

**Radosław Pietrzyk**

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

## **SZACOWANIE RYZYKA EKSTREMALNEGO NA RYNKU ENERGII W POLSCE**

### **1. Wstęp**

W ostatnich latach obserwuje się znaczne zmiany na rynku energii elektrycznej, a jego rozwój na świecie skłania do poszukiwania modeli matematycznych opisujących go. Specyfika rynków powoduje, że istnieje duża trudność w adaptacji modeli stosowanych na rynkach towarowych i finansowych. Podstawową różnicą jest brak możliwości magazynowania energii elektrycznej, co powoduje, że zakupiona energia elektryczna musi zostać zużyta. Kolejną charakterystyczną cechą rynków energii jest ich sezonowość w cyklach zarówno rocznych, tygodniowych, jak i dniowych.

Również w Polsce stopniowa demonopolizacja i liberalizacja rynku będzie zwiększała znaczenie giełdowego rynku energii elektrycznej. Powoduje to oczywiście potrzebę poszukiwania adekwatnych narzędzi analizy ryzyka na tym rynku. Jedną z możliwości jest zastosowanie teorii wartości ekstremalnych (*Extreme Value Theory* – EVT) i kwantylowych miar ryzyka. Rynek energii elektrycznej w Polsce znajduje się w fazie rozwoju i istnieje potrzeba tworzenia naukowych metod jego analizy.

Niniejszy artykuł rozszerza dotychczasowe badania prowadzone na polskim rynku o nowe metody i narzędzia. Celem opracowania jest zweryfikowanie możliwości zastosowania teorii wartości ekstremalnych na polskim rynku energii elektrycznej. W pracy zbadane zostaną możliwości zastosowania metod pochodzących z EVT, a szczególnie metody *Peaks over Threshold* opartej na uogólnionym rozkładzie Pareta oraz metody maksimów blokowych opartej na uogólnionym rozkładzie wartości ekstremalnych. Podejścia te mogą zostać wykorzystane do szacowania miar ryzyka, takich jak *Value at Risk*.

## 2. Polski rynek energii

Początek zmian na polskim rynku energii datować można na 1989 r., kiedy to zaczęła się transformacja ustrojowa, a energia stopniowo stawała się towarem. Prawdziwe zmiany zaczęły się jednak dopiero wraz z wejściem w życie ustawy Prawo energetyczne [Ustawa...], która zapoczątkowała tworzenie się rynku energii elektrycznej. Zmiany te doprowadziły m.in. do:

- podziału na podmioty wytwarzające energię elektryczną, przesyłające, dystrybuujące ją oraz handlujące nią,
- liberalizacji rynku przejawiającej się zwiększaniem konkurencji, prywatyzacją oraz zawieraniem umów między uczestnikami rynku na zasadach wolnorynkowych,
- skrócenia czasu trwania umów dwustronnych,
- stworzenia giełdy energii oraz rozwoju innych form handlu energią,
- rozwoju kontraktów terminowych na energię.

Zmiany prawne doprowadziły do wyodrębnienia trzech podstawowych segmentów rynku energii:

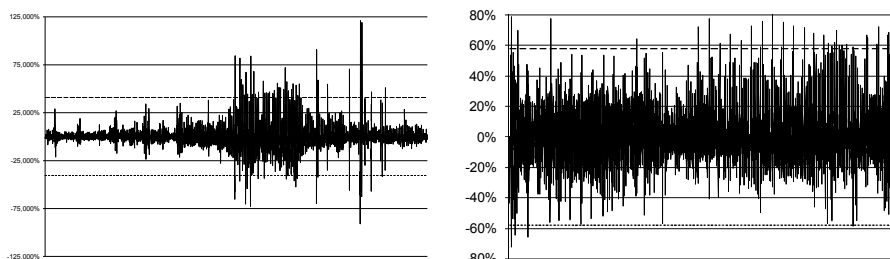
- rynku kontraktowego, na którym handel odbywa się na podstawie kontraktów dwustronnych zawieranych między wytwórcami energii i dystrybutorami oraz klientami końcowymi,
- rynku giełdowego, który oferuje Towarowa Giełda Energii, a cena energii kształtowana jest przez popyt i podaż energii elektrycznej,
- rynku bilansującego, który ma charakter techniczny i służy do bilansowania różnic między transakcjami zawartymi przez uczestników energii a rzeczywistym zapotrzebowaniem.

