*, Vol. 16, No. 12, 2378–2384, 1998.
- [39] Szafranec B., Sanders G.A., *Theory of polarization evolution in interferometric fiber optic depolarized gyros*, *IEEE JLT*, Vol. 17, No. 4, 579–590, 1999.
- [40] Schuh R.E., Shan X., Siddiqui A.S., *Polarization mode dispersion in spun fibers with different linear birefringence and spinning parameters*, *J. Lightwave Technology*, Vol. 16, No. 9, 1583–1588, 1999.
- [41] Guty F., Pitois S., Grellu P., Millot G., Thomson M.D., Dudley J.M., *Generation and characterization of 0,6 THz polarization domain-wall trains in an ultralow-birefringence spun fiber*, *Optics Letters*, Vol. 24, No. 20, 1389–1391, 1999.
- [42] Boyain A.R., Martinez L., Cruz J.L., Diez A., Andre M., *Low-frequency and high-frequency all-fiber modulators based on birefringence modulation*, *Applied Optics*, 6278–6283, 1999.
- [43] Someda C.G., Galtarossa A., *Theory of linearly birefringent fibers*, *Optics Letters*, Vol. 24, No. 23, 1690–1692, 1999.
- [44] Chen L., Bao X., *Polarization-dependent loss-induced pulse narrowing in birefringent optical fiber with finite differential group delay*, *J. Lightwave Technology*, Vol. 18, No. 5, 665–667, 2000.
- [45] Neumann E.G., *Single-Mode Fibers*, Springer, New York, 1992, 2004, 2009.
- [46] Millar C.A., Ainslie B.J., Brierley M.C., Craig S.P., *Fabrication and characterisation of D-fibers with a range of accurately controlled core/flat distances*, *Electronics Letters*, Vol. 22, 322–324, 1986.
- [47] Okoshi T., Oyamoda K., *Side tunnel fibre: an approach to polarization maintaining optical waveguiding scheme*, *Electronics Letters*, Vol. 18, 824–826, 1982.
- [48] Dabkiewicz P., *Fiber optic pressure sensor using birefringence side-hole fiber*, *Proc. SPIE*, Vol. 734, 233–238, 1987.
- [49] Schuh R.E., Shan X., Siddiqui A.S., *Polarization mode dispersion in spun fibers with different linear birefringence and spinning parameters*, *J. Lightwave Technology*, Vol. 16, No. 9, 1583–1588, 1999.
- [50] Dyott R.B., Bello J., Handrek V.A., *Indium coated D-shaped fiber polarizer*, *Optics Letters*, Vol. 12, 287–289, 1987.
- [51] Dyott R.B., *Elliptical Fiber Waveguides*, Artech House, London 1995.
- [52] Kim B.Y., et al, *Use of highly elliptical core fibers for two-mode fiber devices*, *Optics Letters*, Vol. 12, 729–731, 1987.
- [53] Blake J.N., Huang S.Y., Kim B.Y., Shaw H.J., *Strain effects on highly elliptical core two-mode fibers*, *Optics Letters*, Vol. 12, 732–734, 1987.
- [54] Izawa T., Sudo S., *Optical fibers - materials and fabrication*, KTK Scientific Publ., Tokyo, 1992.

- [55] Agrawal G.P., *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, Boston, 1995.
- [56] Mahlke G., Gossing P., *Fiber Optic Cables*, Wiley, New York, 1996.
- [57] Smith A.M., *Polarisation magneto-optical properties of single-mode optical fibres*, Appl. Opt., Vol. 17, 52–56, 1978.
- [58] Stolen R.H. et al., *Faraday rotation in highly birefringent optical fibers*, Applied Optics, Vol. 19, 842–848, 1980.
- [59] Dandridge A., Tveten A.B., Sigel G.H., West E.J., Giallorenzi T.G., *Optical fibre magnetic field sensors*, Electronic Letters, Vol. 16, 408–409, 1980.
- [60] Dobnalds L.J., French W.G., Mitchell W.C., Swineheart R.M., Wei T., *Electric field sensitive optical fiber using piezoelectric polymer coating*, Electronics Letters, Vol. 18, 327–328, 1982.
- [61] Hartog A.H., *A distributed temperature sensor based on liquid-core optical fibres*, JLT, Vol. 1, 498–503, 1983.
- [62] Nosou K., Rasleigh S.C., Taylor H.F., Weller J.F., *Acousto-optic phase modulators for single mode fibers*, Electronics Letters, Vol. 19, 605–607, 1983.
- [63] Nosou K., Rasleigh S.C., Taylor H.F., Weller J.F., *Acousto-optic frequency shifter for single mode fibers*, Electronics Letters, Vol. 19, 816–818, 1983.
- [64] DePaula R.P., Moore E.L., *Review of all-fibre phase and polarization modulators*, Proc. SPIE, Vol. 478, 3–11, 1984.
- [65] Risk W.P., Youngquist R.C., Kino G.S., Shaw H.J., *Acousto-optic frequency shifting in birefringent fiber*, Optics Letters, Vol. 9, 309–311, 1984.
- [66] Taylor H.F., *Bending effects in optical fibers*, IEEE J.Lightwave Technology, Vol. 2, 617–628, 1984.
- [67] Jarzyński J., *Frequency response of a single mode optical fiber phase modulator using a piezoelectric plastic jacket*, J. Applied Physics, Vol. 55, 3243–3250, 1984.
- [68] Blake J.N., et al., *Fiber optic modal coupler using periodic microbending*, Optics Letters, Vol. 11, 177–179, 1986.
- [69] Kim B.Y., et al., *All-fiber acousto-optic frequency shifter*, Optics Letters, Vol. 11, 389–391, 1986.
- [70] Carrara S.L., Kim B.Y., Shaw H.J., *Elasto-optic alignment of birefringent axes in polarization holding optical fiber*, Optics Letters, Vol. 11, No. 7, 470–472, 1986.
- [71] Vielleux C., *Liquid crystal clad taper fibers*, Optics Letters, Vol. 11, 733–735, 1986.
- [72] Li L. et al., *Current sensor using highly birefringent bow-tie fibres*, Electronics Letters, Vol. 22, 129–130, 1986.
- [73] Chen W.H., *Fiber optic frequency shifter using a grating acoustic scanner*, Optics Letters, Vol. 12, 930–932, 1987.
- [74] Park H.G. et al., *Optical Kerr switch using elliptical core two mode fiber*, Optics Letters, Vol. 13, 776–779, 1988.
- [75] Rogers A.J., *Optical fiber current measurement*, International Journal of Opto Electronics, Vol. 3, 391–402, 1988.
- [76] Davison A.S., White I.H., *Initial demonstration of a novel broadband amplifier using the Kerr effect in an optical fiber*, Optics Letters, Vol. 14, 802–805, 1989.
- [77] Chu W. et al., *Current sensing by mode coupling in fiber via the Faraday effect*, El. Lett, Vol. 27, 207–209, 1991.
- [78] Sevic J.F., Patterson D.B., *Non-invasive polarization eigenmode coupling in elliptical core optical fiber based on bulk-shear acoustic waves*, Optics Letters, Vol. 18, 2008–2011, 1993.
- [79] Cogkor I., Handerek V.A., Rogers A.J., *Distributed optical fiber sensor for spatial location of mode coupling by using the optical Kerr effect*, Optics Letters, Vol. 18, 705–708, 1993.
- [80] Woliński T. et al., *Propagacja światła w światłowodach ciekłokrystalicznych*, V Konferencja „Światłowody i ich Zastosowanie”, Białowieża, 287–293, 1998.

- [81] Proc. of SPIE, Vol. 3731, *Liquid crystal fibers*, Session 3, 108–121, 1998.
- [82] Jonos M., Xu W., Wong D., Inglis H., Fleming S., *Growth and decay of the electrooptic effect in thermally poled B/Ge codoped fiber*, IEEE JLT, Vol. 17, No. 6, 1037–1041, 1999.
- [83] Rose A.H. et al., *Optical fiber current sensor in high electric field*, JLT, Vol. 17, No. 6, 1042–1048, 1999.
- [84] Jacob-Poulin A.C., Vallee R., LaRochelle S., Faucher D., Atkins G.R., *Channel dropping filter based on a grating-frustrated two-core fiber*, J. Lightwave Technology, Vol. 18, No. 5, 715–720, 2000.
- [85] Romaniuk R., Dorosz J., *Przegląd materiałów dla techniki światłowodowej w średniej podczerwieni*, Szkło i Ceramika, Vol. XXXIV, nr 2, 49–55, 1983.
- [86] Emslie C., *Review: Polymer optical fibers*, J. Material Science, Vol. 23, 2281–2293, 1988.
- [87] Koike Y., Takezawa Y., Ohtsuka Y., *New interfacial gel copolymerization technique for steric GRIN polymer optical waveguides and lens arrays*, Applied Optics, Vol. 27, No. 3, 486–491, 1988.
- [88] Kaino T., *Polymers for lightwave and integrated optics*, Marcel Dekker, New York, 1992.
- [89] Ishigure T., Horibe A., Nihei E., Koike Y., *High Bandwidth high numerical aperture graded-index polymer optical fiber*, IEEE J. Lightwave Technology, Vol. 13, 1686–1691, 1995.
- [90] Suzuki F., *Novel plastic image transmitting fiber*, Proc. of SPIE, Vol. 1592, 150–157, 1991.
- [91] Peng G.D., Chu P.L., Xiong Z., Whitebread T.W., Chaplin R.P., *Dye-doped step-index polymer optical fiber for broadband optical amplification*, IEEE J. Lightwave Technology, Vol. 14, 2215–2223, 1996.
- [92] Proceedings of Plastic Optical Fiber Asia-Pacific Forum, 1996.
- [93] Proceedings of Int. Conf. on Plastic Optical Fibers and Applications, Kauai, HI, 1997.
- [94] Nihei E., Ishigure T., Tanio N., Koike Y., *Present prospect of graded-index plastic optical fiber in telecommunication*, IEICE Trans. Electron, Vol. E80-C, 117–122, 1997.
- [95] Dodabalapur A. et al., *Organic solid-state lasers: Past and future*, Science, Vol. 277, 1787–1788, 1997.
- [96] Shi R.F., Koeppen C., Jiang G., Wang J., Garito A.F., *Origin of high bandwidth performance of graded index plastic optical fibers*, Applied Physics Letters, Vol. 71, No. 25, 3625–3627, 1997.
- [97] Falciai R., Mignani A.G., Ciaccheri L., Cosi F., *Silica and plastic optical fibers with tapered core profile for enhanced evanescent wave absorption spectroscopy of liquids*, Proc. SPIE, Vol. 3278, 234–236, 1998.
- [98] Garito A.F. et al., *Effects of random perturbations in plastic optical fibers*, Science, Vol. 281, 962–967, 1998.
- [99] Proceedings of Int. Conf. *Plastics in Telecommunications VIII*, London, UK, 1998.
- [100] Peng G.D., Xiong Z., Chu P.L., *Fluorescence decay and recovery in organic dye-doped polymer optical fibers*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 12, 2365–2372, 1998.
- [101] Xiong Z., Peng G.D., Wu B., Chu P.L., *Highly tunable Bragg gratings in single mode polymer optical fibers*, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 11, No. 3, 352–354, 1999.
- [102] White W.R., Dueser M., Reed W.A., Onishi T., *Intermodal dispersion and mode coupling in per-fluorinated graded-index plastic optical fiber*, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 11, No. 8, 997–999, 1999.
- [103] Westbrook P.S. et al., *Cladding-mode resonances in hybrid polymer-silica microstructured optical fiber gratings*, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 12, No. 5, 495–497, 2000.
- [104] Hill K.O., Fujii Y., Johnson D.C., Kawasaki B.S., *Photosensitivity in optical fiber waveguides: application to reflection filter fabrication*, Applied Physics Letters, Vol. 32, 647–648, 1978.
- [105] Snitzer E., Morey W.W., Glenn W.H., *Fiber optic rare earth temperature sensors*, I-st Conference on Optical Fibre Sensors (OFS), London, 79–81, 1983.
- [106] Poole S.B. et al., *Fabrication of low-loss optical fibres containing rare earth ions*, El. Lett, Vol. 21, 737–738, 1985.

- [107] Mears R.J. et al., *Neodymium doped silica single mode fiber lasers*, Electronics Letters, Vol. 21, 738–740, 1985.
- [108] Mears R.J., Reekie L., Poole S.B., Payne D.N., *Low threshold tunable CW and Q-switched fibre lasers operating at 1,55 μm* , Electronics Letters, Vol. 22, 159–160, 1986.
- [109] Reekie L. et al., *Tunable single-mode fibre lasers*, J. Lightwave Technology, Vol. 4, 956–960, 1986.
- [110] Farries M.C., Fermann M.E., Laming R.I., Poole S.B., Payne D.N., Leach A.P., *Distributed temperature sensor using Nd^{3+} doped fibre*, Electronics Letters, Vol. 22, 418–419, 1986.
- [111] Farries M.C., Ferman M.E., Poole S.B., Townsend J.E., *Distributed temperature sensor using Holmium doped optical fibre*, Proc. Optical Fibre Communication, Reno, s. W15, 1987.
- [112] Townsend J.E., Poole S.B., Payne D.N., *Solution doping technique for the fabrication of rare earth doped optical fibres*, Electronic Letters, Vol. 23, 329–331, 1987.
- [113] Liberman R.A., Blyer L.L., Cohen L.G., *A distributed fibre optic sensor based on cladding fluorescence*, J. Lightwave Technology, Vol. 8, 212–220, 1990.
- [114] Vengsarkar A.M., Greene J.H., Murphy K.A., *Photo induced refractive changes in two-mode elliptical core fibers: sensing applications*, Optics Letters, Vol. 16, 1541–1543, 1991.
- [115] Pandit N., Noske D.U., Kelly S.M J., Taylor J.R., *Characteristic instability of fiber loop soliton lasers*, Electronics Letters, 28, 455–457, 1992.
- [116] Noske D.U., Pandit N., Taylor J.R., *Source of spectral and temporal instability in soliton fiber lasers*, Optics Letters, 17, 1515–1517, 1992.
- [117] Dignonnet M. (edit.), *Selected papers on rare-earth-doped fiber laser sources and amplifiers*, SPIE Vol. MS-37, 1992.
- [118] Chernikov S.V. et al., *High-gain, monolithic, cascaded fibre Raman amplifier operating at 1,3 μm* , Electronics Letters, Vol. 31, 472–473, 1995.
- [119] Chernikov S.V., Zhu Y., Taylor J.R., Platanov N.S., Samartsev I.E., Gapontsev V.P., *1.08–2.2 micron supercontinuum generation from Yb-doped fibre laser*, Technical digest of CLEO '96, 210, 1996.
- [120] Chernikov S.V., Taylor J.R., *Measurement of normalization factor of n_2 for random polarization in optical fiber*, Optics Letters, Vol. 21, 1559–1561, 1996.
- [121] Movassaghi M., Jackson M.K., Smith V.M., Hallam W.J., *Noise figure of erbium doped fiber amplifiers in saturated operation*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 5, 812–817, 1998.
- [122] Liaw C.Y., Zhou Y., Lam Y.L., *Characterization of an open-loop interferometric fiber-optic gyroscope with the Sagnac coil closed by an Erbium -doped fiber amplifier*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 12, 2385–2392, 1998.
- [123] Karasek M., Valles J.A., *Analysis of channel addition/removal response in all-optical gain-controlled cascade of erbium-doped fiber amplifiers*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 10, 1795–1803, 1998.
- [124] Vienne G.G., Caplen J.E., Dong L., Minelly J.D., Nilsson J., Payne D.N., *Fabrication and characterization of $\text{Yb}^{3+}:\text{Er}^{3+}$ phosposilicate fibers for lasers*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 11, 1990–2001, 1998.
- [125] Oslund M., Canning J., Yoffe G., *Locking in photosensitivity within optical fiber and planar waveguides by ultraviolet preexposure*, Optics Letters, Vol. 24, No. 24, 1826–1828, 1999.
- [126] Kasamatsu T., Yano Y., Sekita H., *1,50 μm band gain shifted thulium doped fiber amplifier with 1,05 and 1,56 μm dual wavelength pumping*, Optics Letters, Vol. 24, No. 23, 1684–1686, 1999.
- [127] Sylvestre T., Maillotte H., Lantz E., *Raman-assisted parametric frequency conversion in a normally dispersive single-mode fiber*, Optics Letters, Vol. 24, No. 22, 1561–1563, 1999.
- [128] Grein M.E., Jing L.A., Chen Y., Haus H.A., Ippen E.P., *Timing restoration dynamics in an actively mode-locked fiber ring laser*, Optics Letters, Vol. 24, No. 23, 1687–1689, 1999.

- [129] Abedin K.S., Onodera N., Hyodo M., *Generation of a 64 GHz, 3,3 ps transform limited pulse train from a fiber laser employing higher-order frequency-modulated mode locking*, Optics Letters, Vol. 24, No. 22, 1564–1566, 1999.
- [130] Lewis S.A., Chernikov S.V., Taylor J.R., *Temperature-dependent gain and noise in fiber Raman amplifiers*, Optics Letters, Vol. 24, No. 24, 1823–825, 1999.
- [131] Chavez J.A., Offerhaus H.L., Nilsson J., Turner P.W., Clarkson W.A., Richardson D.J., *High-energy, high-power ytterbium-doped Q-switched fiber laser*, Optics Letters, Vol., 25, No. 1, 37–39, 2000.
- [132] Horowitz M., Menyuk C.R., *Analysis of pulse dropout in harmonically mode-locked fiber lasers by use of the Lyapunov method*, Optics Letters, Vol. 25, No. 1, 40–42, 2000.
- [133] Flood F.A. et al., *New fiber amplifiers – expansion into the L-band*, Photonics Spectra, No. 2, 114–116, 2000.
- [134] Su C.D., Wang L.A., *Multiwavelength fiber sources based double-pass superfluorescent fiber sources*, J. Lightwave Technology, Vol. 18, No. 5, 708–714, 2000.
- [135] Wade S.A., Collins S.F., Grattan K.T.V., Baxter G.W., Wade S.A., *Strain-independent temperature measurement by use of a fluorescence intensity ratio technique in optical fiber*, Applied Optics, No. 6, 3050–3052, 2000.
- [136] Smith R.G., *Optical power handling capacity of low loss optical fibers as determined by stimulated Raman and Brillouin scattering*, Applied Optics, Vol. 11, 2489–2494, 1972.
- [137] Gallener F.L. et al., *The realtive Raman cross sections of vitreous SiO₂, GeO₂, B₂O₃ and P₂O₅*, Applied Physics Letters, Vol. 32, No. 1, 34–36, 1978.
- [138] Stolen H.R., *Nonlinearity in fibre transmission*, Proc. of IEEE, Vol. 68, s. 1232–1236, 1980.
- [139] Cotter D., *Suppression of stimulated Brillouin scattering during transmission of high power narrowband laser light in monomode fibre*, Electronics Letters, Vol. 18, 638–640, 1982.
- [140] Nakashima T. et al., *Configuration of the optical transmission line using stimulated Raman scattering for signal light amplification*, Journal of Lightwave Technology, Vol. LT-4, 569–573, 1986.
- [141] Sudo S., Hosaka T., Itoh H., Okamoto K., *High Δn small core single mode fibres for efficient nonlinear optical effects*, Electronics Letters, Vol. 22, 833–835, 1986.
- [142] Tkach R.W. et al., *Spontaneous Brillouin scattering for single mode optical fiber characterisation*, Electronics Letters, Vol. 22, 1011–1013, 1986.
- [143] Aoki Y. et al., *Observation of stimulated Brillouin scattering in single-mode fibres with single frequency laser diode pumping*, Optical and Quantum Electronics, Vol. 19, 141–143, 1987.
- [144] Jones T.C.E., *The validity of single mode optical fibre transfer standard for the calibration of fibres for high power users*, NPL Report COEM 10, 1988.
- [145] Aoki Y. et al., *Input power limits of single mode optical fibers due to stimulated Brillouin scattering in optical communication systems*, IEEE Journal of Lightwave Technology, Vol. 6, 710–719, 1988.
- [146] Bayvel P., Radmore P.M., *Solutions of the SBS equations in single mode optical fibers and implications for fibre transmission systems*, Electronics Letters, Vol. 26, 434–436, 1990.
- [147] Gaeta A., Boyd R.W., *Stochastic dynamics of stimulated scattering in an optical fiber*, Physical Review, Vol. A, 44, 3205–3209, 1991.
- [148] Nobuyuki Y., Imai T., *Stimulated Brillouin scattering suppression by means of applying strain distribution to fiber with cabling*, Journal of Lightwave Technology, Vol. LT-11, 1519–1522, 1993.
- [149] Nahimira Y. et al., *Effective area of optical fibers*, Electronics Letters, Vol. 30, No. 14, 257–259, 1994.
- [150] Thevenaz L. et al., *High-accuracy Brillouin gain spectrum measurements of single mode fibers*, Proc. Symposium Optical Fiber Measurements, NIST, Boulder Co., 211–214, 1994.
- [151] van Deventer M.O., Boot J.A., *Polarization properties of stimulated Brillouin scattering in single mode fibers*, IEEE Journal of Lightwave Technology, Vol. LT-12, 585–590, 1994.

- [152] ITU-T COM 15-R 68-E, *G.650 recommendation, definition and test methods for parameters of single mode fibers*, Appendix on Nonlinearities, 1996.
- [153] Esman R.D. et al., *Brillouin scattering: beyond threshold*, Proc. OFC, 227–228, 1996.
- [154] Shiraki K. et al., *SBS threshold of a fiber with a Brillouin frequency shift distribution*, Journal of Lightwave Technology, Vol. LT-14, 50–57, 1996.
- [155] Mahgerefteh D. et al., *Technique for measurement of the Raman gain coefficient in optical fibers*, Optics Letters, Vol. 21, 2026–2028, 1996.
- [156] Butler L.D. et al., *The pulse scan technique for measurement of Raman gain coefficient in fibres*, Proc. of 4-th European Conf. On Optical Fibre Measurements, 54–57, Teddington UK, 1997.
- [157] Nahimira Y., *Wavelength dependence of correction factor on effective area and mode field diameter for various singlemode optical fibres*, Electronics Letters, Vol. 33, 1483–1485, 1997.
- [158] Arkwright J.W., Elango P., Atkins G.R., Whitbread T., Dignonnet M.J., *Experimental and theoretical analysis of the resonant nonlinearity in Ytterbium-doped fiber*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 5, 798–806, 1998.
- [159] Stolen R.H., Reed W.A., Kim K.S., Harvey G.T., *Measurement of the nonlinear index of long dispersion shifted fibers by self-phase modulation at 1.55 μm* , J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 6, 1006–1012, 1998.
- [160] Cartaxo A.V., Wedding B., Idler W., *Influence of fiber nonlinearity on the phase noise to intensity noise conversion in fiber transmission: theoretical and experimental analysis*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 7, 1187–1194, 1998.
- [161] Jonos M., Guy S.C., *Signal-induced refractive index changes in erbium doped fiber amplifiers*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 4, 542–548, 1998.
- [162] Miyazaki T., Inagaki K., Karasawa Y., Yoshida M., *Nd-doped double-clad fiber amplifier at 1.06 μm* , J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 4, 562–566, 1998.
- [163] Hedekvist P.O., Andrekson P.A., *Noise characteristics of fiber based optical phase conjugators*, IEEE JLT, Vol. 17, No. 1, 74–79, 1999.
- [164] Morita I., Suzuki M., Edagawa N., Tanaka K., Yamamoto S., *Long-haul soliton WDM transmission with periodic dispersion compensation and dispersion slope compensation*, IEEE JLT, Vol. 17, No. 1, 80–85, 1999.
- [165] Bao X. et al., *Characterization of the Brillouin loss spectrum of single mode fibers by use of very short pulses*, Optics Letters, Vol. 24, 510–512, 1999.
- [166] Billington R., *Measurement methods for stimulated Raman and Brillouin scattering in optical fibres*, NPL Report Coem 31, June 1999.
- [167] Reichel S., Zengerle R., *Effects on nonlinear dispersion in EDFA's on optical communication systems*, IEEE JLT, Vol. 17, No. 7, 1152–1158, 1999.
- [168] Cheung C.Y., Ghassemlooy Z., Swift G., *Bit-error rate analysis for a 100Gbit/s nonlinear optical loop mirror demultiplexers employing soliton control and signal pulses*, Optics Letters, Vol. 24, No. 24, 1817–1819, 1999.
- [169] Song S., Allen C.T., Demarest K.R., Hui R., *A novel method for measuring polarization mode dispersion using four-wave mixing*, J. Lightwave Technology, Vol. 17, No. 12, 2530–2533, 1999.
- [170] Cartaxo A.V., Wedding B., Idler W., *Influence on fiber nonlinearity on the transfer function: theoretical and experimental analysis*, IEEE, JLT, Vol. 17, No. 10, 1806–1813, 1999.
- [171] Yang W., Fetterman M.R., Davis J.C., Warren W.S., *Spectral interference measurement of nonlinear pulse propagation dynamics in optical fibers*, Optics Letters, Vol. 25, No. 1, 22–24, 2000.
- [172] Kee H.H., Lees G.P., Newson T.P., *All-fiber system for simultaneous interrogation of distributed strain and temperature sensing by spontaneous Brillouin scattering*, Optics Letters, Vol. 25, No. 10, 695–697, 2000.

- [173] Sorin W.V., Kim B.Y., Shaw H.J., *Highly selective evanescent modal filter for two-mode optical fibers*, Optics Letters, Vol. 11, 581–583, 1986.
- [174] Blake J.N., Kim B.Y., Engan H.E., Shaw H.J., *Analysis of intermodal coupling in a two-mode fiber with periodic microbends*, Optics Letters, Vol. 12, 281–283, 1987.
- [175] Kim B.Y., Blake J.N., Huang S.Y., Shaw H.J., *Use of highly elliptical core fibers for two-mode fiber devices*, Optics Letters, Vol. 12, 729–731, 1987.
- [176] Blake J.N., et al., *Strain effects on highly elliptical core two-mode fibers*, Optics Letters, Vol. 12, 732–734, 1987.
- [177] Park G.H., Huang S.Y., Kim B.Y., *All optical intermodal switch using periodic coupling in a two mode waveguide*, Optics Letters, Vol. 14, 877–879, 1989.
- [178] Murphy K.A., Miller M.S., Vengsarkar A.M., Claus R.O., *Two-mode optical fiber sensor implementation*, J. Lightwave Technology, Vol. 8, 1688–1691, 1990.
- [179] Poole C.D., Townsend C.D., Nelson K.T., *Helical grating two-mode fiber spatial-mode coupler*, J. Lightwave Technology, Vol. 9, 598–603, 1991.
- [180] Murphy K.A., Fogg B.R., Vengsarkar A.M., *Spatially weighted vibration sensor using tapered two mode optical fiber*, J. Lightwave Technology, Vol. 10, 1680–1687, 1992.
- [181] Poole C.D., Wiesenfeld J.M., McCormick A.R., Nelson K.T., *Broadband dispersion compensation by using the higher order spatial mode in a two-mode fiber*, Optics Letters, Vol. 17, 985–887, 1992.
- [182] Sadowski R., Dignonnet M.J., Pantell R.H., Jshaw H., *Microsecond optical-optical switching in a neodymium-doped two-mode fiber*, Optics Letters, Vol. 18, 927–929, 1993.
- [183] Bohnert K., Pequignot P., *Inherent temperature compensation of a dual-mode fiber voltage sensor with coherence-tuned interrogation*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 4, 598–604, 1998.
- [184] Langli B., Ostling D., Blotekjor K., *Axial variations in the acoustooptic phase mismatch coefficient of two-mode fibers*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 12, 2443–2450, 1998.
- [185] Kawasaki B.S. et al., *Biconical-taper single mode fiber coupler*, Optics Letters, Vol. 6, No. 7, 327–328, 1981.
- [186] Kawasaki B.S., *Modal-noise generation in biconical-taper couplers*, Optics Letters, Vol. 6, No. 10, 499–501, 1981.
- [187] deFormel F., Ragdale C.M., Mears R.J., *Analysis of single-mode fused tapered fibre couplers*, Proc. IEE, Part H – *Microwaves, Optics and Antennas*, Vol. 131, No. 4, 221–228, 1984.
- [188] Lamont R.G., Hill K.O., Johnson D.C., *Tuned-port twin biconical fiber splitters: fabrication from dissimilar low-mode-number fibers*, Optics Letters, Vol. 10, No. 1, 46–48, 1995.
- [189] Lamont R.G., Johnson D.C., Hill K.O., *Power transfer in fused biconical-taper single-mode fiber couplers: dependence on external refractive index*, Applied Optics, Vol. 24, No. 3, 327–332, 1985.
- [190] Li Y.F., John W.Y., *Coupling efficiency of a multimode biconical taper coupler*, JOSA A, Vol. 2, 1301–1302, 1985.
- [191] Lacroix S., *All-fiber wavelength filter from successive biconical tapers*, Optics Letters, Vol. 11, 671–673, 1986.
- [192] Bilodeau F., Hill K.O., Johnson D.C., Faucher S., *Compact low-loss, fused biconical taper couplers: overcoupled operation and antisymmetric supermode cutoff*, Optics Letters, Vol. 12, No. 8, 634–636, 1987.
- [193] Eisenmann M., Weidel E., *Single-mode fused biconical couplers for wavelength division multiplexing with channel spacing between 100 and 300 nm*, IEEE J. Lightwave Technology, Vol. 6, 113–116, 1988.
- [194] Files G.R., *Fused biconical-taper couplers using dispersion-shifted fiber*, Proc. SPIE, Vol. 1176, 68–74, 1990.

- [195] Eisenmann M., Weidel E., *Single-mode fused biconical coupler optimized for polarization beam-splitting*, IEEE J. Lightwave Technology, Vol. 9, No. 7, 853–855, 1991.
- [196] Kamiji M., Toba E., *Light propagation in thermally fused biconical taper single mode optical fiber couplers*, Proc. of SPIE, Vol. 1580, 197–204, 1992.
- [197] Daniel S.H. et al., *1xN broadband fused biconical taper fiber couplers*, Proc. SPIE, Vol. 1580, 230–234, 1992.
- [198] Moore D.R., Tekippe V.J., Fechner R., Bernhardt S., *Recent advances in fused optic coupler technology*, Proc. SPIE, Vol. 1973, 28–42, 1993.
- [199] Henschel H., Koehn O., Schmidt H.U., *Radiation sensitivity of fiber optic couplers*, Proc. SPIE 1791, 151–163, 1993.
- [200] Samir W., *Theory of tapered nonlinear optical fiber couplers*, Applied Optics, Vol. 32, No. 24, 4513–4516, 1993.
- [201] LeFoulgoc K., LeNeindre L., Xhang H.Z., Lucas J., *Tapered TeX glass optical fibres for remote IR spectroscopic analysis*, Proc. SPIE, Vol. 2836, 26–36, 1996.
- [202] Jędrzejewski K., Kosiński A., *Wide-band tapered directional coupler*, Proc. SPIE, Vol. 3189, 130–132, 1997.
- [203] Imai M.M., Kajinuma M., Nakai J., *Fused-tapered fiber coupler all-optical switch using femtosecond optical pulses*, Proc. of SPIE, Vol. 3491, 45–50, 1998.
- [204] Arregui F.J., Matias I.R., Barriain C., Lopez-Amo M., *Experimental design rules for implementing biconically tapered single mode optical fibre displacement sensor*, Proc. SPIE, Vol. 3483, 164–168, 1998.
- [205] Mignani A.G., Falciai R., Ciaccheri L., *Evanescent wave absorption spectroscopy by means of Bi-tapered multimode optical fibers*, Applied Spectroscopy, Vol. 52, No. 4, 546–551, 1998.
- [206] Heuer A., Menzel R., *Phase-conjugating stimulated Brillouin scattering mirror for low powers and reflectivities above 90% in an internally tapered optical fiber*, Optics Letters, Vol. 23, No. 11, 834–836, 1998.
- [207] Diez A. et al., *Tapered optical fiber devices*, Proc. of SPIE, Vol. 3572, 147–150, 1999.
- [208] Bures J., *Power density of the field in the vicinity of a tapered fiber*, JOSAA, Vol. 16, No. 8, 1992–1996, 1999.
- [209] McIntyre P.D., Snyder A.W., *Power transfer between optical fibers*, JOSA, Vol. 63, No.12, 1518–1527, 1973.
- [210] Inao S., Sato T., Sentsui S., Uroha K T., Nishimura Y., *Multicore optical fiber*, OFC '79, 46–47, 1979.
- [211] Schiffner G., *Double-core single mode optical fiber as a directional coupler*, Applied Physics, Vol. 23, 41–45, 1980.
- [212] Murakami Y., Sudo S., *Coupling characteristics measurements between curved waveguides using a two-core fiber coupler*, Applied Optics, Vol. 20, No. 3, 417–422, 1981.
- [213] Kashima N., Maekawa E., Nihei F., *New type of multicore fiber*, OFC '82, 46, 1982.
- [214] Meltz G. et al., *Cross talk fiber optic temperature sensor*, Applied Optics, Vol. 22, 464–477, 1983.
- [215] Feth J.R., Chang C.L., *Metal clad fiber optic cutoff polarizer*, Optics Letters, Vol. 11, No. 6, 386–388, 1986.
- [216] Li L. et al., *Broadband metal/glass single mode fibre polarizers*, Electronics Letters, Vol. 22, 1020–1022, 1986.
- [217] Martini G., *Analysis of a single mode optical fiber piezoceramic phase modulator*, OQE, Vol. 19, 179–190, 1987.
- [218] Flannery D., James S.W., Tatam R.P., Ashwell G.J., *pH sensor using Langmuir–Blodgett overlays on polished optical fibres*, Optics Letters, Vol. 22, s. 567–569 1997.
- [219] Seo H.S. et al., *Melt coating of tin on silica optical fibers*, JLT, Vol. 16, No. 12, 2355–2364, 1998.

- [220] Johal S.S., James S.W., Tatam R.P., Ashwell G.J., *Second-harmonic generation in Langmuir-Blodgett waveguide overlays on single-mode optical fiber*, Optics Letters, Vol. 24, No. 17, 1194–1196, 1999.
- [221] Flannery D., James S.W., Tatam R.P., Ashwell G.J., *Fiber-optic chemical sensing with Langmuir-Blodgett overlay waveguides*, Applied Optics, 7370–7374, 1999.
- [222] Ramaswamy V., French W.G., Standley R.D., *Polarization characteristics of non-circular single mode fibers*, Applied Optics, Vol. 17, 3014–3017, 1978.
- [223] Eyges L. et al., *Modes of dielectric waveguides of arbitrary cross sectional shape*, JOSA, Vol. 69, 1226–1235, 1979.
- [224] Adams M.J., *Birefringence in optical fibers with elliptical section*, Electronics Letters, Vol. 15, 298–299, 1979.
- [225] Yashimoto E., Atsuki K., Hashimoto O., Kamijo K., *Modal analysis of homogeneous optical fibers with deformed boundaries*, IEEE Trans. MTT, Vol. 27, 352–356, 1979.
- [226] Dyott R.B., Cozens J.R., Morris D.G., *Preservation of polarization in optical fiber waveguides with elliptical cores*, Electronics Letters, Vol. 15, 380–382, 1979.
- [227] Shibata N., Taeda M., Sekai S., *Polarization mode dispersion measurement in elliptical core single mode fibers by a spatial technique*, IEEE J. Quantum Electronics, Vol. 17, 53–58, 1982.
- [228] Dyott R.B., Bello J., *Polarization holding directional coupler made from elliptically cored fibre having a D section*, Electronics Letters, Vol. 19, 601–602, 1983.
- [229] Dyott R.B., Bello J., *Polarization holding directional coupler using D fiber*, Proc. SPIE, Vol. 479, 23–27, 1984.
- [230] Kumar A., Varshney R.K., *Propagation characteristics of highly elliptical core optical waveguides: a perturbation approach*, Optical and Quantum Electronics, Vol. 16, 349–354, 1984.
- [231] Millar C.A., Ainslie B.J., Brierley M.C., Craig S.P., *Fabrication and characterisation of D-fibers with a range of accurately controlled core/flat distances*, Electronics Letters, Vol. 22, 322–324, 1986.
- [232] Dyott R.B., Bello J., Handrek V.A., *Indium coated D-shaped fiber polarizer*, Optics Letters, Vol. 12, 287–289, 1987.
- [233] Rengarajan S.R., *Higher order mode cut-off in elliptical fibers*, IEEE Trans MTT, Vol. 37, 1244–1248, 1989.
- [234] Shaw J.K., Vengsarkar A.M., Claus R.O., *Direct numerical analysis of dual-mode elliptical-core optical fibers*, Optics Letters, Vol. 16, 135–137, 1991.
- [235] Jensen M.A., *Analysis of diffraction gratings based on D shaped fiber*, JOSA, Vol. 9, 1086–1090, 1992.
- [236] Freeze D.J., Selfridge R.H., *D fiber holographic diffraction grating*, Optical Engineering, Vol. 32, 3267–3271, 1993.
- [237] Wang Y.H., Zhang X., *Elliptical Fourier series expansion method together with cut off frequencies in elliptical optical waveguides*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 10, 1933–1940, 1998.
- [238] Chiang K.S., Kwan C.H., *Effective index method with built-in perturbation correction for the vector modes of rectangular core optical waveguides*, IEEE JLT, Vol. 17, No. 4, 716–722, 1999.
- [239] Ortega B., Dang L., *Selective fused couplers consisting of a mismatched twin-core fiber and a standard optical fiber*, J. Lightwave Technology, Vol. 17, No. 1, 123–128, 1999.
- [240] Rosiński B., Chi A.W., Grosso P., LeBihan J., *Multichannel transmission of a multicore fiber coupled with vertical cavity surface emitting lasers*, IEEE JLT, Vol. 17, No. 5, 807–810, 1999.
- [241] Diez A., Miguel M.V., Cruz J.L., *Hybrid surface plasma modes in circular metal-coated tapered fibers*, JOSA A, Vol. 16, No. 12, 2978–2982, 1999.
- [242] Krasinski Z. et al., *Highly-birefringent elliptical structures*, Optica Applicata, Vol. 24, No. 1–2, 51–71, 1999.

- [243] Jacob-Poulin A.C., Vallee R., La Rochelle S., Faucher D., Atkins G.R., *Channel dropping filter based on a grating-frustrated two-core fiber*, J. Lightwave Technology, Vol. 18, No. 5, 715–720, 2000.
- [244] Liberman R.A., *Recent progress in intrinsic fibre-optic chemical sensing*, Sens. Actuators B, Vol. 11, 43–55, 1993.
- [245] Olshansky R., *Multiple α index profiles*, Applied Optics, Vol. 18, 683–689, 1979.
- [246] Hill K.O., Fujii Y., Johnson D.C., Kawasaki B.S., *Photosensitivity in optical fiber waveguides, Application to reflection filter fabrication*, Applied Physics Letters, Vol. 32, 647–649, 1978.
- [247] Lam D.K.W., *Characterization of single mode optical fiber filters*, Applied Optics, Vol. 20, No. 3, 440–445, 1981.
- [248] Whalen M.S., Tennant D.M., Alferness R.C., Koren U., Bosworth R., *Wavelength tunable single mode fibre grating reflector*, Electronics Letters, Vol. 22, 1307–1308, 1986.
- [249] Morey W.W., Meltz G., Glenn W.H., *Fiber optic bragg grating sensors*, Proc. SPIE, Vol. 1169, 98–107, 1989.
- [250] Meltz G., Morey W.W., Glenn H.W., *Formation of Bragg gratings in optical fibers by a transverse holographic method*, Optics Letters, Vol. 14, 823–825, 1989.
- [251] Morey W.W., Meltz G., Glenn W.H., *Fiber optic Bragg grating sensors*, Proc. SPIE, Vol. 1169, 98–106, 1989.
- [252] Askins C.G., Tsai T.E., Williams G.M., Putnam M.A., Bashansky M., Friebele E.J., *Fiber Bragg reflectors prepared by a single excimer pulse*, Optics Letters, Vol. 17, 833–835, 1992.
- [253] Hill K.O. et al., *Photosensitivity in optical fibers*, Annu. Rev. Mater. Sci., Vol. 23, 125–157, 1993.
- [254] Hill K.O., Malo B., Bilodeau F., Johnson D.C., Albert J., *Bragg gratings fabricated in monomode photosensitive optical fiber by UV exposure through a phase mask*, As. Phys. Lett., Vol. 62, No. 10, 1035–1037, 1993.
- [255] Askins C.G., Putnam M.A., Williams G.M., Friebele E.J., *Optical fiber Bragg gratings produced during fiber draw*, Proc. SPIE, Vol. 2044, 127–132, 1993.
- [256] Kersey A.D., Berkoff T.A., Morey W.W., *Fiber optic Bragg grating strain sensor with drift compensated high resolution interferometric wavelength shift detection*, Optics Letters, Vol. 18, 72–74, 1993.
- [257] Morey W.W., Meltz G., Love J.D., Hewlett S.J., *Mode coupling characteristics of UV written Bragg gratings in depressed-cladding fiber*, Electronics Letters, Vol. 30, 730–732, 1994.
- [258] Xu M., Archambault J.L., Reekie L., Dakin J.P., *Discrimination between strain and temperature measurement using dual wavelength fiber grating sensor*, Electronics Letters, Vol. 30, 1085–1087, 1994.
- [259] Prohaska J.D., Snitzer E., Winthrop J., *Theoretical description of fiber Bragg reflectors prepared by Fresnel diffraction images*, Applied Optics, Vol. 33, 3896–3900, 1994.
- [260] Kanellopoulos S.E., Handrek V.A., Rogers A.J., *Simultaneous strain and temperature sensing with photogenerated in-fiber gratings*, Optics Letters, Vol. 20, 333–335, 1995.
- [261] Vengsarkar A.M., Lemaire P.J., Judkins J.B., Bhatia V., Erdogan T., Sipe J.E., *Long-period fiber gratings as band-rejection filters*, IEEE J. Lightwave Technology, Vol. 14, 58–64, 1996.
- [262] Bhatia V., Vengsarkar A.M., *Optical fiber long-period grating sensors*, Optics Letters, Vol. 21, 692–694, 1996.
- [263] Patrick H.J., Williams G.M., Kersey A.D., Pedrazzani J.R., Vengsarkar A.M., *Hybrid fiber Bragg grating/long period fiber grating sensor for stain/temperature discrimination*, IEEE Photonic Technology Letters, Vol. 8, 1223–1225, 1996.
- [264] Hedgus Z.S., *Contact printing of Bragg gratings in optical fibers*, Applied Optics, Vol. 36, 247–252, 1997.
- [265] Hill K.O., Meltz G., *Fiber Bragg grating technology: Fundamentals and overview*, JLT, Vol. 15, 1263–1276, 1997.

- [266] Erdogan T., *Fiber grating spectra*, IEEE J. Lightwave Technology, Vol. 15, 1277–1294, 1997.
- [267] Erdogan T., *Cladding-mode resonances in short- and long-period fiber*, JOSA, Vol. 14, No. 8, 1760–1773, 1997.
- [268] Kersey A.D., Davis M.A., Patrick H.J., LeBlanc M., Koo K.P., Askin C.G., Putnam M.A., Friebele E.J., *Fiber grating sensor*, IEEE J. Lightwave Technology, Vol. 15, 1442–1463, 1997.
- [269] Strasser T.A., Pedrazzani J.R., Andrejco M.J., *Reflective-mode conversion with UV-induced phase gratings in two-mode fiber*, Conf. OFC, Tech. Digest Series, Optical Society of America, Washington DC, Vol. 6, 348–349, 1997.
- [270] Haggans C.W., Singh H., Varner F., Wang J.S., *Narrow depressed cladding fiber design for minimization of cladding mode losses in azimuthally asymmetric fiber Bragg gratings*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 5, 902–909, 1998.
- [271] Johlen D., Renner H., Ewald A., Brinkmeyer E., *Fiber Bragg grating Fabry–Perot interferometer for a precise measurement of the UV induced index change*, Proc. ECOC, Europ. Conf. Optical Communication, Madrid, 393–394, 1998.
- [272] Liu W.F., Russell P.S., Dong L., *100% efficient narrow band acoustooptic tunable reflector using fiber Bragg grating*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 11, 2006–2009, 1998.
- [273] Du W., Tao X., Tam H.Y., *Fiber Bragg grating cavity sensor for simultaneous strain and temperature*, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 11, 105–107, 1999.
- [274] Stegall D.B., Erdogan T., *Leaky cladding mode propagation in long-period fiber grating devices*, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 11, No. 3, 343–345, 1999.
- [275] Du W., Tao X., Tam H., *Temperature independent strain measurement with a fiber grating tapered cavity sensor*, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 11, No. 5, 596–598, 1999.
- [276] D Johlen., Knappe F., Renner H., Brinkmeyer E., *UV-induced absorption, scattering and transition losses in UV side written fibers*, Optical Fiber Communication Conf., OSA Tech. Digest Series, Washington DC, 50–52, 1999.
- [277] Johlen D., Renner H., Klose P., Brinkmeyer E., *UV-writing of two-mode sections into single mode fibers for hosting mode-converting Bragg gratings*, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 11, No. 8, 1015–1017, 1999.
- [278] Chen X., Ma Z., Li W., Yin X., Wu Z., *Superchirped moiré grating based on an acousto-optic superlattice with a chirped fiber Bragg grating*, Optics Letters, Vol. 24, No. 22, 1558–1560, 1999.
- [279] Azana J., Muriel M.A., *Technique for multiplying the repetition rates of periodic trains of pulses by means of a temporal self-imaging effect in chirped fiber gratings*, Optics Letters, Vol. 24, No. 23, 1672–1674, 1999.
- [280] Cavaleiro P.M., Araujo F.M., Ferreira L.A., Santos J.L., Farahi F., *Simultaneous measurement of strain and temperature using Bragg gratings written in germanosilicate and boron-doped germanosilicate fibers*, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 11, 1635–1637, 1999.
- [281] Fujimaki M., Ohki Y., *Fabrication of long period optical fiber gratings by use of ion implantation*, Optics Letters, Vol. 25, No. 2, 88–89, 2000.
- [282] Duck G., Ohn M.M., *Distributed Bragg grating sensing with a direct group-delay measurement technique*, Optics Letters, Vol. 25, No. 2, 90–92, 2000.
- [283] *Bragg Photonics* www.braggphotonics.com
- [284] *Innovative Fibers* www.infibers.com
- [285] Xie H.M. et al., *Side-hole for fiber optic pressure sensing*, Optics Letters, Vol. 11, 333–335, 1986.
- [286] Wójcik J. et al., *Prototype side-hole optical fiber*, Proc. SPIE, Vol. 3731, 88–92, 1998.
- [287] Knight J.C., Birks T.A., Russell P.St.J., Atkin D.M., *All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding*, Optics Letters, Vol. 21, 1547–1549, 1996.
- [288] Birks T.A. et al., *Endlessly single-mode photonic crystal fiber*, Optics Letters, Vol. 22, 961–963, 1997.

- [289] Birks T.A., Roberts P.J., Russell P.St.J., Atkin D.M., Shepherd T.J., *Full 2-D photonic bandgaps in silica/air structures*, Electronics Letters, Vol. 31, 1941–1942, 1997.
- [290] Knight J.C. et al., *Photonic band gap guidance in optical fibers*, Science, Vol. 282, 1476–1478, 1998.
- [291] Mogilevsev D. et al., *Group-velocity dispersion in PCF*, Optics Letters, Vol. 23, 1662–1664, 1998.
- [292] Knight J.C. et al., *Large mode area photonic crystal fiber*, Electronics Letters, Vol. 34, 1347–1348, 1998.
- [293] Knight J.C. et al., *Photonic band gap guidance in optical fibers*, Science, Vol. 282, 1476–1478, 1998.
- [294] Monro T.M. et al., *Holey optical fibers: an efficient modal*, IEEE JLT, Vol. 17, No. 6, 1093–1102, 1999.
- [295] Monro T.M. et al., *Developing holey fibers for evanescent field devices*, El. Lett., Vol. 35, 1188–1189, 1999.
- [296] Ferrando A., Silvestre E., Miret J.J., Andres P., Andres M.V., *Full-vector analysis of a realistic photonic crystal fiber*, Optics Letters, Vol. 24, 276–278, 1999.
- [297] Bennett P.J., Monro T.M., Richardson D.J., *Toward practical holey fiber technology: fabrication, splicing, modeling and characterization*, Optics Letters, Vol. 24, No. 17, 1203–1205, 1999.
- [298] Broderick N.G., Monro T.M., Benett P.J., Richardson D.J., *Nonlinearity in holey optical fibers: measurement and future opportunities*, Optics Letters, Vol. 24, No. 20, 1395–1397, 1999; Vol. 24, No. 24, 1647, 1999.
- [299] Ranka J.K., Windeler R.S., Stentz A.J., *Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm*, Optics Letters, Vol. 25, No. 1, 25–27, 2000.
- [300] Monro T.M., Richardson D.J., Broderick N.G., P Bennett.J., *Modeling large air fraction holey optical fibers*, J. Lightwave Technology, Vol. 18, No. 1, 50–56, 2000.
- [301] Broeng J., et al., *Analysis of air guiding photonic bandgap fibers*, Optics Letters, Vol. 25, No. 2, 96–98, 2000.
- [302] Monro T.M., Bennett P.J., Broderick N.G., Richardson D.J., *Holey fibers with random cladding distributions*, Optics Letters, Vol. 25, No. 4, 206–208, 2000.
- [303] Ferrando A., Silvestre E., Miret J.J., Andrés P., *Nearly zero ultraflattened dispersion in photonic crystal fibers*, Optics Letters, Vol. 25, No. 11, 790–792, 2000.
- [304] Sondergaard T., *Photonic crystal dfb fiber lasers with Bragg gratings*, JLT, Vol. 18, No. 4, 589–597, 2000.
- [305] Ferrando A., Silvestre E., Miret J.J., Andrés P., Andrés M.V., *Vector description of higher-order modes in photonic crystal fibers*, Journal of the Optical Society of America A, Vol. 17, No. 7, 1333–1340, 2000.
- [306] Ranka J.K., Windeler R.S., Stentz A.J., *Optical properties of high-delta air-silica microstructure optical fibers*, Optics Letters, Vol. 25, No. 11, 796–798, 2000.
- [307] Jensen K., Ulrich R., *Drawing glass fibers with complex cross section*, JLT, Vol. 9, No. 1, 2–6, 1991.
- [308] Sammut R.A., Chu P.L., *Axial stress and its effect on relative strength of polarization maintaining fibers and preforms*, IEEE J. Lightwave Technology, Vol. 3, 283–287, 1985.
- [309] Cowap S.F., Brown S.D., *Technique for the static fatigue testing of fibers*, JACS, Vol. 70, C67–C68, 1987.
- [310] Esteve J., Terentjev E.M. (edit.), *Nano-Opto-Mechanical Systems (NOMS)*, Proc. SPIE 8107, 2011.
- [311] Nunzi J.-M. et al. (edit.), *Linear and nonlinear optics of organoic materials XI*, Proc. SPIE 8113, 2011.
- [312] Dobisz E.A., Eldada L.A., *Nanoengineering: fabrication, properties, optics and devices VIII*, Proc. SPIE 8102, 2011.

