

Grażyna Trzpiot, Przemysław Jeziorski

Akademia Ekonomiczna w Katowicach

IMPLEMENTACJA MODELI CAVIAR Z WYKORZYSTANIEM ROLOWANEJ REGRESJI KWANTYLOWEJ

Streszczenie: W pracy zostanie przedstawione podejście regresji kwantylowej do szacowania VaR , które nie czyni założeń co do klasy rozkładu stóp zwrotu. W drugiej części pracy przedstawione zostaną modele $CaViaR$, które wykorzystują fakt występowania autokorelacji i skupiania się zmienności na rynkach finansowych. Poprawność modelu będzie zweryfikowana na podstawie testu Kupca, który weryfikuje hipotezę o zgodności liczby przekroczeń VaR z założonym poziomem istotności α . A zatem test sprawdzi, czy otrzymane wartości VaR nie są niedoszacowane lub przeszacowane, z uwagi na niedostosowanie założeń do empirycznego rozkładu stóp zwrotu.

1. Wstęp

Precyzyjna estymacja kwantyla rozkładu jest szczególnie istotna z punktu widzenia miary zagrożenia *Value at Risk* (VaR). Jest to miara, która określa stratę, jaka może zostać przekroczona z prawdopodobieństwem α na instrumencie finansowym lub portfelu w określonym horyzoncie czasowym. VaR z punktu widzenia statystyki jest kwantylem rzędu α z rozkładu stóp zwrotu. Istniejące podejścia estymacji VaR zakładają rozkład kształtowania stóp zwrotu – metoda wariancji-kowariancji, metoda symulacji *Monte Carlo* – lub modelują VaR na podstawie historycznego ciągu obserwacji – metoda symulacji historycznej. W metodach zakładających istnienie pewnego rozkładu stóp zwrotu najczęściej wskazuje się, że stopy zwrotu posiadają rozkład normalny. Jak pokazuje praktyka, rozkład normalny nie zawsze jest dobrą aproksymacją zrealizowanych stóp zwrotu. Natomiast w podejściu symulacji historycznej problematyczny jest fakt, że estymowane wartości szacowane są skokowo.

W pracy zostanie przedstawione podejście regresji kwantylowej do szacowania VaR , które nie czyni założeń co do klasy rozkładu stóp zwrotu. W drugiej części pracy przedstawione zostaną modele $CaViaR$, które wykorzystują fakt występowania autokorelacji i skupiania się zmienności na rynkach finansowych. Poprawność modelu zostanie zweryfikowana na podstawie testu Kupca, który weryfikuje hipotezę o

zgodności liczby przekroczeń VaR z założonym poziomem istotności α . A zatem test sprawdza, czy otrzymane wartości VaR nie są niedoszacowane lub przeszacowane, z uwagi na niedostosowanie założeń do empirycznego rozkładu stóp zwrotu.

Tabela 1. Porównanie metod szacowania VaR

	Metoda wariancji-kowariancji	Metoda symulacji Monte Carlo	Metoda symulacji historycznej	Metoda regresji kwantylowej
Założenie dla stóp zwrotu	Rozkład normalny	Rozkład normalny	Brak	Brak
Macierz korelacji między instrumentami	Niezbędna macierz korelacji pomiędzy składnikami portfela	Niezbędna macierz korelacji pomiędzy składnikami portfela	Niewymagana – korelacje uwzględnione zostają w stopach zwrotu portfela	Niewymagana – korelacje uwzględnione zostają w stopach zwrotu portfela
Charakterystyka szacowanego VaR	Płynnie, jednak słabe reagowanie na wartości skrajne	Płynnie, jednak słabe reagowanie na wartości skrajne	Skokowo – kilka odstających obserwacji powoduje utrzymywanie VaR na stałym poziomie przez długi czas	Natychmiastowe reagowanie na bieżącą sytuację rynku – szybka reakcja na wartości skrajne, jednak bez nadmiernego utrzymywania VaR na restrykcyjnym poziomie
Sposób szacowania VaR	VaR wyznaczony jako percentyl rzędu α rozkładu normalnego	Wymagane kilka tysięcy scenariuszy dla stóp zwrotu na, podstawie których wyznaczany jest VaR	VaR jako percentyl historycznego rozkładu stóp zwrotu	VaR wyznaczony zostaje jako warunkowy kwantyl w regresji kwantylowej

Źródło: opracowanie własne.