Oprócz wskazanych trzech segmentów rynku energii wyodrębnić można również internetowe formy handlu energią w postaci kantorów energii oraz elektronicznej tabeli ofert.

Handel energią za pośrednictwem giełdy energii różni się w sposób istotny od handlu na innych rynkach towarowych. Wynika to ze specyfiki przedmiotu obrotu, jakim jest energia elektryczna. Energia elektryczna musi być dostarczona w chwili zapotrzebowania i w zasadzie nie ma możliwości jej magazynowania. Rynek energii charakteryzuje się ograniczoną liczbą uczestników rynku oraz dużą sezonowością w skali pór roku, dni tygodnia, a także w ciągu dnia. Ta specyfika rynku, jak również „nowość” rynku, powodują, że brak jest dobrze zweryfikowanych metod oceny ryzyka.

W badaniach wykorzystano dane pochodzące z Towarowej Giełdy Energii z Rynku Dnia Następnego, który składa się z 24 godzinowych linii notowań. Dla porównania analizie poddano również godzinowe ceny spot pochodzące ze skandynawskiego rynku Nord Pool. Wszystkie dane pochodzą z okresu od 1 stycznia 2008 r. do 31 sierpnia 2008 r. (Nord Pool) oraz do 15 września 2008 r. (TGE). Badaniu poddano logarytmiczne stopy zwrotu cen notowane na obu rynkach co godzinę. Pozwoliło to na stworzenie szeregow danych obejmujących odpowiednio 5856 obserwacji i 6144 obserwacje.

Policzone statystyki dla tych dwóch rynków świadczą o znacznych różnicach między rozkładem normalnym (często stanowiącym podstawę modeli analizy ryzyka) a rzeczywistym rozkładem logarymicznych stóp zwrotu na rynku energii. Kurtosa w przypadku rynku Nord Pool wynosi ponad 27, a rynku TGE przeszło 7,5. Dane charakteryzują się również skośnością wynoszącą odpowiednio 0,87 i 1,8. Rysunek 1 przedstawia wykres logarymicznych stóp zwrotu na rynku energii w rozpatrywanym okresie. Widać stosunkowo dużą liczbę przekroczeń przedziału  $3\sigma$  (przerywana linia).



Rys. 1. Logarymiczne stopy zwrotu cen energii elektrycznej dla cen spot z rynku Nord Pool (po lewej) i TGE (po prawej)

Źródło: opracowanie własne.

Analiza szeregów czasowych pochodzących z rynku energii wskazuje na duże różnice w porównaniu z rynkami finansowymi i pozostałymi rynkami towarowymi. Widoczne są tu znaczne wahania cen i występujące co pewien czas nagle bardzo duże wzrosty lub spadki cen. Taka sytuacja może sugerować występowanie tzw. grubych ogonów rozkładów i możliwość zastosowania metod służących do analizy ryzyka ekstremalnego.

### 3. Podstawy statystyczne

Jedną z propozycji rozwiązania problemu występowania grubych ogonów rozkładów może być zastosowanie teorii wartości ekstremalnych do szacowania ryzyka rynku energii elektrycznej za pomocą miar kwantylowych. Modele wywodzące się z EVT możemy podzielić na 2 grupy:

- 1) modele maksimumów blokowych (*block maxima*),
- 2) modele *Peaks Over Threshold* – POT.

O teorii wartości ekstremalnych szczegółowo traktuje m.in. opracowanie [Embrechts, Klüppelberg i Mikosch 1997].