- [313] Yin S., Guo R. (edit), *Photonic fiber and crystal devices: Advances*, Proc. SPIE 8120, 2011.
- [314] Mihailov S.I., Du H.H., Pickrell G. (edit.), *Fiber optic sensors and applications VIII*, Proc. SPIE 8028, 2011.
- [315] Dawson J.W., *Fiber lasers VIII: technology, systems and applications*, Proc. SPIE 7914, 2011.
- [316] Schenk H., Piyawattanametha W., *MOEMS and miniaturised systems X*, Proc. SPIE 7930, 2011.
- [317] Shum P.P., *Passive components and fiber-based devices*, Proc. SPIE 7896, 2011.
- [318] Luo Q., Chuang F., Haacke Yang Ch.-Ch., *Optical sensors and biophotonics II*, Proc. SPIE 7990, 2011.
- [319] Hernandez-Cordero J., Torres I., Mendez A., *Specialty optical fibers and their applications*, Proc. SPIE 7839, 2010.
- [320] Gannot I., *Optical fibers, sensors and devices for biomedical diagnostics and treatment XI*, Proc. SPIE 7894, 2011.
- [321] Farinholt K.M., Griffin S.F., *Industrial applications of smart structures technologies 2011*, Proc. SPIE 7979, 2011.
- [322] Tomizuka M., *Sensors and smart structures technologies for civil and aerospace systems 2011*, Proc. SPIE 7981, 2011.
- [323] CORNING Optical fiber [www.corning.com/opticalfiber].
- [324] FiberStore [fiberstore.com].
- [325] OFCNFOEC [ofcnfoec.org].
- [326] FiberOptics [fiber-optics.info].
- [327] Ocean Optics [oceanoptics.com].
- [328] OFS Optical Fiber [ofsoptics.com].
- [329] FIBERCORE [fibercore.com].
- [330] IVG Fiber [ivgfiber.com].
- [331] Mendez A., Morse T., *Specialty optical fibers handbook*, Academic Press, 2010.
- [332] Mroziewicz B., (red.), *Światłowody i ich zastosowania*, PWN, Warszawa 1976.
- [333] Smoliński A., Romaniuk R. (red.), *Światłowody i ich zastosowania*, Tom I, Wyd. Politechnika Warszawska, 1979.
- [334] Romaniuk R., Wagner Z. (red.), *Światłowody i ich zastosowania*, Tom II, Wyd. Radia i Telewizji, Warszawa 1979.
- [335] Smoliński A., Romaniuk R. (red.), *Optical Fibers and Their Applications*, Vol. III, Wyd. PW, 1979.
- [336] Smoliński A., Romaniuk R. (red.), *Światłowody i ich zastosowania*, Tom 1, PWN, Warszawa 1982.
- [337] Smoliński A., Romaniuk R. (red.), *Światłowody i ich zastosowania*, Tom 2, PWN, Warszawa 1982.
- [338] Smoliński A., Romaniuk R. (red.), *Światłowody i ich zastosowania*, Tom 3, PWN, Warszawa 1982.
- [339] Smoliński A., Romaniuk R. (red.), *Optical Fibers and Their Applications*, Vol. 4, PWN, Warszawa 1982.
- [340] Smoliński A., Romaniuk R. (red.), *Optical Fibers and Their Applications*, Vol. 5, PWN, Warszawa 1982.
- [341] Szustakowski M., Romaniuk R. (red), *Światłowody i ich zastosowania*, Tom 1, TELKOM-TELPRO, Warszawa 1986.
- [342] Szustakowski M., Romaniuk R. (red), *Optical Fibers and Their Applications*, Vol. 2, TELKOM-TELPRO, 1986.
- [343] Szustakowski M., Romaniuk R. (red), *Optical Fibers and Their Applications*, Vol. 3, TELKOM-TELPRO, 1986.
- [344] Paszkowski B., Romaniuk R., Szustakowski M., *Optoelektronika światłowodowa – Stan i Perspektywy Rozwoju*, I Krajowa Szkoła Optoelektroniki, Program CPBR 8.12 Optoelektronika, Tom I, Wyd. PW, 1987.

- [345] Szustakowski M., Romaniuk R. (red.), *Światłowody i ich zastosowania*, Tom 1, Wyd. NOT, 1989.
- [346] Szustakowski M., Romaniuk R. (red.), *Światłowody i ich zastosowania*, Tom 2, Wyd. NOT, 1989.
- [347] Szustakowski M., Romaniuk R. (red.), *Światłowody i ich zastosowania*, Tom 3, (cz. 1), OPT-NOT, 1989.
- [348] Szustakowski M., Romaniuk R. (red.), *Światłowody i ich zastosowania*, Tom 3, (cz. 2), OPT-NOT, 1989.
- [349] Szustakowski M., Romaniuk R. (red.), *Optical Fibers and Their Applications*, Vol. 4, OPT-NOT, 1989.
- [350] Szustakowski M., Romaniuk R.S. (edit.), *Optical Fibers and Their Applications*, Vol. IV, Proc. SPIE, Vol. 670, 1986.
- [351] Woliński W., Wołczak B., Borkowska A., Romaniuk R. (edit.), *Laser Technology II*, Proc. SPIE, Vol. 859, 1987.
- [352] Szustakowski M., Romaniuk R.S. (edit.), *Optical Fibers and Their Applications V*, Proc. SPIE 1085, 1990.
- [353] Woliński W., Wołczak B., Gajda J., Gajda D., Romaniuk R. (edit.), *Laser Technology III*, Proc. SPIE 1391, 1990.
- [354] Sowiński A., Grzybowski J., Kucharski W.T., Romaniuk R.S. (edit.), *Microelectronics*, Proc. SPIE, Vol. 1783, 1992.
- [355] Dorosz J., Romaniuk R.S. (edit.), *Optical Fibers and Their Applications VI*, Proc. SPIE, Vol. 3731, 1998.
- [356] Dorosz J., Romaniuk R., *Światłowody Kształtowane, Oddział Badawczo-Produkcyjny Światłowodów, Huta Szkła „Biaglass”, Noty Aplikacyjne i Katalog Urzędzeń Światłowodowych*, Wydawnictwo Huty Szkła „Biaglass”, Program Priorytetowy Politechniki Warszawskiej „Inżynieria Fotoniczna”, Białystok–Warszawa, Wyd. II, 2000.
- [357] Dorosz J., *Światłowody tyglowe*, Elektronika, Vol. 23, No. 5, 30–32, 1982.
- [358] Dorosz J., *Niektóre zagadnienia tyglowej technologii światłowodów*, Rozprawa doktorska, UMCS, Lublin, 1984.
- [359] Dorosz J., *Tyglowe metody wytwarzania światłowodów wielordzeniowych*, Politechnika Białostocka, Tom 29, 1995.
- [360] Dorosz J., *Aspekty technologii światłowodów wielordzeniowych*, Politechnika Białostocka, Tom 41, 1997.
- [361] Romaniuk R., *Studia nad światłowodami kształtowanymi*, t. 134, Wyd. PW, 2002.
- [362] Dorosz J., Romaniuk R.S. (edit.), *Optical Fibres and Their Applications*, VIII, Proc. SPIE, Vol. 5028, 2003.
- [363] Dorosz J., Romaniuk R.S., Woliński T. (edit.), *Optical Fibers and Their Applications 2008*, Proc. SPIE 7120, 2008.
- [364] Romaniuk R., *Światłowody kapilarne*, Wyd. PWR, 2010.
- [365] Dorosz J., Romaniuk R.S. (edit.), *Optical fibers and their applications 2011*, Proc. SPIE 8010, 2011.
- [366] Romaniuk R.S. et al., *Properties of home-made MCVD, PCS and DC/TC optical fibres*, Proc. SPIE, Vol. 404, 1983.
- [367] Marcuse D., *Theory of dielectric optical waveguides*, Academic Press, New York, 1974, 1991.
- [368] Snyder A.W., Love J.D., *Optical Waveguide theory*, Chapman and Hall, London, New York, 1983, 1995, 2009.
- [369] Gloge D., *Weakly guiding fibers*, Applied Optics, Vol. 10, 2252–2258, 1971.
- [370] Gloge D., Marcanti E.A.J., *Multimode theory of graded core fibers*, BSTJ, Vol. 52, 1563–1578, 1973.
- [371] Gambling W.A. et al., *Determination of core diameter and refractive index difference of single mode fibers by observation of the far field pattern*, IEE Microwaves, Optics and Acoustics, Vol. 1, 13–17, 1976.

- [372] Romaniuk R., Dorosz J., *Wielotyglowa-strefowa technologia wytwarzania szklanych światłowodów włóknistych*, Szkło i Ceramika, Vol. XXXIV, nr 3, 93–99, 1983.
- [373] Dorosz J., Romaniuk R., *Technologia światłowodów kształtowanych*, III Krajowe Sympozjum „Światłowody i Ich zastosowania”, Tom I, 42–61, Jabłonna 15–17.02.1983.
- [374] Romaniuk R.S., Dorosz J., *Ultimate development of hybrid extrusion, multicrucible and multi-rod-in-tube technologies of tailored (special purpose) optical fibres*, Proc. SPIE, Vol. 798, 316–323, 1987.
- [375] Dorosz J., Romaniuk R., *Optical fibre technology by triple and quadruple methods*, The Sixth International Fiber Optics and Communications Exposition, FOC 82, Los Angeles, USA, September 15–17, 1982, 99–102.
- [376] Dorosz J., Romaniuk R., *Fiber Optic Department of Biaglass Co. Twenty years of research activities*, Optica Applicata, Vol. XXXVIII, No. 4, 267–291, 1998.
- [377] Dorosz J., Romaniuk R., *Multicrucible technology of optical fibers*, Optica Applicata, Vol. 27, No. 4, 293–322, 1998.
- [378] Romaniuk R., *Ring-index optical fibers*, Optica Applicata, Vol. XXXI, No. 2, 425–444, 2001.
- [379] Eftimov T.A., Bock W.J., *Analysis of the polarization behavior of hybrid modes in highly birefringent fibers*, J. Lightwave Technology, Vol. 16, No. 6, 998–1005, 1998.
- [380] Romaniuk R., *Opracowanie technologii światłowodów o eliptycznym kształcie rdzenia*, Inż. Fotoniczna, PW 2000.
- [381] Romaniuk R., *Wprowadzenie do Techniki Pomiarowej Światłowodów*, KEiT PAN 2000.
- [382] Romaniuk R., Stępień R., *Glass-ceramic fiber optic sensors*, Proc. SPIE, Vol. 1368, 73–84, 1991.
- [383] Romaniuk R.S., Poźniak K.T., *Intranet and Internet metrological network with photonic sensors and transmission*, Proc. SPIE, Vol. 3731, 224–245, 1998.
- [384] Romaniuk R.S., Poźniak K.T., Dybko A., *Intranet and Internet metrological workstation with photonic sensors and transmission*, Proc. SPIE, Vol. 3731, 246–273, 1998.
- [385] Romaniuk R.S., Poźniak K.T., Dybko A., *Environmental tests of Intranet and Internet metrological station and network with photonic sensors and transmission*, Proc. SPIE, Vol. 3731, 274–295, 1998.
- [386] Marcuse D., *Principles of optical fiber measurements*, Academic Press, New York, 1981, 1999, 2006.
- [387] Cancellieri G., Ravaoli U., *Measurements of optical fibers and devices*, Artech House 1984, 2006.
- [388] Anderson T.W., *Consistency of measurement methods for the mode field radius in a single mode fiber*, IEEE Journal of Lightwave Technology, Vol. LT-2, 191–197, 1984.
- [389] Artiglia.M. et al., *Mode field diameter measurements in optical fibres*, IEEE JLT, Vol. 7, 1139–1152, 1989.
- [390] Hallam G.A., *Reformulation of the expression for mode field diameter in the variable aperture domain*, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 6, 255–257, 1994.
- [391] Wittman C.R., Youg M., *Are the formulas for mode field correct?*, Technical Digest, Symp., Optical Fiber Measurements, Boulder Co., 141–144, 1998.
- [392] Benson M.J. et al., *Relative dopant concentration profiling of germania, phosphorus and erbium doped silica based optical fibres*, Proc. Symposium on Optical Fibre Measurements, Boulder Co., 85–88, 1992.
- [393] Szwedowski A., Romaniuk R., *Szkło Optyczne i Fotoniczne, Właściwości Techniczne*, WNT, 2009.
- [394] Boyd J.T., *Integrated Optics, Devices and Applications*, IEEE Progress in Lasers and Electro-Optics, New York 1991.
- [395] Photonic Spectra Magazine
- [396] Laser Focus Magazine
- [397] Kociszewski L., Buźniak J., Stępień R., Romaniuk R.S., *High quality medical image-guides by mosaic-assembling optical fibre technology*, Proc. of SPIE, Vol. 906, 1988.

- [398] Kociszewski L., Stępień R., Buźniak J., Romaniuk R.S., *New manufacturing method of sensor oriented optical fibers*, Proc. SPIE, Vol. 1011, 71–80, 1988.
- [399] Romaniuk R., Kociszewski L., Stępień R., Buźniak J., *Mosaic optical fibers*, Proc. SPIE, Vol. 1085, 239–272, 1990.
- [400] Romaniuk R., Kociszewski L., Stępień R., Buźniak J., *Technological sensitizing of mosaic optical fibers for sensory and microoptics applications*, Proc. SPIE, Vol. 1128, 25–37, 1989.
- [401] Kociszewski L., Stępień R., Buźniak J., Pielak G., Romaniuk R.S., *Ion exchange and related phenomena in glass periodical GRIN matrices during the mosaic assembling technology*, Proc. SPIE, Vol. 1128, 90–102, 1989.
- [402] Buźniak J., Romaniuk R.S., Kociszewski L., Stępień R., *Gradient-index (GRIN) matrices based on Mosaic Assembling technology (MAT) for multichannel fiberoptic environmental sensors*, Proc. SPIE, Vol. 1172, 174–183, 1990.
- [403] Kociszewski L. et al., *Światłowody mozaikowe*, Materiały Elektroniczne, ITME-Cemat, nr 4 (60), 15–32), 1987.
- [404] Kociszewski L. et al., *Basic Properties and Applications of Advanced Glass Optical Fibers*, ITME, Z. 39, 1993.
- [405] Silvestre E., Andres M.V., Andres P., *Biothonormal-basis method for the vector description of optical fiber modes*, IEEE J. Lightwave Technology, Vol. 16, 1998, 923–928.
- [406] Romaniuk R., Dorosz J., *Multicore single-mode optical fibers*, Optica Applicata, Vol. 24, No. 1–2, 15–49, 1999.
- [407] Romaniuk R.S., *Single-mode quadruple-core optical fibres*, Proc. SPIE, Vol. 1085, 214–238, 1989.
- [408] Romaniuk R., *Tensile strength of tailored optical fibers*, Opto Electronics Review, nr 2, 103–118, 2000.
- [409] Dorosz J., Bożyk M., Romaniuk R., *Technologiczne kształtowanie oraz pomiary profilu refrakcyjnego światłowodów otrzymanywanych metodą trzy- i czterotyglową*, Światłowody i ich zastosowania, Tom I, 62–75, Jabłonna 1983.
- [410] Dorosz D.J., *Opracowanie podstaw technologii światłowodów o strukturze szkło wieloskładnikowe – SiO₂*, Praca magisterska, UMCS, Wydział Chemii, 1999.
- [411] Romaniuk R., *Konstrukcja i parametry sprzęgaczy światłowodowych*, Elektronika, Vol. XXVI, nr 6, 20–22, 1985.
- [412] Romaniuk R., Brochocki A., *Hybrydowe elementy optoelektroniczne dla telekomunikacji światłowodowej*, Część I, Przegląd Telekomunikacyjny, Vol. LVIII, nr 9, 239–246, 1985.
- [413] Romaniuk R., Brochocki A., *Hybrydowe elementy optoelektroniczne dla telekomunikacji światłowodowej*, Część II, Przegląd Telekomunikacyjny, Vol. LVIII, nr 10, 273–278, 1985.
- [414] Romaniuk R.S., *Multicore optical fibres*, Revue Roumaine de Physique, Vol. 32, No.1–2, 99–112, 1987.
- [415] Romaniuk R.S., Dorosz J., Szczot F., *Lightguide technology for adverse environments (review of selected university based work in Poland)*, Int. Journal of Optical Sensors, Vol. 2, No. 3, 163–190, 1987.
- [416] Stępień R., Kociszewski L., Buźniak J., Romaniuk R.S., *Synthesis of sensitizing glasses in very small volumes and strictly controlled atmospheres for fiber and integrated optic sensors*, Proc. SPIE, Vol. 1177, 438–448, 1989.
- [417] Romaniuk R.S., *Multicore optical fibres for sensors*, Proc. SPIE, Vol. 566, 1985.
- [418] Dorosz J., Romaniuk R., *Manufacturing and measurements of triple-core, double-core and twin-core single-mode soft-glass optical fibers*, Proc. SPIE, Vol. 3731, 59–71, 1999.
- [419] Romaniuk R.S., Dorosz J., *Multicore optical fiber components*, Proc. SPIE, Vol. 722, 1986.
- [420] Romaniuk R.S., Dorosz J., *Multicore microoptics*, Proc. SPIE, Vol. 1014, 120–129, 1988.
- [421] Romaniuk R.S., Dorosz J., *Multicore micro-optics*, Int. J. of Optoelectronics, Vol. 4, No. 3/4, 201–219, 1989.

- [422] Romaniuk R.S., Dorosz J., *Coupled/noncoupled wave transmission in long length of multicore optical fibres*, Xth European Conference on Optical Communication, „ECOC '84”, 202–203, Stuttgart, 3–6.09.1984.
- [423] Romaniuk R.S., Dorosz J., *A family of multicore optical fibre based sensors and instrumentation systems*, 2nd International Conference on Optical Fiber Sensors, Stuttgart, OFS '84, 275–278, 5–7.09.1984.
- [424] Romaniuk R.S., *Fiber optic pulse sequencers/desequencers*, Proc. SPIE, Vol. 722, 1986.
- [425] Dorosz J., Romaniuk R., *Exotic optical fibres*, Proc. SPIE, Vol. 1085, 273–276, 1989.

NON-TELECOMMUNICATION OPTICAL FIBERS

This study contains a comprehensive description of the basic and engineering aspects of tailored optical fibers, including analysis and design, such as signal transmission properties, optical signal transformation, fiber characteristics and sensitivities. Tailored optical fibers are defined generally as the ones not designed directly for long-haul applications. From the general point of view the work tries to answer the following questions: Will tailored optical fibers compete and outgrow the telecommunication oriented fibers in non-telecommunication applications? Are their nominal work characteristics suitable for applications of these fibers in real life technical conditions, like adverse industrial and natural environments.

Mirosław SZMAJDA*
Janusz MROCZKA**

WYBRANE METODY CZASOWO-CZĘSTOTLIWOŚCIOWE W BADANIACH JAKOŚCI ENERGII ELEKTRYCZNEJ

W rozdziale przedstawiono zjawiska pojawiające się w sieciach elektroenergetycznych oraz związane z nimi zagadnienie jakości energii elektrycznej. Zaprezentowano parametry jakości energii elektrycznej oraz metody ich obliczeń. Przedstawiono systematykę metod analiz sygnałów, a w szczególności analiz czasowo-częstotliwościowych. Przeanalizowano właściwości wybranych analiz czasowo-częstotliwościowych z klasy Cohena oraz na ich podstawie zaproponowano kilka metod interesujących z perspektywy zastosowania w badaniach jakości energii elektrycznej (spektrogram – SP, wygładzona pseudodystrybucja Wignera–Ville’a SPWV, dystrybucja Choi–Williamsa – CW, dystrybucja Zao–Atlas–Marksa – ZAM, dystrybucja o zredukowanych interferencjach RIDBN). Przeanalizowano wyniki analiz z zastosowaniem zamodelowanego sygnału testowego oraz rzeczywistych przebiegów zawierających zakłócenia stacjonarne oraz niestacjonarne.

1. WPROWADZENIE

Udział sprzętu elektronicznego, wyposażonego w układy zasilające oparte na konwerterach DC/DC w całościowym poborze energii elektrycznej, staje się obecnie coraz bardziej znaczący. Układy tego typu pobierają odkształcony prąd z sieci elektroenergetycznej, co w połączeniu z określoną impedancją sieci powoduje odkształcenia przebiegu napięciowego. Ponadto w sieci elektroenergetycznej pracują również duże odbiory niespokojne (np. piece łukowe, spawarki), wprowadzające dodatkowe zakłócenia modulujące amplitudowo przebieg napięciowy. Także i energia pozyskiwana ze źródeł odnawialnych nie jest pozbawiona zakłóceń. Zakłócenia te związane są choćby z występowaniem zmiennych warunków atmosferycznych lub występowaniem rezonansów w sieciach łączących poszczególne elementy systemu.

* Politechnika Opolska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki, Instytut Elektroenergetyki.

** Politechnika Wrocławska, Wydział Elektroniki, Katedra Metrologii Elektronicznej i Fotonicznej.

Aby w sposób jakościowy wyrazić zniekształcenia występujące w sieciach elektroenergetycznych, wprowadzono pojęcie jakości energii elektrycznej. Pomiary parametrów jakości energii elektrycznej, wykonywane w komercyjnym sprzęcie pomiarowym, oparte są obecnie na dwóch osobnych metodach: czasowej (analizie obwiedni wartości skutecznej) oraz częstotliwościowej (dyskretnej transformacji Fouriera – DFT). Ponadto ich wyniki są dodatkowo uśredniane, uwypuklając głównie te zakłócenia, które znacznie wpływają na energię przebiegu zasilającego.

Szybką transformatę Fouriera (FFT), będącą efektywnym algorytmem obliczania DFT, ze względu na jej relatywnie niewielką złożoność obliczeniową stosuje się dziś powszechnie w obliczeniach *on line*. Zakłada ona jednak istnienie stacjonarnego w całym oknie pomiarowym sygnału, na którym wykonywane są obliczenia. W rzeczywistości zakłócenia w sieciach elektroenergetycznych mają charakter niestacjonarny. W przypadku wystąpienia pewnej grupy takich zakłóceń (zapady napięcia, przerwy w zasilaniu, przepięcia przejściowe) oznacza się ich momenty wystąpienia i pomija się ich zawartość widmową w końcowych statystykach jakości energii elektrycznej. Traci się wtedy informacje, m.in. o charakterze widmowym, zakłóceń tego typu.

W związku z wadami standardowych metod badania przebiegów elektroenergetycznych prowadzone są badania nad aplikacją metod czasowo-częstotliwościowych, umożliwiających pomiary przebiegów niestacjonarnych. Metody te umożliwiają śledzenie fluktuacji zawartości widmowej w funkcji czasu.

Po odpowiednim dobraniu parametrów wejściowych metod możliwe jest wyznaczenie parametrów przebiegów uzyskanych na podstawie standardowych analiz czasowych oraz częstotliwościowych. Ponadto niektóre z analiz czasowo-częstotliwościowych umożliwiają detekcję dodatkowych cech zakłóceń, niemożliwych do wykrycia za pomocą standardowych analiz. Obecnie prowadzone są badania nad analizami z wielu grup metod czasowo-częstotliwościowych: począwszy od najbardziej intuicyjnej, bo bazującej bezpośrednio na wynikach FFT – STFT, poprzez transformatę Gabora, transformatę falkową, transformatę S, transformaty z grupy Cohena, a na nieparametrycznych analizach skończywszy. Każda z tych analiz cechuje się odmiennymi parametrami i umożliwia detekcję charakterystycznych zakłóceń.

Na szczególną uwagę zasługują analizy czasowo-częstotliwościowe z grupy Cohena. Jest to zbiór ponadkilkudziesięciu analiz, mających bardzo odmienne właściwości. Na podstawie wyników uzyskanych za ich pomocą możliwy jest monitoring harmonicznych oraz szybkich zakłóceń przejściowych. Ponadto istnieje możliwość precyzyjnego wykrycia momentu wystąpienia zakłócenia. Wadą ich jest jednak dużo większa złożoność obliczeniowa, przez co były one dotąd niechętnie stosowane w pomiarach jakości energii elektrycznej. Obecnie w związku z bardzo dynamicznym rozwojem systemów wbudowanych o dużych mocach obliczeniowych, coraz realniejsze staje się zastosowanie metod czasowo-częstotliwościowych w badaniach przebiegów elektroenergetycznych, wyznaczaniu parametrów jakości energii elektrycznej oraz detekcji zakłóceń niestacjonarnych.

2. ZAKŁÓCENIA ORAZ JAKOŚĆ ENERGII ELEKTRYCZNEJ W PRZEBIEGACH ELEKTRYCZNYCH

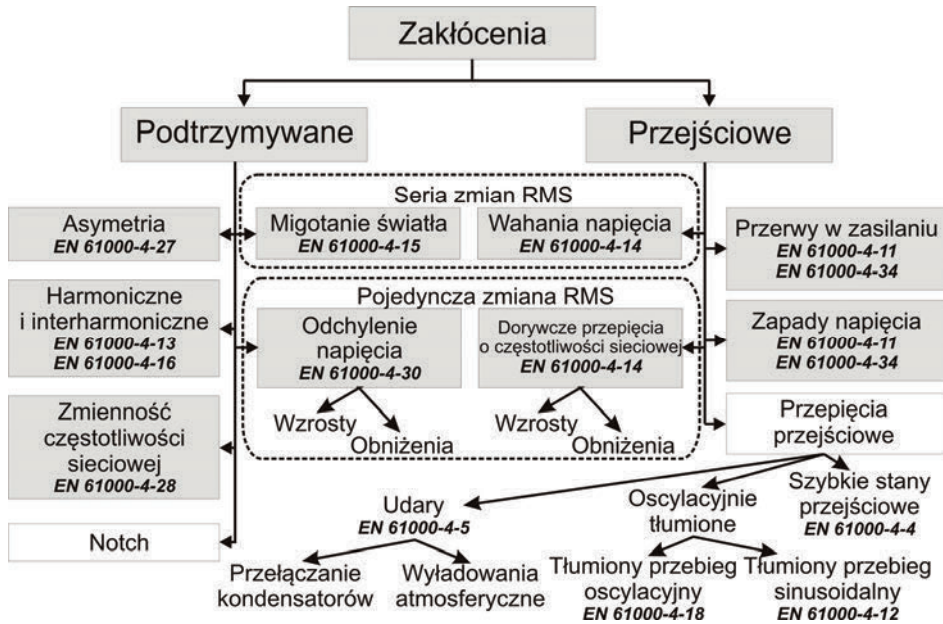
Napięciowy przebieg elektryczny w sieciach elektroenergetycznych z definicji jest sygnałem ściśle deterministycznym. Zbudowany on jest z pojedynczej fali sinusoidalnej o nominalnej wartości skutecznej (w sieciach niskiego napięcia np.: 230 V w UE lub 120 V w USA i Kanadzie), symetrycznej względem poziomu 0 V oraz nominalnej częstotliwości (systemy 50 Hz lub 60 Hz). W sieciach trójfazowych dodatkowo przebiegi te przesunięte są w poszczególnych fazach o 120° .

W rzeczywistości przebieg ten zawiera dodatkowo zakłócenia o charakterze stacjonarnym oraz niestacjonarnym. Pierwsza grupa obejmuje stale występujące (lub pojawiające się co znany, określony czas) zakłócenia, stanowiące o specyfice danej sieci (np. ciągła obecność 5. harmonicznej). Druga grupa zawiera zakłócenia pojawiające się co nieokreślony czas, lub których charakter ewoluje w czasie w sposób nieprzewidywalny (np. udary napięciowe spowodowane wyladowaniami atmosferycznymi, chwilowe zmiany częstotliwości podstawowej pod wpływem gwałtownych zmian obciążenia).

Część z zakłóceń, występujących w napięciowym przebiegu zasilającym, ma bezpośredni wpływ na sposób działania oraz bezpieczeństwo urządzeń elektrycznych. Ponadto pewne charakterystyczne zakłócenia mają również niebagatelny wpływ na komfort użytkowania niektórych urządzeń elektrycznych. Typowym przykładem jest tutaj zjawisko migotania światła spowodowane seriami zmian wartości skutecznej napięcia zasilającego źródła światła. Ta grupa zakłóceń została sparametryzowana w sposób szczególny, a dopuszczalne poziomy poszczególnych parametrów zostały określone w odpowiedniej normie [38]. Samo zagadnienie, odnoszące się do występowania zakłóceń tego typu oraz sposobu obliczania poszczególnych parametrów, zawiera się w pojęciu jakości energii elektrycznej, którą określają parametry jakości energii elektrycznej. Parametry te określone zostały jako parametry jakości energii elektrycznej, a samo zagadnienie nazwano jakością energii elektrycznej.

2.1. ZAKŁÓCENIA W SIECIACH ELEKTROENERGETYCZNYCH

Szczegółowy podział zakłóceń występujących w przebiegach napięciowych sieci elektroenergetycznej przedstawiono na rysunku 1 [3], [19]. Zakłócenia zaznaczone kolorem szarym zostały szczegółowo sparametryzowane i wyrażone za pomocą parametrów jakości energii elektrycznej. Pozostałe zakłócenia obejmują zjawiska występowania przepięć przejściowych oraz zakłóceń podtrzymywanych typu „notch”. Oczywiście zakłócenia te również mają wpływ na ogólny charakter jakości energii elektrycznej w danej sieci, natomiast nie zostały szczegółowo podane dopuszczalne wartości ich parametrów w odpowiednich normach jakości energii elektrycznej (lub określono je w sposób lakoniczny).

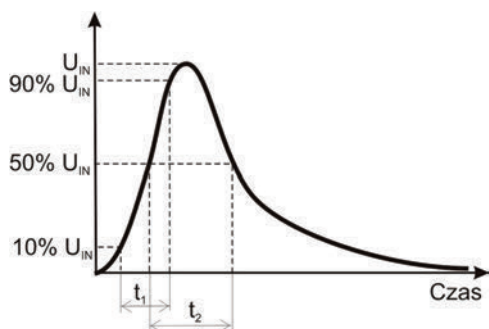


Rys. 1. Szczegółowy podział zakłóceń występujących w przebiegach napięciowych
 Fig. 1. Classification of disturbances in power networks

Przepięcia przejściowe obejmują zakłócenia przejściowe o krótkim czasie trwania oraz o różnym kształcie. Na rysunku 2 przedstawiono sygnał testowy, imitujący szybkie stany przejściowe, związane z przełączeniami obciążenia (przerwy w zasilaniu odbiorników o charakterze indukcyjnym, drganie styków przełącznika) [33]. Na rysunku 3 zaprezentowany został model udaru napięciowego, powstałego w wyniku wyładowania atmosferycznego (sygnał 1,2/50 μ s [13], [30], [34]). Bardzo często występujące w rzeczywistych sieciach elektroenergetycznych zakłócenia o charakterze tłumionych sinusoid zamodelowano na rysunku 4 [36] i rysunku 5 [39]. Modele te prezentują zbliżony kształt z główną różnicą określającą częstotliwość tłumionych sinusoid, w pierwszym przypadku 100 kHz, w drugim 1 MHz. Poszczególne modele tych zakłóceń zdefiniowane są w odpowiednich normach, dotyczących kompatybilności elektromagnetycznej urządzeń elektrycznych. Na rysunku 1 pogrubioną kursywą oznaczono numery norm odpowiadających im zakłóceniom.

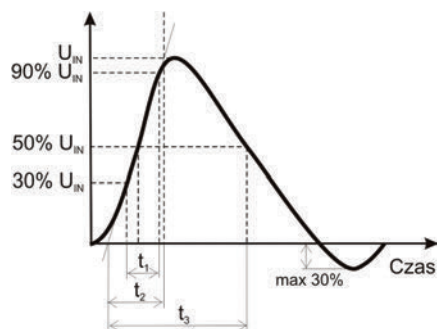
Model zakłóceń podtrzymywanych typu „notch” przedstawiono na rysunku 5. Zaburzenia tego typu w rzeczywistości są to krótkie obniżenia napięcia – załamania napięcia [14] – występujące najczęściej w chwilach komutacji tyrystorów w sterowanych mostkach prostowniczych. Ze względu na to, iż są to zakłócenia podtrzymywane o stromych zboczach, wpływają na zawartość wyższych harmonicznych badanego przebiegu, co pogarsza m.in. wartość jednego z głównych parametrów jakości energii elektrycznej – parametru THD. Z perspektywy poprawnej pracy urządzeń elektrycz-

nych, zawierających mostki sterowane (falowniki, układy sterowania napięciem, automatyka zabezpieczeniowa), istotna jest ich parametryzacja w dziedzinie czasu. Wyznaczenie czasów narastania, czasu trwania oraz głębokości załamania, pomagają w określeniu korelacji między wadliwym działaniem mostka sterowanego a występowaniem tego zakłócenia.



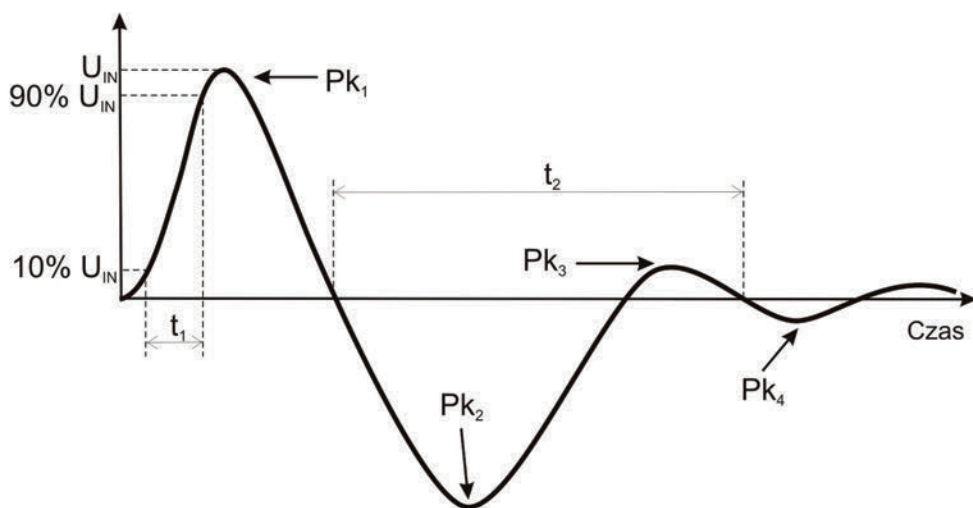
Rys. 2. Model sygnału zakłócenia zawierającego szybkie stany przejściowe: $U_{in} = 0,25 - 4 \text{ kV}$,
 $t_1 = 5 \text{ ns}$, $t_2 = 50 \text{ ns}$

Fig. 2. Model of disturbance signal with fast transients. $U_{in} = 0.25 - 4 \text{ kV}$, $t_1 = 5 \text{ ns}$, $t_2 = 50 \text{ ns}$



Rys. 3. Model sygnału zakłócenia zawierającego udary (wyładowania atmosferyczne):
 $U_{in} = 0,25 - 4 \text{ kV}$, $t_1 = 0,71 \mu\text{s}$, $t_2 = 1,2 \mu\text{s}$, $t_3 = 50 \mu\text{s}$

Fig. 3. Model of disturbance signal with surges (atmospheric discharge) $U_{in} = 0.25 - 4 \text{ kV}$,
 $t_1 = 0.71 \mu\text{s}$, $t_2 = 1.2 \mu\text{s}$, $t_3 = 50 \mu\text{s}$

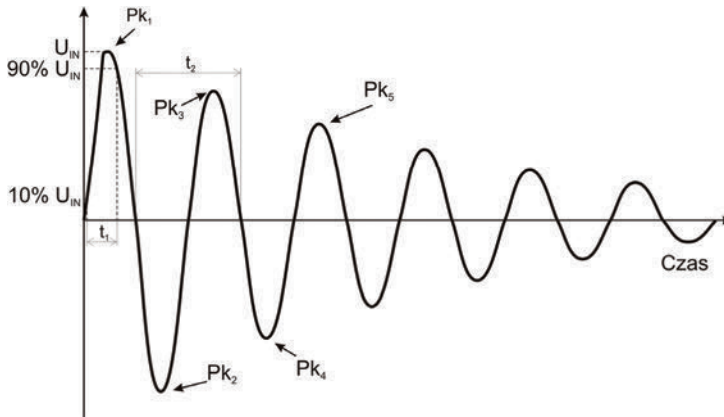


Rys. 4. Model sygnału zakłócenia zawierającego tłumione przebiegi oscylacyjne:

$U_{in} = 0,25 - 4 \text{ kV}$, $t_1 = 0,5 \mu\text{s}$, $t_2 = 10 \mu\text{s}$, $Pk_2 = 110\% - 40\% Pk_1$

Fig. 4. Model of disturbance signal with attenuated oscillation forms:

$U_{in} = 0.25 - 4 \text{ kV}$, $t_1 = 0.5 \mu\text{s}$, $t_2 = 10 \mu\text{s}$, $Pk_2 = 110\% - 40\% Pk_1$



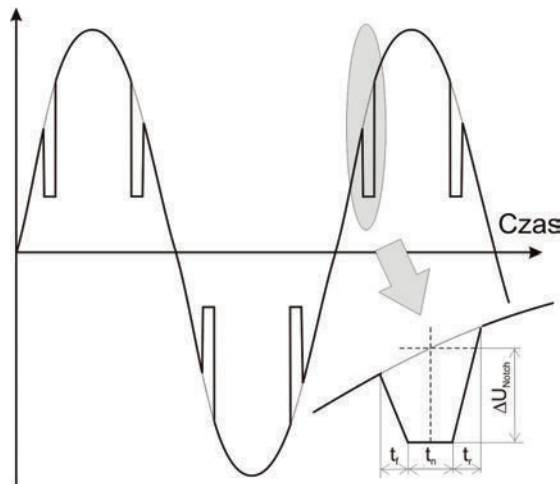
Rys. 5. Model sygnału zakłócenia zawierającego tłumione przebiegi sinusoidalne:

$$U_{in} = 0,25 - 2 \text{ kV}, t_1 = 75 \text{ ns}, t_2 = 1 \text{ } \mu\text{s}, Pk_5 > 50\% Pk_1, Pk_{10} < 50\% Pk_1$$

Fig. 5. Model of disturbance signal with attenuated sinusoidal forms (ring wave):

$$U_{in} = 0.25 - 2 \text{ kV}, t_1 = 75 \text{ ns}, t_2 = 1 \text{ } \mu\text{s}, Pk_5 > 50\% Pk_1, Pk_{10} < 50\% Pk_1$$

Przebiegi przejściowe oraz zakłócenia typu „notch” są zakłóceniami szerokopasmowymi, sięgającymi kilku MHz. Charakter widmowy tych zakłóceń różni się w zależności od występowania oscylacji w przebiegu czasowym. Zakłócenia nieoscylacyjne (szybkie stany przejściowe, udary, „notch”) mają szerokie widmo bez dominujących lokalnych maksimum. W przypadku zakłóceń oscylacyjnych (tłumione przebiegi oscylacyjne, tłumione przebiegi sinusoidalne) będą zawierały w swym widmie lokalne maksima, określające częstotliwość oscylacji zakłócenia.



Rys. 6. Model sygnału zakłócenia typu „notch”; $t_f = 1 \text{ } \mu\text{s}$, $t_r = 1 \text{ } \mu\text{s}$, $t_n = 200 \text{ } \mu\text{s}$, $\Delta U_{\text{notch}} = 30 \text{ V}$

Fig. 6. Model of notch-type disturbance signal; $t_f = 1 \text{ } \mu\text{s}$, $t_r = 1 \text{ } \mu\text{s}$, $t_n = 200 \text{ } \mu\text{s}$, $\Delta U_{\text{notch}} = 30 \text{ V}$

Omawiane zakłócenia, pomimo wysokich uzyskiwanych amplitud (do 4 kV), ze względu na krótki czas trwania, niosą ze sobą relatywnie małą energię. Mogą jednak uszkadzać urządzenia elektryczne wrażliwe na przepięcia oraz na stromość zboczy napięcia zasilającego.

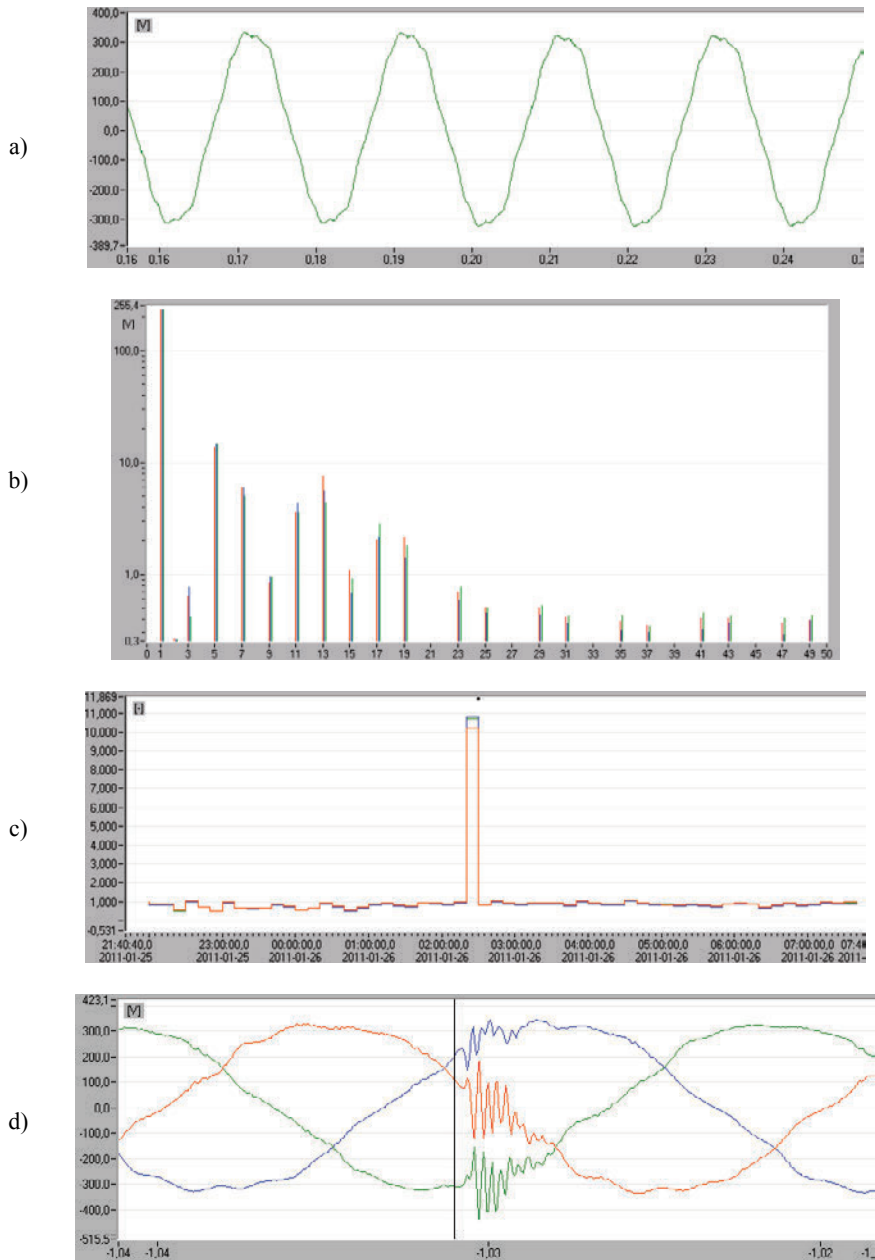
2.2. JAKOŚĆ ENERGII ELEKTRYCZNEJ A ZAKŁÓCENIA

Obecnie występuje kilka definicji jakości energii elektrycznej. Najbardziej trafną, a tym samym najczęściej cytowaną, jest definicja, w której jakość energii elektrycznej przedstawia się jako zbiór parametrów opisujących właściwości procesu dostarczania energii do użytkownika w normalnych warunkach pracy, a określających ciągłość zasilania (długie i krótkie przerwy w zasilaniu) oraz charakteryzujących napięcie zasilające (wartość, niesymetrię, częstotliwość i kształt przebiegu czasowego) [8]. Tradycyjnie warunki poprawnej jakości energii elektrycznej opisują następujące parametry [11]:

- krzywa napięcia zasilającego powinna być jak najbardziej zbliżona do sinusoidy,
- napięcie na zaciskach odbiornika powinno mieć wartość znamionową niezmienną się w czasie oraz w funkcji obciążenia,
- częstotliwość napięcia powinna być stała i równa znamionowej,
- napięcia wszystkich faz w zasilaniu wielofazowym powinny być sobie równe, natomiast wektory napięć powinny tworzyć układ symetryczny kolejności zgodnej,
- moc powinna być wytworzona przez praktycznie sinusoidalne napięcie i praktycznie sinusoidalny prąd.

Zagadnienia jakości energii elektrycznej związane są głównie z zakłóceniami małej częstotliwości. Są to zakłócenia najgroźniejsze z perspektywy bezpieczeństwa urządzeń zasilanych z sieci elektroenergetycznej. Niosą ze sobą duże energie i należą do nich przede wszystkim długotrwałe, wysokoamplitudowe wzrosty napięcia. Biorąc pod uwagę poprawność pracy urządzeń występuje tutaj kilka czynników: niedostateczne zaopatrzenie urządzenia w energię (przerwy w zasilaniu, obniżenia napięcia oraz zapady), niestabilne parametry przebiegów napięciowych (wahania napięcia) oraz występowanie długotrwałych odchyłek od nominalnych parametrów przebiegu napięcia (zniekształcenia: harmoniczne, interharmoniczne, subharmoniczne; zawartość składowej stałej, asymetria, odchyłka częstotliwości podstawowej). Zakłócenia te, ze względu na swój niskoczęstotliwościowy charakter, można stosunkowo łatwo poddać monitoringowi. Zakres czasowy zakłóceń małej częstotliwości waha się od kilku, kilkudziesięciu mikrosekund (zakłócenia przejściowe) do czasów powyżej pojedynczych sekund oraz minut (zakłócenia podtrzymywane).

Wymienione zjawiska zakłócające mają charakter addytywny i często występuje jednocześnie kilka z nich. W wielu przypadkach pojawiają się one w sposób losowy. Regułą w rzeczywistych sieciach (rys. 7) jest np. występowanie kilku dominujących wyższych harmonicznym (np. 5, 7, 11, 13; rys. 7b), zjawiska migotania (parametr P_{st} , rys. 7c) oraz zakłóceń oscylacyjnych (rys. 7d) [20].



Rys. 7. Przykładowe zakłócenia występujące w rzeczywistych przebiegach napięciowych; postać czasowa przebiegu napięciowego zakłóconego harmonicznymi (a) oraz jego widmo b), współczynnik P_{st} (c), zakłócenia oscylacyjne, tłumiony przebieg sinusoidalny (d)

Fig. 7. Exemplary disturbances appearing in real voltage waveforms; waveform distorted by harmonics (a) and its spectrum (b), coefficient P_{st} (c), ring waves (d)

2.3. PARAMETRY JAKOŚCI ORAZ SPOSOBY ICH WYZNACZANIA

Parametry jakości energii elektrycznej można podzielić na kilka grup, biorąc pod uwagę typ zaburzenia [11], czyli parametry charakteryzujące:

- zapady napięcia i przerwy w zasilaniu,
- wzrosty oraz obniżenia napięcia,
- szybkie zmiany napięcia – wahania napięcia oraz migotanie światła (*flicker*),
- niesymetrię napięć i prądów w obwodach trójfazowych,
- jakość częstotliwości,
- kształt przebiegów czasowych napięć i prądów,
- odkształcenie mocy.

Dwie pierwsze grupy odnoszą się do zmian wartości skutecznych napięcia. Ze względu na głębokość zmian oraz ich czas trwania definiuje się pojęcia zaprezentowane na rysunku 8.



Rys. 8. Definicja zaburzeń dotyczących zmian wartości napięcia

Fig. 8. Definition of disturbances solved with voltage changes

Poszczególne parametry zapadów oraz zmian napięcia powinny być wyznaczone według wartości skutecznych obliczanych na podstawie połowy okresu sygnału energetycznego (systemy 50 Hz – 10 ms, systemy 60 Hz – 8,33 ms; tab. 1). Błąd pomiaru zarówno wartości napięcia, zapadów, jak i zmian napięcia powinien być mniejszy niż $\pm 0,2\%$ (klasa A urządzeń [40]). Błąd lokalizacji czasowej powinien wynosić maksymalnie 1 okres przebiegu. Do parametrów, charakteryzujących zapady oraz przerwy w zasilaniu, należą: czas trwania zapadu, głębokość zapadu, liczba krótkich przerw w zasilaniu, napięcie resztkowe, liczba długich przerw w zasilaniu.

