

Ewa Dziawgo

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

WŁASNOŚCI ASYMETRYCZNYCH OPCJI POTĘGOWYCH

Streszczenie: W artykule zostały scharakteryzowane asymetryczne opcje potęgowe: typy opcji, funkcje wypłaty, modele wyceny, zasady funkcjonowania. Na podstawie symulacji wyceny asymetrycznych opcji potęgowych i zwykłych opcji wystawionych na EUR/PLN dokonano analizy kształtowania się cen oraz zbadano wpływ wybranych czynników na cenę rozpatrywanych opcji. Celem artykułu jest porównanie własności opcji zwykłych i potęgowych opcji asymetrycznych oraz wskazanie możliwości zastosowania opcji potęgowych w zarządzaniu ryzykiem.

Słowa kluczowe: funkcja wypłaty, opcja potęgowa.

1. Wstęp

Z narastającym zjawiskiem globalizacji rynków finansowych wzrasta ryzyko związane z prowadzeniem działalności gospodarczej. Wzrost zmienności warunków rynkowych powoduje gwałtowny rozwój rynku instrumentów pochodnych [Jajuga, Gudaszewski, Mróz 2004, s. 6]. Jedną z zalet instrumentów pochodnych jest to, że zastosowane w profesjonalny sposób mogą zabezpieczyć inwestora przed niekorzystną zmianą ceny instrumentu podstawowego w przyszłości [Tarczyński 2003, s. 149].

Opcje należą do klasy niesymetrycznych instrumentów pochodnych. Oznacza to, że nabywca opcji ma prawo, ale nie obowiązek, realizacji umowy. Natomiast wystawca opcji jest zobowiązany do wykonania umowy w sytuacji, kiedy opcja jest realizowana [Hull 2002, s. 194; Dziawgo 2003, s. 11]. Istniejąca niesymetryczność praw i obowiązków nałożonych na strony transakcji powoduje, że kontrakty opcyjne należą do szczególnie atrakcyjnych instrumentów zarządzania ryzykiem. Umiejętne zastosowanie opcji w transakcjach finansowych może wpłynąć na poprawę wyników finansowych firmy, a tym samym przyczynić się do wzrostu pozycji firmy w konkurencyjnym otoczeniu.

Ze względu na nabyte prawo właściciela opcje potęgowe można podzielić na:

- opcje kupna, których nabywca ma prawo zakupu określonego instrumentu bazowego w określonym czasie (zwanym czasem wykonania) po określonej cenie (jest to cena wykonania opcji),

- opcje sprzedaży, których nabywca ma prawo sprzedaży określonego instrumentu bazowego w określonym czasie i po określonej cenie.
Ze względu na rodzaj funkcji wypłaty potęgowej opcje kupna dzielą się na:
- symetryczne, które charakteryzują się tym, że ich funkcja wypłaty jest niezerową potęgą różnicy między ceną instrumentu bazowego a ceną wykonania opcji,
- asymetryczne, których funkcja wypłaty jest różnicą między niezerową potęgą ceny instrumentu bazowego a ceną wykonania opcji [Dziawgo 2009; Kuźmierkiewicz 1999, s. 27].

2. Własności asymetrycznych potęgowych opcji kupna

Jeżeli wykładnik potęgi jest liczbą dodatnią, to funkcja wypłaty potęgowej asymetrycznej opcji kupna ma postać:

$$W_{c_1} = \max[S_t^p - K; 0], \quad (1)$$

gdzie: W_{c_1} – wartość funkcji wypłaty potęgowej asymetrycznej opcji kupna dla $p > 0$,

S_t – cena instrumentu bazowego w chwili t ,

t – termin wygaśnięcia opcji, $t \in [0; T]$,

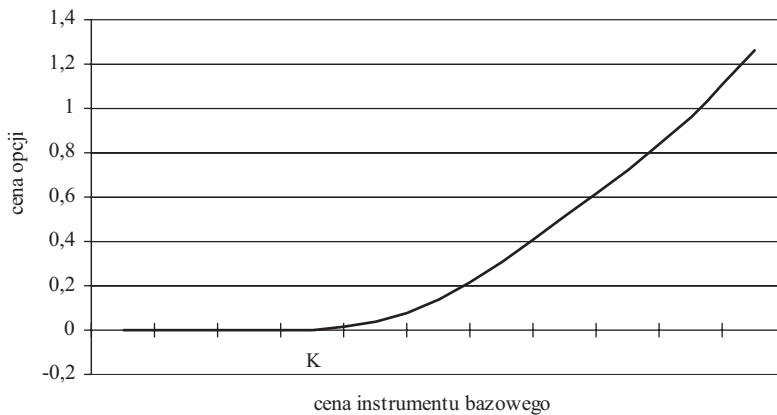
K – cena wykonania opcji,

p – wykładnik potęgi (przy czym $p \neq 0$).

Jeśli wykładnik potęgi w rozpatrywanej funkcji wypłaty wynosi 1, to wówczas dochód z opcji potęgowej jest równy dochodowi otrzymanemu ze zwykłej opcji kupna.