W niniejszej pracy zostanie wykorzystana metoda *Peaks Over Threshold*, która opiera się na zaproponowanym przez McNeila [McNeil, Saladin 1997] wykorzystaniu warunkowego rozkładu przekroczenia (*conditional excess distribution*) o dystrybuancie [McNeil, Saladin 1997, s. 3]:

$$F_u(y) = P(X - u \leq y | X > u) \quad 0 \leq y \leq (x_F - u), \quad (1)$$

gdzie:  $X$  – strata, zmienna losowa pochodząca z rozkładu o dystrybuancie  $F$ ,  
 $u$  – ustalony próg,  
 $y$  – wartość, o którą strata przekracza próg  $u$ ,  
 $x_F$  – kres górny dziedziny funkcji  $F$ .

Jest to więc prawdopodobieństwo, że strata przekroczy pewien próg  $u$  o wartość nieprzekraczającą  $y$ , przy założeniu, że w ogóle ten próg przekroczy. Mamy więc do czynienia z rozkładem warunkowym zależnym od wybranego progu  $u$ .

Dystrybuantę  $F_u(\cdot)$  możemy zapisać w zależności od dystrybuanty  $F$  (por. [Këllezi, Gilli 2000, s. 5]):

$$F_u(y) = \frac{F(u+y) - F(u)}{1 - F(u)} = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)}. \quad (2)$$

Znalezienie postaci rozkładu  $F_u(\cdot)$  jest możliwe dzięki zastosowaniu twierdzenia Pickandsa-Balkemy-de Haana [Këllezi, Gilli 2000, s. 6]. Mówi ono, że dla szerokiej klasy rozkładów danych dystrybuantą  $F$  warunkowy rozkład przekroczenia, dla dużej wartości  $u$ , może być aproksymowany za pomocą

$$F_u(y) \approx G_{\xi, \beta}(y) \quad u \rightarrow \infty,$$

gdzie:

$$G_{\xi, \beta}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi}{\beta} y\right)^{-1/\xi} & \xi \neq 0, \\ 1 - e^{-y/\beta} & \xi = 0 \end{cases}, \quad (3)$$

dla  $0 \leq y \leq (x_F - u)$ ,

jest uogólnionym rozkładem Pareta (*Generalized Pareto Distribution – GPD*), gdzie:  $\beta$  – parametr skali ( $\beta > 0$ ),  $\xi$  – parametr kształtu (indeks ogona).

Parametr  $\xi$  określa trzy postaci uogólnionego rozkładu Pareta (por. [McNeil, Saladin 1997, s. 3]). Dla  $\xi > 0$  otrzymujemy rozkład Pareta, dla  $\xi = 0$  rozkład wykładniczy, a dla  $\xi < 0$  tzw. rozkład Pareta II typu.

Uogólniony rozkład Pareta dla  $\xi > 0$  charakteryzuje się grubymi ogonami. Może mieć zatem znaczenie w analizie wartości ekstremalnych, a kwantyl tego rozkładu może być zastosowany do estymacji miar zagrożenia dla ryzyka ekstremalnego.

Estymacja parametrów rozkładu GP może się odbywać różnymi sposobami. Można je podzielić na dwa główne podejścia: estymację nieparametryczną i parametryczną. Do najczęściej wykorzystywanych podejść parametrycznych zaliczyć można metodę największej wiarygodności oraz metodę momentów ważonych prawdopodobieństwem<sup>1</sup>, które zostały wykorzystane w niniejszej pracy.

<sup>1</sup> Szerzej m.in. w pracy [Hosking, Wallis 1987].

## 4. Pomiar ryzyka

Teoria wartości ekstremalnych może być wykorzystana do pomiaru ryzyka rynkowego, w tym ryzyka rynku energii elektrycznej. Można wyróżnić dwa główne podejścia do szacowania miar ryzyka – metodę maksimów blokowych i metodę POT. Pierwsza z nich pozwala na kalkulację miary  $EV-VaR_{Max}$ , oraz *Return Level*. Druga, częściej stosowana, pozwala na stworzenie miary  $EV-VaR_{POT}$  oraz *Expected Shortfall*. W niniejszym artykule główny nacisk położono na miarę  $EV-VaR_{POT}$ , którą można traktować jako uzupełnienie klasycznych miar szacowania  $VaR$ . Metody szacowania wartości zagrożonej najogólniej można podzielić na wykorzystujące koncepcję zmiennej losowej oraz wykorzystujące koncepcję procesu stochastycznego. Szczegółowy podział metod został zaprezentowany m.in. w pracach [Jorion 2001; Dowd 1998]. Do obliczania wartości zagrożonej najczęściej stosuje się 3 podstawowe podejścia: podejście wariancji-kowariancji, symulację historyczną, symulację Monte Carlo.