Tabela 1. Niepewności pomiarów, przedziały zmian wielkości wpływających na pomiar oraz uwagi odnośnie do pomiarów dla urządzeń klasy A w systemach 50 Hz [40]
 Table 1. The measurement uncertainties, range of influence quantities and measurement notices in 50 Hz systems for class A performance [40]

Parametr	Niepewność pomiaru	Przedział zmian	Uwagi odnośnie pomiaru
Częstotliwość	± 10 mHz	42,5–57,5 Hz; (51–69 Hz)	Pomiar odbywa się co $10 \text{ s} \pm 20$ ms (± 16 ms). Okna pomiarowe powinny być przylegające bez nakładania się
Wartość napięcia (RMS)	$\pm 0,1\% U_{din}$	10–200% U_{din}	Pomiar odbywa się na podstawie 10. cykli (12. cykli). Okna pomiarowe powinny być przylegające bez nakładania się
Wahania napięcia (<i>flicker</i>)	IEC 61000-4-15	0–20 P_{st}	
Zapady i podwyższenia napięcia	Amplituda $\pm 0,2\% U_{din}$, gdzie U_{din} – napięcie deklarowane Czas trwania ± 1 cykl	–	Pomiar RMS powinien być obliczany z 1/2 okresu przebiegu napięciowego
Przerwy zasilania	Czas trwania ± 1 cykl	–	Pomiar RMS powinien być obliczany z 1/2 okresu przebiegu napięciowego
Asymetria (dla kolejności przeciwnej oraz zerowej)	$\pm 0,15\%$	0–5%	Jak dla wartości napięcia
Harmoniczne, oraz interharmoniczne napięcia i prądu	Wartości dla klasy A przyrządów: $U_m \geq 1\% U_N$ wynosi: 5% U_m ; $U_m < 1\% U_N$ wynosi: 0,05% U_N , gdzie: U_m – kolejne mierzone harmoniczne, subharmoniczne oraz interharmoniczne napięcia U_N – nominalny zakres napięciowy przyrządu	200% wartości jak w IEC61000-2-4 klasa 3 [32] (tab. 2)	Szerokość pasma pomiarowego do 9 kHz. Rozdzielczość widma częstotliwościowego 5 Hz. Wartość harmonicznych obliczana na podstawie C_{sgn} . Wartość interharmonicznych obliczana na podstawie C_{isgn} Analiza za pomocą FFT wymaga zastosowania następujących parametrów: pomiar na podstawie 10 cykli (12 cykli), błąd synchronizacji częstotliwości próbkowania do szerokości okna pomiarowego (prostokątnego) mniejszy od 0,03%

Wytyczne dotyczące pomiarów, niepewności pomiarów oraz możliwych przedziałów zmian poszczególnych wielkości podsumowano w tabeli 1 oraz 2. Szczegółowo parametry jakości energii elektrycznej, ich dopuszczalne poziomy, przedziały

zmian oraz dokładności ich wyznaczania prezentują odpowiednie dokumenty normatywne [31], [32], [35], [38], [40].

Tabela 2. Dopuszczalne wartości poszczególnych harmonicznych dla klasy 3. kompatybilności elektromagnetycznej [32]
Table 2. Permissible values of individual harmonics for EMC class 3 [32]

Rząd h	Wartość	Rząd h	Wartość	Rząd h	Wartość
5	8	3	6	2	3
7	7	9	2,5	4	1,5
11	5	15	2	6	1
13	4,5	21	1,75	8	1
17	4	>21	1	10	1
19	4			>10	1
23	3,5				
25	3,5				
>25	$5 + \sqrt{11/h}$				

Pomiary wartości skutecznych, charakteryzujących wzrosty oraz obniżenia napięcia, powinny być wykonywane na podstawie 10. okresów (lub 12. dla systemu 60 Hz) przebiegu napięciowego z dokładnością $\pm 0,1\%$. Każde okno pomiarowe powinno przylegać i nie zachodzić na siebie, a jego kształt powinien być prostokątny (w przypadku zachowania synchroniczności próbkowania). Parametry reprezentujące tę grupę zakłóceń, to: wartość zmiany napięcia, maksymalna zmiana napięcia, minimalna zmiana napięcia.

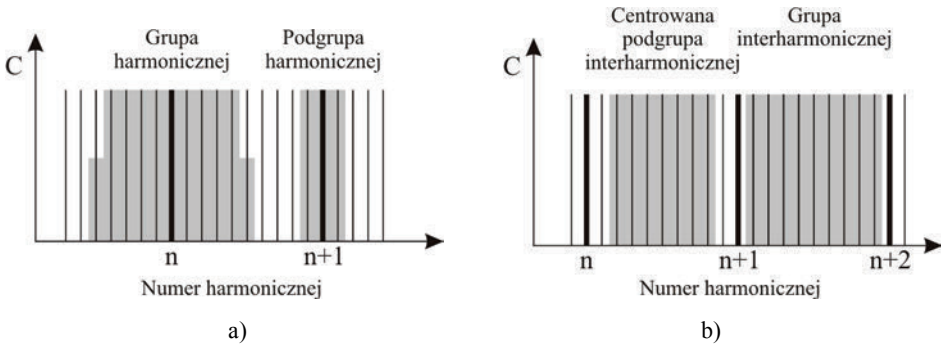
Zjawisko migotania światła (*flicker*) związane jest z serią zmian napięcia (wahaniem napięcia). Charakteryzują je parametry P_{st} oraz P_{lt} [38]. Sposób obliczenia tych parametrów bazuje na przestarzałym modelu źródła światła żarowego. Obecnie trwają prace nad przystosowaniem parametrów procedur obliczeniowych P_{st} oraz P_{lt} modelujących źródła światła żarówek kompaktowych [4].

Asymetrię napięć reprezentują parametry: współczynnik asymetrii napięcia kolejności przeciwnej oraz współczynnik asymetrii napięcia kolejności zerowej. Parametry te wyznaczane są na podstawie 10-minutowych wartości średnich z dokładnością $\pm 0,15\%$.

Parametr, określający jakość częstotliwości, reprezentowany jest przez „odchYLEnie częstotliwości napięcia”. Dokładność obliczeń powinna być wyższa od ± 10 mHz.

Parametry opisujące odkształcenia przebiegów czasowych związane są z ich zawartością widmową – harmonicznymi, interharmonicznymi oraz subharmonicznymi. Obecnie analizy uwzględniają rozdzielczość widmową 5 Hz (6 Hz w systemach 60 Hz) do 40. harmonicznej włącznie [35]. Ponadto istnieje zalecenie badania widma do 9 kHz [35]. Rozdzielczość widmowa, w przypadku stosowania FFT jako analizy częstotliwościowej, określa szerokość okna pomiarowego – 10 okresów sygnału w przypadku systemu energetycznego 50 Hz (rozdzielczość 5 Hz) oraz 12 okresów w przypad-

ku systemu 60 Hz (rozdzielczość 6 Hz). Ponadto, ze względu na występowanie zjawiska przecieku widma oraz stosowanie prostokątnego okna pomiarowego, częstotliwość próbkowania systemu i liczba próbek w oknie pomiarowym muszą być tak dobrane, aby błąd synchronizacji był mniejszy niż 0,03%. Stosowanie okna Hanninga jest dopuszczalne tylko w przypadku utraty synchronizacji. Brak synchronizacji powinien być wykryty i oznaczony, tak, aby wyniki obliczeń widmowych nie były brane pod uwagę w obliczeniach statystycznych. Sposób wyznaczania wskaźników, charakteryzujących zawartość harmoniczną w systemach 50 Hz, przedstawiono na rysunku 9a oraz za pomocą (2–1) i (2–2) (tab. 3). Sposób wyznaczania wskaźników, charakteryzujących zawartość interharmoniczną w systemach 50 Hz, przedstawiono na rys 9b oraz za pomocą (2–3) i (2–4) (tab. 3).



Rys. 9. Definicja parametrów: grupa harmoniczej, podgrupa harmoniczej (a), podgrupa interharmoniczej, grupa harmoniczej (b)

Fig. 9. Definition of parameters: harmonics group and subgroup (a), interharmonics group and subgroup (b)

W normach określone są maksymalne poziomy zaburzeń dla wartości skutecznych podgrup harmoniczych oraz interharmoniczych (tab. 4). W przypadku, gdy wartość mierzona jest mniejsza niż 1% napięcia znamionowego zakresu, błąd pomiaru powinien być nie mniejszy niż 0,05% napięcia mierzonego, w przeciwnym przypadku powinna być nie mniejsza niż 5% napięcia znamionowego zakresu [35] (tab. 1).

Zależności, definiujące współczynniki zawartości harmoniczych, określają wzory (2–5), (2–6) oraz (2–7) (tab. 3). W normach ustalono dopuszczalny poziom zawartości wyższych harmoniczych, biorąc pod uwagę podgrupę harmoniczych THDS [40] (2–7), i jego wartość na poziomie 8% [31]. Parametr związany z pomiarami widma dla częstotliwości 2–9 kHz, oblicza się na podstawie grupowania energii w paśmie o szerokości 200 Hz (2–8) (tab. 3). Dokładność pomiarów w tym przypadku powinna być nie większa niż 5%. Okno pomiarowe w przypadku tych pomiarów nie musi być zsynchronizowane z częstotliwością podstawową oraz jego szerokość może wynosić 5 okresów podstawowych [35].

Tabela 3. Ważniejsze parametry charakteryzujące kształt przebiegu i jego zawartość widmową [35]
 Table 3. Major parameters describing waveform shape and its spectrum [35]

Nazwa parametru	Sposób obliczania
Wartość skuteczna grupy harmoniczej	$G_{g,n}^2 = \frac{C_{k-5}^2}{2} + \sum_{i=-4}^4 C_{k+i}^2 + \frac{C_{k+5}^2}{2} \quad (2-1)$
Wartość skuteczna podgrupy harmoniczej	$G_{sg,n}^2 = \sum_{i=-1}^1 C_{k+i}^2 \quad (2-2)$
Wartość skuteczna grupy interharmoniczej	$C_{ig,n}^2 = \sum_{i=1}^9 C_{k+i}^2 \quad (2-3)$
Wartość skuteczna podgrupy interharmoniczej	$C_{isg,n}^2 = \sum_{i=1}^8 C_{k+i}^2 \quad (2-4)$
Całkowity współczynnik odkształcenia	$THD = \sqrt{\sum_{n=2}^{40} \left(\frac{G_n^2}{G_1^2} \right)} \quad (2-5)$
Całkowity współczynnik odkształcenia grup harmoniczych	$THDG = \sqrt{\sum_{n=2}^{40} \left(\frac{G_{g,n}^2}{G_{g1}^2} \right)} \quad (2-6)$
Całkowity współczynnik odkształcenia podgrup harmoniczych	$THDS = \sqrt{\sum_{n=2}^{40} \left(\frac{G_{sg,n}^2}{G_{sg1}^2} \right)} \quad (2-7)$
Parametr określający zawartość widmową w zakresie 2–9 kHz	$G_b = \sqrt{\sum_{f=b-90(\text{Hz})}^{b+100} C_f^2} \quad (2-8)$

Tabela 4. Dopuszczalne wartości poszczególnych harmoniczych [31]
 Table 4. Permissible values of individual harmonics [31]

Numer harmoniczej nieparzystej nie będącej krotnością 3	Wartość	Numer harmoniczej nieparzystej będącej krotnością 3	Wartość	Numer harmoniczej parzystej	Wartość
5	6	3	5	2	2
7	5	9	1,5	4	1
11	3,5	15	0,5	6,24	0,5
13	3	21	0,5		
17	2				
19	1,5				
23	1,5				
25	1,5				

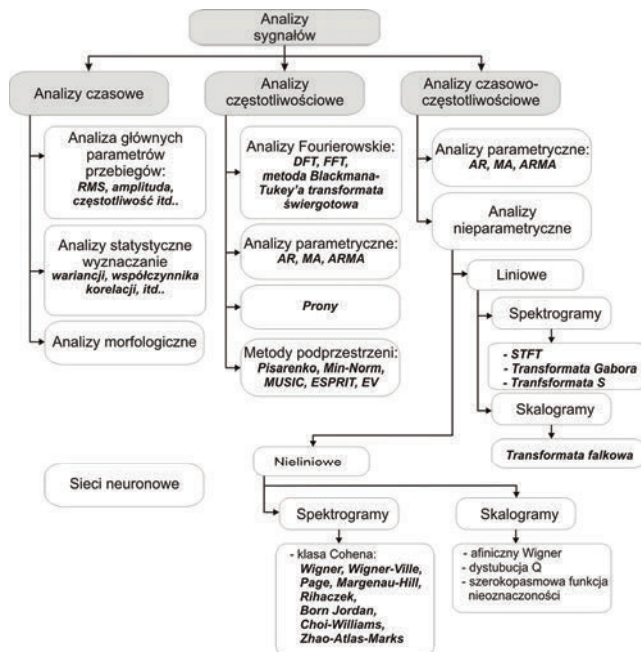
Na podstawie widma napięć i prądów wyznacza się również współczynniki odkształcenia mocy (2–9), (2–10) i (2–11) (tab. 5). Choć współczynniki te nie mają swoich odpowiedników w dokumentach normatywnych, są bardzo istotne w ujęciu detekcji źródeł zakłóceń jakości energii elektrycznej.

Tabela 5. Parametry określające odkształcenia mocy [11]
 Table 5. Parameters describing power deformations [11]

Nazwa parametru	Sposób obliczania
Wskaźnik odkształcenia mocy czynnej	$W_p = \frac{P - P_1}{P} 100\% \quad (2-9)$ gdzie P – całkowita moc czynna P_1 – moc czynna pierwszej harmoniczej
Wskaźnik odkształcenia mocy biernej	$W_Q = \frac{Q - Q_1}{Q} 100\% \quad (2-10)$ gdzie Q – całkowita moc bierna Q_1 – moc bierna pierwszej harmoniczej
Wskaźnik odkształcenia mocy pozornej	$W_S = \frac{S - S_1}{S} 100\% \quad (2-11)$ gdzie S – całkowita moc pozorna S_1 – moc pozorna pierwszej harmoniczej

3. PODZIAŁ ANALIZ SYGNAŁÓW

Jest wiele podziałów analiz sygnałów [9], [10], [25], [28], [29]. Na rysunku 10 zaprezentowano systematykę analiz sygnałów, w przetwarzaniu przebiegów elektro-



Rys. 10. Systematyka analiz sygnałów stosowanych w przetwarzaniach przebiegów elektroenergetycznych
 Fig. 10. Systematics of signal analysis used in power signals processing

energetycznych. Grupuje ona typy analiz bazujących na bezpośrednim przetwarzaniu próbek czasowych (analizy czasowe), wyznaczeniu widma (analizy częstotliwościowe) oraz reprezentacji fluktuacji widma w czasie (analizy czasowo-częstotliwościowe).

4. ANALIZY CZASOWO-CZĘSTOTLIWOŚCIOWE

Analiza sygnałów za pomocą metod częstotliwościowych umożliwia określenie zawartości widmowej sygnałów i wyznaczenie na jej podstawie charakterystycznych cech badanych sygnałów. W przypadku badania sygnałów stacjonarnych możliwe jest wzięcie pod uwagę długiego okna pomiarowego i obliczenie widma sygnału, z założeniem niezmienności wartości widma w całym oknie pomiarowym. Metody te natomiast, w przypadku badania sygnałów niestacjonarnych, nie umożliwiają czasowej lokalizacji zmian sygnału. Do badania sygnałów niestacjonarnych konieczna jest zatem aplikacja metod z grup częstotliwościowych oraz czasowych lub wykorzystanie metody czasowo-częstotliwościowej.

Metody czasowo-częstotliwościowe można podzielić na dwie główne grupy: parametryczne oraz nieparametryczne.

W przypadku czasowo-częstotliwościowych analiz parametrycznych stosuje się najczęściej krótkookresowe wersje częstotliwościowych analiz parametrycznych, umożliwiających wyznaczenie lokalnych parametrów sygnałów wokół określonego, zmieniającego się czasu. Takie podejście nawiązuje do krótkookresowej transformacji Fouriera (STFT), jednak z reguły kształt okna analizującego nie ma tak istotnego wpływu [12].

Czasowo-częstotliwościowe metody nieparametryczne dzielą się na liniowe oraz biliniowe [15], [17], [18], [28].

Metody liniowe są to metody, w których analizowany sygnał jest porównywany z odpowiednio dobranymi funkcjami elementarnymi. Do metod liniowych należą m.in.: krótkookresowa transformata Fouriera (STFT), transformata Gabora oraz transformata falkowa.

Wynikiem obliczeń z zastosowaniem biliniowych (kwadratowych) metod czasowo-częstotliwościowych jest bezpośrednia wartość energii. Jest to bardzo istotna zaleta, szczególnie w pomiarach sygnałów elektroenergetycznych. Wadą tego typu analiz jest pojawianie się charakterystycznych zakłóceń, zwanych członami krzyżowymi (ang. *cross-terms*), które są niwelowane dzięki wprowadzeniu funkcji uśredniających widmo. Ponadto każda z tych grup podzielona jest na dwie podgrupy: skalogramy oraz spektrogramy. W pierwszym przypadku dwuwymiarową płaszczyznę argumentów funkcji interpretuje się jako zależność: czas-skala, w drugim przypadku jako: czas-częstotliwość.

4.1. PARAMETRY IDEALNYCH METOD CZASOWO-CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH

Do najważniejszych parametrów metod czasowo-częstotliwościowych można zaliczyć [15], [18]:

- właściwość przesunięcia w częstotliwości,
- właściwość przesunięcia w czasie,
- właściwość przeskalowania,
- właściwość splotu sygnałów,
- właściwość modulacji,
- rzeczywiste oraz nieujemne wartości widmowej gęstości energii,
- właściwość zachowania czasowych i częstotliwościowych warunków brzegowych energii,
- właściwość zachowania energii,
- właściwość ograniczenia sygnału w czasie i częstotliwości,
- właściwość wyznaczenia częstotliwości chwilowej zespolonego sygnału analitycznego,
- opóźnienie grupowe,
- właściwość transformacji Fouriera,
- właściwość lokalizacji w czasie,
- właściwość lokalizacji w częstotliwości.

Właściwości przesunięcia w częstotliwości (*Frequency-shift covariance*)

Właściwość przesunięcia w częstotliwości dotyczy tego, iż w wyniku modulacji sygnału $x(t)$ w dziedzinie czasu sygnałem o częstotliwości f_0 , czasowo-częstotliwościowa reprezentacja sygnału wynikowego $y(t)$, powinna być przesunięta w dziedzinie częstotliwości o wartość f_0 .

$$y(t) = x(t)e^{j2\pi f_0 t} \Rightarrow Y(f) = X(f - f_0) \Rightarrow T_Y(t, f) = T_X(t, f - f_0) \quad (1)$$

Właściwość przesunięcia w czasie (*Time-shift covariance*)

W przypadku wystąpienia translacji w dziedzinie czasu własność ta zapewnia odpowiednie zachowanie przesunięcia w czasie, w reprezentacji czasowo-częstotliwościowej.

$$y(t) = x(t - t_0) \Rightarrow T_Y(t, f) = T_X(t - t_0, f) \quad (2)$$

Właściwość przeskalowania (*Scale covariance*)

Właściwość przeskalowania oparta jest na zjawisku zwiększenia wartości transformacji Fouriera oraz kompresji badanego sygnału w dziedzinie czasu.

$$y(t) = \sqrt{|a|}x(at) \Rightarrow T_Y(t, f) = T_X\left(at, \frac{f}{a}\right) \quad (3)$$

Właściwość splotu sygnałów (*Convolution covariance*)

Właściwość splotu sygnałów oznacza, że splot dwóch sygnałów w dziedzinie czasu, powinien generować wynik adekwatny do splotu ich reprezentacji czasowo-częstotliwościowych w dziedzinie czasu.

$$y(t) = \int h(t - \tau)x(\tau)d\tau \Rightarrow T_Y(t, f) = \int T_h(t - \tau, f)T_X(\tau, f)d\tau \quad (4)$$

Właściwość modulacji (*Modulation covariance*)

Właściwość modulacji oznacza, iż jeżeli dwa sygnały są zmodulowane razem w dziedzinie czasu, ich transformaty Fouriera są związane operacją splotu w dziedzinie częstotliwości.

$$y(t) = h(t)x(t) \Rightarrow Y(f) = \int H(f - f')X(f')df' = T_Y(t, f) = \int T_h(t, f')df' \quad (5)$$

Rzeczywiste oraz nieujemne wartości widmowej gęstości energii (*Real-valued and Positivity*)

Widmowa gęstość energii sygnału idealnej reprezentacji czasowo-częstotliwościowej powinna mieć wartości rzeczywiste oraz nieujemne.

$$T_x(t, f) = T_x^*(t, f) \quad \text{oraz} \quad T_x(t, f) \geq 0 \quad (6)$$

Właściwości zachowania czasowego i częstotliwościowego warunku brzegowego energii (*Time and frequency marginal*)

Reprezentacja czasowo-częstotliwościowa powinna być dwuwymiarowym rozkładem dystrybucji energii na płaszczyźnie czasowo-częstotliwościowej. Na tak zdefiniowanej płaszczyźnie wyniki uzyskane po przeprowadzeniu operacji całkowania po zmiennej częstotliwościowej f , w konkretnym momencie czasowym t , powinny równać się energii chwilowej obliczonej w domenie czasu w momencie t .

$$\int T_x(t, f)df = |X(t)|^2 \quad (7a)$$

Analogicznie całka po zmiennej czasowej t , powinna być równa gęstości energii sygnału dla konkretnej wartości częstotliwości f .

$$\int T_x(t, f)dt = |X(f)|^2 \quad (7b)$$

Właściwość zachowania energii (*Energy Distribution*)

Całkując wyniki reprezentacji czasowo-częstotliwościowych zarówno po czasie jak i po częstotliwości, powinno się uzyskać całkowitą wartość energii niesioną przez badany sygnał.

$$\iint T_x(t, f)dt df = \int |X(f)|^2 df = E_x \quad (8)$$

Właściwość ograniczenia sygnału w czasie i częstotliwości (*Time and frequency support*)

Właściwości te zapewniają występowanie zerowych wartości w reprezentacji czasowo-częstotliwościowej w przypadku sygnałów występujących w skończonym przedziale czasu oraz w przypadku sygnałów o ograniczonym widmie.

$$x(t) = 0 \text{ dla } t \notin (t_1, t_2) \Rightarrow T_x(t, f) = 0 \text{ dla } t \notin (t_1, t_2) \quad (9a)$$

$$|X(f)| = 0 \text{ dla } f \notin (f_1, f_2) \Rightarrow T_x(t, f) = 0 \text{ dla } f \notin (f_1, f_2), f_1 < f_2 \quad (9b)$$

Właściwość wyznaczenia częstotliwości chwilowej zespolonego sygnału analitycznego (*Instantaneous frequency*)

Właściwość ta jest bardzo użyteczna w przypadku badania sygnałów o zmiennej częstotliwości w funkcji czasu, umożliwiając precyzyjny jej monitoring.

$$\frac{\int f T_x(t, f) df}{\int T_x(t, f) df} = f_x(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \arg\{x(t)\} \quad (10)$$

Właściwość opóźnienia grupowego (*Group delay*)

Właściwość opóźnienia grupowego istotna jest w przypadku badania chwilowego zachowania się sygnału w dziedzinie czasu.

$$\frac{\int t T_x(t, f) dt}{\int T_x(t, f) dt} = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{df} \arg\{X(f)\} \quad (11)$$

Właściwość transformacji Fouriera (*Fourier transform*)

Właściwość ta wynika bezpośrednio z własności symetrii transformacji Fouriera.

$$y(t) = X(t) \Rightarrow Y(f) = x(-f) \Rightarrow T_y(t, f) = T_x(-f, t) \quad (12)$$

Właściwości lokalizacji sygnału w czasie i częstotliwości (*Time and frequency localization*)

Właściwość lokalizacji sygnału w czasie oznacza, że jeżeli sygnał jest sinusoidą o transformacie Fouriera precyzyjnie skoncentrowaną wokół pewnej częstotliwości, to wyniki reprezentacji czasowo-częstotliwościowej również powinny być skoncentrowane wokół tej częstotliwości.

$$X(f) \Rightarrow \delta(f - f_0) \Rightarrow T_x(t, f) = \delta(f - f_0) \quad (13a)$$

W przypadku lokalizacji czasowej, impuls dokładnie określony w pewnym momencie czasowym powinien być również dokładnie zlokalizowany w czasie na płaszczyźnie czasowo-częstotliwościowej.

$$X(t) \Rightarrow \delta(t - t_0) \Rightarrow T_x(t, f) = \delta(t - t_0) \quad (13b)$$

Właściwość lokalizacji liniowej zmiany częstotliwości (*Linear chirp localization*)

W wyniku zachowania tej właściwości każda liniowa zmiana częstotliwości badanego sygnału będzie owocowała liniową zmianą przesunięcia po osi czasu.

$$X(f) = e^{-j\pi cf^2} \Rightarrow T_x(t, f) = \delta(t - cf) \quad (14)$$

4.2. ANALIZY CZASOWO-CZĘSTOTLIWOŚCIOWE Z KLASY COHENA

Biliniowe reprezentacje czasowo-częstotliwościowe mogą być uogólnione za pomocą definicji tzw. dystrybucji Cohena [15], [28].

Każda reprezentacja czasowo-częstotliwościowa, należąca do klasy Cohena, może być zapisana za pomocą kilku równoważnych równań:

$$C_s(t, f; \Psi_C) = \iiint \Psi_C(\tau, \nu) s\left(t' + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(t' - \frac{\tau}{2}\right) e^{j2\pi(\nu t - \nu t' - f\tau)} dt' d\tau d\nu \quad (15)$$

lub

$$C_s(t, f; \varphi_C) = \iint \varphi_C(t - t', \tau) s\left(t' + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(t' - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} dt' d\tau \quad (16)$$

gdzie

$$\varphi_C(t, \tau) = \int \Psi_C(\tau, \nu) e^{j2\pi\nu t} d\nu \quad (17)$$

Ψ_C – funkcja jądra,

φ_C – funkcja maski.

W zależności od jądra przekształcenia całkowego otrzymuje się reprezentacje czasowo-częstotliwościowe o odmiennych właściwościach. W tabeli 6 przedstawiono postacie funkcji jąder oraz funkcji masek dla wybranych analiz z klasy Cohena. W tabeli przedstawiono również spektrogram jako szczególny przypadek uogólnionej klasy Cohena. W praktyce spektrogram (18) oblicza się na podstawie wyników krótkookresowej transformacji Fouriera (STFT) (19):

$$SP(t, f) = |STFT(t, f)|^2 \quad (18)$$

gdzie

$$STFT(t, f) = \int s(\tau) y^*(\tau - t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (19)$$

$s(t)$ – sygnał w dziedzinie czasu,

$\chi(t)$ – czasowe okno obserwacji.

Tabela 6. Funkcje wybranych jąder i masek reprezentacji z klasy Cohena
 Table 6. Chosen Cohen's class kernels and mask functions

Nazwa reprezentacji	Funkcja jądra $\Psi_C(\tau, \nu)$	Funkcja maski $\varphi_C(t, \tau)$
klasyczny spektrogram	$\int_{-\infty}^{+\infty} h\left(t + \frac{\tau}{2}\right) h^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi\nu t} dt$	$h\left(-t - \frac{\tau}{2}\right) h^*\left(-t + \frac{\tau}{2}\right)$
Wigner-Ville (WVD)	1	$\delta(t)$
Pseudo WV (PWVD)	$h\left(\frac{\tau}{2}\right) h^*\left(-\frac{\tau}{2}\right)$	$\delta(t) h\left(\frac{\tau}{2}\right) h^*\left(-\frac{\tau}{2}\right)$
Smoothed PWV (SPWVD)	$G(\nu) h\left(\frac{\tau}{2}\right) h^*\left(-\frac{\tau}{2}\right)$	$g(t) h\left(\frac{\tau}{2}\right) h^*\left(-\frac{\tau}{2}\right)$
Born-Jordan (BJ)	$\frac{\sin(\pi\tau\nu)}{\pi\tau\nu}$	$\begin{cases} \frac{1}{ \tau }, & \nu < \frac{1}{2} \\ 0, & \nu > \frac{1}{2} \end{cases}$
Zhao-Atlas-Marks (ZAM)	$h(\nu) \nu \frac{\sin(\pi\tau\nu)}{\pi\tau\nu}$	$\begin{cases} h(\tau), & \nu < \frac{1}{2} \\ 0, & \nu > \frac{1}{2} \end{cases}$
Choi-Williams (CW)	$e^{-\frac{(2\pi\nu)^2}{\sigma}}$	$\sqrt{\frac{\sigma}{4\pi}} \frac{1}{ \tau } e^{-\frac{\sigma}{4} \left(\frac{t}{\tau}\right)^2}$
Page (P)	$e^{-j\pi \tau \nu}$	$\delta\left(t - \frac{ \tau }{2}\right)$
Richaczek (R)	$e^{-j\pi\nu}$	$\delta\left(t - \frac{\tau}{2}\right)$
Margenau-Hill (MH)	$\cos(\pi\tau\nu)$	$\frac{\delta\left(t - \frac{\tau}{2}\right) + \delta\left(t + \frac{\tau}{2}\right)}{2}$
Reduced Interference (RIDBN)	$S(\tau\nu)$	$\frac{1}{ \tau } s\left(\frac{t}{\tau}\right)$

Porównanie właściwości metod czasowo-częstotliwościowych zaprezentowano w tabeli 7.

Tabela 7. Porównanie właściwości metod czasowo-częstotliwościowych
 Table 7. Comparison of chosen Cohen's class distribution features

Parametr	spektrogram	WVD	PWVD	SPWVD	BJ	ZAM	CW	P	R	MH	RIDBN
Przesunięcie w częstotliwości	+	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+
Przesunięcie w czasie	+	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+
Przeskalowanie	-	+	-	-	+	-	+	+	+	+	+
Splot sygnałów	-	+	-	-	-	-	-	-	+	-	-
Właściwości modulacji	-	+	-	-	-	-	-	-	+	-	-
Rzeczywiste/nieujemne wartości gęstości energii	+/+	+/-	+/-	+2/-	+/-	+/-	+/-	+/-	-/-	+/-	+/-
Zachowanie czasowego/częstotliwościowego warunku brzegowego energii	-/-	+/+	+1/-	-/-	+/+	-/-	+/+	-/-	+/+	+/+	+/+
Zachowanie energii całkowitej	+4	+	+1	+3	+	-	+	+	+	+	+
Właściwość ograniczenia sygnału w czasie i częstotliwości	-/-	+/+	+/-	-/-	+/+	+/-	-/-	-/-	+/+	-/-	+/+
Właściwość wyznaczenia częstotliwości chwilowej zespolonego sygnału analitycznego	-	+	+5	-	+	-	+	-	-	+	+
Opóźnienie grupowe	-	+	-	-	+	-	+	-	-	+	+
Transformacja Fouriera	-	+	-	-	+	-	+	-	-	+	+
Lokalizacja w czasie/częstotliwości	-/-	+/+	+1/-	-/-	+/+	-	+/+	-	+/+	+/+	+/+
Lokalizacja liniowej zmiany częstotliwości	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

1) $|h(0)| = 1$; 2) sygnał $s(t)$ jest rzeczywisty; 3) $S(0)|h(0)|^2 = 1$; 4) $\int |\gamma(t)|^2 dt = 1$; 5) $h(0) = 1$

4.3. WYNIKI OBLICZEŃ ANALIZ DLA SYGNAŁU TESTOWEGO

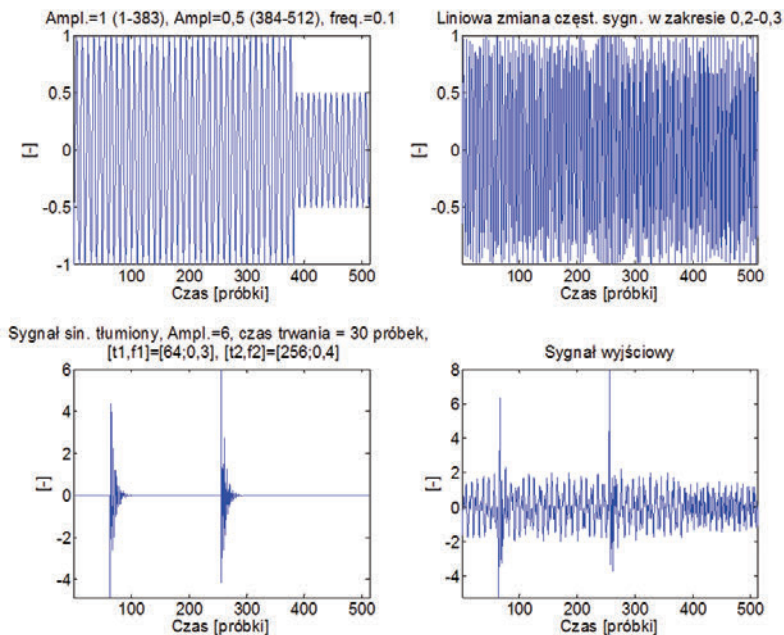
W tabeli 8 przedstawiono zestawienie testowanych, wybranych analiz, ich parametry oraz rysunki, na których znajdują się płaszczyzny czasowo-częstotliwościowe i ich widoki trójwymiarowe.

Do testowania analiz zastosowany został sygnał (rys. 11) będący sumą:

- przebiegu sinusoidalnego o częstotliwości 0,1 Hz, amplitudzie 1 dla próbek 1–383 oraz 0,5 dla próbek 384–512,
- przebiegu sinusoidalnego o amplitudzie 1 i zmodulowanej liniowo częstotliwości w granicach 0,2–0,3 Hz dla numerów próbek odpowiednio 1 oraz 512,
- dwóch impulsów sinusoidalnych eksponentalnie tłumionych o amplitudach początkowych 6, czasie trwania 30 próbek, i częstotliwościach oscylacji 0,3 Hz (początek w 64. próbce) oraz 0,4 Hz (początek w 256. próbce).

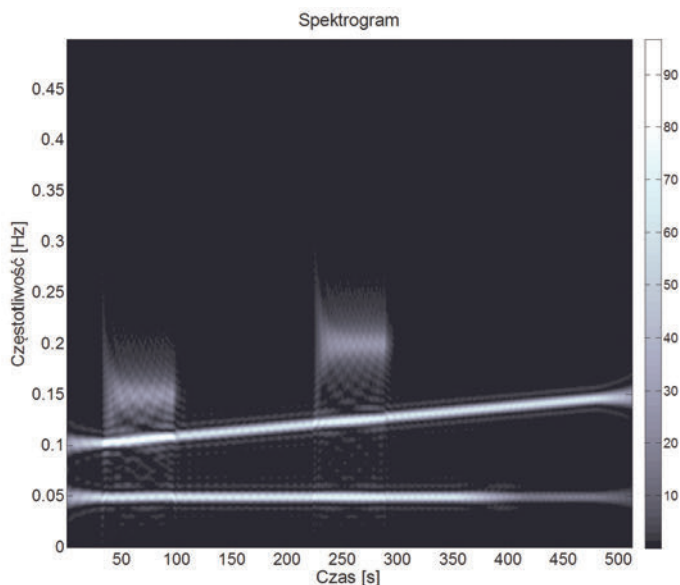
Tabela 8. Zestawienie testowanych analiz
Table 8. List of tested analyses

Analiza	Parametry	Rysunki
Spektrogram	Okno $h(t)$ prostokątne 64 próbki	12, 13
Wigner–Ville (WV)		14, 24
Pseudo WV (PWV)	Okno $h(t)$ prostokątne 64 próbki	15, 25
Smoothed PWV (SPWV)	$h(t)$ – okno prostokątne 64 próbki, $g(t)$ – okno Hamminga 33 próbki	16 26
Born–Jordan (BJ)	$h(t)$ – okno prostokątne 64 próbki, $g(t)$ – okno Hamminga 33 próbki	17 27
Choi–Williams (CW)	$h(t)$ – okno prostokątne 64 próbki, $g(t)$ – okno Hamminga 33 próbki, $\sigma = 1$	18 28
Zao–Atlas–Marks (ZAM)	$h(t)$ – okno prostokątne 64 próbki, $g(t)$ – okno Hamminga 33 próbki	19 29
Page (P)		20 30
Margenau–Hill (MH)		21, 31
Pseudo Page (PPAGE)	Okno $h(t)$ prostokątne 64 próbki	22 32
Reduced Interferences (RIDBN)	$h(t)$ – okno prostokątne 64 próbki, $g(t)$ – okno Hamminga 33 próbki	23 33

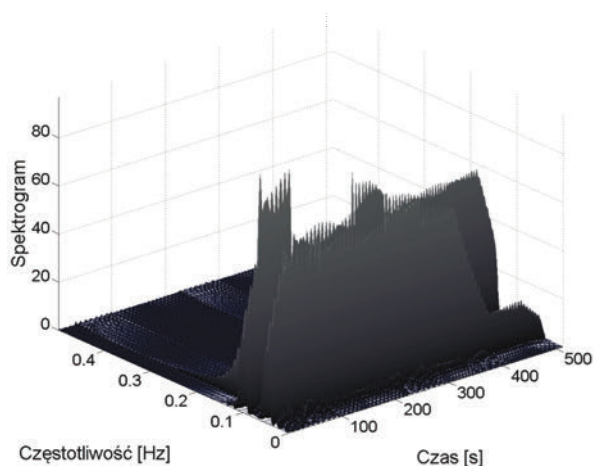


Rys. 11. Sygnał testowy
Fig. 11. Testing signal

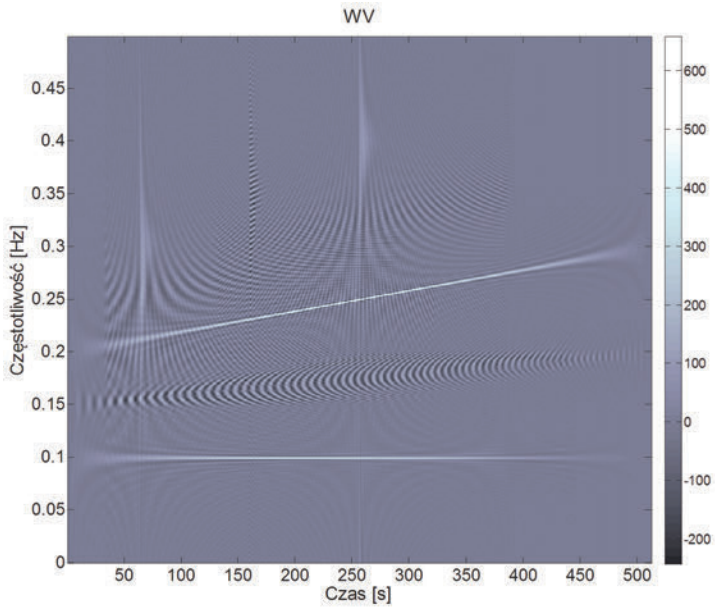
Zastosowanie takiego modelu sygnału umożliwia obserwację zachowania się analiz w przypadku: badania sygnałów z zawartością harmoniczną, wystąpienia obniżenia amplitudy jednej z harmoniczných, liniowej zmiany częstotliwości harmoniczných oraz pojawienia się zakłóceń impulsowych.



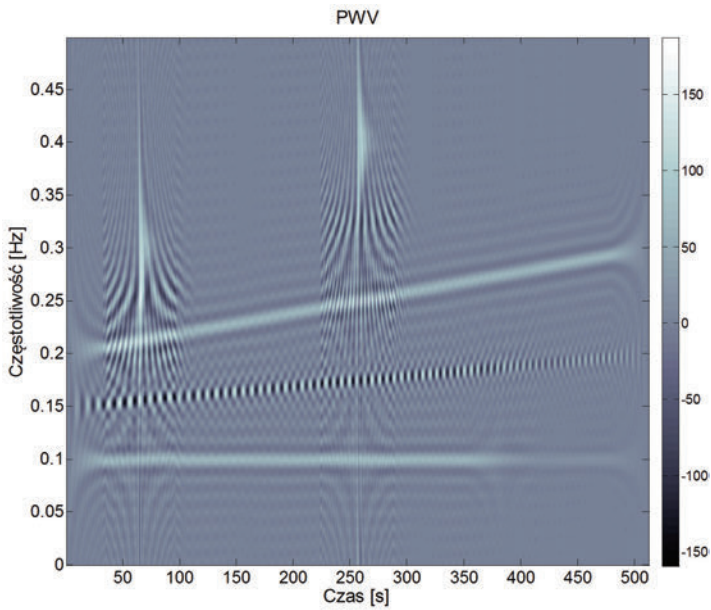
Rys. 12. Płaszczyzna czas–częstotliwość spektrogramu
Fig. 12. Time–frequency plane of spectrogram



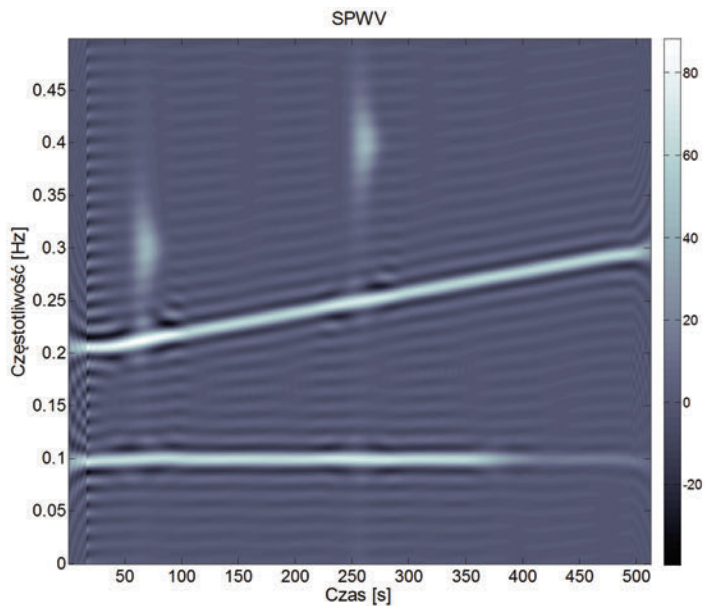
Rys. 13. Widok 3D spektrogramu
Fig. 13. 3D view of spectrogram



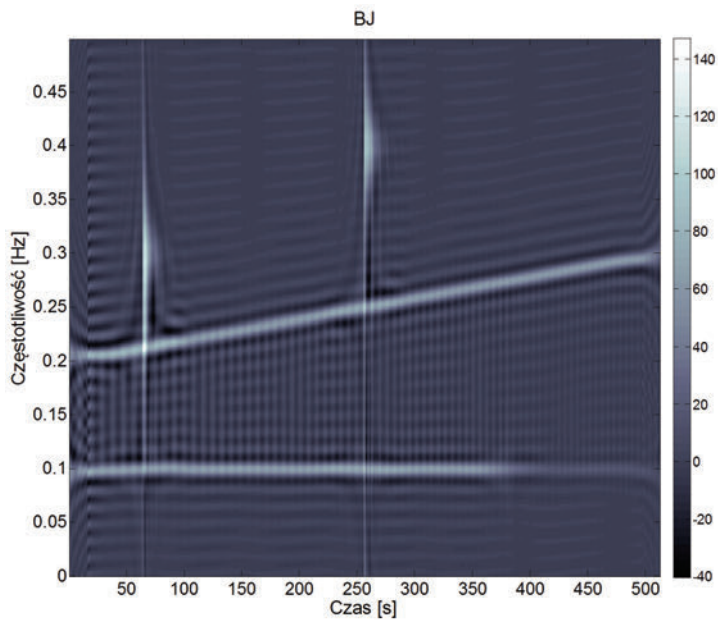
Rys. 14. Płaszczyzna czas–częstotliwość WV
Fig. 14. Time–frequency plane of WV



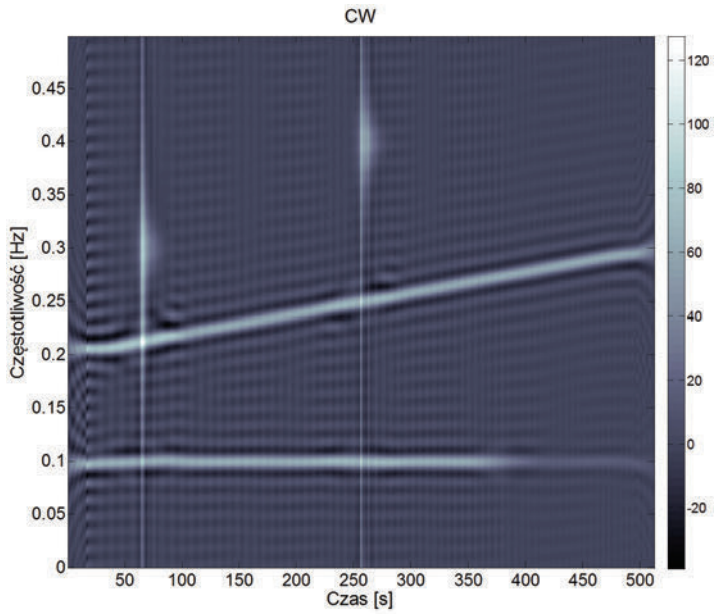
Rys. 15. Płaszczyzna czas–częstotliwość PWV
Fig. 15. Time–frequency plane of PWV



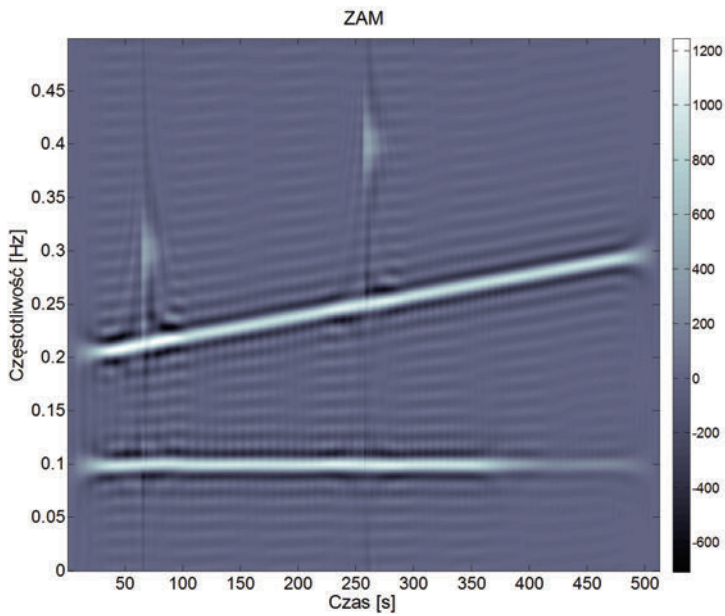
Rys. 16. Płaszczyzna czas–częstotliwość SPWV
Fig. 16. Time–frequency plane of SPWV



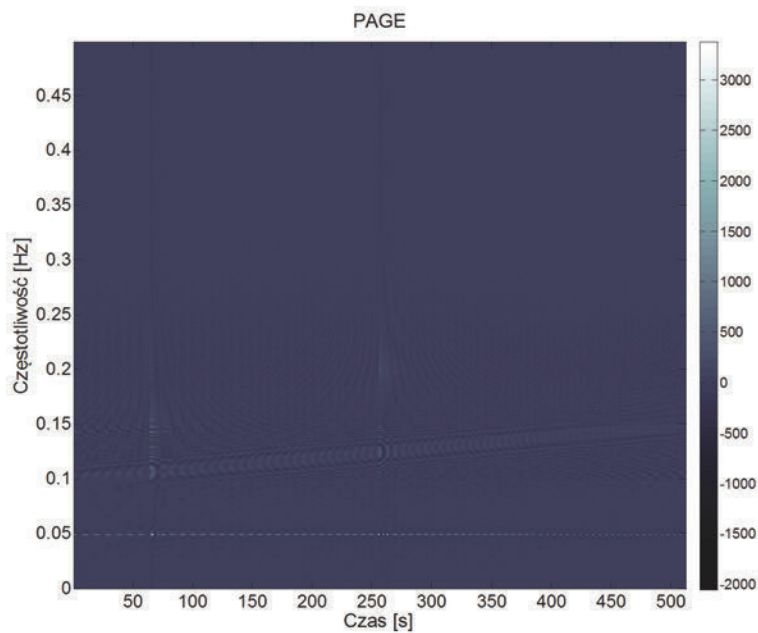
Rys. 17. Płaszczyzna czas–częstotliwość BJ
Fig. 17. Time–frequency plane of BJ



Rys. 18. Płaszczyzna czas–częstotliwość CW
Fig. 18. Time–frequency plane of CW

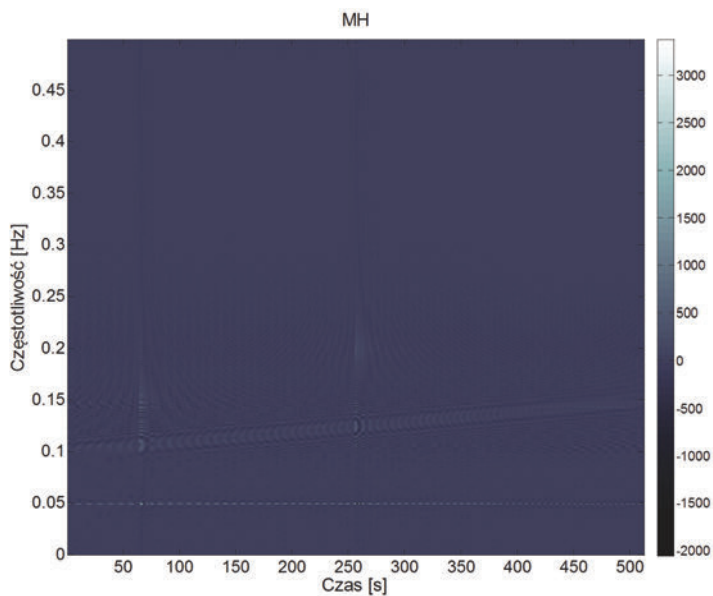


Rys. 19. Płaszczyzna czas–częstotliwość ZAM
Fig. 19. Time–frequency plane of ZAM



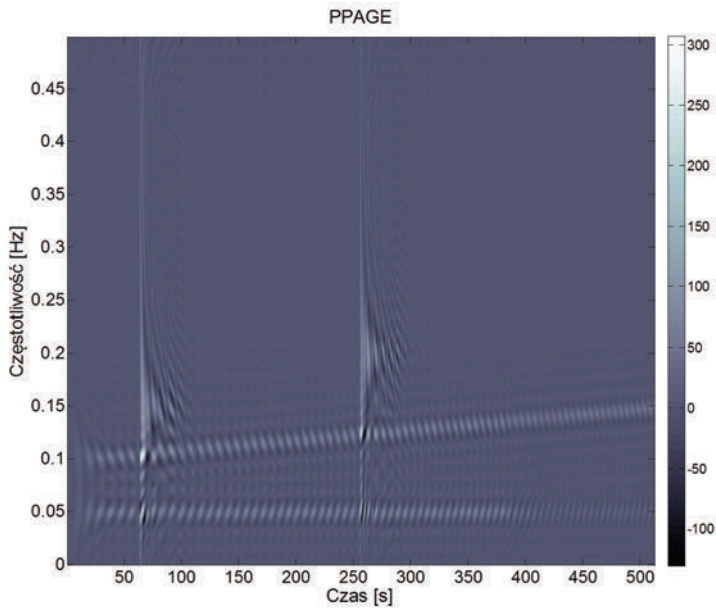
Rys. 20. Płaszczyzna czas–częstotliwość PAGE

