

224537L/1

Na prawach rękopisu

INSTYTUT UKŁADÓW ELEKTROMASZYNOWYCH
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ
Raport z serii PRE nr 116

STANY DYNAMICZNE I PRACA USTALONA
NAPĘDU PRZENOŚNIKÓW TAŚMOWYCH O
UJEMNYM KĄCIE NACHYLENIA

Rozprawa doktorska

Krzysztof Pienkowski

Promotor: doc. dr inż. Władysław Kędzior

Słowa kluczowe: elektrotechnika, napęd elektryczny,
przenośniki taśmowe, dynamika ukła-
dów elektromechanicznych, analiza
teoretyczna, obliczenia

Wrocław 1980

Mgr inż. Krzysztof Pieńkowski

Instytut Układów Elektromaszynowych

Politechniki Wrocławskiej

ul. Smoluchowskiego 19

50-372 Wrocław

Raport wpłynął: 26.09.1980 r.

SPIS TREŚCI

	Strona
WYKAZ OZNACZEŃ	7
1. WSTĘP	13
1.1. Wprowadzenie	13
1.2. Teza i cel pracy	15
2. PODSTAWOWE ZALEŻNOŚCI W PRACY USTALONEJ I NIEUSTA- LONEJ NAPĘDU PRZENOŚNIKA TAŚMOWEGO O UJEMNYM KĄCIE NACHYLENIA	18
2.1. Ogólna charakterystyka przenośnika	18
2.2. Opory ruchu i zapotrzebowanie mocy przenośnika taśmowego o ujemnym kącie nachylenia	19
2.3. Uproszczony model dynamiczny przenośnika	23
2.4. Określenie wymaganych wartości momentów rozruch- owych i hamujących	29
2.5. Układy z regulacją momentu hamującego przenośni- ków taśmowych transportujących w dół	32
2.6. Wybór rodzaju napędu bębnowego	37
2.7. Analiza rozkładu obciążeń w wielobębnowym wielo- silnikowym napędzie zwrotnym przenośnika	40
2.7.1. Ogólna charakterystyka napędu	40
2.7.2. Warunki współpracy elastycznej taśmy z bęb- nowym napędowym	41
2.7.3. Wyznaczenie zależności określających rozdział obciążeń w dwubębnowym napędzie zwrotnym prze- nośnika	45
2.7.4. Analiza wpływu poszczególnych czynników na rozdział obciążeń	47
3. STANY DYNAMICZNE MASZyny INDUKCYJNEJ PODCZAS ROZ- RUCHU I HAMOWANIA PRĄDEM STAŁYM	53
3.1. Opis matematyczny maszyny indukcyjnej	53
3.2. Równania maszyny indukcyjnej w stanach nieusta- lonych	56
3.3. Analiza dynamiki silników indukcyjnych podczas rozruchu przenośnika o ujemnym kącie nachylenia.	58

3.3.1. Określenie przebiegu prądów stojana i momentu elektromagnetycznego silnika	58
3.3.2. Analiza częstotliwości i współczynników tłumienia składowych przejściowych momentu i prądów	61
3.3.3. Obliczenia trajektorii dynamicznych silnika indukcyjnego	64
3.4. Analiza dynamiki silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym	67
3.4.1. Równania dynamiki silnika indukcyjnego	67
3.4.2. Określenie przebiegu prądów i momentu elektromagnetycznego silnika dla I układu połączeń uzwojenia stojana	69
3.4.3. Analiza częstotliwości i współczynników tłumienia składowych przejściowych momentu i prądów dla I układu połączeń uzwojenia stojana	72
3.4.4. Określenie przebiegów prądów i momentu elektromagnetycznego silnika w stanach nieustalonych dla II układu połączeń uzwojenia stojana	78
3.4.5. Analiza częstotliwości i współczynników tłumienia składowych przejściowych momentu i prądów dla II układu połączeń uzwojenia stojana	80
3.4.6. Obliczenia trajektorii dynamicznych silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym przenośnika taśmowego o ujemnym kącie nachylenia	84
3.5. Analiza wpływu niestłumionego pola wirnika na przebiegi dynamiczne silnika indukcyjnego	88
3.5.1. Przekształcenie równań dynamiki maszyny indukcyjnej do postaci dogodnej do analizy niestłumionego pola wirnika	88
3.5.2. Określenie siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu stojana przez niestłumione pole wirnika	89
3.5.3. Analiza wpływu niestłumionego pola wirnika na przebiegi dynamiczne momentu i prądów podczas hamowania prądem stałym	96
3.5.4. Analiza niestłumionego pola wirnika podczas jego intensywnego gaszenia	98