W przypadku kiedy opcja kupna jest *w cenie*¹, wzrost bieżącej ceny instrumentu bazowego wpływa na większą wartość wypłaty z tej opcji. Jeśli wykładnik jest dodatni, ale mniejszy od 1, to wypłata z opcji potęgowej jest mniejsza od wypłaty z odpowiadającej opcji zwykłej. W sytuacji kiedy wykładnik potęgi jest większy od 1, wypłata z potęgowej opcji kupna jest większa od wypłaty otrzymanej z odpowiadającej opcji standardowej. Dlatego opcja potęgowa jest szczególnie atrakcyjnym instrumentem, który może być stosowany w transakcjach spekulacyjnych. Jeśli oczekiwania co do przyszłości rynku sprawdzą się, to opcje potęgowe pozwolą na osiągnięcie korzystniejszego efektu dźwigni finansowej.

¹ Opcja kupna/sprzedaży jest *w cenie* (*in-the-money*), jeśli bieżąca cena instrumentu bazowego jest większa/mniejsza od ceny wykonania opcji. Opcja kupna/sprzedaży jest *nie w cenie* (*out-of-the-money*), jeśli bieżąca cena instrumentu bazowego jest mniejsza/większa od ceny wykonania opcji. Opcja kupna i sprzedaży jest *po cenie* (*at-the-money*), jeśli bieżąca cena instrumentu bazowego jest równa cenie wykonania [Hull 2002, s. 141; Dziawgo 2003, s. 14].



Rys. 1. Wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się ceny potęgowej asymetrycznej opcji kupna (z wykładnikiem potęgi $p = 1,03$) w dniu wygaśnięcia opcji

Źródło: opracowanie własne.

Jeśli wykładnik potęgi jest liczbą ujemną, to funkcja wypłaty potęgowej asymetrycznej opcji kupna jest postaci:

$$W_{c_2} = \max[K - S_t^p; 0], \quad (2)$$

gdzie W_{c_2} – wartość funkcji wypłaty potęgowej asymetrycznej opcji kupna, gdy $p < 0$,

pozostałe oznaczenia takie same jak we wzorze (1).

Wartość potęgowej asymetrycznej opcji kupna wynosi [Zahng 2001, s. 597]:

$$c_t = S_t^p e^{[(p-1)r - pq + 0,5 \cdot p(p-1)\sigma^2] \cdot \tau} N(d_1) - K e^{-r\tau} N(d_2), \quad (3)$$

gdzie: c_t – cena potęgowej asymetrycznej opcji kupna w chwili t ,

r – stopa procentowa wolna od ryzyka,

q – stopa dywidendy,

σ – zmienność ceny instrumentu bazowego²,

$N(x)$ – wartość dystrybuanty rozkładu normalnego zmiennej x ,

τ – termin pozostały do wygaśnięcia opcji,

$$d_1 = d_2 + p\sigma\sqrt{\tau}, \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + (r - q - 0,5\sigma^2) \cdot \tau + \left(\frac{p-1}{p}\right) \ln K}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

pozostałe oznaczenia takie same jak we wzorze (1).

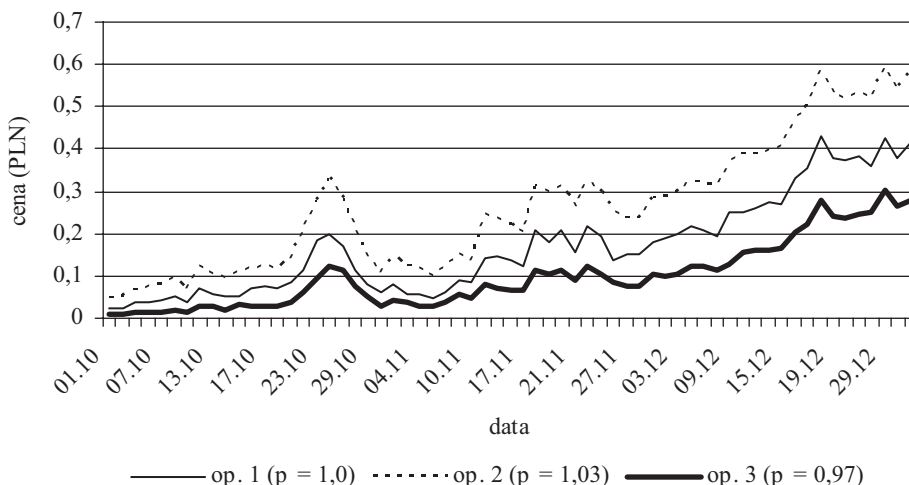
² Mierzona odchyleniem standardowym.

Przykład 1

Analiza empiryczna dotyczy kształtowania się cen potęgowych asymetrycznych opcji kupna różniących się wykładnikiem potęgi. Termin wygaśnięcia rozpatrywanych opcji wynosi 6 miesięcy. Opcje wystawione są na EUR/PLN. Symulacja wyceny dotyczy okresu: 01.10.2008-31.12.2008. Cena wykonania opcji wynosi 3,8 zł. W okresach 23.10-27.10.2008, 18.11-20.11.2008, 24.11-25.11.2008 oraz 01.12.-31.12.2008 rozpatrywane opcje były *w cenie*. W pozostałym analizowanym okresie opcje były *nie w cenie*. Na rys. 2 przedstawiono kształtowanie się cen trzech potęgowych opcji kupna, których wykładnik potęgi jest liczbą dodatnią. Pierwsza z rozpatrywanych opcji charakteryzuje się wykładnikiem potęgi równym 1. Jest to zwykła opcja kupna. Wartość wykładnika potęgi drugiej z rozpatrywanych opcji potęgowych wynosi 1,03. Natomiast wykładnik potęgi trzeciej opcji ma wartość 0,97. Rysunek 3 jest ilustracją kształtowania się cen dwóch opcji (o dodatnim wykładniku potęgi, którego wartość wynosi 0,97), które charakteryzują się różnymi cenami wykonania. Cena wykonania jednej z opcji potęgowej wynosi 3,7 zł, a cena wykonania drugiej rozpatrywanej opcji potęgowej wynosi 3,8 zł.