2. Regresja kwantylowa

Klasyczna metoda najmniejszych kwadratów szacuje warunkowe średnie zmiennej objaśnianej. Koenker oraz Bassett (1978) przełożyli rozważania z warunkowej średniej na warunkowy kwantyl i wprowadzili pojęcie regresji kwantylowej. Estymatory MNK są nieobciążone, w przypadku gdy spełnione jest założenie o występowaniu rozkładu normalnego dla reszt w modelu. W przypadku gdy nie jest spełniona normalność reszt, a taka sytuacja często występuje na rynkach finansowych ze względu na „grube ogony” rozkładów, pomocne stają się odporne metody estymacji, do których zaliczana jest regresja kwantylowa. Estymatory regresji kwantylowej posiadają podobną efektywność jak estymatory MNK , w przypadku gdy spełnione jest założenie o występowaniu rozkładu normalnego dla reszt modelu,

oraz lepsze własności w przypadku braku spełnienia założenia o normalności reszt modelu [Koenker, Bassett 1978]. Początkiem rozważań na temat regresji kwantylowej było sformułowanie problemu minimalizacji, pozwalającego wyznaczyć prosty kwantyl z próby. Jeżeli założona zostanie próba losowa $\{y_t: t = 1, \dots, T\}$ zmiennej losowej Y , kwantyl b rzędu θ jest wyznaczany poprzez minimalizację następującego wyrażenia:

$$\min_{b \in \mathbb{R}} \left\{ \sum_{t \in \{t: y_t \geq b\}} \theta |y_t - b| + \sum_{t \in \{t: y_t < b\}} (1 - \theta) |y_t - b| \right\}. \quad (1)$$

Przedstawione powyżej wyrażenie pozwoliło w sposób analogiczny sformułować zagadnienie regresji kwantylowej, w której dane są K -elementowy wektor zmiennych objaśniających $\{x_t: t = 1, \dots, T\}$ oraz zmienna objaśniana $\{y_t: t = 1, \dots, T\}$, tworzące model postaci $y_t = x_t \beta + u_t$. Parametry regresji kwantylowej rzędu θ , które wyznaczają warunkowy kwantyl rozkładu y_t względem zadanych zmiennych objaśniających x_t , szacowane są poprzez minimalizację następującego wyrażenia:

$$\min_{b \in \mathbb{R}^k} \left\{ \sum_{t \in \{t: y_t \geq x_t b\}} \theta |y_t - x_t b| + \sum_{t \in \{t: y_t < x_t b\}} (1 - \theta) |y_t - x_t b| \right\}. \quad (2)$$

Regresja kwantylowa wskazuje na ważenie reszt modelu. Umożliwia to „przesunięcie” funkcji regresji w stronę wartości niższych bądź wyższych, w zależności czy rząd kwantyla jest bliższy zera lub jedności. W przedstawionej zależności można zauważyć przejście z warunkowej średniej zmiennej objaśnianej na warunkowy kwantyl zmiennej objaśnianej przy założonych wartościach zmiennej objaśniającej (zmiennych objaśniających). A zatem dla danego szeregu obserwacji y_t oraz x_t szacowane są parametry modelu regresji kwantylowej, które wyznaczają warunkowy kwantyl $x_t \beta$ rzędu θ przy zadanych wartościach x_t .

Odnosząc się do rynków finansowych, oszacowanie parametrów regresji kwantylowej i tym samym kwantyla warunkowego rzędu θ dla stóp zwrotu r_t odbędzie się poprzez przyjęcie za zmienną objaśniającą opóźnionej stopy zwrotu r_{t-1} [Doman 2009]. Stąd *VaR* określający z prawdopodobieństwem θ stratę, jaka może zostać przekroczona na instrumencie finansowym lub portfelu w okresie $t + 1$, jest funkcją opóźnionej stopy zwrotu i może zostać oszacowany poprzez minimalizację następującego wyrażenia:

$$\min_{b \in \mathbb{R}^k} \left\{ \sum_{t \in \{t: r_t \geq r_{t-1} b\}} \theta |r_t - r_{t-1} b| + \sum_{t \in \{t: r_t < r_{t-1} b\}} (1 - \theta) |r_t - r_{t-1} b| \right\}. \quad (3)$$