4. RÓWNANIA DYNAMIKI SYSTEMU ELEKTROMECHANICZNEGO	
PRZENOŚNIKA	101
4.1. Model matematyczny systemu elektromechanicznego	
przenośnika	101
4.1.1. Zagadnienia wstępne	102
4.1.2. Założenia przyjęte podczas analizy	102
4.1.3. Model układu elektromechanicznego przenośnika	104
4.2. Określenie wyrażeń składowych funkcjonału prze-	
twarzania energii	109
4.2.1. Obliczenie całkowitej elektromechanicznej ener-	
gii kinetycznej przenośnika T_e	109
4.2.2. Obliczenie całkowitej elektromechanicznej	
energii potencjalnej przenośnika V_e	110
4.2.3. Obliczenie całkowitej elektromechanicznej pra-	
cy wirtualnej przenośnika A_e	111
4.3. Wyprowadzenie równań systemu elektromechanicz-	
nego przenośnika z zasady wariacyjnej Hamiltona	113
4.3.1. Określenie funkcjonału przemiany energii . .	113
4.3.2. Równania dynamiki systemu elektromechanicznego	
przenośnika	114
4.4. Rozwiązanie równań systemu elektromechanicznego	
przenośnika metodami numerycznymi	118
4.4.1. Omówienie metody "siatek"	118
4.4.2. Omówienie metody "prostych"	118
4.4.3. Interpretacja fizyczna równań przenośnika wy-	
nikających z metody prostych	122
4.4.4. Zastąpienie układu ciągłego przenośnika ukła-	
dem dyskretnym	125
5. ANALIZA DYNAMIKI SYSTEMU ELEKTROMECHANICZNEGO	
PRZENOŚNIKA TAŚMOWEGO O UJEMNYM KĄCIE NACHYLENIA.	128
5.1. Układ kinematyczny i dane znamionowe systemu	
elektromechanicznego przenośnika przyjęte do	
obliczeń	128
5.2. Model matematyczny przenośnika	130
5.2.1. Budowa dyskretnego modelu przenośnika	130
5.2.2. Określenie parametrów dyskretnego modelu prze-	
nośnika	131

5.2.3. Uwzględnienie sprężystości sprzęgieł, połączeń sprężystych kół zębatych przekładni oraz luzów przekładni	134
5.2.4. Uwzględnienie wpływu układu napinania	135
5.2.5. Równania wyjściowe badanego układu elektromechanicznego przenośnika	137
5.2.6. Opracowanie programu obliczeń	139
5.3. Analiza dynamiki rozruchu przenośnika taśmowego transportującego w dół	140
5.3.1. Opis układu rozruchowego	140
5.3.2. Przebiegi czasowe prędkości taśmy przenośnika.	140
5.3.3. Przebiegi czasowe momentu elektromagnetycznego silników i momentu przenoszonego przez przekładnie mechaniczne	143
5.3.4. Przebiegi czasowe sił i przyspieszeń taśmy	147
5.4. Analiza dynamiki przenośnika taśmowego transportującego w dół podczas hamowania prądem stałym	149
5.4.1. Opis układu hamowania	149
5.4.2. Przebiegi czasowe prędkości taśmy	152
5.4.3. Przebiegi czasowe momentu elektromagnetycznego silników i momentu przenoszonego przez przekładnie mechaniczne	152
5.4.4. Przebiegi czasowe prądów stojana podczas hamowania prądem stałym	164
5.4.5. Przebiegi czasowe sił w taśmie podczas zatrzymywania przenośnika	167
5.4.6. Przebiegi czasowe przyspieszeń taśmy podczas zatrzymywania przenośnika	170
6. WNIOSKI	176
LITERATURA	178
ZAŁĄCZNIK I	184
ZAŁĄCZNIK II	193