Wykorzystanie teorii wartości ekstremalnych pozwala na wykorzystanie kwantyla warunkowego rozkładu przekroczenia zamiast rozkładu stóp zwrotu. Model POT opiera się na wykorzystaniu warunkowego rozkładu przekroczenia, którego dystrybuanta została zaprezentowana we wzorze (3). W takim przypadku estymacja  $VaR$  możliwa jest wprost z kwantyla uogólnionego rozkładu Pareta, który ma postać:

$$EV - VaR_{POT}(p) = \begin{cases} u + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \left( \left( \frac{n}{N_u}(p) \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right) & \xi \neq 0 \\ -\hat{\beta} \ln \left( \frac{n}{N_u}(p) \right) & \xi = 0 \end{cases}, \quad (4)$$

gdzie:  $N_u$  – liczba obserwacji przekraczających próg.

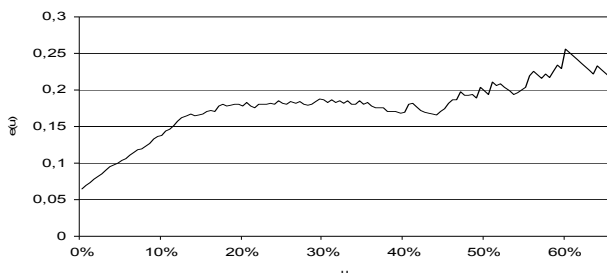
Otrzymaliśmy zatem dla danego prawdopodobieństwa  $p$  kwantyl rozkładu  $F$ , który jest oszacowaniem  $EV-VaR$  (*Extreme Value-VaR*), opartym na uogólnionym rozkładzie Pareta.

Zastosowanie teorii wartości ekstremalnych pozwala nie tylko na odmienne podejście do szacowania wartości zagrożonej – na tej bazie można również szukać innych miar, które są uzupełnieniem  $VaR$ . Jedną z nich może być *Expected Shortfall* (ES), stanowiąca doskonałe uzupełnienie miary  $VaR$ . Miara *Expected Shortfall* jest miarą kwantylową i informuje o potencjalnych dużych stratach (zyskach), a zatem do jej szacowania wykorzystanie teorii wartości ekstremalnych wydaje się jak najbardziej uzasadnione. Miarę ES można szacować, korzystając ze wzoru:

$$ES_q = VaR_q + \frac{\hat{\beta} - \hat{\xi}(VaR_q - u)}{1 - \hat{\xi}} = \frac{VaR_q}{1 - \hat{\xi}} + \frac{\hat{\beta} - \hat{\xi}u}{1 - \hat{\xi}}. \quad (5)$$

## 5. Wyniki badań

Jednym z najważniejszych zagadnień związanych z estymacją parametrów GPD jest wyznaczenie progu. Obserwacje, których wartość jest większa od wartości  $u$ , posłużą do estymacji parametrów GPD. W tym celu zostanie zastosowana metoda graficzna opisana m.in. w pracy [Këllezi, Gilli 2000, s. 10]. Rys. 2 prezentuje przykład wyznaczania progu dla danych z rynku Nord Pool. Został on wyznaczony na poziomie 44%, co oznacza, że istnieje 48 obserwacji, które ten próg przekraczają i posłużą do estymacji parametrów GPD.



Rys. 2. Wykres  $(u, e(u))$  dla prawego ogona rozkładu logarytmicznych stóp zwrotu cen energii na rynku Nord Pool

Źródło: opracowanie własne.