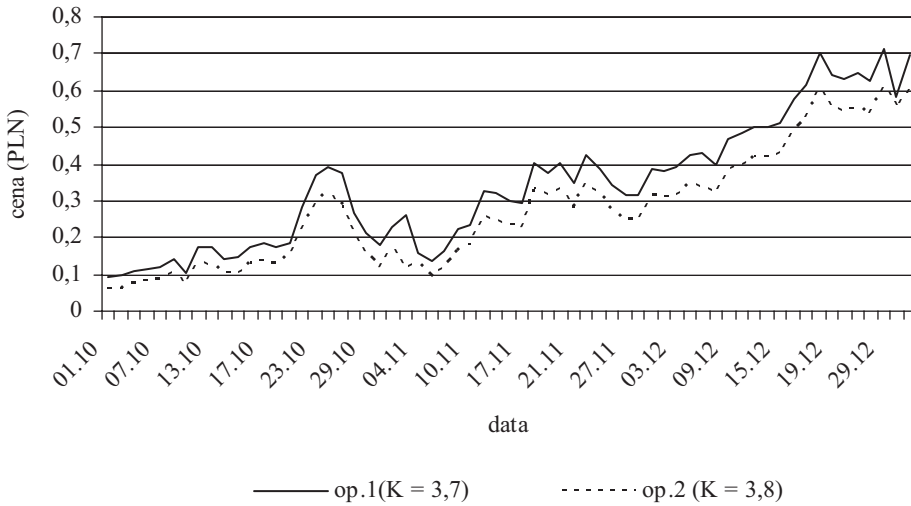
Na rys. 4 przedstawiono wpływ czasu wygaśnięcia na kształtowanie się cen trzech asymetrycznych opcji kupna z dodatnim wykładnikiem potęgi.

Z analizy kształtowania się cen przedstawionych na powyższych wykresach wynika, że w przypadku potęgowych asymetrycznych opcji kupna z dodatnim wykładnikiem potęgi:



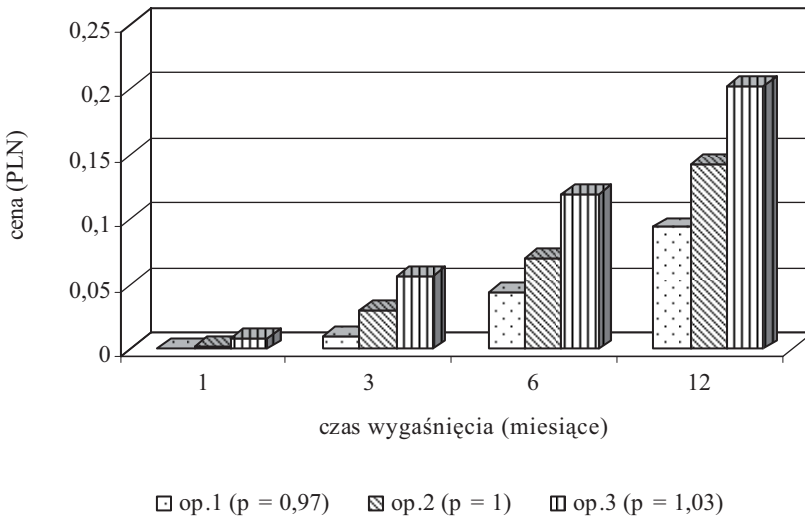
Rys. 2. Kształtowanie się cen potęgowych asymetrycznych opcji kupna z dodatnim wykładnikiem potęgi

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 3. Kształtowanie się ceny potęgowych asymetrycznych opcji kupna (z dodatnim wykładnikiem potęgi) z różnymi cenami wykonania

Źródło: opracowanie własne.

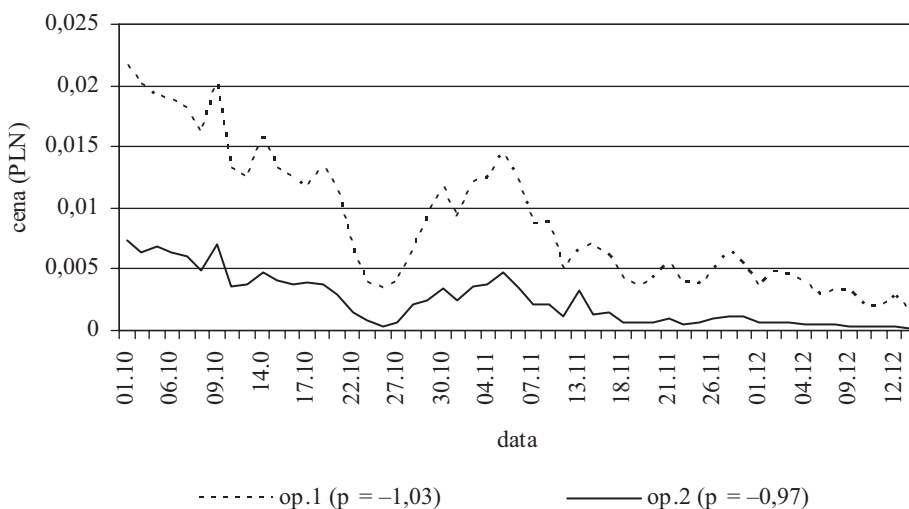


Rys. 4. Wpływ czasu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny potęgowych asymetrycznych opcji kupna z dodatnim wykładnikiem potęgi

Źródło: opracowanie własne.