Przedstawiony model regresji kwantylowej szacuje kwantyl rzędu θ stóp zwrotu r_t w, zależności od opóźnionej stopy zwrotu r_{t-1} , nie czyniąc żadnych założeń dla klasy rozkładu stóp zwrotu. Wyznaczenie prognozy *VaR* odbędzie się poprzez

oszacowanie parametrów modelu regresji kwantylowej dla dostępnego szeregu czasowego, a następnie oszacowanie VaR w okresie $t + 1$ jako wartości warunkowego kwantyla uzależnionego od opóźnionej stopy zwrotu r_{t-1} :

$$VaR_{\alpha,t+1} = b_0 + b_1 r_t, \quad (4)$$

gdzie oceny parametrów b_0 oraz b_1 zostały oszacowane z wykorzystaniem regresji kwantylowej rzędu $\theta = \alpha$ i szacują *Value at Risk* w zadanym horyzoncie czasowym z prawdopodobieństwem α przekroczenia wyznaczonego poziomu strat.

3. Modele CaViaR

Zaproponowane modele *CaViaR* przez Engle i Manganelli [1999] uwzględniają zjawisko występowania autokorelacji na rynkach finansowych. Zakładają, że sytuacja na rynku dnia dzisiejszego w dużym stopniu zależy od wydarzeń, które nastąpiły kilka dni wcześniej. Założenie jest całkowicie uzasadnione, gdyż na rynkach finansowych bardzo często występuje zjawisko skupiania się zmienności. Elementem każdego rynku są inwestorzy, dlatego każdej inwestycji towarzyszy również aspekt psychologiczny, a nie tylko fundamentalny czy techniczny, więc wysoka (niska) stopa zwrotu z dużym prawdopodobieństwem wywoła kolejną wysoką (niską) stopę zwrotu. Ta cecha finansowych szeregów czasowych przemawia za stosowaniem modeli autoregresyjnych do szacowania wartości zagrożonej. Ponadto modele *CaViaR* nie zakładają istnienia rozkładu normalnego kształtującego stopy zwrotu, co nie powoduje niedoszacowania VaR ze względu na występowanie leptokurtozy w stopach zwrotu.

Autorzy Engle i Manganelli w swojej pracy przedstawili pięć modeli, które uwzględniają opóźnienia rzędu pierwszego:

Adaptacyjny:

$$VaR_t = VaR_{t-1} + \beta_1 [I(r_{t-1} \leq VaR_{t-1}) - \alpha]. \quad (5)$$

Proporcjonalnie adaptacyjny, symetryczny:

$$VaR_t = VaR_{t-1} + \beta_1 (|r_{t-1}| - VaR_{t-1})^+ - \beta_2 (|r_{t-1}| - VaR_{t-1})^-. \quad (6)$$

Symetryczny wartości bezwzględnej:

$$VaR_t = \beta_0 + \beta_1 VaR_{t-1} + \beta_2 |r_{t-1}|. \quad (7)$$

Asymetryczny wartości bezwzględnej:

$$VaR_t = \beta_0 + \beta_1 VaR_{t-1} + \beta_2 |r_{t-1} - \beta_3|. \quad (8)$$

Asymetryczny nachylenia:

$$VaR_t = \beta_0 + \beta_1 VaR_{t-1} + \beta_2 (r_{t-1})^+ + \beta_3 (r_{t-1})^-. \quad (9)$$

Model adaptacyjny jest modelem prognozującym *VaR* na podstawie *VaR* z okresu poprzedniego oraz funkcji wskaźnikowej sprawdzającej czy stopa zwrotu w okresie poprzednim przekroczyła wyznaczony poziom wartości narażonej na ryzyko. Model proporcjonalnie adaptacyjny, symetryczny uwzględnia wartość *VaR* z okresu poprzedniego oraz dwa składniki obejmujące dodatnie i ujemne odchylenia bezwzględnych stóp zwrotu od *Value at Risk* w okresie poprzednim. Model symetryczny wartości bezwzględnej wykorzystuje informacje o *VaR* w okresie poprzednim oraz bezwzględną wartość stopy zwrotu z okresu poprzedniego. Model asymetryczny wartości bezwzględnej również uwzględnia *VaR* z okresu poprzedniego, jednak drugi składnik mierzy bezwzględne odchylenia stopy zwrotu w okresie poprzednim od pewnego poziomu, który jest szacowany. Model asymetryczny nachylenia podczas prognozowania *VaR*, poza wartością zagrożoną w okresie poprzednim, uwzględnia dwa składniki obejmujące dodatnie oraz ujemne stopy zwrotu.