Również w pozostałych przypadkach na podstawie wykresu  $u$  od  $e(u)$  dokonano wyboru progu. Tabela 1 prezentuje wartości  $k$ , czyli liczbę obserwacji, które przekraczają pewien próg  $u$ . Wybór progu  $u$  pozwala na estymację parametrów uogólnionego rozkładu Pareta. Korzystając z metody największej wiarygodności (MLE) oraz metody momentów ważonych prawdopodobieństwem (PWM), oszacowano parametry  $\xi$ ,  $\nu$  oraz  $\beta$ .

Tabela 1. Oszacowania parametrów rozkładu GPD dla logarytmicznych stóp zwrotu cen spot energii elektrycznej na rynkach Nord Pool (NP) oraz Towarowej Giełdy Energii (TGE)

Lp.	Giełda	Liczba obserwacji	Ogon	$k$	MLE			PWM		
					$\xi$	$\mu$	$\sigma$	$\xi$	$\mu$	$\sigma$
1	NP	5855	prawy	48	0,2995	0,2020	0,0486	0,3099	0,2165	0,0448
2	NP	5855	prawy	211	0,0565	-0,0771	0,1502	0,0828	-0,0655	0,1402
3	NP	5855	prawy	657	0,4074	0,0362	0,0598	0,3563	0,0351	0,0628
4	NP	5855	lewy	115	0,0094	-0,0909	0,1321	0,0776	-0,0522	0,1062
5	NP	5855	lewy	591	0,4352	0,0451	0,0390	0,3752	0,0439	0,0416
6	TGE	6143	prawy	572	-0,0511	0,0894	0,1538	0,0292	0,0976	0,1357
7	TGE	6143	lewy	668	0,0241	0,1056	0,0900	0,0718	0,1077	0,0839

Źródło: opracowanie własne.

Otrzymane wyniki potwierdziły tezę, że ogon rozkładu może być modelowany za pomocą rozkładu Fréchet'a. W większości przypadków wartość parametru  $\zeta$  jest istotnie różna od 0, co wskazuje na zasadność wyboru tego rozkładu. Jedynie dla prawego ogona rozkładu logarytmicznych stóp zwrotu z rynku polskiego otrzymano wartość mniejszą od zera, co może sugerować konieczność zastosowania innego rozkładu, np. rozkładu Weibulla. W procesie kalkulacji EV-VaR wykorzystano oszacowania parametrów GPD uzyskane dwiema metodami: metodą największej wiarygodności oraz metodą momentów ważonych prawdopodobieństwem.

Tabela 2. Jednodniowy EV-VAR obliczony metodą POT z zastosowaniem metody największej wiarygodności EV-VAR<sub>MLE</sub> oraz metody momentów ważonych prawdopodobieństwem EV-VAR<sub>PWM</sub> dla lewego i prawego ogona rozkładu logarytmicznych stóp zwrotu cen spot energii elektrycznej na rynkach Nord Pool (NP) oraz Towarowej Giełdy Energii (TGE)

Giełda	Ogon	$k$	EV-VaR <sub>MLE</sub>				EV-VAR <sub>PWM</sub>			
			99,9%	99,5%	99,0%	95,0%	99,9%	99,5%	99,0%	95,0%
NP	prawy	48	78,40%	66,80%	63,30%	57,40%	79,00%	68,00%	64,80%	59,40%
NP	prawy	211	68,60%	40,30%	28,90%	4,00%	68,50%	40,10%	29,00%	5,50%
NP	prawy	657	89,30%	41,00%	28,20%	9,30%	80,60%	39,30%	27,60%	9,40%
NP	lewy	115	50,40%	28,70%	19,50%	-1,80%	49,90%	29,70%	21,70%	4,80%
NP	lewy	591	69,10%	35,50%	26,80%	14,50%	62,80%	34,40%	26,50%	14,50%
TGE	prawy	572	88,60%	68,10%	58,80%	35,70%	93,00%	68,60%	58,50%	35,70%
TGE	lewy	668	69,40%	53,50%	46,90%	31,80%	71,80%	53,90%	46,80%	31,70%

Źródło: opracowanie własne.