- wzrost ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost ceny potęgowej opcji kupna,
- spadek bieżącej ceny instrumentu przyczynia się do spadku ceny opcji kupna,
- wzrost wartości wykładnika potęgi wpływa na wzrost ceny opcji potęgowej,
- w przypadku kiedy wykładnik potęgi jest mniejszy od 1, opcja potęgowa jest tańsza od zwykłej opcji kupna,
- opcja potęgowa, której wykładnik potęgi jest większy od 1, jest znacznie droższa od zwykłej opcji kupna,
- wzrost ceny wykonania wpływa na spadek ceny opcji,
- dłuższy termin wygaśnięcia wpływa na wzrost ceny opcji.

Na rys. 5 przedstawiono kształtowanie się ceny dwóch potęgowych opcji kupna o ujemnym wykładniku potęgi. Wykładnik potęgi jednej z opcji wynosi $-1,03$, natomiast druga z rozpatrywanych opcji charakteryzuje się wykładnikiem potęgi równym $-0,97$.

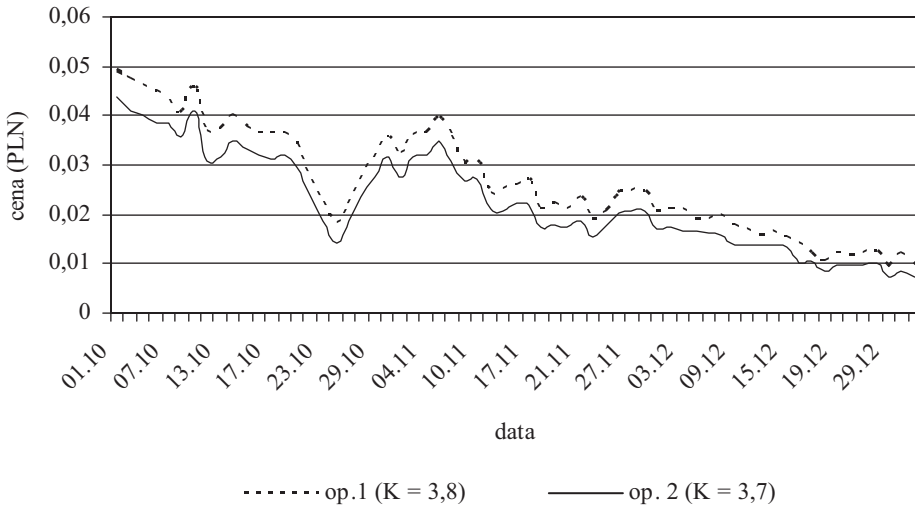


Rys. 5. Kształtowanie się ceny potęgowej asymetrycznej opcji kupna z ujemnym wykładnikiem potęgi

Źródło: opracowanie własne.

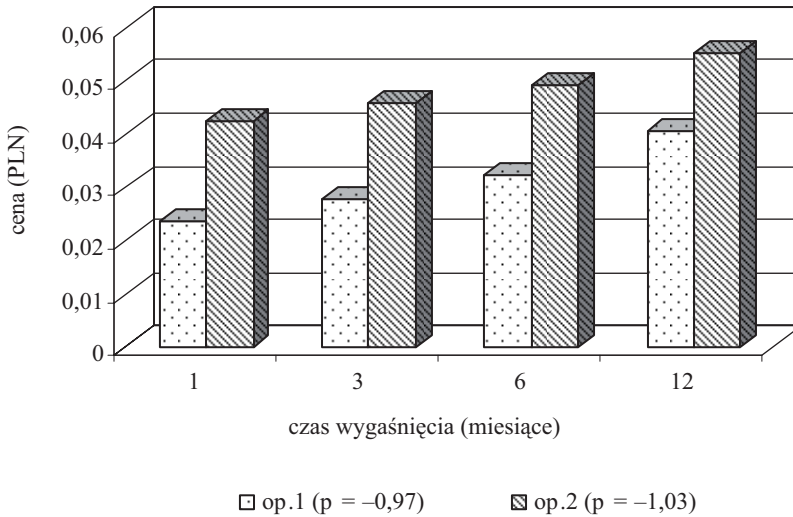
Rysunek 6 ilustruje kształtowanie się cen dwóch opcji potęgowych asymetrycznych opcji kupna (z wykładnikiem potęgi równym $-0,97$), które charakteryzują się różnymi cenami wykonania.

Na rys. 7 przedstawiono wpływ czasu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny asymetrycznych opcji kupna z ujemnym wykładnikiem potęgi.