WYKAZ OZNACZEŃ

A_e	- elektromechaniczna praca wirtualna
A_g, A_s	- sztywność charakterystyki mechanicznej silnika podczas pracy generatorowej i silnikowej
a_{bc}	- przyspieszenie liniowe taśmy w miejscu jej nabiegania na bęben czołowy
a_{bn}	- przyspieszenie liniowe taśmy w miejscu jej zbiegania z bębna napędowego
B_t	- szerokość taśmy
D_I, D_{II}	- średnica bębna napędowego I, II
D_{bn}	- średnica bębna napędowego
D_m	- współczynnik tłumienia odcinka długości Δx taśmy przenośnika
D_u	- współczynnik tłumienia układu mechanicznego
D_{zr}	- współczynnik tłumienia mechanicznego układu napędowego przenośnika zredukowany do prędkości kątowej bębnow napędowych
E	- moduł sprężystości taśmy
E'	- współczynnik lepkości taśmy
E_{dsm}	- napięcie przekształtnika PS dla $\alpha = 0$
E_l	- moduł sprężystości taśmy odniesiony do jej szerokości
e	- siła elektromotoryczna
F_c, F_r	- obwodowe siły napędowe przekazywane do taśmy na stacji czołowej i zwrotnej
F_m	- suma sił działających na taśmę na odcinku Δx
F_u	- obwodowa siła napędowa

- $f(x,t)$ - jednostkowa siła zewnętrzna przyłożona do taśmy w miejscu x i chwili t
- H - różnica poziomów przenoszenia
- H_e - funkcjonał całkowitej energii elektromechanicznej
- h - krok całkowania
- I_d - średnia wartość prądu wyprostowanego wirnika
- I_{st} - prąd pobierany ze źródła prądu stałego w stanie ustalonym
- I_{1ekw} - prąd ekwiwalentny uzwojenia stojana
- I_{1n} - znamionowy prąd stojana
- I_{2n} - znamionowy prąd wirnika
- i_{0s}, i_{1s}, i_{2s} - składowe prądu stojana we współrzędnych 0, 1, 2
- $i'_{0w}, i'_{1w}, i'_{2w}$ - sprowadzone na stronę stojana składowe prądu wirnika we współrzędnych 0, 1, 2
- i_A, i_B, i_C - chwilowa wartość prądów stojana w fazie A, B, C
- i_p - przełożenie przekładni
- J_{bc}, J_{bn}, J_{bw} - moment bezwładności bębna czołowego, napędowego i napinającego
- J_n - moment bezwładności układu napędowego
- J_p, J_s, J_{sp} - moment bezwładności przekładni mechanicznej, wirnika silnika i sprzęgła
- J_u - zredukowany do prędkości kątowej silników moment bezwładności przenośnika
- J_{u_0}, J_{u_n} - zredukowany do prędkości kątowej silników moment bezwładności przenośnika pustego i obciążonego znamionowo
- J_z - zastępczy moment bezwładności pędzonych mas przenośnika

- J_{zr} - zredukowany do prędkości kątowej bębna napędowego moment bezwładności układu napędowego przenośnika
- K_m - sprężystość odcinka taśmy o długości Δx
- $K_{\Delta\varphi}$ - współczynnik aproksymacji charakterystyki sztywności układu napędowego
- k - sprężystość więzi łączących silnik z bębniem napędowym
- k_s, k_w - współczynnik rozproszenia uzwojenia stojana i wirnika
- k_u - współczynnik zależny od sposobu skojarzenia uzwojeń stojana podczas hamowania prądem stałym
- k_z - stopień załadowania taśmy
- k_{zr} - zredukowana do prędkości kątowej bębna napędowego sprężystość więzi łączących silniki z bębniem napędowym
- L - długość przenośnika
- L_w - całkowita indukcyjność wirnika
- L_z - indukcyjność zastępcza silnika widziana z zacisków stojana
- L_μ - indukcyjność magnesowania silnika
- $L'_{\sigma s}, L'_{\sigma w}$ - indukcyjność rozproszenia stojana i wirnika sprowadzona na stronę stojana
- l_s - liczba silników sprzężonych z bębniem napędowym
- l_1, l_2, l_3 - długości odcinków na jakie podzielono trasę przenośnika
- M_e - moment elektromagnetyczny silnika
- M_{ezr} - moment elektromagnetyczny silnika zredukowany do prędkości kątowej bębna napędowego