Fig. 20. Time–frequency plane of PAGE

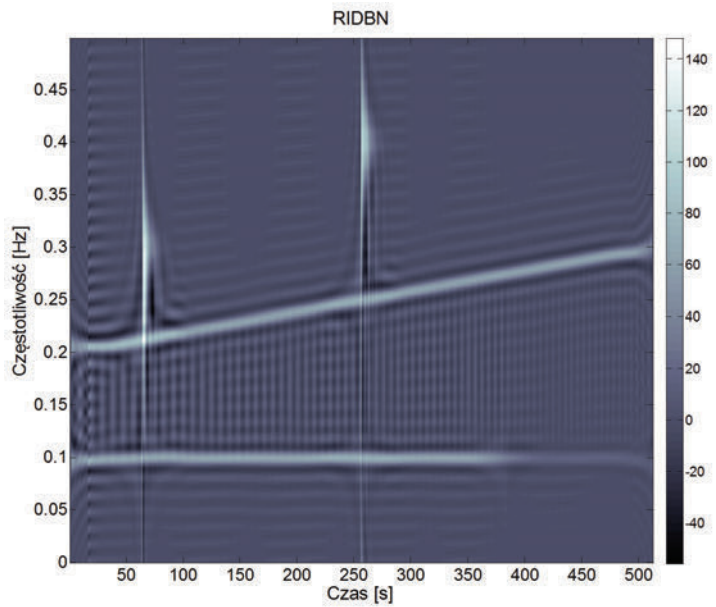


Rys. 21. Płaszczyzna czas–częstotliwość MH

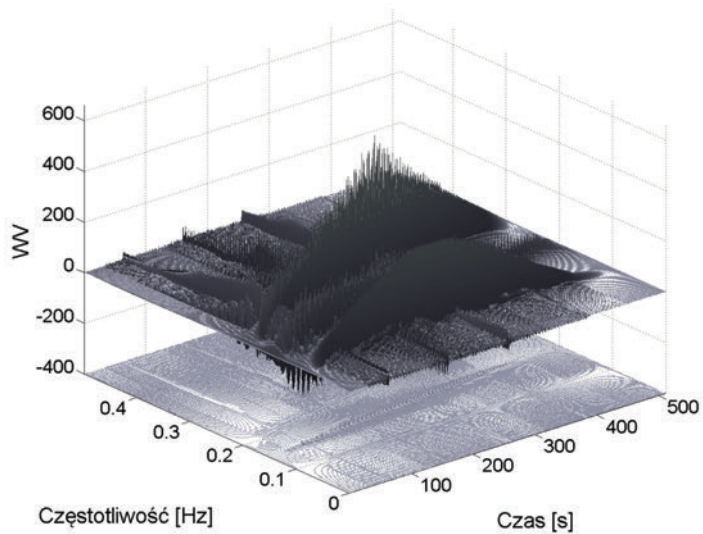
Fig. 21. Time–frequency plane of MH



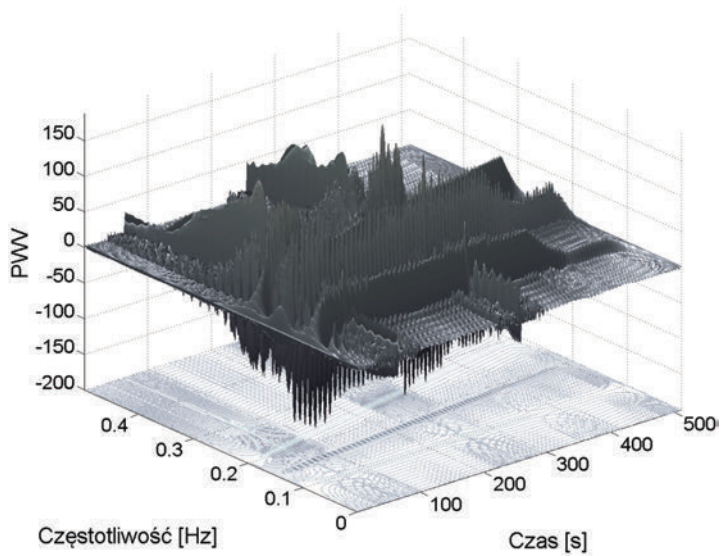
Rys. 22. Płaszczyzna czas–częstotliwość PPAGE
Fig. 22. Time–frequency plane of PPAGE



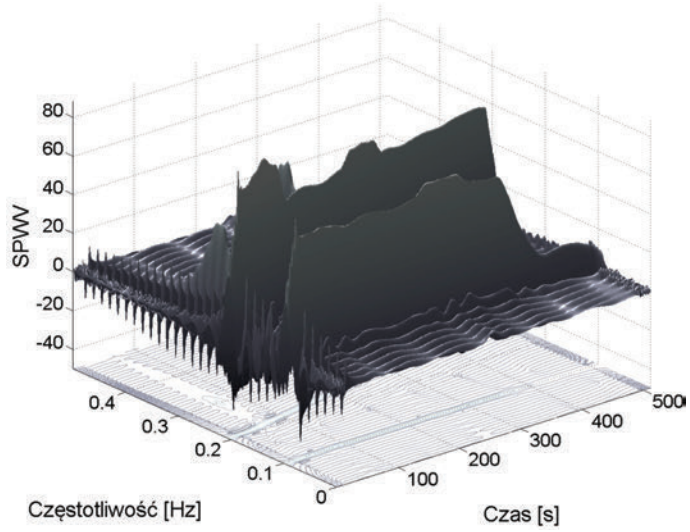
Rys. 23. Płaszczyzna czas–częstotliwość RIDBN
Fig. 23. Time–frequency plane of RIDBN



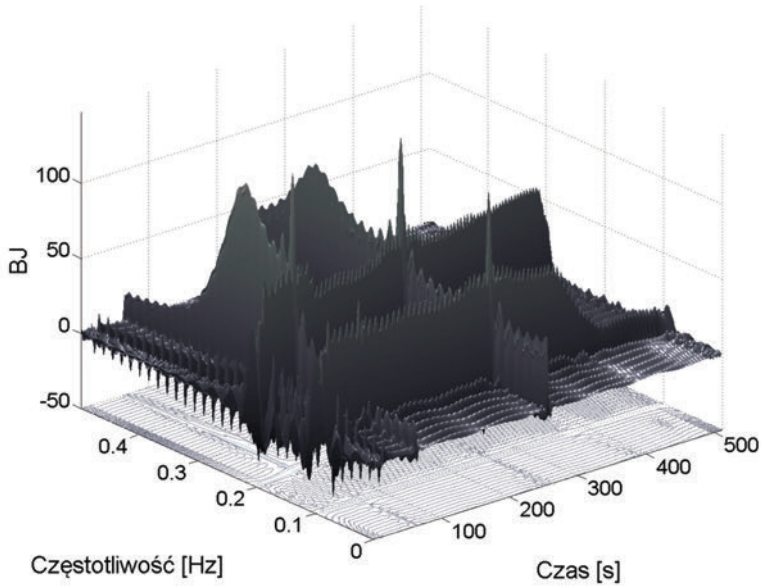
Rys. 24. Widok 3D WV
Fig. 24. 3D view of WV



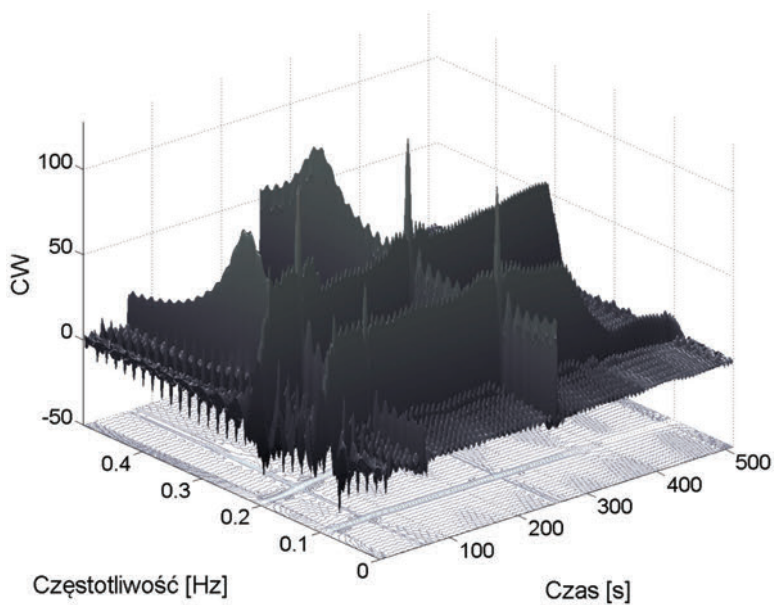
Rys. 25. Widok 3D PWV
Fig. 25. 3D view of PWV



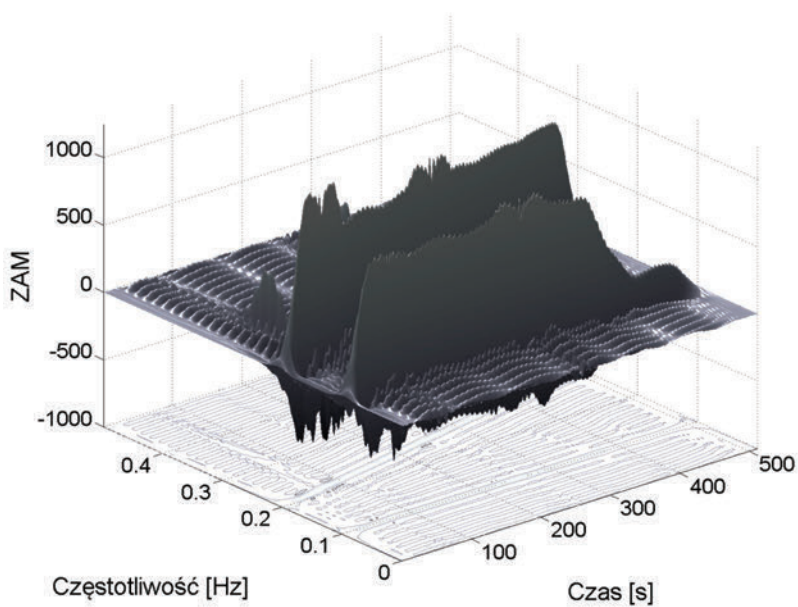
Rys. 26. Widok 3D SPWV
Fig. 26. 3D view of SPWV



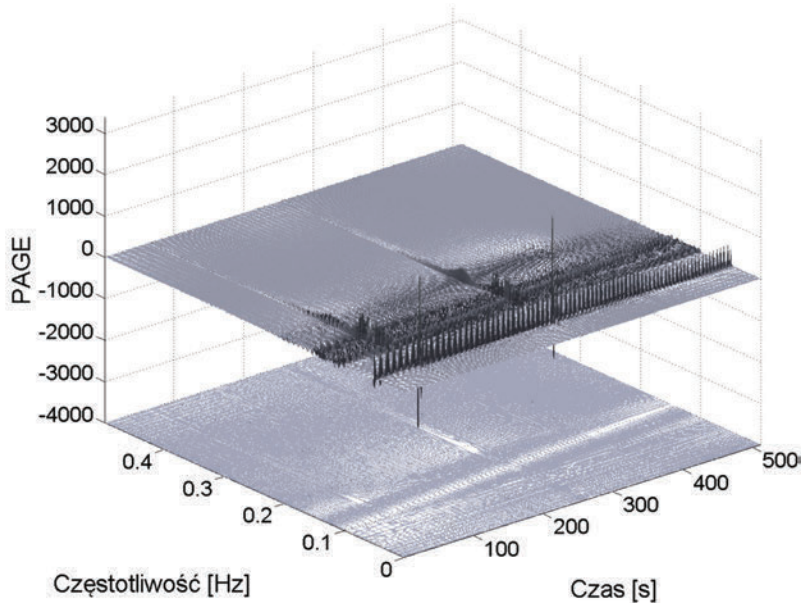
Rys. 27. Widok 3D BJ
Fig. 27. 3D view of BJ



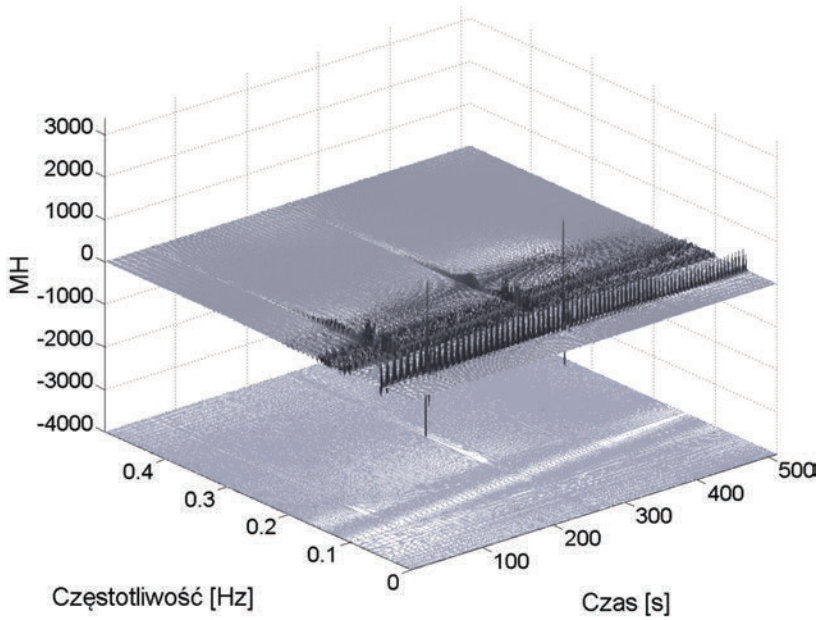
Rys. 28. Widok 3D CW
Fig. 28. 3D view of CW



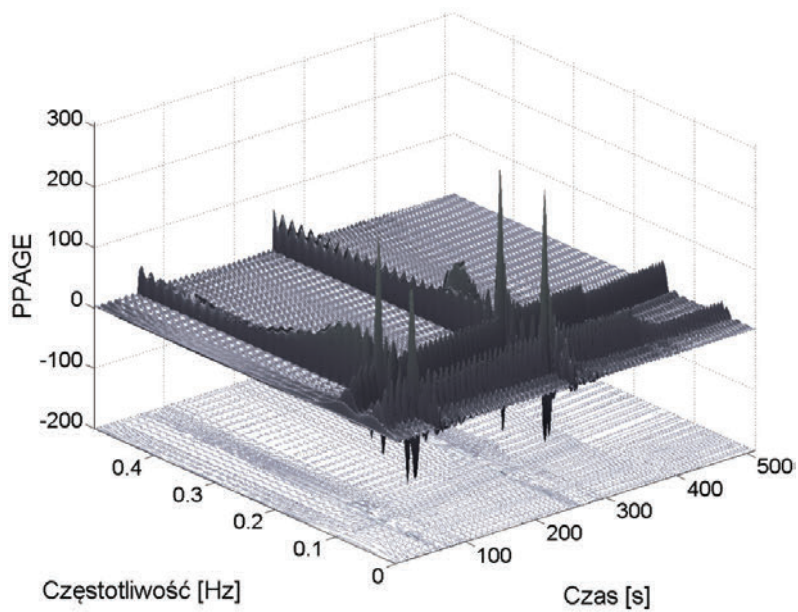
Rys. 29. Widok 3D ZAM
Fig. 29. 3D view of ZAM



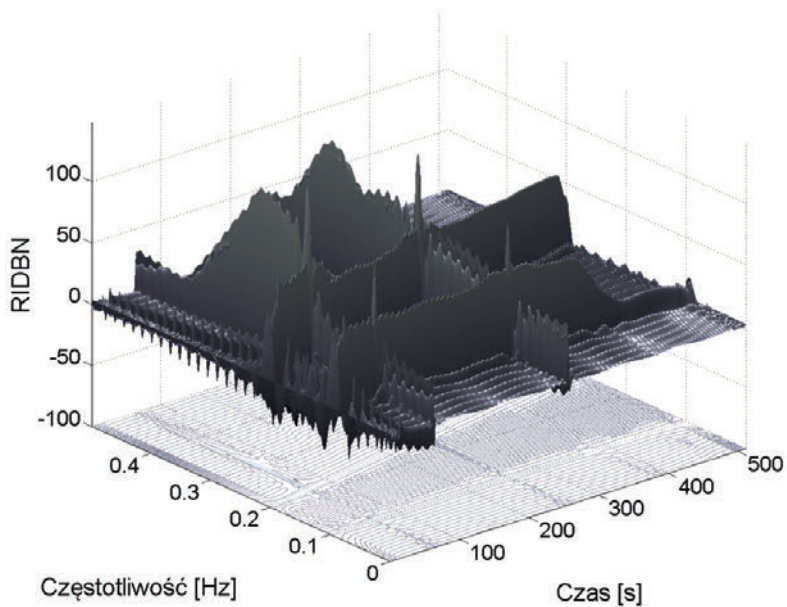
Rys. 30. Widok 3D PAGE
Fig. 30. 3D view of PAGE



Rys. 31. Widok 3D MH
Fig. 31. 3D view of MH



Rys. 32. Widok 3D PPAGE
Fig. 32. 3D view of PPAGE



Rys. 33. Widok 3D RIDBN
Fig. 33. 3D view of RIDBN

Najlepszą rozdzielczością czasowo-częstotliwościową charakteryzuje się analiza WV. Ma ona jednak silne zakłócenia występujące pomiędzy sąsiadującymi ze sobą komponentami częstotliwościowymi przesuniętymi w czasie oraz częstotliwości. Zakłócenia te, określane jako człony krzyżowe, w sposób zasadniczy utrudniają poprawną identyfikację rzeczywistych komponentów sygnału testowego (rys. 14, 24). Usunięcie członów krzyżowych pomiędzy komponentami przesuniętymi w czasie umożliwia PWV, wprowadzając dodatkowe okno $h(t)$ (rys. 15, 25). Konsekwencją tego jest utrata pierwotnej bardzo dobrej rozdzielczości częstotliwościowej. Ponadto widoczne są wciąż człony krzyżowe powstałe od przesuniętych w częstotliwości komponentów sygnału. Redukcję tych interferencji osiąga się przez wprowadzenie kolejnego okna wygładzającego $g(t)$ uzyskując analizę SPWV (rys. 16, 26). Wprowadzenie tego okna skutkuje jednak dalszą utratą rozdzielczości częstotliwościowej oraz dodatkowo rozdzielczości czasowej. Osiąga się tym samym efekt podobny, jak w przypadku spektrogramu. SPWV jednak ma lepsze właściwości rozdzielcze w dziedzinie częstotliwości (przy takiej samej rozdzielczości w dziedzinie czasu). Ponadto analiza SPWV umożliwia niezależną (w pewnych granicach) regulację rozdzielczości w dziedzinie czasu i częstotliwości.

Wszystkie analizy mają tętnienia w profilach czasowych harmonicznym, błędnie sugerując występowanie wahań napięcia. Ponadto amplituda tętnień tych profili, dla analiz PAGE, PPAGE i MH, jest bardzo duża, sugerując występowanie serii krótkotrwałych zakłóceń impulsowych. Najmniejszymi tętnieniami cechuje się SPWV.

Chwilową liniową zmianę częstotliwości harmonicznej najlepiej śledzi WV, natomiast analizy PWV, SPWV, BJ, ZAM, CW, RIDBN oraz spektrogram poprawnie wykrywają to zjawisko. W przypadku analiz o zredukowanych częstotliwościowych członach krzyżowych zbliżanie się do siebie w dziedzinie częstotliwości dwóch harmonicznym powoduje wzrost tych członów. Szczególnie widoczne jest to w analizie RIDBN. Moment wystąpienia spadku amplitudy harmonicznej podstawowej dobrze widoczny jest w PWV, SPWV, ZAM, BJ, CW, RIDBN oraz spektrogramie. W analizach WV, PAGE, PPAGE oraz MH osiągnięcie takiej informacji jest bardzo utrudnione.

Precyzyjna lokalizacja czasowa krótkotrwałych zakłóceń impulsowych możliwa jest w przypadku WV, BJ, ZAM, CW, PAGE, MH, PPAGE oraz RIDBN. Wszystkie wymienione analizy z wyjątkiem ZAM wykazują szerokopasmowy charakter ich widm, przecinając całą płaszczyznę czasowo-częstotliwościową w momentach wystąpienia tych zakłóceń. Zakłócenia te jednak z reguły mają znacznie węższe pasmo częstotliwościowe. Wada ta w analizie ZAM nie jest tak widoczna, jak w pozostałych wymienionych analizach.

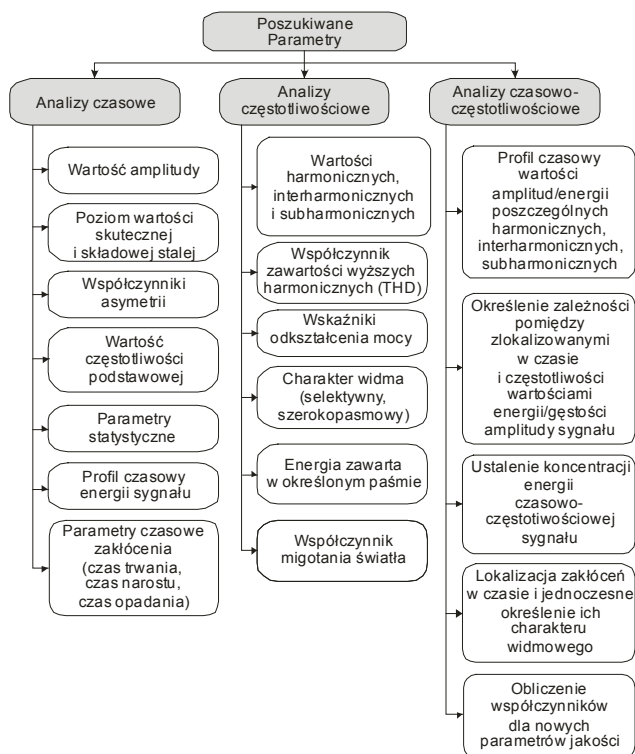
Wszystkie analizy z wyjątkiem spektrogramu przyjmują chwilowe wartości ujemne, co jest zdecydowaną wadą tych analiz, sugerując występowanie ujemnych wartości energii w pewnych punktach płaszczyzny czasowo-częstotliwościowej.

Jeśli chodzi o badania jakości energii elektrycznej, można zastosować SPWV lub spektrogram do śledzenia wartości harmonicznym, natomiast analizę CW, RIDBN lub ZAM do wykrywania zakłóceń impulsowych.

5. CZASOWO-CZĘSTOTLIWOŚCIOWE ANALIZY SYGNAŁÓW A JAKOŚĆ ENERGII ELEKTRYCZNEJ

5.1. PARAMETRY PRZEBIEGÓW ELEKTROENERGETYCZNYCH A TYPY ANALIZ

Analizy sygnałów, stosowane w zagadnieniach związanych z pomiarami jakości energii elektrycznej oraz zakłóceniami występującymi w sieciach elektroenergetycznych, powinny umożliwiać detekcję oraz parametryzację określonych zjawisk, rejestrowanych w przebiegu napięciowym oraz prądowym. Na rysunku 34 zaprezentowano najważniejsze parametry przebiegów elektroenergetycznych, które powinny być rejestrowane w celu uzyskania kompleksowej informacji na temat parametrów samej energii elektrycznej oraz stopnia zakłócenia przebiegu. Parametry te można podzielić na trzy główne grupy: parametrów uzyskanych za pomocą analiz czasowych, częstotliwościowych oraz czasowo-częstotliwościowych.



Rys. 34. Parametry sygnałów, istotne z perspektywy wyznaczania wskaźników jakości energii elektrycznej oraz parametryzacji zakłóceń

Fig. 34. Parameters of the signals which are important for evaluating power quality parameters and for parameterizing of disturbances

Stosowanie analiz czasowo-częstotliwościowych w badaniach przebiegów elektroenergetycznych umożliwia obserwację fluktuacji widma chwilowego sygnału w funkcji czasu. Dlatego też po odpowiednim dobraniu parametrów wejściowych metod możliwe jest wyznaczenie parametrów przebiegów uzyskanych na podstawie analiz czasowych oraz częstotliwościowych. Problematyczny jest jednak taki dobór parametrów wejściowych analiz czasowo-częstotliwościowych, aby jednocześnie precyzyjnie podać moment wystąpienia zakłócenia oraz określić jego zawartość widmową. Z tego względu tego typu analizy stosuje się głównie do ekstrakcji dodatkowych informacji, których nie można uzyskać za pomocą metod czasowych oraz częstotliwościowych. Dobrym przykładem jest tutaj określenie zależności przesuniętych w czasie widm zakłóceń, występujących w badanym przebiegu [26], [27], poszukiwanie koncentracji energii w czasie oraz częstotliwości zakłóceń, lokalizacja zakłóceń w czasie oraz jednoczesna obserwacja ich charakteru widmowego. Ponadto trwają prace nad wykorzystaniem wyników analiz czasowo-częstotliwościowych w połączeniu z innymi grupami metod w celu dostarczenia precyzyjniejszej informacji o zakłóceniach [7], [21], [24] lub w celu wygenerowania dodatkowych wskaźników jakości energii elektrycznej [1], [24].

5.2. CECHY ANALIZ KONIECZNE DO BADAŃ ZAKŁÓCEŃ ORAZ JAKOŚCI ENERGII ELEKTRYCZNEJ

Spełnienie warunków, które umożliwiają wyznaczenie wymienionych na rysunku 34 parametrów, wymusza stosowanie analiz o odpowiednich cechach.

Analizy te powinny umożliwić parametryzację następujących komponentów, z których może składać się zakłócony przebieg elektroenergetyczny:

- harmonicznych,
- zmian częstotliwości harmonicznych,
- przepięć przejściowych (m.in. impulsowych).

Pomiar harmonicznych możliwy jest za pomocą analiz, które:

- nie mają pasożytniczych interferencji (członów krzyżowych) między poszczególnymi komponentami sygnału przesuniętymi względem siebie w czasie oraz częstotliwości,

- mają minimalne tętnienia występujące w profilach czasowych poszczególnych harmonicznych, a ich wartości są na tyle małe, iż nie istnieje niebezpieczeństwo pomylenia ich ze zjawiskiem flikera (harmoniczne oraz interharmoniczne – tab. 3),

- reagują na zmianę amplitudy harmonicznej z określonym, maksymalnym czasem (zapady i podwyższenia napięcia – tab. 3),

- umożliwiają obliczenie wartości skutecznej harmonicznej (wartość napięcia – tab. 3),

- umożliwiają pomiar widma częstotliwościowego do 9 kHz,

- umożliwiają wyznaczenie interharmonicznych z krokiem 5 Hz.
- Pomiar zmian częstotliwości harmonicznych możliwy jest za pomocą analiz, które:
- umożliwiają pomiar częstotliwości chwilowej z określoną dokładnością (częstotliwość – tab. 3),
 - umożliwiają śledzenie liniowych i skokowych zmian częstotliwości.
- Pomiar przepięć przejściowych możliwy jest za pomocą analiz, które:
- precyzyjnie lokalizują początek zakłócenia,
 - umożliwiają wyznaczenie parametrów czasowych zakłócenia,
 - umożliwiają obserwację charakteru zakłócenia: oscylacyjnego lub szerokopasmowego,
 - umożliwiają określenie szerokości pasma częstotliwościowego zakłócenia,
 - umożliwiają określenie energii zakłócenia.

Ponadto analizy powinny umożliwić utrzymanie dokładności pomiarów poszczególnych parametrów w przypadku przebiegów zawierających wiele różnych kombinacji komponentów zakłócających.

W przypadku wykorzystania analizy w celu bieżącego monitoringu parametrów obliczenia muszą przebiegać w czasie rzeczywistym.

6. APLIKACJA WYBRANYCH METOD

Na podstawie badań, wykonanych w rozdziale 4, w dalszej części zaprezentowano wyniki badań analiz z klasy Cohena, które potencjalnie mogą być zastosowane w badaniach jakości energii elektrycznej. Do analizowanych metod należą:

- spektrogram – okno $h(t)$ Hanninga, o czasie trwania 0,06 s;
- *Smoothed Pseudo Wigner–Ville* – SPWV – okno $h(t)$ oraz $g(t)$ Hanninga o czasach trwania 0,06 s;
- Choi–Williams – sigma 0,05, okna wygładzające $h(t)$ oraz $g(t)$ Hanninga o czasach trwania 0,06 s;
- Zao–Atlas–Marks – okna wygładzające $h(t)$ oraz $g(t)$ Hanninga o czasach trwania 0,06 s;
- *Reduced Inteference Distribution with Binomial* RIDBN – okna wygładzające $h(t)$ oraz $g(t)$ Hanninga o czasach trwania 0,06 s.

Do celów porównawczych zaprezentowano również wyniki analizy klasycznej – transformacji Fouriera.

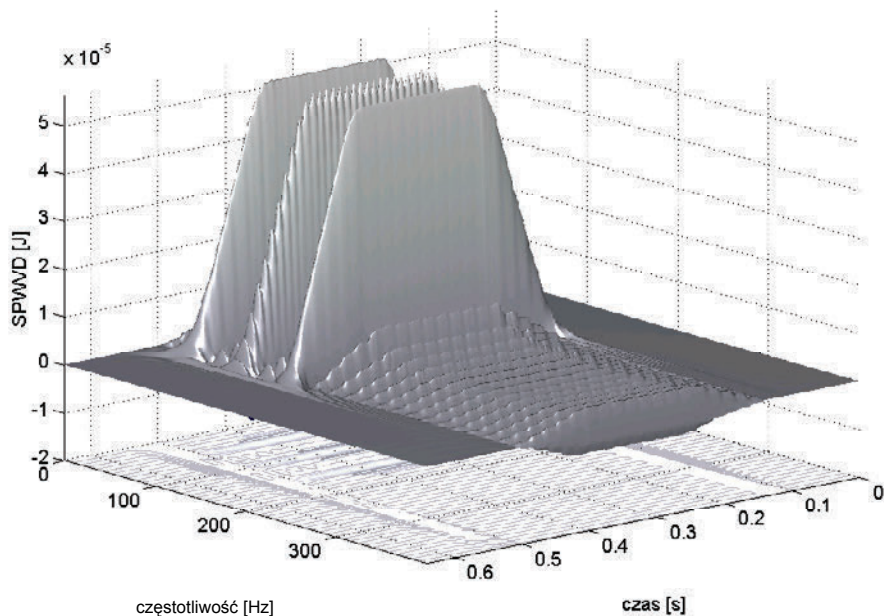
Czasy trwania oraz typy okien $h(t)$ i $g(t)$ wybrano na podstawie badań własnych autora [23], dotyczących zastosowania analizy SPWV w badaniach jakości energii elektrycznej. Podane parametry umożliwiają wyznaczenie harmonicznych oraz określają maksymalne zdolności rozdzielcze w dziedzinie czasu. W tabeli 9 przedstawiono parametry okien, błędy wyznaczenia harmonicznych oraz czasy reakcji metody SPWV

na zmianę zawartości widma sygnału. Błędy te odpowiadają analizie profilu czasowego harmonicznej o częstotliwości 100 Hz w przypadku obecności harmonicznych 50 Hz i 150 Hz o tych samych amplitudach. Jest to najgorszy przypadek wpływający szczególnie na wartość oscylacji w profilu czasowym o częstotliwości 100 Hz oraz mający wpływ na błąd wyznaczenia amplitudy harmonicznych.

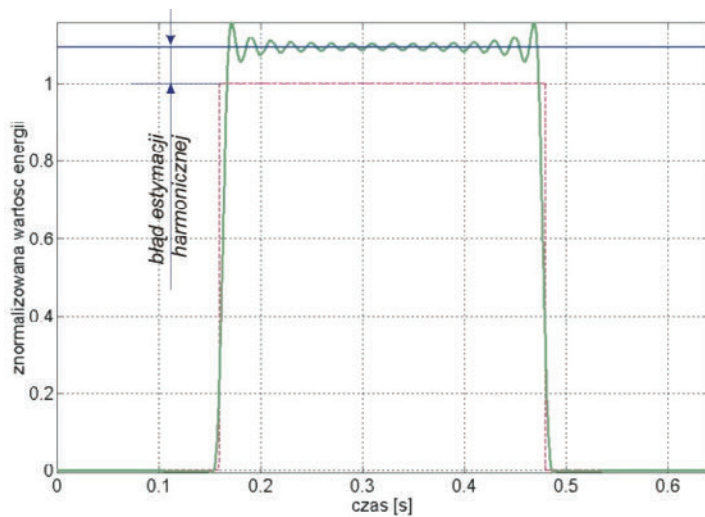
Na rysunku 35 zaprezentowano widok 3D analizy SPWV wspomnianego sygnału. Na rysunkach 36, 37 oraz 38 przedstawiono definicje parametrów z tabeli 9, dotyczących profilu czasowego o częstotliwości 100 Hz.

Tabela 9. Wybrane parametry analizy SPWV (HM – okno Hamminga, HN – okno Hanninga)
Table 9. Chosen SPWV parameters (HM –Hamming window, HN – Hanning window)

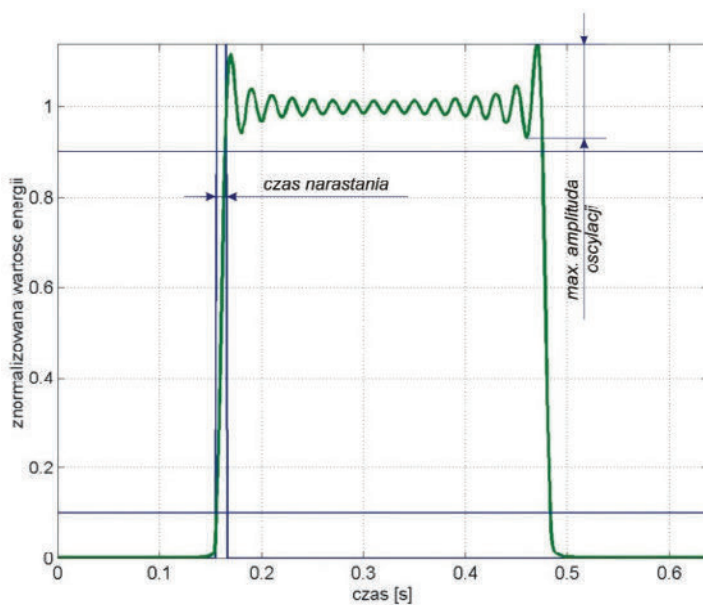
Okno $h(t)$		Okno $g(t)$		Oscylacje w profilu w harmonicznej	Czas narostu t_r	Czas stabilizacji t_s		Błąd harmonicznej
Typ	szer. [s]	typ	szer. [s]	[%]	[ms]	0,1% [ms]	0,5% [ms]	[%]
HM	0,04	HN	0,06	0,002	30,6	40,0	29,4	1,04
HN	0,06	HN	0,06	0,05	32,5	46,9	44,5	0,59
HN	0,10	HN	0,06	0,001	38,4	64,1	59,1	0,40



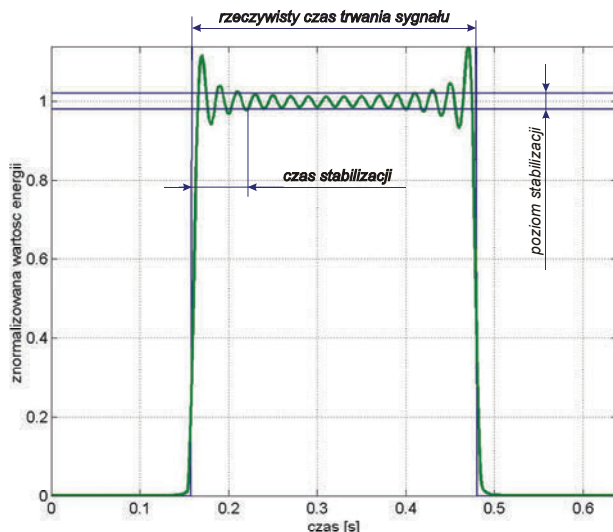
Rys. 35. Widok 3D sygnału złożonego z 3 harmonicznych: 50 Hz, 100 Hz i 150 Hz
Fig. 35. 3D-view of the signal which consist of harmonics: 50 Hz, 100 Hz and 150 Hz



Rys. 36. Definicja błędu estymacji chwilowej wartości energii harmonicznej
 Fig. 36. Definition of the harmonic estimation error



Rys. 37. Definicja czasu narastania t_r oraz maksymalnej amplitudy oscylacji
 Fig. 37. Definition of rising time t_r and maximum oscillation amplitude



Rys. 38. Definicja czasu stabilizacji t_s
 Fig. 38. Definition of stabilisation time t_s

Badaniom poddano dwa typy sygnałów. Pierwszy z sygnałów powstał na podstawie modelowania, natomiast sygnały z drugiej grupy są sygnałami rzeczywistymi, zarejestrowanymi podczas pomiarów w sieci zasilającej szpitala powiatowego [6].

6.1. BADANIA Z ZASTOSOWANIEM MODELU ZAKŁÓCEŃ

Do zobrazowania możliwości metod, jako sygnał testowy zaproponowano model, składający się z 4 harmonicznymi o częstotliwościach: 50 Hz, 100 Hz, 150 Hz oraz 250 Hz. Taki dobór częstotliwości harmonicznymi umożliwia, oprócz obserwacji samych harmonicznymi, przetestowanie czy na częstotliwościach, na których mogą pojawić się częstotliwościowe człony krzyżowe (powstałe w tym przypadku w wyniku występowania w sygnale testowym harmonicznymi 50 Hz i 150 Hz), pojawiają się zakłócenia związane z niedostatecznym ich tłumieniem.

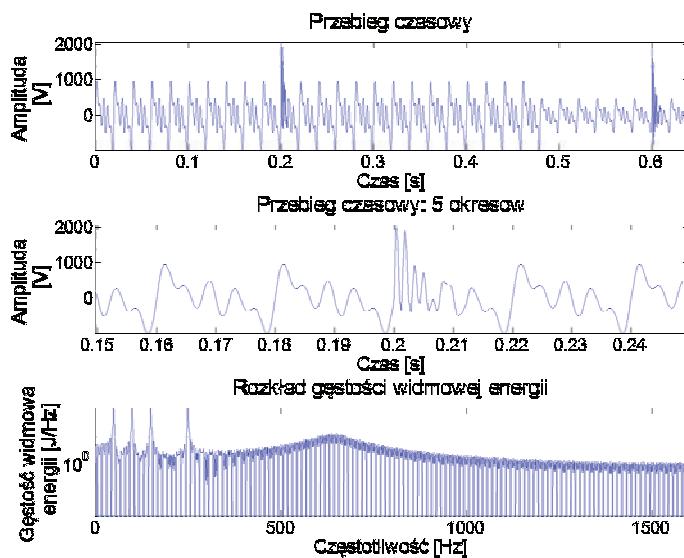
Ponadto 5. harmoniczna (250 Hz) umożliwia obserwację zachowania się analizy w przypadku występowania harmonicznymi o relatywnie wyższej częstotliwości. Amplituda sygnału spada o połowę w chwili 0,48 s, modelując wystąpienie zapadu. Aby zobrazować zachowanie się analiz na zakłócenia impulsowe, w chwilach 0,205 s oraz 0,605 s dodano zakłócenia oscylacyjne eksponentalnie tłumione o amplitudach 2 kV, czasach trwania 15 ms oraz częstotliwościach oscylacji 600 Hz. Analityczną postać sygnału wyraża (6.1). Czas trwania sygnału wynosi 0,64 s, liczba zgromadzonych próbek 2048, przy częstotliwości próbkowania 3,2 kHz. Postać czasową zamodelowanego sygnału oraz jego widmo przedstawiono na rysunku 39.

$$\begin{aligned}
 s(t) &= 230 \cdot \sqrt{2} \cdot [\sin(2\pi 50t) + \sin(2\pi 100t) + \sin(2\pi 150t) + \sin(2\pi 250t)] \\
 &\quad t \in \langle 0s, 0,48s \rangle \\
 &= 115 \cdot \sqrt{2} \cdot [\sin(2\pi 50t) + \sin(2\pi 100t) + \sin(2\pi 150t) + \sin(2\pi 150t)] \\
 &\quad t \in \langle 0,48s, 0,64s \rangle
 \end{aligned} \tag{20}$$

dla $t_1 = 205$ ms, $t_2 = 605$ ms – zakłócenia oscylacyjne: $A = 2$ kV,

$$f_{\text{osc}} = 600 \text{ Hz,}$$

$$t_{\text{dur}} = 15 \text{ ms.}$$



Rys. 39. Zamodelowany sygnał testowy

Fig. 39. Modeled testing signal

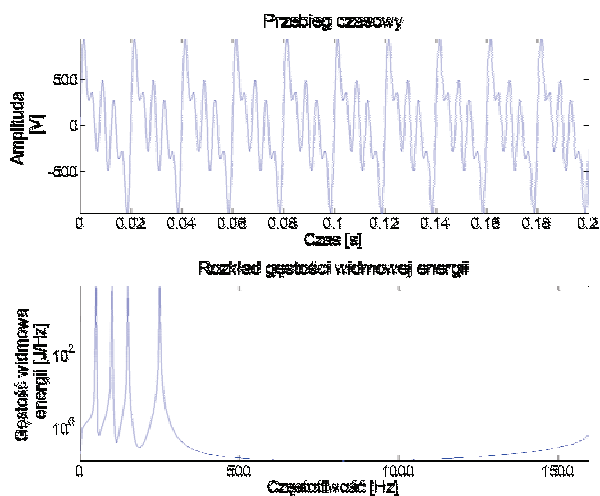
Dla celów porównawczych na rysunkach 40–42 przedstawiono wyniki analiz klasycznych, jakie uzyskiwane są obecnie za pomocą sprzętu komercyjnego. W związku z przylegającymi do siebie prostokątnymi oknami pomiarowymi, o czasie trwania każdego z nich po 200 ms, uzyskuje się 3 fragmenty sygnałów. Widma sygnałów, umieszczone poniżej przebiegów czasowych, cechują się rozdzielczością na poziomie 5 Hz. Rozdzielczość ta, oprócz harmonicznnych, umożliwia wyznaczenie również interharmonicznnych. Lokalizacja zakłócenia na podstawie widm możliwa jest tylko z dokładnością do szerokości okna, a więc do 200 ms. Jest to główna wada metody klasycznej.

Na rysunkach 43–53 zaprezentowano wyniki analiz przeprowadzonych za pomocą odpowiednio: spektrogramu, SPWV, Choi–Williamsa, Zao–Atlas–Marksa oraz RIDBN.

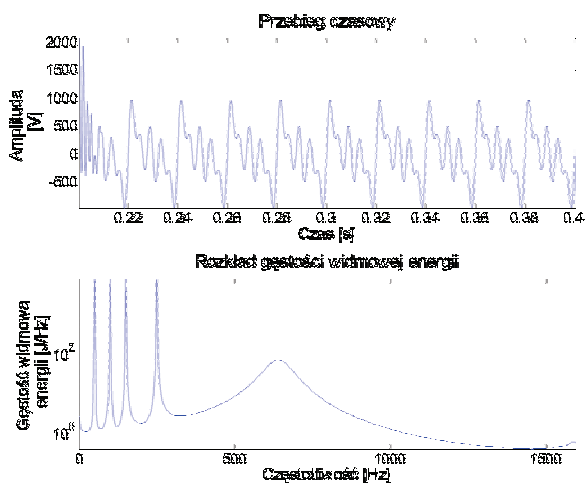
Na rysunkach dwuwymiarowych w centralnej części znajduje się płaszczyzna czasowo-częstotliwościowa, reprezentująca ewolucję gęstości energii sygnału w czasie. Poniżej tej płaszczyzny znajduje się czasowa postać badanego sygnału, z jej lewej strony częstotliwościowy warunek brzegowy, natomiast powyżej czasowy warunek brzegowy. Częstotliwościowy warunek brzegowy powstaje w wyniku zsumowania całej płaszczyzny czasowo-częstotliwościowej w czasie (7b). Zawiera on wszystkie komponenty widmowe, które występują w sygnale w całym obserwowanym czasie. Rozdzielczość widmowa warunku uzależniona jest od szerokości okna $h(t)$. Rozdzielczość ta dla analiz SPWV, CW, ZAM oraz RIDBN jest dwukrotnie większa niż w przypadku spektrogramu. Jest to jedna z istotniejszych zalet w stosunku do spektrogramu. Czasowy warunek brzegowy powstaje w wyniku zsumowania płaszczyzny czasowo-częstotliwościowej w częstotliwości (7a) i prezentuje on wartość chwilowej energii w czasie. W chwilach wystąpienia zakłóceń impulsowych występują lokalne wzrosty energii chwilowej. W przypadku spektrogramu oraz SPWV występuje „rozmycie” energii zakłócenia o czasie trwania związanym z szerokością okien, odpowiednio $h(t)$ oraz $g(t)$. W przypadku pozostałych analiz nie występuje to „rozmycie”, co umożliwia precyzyjną czasową lokalizację zakłócenia.

W widokach trójwymiarowych poszczególnych analiz widoczne są harmoniczne, występujące w całym czasie trwania analizy. Zauważalne jest również ich obniżenie, modelujące zapad napięcia. Stromość opadania czasowego profilu poszczególnych harmonicznych zależy od szerokości okien $h(t)$ oraz $g(t)$. Na rysunkach 54–56 przedstawiono profile czasowe harmonicznych o częstotliwościach, odpowiednio: 50 Hz, 100 Hz oraz 600 Hz. We wszystkich profilach dla analiz CW, ZAM oraz RIDBN widoczne są tętnienia, które niekorzystnie wpływają na odczyt chwilowej wartości energii w czasie. Widoczne jest to zwłaszcza w analizie RIDBN dla profilu 100 Hz (rys. 55), gdzie występuje niestłumiony częstotliwościowy człon krzyżowy, powstały od sąsiednich harmonicznych 50 Hz oraz 150 Hz. Profil dla częstotliwości 600 Hz (rys. 56) umożliwia obserwację lokalizacji czasowej zakłócenia impulsowego, gdzie analizy te wykazują dużo lepsze właściwości w stosunku do spektrogramu oraz SPWV. W chwilach wystąpienia zakłóceń impulsowych w wynikach analiz, ze względu na oscylacyjny charakter zakłócenia, pojawiają się lokalne maksima. W przypadku spektrogramu oraz SPWV w profilach częstotliwościowych, dla czasu pojawienia się tych zakłóceń, wartości profili zanikają do wartości bliskich zeru, w miarę oddalania się od częstotliwości właściwej dla oscylacji. W przypadku pozostałych analiz, profile te zmniejszają się do pewnej wartości, po której utrzymują się na stałym poziomie, przecinając tym samym całą płaszczyznę czasowo-częstotliwościową. Na rysunku 57 zaprezentowano profile częstotliwościowe dla czasów 0,1 s (brak zakłócenia impulsowego) oraz 0,605 s (z zakłóceniem impulsowym). Widoczna jest większa rozdzielczość pozostałych analiz w stosunku do spektrogramu. Właściwość nieujemności wyników analiz występuje tylko dla spektrogramu. Analiza RIDBN ma znaczne niestłumione człony krzyżowe pomiędzy poszczególnymi harmo-

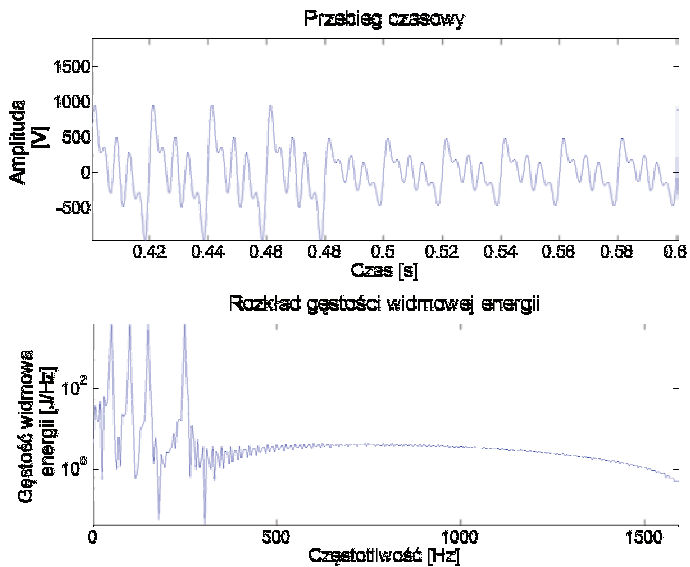
nicznymi, znacznie ograniczające czytelność wyników. Z perspektywy wyznaczania parametrów jakości energii elektrycznej, najbardziej odpowiednie są spektrogram oraz SPWV, cechujące się jednak słabą lokalizacją czasową zakłóceń impulsowych w porównaniu do pozostałych metod. Metoda SPWV w stosunku do spektrogramu ma lepszą rozdzielczość częstotliwościową przy tych samych właściwościach lokalizacji czasowej zakłóceń.