Dysponując oszacowanymi wartościami *VaR* z wykorzystaniem regresji kwantylowej, w której zmienną objaśniającą jest opóźniona stopa zwrotu r_{t-1} , można oszacować modele *CaViaR*. Szacowanie parametrów modeli autoregresji może odbyć się z wykorzystaniem regresji kwantylowej, w której przyjęty zostanie rząd θ równy poziomowi istotności szacowanego *VaR*.

W celu oceny poprawności oszacowanych modeli wykorzystany zostanie test przekroczeń Kupca (1995), który sprawdza hipotezę o równości liczby przekroczeń z założonym poziomem istotności *VaR*. Statystyka testowa przy założeniu prawdziwości hipotezy zerowej posiada asymptotyczny rozkład χ^2 z 1 stopniem swobody i ma postać:

$$LR = -2 \ln \left[(1 - \alpha)^{T-N} \alpha^N \right] + 2 \ln \left[\left(1 - \frac{N}{T} \right)^{N-T} \left(\frac{N}{T} \right)^N \right] \quad (10)$$

gdzie: α – poziom istotności *VaR*,
 T – liczebność próby,
 N – liczba przekroczeń *VaR*.

4. Badania empiryczne

Value at Risk wyznaczony, na podstawie regresji kwantylowej zostanie porównany z metodą wariancji-kowariancji szacowania *VaR*. W okresie od 3 stycznia 2005 r. do 5 czerwca 2009 r. wyznaczone zostały stopy zwrotu indeksu WIG 20 oraz portfela minimalizującego ryzyko przy założonej stopie zwrotu. Portfel tworzą trzy spółki: TVN, TPSA, PKOBP o udziałach wynoszących odpowiednio: 28, 14 oraz 58%. Pod kątem oceny efektywności oszacowanych *VaR* – przy użyciu testu Kupca – zweryfikowane zostaną trzy modele *CaViaR*:

Model I:

$$VaR_t = \beta_0 + \beta_1 VaR_{t-1} + \beta_2 |r_{t-1}|. \quad (11)$$

Model II:

$$VaR_t = \beta_0 + \beta_1 VaR_{t-1} + \beta_2 (r_{t-1})^+ + \beta_3 (r_{t-1})^-. \quad (12)$$

Model III:

$$VaR_t = VaR_{t-1} + \beta_1 (|r_{t-1}| - VaR_{t-1})^+ - \beta_2 (|r_{t-1}| - VaR_{t-1})^-. \quad (13)$$

VaR zostanie wyznaczony dla poziomu istotności 1, 2 oraz 5%, zakładając różną szerokość okna, na podstawie którego szacowany był VaR : 20, 60, 120 oraz 250 sesji.

Poniżej przedstawiona została liczba przekroczeń VaR dla wszystkich modeli wraz z podanymi w nawiasach poziomami p -value, pozwalającymi przyjąć lub odrzucić hipotezę o równości liczby przekroczeń VaR z założonym poziomem istotności.

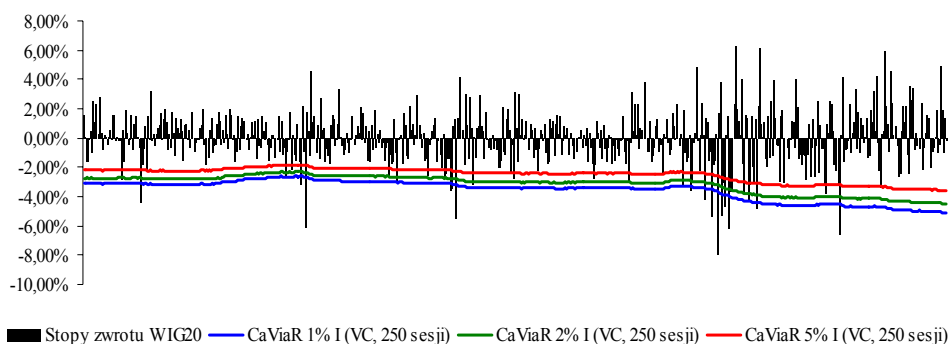
Tabela 2. Udział przekroczeń VaR dla WIG 20 oraz p -value dla testu Kupca