Jednodniowy EV-VaR obliczony metodą POT z zastosowaniem dwóch metod estymacji daje podobne wyniki. Dla poziomu ufności 99% oszacowania EV-VaR<sub>MLE</sub> wahają się w przedziale od 19,5% dla lewego ogona rozkładu z rynku NP do 63,3% dla ogona prawego rozkładu pochodzącego z tego samego rynku. Podobne wyniki przyniosły oszacowania miary EV-VaR<sub>PWM</sub>, która zawiera się w przedziale od 21,7 do 64,8% dla tych samych zmian cen instrumentów pochodnych. Ze względu na niewielkie różnice w estymacji EV-VaR z wykorzystaniem oszacowań parametrów GPD dwiema metodami do dalszych badań wykorzystane zostały jedynie oszacowania uzyskane z wykorzystaniem metody największej wiarygodności.

Uzyskane wyniki zostały zestawione z wynikami pochodzącymi z metod klasycznych: wariancji-kowariancji, symulacji historycznej oraz symulacji Monte Carlo. Porównanie wyników badań dla 2 klasycznych metod, a także oszacowań EV-VAR<sub>POT</sub>, wskazują, że w przypadku metody wariancji-kowariancji oraz symulacji Monte Carlo oszacowania VaR są niższe niż uzyskane metodą POT. Może to świadczyć o tym, że dla wyższych kwantyli rozkładu metoda POT w większym stopniu uwzględnia wartości ekstremalne. Jest to szczególnie widoczne w przypadku wysokich kwantyli rozkładów, takich jak 99% czy 99,5%, kiedy to o poziomie VaR decydują pojedyncze obserwacje.

W celu weryfikacji zaprezentowanych podejść można zastosować kilka metod proponowanych w literaturze. Najprostszą i niemal narzucającą się metodą jest analiza bezwarunkowej liczby przekroczeń. W celu weryfikacji otrzymanych założeń zastosowano test przekroczeń Kupca, którego opis można znaleźć m.in. w pracy [Jorion 2001].

Testy Kupca dla metody wariancji-kowariancji oraz symulacji Monte Carlo wskazują na występowanie większej liczby przekroczeń VaR (Tabela 3). Liczba odrzuceń (kolor szary) oszacowań modelu w teście Kupca wyniosła 20 (na łącznie 24) dla metody wariancji-kowariancji oraz symulacji Monte Carlo. W przypadku metody POT takich odrzuceń było 10 na 12 oszacowań. Warto również podkreślić, że w modelu POT w 7 przypadkach odrzucenie modelu nastąpiło z powodu zbyt małej liczby przekroczeń VaR (pogrubiona czcionka). Zbyt mała liczba przekroczeń może wskazywać na przeszacowywanie przez model POT poziomu VaR.

Tabela 3. Wyniki testu Kupca dla  $p = 99,5, 99$  i  $95\%$

$p$	Rynek	W-K				MC				POT			
		liczba przekroczeń		statystyka testu		liczba przekroczeń		statystyka testu		liczba przekroczeń		statystyka testu	
		prawy	lewy	prawy	lewy	prawy	lewy	prawy	lewy	prawy	lewy	prawy	lewy
99,5%	NP	88	50	76,8	12,2	105	58	117,8	22	13	36	<b>11,5</b>	1,45
	TGE	99	28	95,9	0,24	218	124	>300	161	15	13	<b>9,7</b>	<b>13,1</b>
99%	NP	118	70	47,1	2,12	128	72	62,2	2,9	14	66	<b>49,4</b>	0,91
	TGE	146	59	>300	0,1	321	228	>300	>300	34	24	<b>14,8</b>	<b>30</b>
95%	NP	138	80	106,2	226	143	80	>300	226	19	183	<b>457</b>	>300
	TGE	178	85	>300	234,3	400	256	>300	>300	159	99	>300	199

Źródło: opracowanie własne.

Dla danych pochodzących z rynków polskiego i skandynawskiego oszacowano również miarę *Expected Shortfall*, wykorzystując parametry GPD uzyskane metodą największej wiarygodności. Uzyskane wyniki prezentuje tab. 4.