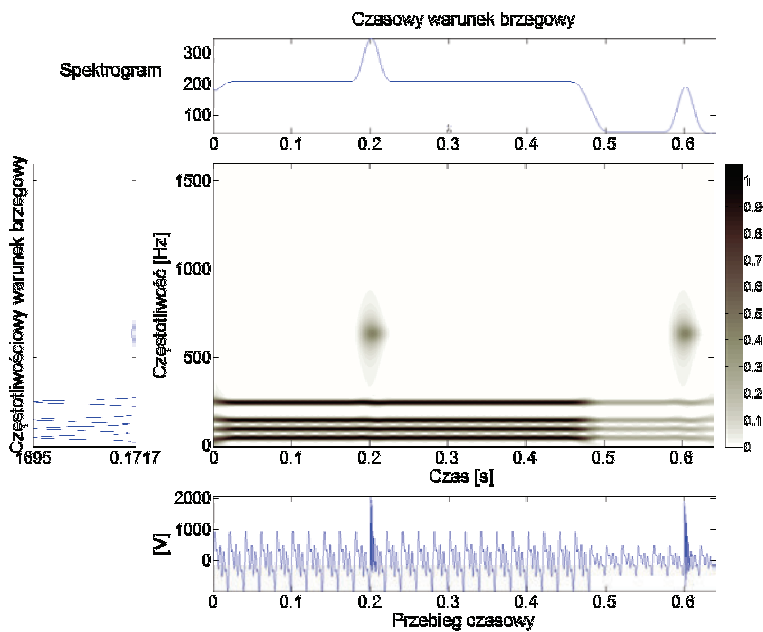
Rys. 40. Fragment sygnału testowego (0–0,2 s) oraz jego widmo
Fig. 40. Part of testing signal (0–0.2 s) and its spectrum



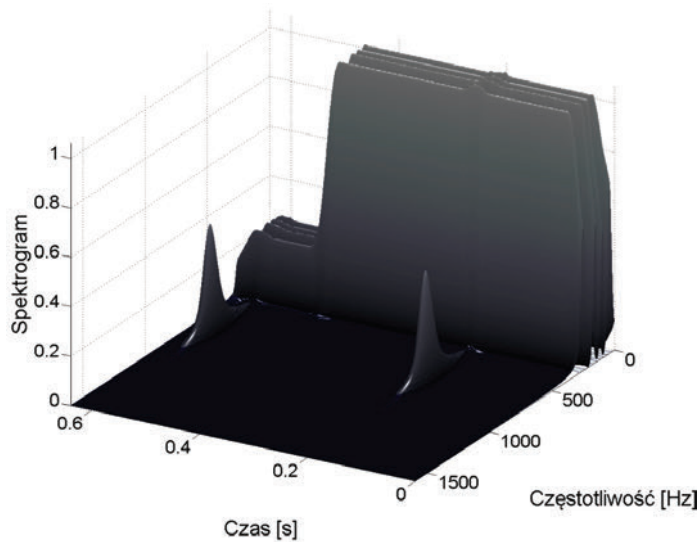
Rys. 41. Fragment sygnału testowego (0,2–0,4 s) oraz jego widmo
Fig. 41. Part of testing signal (0.2–0.4 s) and its spectrum



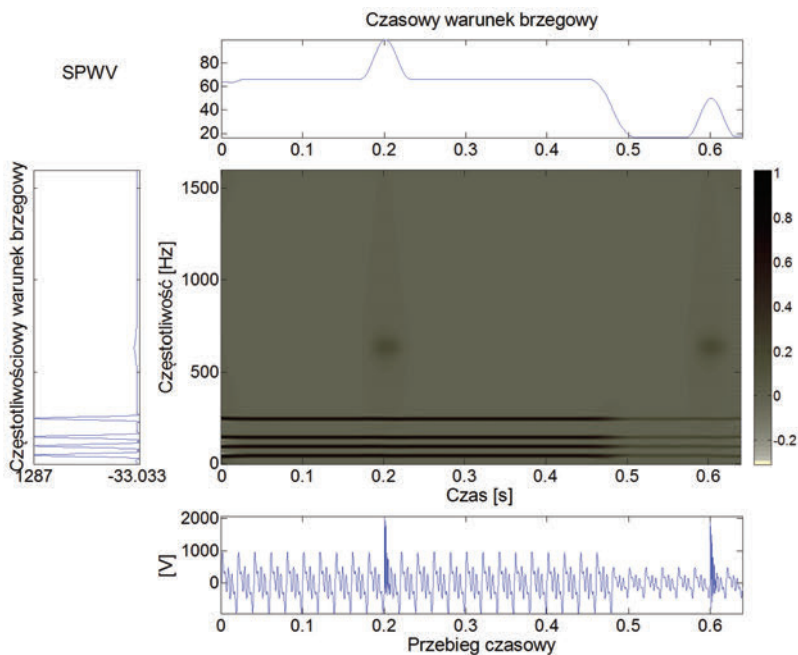
Rys. 42. Fragment sygnału testowego (0,4–0,6 s) oraz jego widmo
 Fig. 42. Part of testing signal (0.4–0.6 s) and its spectrum



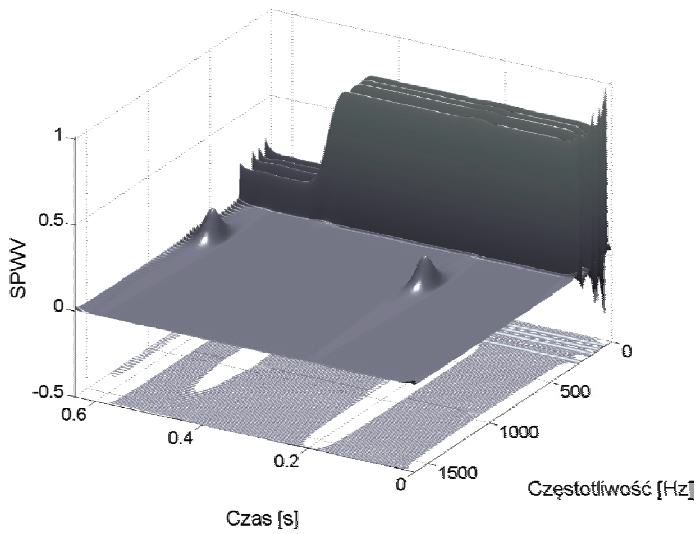
Rys. 43. Płaszczyzna czas–częstotliwość spektrogramu
 Fig. 43. Time–frequency plane of spectrogram



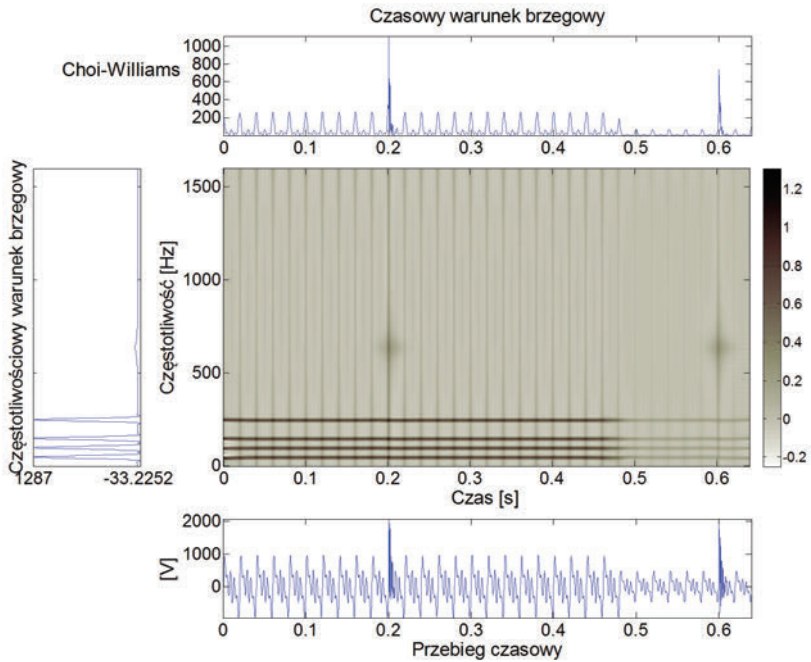
Rys. 44. Widok 3D spektrogramu
Fig. 44. 3D view of spectrogram



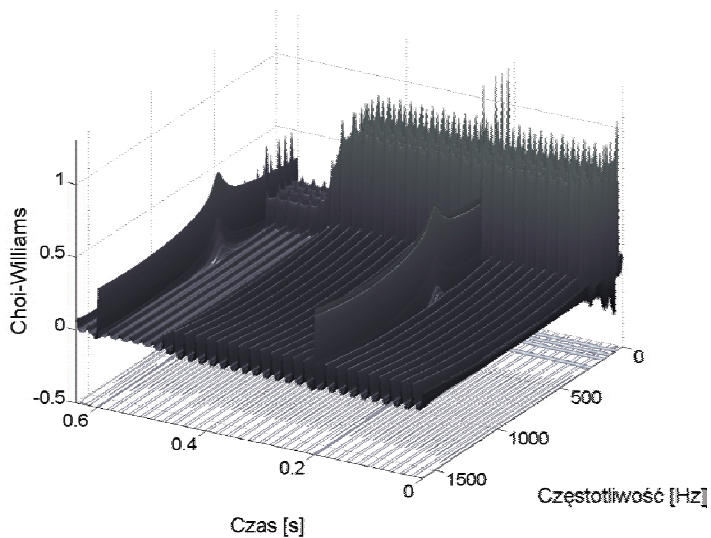
Rys. 45. Płaszczyzna czas–częstotliwość SPWV
Fig. 45. Time–frequency plane of SPWV



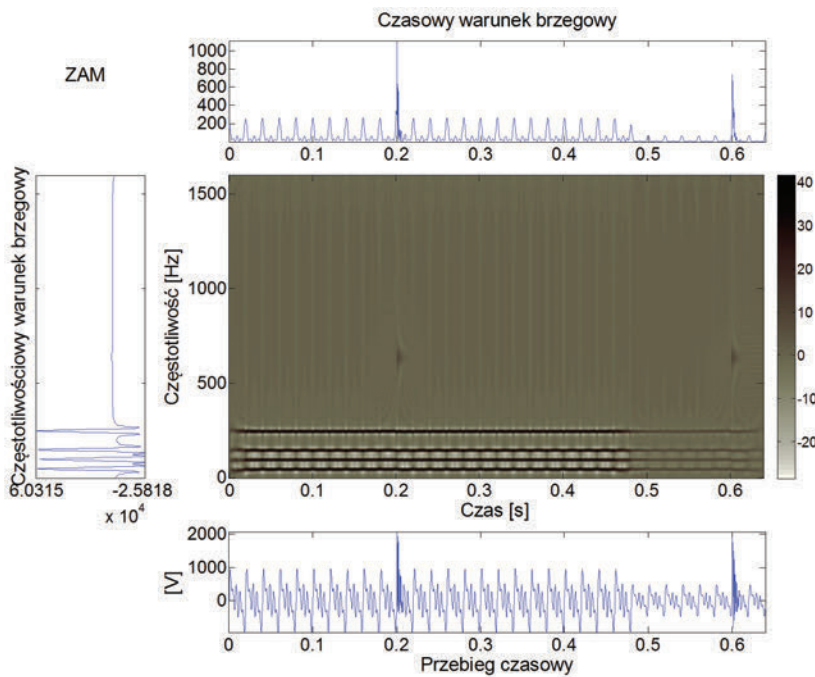
Rys. 46. Widok 3D SPWW
Fig. 46. 3D view of SPWW



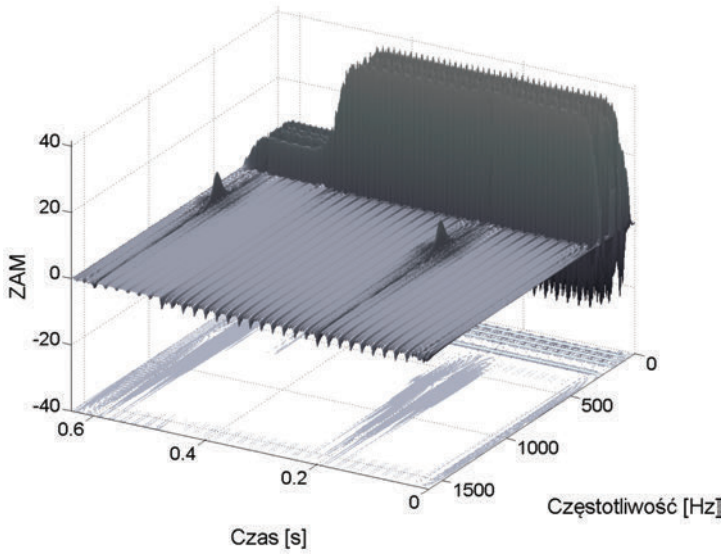
Rys. 47. Płaszczyzna czas–częstotliwość analizy Choi–Williamsa
Fig. 47. Choi–Williams time–frequency plane



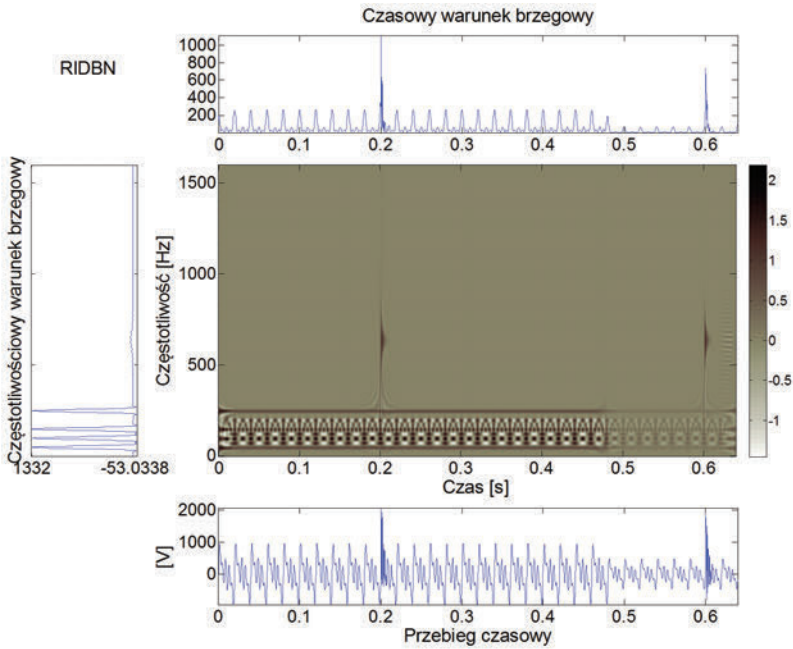
Rys. 48. Widok 3D analizy Choi-Williamsa
Fig. 48. Choi-Williams 3D view



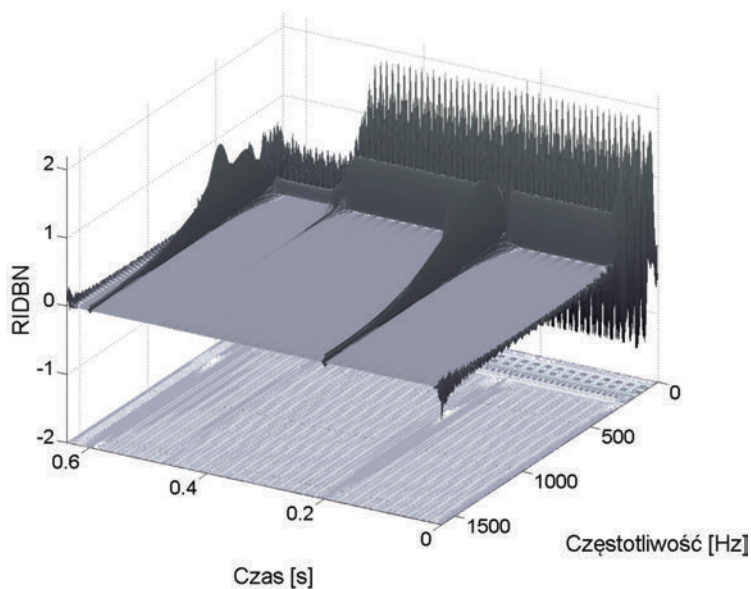
Rys. 49. Płaszczyzna czas-częstotliwość analizy Zao-Atlas-Marksa
Fig. 49. Zao-Atlas-Marks time-frequency plane



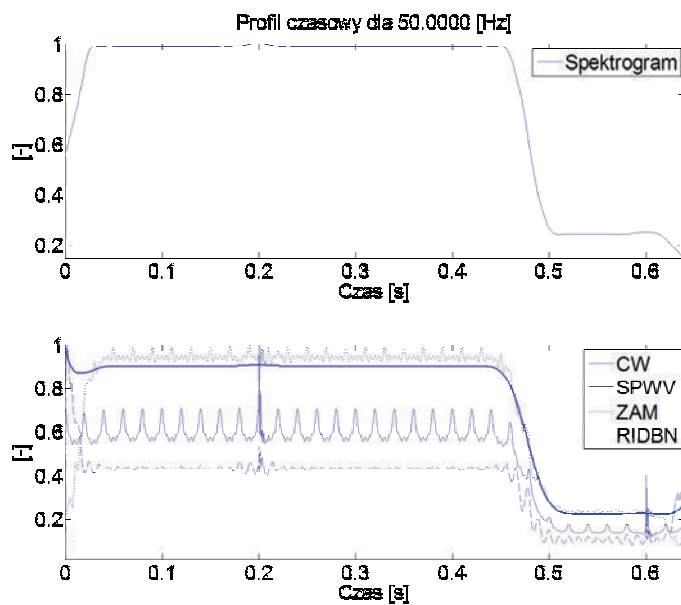
Rys. 50. Widok 3D analizy Zao–Atlas–Marska
 Fig. 50. Zao–Atlas–Marks 3D view



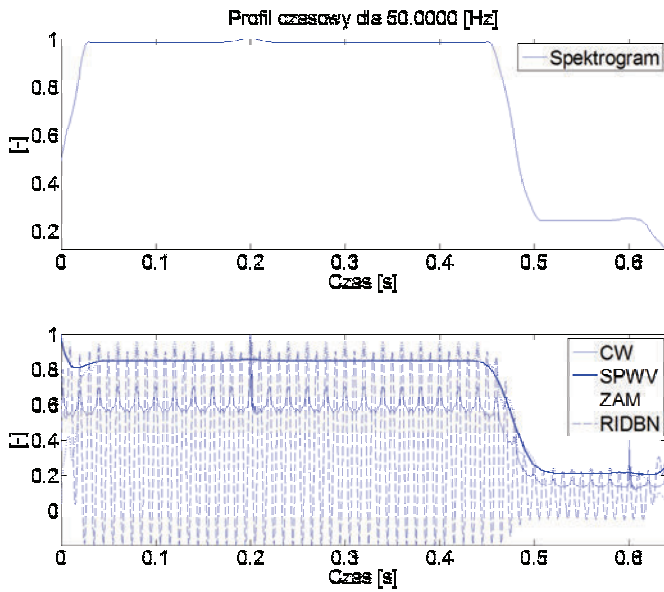
Rys. 51. Płaszczyzna czas–częstotliwość analizy RIDBN
 Fig. 51. RIDBN time–frequency plane



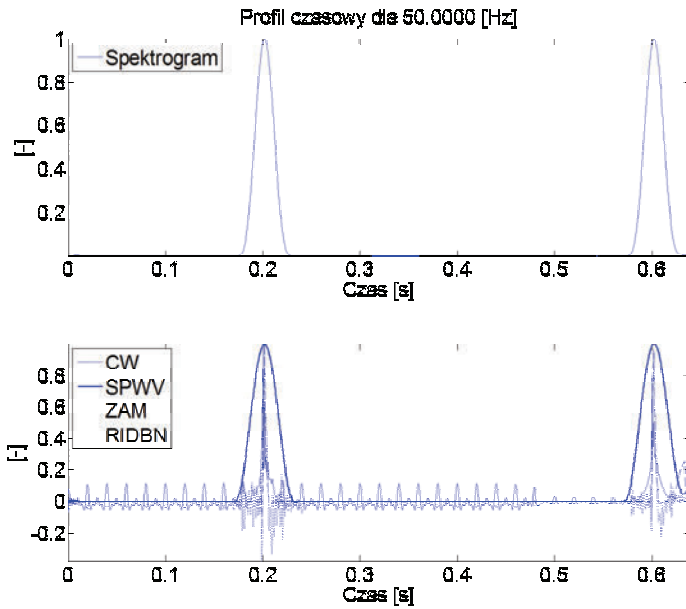
Rys. 52. Widok 3D analizy RIDBN
Fig. 52. RIDBN 3D view



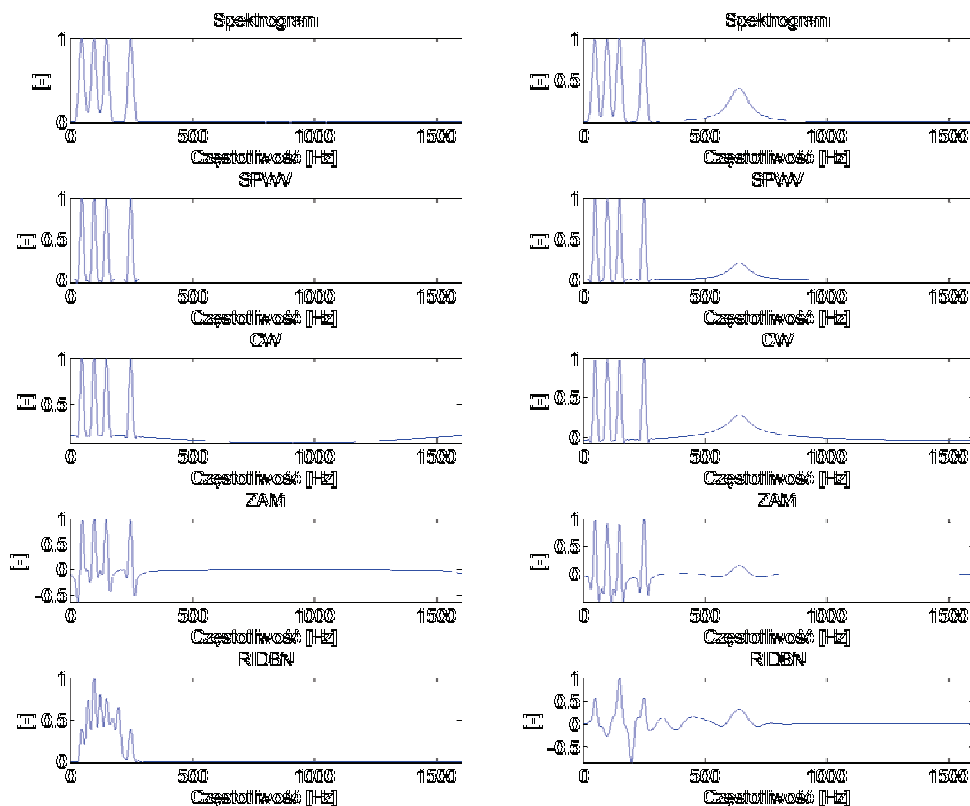
Rys. 53. Profil czasowy płaszczyzn czasowo-częstotliwościowych dla częstotliwości 50 Hz
Fig. 53. The time profile of time-frequency plane for 50 Hz



Rys. 54. Profil czasowy płaszczyzn czasowo-częstotliwościowych dla częstotliwości 100 Hz
 Fig. 54. The time profile of time-frequency plane for 100 Hz



Rys. 55. Profil czasowy płaszczyzn czasowo-częstotliwościowych dla częstotliwości 600 Hz
 Fig. 55. The time profile of time-frequency plane for 600 Hz

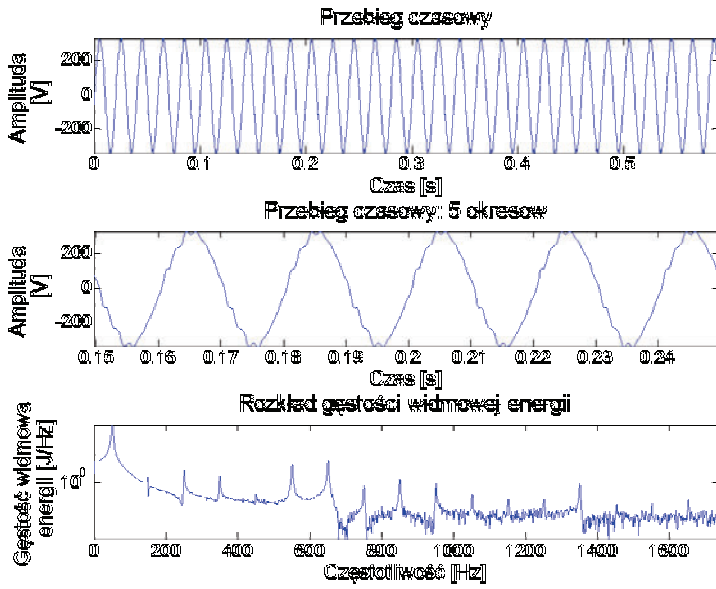


Rys. 56. Profile częstotliwościowe dla czasów 0,1 s (po lewej) oraz 0,605 s (po prawej)

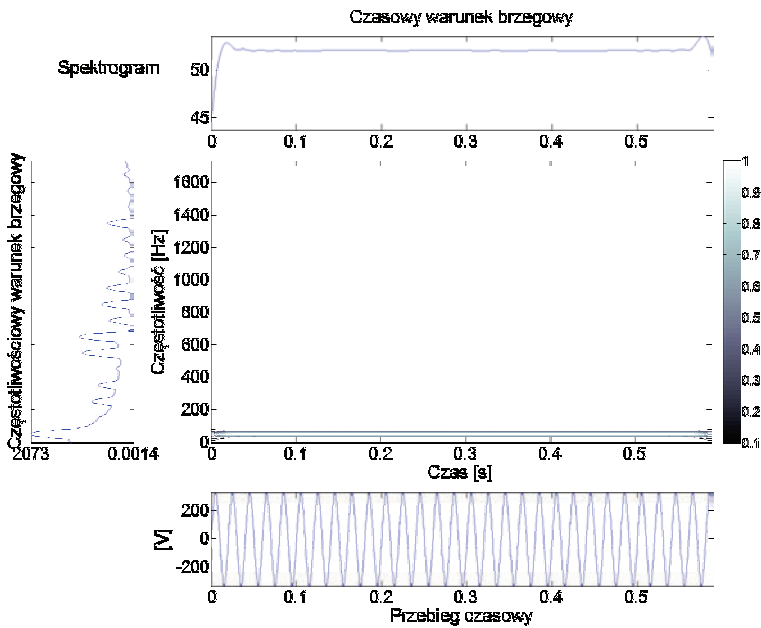
Fig. 56. The frequency profiles for 0.1 s (on the left) and 0.605 s (on the right)

6.2. BADANIA Z ZASTOSOWANIEM PRZEBIEGÓW RZECZYWISTYCH

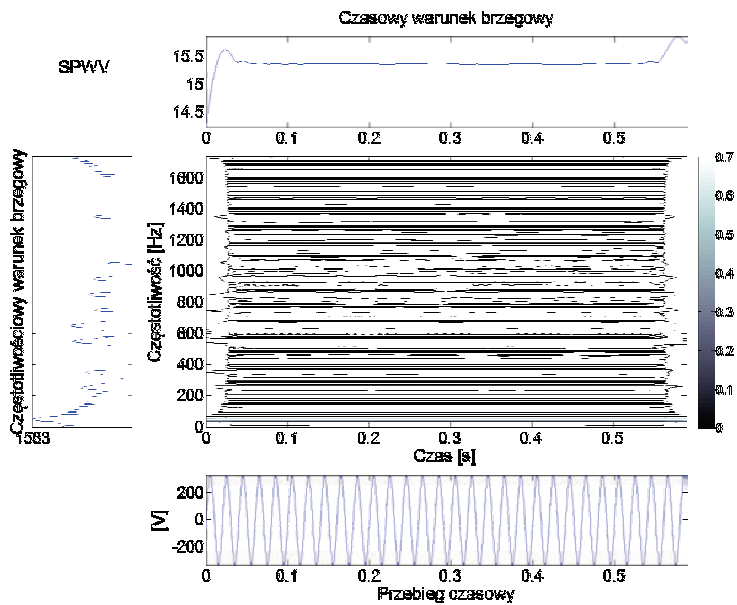
Dalej przedstawiono wynik analiz sygnałów rzeczywistych, zawierających wyższe harmoniczne oraz zakłócenia impulsowe. Na rysunku 57 zaprezentowano zarejestrowany przebieg napięciowy oraz pięć pierwszych jego okresów. Do celów orientacyjnych zamieszczono również jego widmo. Widoczne są harmoniczne o dominujących częstotliwościach 550 Hz i 650 Hz. Na rysunkach 58 do 62 przedstawiono płaszczyzny czasowo-częstotliwościowe analiz, odpowiednio: spektrogramu, SPWV, CW, ZAM oraz RIDBN.



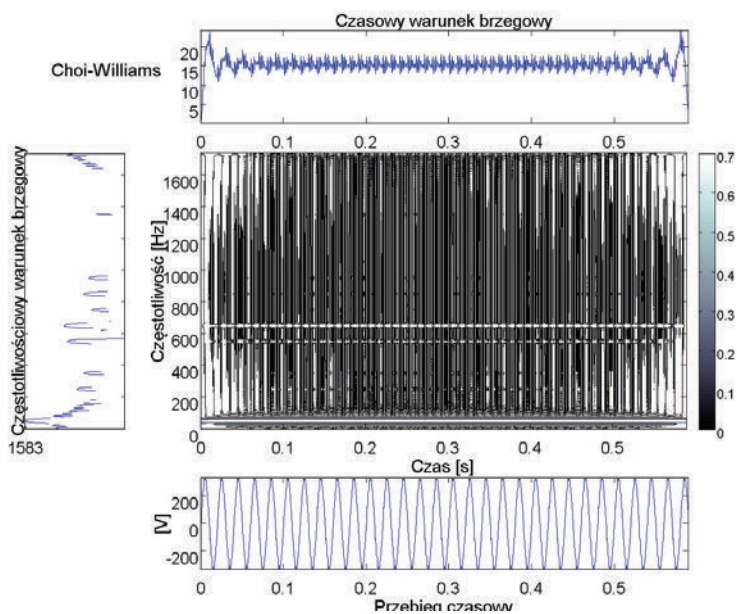
Rys. 57. Przebiegi czasowe oraz widmo sygnału zakłóconego harmonicznymi
 Fig. 57. Waveforms and spectrum of signal distorted by harmonics



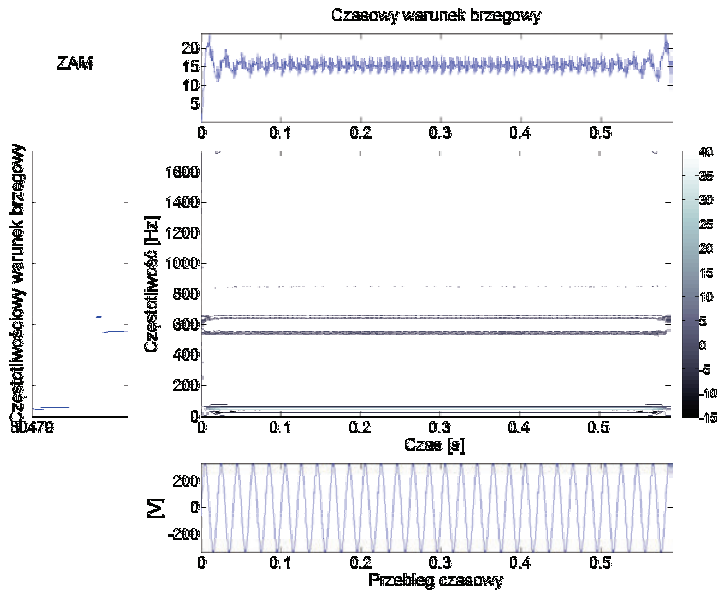
Rys. 58. Spektrogram sygnału zakłóconego harmonicznymi
 Fig. 58. Spectrogram of signal distorted by harmonics



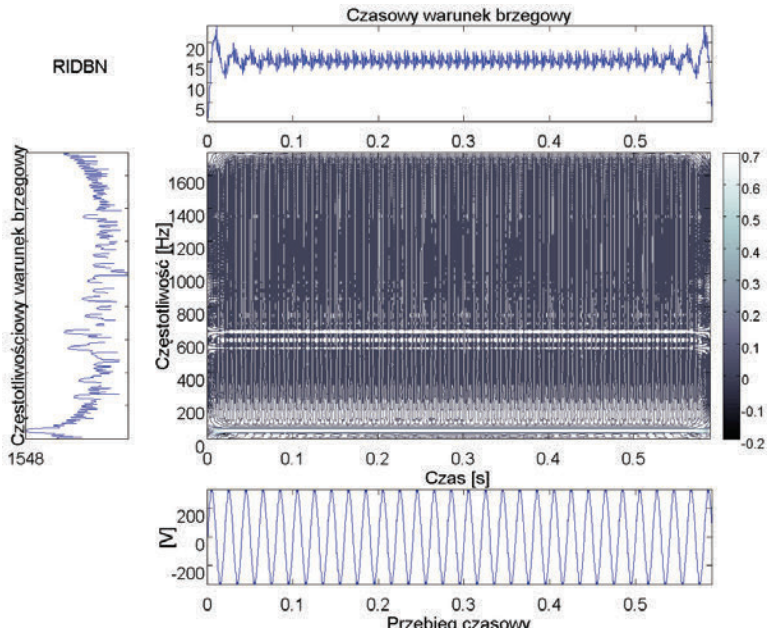
Rys. 59. SPWV sygnału zakłóconego harmonicznymi
 Fig. 59. SPWV of signal distorted by harmonics



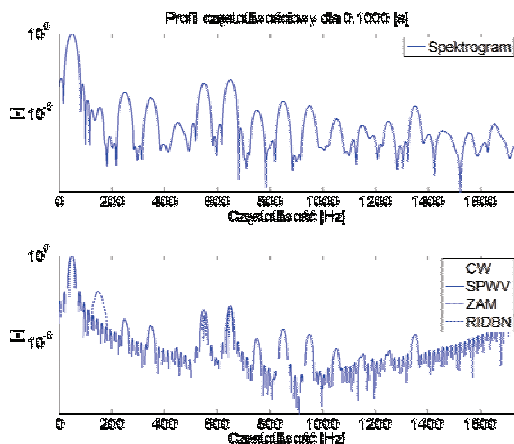
Rys. 60. CW sygnału zakłóconego harmonicznymi
 Fig. 60. CW of signal distorted by harmonics



Rys. 61. ZAM sygnału zakłóconego harmonicznymi
 Fig. 61. ZAM of signal distorted by harmonics

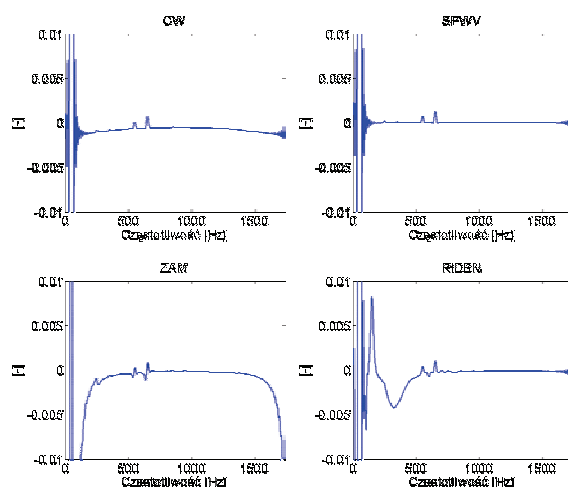


Rys. 62. RIDBN sygnału zakłóconego harmonicznymi
 Fig. 62. RIDBN of signal distorted by harmonics

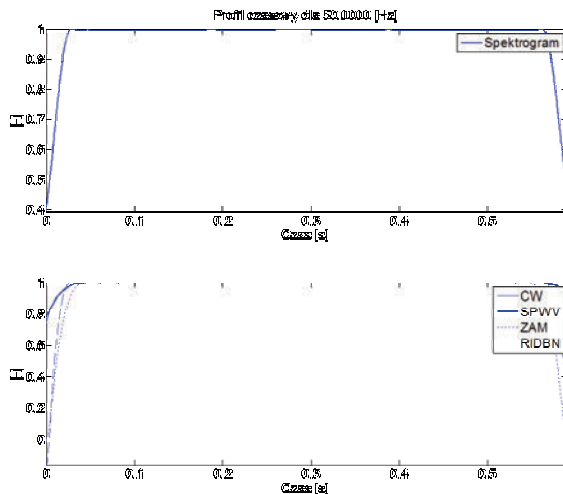


Rys. 63. Profile częstotliwościowe dla czasu 0,1 s sygnału zakłóconego harmonicznymi
 Fig. 63. Frequency profiles for 0.1 s of signal distorted by harmonics

Na rysunku 63 zaprezentowano zestawienie profili częstotliwościowych dla czasu 0,1 s. Praktycznie każda z metod zarejestrowała występowanie tych harmonicznymi, choć najdokładniejsze odwzorowanie zawartości widmowej wskazuje SPWV. Na rysunku 64 przedstawiono porównanie CW, SPWV, ZAM oraz RIDBN powiększonego fragmentu profilu częstotliwościowego w liniowej skali. Również widoczne są wymienione harmoniczne. RIDBN wskazuje ponadto komponent o częstotliwości 150 Hz. Na rysunku 65 zaprezentowano czasowe profile dla częstotliwości 50 Hz. Tętnienia dla wszystkich analiz są minimalne.

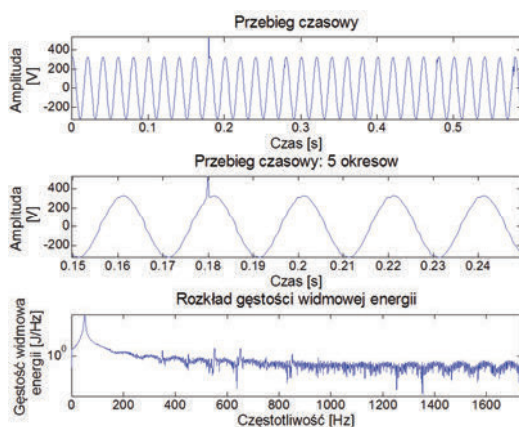


Rys. 64. Powiększone profile częstotliwościowe dla czasu 0,1 s sygnału zakłóconego harmonicznymi
 Fig. 64. Enlarged frequency profiles for 0.1 s of signal distorted by harmonics

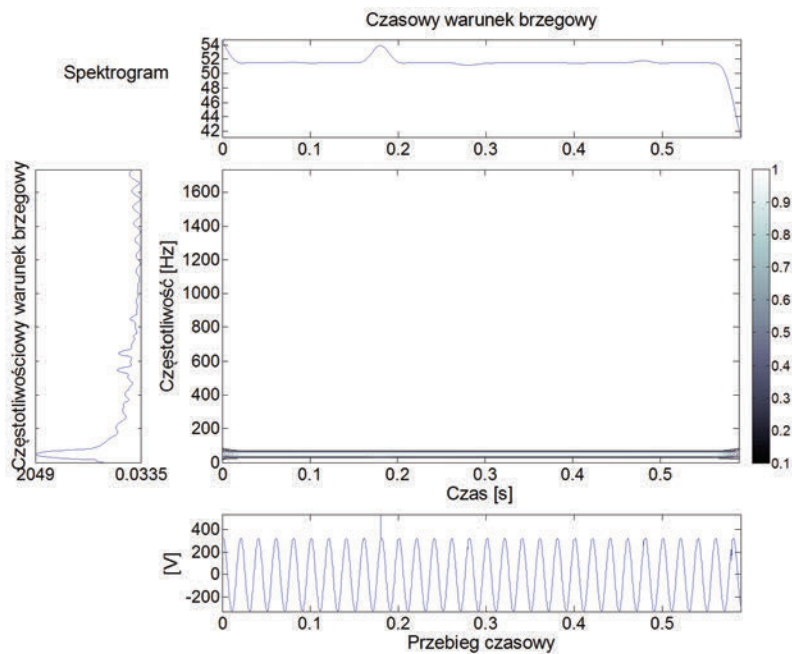


Rys. 65. Profile czasowe dla częstotliwości 50 Hz sygnału zakłóconego harmonicznymi
 Fig. 65. Time profiles for 50 Hz of signal distorted by harmonics

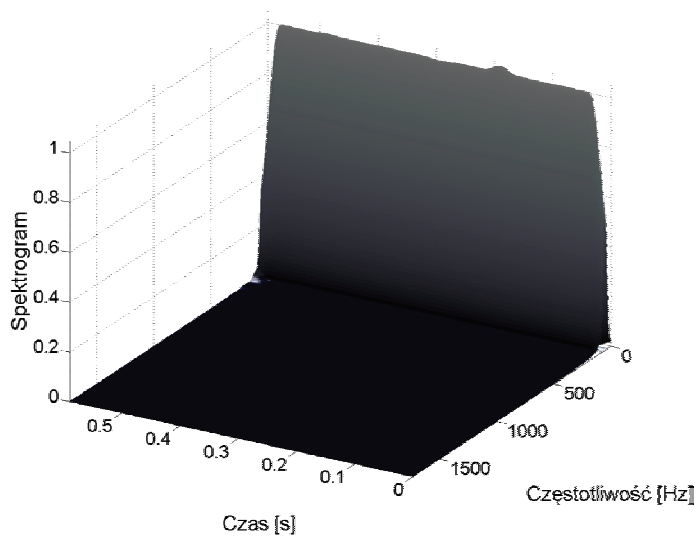
Na rysunku 66 przedstawiono przebieg napięciowy z zarejestrowanym zakłóceniem impulsowym. Na rysunkach 67 do 75 zaprezentowano płaszczyzny czasowo-częstotliwościowe oraz ich interpretacje trójwymiarowe badanych analiz. Moment wystąpienia zakłócenia został najprecyzyjniej określony za pomocą metody CW oraz RIDBN. Widoczne jest to na profilach czasowych (rys. 77 oraz 78). W szczególności dobrze jest to widoczne na profilu dla częstotliwości 600 Hz (rys. 78). Analizując rysunek 79, na którym przedstawiono profil częstotliwościowy dla czasu 0,1 s, najwięcej komponentów widmowych wykrywają spektrogram oraz SPWV.



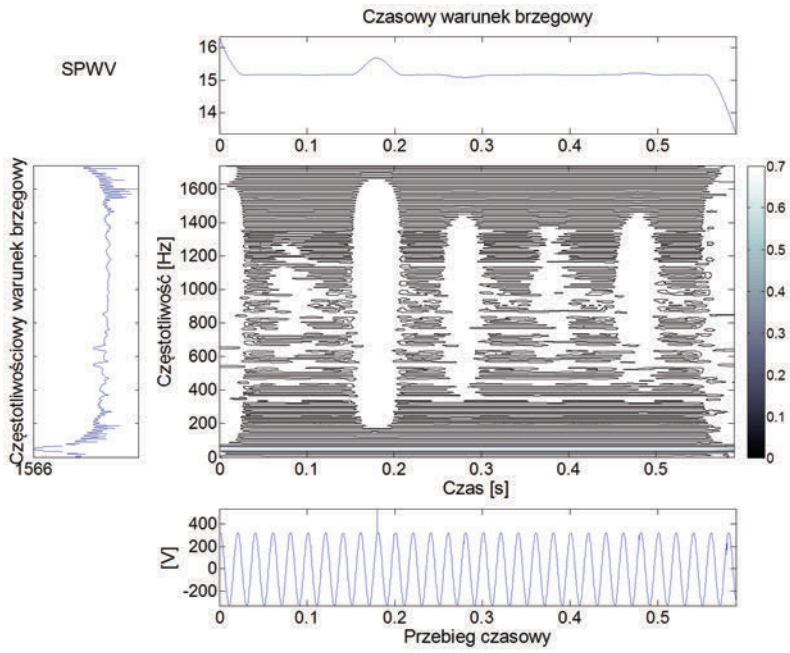
Rys. 66. Przebiegi czasowe oraz widmo sygnału zawierającego zakłócenia impulsowe
 Fig. 66. Waveforms and spectrum of signal distorted by impulse disturbances



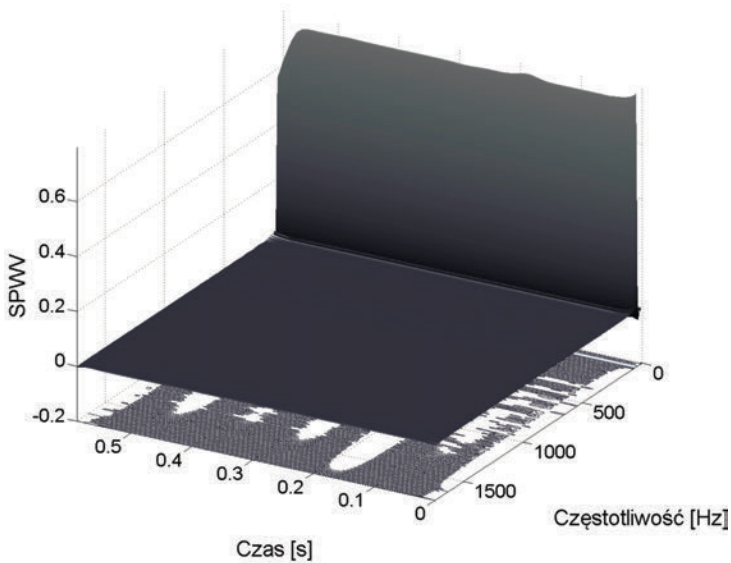
Rys. 67. Spektrogram sygnału zawierającego zakłócenia impulsowe
 Fig. 67. Spectrogram of signal distorted by impulse disturbances



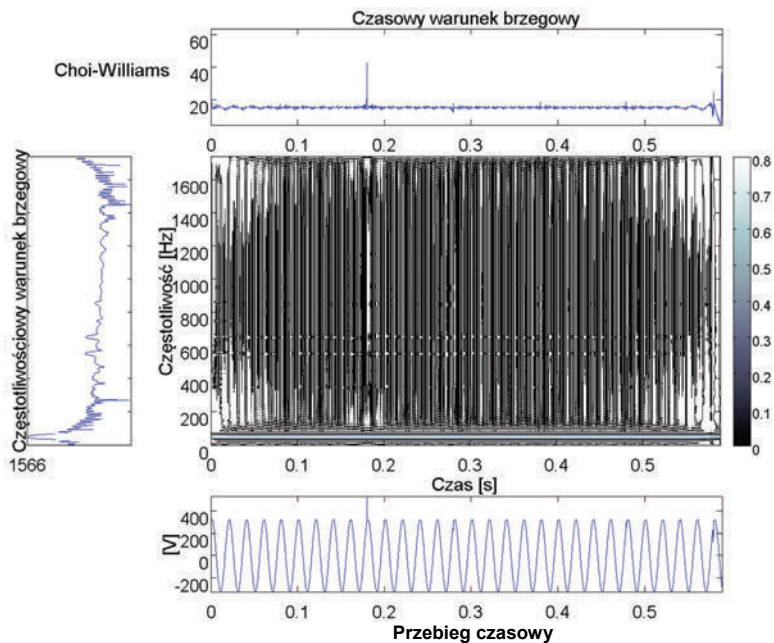
Rys. 68. Widok 3D spektrogramu sygnału zakłóconego impulsami
 Fig. 68. 3D View of spectrogram of signal distorted by impulse disturbances



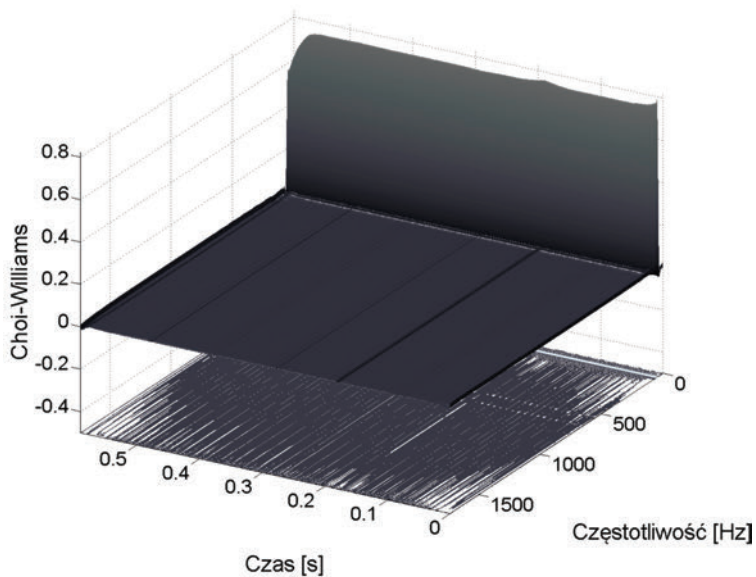
Rys. 69. SPWV sygnału zawierającego zakłócenia impulsowe
 Fig. 69. SPWV of signal distorted by impulse disturbances



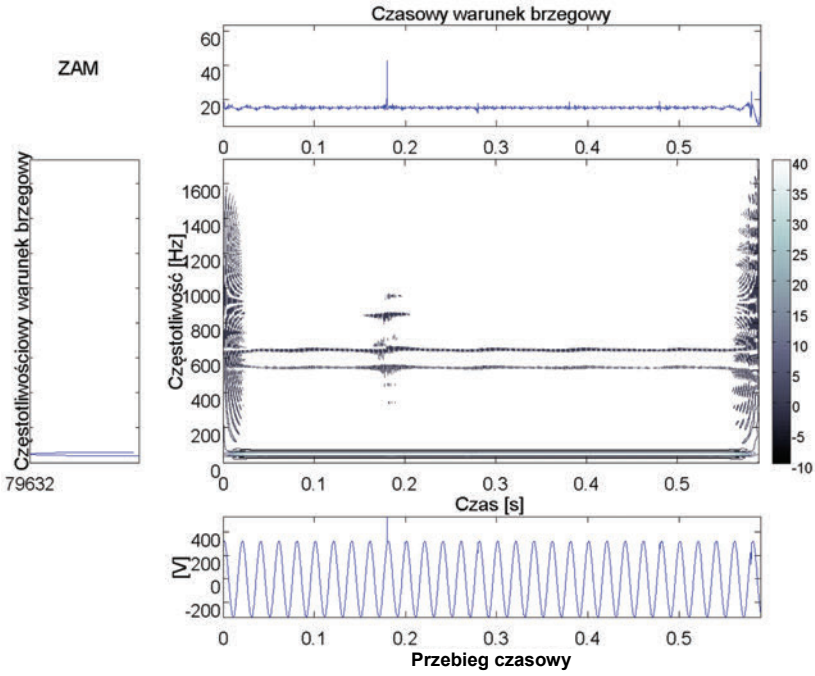
Rys. 70. Widok 3D SPWV sygnału zakłóconego impulsami
 Fig. 70. 3D View of SPWV of signal distorted by impulse disturbances