Metoda	Liczba sesji	CaViaR I – WIG 20			CaViaR II – WIG 20			CaViaR III – WIG 20		
		CaViaR _{1%}	CaViaR _{2%}	CaViaR _{5%}	CaViaR _{1%}	CaViaR _{2%}	CaViaR _{5%}	CaViaR _{1%}	CaViaR _{2%}	CaViaR _{5%}
VC	20	2,97% (0,000)	3,95% (0,002)	6,92% (0,040)	3,13% (0,000)	3,95% (0,002)	6,92% (0,040)	2,97% (0,000)	4,12% (0,001)	7,08% (0,026)
	60	2,80% (0,000)	3,79% (0,005)	5,60% (0,504)	2,80% (0,000)	3,79% (0,005)	5,60% (0,504)	2,80% (0,000)	3,79% (0,005)	5,60% (0,504)
	120	2,64% (0,001)	3,46% (0,020)	6,26% (0,170)	2,64% (0,001)	3,46% (0,020)	6,26% (0,170)	2,64% (0,001)	3,46% (0,020)	6,26% (0,170)
	250	2,80% (0,000)	4,12% (0,001)	6,59% (0,086)	2,80% (0,000)	4,12% (0,001)	6,59% (0,086)	2,64% (0,001)	4,12% (0,001)	6,59% (0,086)
QR	20	4,61% (0,000)	4,61% (0,000)	4,61% (0,658)	6,92% (0,000)	6,92% (0,000)	6,92% (0,040)	1,65% (0,143)	2,64% (0,286)	3,62% (0,103)
	60	1,48% (0,265)	1,48% (0,340)	3,29% (0,040)	1,81% (0,071)	1,81% (0,737)	4,28% (0,407)	0,49% (0,165)	0,66% (0,006)	2,97% (0,013)
	120	0,49% (0,165)	1,81% (0,737)	4,12% (0,305)	0,82% (0,653)	1,98% (0,968)	4,28% (0,407)	0,82% (0,653)	1,48% (0,340)	3,13% (0,024)
	250	0,99% (0,977)	1,98% (0,968)	4,45% (0,525)	1,15% (0,711)	2,14% (0,805)	4,61% (0,658)	0,33% (0,054)	1,65% (0,522)	2,97% (0,013)

Źródło: opracowanie własne.

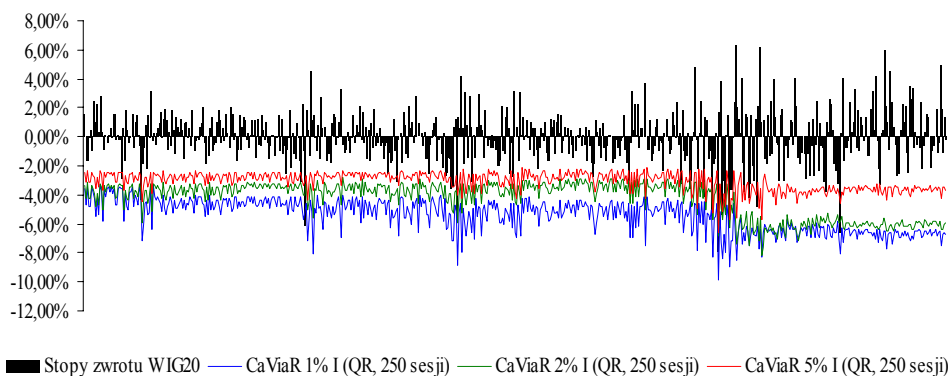
Wszystkie wartości VaR na poziomie istotności 1 oraz 2%, szacowane metodą wariancji-kowariancji, są niedoszacowane (p -value < 0,05). Wynika to z faktu występowania „grubych ogonów” rozkładu stóp zwrotu. Dla metody wariancji-kowariancji

VaR na poziomie istotności 5% posiada w większości przypadków liczbę przekroczeń zgodną z założonym poziomem istotności ($p\text{-value} > 0,05$). Model oparty na podejściu wariancji-kowariancji zakłada występowanie rozkładu normalnego. Rozkład normalny różni się znacznie bardziej od empirycznego rozkładu stóp zwrotu w przypadku silnie skrajnych wartości, tj. 1 oraz 2% w porównaniu z 5-procentowym percentylem, dlatego niespełnienie założenia normalności rozkładu przez stopy zwrotu jest silniej obserwowane w przypadku *VaR* szacowanego na poziomie istotności 1 oraz 2%. Modele oparte na regresji kwantylowej, w której nie występuje założenie dla rozkładu stóp zwrotu, posiadają znacznie wyższą zgodność przekroczeń *VaR* z założonym poziomem istotności. Tylko *VaR* szacowany na krótkim okresie (20 sesji) w większości przypadków był niedoszacowany ($p\text{-value} < 0,05$), jednak wydłużenie okresu pozwoliło uzyskać nieobciążone szacunki *VaR* ($p\text{-value} > 0,05$).