M_h	- moment hamujący
M_m	- masa odcinka taśmy o długości Δx
M_r	- moment rozruchowy
M_s	- moment rozwijany przez układ napędowy przenośnika
M_{skl}	- indukcyjność wzajemna między k-tym i l-tym uzwojeniem silnika
M_u	- zredukowany moment oporowy
M_γ	- moment strat stałych przekładni
$m(x)$	- jednostkowa masa taśmy, krążników i nosiwa
m_{jd}, m_{jg}	- jednostkowa masa ciężna dolnego i górnego
m_c, m_r	- masy skupione na stacji czołowej i zwrotnej
m_1	- liczba faz
P	- moc napędowa
P_n	- znamionowa moc silnika
Q_t	- wydajność teoretyczna przenośnika
Q_v	- wydajność objętościowa przenośnika
Q_{vn}	- znamionowa wydajność objętościowa przenośnika
q_{sk}	- ładunek przepływający przez k-te uzwojenie silnika
R_h	- rezystancja dodatkowa podczas hamowania
R_s, R_w	- rezystancja uzwojenia stojana i wirnika
R_{2n}	- znamionowa rezystancja wirnika
r_{bc}, r_{bn}, r_{bw}	- promień bębna czołowego, napędowego i napinającego
S	- siła w taśmie
S_n	- siła napinania taśmy
S_p	- pole przekroju poprzecznego taśmy
s	- przesunięcie liniowe taśmy
T_e	- elektromechaniczna energia kinetyczna

- T_w - stała czasowa obwodu wirnika
- t - czas
- t_h, t_r - czas hamowania i rozruchu przenośnika
- $U(x, t)$ - całkowite przemieszczenie podłużne przekroju taśmy w miejscu x i chwili t
- U_{fm} - amplituda napięcia zasilającego
- U_s - napięcie zasilania uzwojeń silnika
- U_{st} - napięcie źródła prądu stałego
- U_1, U_{2n} - znamionowe napięcie zasilania stojana i wirnika
- $\underline{U}_{0s}, \underline{U}_{1s}, \underline{U}_{2s}$ - przetransformowane napięcia stojana we współrzędnych 0, 1, 2
- $u(x, t)$ - przemieszczenie sprężyste taśmy w miejscu x i chwili t
- V_e - elektromechaniczna energia potencjalna
- v - liniowa prędkość taśmy
- v_n - znamionowa prędkość taśmy przenośnika
- v_{nab}, v_{zb} - prędkość taśmy w gałęzi nabiegającej i zbiegającej z bębna napędowego
- v_{sp} - prędkość poślizgu sprężystego
- W_c, W_r - opory dodatkowe stacji czołowej i zwrotnej
- W_u - całkowite opory ruchu przenośnika
- w_{jd}, w_{jg} - jednostkowe opory ruchu cięgna dolnego i górnego
- X_{tr} - reaktancja uzwojenia transformatora
- X_{μ} - reaktancja magnesowania
- $X'_{\delta w}$ - reaktancja rozproszenia wirnika sprowadzona na stronę stojana
- x - zmienna przestrzenna
- $\underline{Z}_0, \underline{Z}_1, \underline{Z}_2$ - impedancje operatorowe silnika dla składowej 0, 1, 2

α	- kąt opóźnienia wysterowania prostownika sterowanego
γ	- faza napięcia zasilającego
δ	- symbol matematyczny wariacji
ε	- odkształcenie względne taśmy
τ_1	- czas relaksacji taśmy
η_p	- sprawność przekładni
λ	- współczynnik wypełnienia
ν	- względna prędkość silnika podczas hamowania
ξ	- liczba par biegunów
ϑ_n	- gęstość usypowa nosiwa
δ	- naprężenie taśmy
φ	- kąt obrotu wirnika silnika
$\varphi_{bn}, \varphi_{bw}$	- kąt obrotu bębna napędowego i napinającego
φ_{zr}	- kąt obrotu wirnika silnika zredukowany na stronę bębna napędowego
ψ_{-1s}, ψ'_{-1w}	- przekształcony strumień sprzężony z uzwojeniem stojana i wirnika
ω	- prędkość kątowna silnika napędowego
ω_n	- znamionowa prędkość kątowna silnika napędowego
ω_0	- pulsacja napięcia zasilającego
ω_s	- synchroniczna prędkość kątowna.

1. WSTĘP

1.1. Wprowadzenie

Przenośniki taśmowe stanowią największą pod względem zapotrzebowania i produkcji grupę urządzeń transportu ciągłego. Pozycję tę zawdzięczają dużej prostocie konstrukcji i obsługi oraz niskim nakładom inwestycyjnym i eksploatacyjnym w porównaniu z innymi środkami transportu.

Do intensywnego rozwoju transportu taśmowego przyczyniły się zarówno rosnące potrzeby gospodarki w zakresie przenoszenia wielkich ilości mas, jak i zalety tej formy transportu, takie jak ciągłość przenoszenia, duża wydajność, możliwość pokonywania znacznych pochyłości oraz możliwość mechanizacji i automatyzacji.