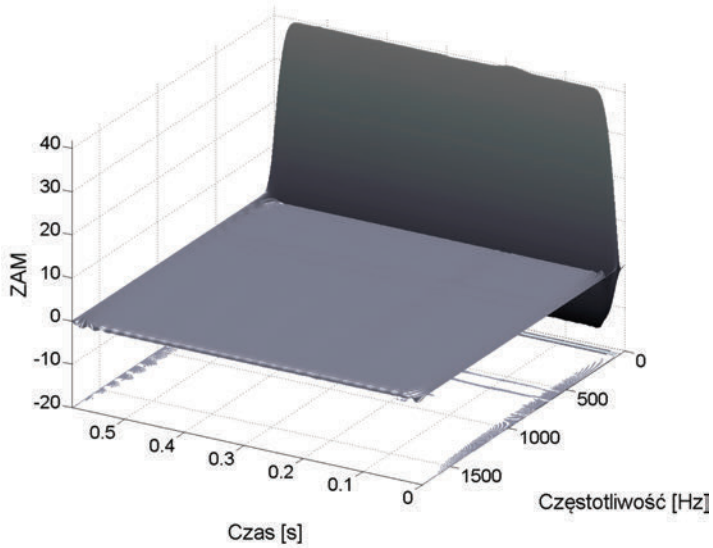
Rys. 71. CW sygnału zawierającego zakłócenia impulsowe
 Fig. 71. CW of signal distorted by impulse disturbances



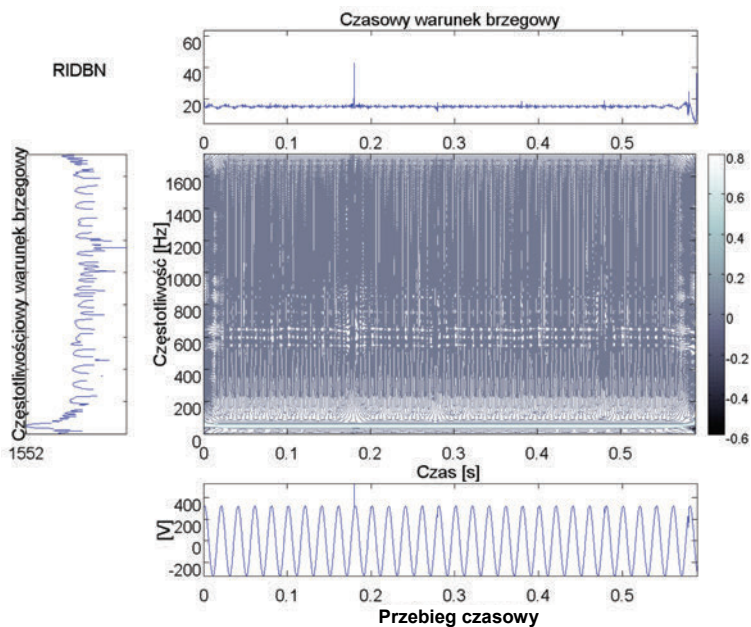
Rys. 72. Widok 3D CW sygnału zakłóconego impulsami
 Fig. 72. 3D View of CW of signal distorted by impulse disturbances



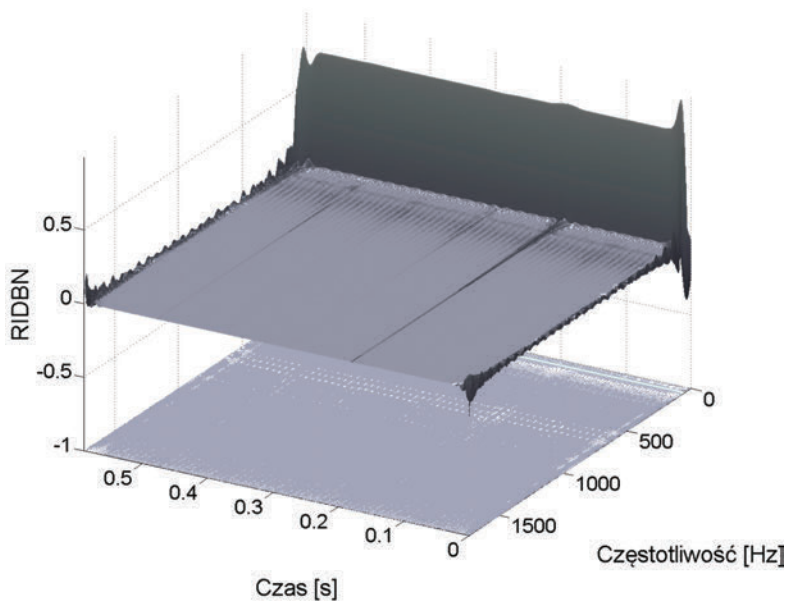
Rys. 73. ZAM sygnału zawierającego zakłócenia impulsowe
Fig. 73. ZAM of signal distorted by impulse disturbances



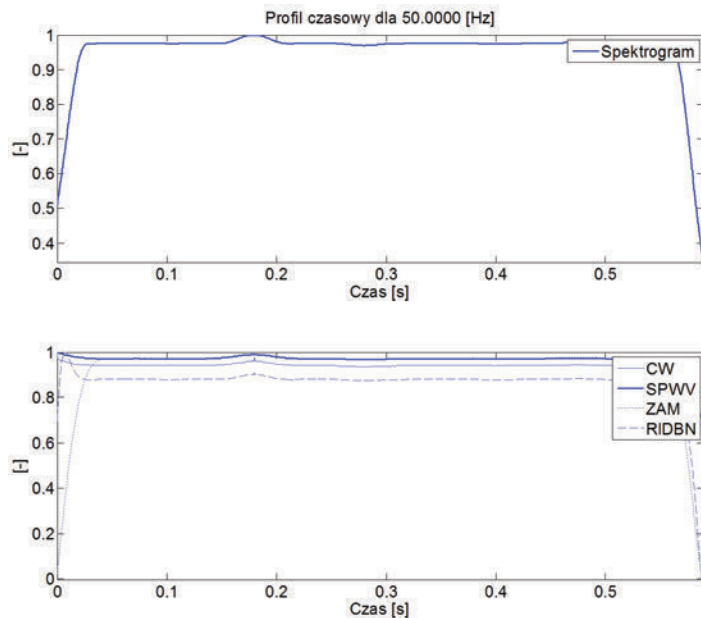
Rys. 74. Widok 3D ZAM sygnału zakłóconego impulsami
Fig. 74. 3D View of ZAM of signal distorted by impulse disturbances



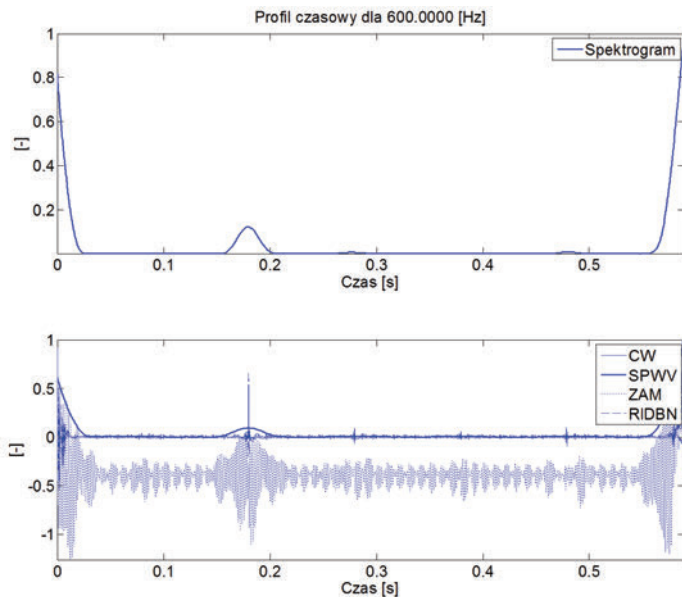
Rys. 75. RIDBN sygnału zawierającego zakłócenia impulsowe
 Fig. 75. RIDBN of signal distorted by impulse disturbances



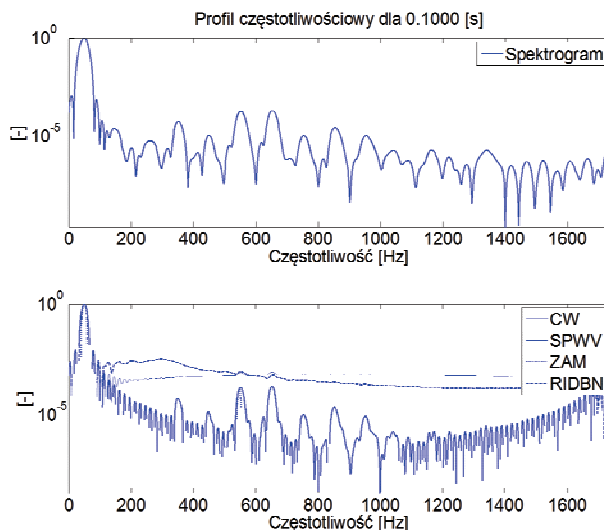
Rys. 76. Widok 3D RIDBN sygnału zakłóconego impulsami
 Fig. 76. 3D View of RIDBN of signal distorted by impulse disturbances



Rys. 77. Profil czasowy dla częstotliwości 50 Hz sygnału zawierającego zakłócenia impulsowe
 Fig. 77. The time profile of time-frequency plane for 50 Hz of signal distorted by impulse disturbances



Rys. 78. Profil czasowy dla częstotliwości 600 Hz sygnału zawierającego zakłócenia impulsowe
 Fig. 78. The time profile of time-frequency plane for 600 Hz of signal distorted by impulse disturbances



Rys. 79. Profil częstotliwościowy dla czasu 0,1 s sygnału zawierającego zakłócenia impulsowe
 Fig. 79. The time profile of time-frequency plane for 600 Hz of signal distorted by impulse disturbances

7. PODSUMOWANIE

Obecnie bardzo dynamicznie prowadzone są prace na temat występowania oraz badania zakłóceń występujących w sieciach elektroenergetycznych. Zagadnienie to ściśle związane jest z pojęciem jakości energii elektrycznej, które zostało sparametryzowane, a jego ujęcie ilościowe wyrażono w odpowiednich normach. Charakter zakłóceń rzeczywistych wskazuje na ich niestacjonarną naturę, co w połączeniu ze stosowaniem obecnie metod częstotliwościowych, przeznaczonych do przetwarzania sygnałów stacjonarnych oraz quasi-stacjonarnych, może skutkować błędną interpretacją zjawisk występujących w badanym sygnale.

Badania prowadzone nad aplikacją metod czasowo-częstotliwościowych, które zdecydowanie lepiej odwzorowują niestacjonarny charakter zakłóceń, obejmują również analizy klasy Cohena. Za pomocą tych analiz możliwe jest wyznaczenie parametrów częstotliwościowych (harmoniczne, częstotliwość harmonicznych itp.) oraz parametrów czasowych rzeczywistego sygnału elektroenergetycznego. Wymaga to jednak doboru odpowiedniego jądra analizy oraz jego parametrów. W przypadku obliczeń harmonicznych na szczególną uwagę zasługuje SPWV. Analiza ta umożliwia wyznaczenie harmonicznych oraz, w przypadku dobrania odpowiednio długiego okna pomiarowego, również interharmonicznych. Ponadto analiza SPWV umożliwia niezależną (w pewnych granicach) regulację rozdzielczości w dziedzinie czasu i częstotliwości. Ze względu na zastosowanie okien wygładzających w tej analizie traci się

pierwotne doskonale właściwości rozdzielcze, jakie cechują analizę WV, natomiast możliwe jest uzyskanie dwukrotnie lepszej rozdzielczości, w częstotliwości lub w czasie, w stosunku do standardowych metod analizy przebiegów elektroenergetycznych.

Analizy z klasy Cohena umożliwiają również precyzyjną lokalizację zakłóceń krótkotrwałych w czasie. W tym przypadku interesującymi wynikami cechują się: analiza CW, RIDBN lub ZAM. Analizy te umożliwiają również określenie charakteru zakłócenia: oscylacyjnego bądź nieoscylacyjnego.

Innym zastosowaniem analiz czasowo-częstotliwościowych w badaniu zakłóconych przebiegów elektroenergetycznych jest dokładne scharakteryzowanie pojedynczego zakłócenia niestacjonarnego w wąskim oknie pomiarowym. W takim przypadku traci się rozdzielczość widmową, ale doskonale widoczny jest charakter częstotliwościowy zakłócenia.

Prezentowane analizy czasowo-częstotliwościowe wymagają od systemów pomiarowych dużych pamięci danych oraz, ze względu na swoją złożoność obliczeniową, dużych mocy obliczeniowych jednostek centralnych. Obecnie metody te mogą posłużyć jako swoista tomografia sygnału z zakłóceniami, aczkolwiek uproszczone wersje analiz mogą być już aplikowane *on line* w systemach wbudowanych z procesorami sygnałowymi lub układami FPGA.

Istnieje również potrzeba prowadzenia badań nad parametryzacją wyników uzyskanych za pomocą metod czasowo-częstotliwościowych i poszukiwaniu odpowiednich parametrów związanych z jakością energii elektrycznej. Parametry te powinny w sposób kompleksowy opisać stopień zakłócenia przebiegu elektroenergetycznego z perspektywy zakłóceń stacjonarnych – podtrzymywanych, niestacjonarnych – przejściowych oraz wysokoenergetycznych o długim czasie trwania i krótkotrwałych przejść przejściowych.

LITERATURA

- [1] Bień A., *Metrologia jakości energii elektrycznej w obszarze niskoczęstotliwościowych zaburzeń napięcia sieci*, Rozprawy monograficzne, Wydawnictwa AGH, Kraków 2003.
- [2] Boashash B., *Time Frequency Signal Analysis and Processing. A comprehensive Reference*, Elsevier, Oxford 2003.
- [3] Charoy A., *Zakłócenia w urządzeniach elektronicznych*, t. I, WNT, Warszawa 1999.
- [4] Drápela, J., Šležingr, J., *Realization and Verification of Flickermeter Based on Voltage Peak Detection Method*, Proceedings of the International Congress on Electricity Distribution CIDEL 2010, 1, Buenos Aires, Argentina: ADEERA, 2010, 1–16.
- [5] Górecki K., Rydel M., Szmajda M., *Wykorzystanie systemów mikroprocesorowych w pomiarach statystyk przepięć w sieciach niskiego napięcia*, IX Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna GRE 2004, Bielsko-Biała, czerwiec 2004.
- [6] Górecki K., Szmajda M., *Analiza wyników pomiarów zakłóceń i jakości energii elektrycznej w sieci zasilającej szpitala*, 1th Scientific Workshop „Rational Energy Consumption”, INTERREG IIIA. cz. I, Jarnotówek 13–14.10.2005, 27–29.

- [7] Górecki K., Szmajda M., Mroczka J., *The advanced signal processing methods in power quality measurements and their implementations in the DSP processor*, Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej, S. Elektryka, 2005, z. 55, Oficyna Wydawnicza PO, Opole, 2005, 93–103.
- [8] Hanzelka Z., *Jakość Energii Elektrycznej*, Międzynarodowa Konferencja jubileuszowa z okazji 50-lecia EAIE, Kraków, 7–8 czerwca 2002, 65–68.
- [9] Kailath T., *Modern Signal Processing*, Hemisphere Publishing, Washington 1985.
- [10] Kay S.M., *Modern Spectral Estimation: Theory and Application*, Prentice Hall, New Jersey 1987.
- [11] Kowalski Z., *Jakość energii elektrycznej*, Monografie Politechniki Łódzkiej, Łódź 2007.
- [12] Leonowicz Z., Łobos T., Rezmer J., *Spectrum Estimation of Non-Stationary Signals in Power Systems*, International Conference on Power System Transients – IPST 2003, New Orleans USA, 2003.
- [13] Masłowski G., *Prowokowane wyladowania atmosferyczne i ich parametry*, Przegląd Elektrotechniczny, 86 (2010), nr 12, 315–318.
- [14] Musiał E., *Ocena jakości energii elektrycznej w sieciach przemysłowych*, Konferencja „Automatyka, pomiary, zakłócenia”, Jurata 2004 r., INFOTECH, 2004, 103–122.
- [15] Poularikas A.D., *The Transforms and Applications Handbook*, second Edition, CRC Press, Boca Raton 2000.
- [16] Pradhan A.K., Routray A., Basak A., *Power System Frequency Estimation Using Least Mean Square Technique*, IEEE Trans. On Power Delivery, Vol. 20, No. 3, July 2005, 1812–1816.
- [17] Shie Qian, Dapang Chen, *Joint Time-Frequency Analysis. Methods and Applications*, Prentice Hall PTR, New Jersey 1996.
- [18] Stergiopoulos S., *Advanced Signal Processing Handbook*, Boca Raton: CRC Press LLC, 2001.
- [19] Szmajda M., Mroczka J., *Models of disturbances in power networks for testing frequency methods used in measurements of power quality*, Przegląd Elektrotechniczny, w druku.
- [20] Szmajda M., Górecki K., Mroczka J., *The methodology of source disturbances detection on an electroprecipitator example*, 11th International Conference Electrical Power Quality and Utilization EPQU2011, Lisbon (Portugal), 17–19 October 2011.
- [21] Szmajda M., Górecki K., Mroczka J., *Gabor Transform, Gabor-Wigner Transform and SPWVD as a Time-Frequency Analysis of Power Quality*, Metrology and Measurement Systems, Vol. XVII, No. 3 (2010), 383–396.
- [22] Szmajda M., Górecki K., *DFT algorithm analysis in low-cost power quality measurement systems based on a DSP processor*, 9th International Conference Electrical Power Quality and Utilization EPQU2007, Barcelona (Spain), 9–11 October 2007.
- [23] Szmajda M., *Analiza czasowo-częstotliwościowa zakłóceń sygnałów w sieciach energetycznych metodą Prony’ego oraz przekształcenia Wignera-Ville’a w pomiarach jakości energii elektrycznej z wykorzystaniem procesora sygnałowego*, PhD, Opole 2005.
- [24] Tarasiuk, T., *Hybrid wavelet-Fourier spectrum analysis*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 19, No. 3, July 2004, 957–964.
- [25] Vaseghi S.V., *Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction*, John Willey & Sons Ltd., New York 2000.
- [26] Wang M., Mamishev A.V., *Classification of Power Quality Events Using Optimal Time-Frequency Representations – Part 1: Theory*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 19, No. 3, July 2004, 1488–1495.
- [27] Wang M., Rowe G.I., Mamishev A.V., *Classification of Power Quality Events Using Optimal Time-Frequency Representations, Part 2: Application*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 19, No. 3, July 2004, 1496–1503.
- [28] Zieliński P.T., *Reprezentacje sygnałów niestacjonarnych typu czas-częstotliwość i czas-skala*, Rozprawy monografie Wydawnictwa AGH, Kraków 1994.
- [29] Zieliński T., *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań*, WKiŁ, Warszawa 2007.

- [30] Zydroń P., *Przetwarzanie i analiza sygnałów wysokonapięciowych uderów piorunowych*, Przegląd Elektrotechniczny, 86 (2010), nr 11b, 304–307.
- [31] EN 50160:2007: *Voltage characteristics of electricity supplied by public distribution systems*.
- [32] EN 61000-2-4: 2002: *Electromagnetic compatibility (EMC) – Part 2-4: Environment – Compatibility levels for low-frequency conducted disturbances*.
- [33] EN 61000-4-4: 2004: *Electromagnetic compatibility (EMC) – Part 4-4: Testing and measurement techniques – Electrical fast transient/burst immunity test*.
- [34] EN 61000-4-5: 2005: *Electromagnetic compatibility (EMC) – Part 4-5: Testing and measurement techniques – Surge immunity test*.
- [35] EN 61000-4-5: 2005: *Electromagnetic compatibility (EMC) – Part 4-5: Testing and measurement techniques – Surge immunity test*.
- [36] IEC 61000-4-12: 2006: *Electromagnetic Compatibility (EMC) – Part 4-12: Testing and Measurement Techniques – Oscillatory waves immunity test*.
- [37] EN 61000-4-13: 2002: *Electromagnetic compatibility (EMC) – Part 4-13: Testing and measurement techniques; Harmonics and interharmonics including mains signaling at a.c. power port, low frequency immunity test*.
- [38] EN 61000-4-15: 2010: *Electromagnetic compatibility (EMC) – Part 4-15: Testing and measurement techniques – Flickermeter – Functional and design specifications*.
- [39] EN 61000-4-18: 2006: *Electromagnetic compatibility (EMC) – Part 4-18: Testing and measurement techniques – Damped oscillatory wave immunity test*.
- [40] EN 61000-4-30: 2008: *Electromagnetic compatibility (EMC) – Part 4-3: Testing and measurement techniques – Radiated, radio-frequency, electromagnetic field immunity test*.

CHOSEN TIME-FREQUENCY ANALYSIS IN POWER QUALITY RESEARCHES

The phenomena appearing in power networks and connected with them power quality issues are presented in the chapter. Also, Power quality parameters and their computational methods are described. The systematic of signal analyses, time-frequency methods in particular, were also performed. Moreover, features of chosen time-frequency methods from Cohen's class were analyzed, and on the basis of acquired data several methods, interesting from power quality application point of view (spectrogram – SP, smoothed Winger–Ville pseudo-distribution – SPWV, Choi–Williams distribution – CS, Zao–Atla–Marks distribution – ZAM, reduced interference distribution – RIDBN) were proposed. The results of analyses for modeled test signal and real power waveforms including stationary and non-stationary disturbances were analyzed.

Jarosław ZYGARLICKI*
Janusz MROCZKA**

METODY PRONY'EGO W ANALIZIE SYGNAŁÓW OKRESOWYCH – WŁAŚCIWOŚCI, IMPLEMENTACJE, ZASTOSOWANIA

W pracy przedstawiono różne modyfikacje metod Prony'ego, umożliwiające precyzyjną analizę parametrów składowych zarówno sinusoidalnych, jak i sinusoidalnych ekponencjalnie tłumionych analizowanych sygnałów. Przeanalizowano metody Prony'ego w wersjach: najmniejszych kwadratów, metodę oryginalną, wersję rekursywną oraz metodę zredukowaną. Przedstawiono sposoby optymalizacji metod Prony'ego wykorzystujące na przykład filtrację pasmową, a także sposoby wykorzystania systemów wieloprocesorowych w implementacjach przedstawionych metod. W artykule przeanalizowano również sposoby doboru częstotliwości próbkowania oraz długości okien analizy metod, umożliwiające uniknięcie niestabilności rozwiązań oraz zapewniające dużą dokładność estymacji wyznaczanych parametrów. Skomentowano również sposób doboru rozmiaru modelu Prony'ego.

1. WPROWADZENIE

Metoda Prony'ego dzięki swoim szczególnym właściwościom – tj. precyzyjnej estymacji częstotliwości składowych, możliwości obliczenia współczynników tłumienia składowych, krótszym oknem analizy w porównaniu do transformaty Fouriera czy brakiem efektów przecieku widma – znajduje coraz szersze pola zastosowań w wielu dziedzinach nauki [25], [11]–[13], [5]–[7], [15].

Pomimo licznych prac prowadzonych w ostatnich latach nad metodą Prony'ego w dalszym ciągu problemem w jej aplikacjach jest jej znaczna złożoność obliczeniowa oraz stabilność numeryczna rozwiązań. Ma to ogromne znaczenie dla implementacji algorytmów metody na systemy pomiarowe o architekturze embedded.

* Wydział Elektrotechniki Automatyki i Informatyki, Politechnika Opolska.

** Katedra Metrologii Elektronicznej i Fotonicznej, Politechnika Wroclawska.

Tematyka rozdziału podejmuje również te wątki, wskazując parametry dla metod Prony'ego umożliwiające uniknięcie niestabilności rozwiązań oraz uproszczenie złożonych obliczeń, w przypadku na przykład znajomości częstotliwości składowych badanego sygnału.

Metody Prony'ego ze względu na swoje właściwości mogą być stosowane w specyficznych obszarach przetwarzania sygnałów. W szczególności są odpowiednie do analiz sygnałów o widmach prążkowych, cechując się dużą dokładnością estymacji parametrów składowych sinusoidalnych badanego sygnału.

Stąd też duże zainteresowanie metody Prony'ego znajdują szczególnie w dziedzinach, gdzie mogłyby przynieść poprawę dokładności pomiarów czy umożliwić analizę zjawisk dotąd niebadanych, ze względu na ograniczenia implementowanych obecnie algorytmów. W szczególności duże perspektywy, jeżeli chodzi o praktyczne implementacje metody na urządzenia pomiarowe, daje się zauważyć w dziedzinie badania jakości energii elektrycznej.

W zastosowaniach do badania jakości energii elektrycznej tradycyjne metody analizy sygnałów oparte na przekształceniach Fouriera bardzo często nie dają zadowalających wyników. Głównym powodem ich stosowania jest relatywnie mała moc obliczeniowa wymagana od urządzeń, na których jest implementowana, co w dobie gwałtownego rozwoju układów procesorów sygnałowych DSP nie jest usprawiedliwione.

Przedstawione w rozdziale badania umożliwiają określenie warunków implementacji metody, dla których uzyskuje się największą precyzję estymacji parametrów składowych badanych sygnałów. Ponadto pokazano sposoby optymalizacji metod Prony'ego przynoszące poprawę wydajności metody, przez na przykład stosowanie metod rekursywnych czy obliczeń równoległych.

2. KLASYFIKACJA SYGNAŁÓW

Jak wspomniano we wstępie, metody Prony'ego szczególnie dobrze analizują sygnały o widmach prążkowych. Aby określić klasy sygnałów, dla których metody Prony'ego umożliwiają uzyskanie dobrej precyzji estymacji parametrów składowych, dokonano w dalszej części ogólnej klasyfikacji sygnałów.

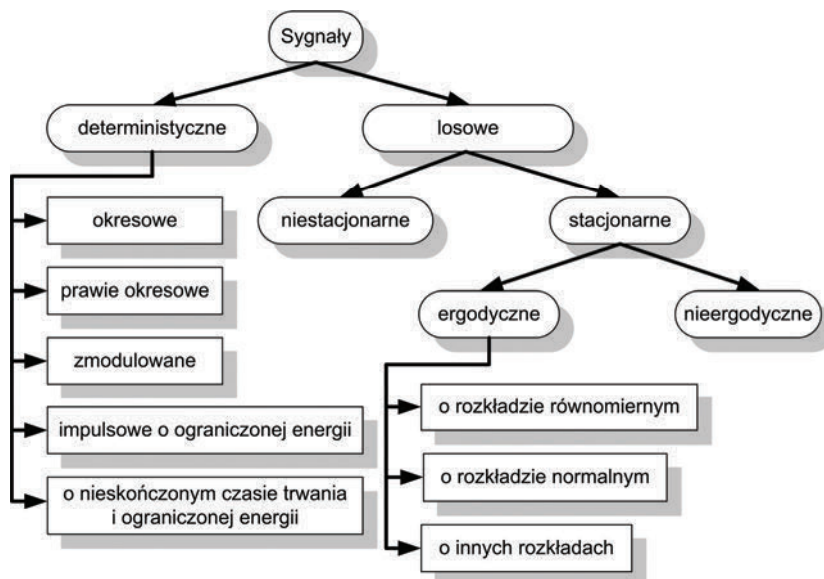
Sygnał w największym uproszczeniu to zmienność dowolnej wielkości fizycznej, która może być opisana za pomocą funkcji jednej $f(x)$ lub wielu zmiennych $f(x_1, x_2, x_3, \dots)$, na przykład temperatury, ciśnienia, napięcia elektrycznego itp. [22], [21]. W praktyce najczęściej rozpatrywane są sygnały, będące funkcjami czasu $f(t)$.

Sygnały opisane za pomocą funkcji matematycznych często nazywa się sygnałami deterministycznymi. Istnieją także sygnały, których opis jest zrealizowany za pomocą procesu stochastycznego (funkcji losowej). Tego typu sygnały nazywa się sygnałami stochastycznymi. Przypisanie sygnału do danej grupy sygnałów jest bardzo często

subiektywne i zależy od wiedzy na temat danego sygnału – od znajomości jego modelu deterministycznego, probabilistycznego czy przyjęcia modelu niewiedzy [18].

Modelem sygnału nazywa się pewien opis matematyczny umożliwiający (bardzo często w sposób przybliżony) generowanie kolejnych próbek modelowanego sygnału.

W przypadku kiedy nie jest znany model deterministyczny, sygnał zaliczamy do grupy sygnałów stochastycznych. Klasyczny podział sygnałów przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Klasyczny podział sygnałów [22]
Fig. 1. Traditional signal classification [22]

Sygnały deterministyczne można podzielić dalej na: okresowe, prawie okresowe, zmodulowane, impulsowe, o nieskończonym czasie trwania i o ograniczonej energii. Sygnały losowe (stochastyczne), w zależności od tego czy wykazują pewne cechy regularności w funkcji czasu, dzieli się dalej na sygnały stacjonarne oraz niestacjonarne. Szczególną grupę sygnałów stacjonarnych, obok sygnałów nieergodycznych, stanowią sygnały ergodyczne. Sygnał nazywamy ergodycznym wtedy, gdy o jego cechach probabilistycznych (np.: wariancja, funkcja autokorelacji) można wnioskować na podstawie jednej tylko realizacji sygnału, obserwowanej w dostatecznie długim czasie.

O przypisaniu sygnału do danej klasy sygnałów decyduje także dziedzina, w której sygnał jest rozpatrywany. W dziedzinach, w których sygnały są traktowane jako nośniki energii (w teorii obwodów, w teorii układów elektronicznych itp.) opisuje się je modelami deterministycznymi. W zagadnieniach telekomunikacyjnych, w których

dominują problemy przesyłania informacji, czy też technice pomiarowej, dominują modele stochastyczne [18].

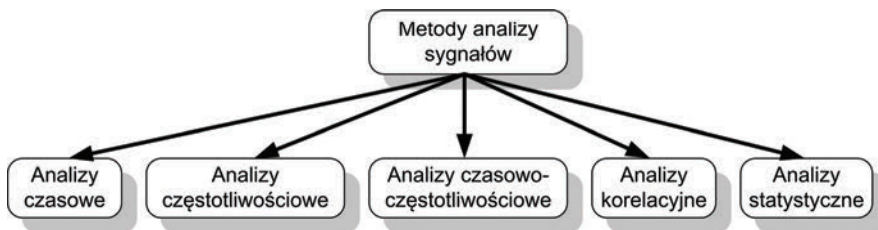
Złożoność sygnałów rzeczywistych potwierdza także twierdzenie Wolda, dotyczące współistnienia w rzeczywistych sygnałach składowych deterministycznych oraz stochastycznych. Twierdzenie to mówi, że każdy dyskretny sygnał $x(n)$ stacjonarny w szerszym sensie może być przedstawiony jako suma dwóch składowych: składowej deterministycznej $x_d(n)$ oraz czysto losowej $x_l(n)$ [22].

Metody Prony'ego przedstawiają sygnał jako skończony model tłumionych eksponent, w związku z czym aplikacje metody będą umożliwiały uzyskanie największej precyzji estymacji parametrów składowych dla sygnałów deterministycznych okresowych, zmodulowanych oraz dla składowych impulsowych ekponencjalnie tłumionych.

3. ANALIZA SYGNAŁÓW – WPROWADZENIE

Pojęcie analizy sygnałów oznacza proces, który ma na celu wydobycie informacji zawartych w sygnale [21]. Na przykład za analizę sygnałów uznaje się rozpoznanie treści sygnału mowy, diagnozę stanu pacjenta na podstawie sygnałów biomedycznych, przewidywanie ruchów tektonicznych na podstawie sygnałów geosejsmicznych czy też rozpoznanie stanu sieci energetycznej przez badanie jakości energii elektrycznej.

Przetwarzanie sygnałów to matematyczne operacje polegające na transformowaniu sygnału z jednej postaci do drugiej. Sygnał poddawany jest przetwarzaniu w celu ułatwienia jego analizy, często wręcz algorytm przetwarzania sygnałów jest częścią algorytmu analizy, dlatego też pojęcia analiza i przetwarzanie sygnałów powszechnie używane są zamiennie. Na rysunku 2 przedstawiono podstawowy podział metod przetwarzania sygnałów ze względu na dziedzinę wykonywanej operacji (czas, częstotliwość, czas–częstotliwość).



Rys. 2. Podstawowy podział metod analiz sygnału
Fig. 2. Basic analysis signal method classification

Przez pojęcie przetwarzania sygnałów najczęściej rozumie się ich analizę częstotliwościową. Najlepiej poznaną i w dalszym ciągu najczęściej stosowaną metodą analizy jest transformata Fouriera [22], [21], [18], której różne modyfikacje umożli-

wiły prostą implementację jej algorytmów i zapewniły dużą szybkość procesu przetwarzania.

Transformata Fouriera umożliwia przekształcenie sygnału z dziedziny czasu w dziedzinę częstotliwości, dając informację o częstotliwościach zawartych w sygnale. Realizacje tego algorytmu są obciążone jednak koniecznymi ograniczeniami [21]. Podstawowe ograniczenia dotyczą liczby przetwarzanych próbek sygnału, wymogu skończonego czasu trwania, tzw. okna pomiarowego itp.

W praktycznych zastosowaniach najczęściej mamy do czynienia z sygnałami, których cechy charakterystyczne ulegają zmianie w czasie, czyli sygnałami niestacjonarnymi. Dla tego typu sygnałów transformata Fouriera okazuje się niewystarczająca z tego względu, że widmo takiego sygnału ulega zmianie w czasie, a metoda Fouriera daje uśrednione w oknie analizy wyniki. Konsekwencją tego faktu było wprowadzenie przez Gabora krótkookresowej transformacji Fouriera (STFT), a w kolejnym etapie wprowadzenie i rozwinięcie metod transformacji falkowej [1], [8], [9], [10].

Często jednak pomimo niestacjonarnej natury sygnałów rzeczywistych do analiz pewnej grupy sygnałów wystarczające okazują się analizy częstotliwościowe, a gwałtowny rozwój rynku tanich i wydajnych procesorów sygnałowych (DSP) umożliwił stworzenie alternatywy dla transformaty Fouriera. Alternatywę taką stanowić może metoda Prony'ego. Metoda ta pozbawiona jest niekorzystnych cech spotykanych w innych metodach analizy sygnałów, takich jak na przykład:

- przeciek widma,
- konieczność synchronizacji okna analizy,
- niska rozdzielczość częstotliwościowa lub czasowa w reprezentacji czas–częstotliwość,
- występowanie pasożytniczych zakłóceń – crosstermów (np. w transformacji Wignera–Wille'a).

4. METODY PRONY'EGO

4.1. WPROWADZENIE DO METOD PRONY'EGO

Twórcą metody był Gaspard Richie baron de Prony. Zakładał on, że zjawiska rozprzestrzeniania się różnych gazów mogą być reprezentowane przez sumę tłumionych eksponent. W związku z tym zaproponował metodę interpolacji danych pomiarowych przez dopasowanie modelu eksponencjalnego, do niewielkiej liczby danych pomiarowych. Na podstawie wyznaczonego modelu obliczał (interpolował) dodatkowe punkty między pobranymi danymi [14].

Nowsze wersje metody Prony'ego znacząco udoskonalono w stosunku do metody oryginalnej. Metoda oryginalna dopasowywała dokładnie tyle tłumionych eksponent, ile było koniecznych do odwzorowania modelu na podstawie dostępnych danych po-

miarowych. W nowszych wersjach metody zastosowano metodę najmniejszych kwadratów (NK) dla przypadków, gdy do estymacji modelu dostępnych było więcej danych niż wymagane minimum. Pojawiła się również wersja metody Prony'ego umożliwiająca dopasowanie zubożonego modelu, w którym składowe nie są tłumione.

Metoda Prony'ego jest zatem techniką modelowania próbkowanych danych za pomocą liniowej kombinacji funkcji eksponencjalnych. Pozostaje ona w bliskim związku z algorytmem liniowej predykcji metodą najmniejszych kwadratów (NK), stosowanej w metodach autoregresji (AR), oraz metodą autoregresji z ruchomą średnią (ARMA) [21]. Metoda Prony'ego dopasowuje określony, deterministyczny model eksponent. W technikach AR oraz ARMA wykorzystywany jest natomiast model z losowymi składowymi eksponencjalnymi.

Wyróżnia się zasadniczo dwa główne etapy w metodzie Prony'ego. W etapie pierwszym wyznacza się parametry liniowej predykcji na podstawie dostępnych danych, oblicza się pierwiastki zespolone wielomianu uformowanego ze współczynników liniowej predykcji, a z nich wydobywana jest informacja o współczynnikach tłumienia i częstotliwościach wszystkich składowych eksponencjalnego modelu. W etapie drugim wyznaczone są, na podstawie równania liniowego, amplitudy i fazy początkowe analizowanych składowych.

Podsumowując metoda Prony'ego modeluje wektor N danych $x = [x_1, \dots, x_N]$ za pomocą p zespolonych eksponent według zależności

$$\hat{x}_n = \sum_{k=1}^p a_k \exp((\alpha_k + j2\pi f_k)(n-1)T + j\theta_k) \quad (1)$$

gdzie: \hat{x}_n jest estymatą sygnału (sygnałem zrekonstruowanym), dla $n = 1, 2, \dots, N$, oraz T – to okres próbkowania danych w sekundach, a_k – amplituda k -tej eksponenty, α_k – współczynnik tłumienia w s^{-1} , f_k – częstotliwość sinusoidy w hertcach, θ_k – faza początkowa k -tej sinusoidy w radianach.

Jeżeli analizowane dane należą do zbioru liczb rzeczywistych, to zespolone eksponenty modelu Prony'ego występują w zespolonych sprzężonych parach. Składowe w zespolonych parach mają równe sobie amplitudy, współczynniki tłumienia oraz fazy początkowe. Różnią się jedynie znakiem w parametrze opisującym częstotliwości. Dlatego też dla przypadku liczb zespolonych zależność (1) może być przekształcona do postaci

$$\hat{x}_n = \sum_{k=1}^{p/2} 2a_k \exp(\alpha_k(n-1)T) \cos(2\pi f_k(n-1)T + j\theta_k) \quad (2)$$

Dla równania (2), jeżeli liczba zespolonych exponent p jest parzysta, to uzyskujemy $p/2$ tłumionych cosinusoid. Gdy rozmiar modelu p jest liczbą nieparzystą, wówczas otrzymujemy $(p-1)/2$ tłumionych cosinusoid oraz pojedynczą tłumioną expo-

nentę. Opisana równaniem (1) funkcja może być również przedstawiona za pomocą równania

$$\hat{x}_n = \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1} \quad (3)$$

gdzie h_k reprezentuje człon niezależny od czasu

$$h_k = a_k \exp(j\theta_k) \quad (4)$$

natomiast z_k przedstawia człon zależny czasowo

$$z_k = \exp((\alpha_k + j2\pi f_k)T) \quad (5)$$

4.2. PIERWOTNA KONCEPCJA PRONY'EGO

W oryginalnej koncepcji metody Prony'ego parametry modelu exponent obliczane są na podstawie minimalnej wymaganej liczbie próbek. To znaczy, że całkowita liczba estymowanych parametrów w równaniu (1) – tj. amplitud, współczynników tłumienia, faz początkowych i częstotliwości dla wszystkich p składowych modelu – odpowiada liczbie analizowanych danych N .

Chcąc uzyskać zatem informację o K składowych, możemy zapisać wymóg

$$N = 4K \quad (6)$$

Dla sygnałów rzeczywistych, dla których występują składowe sprzężone, różniące się jedynie znakiem w parametrze częstotliwości, zależność na liczbę wymaganych danych dla przyjętego rzędu p modelu Prony'ego może być natomiast opisana następująco

$$N = 2p \quad (7)$$

Wynika to z tego, że do opisania jednej składowej z zależności (1), dla przypadku analizy sygnału o próbkach należących do zbioru liczb rzeczywistych, wymagany jest rozmiar modelu $p = 2$.

Rozważmy p -ty wykładnik dyskretnej funkcji czasu,

$$x_n = \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1} \quad (8)$$

w której sygnał analizowany x_n jest wykorzystywany do dokładnego dopasowania modelu wykładniczego do $2p$ złożonych próbek $h_1, \dots, h_p, z_1, \dots, z_p$ tak aby minimalizować błąd średniokwadratowy różnicy analizowanego sygnału i jego estymaty

$$\rho = \sum_{n=1}^N |x_n - \hat{x}_n|^2 \quad (9)$$

Równanie (8) może być wyrażone w sposób macierzowy następująco

$$\begin{bmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \cdots & z_p^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \cdots & z_p^1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ z_1^{p-1} & z_2^{p-1} & \cdots & z_p^{p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix} \quad (10)$$

Macierz elementów z indeksowanych w dyskretnym czasie ma postać macierzy Vandermonde'a. Gdy wyznaczymy i podstawimy do równania (10) parametry z , wówczas otrzymamy zbiór liniowych równań, z których można obliczyć wektor \mathbf{h} opisujący amplitudy i fazy początkowe składowych.

Kluczem do wyodrębnienia wektora \mathbf{z} jest spostrzeżenie, że wynik równania (8) jest rozwiązaniem pewnego jednorodnego liniowego równania różnicowego, które w postaci iloczynowej może być zapisane następująco

$$\phi(z) = \prod_{k=1}^p (z - z_k) \quad (11)$$

gdzie z_k są jego pierwiastkami zespolonymi. Zapisując równanie (11) w postaci sumy, otrzymujemy

$$\phi(z) = \sum_{m=0}^p A_m z^{p-m} \quad (12)$$

gdzie A_m stanowi wektor pewnych zespolonych współczynników, przy czym $A_0 = 1$.

Kolejnym krokiem jest przesunięcie indeksów w równaniu (8) z pozycji n do $n - m$ oraz wymnożenie obu stron równania przez parametr A_m . W wyniku tych operacji otrzymujemy

$$A_m x_{n-m} = A_m \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-m-1} \quad (13)$$

Grupując oraz sumując iloczyny $A_0 x_n, \dots, A_{m-1} x_{n-m+1}$, otrzymujemy

$$\sum_{m=0}^p A_m x_{n-m} = \sum_{i=0}^p h_i \sum_{m=0}^p A_m z_i^{n-m-1} \quad (14)$$

warunek jest ważny dla $p + 1 \leq n \leq 2p$. Dokonując podstawienia $z_i^{n-m-1} = z_i^{n-p} z_i^{p-m-1}$, otrzymujemy zatem

$$\sum_{m=0}^p A_m x_{n-m} = \sum_{i=0}^p h_i z_i^{n-p} \sum_{m=0}^p A_m z_i^{p-m-1} = 0 \quad (15)$$

Wynik sumowania prawej strony równania (15) może zostać uznany za wielomian określony równaniem (12), z oszacowanymi wszystkimi pierwiastkami z_i . Równanie (15) jest liniową postacią równania różnicowego, którego homogenicznym rozwiązaniem jest równanie (8). Wielomian (12) jest równaniem charakterystycznym związanym z liniową postacią równania różnicowego.

Równania reprezentujące poprawne wartości A_m , które spełniają równanie (15), mogą być wyrażone w postaci

$$\begin{bmatrix} x_p & x_{p-1} & \cdots & x_1 \\ x_{p+1} & x_p & \cdots & x_2 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{2p-1} & x_{2p-2} & \cdots & x_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_p \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} x_{p+1} \\ x_{p+2} \\ \vdots \\ x_{2p} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Jak wynika z zapisu (16) wyznaczenie parametrów h_k i z_k wymaga udziału $2p$ próbek danych. Zespolone współczynniki A_m są funkcjami czasu składowych z_k wykładniczego modelu i stanowią liniową formę predykcji opartej na próbkach czasu. Macierz w równaniu (16) ma natomiast strukturę macierzy Toeplitza.

Rozwiązanie równania (16) umożliwi uzyskanie wektora parametrów A , który służy do obliczenia zespolonych pierwiastków z wielomianu na podstawie równania (12). Mając zespolone pierwiastki z , możliwe jest już określenie współczynników tłumienia α oraz częstotliwości f składowych sygnału według zależności (17) i (18).

$$\alpha_k = \ln|z_k|/T \quad (17)$$

$$f_k = \tan^{-1}\left(\frac{\text{Im}\{z_k\}}{\text{Re}\{z_k\}}\right)/2\pi T \quad (18)$$

Możliwe jest już również wyznaczenie wektora parametrów h , według równania (10), a także obliczenie amplitud oraz faz początkowych zgodnie z równaniami (19) i (20).

$$a_k = |h_k| \quad (19)$$

$$\theta_k = \tan^{-1}\left(\frac{\text{Im}\{h_k\}}{\text{Re}\{h_k\}}\right) \quad (20)$$

Implementację metody w środowisku Matlab przedstawiono:

```
function [wyn]=oprony(x,t,p)

%Oryginalna koncepcja metody Prony'ego

T=t(2)-t(1);
x=x(:);
t=t(:);
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% wyznaczenie wektora z %%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%tworzenie macierzy Toeplitza
r=rot90(x(1:p)')';
c=x(p:2*p-1)';
Xtop=toeplitz(c,r);

%tworzenie prawej strony równania
Xp=x(p+1:2*p);

%obliczenie równania, wyznaczenie parametrów A
A=-Xtop\Xp;

%wyznaczanie pierwiastków Z i rozszerzenie A tj. A[0]=1
Z=roots([1;A]);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% wyznaczenie wektora h %%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%generowanie macierzy Vandermonde'a
V = vander(Z)';
V= rot90(V');

%generowanie prawej strony równania
Xp0=x(1:p);
%obliczenie równania, parametrów h
H=V\Xp0;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% obliczenie parametrów składowych %%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

freq=atan(imag(Z)./real(Z))/(2*pi*T);
alfa=log(abs(Z))/T;
amp=abs(H);
teta=atan(imag(H)./real(H));

wyn=[amp,freq,teta*180/pi,alfa];
end

```

Na przykład generując sygnał, zgodnie z podanym skrypcem:

```

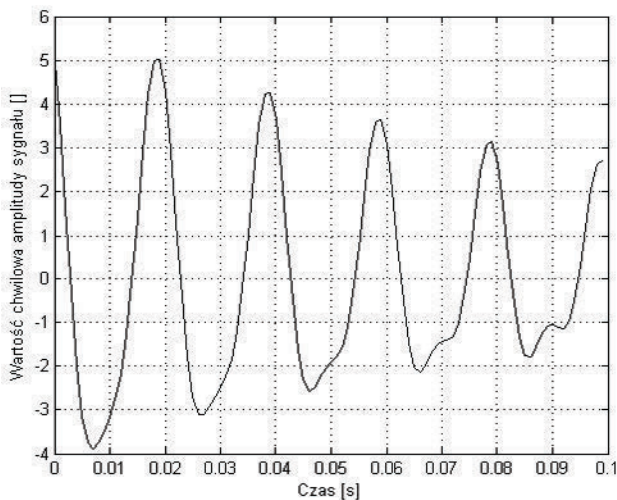
fs=1000;% częstotliwość próbkowania
T=0.1;% długość okna

t=0:1/fs:(T-(1/fs));%wektor czasu
x1= 5*exp(-10*t).*cos(2*pi*50*t + pi*30/180);%1 składowa sygnału
x2= 1*exp(-1*t).*cos(2*pi*100*t + pi*40/180);%2 składowa sygnału
x=x1+x2;

figure;plot(t,x);
hold on; grid;
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Wartość chwilowa amplitudy sygnału [ ]');

```

otrzymujemy wektor danych x , którego wykres w dziedzinie czasu przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Wykres przykładowego sygnału testowego do testów oryginalnej metody Prony'ego
Fig. 3. Signal example for original Prony's method tests

Analizując dalej wygenerowany sygnał przedstawionym skrypcem „oprny”, zakładając rząd modelu $p = 4$, wynikający z liczby analizowanych składowych:

```
p=4;%rząd modelu p=2*K
wyn=oprny(x,t,p)%oryginalna metoda Prony'ego
```

otrzymujemy macierz rozwiązań

```
wyn =
    0.5000 100.0000 40.0000 -1.0000
    0.5000 -100.0000 -40.0000 -1.0000
    2.5000 50.0000 30.0000 -10.0000
    2.5000 -50.0000 -30.0000 -10.0000
```

gdzie poszczególne kolumny przedstawiają amplitudy, częstotliwości, fazy początkowe oraz współczynniki tłumienia składowych. Zgodnie z założeniami teoretycznymi pojawiają się „lustrzane” składowe o ujemnych częstotliwościach, a amplitudy poszczególnych składowych są dwukrotnie mniejsze niż amplitudy wygenerowanych składowych.

4.3. METODA PRONY'EGO NAJMNIJSZYCH KWADRATÓW

Większe znaczenie praktyczne ma metoda Prony'ego najmniejszych kwadratów (NK). Metoda ta cechuje się mniejszą podatnością na zakłócenia związane z szumem zawartym w badanym sygnale.

Metoda Prony’ego najmniejszych kwadratów do wyznaczenia modelu eksponent (3) o rozmiarze p dopuszcza większą liczbę danych niż w oryginalnej koncepcji Prony’ego

$$N > 2p \tag{21}$$

Ujęcie większej liczby danych, niż to wynika z równania (7), możliwe jest dzięki zastosowaniu odpowiednich procedur metody najmniejszych kwadratów w równaniach (10) i (16) i prowadzi do wykładniczych procedur modelowania zwanych często rozszerzoną metodą Prony’ego.

W tym przypadku zależność z równania (15) musi uwzględniać błąd przybliżenia e_n zgodnie z zależnością

$$\sum_{m=1}^p A_m x_{n-m} = e_n \tag{22}$$

dla n z zakresu $p + 1 \leq n \leq N$.