Rys. 1. Stopy zwrotu WIG 20 oraz oszacowane *VaR* dla modelu *CaViaR I* metodą wariancji-kowariancji

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 2. Stopy zwrotu WIG 20 oraz oszacowane *VaR* dla modelu *CaViaR I* metodą regresji kwantylowej

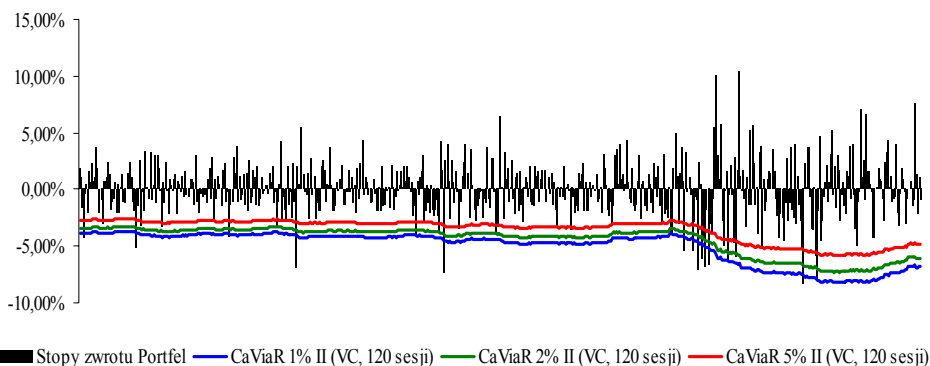
Źródło: opracowanie własne.

Wyniki uzyskane dla portfela są zbliżone z wynikami uzyskanymi dla WIG 20. Metoda wariancji-kowariancji oraz założenie normalności stóp zwrotu powodują niedoszacowanie VaR , natomiast metoda regresji kwantylowej pozwala w większości prezentowanych modeli uzyskać nieobciążone oszacowania VaR ($p\text{-value} > 0,05$).

Tabela 3. Udział przekroczeń VaR dla portfela oraz $p\text{-value}$ dla testu Kupca