Rys. 6. Kształtowanie się ceny potęgowej asymetrycznej opcji kupna (z ujemnym wykładnikiem potęgi) z różnymi cenami wykonania

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7. Wpływ czasu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny potęgowej asymetrycznej opcji kupna z ujemnym wykładnikiem potęgi

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku potęgowej asymetrycznej opcji kupna z ujemnym wykładnikiem potęgi:

- wzrost bieżącej ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek ceny opcji,
- spadek bieżącej ceny instrumentu bazowego przyczynia się do wzrostu ceny opcji,
- spadek wartości wykładnika potęgi wpływa na wzrost ceny opcji,
- opcje z wyższą ceną wykonania są droższe,
- dłuższy termin wygaśnięcia wpływa na wzrost ceny opcji.

3. Asymetryczne potęgowe opcje sprzedaży

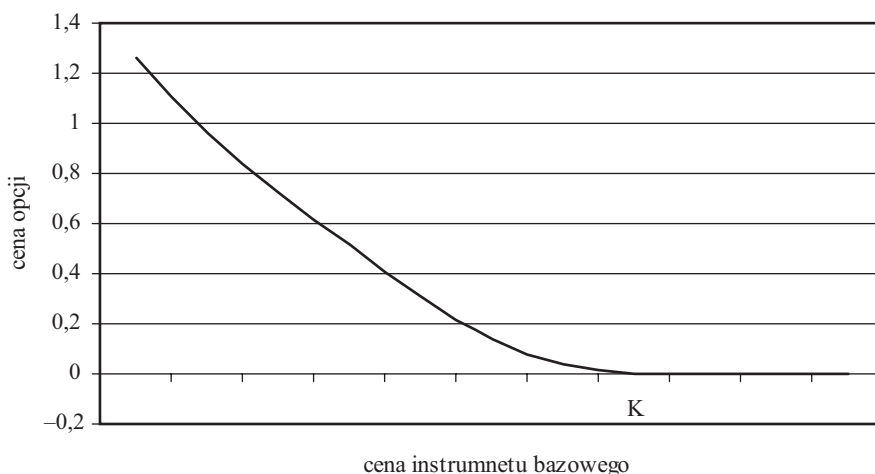
Kiedy wykładnik potęgi jest liczbą dodatnią, to funkcja wypłaty potęgowej asymetrycznej opcji sprzedaży jest postaci:

$$W_{p_1} = \max[K - S_t^p; 0], \quad (4)$$

gdzie: W_{p_1} – wartość funkcji wypłaty potęgowej asymetrycznej opcji sprzedaży dla $p > 0$,

pozostałe oznaczenia takie same jak we wzorze (1).

Jeśli wykładnik potęgi w rozpatrywanej funkcji wypłaty wynosi 1, to wówczas dochód z opcji potęgowej jest równy dochodowi otrzymanemu ze zwykłej opcji sprzedaży. Na rys. 8 przedstawiono wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się ceny potęgowej asymetrycznej opcji sprzedaży (z wykładnikiem potęgi 1,03) w dniu wygaśnięcia opcji.



Rys. 8. Wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się ceny potęgowej asymetrycznej opcji sprzedaży (z wykładnikiem potęgi $p = 1,03$) w dniu wygaśnięcia opcji

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku kiedy opcja sprzedaży jest *w cenie*, wzrost bieżącej ceny instrumentu bazowego wpływa na mniejszą wartość wypłaty z tej opcji. Jeśli wykładnik jest dodatni, ale mniejszy od 1, to wypłata z potęgowej opcji sprzedaży jest większa od wypłaty z odpowiadającej opcji zwykłej. W sytuacji kiedy wykładnik potęgi jest większy od 1, wypłata z opcji potęgowej jest mniejsza od wypłaty otrzymanej z odpowiadającej opcji standardowej.

Jeśli wykładnik potęgi jest liczbą ujemną, to funkcja wypłaty potęgowej asymetrycznej opcji sprzedaży jest postaci:

$$W_{p_2} = \max[S_t^p - K; 0], \quad (5)$$

gdzie: W_{p_2} – wartość funkcji wypłaty potęgowej asymetrycznej opcji sprzedaży gdy $p < 0$,

pozostałe oznaczenia takie same jak we wzorze (1).

Wartość potęgowej asymetrycznej opcji sprzedaży wynosi [Zahng 2001, s. 597]:

$$p_t = Ke^{-r\tau} N(-d_2) - S_t^p e^{[(p-1)r - pq + 0,5 \cdot p(p-1)\sigma^2] \cdot \tau} N(-d_1), \quad (6)$$