Z wymienionych powodów transport taśmowy stał się podstawowym środkiem przemieszczania mas urabianych w systemie odkrywkowym, a szczególny wpływ na jego rozwój i znaczenie wywarło górnictwo odkrywkowe węgla brunatnego.

Rozwój górnictwa odkrywkowego w ostatnich latach charakteryzuje podjęcie eksploatacji złóż o coraz większej głębokości zalegania, która może dochodzić do kilkuset metrów.

Udostępnienie złoża wymaga zebrania dużej ilości nadkładu, sięgającej wieluset milionów m³. W dotychczas stosowanym najczęściej systemie zwaławania, nadkład jest transportowany poza odkrywkę na tzw. zwałowiska zewnętrzne. Ze względu na rosnące koszty wydobycia i brak powierzchni na zwaławanie, planuje się wprowadzenie w najbliższej przyszłości wewnętrznego systemu zwaławania. Polega ono na tym, że usunięty

nadkład jest zważowany w wyeksploatowanym złożu. Wprowadzenie wewnętrznego systemu zważowania przewiduje się w budowanej obecnie kopalni odkrywkowej "Bełchatów".

Przejście na ten system zważowania wymaga zastosowania przenośników taśmowych przenoszących masy z poziomu wyższego na niższy, nazywanych przenośnikami o ujemnym kącie nachylenia lub transportującymi w dół.

Ogólną tendencją, występującą w transporcie taśmowym, jest także dążenie do zmniejszenia ilości przesypów występujących między poszczególnymi przenośnikami, wpływających niekorzystnie na niezawodność pracy układu transportowego. Jednym ze sposobów spełnienia tych wymagań jest przeprowadzenie trasy transportowej najkrótszą drogą w dowolnie ukształtowanym terenie. W tym przypadku może wystąpić również konieczność zastosowania przenośników taśmowych o ujemnym kącie nachylenia.

Pierwsze konstrukcje tego typu przenośników powstały w RFN i zostały wykorzystane w kopalniach Fortuna [13] i Frechen [12,19,46]. W pracy [13] podano uproszczone sposoby obliczania napędu tych przenośników, w [46] omówiono układ sieci zasilającej i wyposażenie elektryczne, a w [12,19] opisano ich konstrukcję mechaniczną. Zdobyte dotychczas doświadczenia projektowe i eksploatacyjne wskazują, że w tego typu przenośnikach szereg zjawisk ma całkowicie odmienny charakter niż w przenośnikach poziomych i transportujących urobek w górę.

Dotyczy to przede wszystkim konieczności zapewnienia płynnego zatrzymywania przenośnika taśmowego w stałym czasie, bez względu na stopień jego obciążenia. Wymagań tych nie

spełniają stosowane dotychczas hamulce mechaniczne.

Po próbach wykorzystania hamulców elektrohydraulicznych [13] o regulowanej sile docisku szczęk, zdecydowano się obecnie na zastosowanie regulowanego hamowania elektrycznego, a mianowicie hamowania silników prądem stałym [14,41,46].

W najbliższym czasie należy oczekiwać znacznego wzrostu liczby przenośników taśmowych transportujących w dół.

Stwarza to szczególną potrzebę podjęcia problematyki badawczej dotyczącej doboru układu napędowego, określenia rozkładu obciążeń w wielobębnowym, wielosilnikowym napędzie przenośnika oraz analizy dynamiki rozruchu i hamowania tych przenośników. Badania podjęte przez autora w tej pracy wynikły z zapotrzebowania górnictwa odkrywkowego. Ich wyniki pozwalają na opracowanie zasad doboru układu napędowego, optymalny dobór jego parametrów oraz stanowią podstawę teoretyczną wyznaczania obciążeń dynamicznych poszczególnych elementów układu napędowego, jak taśmy, przekładni i konstrukcji przenośnika podczas rozruchu, hamowania oraz pracy ustalonej.

1.2. Teza i cel pracy

Przyjęta teza głosi, że:

- zastosowanie hamowania prądem stałym silników indukcyjnych, pracujących w napędzie zwrotnym przenośnika taśmowego o ujemnym kącie nachylenia, zapewnia płynny przebieg zatrzymywania przenośnika i charakteryzuje się dobrymi własnościami eksploatacyjno-ruchowymi zarówno w stanach dynamicznych, jak i ustalonych.