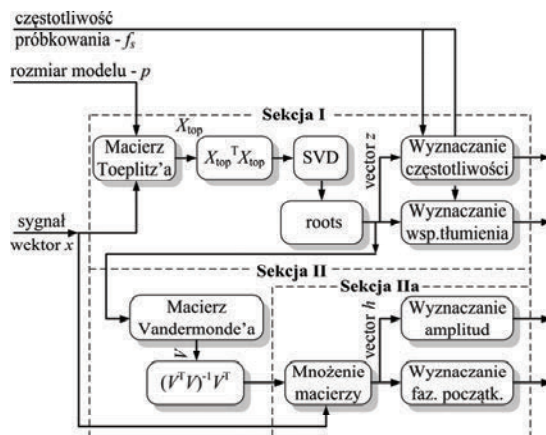
Parametr e_n jest przewidywanym liniowym błędem przybliżenia, w odróżnieniu od wykładniczego błędu przybliżenia

$$E_n = x_n - \hat{x}_n \tag{23}$$

Zamiast wyrażenia (22), można również wykorzystać parametry A_m dobierane tak, aby minimalizować liniową predykcję błędu kwadratowego

$$v = \sum_{n=p+1}^N |e[n]|^2 \tag{24}$$

co daje lepsze rezultaty niż kryterium błędu kwadratowego z równania (9) w metodzie oryginalnej.



Rys. 4. Metoda Prony’ego najmniejszych kwadratów (NK)
 Fig. 4. The least squares Prony’s method

Realizację algorytmu metody Prony'ego najmniejszych kwadratów przedstawiono na rysunku 4.

W pierwszym etapie obliczana jest macierz Toeplitza. Macierz ta podobnie jak w oryginalnej metodzie Prony'ego zbudowana jest z kolejnych próbek sygnału. Pierwszy wiersz to próbki od elementu p do pierwszego. Drugi wiersz macierzy to próbki od $p + 1$ do elementu drugiego wektora x . Pozostała część macierzy zbudowana jest analogicznie aż do wiersza $N - p + 1$, w którym pierwszy element ma indeks N , a ostatni $N - p + 1$ wektora sygnału x (25).

$$X_{\text{top}} = \begin{bmatrix} x_p & x_{p-1} & \cdots & x_1 \\ x_{p+1} & x_p & \cdots & x_2 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_N & x_{N-1} & \cdots & x_{N-p+1} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Na podstawie macierzy Toeplitza obliczany jest rozkład SVD (*Singular Value Decomposition*), a następnie pierwiastki z wielomianu, które po prostych przekształceniach dają informację o częstotliwościach oraz współczynnikach tłumienia składowych.

Pierwiastki wielomianu, o których mowa, tworzone są z elementów kolumny macierzy \mathbf{U} o numerze równym numerowi elementu najmniejszego, w przekątnej macierzy \mathbf{S} . Po założeniu, że podczas rozkładu SVD macierzy $X_{\text{top}}^T X_{\text{top}}$, macierz \mathbf{S} to macierz diagonalna, macierz \mathbf{U} i \mathbf{W} to macierze unitarne spełniające zależność $X_{\text{top}}^T X_{\text{top}} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{W}^T$. Zamiast rozkładu SVD można również skorzystać z rozkładu na wartości własne – funkcja „eig” w środowisku Matlab.

Z obliczonych pierwiastków wielomianu formowana jest macierz Vandermonde'a \mathbf{V} (26), która wraz z sygnałem oryginalnym umożliwia obliczenie wektora \mathbf{h} . Wektor ten następnie służy do obliczenia amplitud i faz początkowych poszczególnych składowych, według zależności (19) i (20) przedstawionych w metodzie oryginalnej Prony'ego. Macierz \mathbf{V} składa się z kolejnych obliczonych zespolonych pierwiastków, ułożonych kolejno w wierszach macierzy Vandermonde'a; przy czym wiersz pierwszy macierzy to pierwiastki w potęgze zerowej (jedyński), wiersz drugi to pierwiastki w potęgze pierwszej, wiersz trzeci to obliczone pierwiastki w potęgze drugiej i analogicznie aż do wiersza $N - 1$, w którym poszczególne pierwiastki podniesione są do potęgi $N - 1$.

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ z_1 & z_2 & \cdots & z_p \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \cdots & z_p^{N-1} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Ciekawe właściwości ma również wykorzystywana w algorytmie hermitowska macierz \mathbf{V} o rozmiarze $p \times p$. Przyjmuje ona postać

$$V^T V = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{1p} \\ \vdots & & \vdots \\ \gamma_{p1} & \cdots & \gamma_{pp} \end{bmatrix} \quad (27)$$

gdzie elementy γ_{jk} można zapisać następująco

$$\gamma_{jk} = \sum_{n=0}^{N-1} (z_j^* z_k)^n = \gamma_{kj}^* \quad (28)$$

Dzięki zależności zastępowania sumowania, równanie (28) można dalej przekształcić

$$\gamma_{jk} = \begin{cases} \frac{(z_j^* z_k)^N - 1}{(z_j^* z_k) - 1} & z_j^* z_k \neq 1 \\ N & z_j^* z_k = 1 \end{cases} \quad (29)$$

Opisany algorytm dotyczący obliczeń wektora \mathbf{z} , oprogramowany w środowisku Matlab przedstawiono:

```
function [Z,b] = lmprony_Z(x,t,p,dek)

%ustawienia początkowe
if nargin<4
    dek='e';
end
if length(t)==1
    T=t;
else
    T=t(2)-t(1);
end
x=x(:);
t=t(:);
N=length(x);

%formowanie macierzy Toeplitza
r=x(p:-1:1)';
c=x(p:N);
Xtop = toeplitz(c,r);

%predykcja liniowa, obliczenie wielomianu
if dek=='e' %przez wyznaczenie wektora wartości własnych
    [v d]=eig(Xtop'*Xtop);
    [l jmin]=min(diag(d));
    A=v(:,jmin);
end
if dek=='s' %lub przez rozkład SVD
    [u,s,v] = svd(Xtop'*Xtop);
    [l jmin]=min(diag(s));
    A=u(:,jmin);
end

%wyznaczenie pierwiastków wielomianu
```

```
Z=roots(rot90(A'));
b=log(Z)/T;
end
```

Dalej natomiast zamieszczono skrypt obliczający wektor **h** drugiej części algorytmu z rysunku 4:

```
function [H,a] = lmprony_H(Z,x,t,dek)

%ustawienia początkowe
T=t(2)-t(1);
t=t(:);
N=length(t);
if nargin<4
    dek='v';
end

%formowanie macierzy Vandermonde'a
if dek=='v'
    Zt=Z(:)';
    tmp=Zt;
    V=ones(size(tmp));
    for ii=1:N-1
        V=[V;tmp];
        tmp=tmp.*Zt;
    end
    V=conj(V);
    Xp=x(1:N); %generowanie prawej strony równania
    H=(V'*V)\(V'*Xp); %obliczenie równania
End

%inny sposób obliczenia wektora h
if dek=='m'
    b=log(Z)/T;
    A1=exp(t*b. ');
    ATA1=A1'*A1;
    H=(ATA1)^(-1)*A1'*x;
end
```

Obliczenie parametrów składowych może być oprogramowane za pomocą skryptu:

```
function [wyn]=prony_param(a,b)

    ilp=max(size(b));
    for n=1:ilp
        f=imag(b(n))/(2*pi);
        wt=real(b(n));
        if a(n)==0
            katst=0;
        else
            katst=360*imag(log(a(n)))/(2*pi);
        end
        amp=abs(a(n));
        wyn(n,1)=amp;
        wyn(n,2)=f;
        wyn(n,3)=katst;
        wyn(n,4)=wt;
    end
```

Nieistotne składniki rozwiązania, o amplitudach poniżej przyjętego progu „ampmin”, można usunąć w następujący sposób:

```
function WYN=formuj_wyn(WYN,ampmin)

WYN=WYN(find(WYN(:,1)>ampmin),:); %usunięcie składowych o małych ampl.
WYN=WYN(find(WYN(:,2)>=0),:); %usunięcie częstotliwości ujemnych
[war,ind]=sort(WYN(:,2)); %sortowanie po częstotliwości
WYN(:,1)=WYN(ind,1)*2; %podwojenie amplitudy
WYN(:,2)=WYN(ind,2);
WYN(:,3)=WYN(ind,3);
WYN(:,4)=WYN(ind,4);

end
```

Istnieje również możliwość zastąpienia macierzy Toeplitza w algorytmie dotyczącym obliczeń wektora z , na macierz Hankela [3], [2], [20]. Macierz tę w zastosowaniu do metody Prony’ego można przedstawić następująco

$$X_{\text{han}} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_p \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_{p+1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{N-p+1} & x_{N-p+2} & \cdots & x_N \end{bmatrix} \quad (30)$$

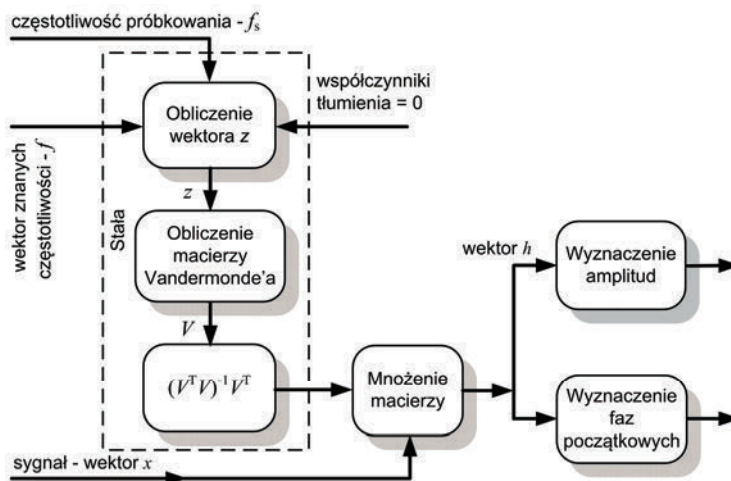
Implementację algorytmu z wykorzystaniem macierzy Hankela można uzyskać przez modyfikację przytoczonego wcześniej skryptu „Improny_Z”. Należy dokonać zamiany akapitu „formowanie macierzy Toeplitza” na następujący:

```
%tworzenie macierzy Hankela zamiast Toeplitza
r2=x(N-p+1:N)';
c2=x(1:N-p+1);
Xhan=hankel(c2,r2);
Xtop = Xhan;
```

Tego typu modyfikacja ujawnia inne właściwości. Obliczone na podstawie macierzy Hankela pierwiastki wielomianu mogą, nawet znacznie, różnić się od tych obliczonych z użyciem macierzy Toeplitza. Pojawiają się inne obszary parametrów metody Prony’ego, dla których występują macierze źle uwarunkowane, co może być cenne w praktycznych zastosowaniach algorytmu [24]. Temat ten będzie przez autorów rozwijany w przyszłości.

4.4. ZREDUKOWANA METODA PRONY’EGO NAJMNIEJSZYCH KWADRATÓW

W wersji zredukowanej metody Prony’ego zakłada się znajomość częstotliwości składowych sygnału oraz to, że składowe nie są tłumione eksponencjalnie. Metoda z rysunku 4 może wówczas zostać uproszczona do postaci z rysunku 5, co zostało również pokazane oraz opisane w artykule [28].



Rys. 5. Zredukowana metoda Prony'ego NK
 Fig. 5. The reduced least squares Prony's method

W metodzie Prony'ego częstotliwości składowych są opisane zależnością (18). Po prostych przekształceniach otrzymujemy

$$\text{Im}\{z_k\} = \text{Re}\{z_k\} \tan(2\pi T f_k) \quad (31)$$

Natomiast współczynnik tłumienia wyraża się zależnością

$$\alpha_k = \frac{\ln |z_k|}{T} \quad (32)$$

W przedstawionej modyfikacji zakładamy, że składowe sygnału nie są tłumione, czyli $\alpha_k = 0$. Wówczas z równania (32) otrzymujemy

$$|z_k| = 1 \quad (33)$$

i finalnie

$$(\text{Im}\{z_k\})^2 + (\text{Re}\{z_k\})^2 = 1 \quad (34)$$

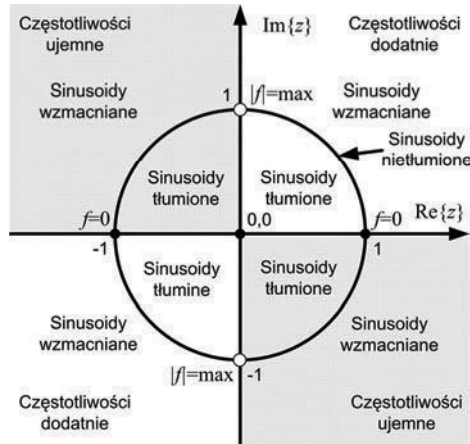
Z zależności (34) wynika, że dla nietłumionych składowych sinusoidalnych z jest zawsze na okręgu jednostkowym, tak jak to pokazano na rysunku 6.

W kolejnym kroku wstawiamy (31) do równania (34), aby uzyskać rzeczywiste oraz urojone wartości składowych wektora z

$$\text{Re}\{z_k\} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\tan(2\pi T f_k))^2}} \quad (35)$$

$$\operatorname{Im}\{z_k\} = \frac{\tan(2\pi T f_k)}{\sqrt{1 + (\tan(2\pi T f_k))^2}} \quad (36)$$

gdzie $K = p/2$ jest liczbą składowych o częstotliwościach nieujemnych.



Rys. 6. Wektor z i jego znaczenie w reprezentacji częstotliwości i współczynników tłumienia składowych exponentialnych w metodzie Prony'ego
Fig. 6. Vector z and its importance in the representation of frequencies and exponential component attenuation coefficients in Prony's method

Jeżeli znamy częstotliwości składowych f_k , które są obecne w analizowanym sygnale, to możemy znacząco uprościć obliczenia w metodzie Prony'ego i poprawić dokładność estymacji amplitud i faz początkowych składowych dzięki eliminacji niedokładności estymacji częstotliwości i współczynników tłumienia składowych sygnału z sekcji I (rys. 4).

Podstawiając wektor znanych częstotliwości f do równań (35) oraz (36), otrzymamy wektor z

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{z_1\} + \operatorname{Im}\{z_1\} \cdot i \\ \operatorname{Re}\{z_2\} + \operatorname{Im}\{z_2\} \cdot i \\ \vdots \\ \operatorname{Re}\{z_K\} + \operatorname{Im}\{z_K\} \cdot i \end{bmatrix} \quad (37)$$

Wektor znanych częstotliwości f powinien być uzupełniony częstotliwościami ujemnymi, które są odbiciem lustrzanym częstotliwości dodatnich względem zera. Alternatywnie możemy zignorować częstotliwości ujemne, pamiętając o uzupełnieniu wektora z wartościami zespolonymi sprzężonymi do wartości przedstawionych w zależności (37), zgodnie z zależnością (38):

$$z := \begin{bmatrix} z \\ \text{conj}(z) \end{bmatrix} \quad (38)$$

Rozmiar wektora \mathbf{z} w zależności (38) teraz jest równy p .

W przedstawionej modyfikacji cała sekcja I z rysunku 4 jest w ten sposób pominięta. Jest to możliwe dzięki przyjętym następującym założeniom:

- 1) znajomości częstotliwości składowych,
- 2) zerowych współczynników tłumienia analizowanych składowych sygnału.

Pozostałe obliczenia w zmodyfikowanej metodzie są identyczne z metodą Prony'ego najmniejszych kwadratów. Najpierw wykorzystywany jest wektor \mathbf{z} do obliczenia macierzy Vandermonde'a (26), następnie metodą najmniejszych kwadratów

$$C = (V^T \cdot V)^{-1} \cdot V^T \quad (39)$$

obliczany jest wektor \mathbf{h}

$$\mathbf{h} = C \cdot x \quad (40)$$

gdzie: $x^T = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]$, dla $n = 1, 2, \dots, N$, oraz $h^T = [\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \dots \ \mathbf{h}_p]$.

Ze składowych wektora \mathbf{h} , obliczane są amplitudy oraz fazy początkowe składowych sygnału według zależności (19) i (20).

Macierz Vandermonde'a może być alternatywnie zamieniona przez rozwiązanie równania [17]

$$\mathbf{V} = \exp(t \cdot b^T) \quad (41)$$

dla $b = \ln(z)$ oraz $t^T = [t_1 \ t_2 \ \dots \ t_N]$, gdzie t_n – czas n -tej próbki analizowanego sygnału, $n = 1, 2, \dots, N$.

4.5. REKURSYWNA METODA PRONY'EGO NAJMNIEJSZYCH KWADRATÓW

W prezentowanej poniżej wersji rekursywnej metody Prony'ego najmniejszych kwadratów sekcja II z algorytmu z rysunku 4 jest zmodyfikowana tak, że stosowana tam metoda najmniejszych kwadratów jest zamieniona na estymator rekursywny RLS (ang. *Recursive Least Squares*) [21], [4].

W sposób ogólny estymator rekursywny RLS może być przedstawiony za pomocą trzech kroków:

- pierwsza estymata metodą *off line*,
- nowa estymata = jej prognoza + korekta,
- korekta = wzmocnienie * (nowy pomiar - prognoza pomiaru).

Kroki drugi oraz trzeci są powtarzane. Krok pierwszy stanowi inicjalizację dla estymaty RLS, podczas której obliczane są poszukiwane parametry o minimalnej wymaganej liczbie danych wejściowych. Pętla obejmująca kroki drugi oraz trzeci umoż-

liwia modyfikację uzyskanych wcześniej rozwiązań, z uwzględnieniem nowych danych.

Równanie, w którym poszukiwany jest wektor parametrów \mathbf{h} metody Prony'ego najmniejszych kwadratów, możemy zapisać za pomocą wyrażenia

$$(\mathbf{V}^T \mathbf{V}) \mathbf{h} = (\mathbf{V}^T x) \quad (42)$$

Algorytm RLS (bez zapominania $-\lambda = 1$) w sposób bardziej szczegółowy można przedstawić następująco:

- inicjalizacja RLS

W pierwszym kroku, jak już wspomniano, wykonywana jest inicjalizacja. Parametr k , oznaczający tutaj krok iteracji, przyjmuje wartość $2p$, gdzie p to rozmiar modelu Prony'ego. Obliczany jest wektor \mathbf{h} przy minimalnej wymaganej liczbie danych wejściowych, czyli $2p$. Wektor danych x do pierwszej estymaty zredukowany jest do pierwszych k elementów, a macierz Vandermonde'a \mathbf{V} również liczona jest tylko dla rozmiaru $k \times p$. Wykonywana jest pierwsza estymata parametrów

$$P(k) = (\mathbf{V}^T(k) \cdot \mathbf{V}(k))^{-1} \quad (43)$$

$$h(k) = P(k) \cdot \mathbf{V}^T(k) \cdot x(k) \quad (44)$$

- nowy pomiar

Po pierwszym wyznaczeniu parametrów następuje pobranie nowej próbki danych oraz pobranie lub obliczenie $k + 1$ wiersza macierzy Vandermonde'a. Rozpoczyna się pętla iteracji RLS.

$x(k + 1)$ – nowa próbka

$v(k + 1)$ – nowy wektor pomiarowy (z macierzy Vandermonde'a)

- modyfikacja parametrów wzmocnienia

$$c(k + 1) = (1 + v^T(k + 1) \cdot \mathbf{P}(k) \cdot v(k + 1))^{-1} \quad (45)$$

$$K(k + 1) = \mathbf{P}(k) \cdot v(k + 1) \cdot c(k + 1) \quad (46)$$

- predykcja pomiaru

$$h(k + 1) = h(k) + K(k + 1) \cdot (x(k + 1) - v^T(k + 1) \cdot h(k)) \quad (47)$$

- modyfikacja macierzy \mathbf{P}

$$\mathbf{P}(k + 1) = (\mathbf{I} - K(k + 1) \cdot v^T(k + 1)) \cdot \mathbf{P}(k) \quad (48)$$

- następną iteracja

Koniec pętli iteracji, inkrementacja k : $k = k + 1$, skok do podpunktu „nowy pomiar”.

Przykład oprogramowania algorytmu z uwzględnieniem parametru zapominania zamieszczono poniżej:

```
%parametry estymacji
M=p*2; %M - minimalna wymagana liczba próbek do pierwszej estymaty
%p - rząd modelu Prony'ego
lam=0.5; %parametr „zapominania”

%przygotowanie wektorów i macierzy
k=M;
Vp=V(1:k,:);
xp=x(1:k);

%macierz wag W do „zapominania”
w=lam.^(M-1:-1:0);
W=diag(w);

%macierz P
P=(Vp'*W*Vp)^-1;

%pierwsza estymata parametrów dla minimalnej wymaganej liczby próbek
h=P*Vp'*W*xp

amp=abs(h) %obliczone amplitudy z pierwszej estymaty
teta=atan(imag(h)./real(h))*180/pi %obliczone fazy z pierwszej estymaty

for k=M+1:length(y)-1 %pętla iteracji dla wszystkich próbek sygnału

    %nowa próbka
    x1=x(k);

    %nowy wektor pomiarowy z macierzy Vandermonde'a
    v1=V(k,:)';

    %modyfikacja par. wzmocnienia
    c1=1/(lam + v1'*P*v1);
    K1=P*v1*c1;
    %K1=P*v1/(v1'*P*v1+lam);

    %predykcja pomiaru
    h1=h + K1*(x1 - v1'*h);
```

```

%nowa wartość estymacji staje sie wartością obowiązującą
h=h1;

amp=abs(h) %obliczone amplitudy z kolejnej iteracji
teta=atan(imag(h)./real(h))*180/pi %obliczone fazy z kolejnej iteracji

%modyfikacja macierzy P
I=eye(max(size(K1*v1')));
P1=(I-K1*v1')*P/lam;
P=P1;

end

```

Rekursywna wersja metody Prony’ego najmniejszych kwadratów umożliwia zmniejszenie nakładów obliczeniowych związanych z przekształcaniem macierzy o dużych rozmiarach. Wykorzystując opisaną metodę, możliwe staje się sukcesywne korygowanie wyników uzyskanych metodą Prony’ego, z kolejnymi dostarczonymi do algorytmu próbkami. Inne właściwości metody opartej na RLS są podobne do metody nierekursywnej.

5. WŁAŚCIWOŚCI METOD PRONY’EGO

5.1. TRANSFORMATA FOURIERA

Do przedstawienia właściwości metod Prony’ego posłużono się analogią do właściwości transformaty Fouriera [21]. W transformacie Fouriera określenie rozdzielczości metody analizy jest stosunkowo proste.

Tłumienie listków bocznych, a więc można przyjąć „rozdzielczość w amplitudzie”, zależy od kształtu zastosowanego okna analizy, natomiast rozdzielczość częstotliwościowa zależy od kształtu okna analizy, czasu jego trwania, a także pośrednio od gęstości próbkowania widma w przypadku transformaty Fouriera w wersji dyskretnej – DFT (ang. *Discrete Fourier Transform*). Na rysunku 7 przedstawiono przykładowe widmo amplitudowe powstałe w wyniku transformaty Fouriera sygnału sinusoidalnego o częstotliwości 50 Hz.

Zdolność do rozróżniania składowych w widmie na osi częstotliwości, a więc rozdzielczość częstotliwościowa metody, może być zdefiniowana jako szerokość listka głównego z rysunku 7, zdefiniowanego tutaj jako Δf . Korzystając z przekształconej zależności [21]

$$\Delta f = \frac{\Delta_{ml}}{2\pi} f_s \quad (49)$$

gdzie f_s – częstotliwość próbkowania sygnału, a Δ_{ml} – unormowana szerokość listka głównego, charakteryzująca zastosowane okno analizy, podstawiając zależności

$$f_s = \frac{N}{T_0} \quad (50)$$

oraz unormowaną szerokość okna dla okna prostokątnego

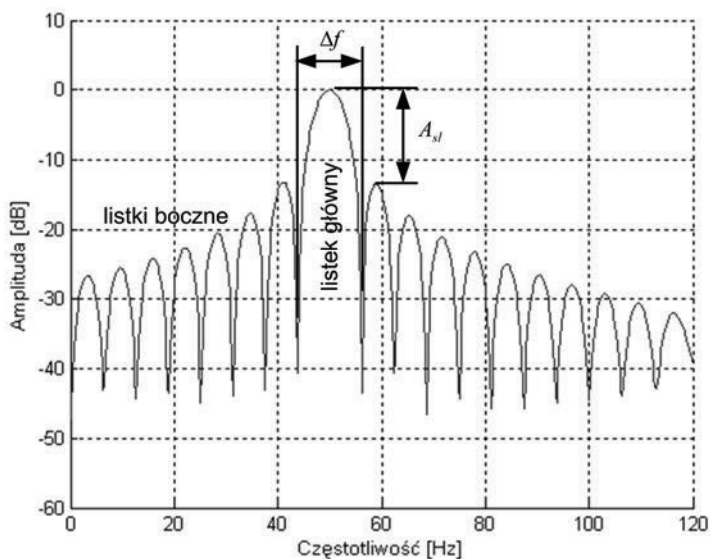
$$\Delta_{ml} = \frac{4\pi}{N} \quad (51)$$

gdzie: T_0 – czas trwania okna analizy, N – liczba próbek w analizowanym oknie, otrzymujemy

$$\Delta f = \frac{2}{T_0} \quad (52)$$

przy tłumieniu listków bocznych

$$A_{sl} = 13,3 \text{ dB} \quad (53)$$



Rys. 7. Widmo amplitudowe – transformata Fouriera sygnału sinusoidalnego o częstotliwości 50 Hz

Rys. 7. The amplitude spectrum – Fourier transformation of sinusoid signal of frequency 50 Hz

Inne kształty okien umożliwiają poprawienie tłumienia listków bocznych, a więc poprawienie „rozdzielczości amplitudowej” metody zawsze jednak powodują pogorszenie rozdzielczości częstotliwościowej.

5.2. METODY PRONY'EGO

Sytuacja komplikuje się w przypadku próby wyznaczenia rozdzielczości metod Prony'ego. Metoda ta jest wrażliwa na rodzaj analizowanego sygnału. Nie jest możliwe dokładne wyznaczenie parametrów, opisujących rozdzielczość w częstotliwości, czy dokładność wyznaczenia amplitudy w sposób uniwersalny dla każdego analizowanego sygnału. Metoda Prony'ego szczególnie dobrze analizuje sygnały o widmach „ubogich”, to znaczy co najwyżej prążkowych. Duża liczba składowych w analizowanych sygnałach działa niekorzystnie zarówno na dokładność estymacji, jak i stabilność rozwiązań metody. Szczególnie niekorzystne jest występowanie w analizowanym sygnale szumu, co zostanie pokazane na przykładach.

Metoda w swojej oryginalnej wersji zupełnie nie nadaje się do analizy sygnałów z widmem ciągłym. Mimo tych wad, istnieją ważne pola zastosowań, w których metoda Prony'ego może mieć znacznie korzystniejsze właściwości, w porównaniu z innymi metodami analizy widmowej.

Do badania rozdzielczości metod Prony'ego zastosowano sygnały testowe opisane w tabeli 1.

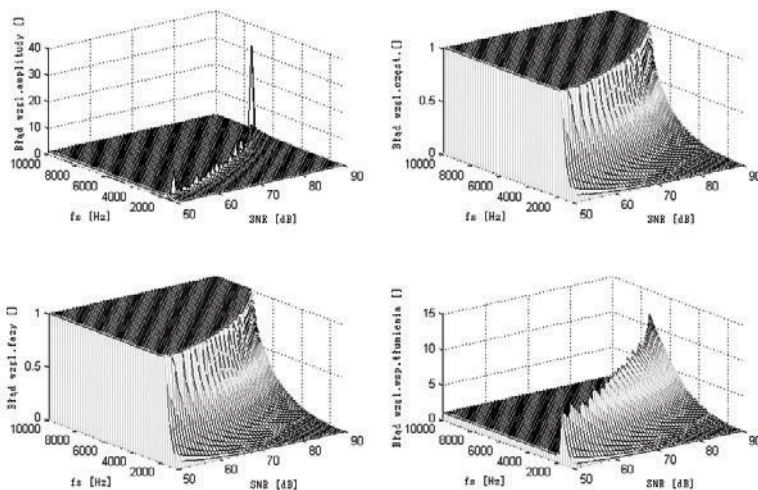
Tabela 1. Opis sygnału testowego do badania rozdzielczości metod Prony'ego
Table 1. The test signal description used for Prony's methods investigation

Nr składowej	Amplituda	Częstotliwość	Faza początkowa	Współczynnik tłumienia
	A_i [%]	f_i [Hz]	θ_i [%]	α_i [1/s]
1	100,00	50,00	45,0	-10,0
2	100,00	f_2	45,0	-10,0

Sygnały testowe złożone były z jednej lub dwóch składowych sinusoidalnych ekponencjalnie tłumionych w zależności od etapu symulacji. Składowa pierwsza była niezmienna, natomiast częstotliwość składowej drugiej została sparametryzowana. Dodatkowo do sygnału dodawany był szum biały.

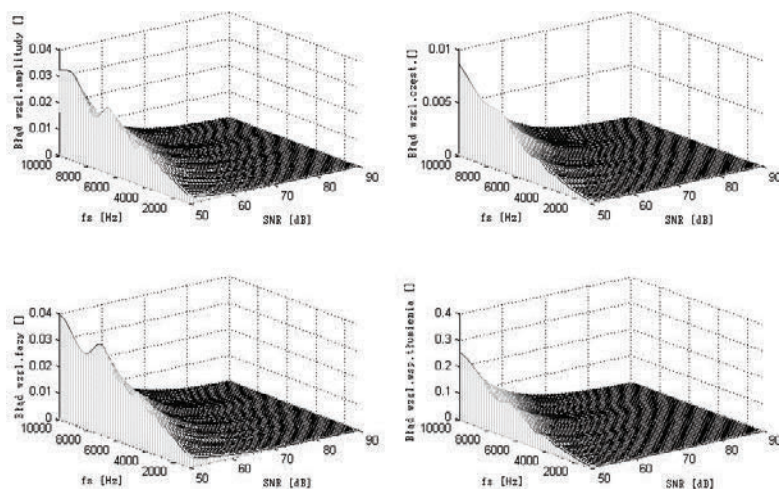
W symulacjach badano dokładność wyznaczenia wszystkich parametrów podstawowej składowej ekponencjalnej o częstotliwości 50 Hz. W pierwszym etapie przebadano wpływ szumu na rozdzielczość metody oryginalnej Prony'ego (rys. 8). Sygnał testowy składał się z pierwszej składowej opisanej w tabeli 1 oraz szumu białego. W zależności od dobranej częstotliwości próbowania f_s oraz poziomu szumu definiowanego współczynnikiem SNR (ang. *Signal to Noise Ratio*) rozdzielczość częstotliwościowa ulegała zmianie i szybko malała w przypadku dobierania zbyt dużych częstotliwości próbkowania lub zbyt dużych poziomów szumu (małej wartości współczynnika SNR). Podobnie sytuacja wyglądała w metodzie Prony'ego najmniej-

szych kwadratów (NK) z tym, że metoda ta jest już znacznie mniej wrażliwa na dobór właściwej częstotliwości próbkowania i poziomu szumu (rys. 9).



Rys. 8. Wpływ poziomu szumu zawartego w sygnale oraz częstotliwości próbkowania na dokładność wyznaczania parametrów składowej podstawowej 50 Hz oryginalną metodą Prony'ego ($p = 2$)

Fig. 8. Accuracy of basic harmonic (50 Hz) parameters estimation with original Prony's method use. Signal consist of harmonic 1 and white normal noise (noise level – parameter SNR). Model size $p = 2$



Rys. 9. Wpływ poziomu szumu zawartego w sygnale oraz częstotliwości próbkowania na dokładność wyznaczania parametrów składowej podstawowej 50 Hz metodą Prony'ego najmniejszych kwadratów (przyjęto rząd modelu $p = 2$, liczba analizowanych próbek $N = 256$)

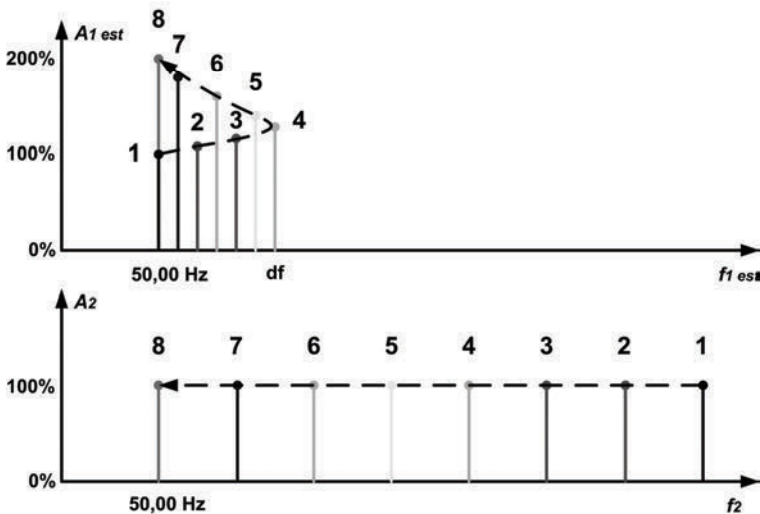
Fig. 9. Accuracy of basic harmonic (50 Hz) parameters estimation with least squares Prony's method use. Quantity of analysed samples $N = 256$, model size $p = 2$

Z przeprowadzonych symulacji można wnioskować, że metoda Prony'ego umożliwia uzyskanie wysokiej rozdzielczości estymowanych parametrów, w tym częstotliwości.

W zależności od analizowanych sygnałów uzyskuje się rozdzielczości nawet kilkusetkrotnie wyższe niż w transformacie DFT, przy oknie analizy o tej samej długości.

Kolejne symulacje dotyczyły sygnału ze składową podstawową, szumem oraz dodatkową składową (składowa druga w tab. 1), której częstotliwość stopniowo zmniejszano, aż do uzyskania częstotliwości 50 Hz (czyli składowej pierwszej w tab. 1). Zauważono wpływ składowej drugiej na dokładność estymacji składowej pierwszej.

Estymowana amplituda składowej pierwszej rosła w miarę zmniejszania częstotliwości składowej drugiej. Natomiast estymowana częstotliwość składowej pierwszej najpierw wzrosła, a potem zmalała, powracając do wartości początkowej zgodnie z rysunkiem 10. Punkt przegięcia wykresu może określać rozdzielczość częstotliwościową metody dla tak wykonanego eksperymentu.



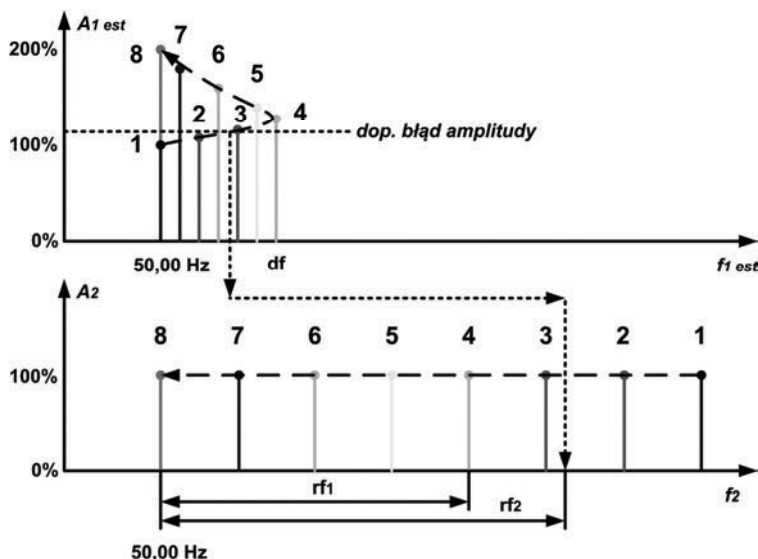
Rys. 10. Wpływ „odległości” na osi częstotliwości analizowanych dwóch składowych eksponencjalnych na dokładność estymacji amplitudy oraz częstotliwości jednej z badanych składowych

Fig. 10. Accuracy of exponential amplitude and frequency estimation for signal consisting of two exponents

Obserwowany „powrót” estymowanej częstotliwości do punktu wyjścia, tj. 50 Hz, związany jest z tym, że metoda Prony'ego poniżej pewnej częstotliwości rozpoznaje

obie składowe jako jedną, a ponieważ sygnały są zgodne w fazie, więc amplituda w ostatnim kroku jest sumą amplitud składowej pierwszej oraz drugiej.

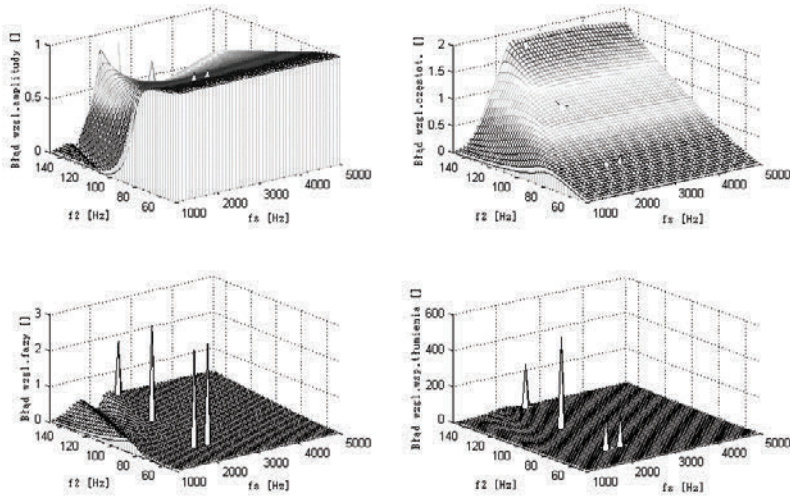
Jeżeli przyjąć w eksperymencie dopuszczalny maksymalny błąd wyznaczania na przykład amplitudy składowej pierwszej, to możemy określić minimalną odległość na osi częstotliwości składowej drugiej, dla której jeszcze spełniony jest warunek dokładności estymacji amplitudy. Zdefiniować można w ten sposób warunkową rozdzielczość częstotliwościową (rys. 11).



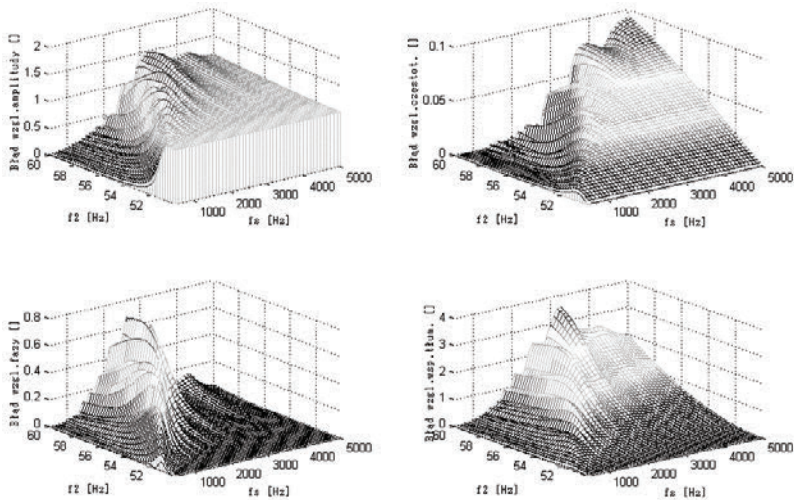
Rys. 11. Wpływ „odległości” na osi częstotliwości analizowanych dwóch składowych eksponencyjnych na dokładność estymacji amplitudy oraz częstotliwości jednej z badanych składowych, po założeniu maksymalnego dopuszczalnego błędu estymacji amplitudy

Fig. 11. Accuracy of exponential amplitude and frequency estimation for signal consisting of two exponents for assumed maximum amplitude method estimation inaccuracy

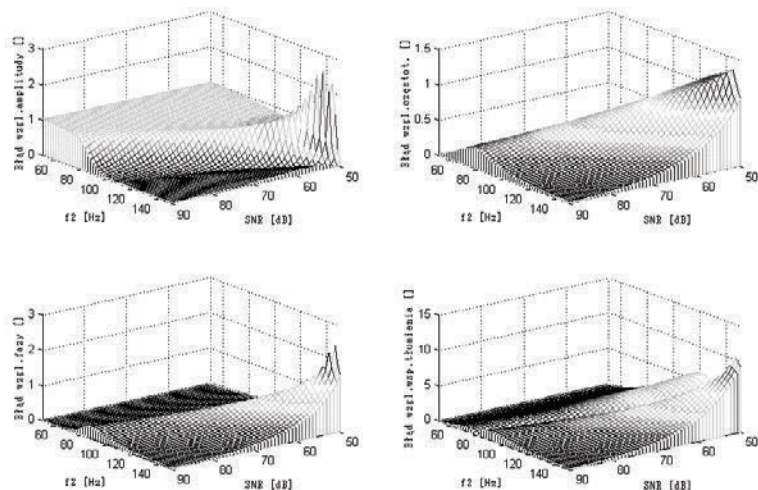
Kolejne symulacje (rys. 12–15) przedstawiają wpływ „odległości” w dziedzinie częstotliwości analizowanych dwóch składowych w obecności szumu na dokładność estymacji parametrów składowej podstawowej. Na rysunku 12 widoczna jest (cztery charakterystyczne „piki”) propagacja i wzmacnianie błędów z pierwszej części metody Prony’ego, odpowiedzialnej za wyznaczanie częstotliwości oraz współczynników tłumienia (wykresy po prawej) do drugiej części metody Prony’ego, odpowiedzialnej za wyznaczanie amplitud oraz faz początkowych (wykresy po lewej). Metoda Prony’ego najmniejszych kwadratów ponownie ukazuje większą odporność na wpływ szumu oraz większą rozdzielczość w porównaniu do metody oryginalnej.



Rys. 12. Wpływ „odległości” pierwszej składowej na osi częstotliwości od drugiej składowej oraz częstotliwości próbkowania na dokładność wyznaczania parametrów składowej podstawowej 50 Hz oryginalną metodą Prony’ego (przyjęto: rząd modelu $p = 4$, szum biały na poziomie SNR = 90 dB)
 Fig. 12. Accuracy of basic harmonic (50 Hz) parameters estimation with original Prony’s method use. Signal consist of harmonic 1 and 2 and white normal noise SNR (assumed: $p = 4$, SNR = 90 dB)

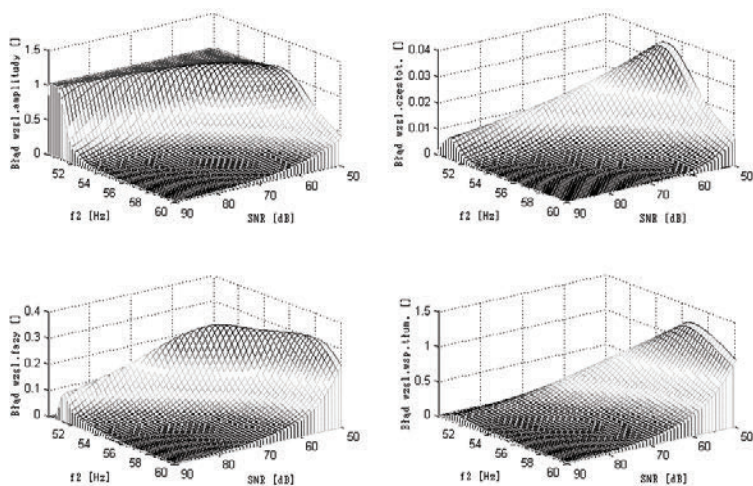


Rys. 13. Wpływ „odległości” pierwszej składowej na osi częstotliwości od drugiej składowej oraz częstotliwości próbkowania na dokładność wyznaczania parametrów składowej podstawowej 50 Hz metodą Prony’ego najmniejszych kwadratów (przyjęto: $p = 4$, $N = 256$, SNR = 70 dB)
 Fig. 13. Accuracy of basic harmonic (50 Hz) parameters estimation with least squares Prony’s method use. Signal consist of harmonic 1 and 2 and white normal noise SNR (assumed: $p = 4$, $N = 256$, SNR = 70 dB)



Rys. 14. Wpływ „odległości” pierwszej składowej na osi częstotliwości od drugiej składowej oraz poziomu szumu SNR w sygnale na dokładność wyznaczenia parametrów składowej podstawowej 50 Hz oryginalną metodą Prony’ego (przyjęto: $p = 4, f_s = 1$ kHz)

Fig. 14. Accuracy of basic harmonic (50 Hz) parameters estimation with least squares Prony’s method use. Signal consist of harmonic 1 and 2 and white normal noise SNR (assumed: $p = 4, f_s = 1$ kHz)



Rys. 15. Wpływ „odległości” pierwszej składowej na osi częstotliwości od drugiej składowej oraz poziomu szumu SNR w sygnale na dokładność wyznaczenia parametrów składowej podstawowej 50 Hz metodą Prony’ego najmniejszych kwadratów (przyjęto: $p = 4, N = 256, f_s = 1$ kHz)

Fig. 15. Accuracy of basic harmonic (50 Hz) parameters estimation with least squares Prony’s method use. Signal consist of harmonic 1 and 2 and white normal noise SNR (assumed: $p = 4, N = 256, f_s = 1$ kHz)

Z przedstawionych analiz wynika, że dla uzyskania dużej rozdzielczości częstotliwościowej transformacji Fouriera należy stosować dłuższe okna analizy, natomiast w metodzie Prony'ego istnieje możliwość stosowania w szczególnych przypadkach radykalnie krótszych okien, nawet kilkusetkrotnie, w porównaniu do analizy Fouriera, kosztem jednak większych nakładów obliczeniowych metody.

Przeprowadzone symulacje ukazują złożoną naturę właściwości metody Prony'ego, ściśle zależną od charakteru analizowanego sygnału. Dlatego też, aby oszacować w sposób ogólny właściwości metod Prony'ego, analizie poddano w rozdziale 5.4 zredukowaną postać metody Prony'ego.

5.3. ANALITYCZNA ANALIZA WPŁYWU SZUMU

Metoda Prony'ego dopasowuje się do wszystkich zakłóceń będących składową analizowanych danych. Wynika to z tego, że model wykładniczy nie tworzy odrębnego oszacowania dla przetwarzanych zakłóceń. Model wykładniczy, zawierający dodatkowo zakłócenie, można przedstawić za pomocą wyrażenia

$$x_n = \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1} + e_n \quad (54)$$

gdzie składnik e_n jest również wykorzystywany do reprezentowania błędu aproksymacji modelu w modelach wykładniczych. Gdy zamiast x_n zostanie zastosowane wyrażenie $(x_n - e_n)$, wówczas opisująca to różnica równań liniowych, składająca się z sumy funkcji wykładniczych oraz białego szumu, przyjmuje postać

$$x_n = -\sum_{k=1}^p A_k x_{n-k} + \sum_{k=0}^p A_k e_{n-k} \quad (55)$$

Jest to model ARMA z identycznymi współczynnikami AR i MA oraz szumem e_n . Metoda Prony'ego najmniejszych kwadratów wykorzystuje predykcję liniową

$$x_n = -\sum_{k=1}^p A_k x_{n-k} + e_n \quad (56)$$

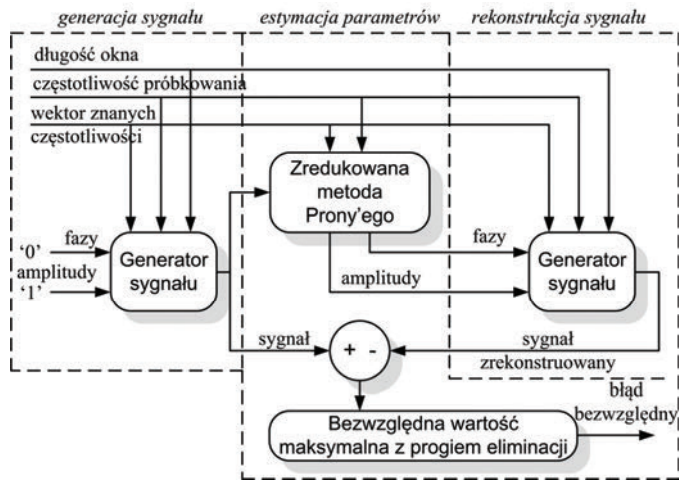
i próbuje zminimalizować wartość e_n . Jednak metoda Prony'ego nie umożliwia uzyskania pozytywnych rezultatów w obecności znaczącego dodatku zakłóceń o charakterze szumu. Metoda Prony'ego najmniejszych kwadratów nie bierze również pod uwagę szumu innego aniżeli biały [21].

Analizując sygnały ze znaczącym dodatkiem szumu, wyznaczone współczynniki tłumienia w metodzie Prony'ego są obciążone dużym błędem. Często są szacowane na znacznie większe aniżeli w rzeczywistości.

Przyjęcie rzędu modelu p znacznie większego niż rzeczywista liczba analizowanych składowych poprawia dokładność estymacji i niweluje w pewnym stopniu wpływ szumu [27].

5.4. ZREDUKOWANA METODA PRONY'EGO

W zredukowanej metodzie Prony'ego [28] zakłada się znajomość częstotliwości analizowanych składowych oraz to że składowe nie są tłumione. Metoda opisana jest w rozdziale 4.4. Do analiz właściwości metody posłużono się schematem z rysunku 16.