gdzie: p_t – cena potęgowej asymetrycznej opcji sprzedaży w chwili t ,

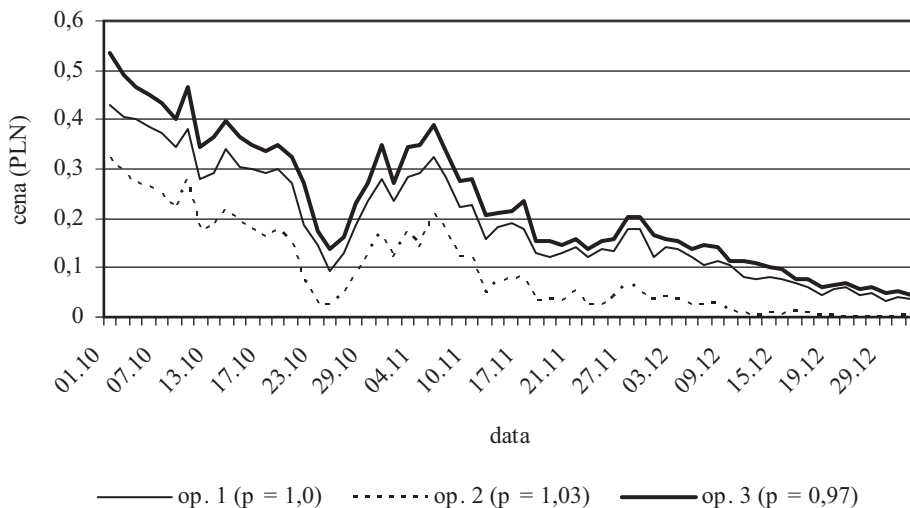
pozostałe oznaczenia takie same jak we wzorze (1).

Przykład 2

Analiza empiryczna dotyczy kształtowania się cen potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży różniących się wykładnikiem potęgi. Termin wygaśnięcia rozpatrywanych opcji wynosi 6 miesięcy. Opcje wystawione są na EUR/PLN. Symulacja wyceny dotyczy okresu: 01.10.2008-31.12.2008. Cena wykonania opcji wynosi 3,8 zł. W okresach 23.10-27.10.2008, 18.11-20.11.2008, 24.11-25.11.2008 oraz 01.12-31.12.2008 analizowane opcje były *nie w cenie*. W pozostałym rozpatrywanym okresie opcje były *w cenie*. Na rys. 9 przedstawiono kształtowanie się cen trzech potęgowych opcji sprzedaży, których wykładnik potęgi jest liczbą dodatnią. Pierwsza z rozpatrywanych opcji charakteryzuje się wykładnikiem potęgi równym 1. Jest to zwykła opcja sprzedaży. Wartość wykładnika potęgi drugiej z rozpatrywanych opcji potęgowych wynosi 1,03. Natomiast wykładnik potęgi trzeciej opcji ma wartość 0,97.

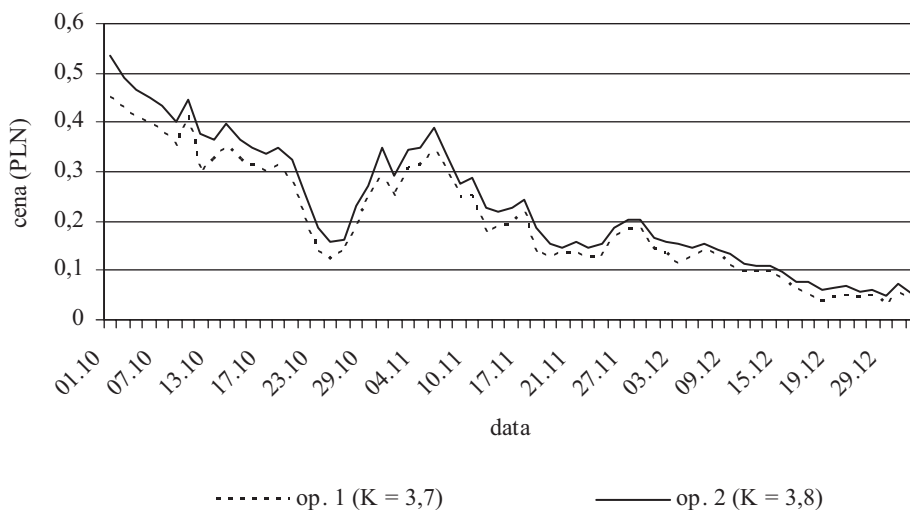
Na rys. 10 jest przedstawiono kształtowanie się cen dwóch opcji sprzedaży (o dodatnim wykładniku potęgi równym 0,97), które charakteryzują się różnymi cenami wykonania. Cena wykonania jednej z opcji potęgowej wynosi 3,7 zł, a cena wykonania drugiej rozpatrywanej opcji potęgowej wynosi 3,8 zł.

Z kolei rys. 11 jest ilustracją wpływu czasu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży z dodatnim wykładnikiem potęgi (wykładnik potęgi wynosi 0,97).



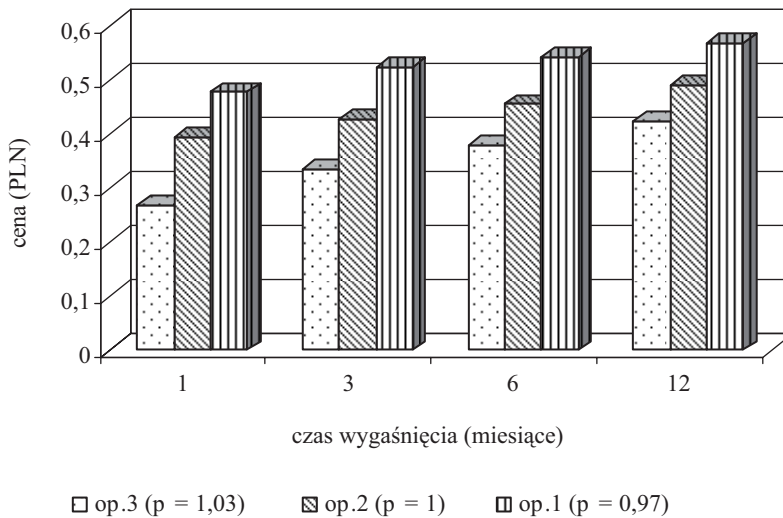
Rys. 9. Kształtowanie się cen potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży z dodatnim wykładnikiem potęgi

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 10. Kształtowanie się ceny potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży (z dodatnim wykładnikiem potęgi) z różnymi cenami wykonania

Źródło: opracowanie własne.