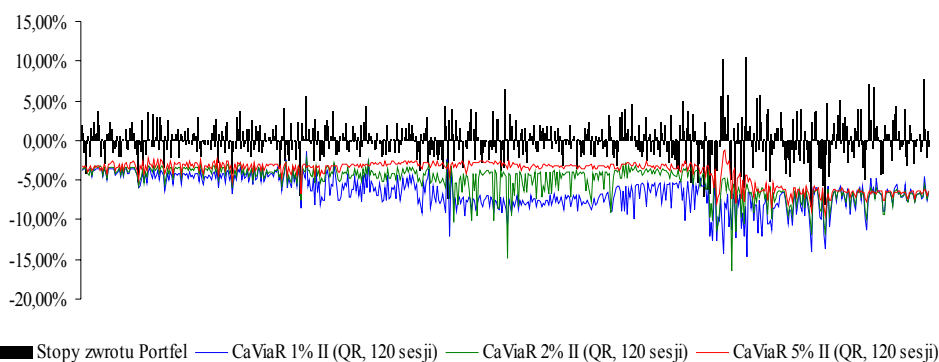
Metoda	Liczba sesji	$CaViaR\ I - Portfel$			$CaViaR\ II - Portfel$			$CaViaR\ III - Portfel$		
		$CaViaR_{1\%}$	$CaViaR_{2\%}$	$CaViaR_{5\%}$	$CaViaR_{1\%}$	$CaViaR_{2\%}$	$CaViaR_{5\%}$	$CaViaR_{1\%}$	$CaViaR_{2\%}$	$CaViaR_{5\%}$
VC	20	1,81% (0,071)	2,97% (0,113)	5,60% (0,504)	2,14% (0,014)	2,97% (0,113)	5,44% (0,626)	2,14% (0,014)	2,97% (0,113)	5,44% (0,626)
	60	2,31% (0,006)	2,80% (0,184)	5,44% (0,626)	2,31% (0,006)	2,97% (0,113)	5,44% (0,626)	2,47% (0,002)	2,97% (0,113)	5,60% (0,504)
	120	2,31% (0,006)	3,29% (0,037)	5,60% (0,504)	2,31% (0,006)	3,29% (0,037)	5,60% (0,504)	2,31% (0,006)	3,29% (0,037)	5,77% (0,397)
	250	2,47% (0,002)	3,79% (0,005)	6,75% (0,059)	2,47% (0,002)	3,79% (0,005)	6,75% (0,059)	2,47% (0,002)	3,62% (0,010)	6,75% (0,059)
QR	20	3,62% (0,000)	3,62% (0,010)	3,62% (0,103)	5,11% (0,000)	5,11% (0,000)	5,11% (0,904)	2,14% (0,014)	2,80% (0,184)	4,12% (0,305)
	60	1,32% (0,453)	1,15% (0,106)	3,13% (0,024)	1,81% (0,071)	1,65% (0,522)	4,12% (0,305)	1,15% (0,711)	1,98% (0,968)	4,28% (0,407)
	120	0,82% (0,653)	1,81% (0,737)	4,28% (0,407)	1,15% (0,711)	1,98% (0,968)	5,27% (0,761)	0,49% (0,165)	2,14% (0,805)	3,79% (0,153)
	250	1,81% (0,071)	1,98% (0,968)	5,11% (0,904)	1,81% (0,071)	1,81% (0,737)	5,77% (0,397)	0,82% (0,653)	1,81% (0,737)	4,78% (0,800)

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 3. Stopy zwrotu portfela oraz oszacowane VaR dla modelu $CaViaR\ II$ metodą wariancji kowariancji

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 4. Stopy zwrotu portfela oraz oszacowane *VaR* dla modelu *CaViaR II* metodą regresji kwantylowej

Źródło: opracowanie własne.

5. Podsumowanie

Rozkład stóp zwrotu na rynkach finansowych często nie jest zgodny z rozkładem normalnym z uwagi na „grube ogony” rozkładu. Zjawisko jest tym silniej obserwowane, im niższy rząd kwantyla jest szacowany. Zastosowanie modelu regresji kwantylowej, który nie czyni założeń dla stóp zwrotu, pozwoliło otrzymać nieobciążone estymatory *VaR* potwierdzone testem Kupca. Dodatkowo porównanie z metodą wariancji-kowariancji, w której występuje założenie rozkładu normalnego stóp zwrotu, uwidocznilo zasadniczą przewagę metody regresji kwantylowej nad metodą wariancji-kowariancji, w której *VaR* w większości przypadków jest niedoszacowany.

Literatura

- Bałamut T., *Metody estymacji Value at Risk*, Materiały i Studia, NBP, Warszawa 2002.
- Doman R., Doman M., *Modelowanie zmienności i ryzyka: metody ekonometrii finansowej*, Wolters Kluwer Polska, Warszawa 2009.
- Engle R., Manganelli S., *CaViaR: Conditional autoregressive Value at Risk by regression quantiles*, University of California, 2002.
- Koenker R., Bassett G., *Regression quantiles*, „Econometrica” 1978, vol. 46, no. 1.
- Koenker R., Hallock F., *Quantile regression*, „Journal of Economic Perspectives” 2001, vol. 15, no. 4.
- Kupiec P., *Techniques for verifying the accuracy of risk management models*, „Journal of Derivatives” 1995, no. 2.
- Trzpiot G., *Implementacja metodologii regresji kwantylowej w estymacji VaR*, Studia i Prace, nr 9, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin 2008.
- Trzpiot G., *Regresja kwantylowa a estymacja VaR*, Prace Naukowe AE we Wrocławiu, nr 1176, Wrocław 2007.

IMPLEMENTATION OF CAVIAR METHODOLOGY WITH ROLLING QUANTILE REGRESSION

Summary: The Quantile Regression does not assume normal distribution of market returns. A model with no assumption for portfolio provides estimates unbiased *VaR*, while *Variance-Covariance* approach underestimates *Value at Risk*.