Tabela 4. Miara Expected Shortfall obliczona metodą POT z zastosowaniem metody największej wiarygodności dla lewego i prawego ogona rozkładu logarytmicznych stóp zwrotu cen spot energii elektrycznej na rynkach Nord Pool (NP) oraz Towarowej Giełdy Energii (TGE)

Giełda	Ogon	$k$	ES			
			99,9%	99,5%	99,0%	95,0%
NP	prawy	48	100,10%	83,47%	78,44%	70,09%
NP	prawy	211	87,62%	57,63%	45,52%	19,19%
NP	prawy	657	160,77%	79,34%	57,72%	25,84%
NP	lewy	115	64,04%	42,13%	32,80%	11,35%
NP	lewy	591	123,96%	64,46%	49,19%	27,35%
TGE	prawy	572	99,74%	80,27%	71,38%	49,49%
TGE	lewy	668	80,00%	63,70%	56,88%	41,47%

Źródło: opracowanie własne.



Oszacowanie *Expected Shortfall* pozwala na ocenę potencjalnych strat (zysków) na rynku energii. Wyniki uzyskane dla polskiego i skandynawskiego rynku pokazują, jak dużych zmian cen możemy się spodziewać, jeżeli zostanie przekroczony poziom VaR. Uzyskane wyniki wskazują, że przekroczenie poziomu VaR na rynku energii może powodować występowanie bardzo dużych wzrostów i spadków cen.

## 6. Podsumowanie

Podsumowując wyniki porównania poszczególnych modeli, a także testu przekroczeń VaR, można stwierdzić, że model POT lepiej sprawdza się dla wysokich kwantyli rozkładów i kalkulacja miary VaR na poziomie tolerancji 0,01 lub niższym jest zasadna właśnie dla tego podejścia. Tak specyficzny rynek jak rynek energii wymaga stosowania różnych uzupełniających się metod analizy ryzyka. Teoria wartości ekstremalnych i wykorzystanie warunkowego rozkładu przekroczenia stwarzają taką możliwość i dają narzędzia do kalkulacji miar ryzyka ekstremalnego, które niewątpliwie na tym rynku występuje.

## Literatura

- Dowd K. (1998), *Beyond value at risk*, John Wiley & Sons, Chichester.
- Embrechts P., Klüppelberg C., Mikosch T. (1997), *Modelling extremal events for insurance and finance*, Springer, Berlin.
- Hosking J.R.M., Wallis J.R. (1987), *Parameter and quantile estimation for the generalized pareto distribution*, „Technometrics” no 29 (3), s. 339-349.
- Jorion P. (2001), *Value at risk: the new benchmark for managing financial risk*, Chicago, 2<sup>nd</sup> edition, McGraw-Hill, Nowy Jork.
- Kellezi E., Gilli M. (2000), *Extreme value theory for tail-related risk measures*, <http://www.gloriamundi.org>.
- McNeil A., Saladin T. (1997), *The peaks over thresholds method for estimating high quantiles of loss distributions*, [http://www.math.ethz.ch/~mcneil/pub\\_list.html](http://www.math.ethz.ch/~mcneil/pub_list.html).
- Weron A., Weron R. (2000), *Gięda energii. Strategie zarządzania ryzykiem*, CIRE, Wrocław.
- Ustawa z dnia 10 kwietnia 1997 r. Prawo energetyczne (DzU 2006 nr 89, poz. 625 z późn. zm.).
- Źródła internetowe: [1] <http://www.cire.pl>.

## ESTIMATING EXTREME RISK IN THE POLISH ENERGY MARKET

### Summary

In this paper, a study on tail index estimation has been carried out. Extreme daily changes in the Polish energy market are estimated with the use of the peaks over threshold method. The parameters of Generalized Pareto distribution are estimated with the use of maximum likelihood estimation. The peaks over threshold method provides a simple tool for estimating tail-related risk measures like Value at Risk and Expected Shortfall. This method has been verified in the Polish energy market.