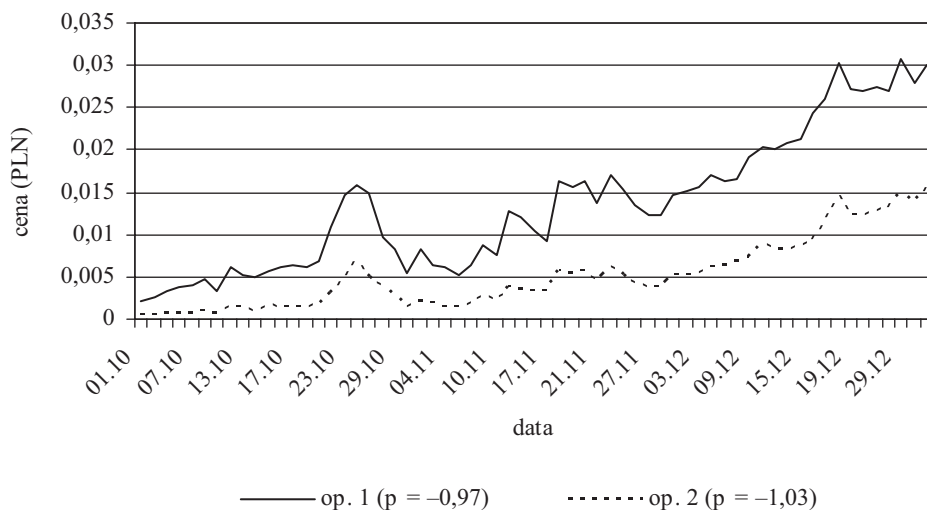
Rys. 11. Wpływ czasu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży z dodatnim wykładnikiem potęgi

Źródło: opracowanie własne.

Z analizy kształtowania się cen przedstawionych na rys. 9, 10 oraz 11 wynika, że w przypadku potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży z dodatnim wykładnikiem potęgi:

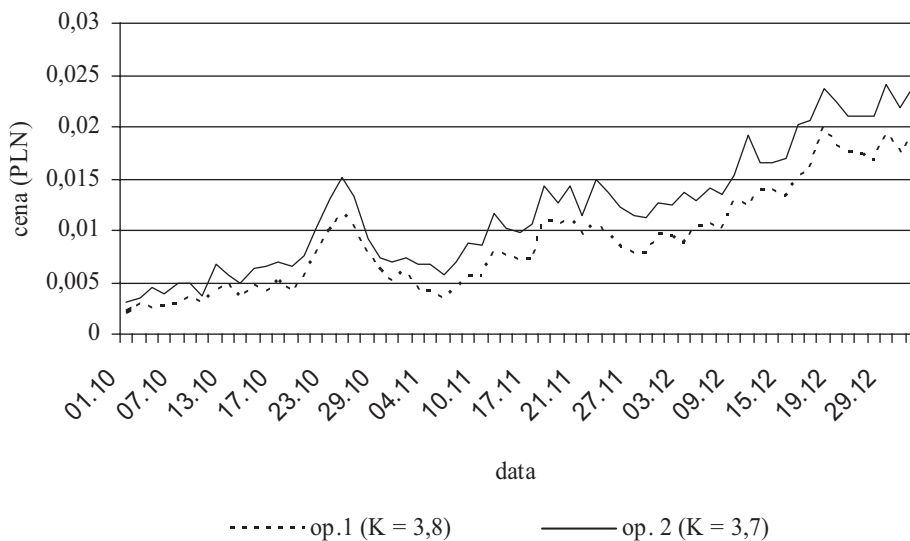
- wzrost ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek ceny opcji potęgowej,
- spadek bieżącej ceny instrumentu przyczynia się do wzrostu ceny potęgowej opcji sprzedaży,
- wzrost wartości wykładnika potęgi wpływa na spadek ceny potęgowej opcji sprzedaży,
- w przypadku, kiedy wykładnik potęgi jest mniejszy od 1, opcja potęgowa jest droższa od zwykłej opcji sprzedaży,
- opcja potęgowa, której wykładnik potęgi jest większy od 1, jest znacznie tańsza od zwykłej opcji sprzedaży,
- wzrost ceny wykonania wpływa na wzrost ceny analizowanych opcji sprzedaży,
- opcje z dłuższym terminem wygaśnięcia są droższe.

Na rys. 12 przedstawiono kształtowanie się ceny dwóch potęgowych opcji sprzedaży charakteryzujących się ujemnym wykładnikiem potęgi. Wykładnik potęgi jednej z opcji wynosi $-0,97$, natomiast druga z rozpatrywanych opcji charakteryzuje się wykładnikiem potęgi równym $-1,03$.