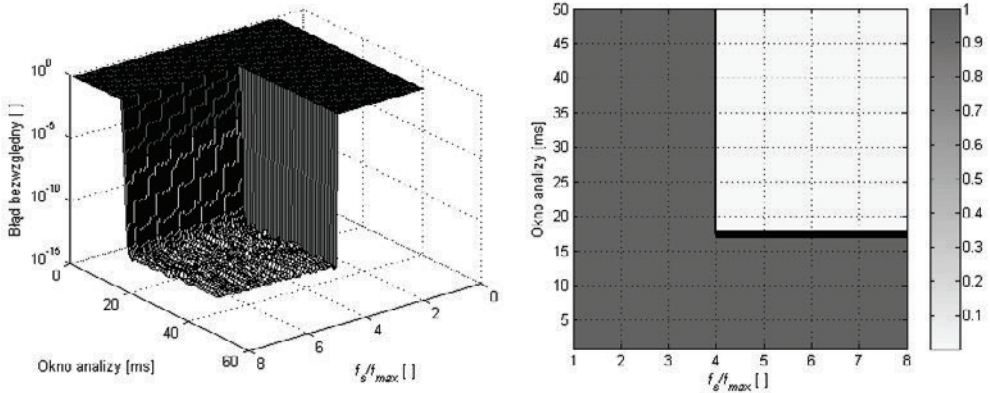
Rys. 16. Algorytm testowania zredukowanej metody Prony'ego [28]

Fig. 16. Tests for the reduced LS Prony's method [28]

W pierwszej fazie generowany był sygnał testowy na podstawie zadanego wektora częstotliwości. Amplitudy i fazy poszczególnych składowych dla uproszczenia analiz przyjmowały takie same wartości: $a_k = 1$ oraz $\alpha_k = 0$. Wartości częstotliwości w wektorze zadawanych częstotliwości f przyjmowały wartości przedstawione w opisach poszczególnych rysunków, a częstotliwości próbkowania wszystkich sygnałów wynosiły $f_s = 10$ kHz. Wygenerowany sygnał był następnie analizowany za pomocą zredukowanej metody Prony'ego. Uzyskane parametry z przeprowadzonej analizy oraz znany wektor częstotliwości f posłużyły w kolejnym kroku do odtworzenia zamodelowanego sygnału. W ostatniej fazie sygnały oryginalny i zrekonstruowany były porównywane, w celu znalezienia maksymalnego bezwzględnego błędu rekonstrukcji

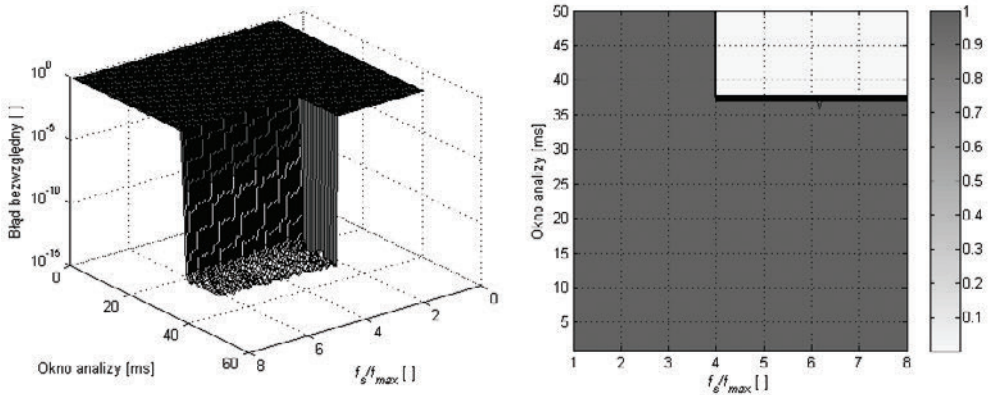
$$\text{Absolute error} = \begin{cases} \max |x - \hat{x}| & \text{for } \max |x - \hat{x}| < 1 \\ 1 & \text{for } \max |x - \hat{x}| \geq 1 \end{cases} \quad (57)$$

gdzie x i \hat{x} są odpowiednio próbkami czasowymi sygnału oryginalnego i postaci zrekonstruowanej. Błąd ten służył za kryterium podczas doboru parametrów do zredukowanej metody Prony'ego. Na rysunkach 17–28 przedstawiono wyniki badań.



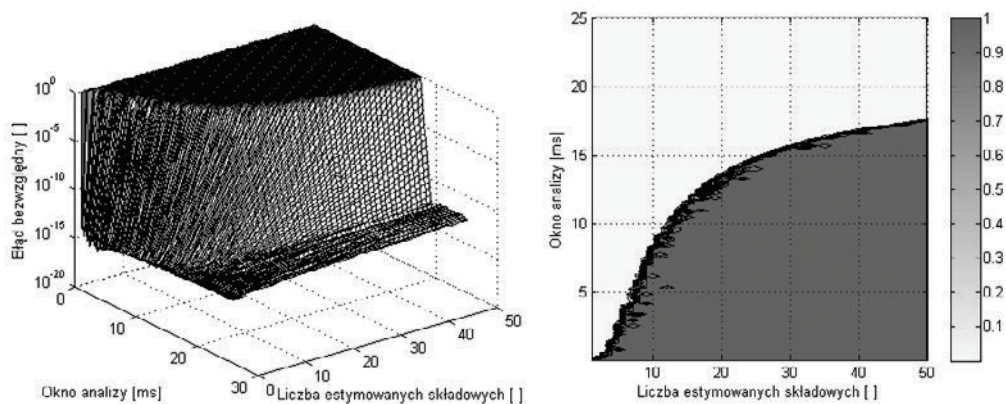
Rys. 17. Wpływ długości okna analizy i częstotliwości próbkowania na dokładność zredukowanej metody Prony'ego, $f_{max} = 2500$ Hz, $f = [50, 100, 150, \dots, 2500]$ Hz; po lewej – 3D, po prawej – widok z góry

Fig. 17. Influence of the analysis window length and the sampling frequency on the accuracy in the reduced Prony's method, $f_{max} = 2500$ Hz, $f = [50, 100, 150, \dots, 2500]$ Hz; left – 3D view, right – top view

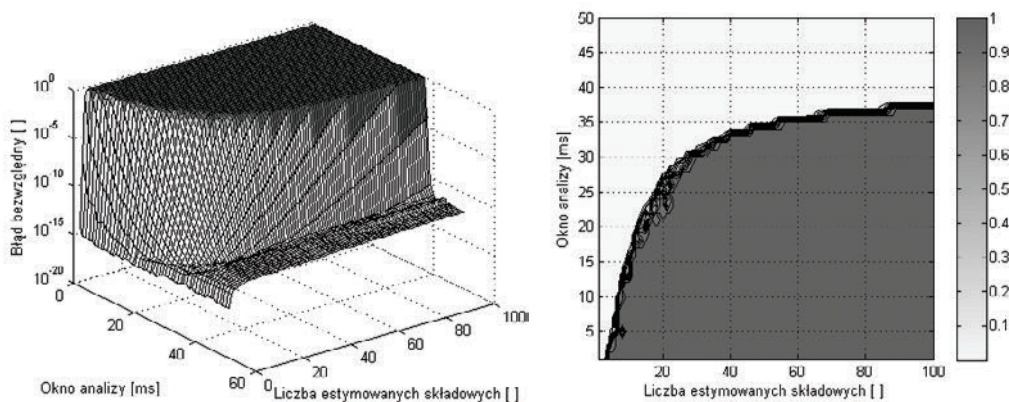


Rys. 18. Wpływ długości okna analizy i częstotliwości próbkowania na dokładność zredukowanej metody Prony'ego, $f_{max} = 2500$ Hz, $f = [25, 50, 75, \dots, 2500]$ Hz; po lewej – 3D, po prawej – widok z góry

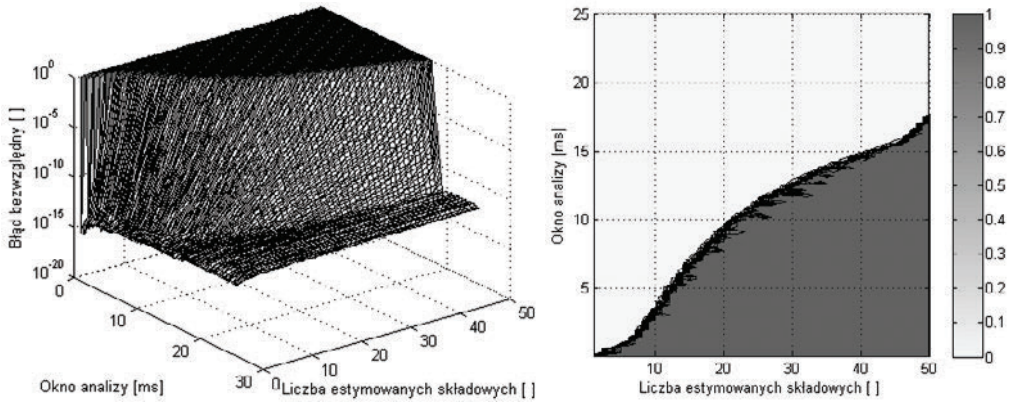
Fig. 18. Influence of the analysis window length and the sampling frequency on the accuracy in the reduced Prony's method, $f_{max} = 2500$ Hz, $f = [25, 50, 75, \dots, 2500]$ Hz; left – 3D view, right – top view



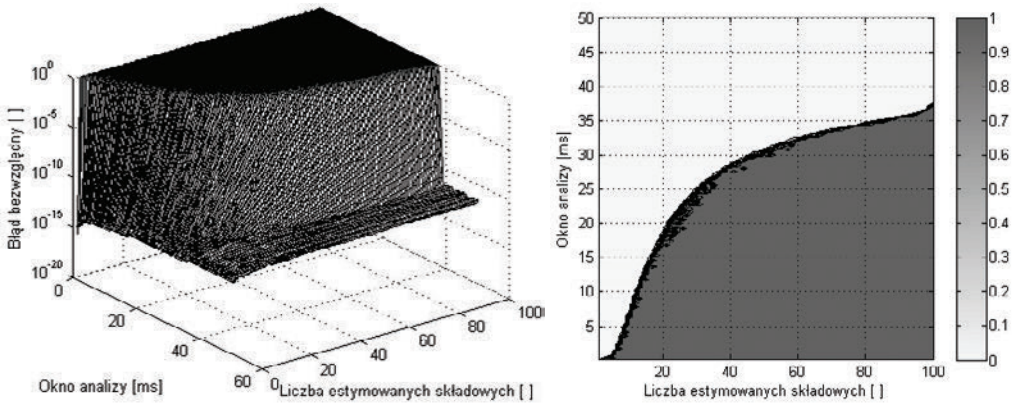
Rys. 19. Wpływ długości okna analizy i liczby estymowanych składowych na dokładność zredukowanej metody Prony'ego; wyższe częstotliwości w wektorze $f = [50, 100, 150, \dots, 2500]$ Hz są usuwane; po lewej – widok 3D, po prawej – widok z góry
 Fig. 19. Influence of the analysis window length and the number of estimated harmonics on the accuracy in the reduced Prony's method; higher frequency components in $f = [50, 100, 150, \dots, 2500]$ Hz eliminated; left – 3D view, right – top view



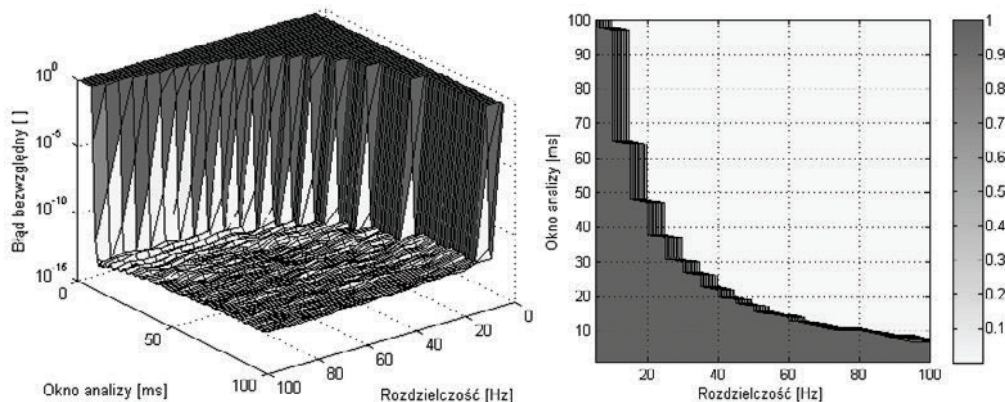
Rys. 20. Wpływ długości okna analizy i liczby estymowanych składowych na dokładność zredukowanej metody Prony'ego; wyższe częstotliwości w wektorze $f = [25, 50, 75, \dots, 2500]$ Hz są usuwane; po lewej – widok 3D, po prawej – widok z góry
 Fig. 20. Influence of the analysis window length and the number of estimated harmonics on the accuracy of the reduced Prony's method; higher frequency components in $f = [25, 50, 75, \dots, 2500]$ Hz eliminated; left – 3D view, right – top view



Rys. 21. Wpływ długości okna analizy i liczby estymowanych składowych na dokładność zredukowanej metody Prony'ego; niższe częstotliwości w wektorze $f = [50, 100, 150, \dots, 2500]$ Hz są usuwane; po lewej – widok 3D, po prawej – widok z góry
 Fig. 21. Influence of the analysis window length and the number of estimated harmonics on the accuracy of the reduced Prony's method; lower frequency components in $f = [50, 100, 150, \dots, 2500]$ Hz eliminated; left – 3D view, right – top view



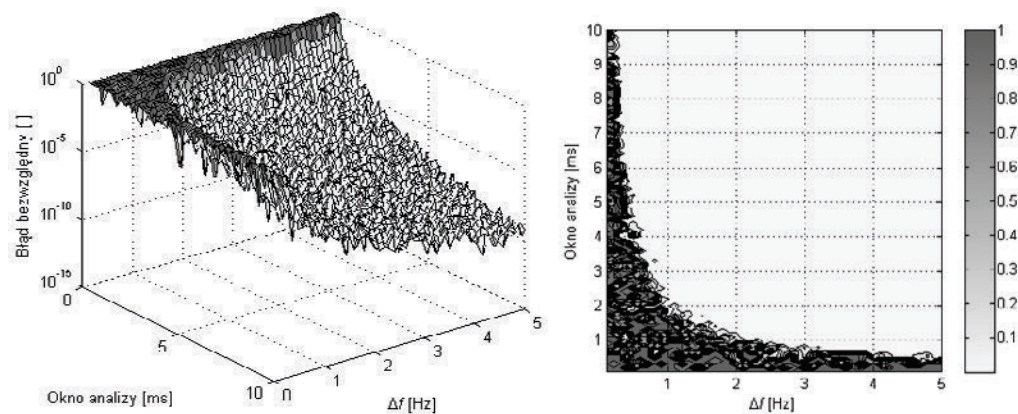
Rys. 22. Wpływ długości okna analizy i liczby estymowanych składowych na dokładność zredukowanej metody Prony'ego; niższe częstotliwości w wektorze $f = [25, 50, 75, \dots, 2500]$ Hz są usuwane; po lewej – widok 3D, po prawej – widok z góry
 Fig. 22. Influence of the analysis window length and the number of estimated harmonics on the accuracy in the reduced Prony's method; lower frequency components in $f = [25, 50, 75, \dots, 2500]$ Hz eliminated; left – 3D view, right – top view



Rys. 23. Wpływ długości okna analizy i ustawionej rozdzielczości (kroku kwantyzacji częstotliwości) na dokładność zredukowanej metody Prony'ego,

$f_{\max} = 2500$ kHz; po lewej – widok 3D, po prawej – widok z góry

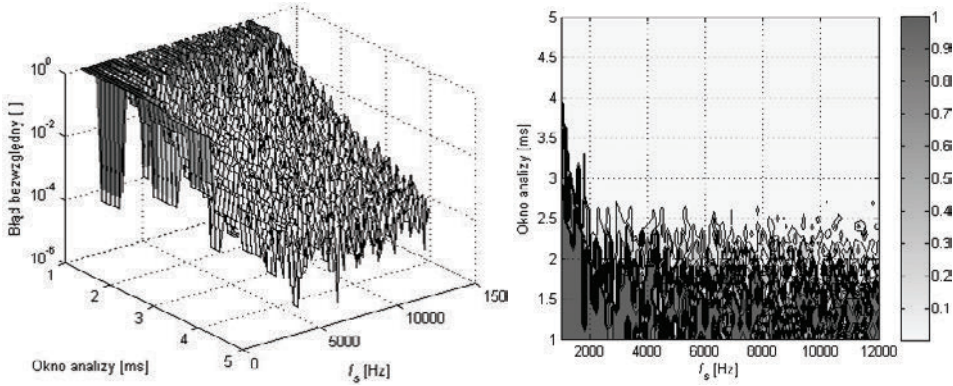
Fig. 23. Influence of the analysis window length and the set frequency resolution (step of frequency quantification) on the accuracy of the estimated harmonics in the reduced Prony's method, $f_{\max} = 2500$ kHz; left – 3D view, right – top view



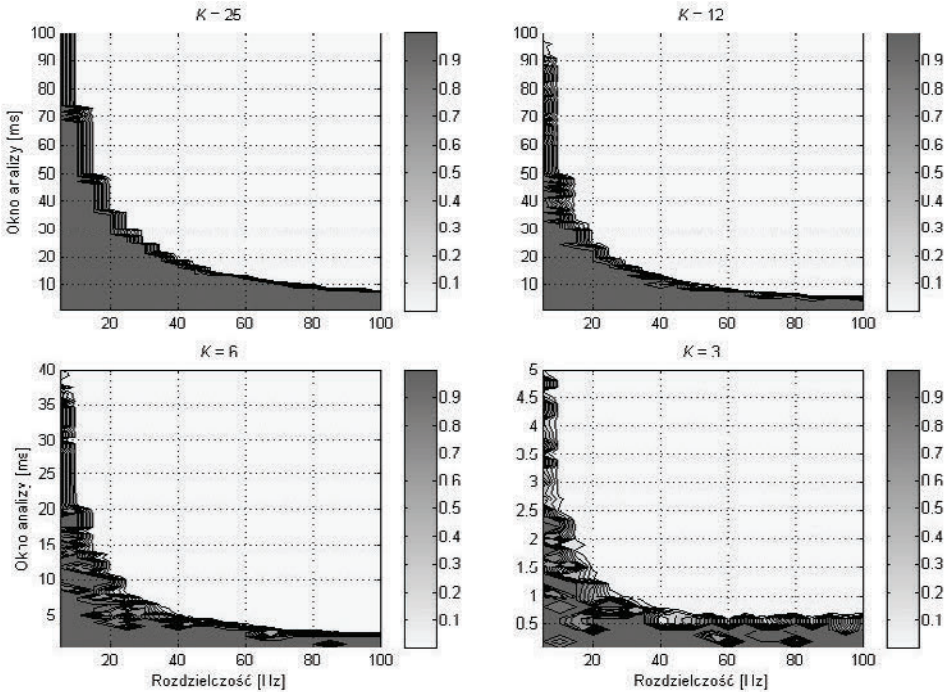
Rys. 24. Wpływ długości okna analizy i ustawionej rozdzielczości (kroku kwantyzacji częstotliwości) na dokładność zredukowanej metody Prony'ego, przy estymacji dwóch harmoniczných,

$f = [\Delta f, 2\Delta f]$ Hz; po lewej – widok 3D, po prawej – widok z góry

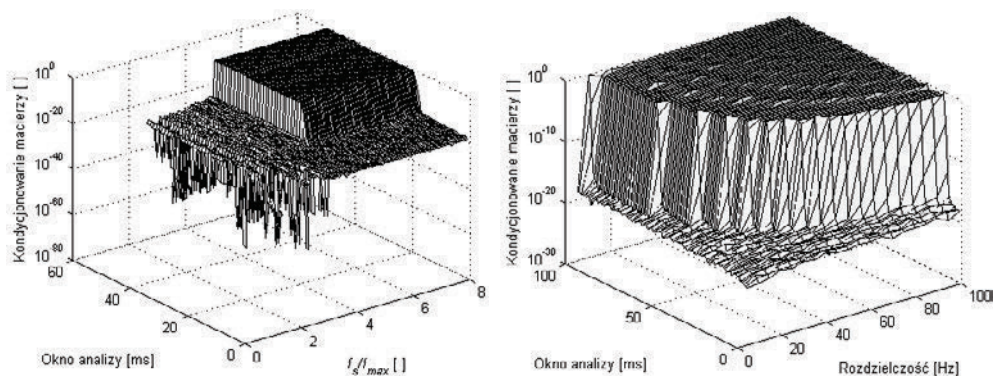
Fig. 24. Influence of the analysis window length and the set frequency resolution on the accuracy of the estimated two harmonics in the reduced Prony's method, $f = [\Delta f, 2\Delta f]$ Hz; left – 3D view, right – top view



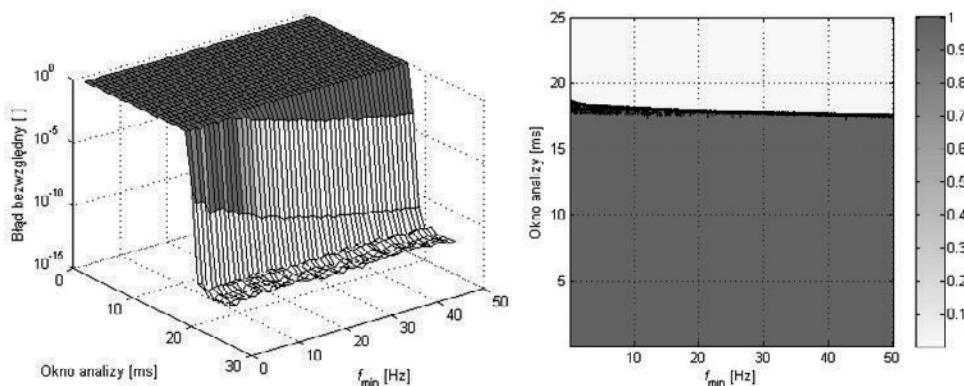
Rys. 25. Wpływ długości okna analizy i częstotliwości próbkowania na dokładność zredukowanej metody Prony’ego, przy estymacji dwóch harmonicznyc, $f = [12]$ Hz
 Fig. 25. Influence of the analysis window length and the sampling frequency on the accuracy of the estimated two harmonics in the reduced Prony’s method, $f = [12]$ Hz; left – 3D view, right – top view



Rys. 26. Wpływ długości okna analizy i ustawionej rozdzielczości na dokładność zredukowanej metody Prony’ego, przy estymacji dwóch harmonicznyc, $f = [12]$ Hz, dla K estymowanych składowyc
 Fig. 26. Influence of the analysis window length and the sampling frequency on the accuracy of the estimated two harmonics in the reduced Prony’s method, $f = [12]$ Hz for K estimated components



Rys. 27. Wpływ długości okna analizy i stosunku f_s/f_{max} , przy $f_s = 10$ kHz, na kondycjonowanie macierzy w zredukowanej metodzie Prony’ego – po lewej. Wpływ długości okna analizy i ustawionej rozdzielczości na kondycjonowanie macierzy w zredukowanej metodzie Prony’ego – po prawej
 Fig. 27. Influence of the window length and f_s/f_{max} , $f_s = 10$ kHz, on the conditioning number of the matrix inverted in Prony’s method – on the left. Influence of the window length and the frequency resolution, on the conditioning number of the matrix inverted in Prony’s method – on the right



Rys. 28. Wpływ długości okna analizy i najmniejszej częstotliwości składowej w analizowanym sygnale na dokładność zredukowanej metody Prony’ego, $f = [0, 50, 100, \dots, 2450] \text{ Hz} + f_{min}$, po lewej – widok 3D, po prawej – widok z góry

Fig. 28. Influence of the analysis window length and the lowest harmonic frequency on the accuracy in the reduced Prony’s method, $f = [0, 50, 100, \dots, 2450] \text{ Hz} + f_{min}$; left – 3D view, right – top view

5.5. PODSUMOWANIE

Metody Prony’ego są wrażliwe na „charakter” analizowanego sygnału. Rozdzielczość metod jak również wymagania, co do długości okna analizy są zależne od liczby składowych eksponencjalnych występujących w sygnale. Nie ma możliwości zdefi-

niowania pewnych stałych uniwersalnych cech tych metod, tak jak w transformatach na, przykład Fouriera.

Metody Prony'ego szczególnie dobrze analizują sygnały o widmach prążkowych. Większą precyzję i mniejsze nakłady obliczeń osiąga się dla analizowanych sygnałów o niewielkiej liczbie składowych [26], [23], [16].

Większa liczba składowych w analizowanych sygnałach działa niekorzystnie zarówno na dokładność estymacji, jak i stabilność rozwiązań metod. Wartości rozmiaru modelu eksponencjalnego powyżej kilkuset powodują już znaczne zwiększenie nakładów obliczeniowych metody oraz większą częstotliwość występowania niestabilności rozwiązań występujących w pierwszej części (np. sekcja 1; rys. 4.) metod Prony'ego.

Szczególnie niekorzystne jest występowanie w analizowanym sygnale szumu powodującego, w zależności od jego poziomu, znaczne błędy w wyznaczaniu wszystkich parametrów składowych, przy czym obserwuje się proces propagacji i wzmocnienia błędów z pierwszej części metody Prony'ego, w której wyznaczany jest wektor z oraz częstotliwości i współczynniki tłumienia składowych, do drugiej części metody, w której obliczane są amplitudy i fazy początkowe (rys. 4.).

Obecność szumu powoduje również zmniejszenie rozdzielczości metod Prony'ego, nawet przy niewielkiej liczbie estymowanych składowych. Występują efekty przeciągania i zlewania częstotliwości, nasilające się wraz ze wzrostem poziomu szumu występującego w sygnale.

Metoda w swoich oryginalnych wersjach zupełnie nie nadaje się do analizy sygnałów z widmem ciągłym.

Autorzy zbadali oraz przedstawili również podstawowe właściwości zredukowanej metody Prony'ego. Przeanalizowano wymóg określający stosunek maksymalnej analizowanej częstotliwości składowej w sygnale, do częstotliwości próbkowania sygnału. Z symulacji z rysunków 17 i 18 wynioskowano że

$$f_s \geq 4f_{\max} \quad (58)$$

oraz na podstawie symulacji z rysunków 19–23 określono wymogi co do szerokości okna analizy

$$T_0 \geq 1/\Delta f_{\min} \quad (59)$$

gdzie: f_s – jest częstotliwością próbkowania, f_{\max} – maksymalną częstotliwością składowej występującej w analizowanym sygnale, T_0 i Δf_{\min} są odpowiednio długością okna analizy oraz minimalną częstotliwością pomiędzy składowymi występującymi w sygnale. Do analiz posłużono się schematem z rysunku 16 do badania jakości wyznaczania komponentów sygnału.

Zależność (58) została wyznaczona na podstawie symulacji, a poprawność przedstawionego wnioskowania może być zweryfikowana za pomocą podanych zależności (60) i (61). Maksymalna częstotliwość analizowanego sygnału może być wyznaczona

z zależności (18). Zakres rozwiązań dla arcustangens wynosi $-\pi/2; \pi/2$, stąd rozpatrując jedynie składowe o częstotliwościach f_k nieujemnych, można napisać

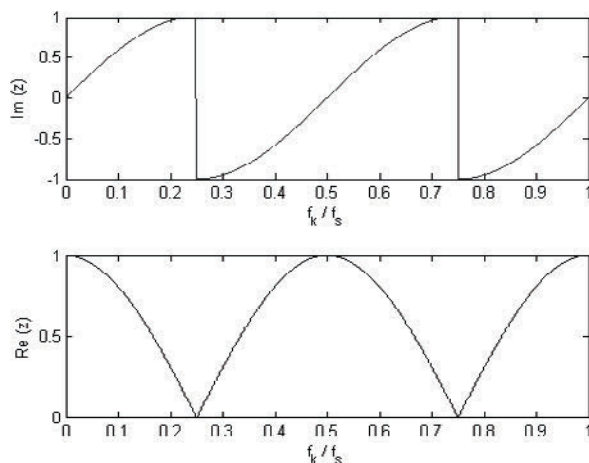
$$f_k < \frac{\pi}{2} / 2\pi T \quad (60)$$

lub po uproszczeniu i podstawieniu $T = 1/f_s$

$$f_k < \frac{f_s}{4} \quad (61)$$

Zależność (61) sugeruje brak znaku równości w równaniu (58). Przeprowadzone symulacje pokazują jednak, że dla składowej f_k dokładnie równej $1/4$ częstotliwości próbkowania f_s nie następuje jeszcze pogorszenie obserwowanej dokładności estymowanych parametrów składowych.

Na rysunku 29 przedstawiono charakterystykę części rzeczywistej oraz urojonej zmienności wektora z dla różnych częstotliwości f_k , dla równań (35) i (36). Przebiegi obrazują zależność z równania (58). Pełny zakres wartości częstotliwości nieujemnych według równania (61) uzyskuje się zgodnie z rysunkiem dla zakresu f_k/f_s równemu $[0; 0,25)$.



Rys. 29. Zmienność części rzeczywistej oraz urojonej wektora z w zależności od stosunku analizowanej składowej o częstotliwości f_k do częstotliwości próbkowania f_s

Fig. 29. Variability of actual and imaginary parts of vector z depending on the ratio between analyzed component with frequency f_k to sampling frequency f_s

W wielu przypadkach może okazać się możliwe znaczne zredukowanie długości okna analizy, bez wpływu na dokładność estymacji składowych. Szczególny taki przypadek dla kilku składowych harmoniczných przedstawiają symulacje z rysunków 24–26.

Przedstawione symulacje pokazują maksymalne bezwzględne błędy rekonstrukcji sygnału wygenerowanego na podstawie obliczonego modelu Prony'ego. Błędy te są mocno skorelowane z uwarunkowaniem macierzy z zależności (39). Do takich wniosków można dojść, porównując symulacje z rysunku 27 z rysunkami 17 oraz 23. Znamienne jest dla metod Prony'ego, że położenie składowej na osi częstotliwości praktycznie nie wpływa na dokładność estymacji i wymagane okno analizy. Efekt ten pokazany jest na rysunku 28.

6. PROBLEM ZŁOŻONOŚCI OBLICZENIOWEJ I SPOSOBY OPTIMALIZACJI METOD PRONY'EGO

Modelowanie Prony'ego zakłada minimalizowanie błędu średniokwadratowego. Dla N danych możemy zapisać [14]

$$\rho = \sum_{n=1}^N |\varepsilon_n|^2 \quad (62)$$

gdzie ε_n po uwzględnieniu parametrów h_k, z_k oraz rozmiaru modelu p przyjmuje postać równania

$$\varepsilon_n = x_n - \hat{x}_n = x_n - \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1} \quad (63)$$

Równanie (63) przedstawia już skomplikowany nieliniowy problem.

Złożoność ta może być pokazana na przykładzie pojedynczej eksponenty [14]. Minimum błędu kwadratowego ρ w modelu z pojedynczą eksponentą opisanego wzorem (64)

$$\hat{x}_n = a \exp(\alpha(n-1)T) \quad (64)$$

można wyznaczyć przez przyrównanie do zera pochodnych cząstkowych po amplitudzie a oraz współczynnika tłumienia α

$$\frac{\partial \rho}{\partial a} = c_1 - c_2 a = 0 \quad (65)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \alpha} = c_3 - c_4 a = 0 \quad (66)$$

gdzie

$$c_1 = \sum_{n=1}^N x_n \exp(\alpha(n-1)T) \quad (67)$$

$$c_2 = \sum_{n=1}^N \exp(2\alpha(n-1)T) \quad (68)$$

$$c_3 = \sum_{n=1}^N (n-1)x_n \exp(\alpha(n-1)T) \quad (69)$$

$$c_4 = \sum_{n=1}^N (n-1) \exp(2\alpha(n-1)T) \quad (70)$$

Dla uproszczenia przekształceń założono również, że analizowane dane x_n , amplituda a oraz współczynnik tłumienia α są liczbami rzeczywistymi.

W wyniku przekształcenia równania (65) uzyskano $a = c_1/c_2$, podstawiając otrzymaną zależność do równania (66), otrzymuje się

$$c_2 c_3 = c_2 c_4 \quad (71)$$

co stanowi silnie nieliniowe wyrażenie, dla którego nie ma dostępnych rozwiązań analitycznych. Dlatego też stosowane są metody iteracyjne.

Do poszukiwania rozwiązań – minimalizacji błędu średniokwadratowego aproksymacji, stosuje się algorytmy iteracyjne, takie jak metody gradientowe czy Newtona. Metody te umożliwiają wyznaczenie jednocześnie wszystkich parametrów funkcji wykładniczych. Wspomniane algorytmy charakteryzują się jednak dużą złożonością obliczeniową. Zdarza się, że wymagają one na każdym etapie odwracania macierzy, o wymiarze tak dużym jak liczba analizowanych danych.

Złożoność obliczeniowa metod Prony'ego stanowi główne ograniczenie praktycznych implementacji algorytmów. Z drugiej strony cenne właściwości metod Prony'ego spowodowały ich rozwój i próby ich optymalizacji. Przykładem może być rekursywna metoda Prony'ego opisana w rozdziale 4.5.

W pewnych praktycznych zastosowaniach – szczególnie tam, gdzie znane są częstotliwości składowych sinusoidalnych sygnału, a składowe nie są tłumione – istnieje możliwość zastosowania zredukowanej postaci metody Prony'ego (rozdz. 4.4). Złożoność obliczeniowa metody Prony'ego może być przez zastosowanie zredukowanej metody Prony'ego znacznie obniżona, zbliżając się do złożoności popularnej transformaty Fouriera w wersji dyskretnej – DFT.

Dla porównania metoda DFT może być opisana równaniem [21]

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & W_N^{-1} & W_N^{-2} & \cdots & W_N^{-(N-1)} \\ 1 & W_N^{-2} & W_N^{-4} & \cdots & W_N^{-2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & W_N^{-(N-1)} & W_N^{-2(N-1)} & \cdots & W_N^{-(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} \quad (72)$$

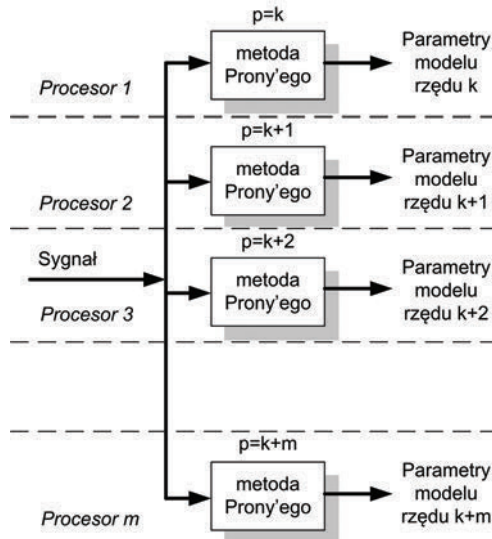
gdzie X jest dyskretnym widmem sygnału x oraz $W_N = \exp(j2\pi/N)$.

Złożoność obliczeniowa algorytmu DFT wynosi około N^2 zespolonych mnożeń (N wierszy $\times N$ mnożeń) oraz $N(N - 1)$ zespolonych sumowań (N wierszy $\times (N - 1)$ sumowań). Podobną złożoność teoretycznie uzyskać by można zredukowaną metodą Prony'ego, po założeniu $p = N$, co potwierdza równanie (40). Do poprawnego działania metody Prony'ego musi być jednak spełnione założenie $N \geq 2p$ oraz dodatkowo do wyznaczenia wartości amplitud i faz początkowych należy wykonać operacje z równań (19) i (20). Jednak w dalszym ciągu złożoność obliczeniowa zredukowanej metody Prony'ego, w odniesieniu do pełnej metody Prony'ego najmniejszych kwadratów, jest porównywalna z dyskretną transformatą Fouriera.

Realizowane jest to jednak kosztem braku możliwości wyznaczania współczynników tłumienia składowych sygnału. Dodatkowo także zredukowana metoda wymaga znajomości częstotliwości wszystkich składowych występujących w sygnale.

Proponowane uproszczenia mogą mieć znaczenie przy implementacjach metody na systemy pomiarowe embedded, na przykład systemy monitorowania jakości energii elektrycznej.

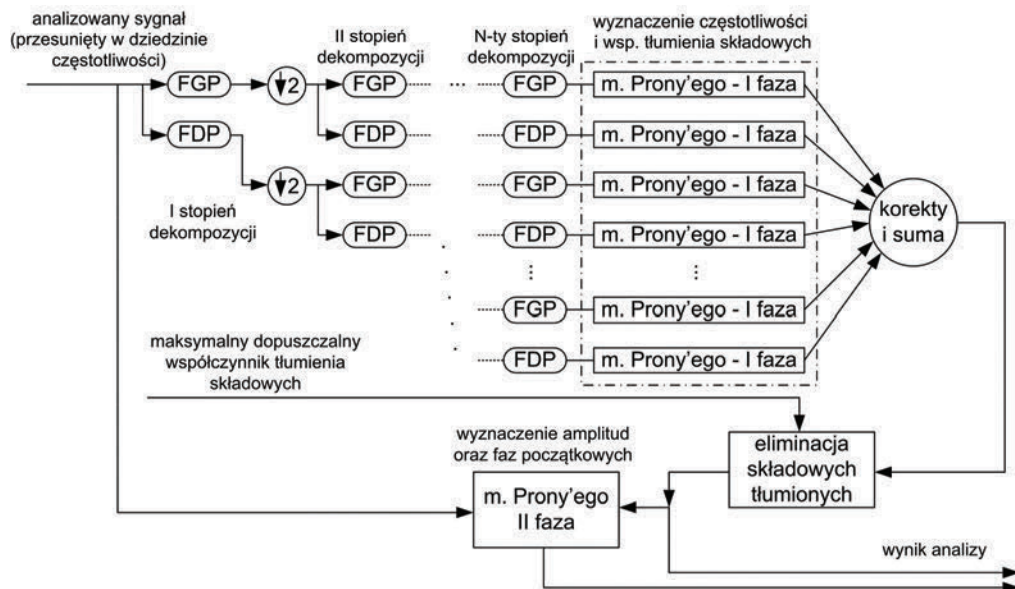
W implementacjach algorytmów, w których wykorzystuje się urządzenia wieloprocessorowe o większych mocach obliczeniowych, zastosowanie może znaleźć proponowana implementacja przedstawiona na rysunku 30. W przedstawionym rozwiązaniu równoległe obliczanych jest wiele modeli eksponencjalnych o różnych rozmiarach p . Po wykonaniu wszystkich obliczeń wybierany jest model o najniższym błędzie aproksymacji. Prezentowana metoda umożliwi uniknięcie niestabilności rozwiązań końcowych, ponadto dobierany jest najbardziej adekwatny rząd modelu eksponent p .



Rys. 30. Podział zadań dla metod Prony'ego
Fig. 30. Task selection for Prony's method

Proponowane rozwiązanie, zapewniające odpowiednie obciążenie poszczególnych procesów (zmniejszeniu czasu jałowego) i rzadką komunikację między procesami (zredukowanym czasie poświęconym na komunikację), umożliwia efektywne skrócenie czasu wykonania zadania aproksymacji metodami Prony'ego, przez zwiększenie sumarycznej liczby wykonywanych operacji.

Inne podejście do optymalizacji obliczeń i podziału zadań estymacji może być przedstawione za pomocą algorytmu z rysunku 31 [23].



Rys. 31. Metoda Prony'ego w połączeniu z rekurencyjną filtracją sygnału za pomocą pary filtrów górnoprzepustowego (FGP) i dolnoprzepustowego (FDP) [23]

Fig. 31. Prony's method and recursive filtration with pair of low pass filter (FDP) and high pass filter FGP [23]

W przedstawionej metodzie sygnał najpierw jest filtrowany za pomocą jedynie pary dwóch filtrów dolnoprzepustowego FDP oraz górnoprzepustowego FGP. W wyniku filtracji uzyskuje się wiele sygnałów wąskopasmowych, które analizowane są za pomocą pierwszej części metody Prony'ego (o zmniejszonym rzędzie modelu p) (sekcja 1; rys. 4.), w celu wyznaczenia częstotliwości oraz współczynników tłumienia składowych eksponencjalnych. Druga faza obliczeń metody Prony'ego odbywa się już na całym analizowanym sygnale. Może tu być również zastosowana wersja rekursywna metody.

Takie podejście również ułatwia zredukowanie sumarycznych nakładów obliczeniowych, wskutek zmniejszenia rzędu modeli Prony'ego, oraz umożliwia implementację wieloprocessorową zadań modelowania sygnału.

7. WNIOSKI

Przeprowadzone badania symulacyjne ukazują zalety metod Prony'ego na tle innych dotychczas stosowanych, z których najpopularniejszymi są metody fourierowskie.

Istotnym jest fakt, że badania symulacyjne przeprowadzono dla różnych sygnałów testowych, wykazano w ten sposób, że metody Prony'ego są bardziej uniwersalne niż transformaty Fouriera i możliwe jest ich stosowanie w różnych dziedzinach techniki.

Przedstawione metody umożliwiają precyzyjną analizę parametrów składowych zarówno sinusoidalnych, jak i sinusoidalnych ekponencjalnie tłumionych analizowanych sygnałów, dając informację o ich rzeczywistych częstotliwościach, amplitudach, fazach oraz współczynnikach tłumienia składowych.

Wprowadzenie metod Prony'ego w wersji najmniejszych kwadratów radykalnie poprawiło analizę sygnałów zawierających szum, zmniejszyło to obszary niestabilności metody, jak również poprawiło dokładność estymacji parametrów.

Opisana wersja rekursywna metody Prony'ego umożliwia zredukowanie nakładów obliczeniowych podczas wyznaczania modelu ekponencjalnego, z zachowaniem właściwości metod nierekursywnych.

Wprowadzona zredukowana metoda Prony'ego umożliwia jeszcze większe zmniejszenie nakładów obliczeniowych, zbliżając się do złożoności obliczeniowej DFT, kosztem jednak rezygnacji z wyznaczania współczynników tłumienia wyznaczanych składowych oraz przyjęciem podobnie jak na przykład w DFT kwantowania dziedziny częstotliwości.

Przedstawiono także inne algorytmy optymalizacji metod Prony'ego wykorzystujące na przykład filtrację pasmową, a także systemy wieloprocessorowe.

W rozdziale przedstawiono również sposoby doboru, częstotliwości próbkowania oraz długości okien analizy, w celu uniknięcia niestabilności rozwiązań dla metody zredukowanej Prony'ego. Z badań wynika jednak, że opisane zależności mogą być przeniesione na pełne wersje metod Prony'ego.

W pracy skomentowano również sposób doboru rozmiaru modelu Prony'ego. Przedstawione różne wersje metody umożliwiają dobór odpowiedniej, w zależności od różnych kryteriów. Kryteriami tymi są na przykład optymalizacja algorytmu analizy pod kontem ograniczonej mocy obliczeniowej docelowych urządzeń, na których będą implementowane, precyzja wyznaczania składowych sygnału, stosowanie ekstremalnie krótkich okien analizy, do badania krótkotrwałych zjawisk przejściowych itp.

Metody Prony'ego dzięki swym własnościom umożliwiają skrócenie okien analizy, przez co możliwa jest analiza równocześnie składowych o niskich częstotliwościach, jak i badanie zjawisk o charakterze krótkotrwałym w analizowanym sygnale. Skrócenie okien analizy nie powoduje przy spełnieniu pewnych warunków pogorszenia dokładności estymacji parametrów składowych.

Przedstawiona i przetestowana w procesie symulacyjnym metoda jest łatwa do oprogramowania w systemach DSP (ang. *Digital Signal Processing*), a z racji szerokiej implementacji różnych technologii tej techniki czyni z zaprezentowanej metody łatwe i przyjazne narzędzie estymacji, również do analiz on-line sygnałów rzeczywistych, w szerokiej gamie możliwych aplikacji.

Przedstawione badania mogą posłużyć do określenia warunków poprawnej estymacji harmonicznycch oraz interharmonicznycch sygnałów. Opracowanie może także posłużyć do realizacji metody Prony'ego najmniejszych kwadratów o zmiennej długości okna analizy, w zależności od ilości rozpoznanych w pierwszej fazie algorytmu składowycch sygnałów.

Prowadzone są również badania nad modyfikacją części metody Prony'ego najmniejszych kwadratów odpowiedzialnej za identyfikację składowycch w sygnale, tak aby było możliwe również ustalenie częstotliwości składowycch oraz ich zmienności [19] w oknie analizy dla aplikacji, w których ta informacja nie jest dostępna.

LITERATURA

- [1] Białasiewicz J., *Falki i aproksymacje*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2004.
- [2] Caixing Gu, Shapiro J. E., *Kernels of Hankel Operators and Hyponormality of Toeplitz Operators*, *Mathematische Annalen*, 2001, Vol. 319, No. 3, 553–571.
- [3] Caixing Gu, Shapiro J.E., *Strict Convexity of Some Subsets of Hankel Operators*, *Proceedings of the American Mathematical Society*, 2003, Vol. 131, No. 9, 2779–2789.
- [4] Costa R.E., de Almeida L.A.L., Wegelin E.A., da Costa E.G., *Recursive Prony's Method for Improving the Monitoring of Electrical Machines*, *Instrumentation and Measurement Technology Conference*, 2005, IMTC 2005, Vol. 2, 1498–1502.
- [5] Fahmy M.F., Hasan Y.M.Y., *Novel scheme for compact orthogonal modified-Prony representation of signals*, in *Proc. 2005 IEEE Int. Symposium on Signal Processing and Information Technology*, Athens, 2005, 690–693.
- [6] Feilat E.A., *Detection of voltage envelope using Prony analysis–Hilbert transform method*, *IEEE Trans. Power Del.*, 2006, Vol. 21, No. 4, 2091–2093.
- [7] Feilat E.A., *Prony analysis technique for estimation of the mean curve of lightning impulses*, *IEEE Trans. Power Del.*, 2006, Vol. 21, No. 4, 2088–2090.
- [8] Kosicka M., *Alfred Haar i jego falki*, *Przegląd Elektrotechniczny*, 5/2003, 321–325.
- [9] Kosicka M., *Transformata falkowa a przekształcenie Fouriera*, *Przegląd Elektrotechniczny*, 7/1998, 175–181.
- [10] Kosicka M., *Właściwości transformaty falkowej*, *Przegląd Elektrotechniczny*, 9/2000, 224–229.
- [11] Leonowicz Z., Łobos T., Rezmer J., *Advanced spectrum estimation methods for signal analysis in power electronics*, *IEEE Trans. Industrial Electronics*, 2003, Vol. 50, No. 3, 514–519.
- [12] Łobos T., Leonowicz Z., Rezmer J., Koglin H. J., *Advanced signal processing methods of harmonics and interharmonics estimation*, [w:] *Proc. 7th Int. Conf. on Developments in Power System Protection*, Amsterdam, Holand, 2001, 315–318.
- [13] Łobos T., Leonowicz Z., Rezmer J., Schegner P., *High-resolution spectrum-estimation methods for signal analysis in power systems*, *IEEE Trans. Instrumentation And Measurement*, 2006, Vol. 55, No. 1, 219–225.
- [14] Marple S., Lawrence J., *Digital spectral analysis*, New Jersey: Prentice-Hall, 1987.

- [15] Meunier M., Brouaye F., *Fourier transform, wavelets, Prony analysis: tools for harmonics and quality of power*, [w:] Proc. 8th Int. Conf. on Harmonics and Quality of Power, Athens, 1998, 71–76.
- [16] Nam S.R., Kang S.H., Park J.K., *An analytic method for measuring accurate fundamental frequency components*, IEEE Trans. Power Del., 2002, Vol. 17, No. 2, 405–411.
- [17] Osborne M.R., Smith G.K., *A modified Prony algorithm for exponential function fitting*, SIAM Journal on Scientific Computing, 1995, Vol. 16, No. 1, 119–138.
- [18] Szabatin J., *Podstawy teorii sygnałów*, WKiŁ, Warszawa 1982.
- [19] Xiang-Gen Xia, *Discrete Chirp-Fourier Transform and Its Application to Chirp Rate Estimation*, IEEE Trans. Signal Proc., 2000, Vol. 48, No. 11, 3122–3133.
- [20] Zhang J., Swain A.K., Nguang S.K., *Parameter Estimation of Exponentially Damped Sinusoids using HSVD based Extended Complex Kalman Filter*, TENCON 2008, IEEE Region 10 Conference, 2008.
- [21] Zielinski T.P., *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów – od teorii do praktyki*, Warszawa: WKiŁ, 2005.
- [22] Zieliński T., *Od teorii do cyfrowego przetwarzania sygnałów*, Wydział EAIiE AGH, Kraków 2002.
- [23] Zygarlicki J., Mroczka J., *Analiza sygnałów elektroenergetycznych z wykorzystaniem połączonych metod Prony’ego oraz filtracji m-pasmowej*, Modelowanie i Symulacja Systemów Pomiarowych, XVII Sympozjum, Krynica, 2009.
- [24] Zygarlicki J., Mroczka J., *Praktyczne zastosowanie zredukowanej metody Prony’ego – badanie napięciowych układów wejściowych urządzeń monitorujących jakość energii elektrycznej*, Przegląd Elektrotechniczny, 5/2011, 199–203.
- [25] Zygarlicki J., Mroczka J., *Data compression using Prony’s method and wavelet transform in power quality monitoring systems*, Metrology and Measurement Systems, 2006, Vol. 13, No. 3, 237–251.
- [26] Zygarlicki J., Mroczka J., *Short time algorithm of power waveforms fundamental harmonic estimations with Prony’s methods use*, Metrology and Measurement Systems, 2011, Vol. 18, No. 3, 33–38.
- [27] Zygarlicki J., Zygarlicka M., Mroczka J., *Prony’s metod in power quality analysis*, Energy Spectrum, 2009, Vol. 4, No. 2, 26–30.
- [28] Zygarlicki J., Zygarlicka M., Mroczka J., Latawiec K., *A reduced Prony’s method in power quality analysis – parameters selection*, IEEE Trans. Power Del., 2010, Vol. 25, No. 2, 979–986.

PRONY’S METHODS IN THE ANALYSIS OF HARMONICS SIGNALS – PROPERTIES, IMPLEMENTATIONS AND APPLICATIONS

The article presents a various of modification of Prony’s methods. The methods presented enables precise estimation of parameters of sinusoidal components and damped sinusoidal components of the analysed signals. The articles shows research results made for: Least Squares Prony’s method, original Prony’s concept, recursive version of the method and reduced Prony’s method. The authors describes ways of Prony’s methods optimization with recursive filtering technique and possibility of multiprocessor implementations. In addition, a sampling frequency and an analysis window length is selected to provide the numerical stability of the algorithms. In the article authors discuss influence of noise presented in analysed signals. The paper presents also Prony’s model size selection to provide high accuracy of signal components parameters estimations.



Wydawnictwa Politechniki Wrocławskiej
są do nabycia w księgarni „Tech”
plac Grunwaldzki 13, 50-377 Wrocław
budynek D-1 PWr., tel. 71 320 29 35
Prowadzimy sprzedaż wysyłkową
zamawianie.ksiazek@pwr.wroc.pl

ISBN 978-83-7493-686-6