Rys. 12. Kształtowanie się ceny potęgowej asymetrycznej opcji sprzedaży z ujemnym wykładnikiem potęgi

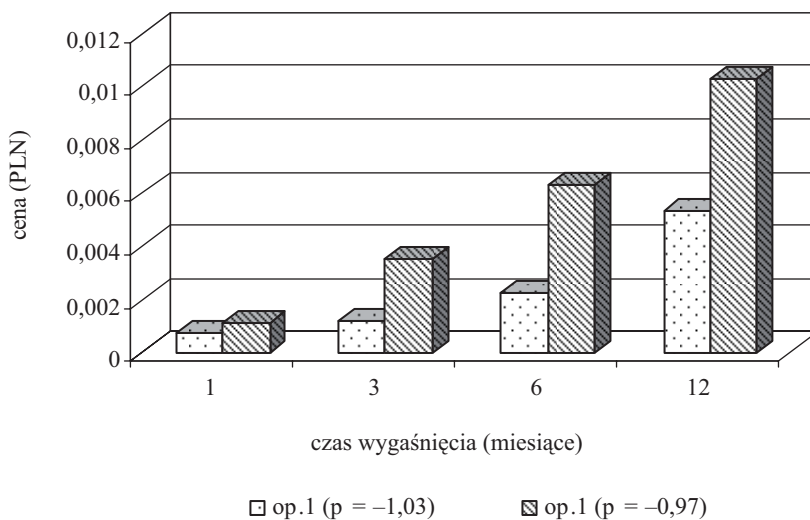
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 13. Kształtowanie się ceny potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży (z ujemnym wykładnikiem potęgi) z różnymi cenami wykonania

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 13 ilustruje wpływ ceny wykonania na kształtowanie się cen dwóch opcji potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży z wykładnikiem potęgi $-0,97$. Na rys. 14 przedstawiono wpływ czasu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży z ujemnym wykładnikiem potęgi.



Rys. 14. Wpływ czasu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży z ujemnym wykładnikiem potęgi

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku potęgowej asymetrycznej opcji sprzedaży z ujemnym wykładnikiem potęgi:

- wzrost bieżącej ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost ceny potęgowej opcji sprzedaży,
- spadek bieżącej ceny instrumentu bazowego przyczynia się do spadku ceny opcji,
- wzrost ceny wykonania wpływa na spadek ceny opcji,
- spadek wartości wykładnika potęgi powoduje spadek ceny potęgowej opcji sprzedaży,
- opcje charakteryzujące się dłuższym terminem wygaśnięcia są droższe.

4. Podsumowanie

Opcje potęgowe występują w obrocie na rynku pozagiełdowym. Wykładnik potęgi w istotny sposób wpływa na cenę potęgowych opcji asymetrycznych, a tym samym może się przyczynić do osiągnięcia wyższej dźwigni finansowej. Potęgowe

opcje asymetryczne są więc szczególnym instrumentem, który może być stosowany w transakcjach spekulacyjnych. W przypadku potęgowej opcji kupna o dodatnim wykładniku wartość końcowa opcji jest rosnącą funkcją ceny instrumentu bazowego. Natomiast w sytuacji kiedy wykładnik jest ujemny, wzrost ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek ceny asymetrycznej potęgowej opcji kupna. Z analizy kształtowania się cen potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży wynika, że jeżeli opcja charakteryzuje się dodatnią wartością wykładnika, to wartość końcowa opcji jest malejącą funkcją ceny instrumentu bazowego. Z kolei jeżeli wykładnik jest ujemny, to wzrost ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost ceny potęgowej asymetrycznej opcji sprzedaży.

Asymetryczne opcje potęgowe mogą być również stosowane w celu zabezpieczenia firmy przed niekorzystnymi zmianami cen instrumentu bazowego. Podobnie jak opcje zwykłe, mogą zapewnić firmie poziom zabezpieczenia do oczekiwanej zmienności ceny instrumentu bazowego, ale poprzez stwarzaną możliwość wyboru odpowiedniej wartości wykładnika pozwalają na obniżenie wysokości kosztu tego zabezpieczenia.

Literatura

- Dziawgo E., *Modele kontraktów opcyjnych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, Toruń 2003.
- Dziawgo E., *Wycena potęgowej asymetrycznej opcji kupna*, „Acta Universitatis Nicolai Copernici” Ekonomia XL, Wydawnictwo Mikołaja Kopernika w Toruniu, Toruń 2009.
- Hull J.C., *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall International, Inc. 2002.
- Jajuga K., Gudaszewski W., Mróz W., *Opcje egzotyczne – wprowadzenie*, „Rynek Terminowy” 2004, nr 23.
- Kuźmierkiewicz M., *Ogólna charakterystyka opcji egzotycznych*, „Bank i Kredyt” 1999, nr 4.
- Tarczyński W., *Instrumenty pochodne na rynku kapitałowym*, PWE, Warszawa 2003.
- Zahng P.G., *Exotic Options. A Guide to Second Generation Options*, World Scientific, Singapore 2001.

PROPERTIES OF ASYMMETRIC POWER OPTIONS

Summary: In risk, management options are an attractive financial instrument. The article presents the properties of asymmetric power options exemplified by the pricing of the currency asymmetric power options on EUR/PLN, examination of the selected factors impact on the options.