Celem pracy jest:

- analiza zagadnień eksploatacyjnych związanych z rozruchem, hamowaniem i pracą ustaloną układu napędowego przenośnika taśmowego o ujemnym kącie nachylenia;
- opracowanie zasad doboru układu napędowego i wyznaczania rozkładu obciążeń w wielobębnowym, wielosilnikowym napędzie zwrotnym przenośnika;
- przedstawienie własności dynamicznych maszyn indukcyjnych podczas rozruchu i hamowania prądem stałym;
- opracowanie teoretyczne sformalizowanej metody analizy stanów dynamicznych systemu elektromechanicznego przenośnika opartej o zasady wariacyjne;
- opracowanie programów i przeprowadzenie badań symulacyjnych na maszynie cyfrowej stanów dynamicznych systemu elektromechanicznego przenośnika taśmowego transportującego w dół.

Za dorobek własny autor uważa:

- opracowanie zależności do analizy rozkładu obciążeń w wielobębnowym, wielosilnikowym napędzie zwrotnym przenośnika taśmowego o ujemnym kącie nachylenia;
- podanie metodyki analizy dynamiki silników indukcyjnych podczas hamowania prądem stałym, przedstawienie równań z uwzględnieniem sposobu połączeń uzwojenia stojana, określenie przebiegów momentu elektromagnetycznego i prądów silnika, wyznaczenie współczynników tłumienia i częstotliwości składowych przejściowych, określenie trajektorii dynamicznych;
- wyznaczenie zależności do analizy niestłumionego pola wirnika dla stałej lub zmiennej prędkości kątowej układu

napędowego i umożliwiającą badanie jego wpływu na przebieg wielkości w stanach dynamicznych;

- przedstawienie metody do sformalizowanego zapisu równań dynamiki systemu elektromechanicznego przenośnika oraz możliwości ich numerycznego rozwiązania;

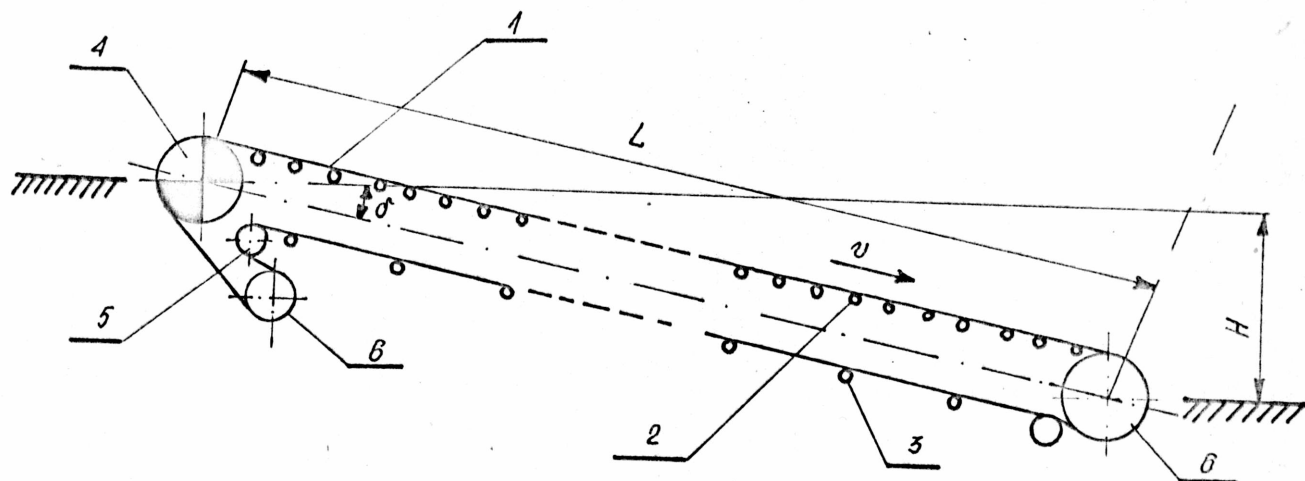
- przeprowadzenie na maszynie cyfrowej badań symulacyjnych stanów dynamicznych systemu elektromechanicznego przenośnika taśmowego o ujemnym kącie nachylenia;

- opracowanie programów obliczeniowych na maszynę cyfrową do określenia parametrów przenośnika taśmowego transportującego w dół i jego układu napędowego, badanie stanów dynamicznych silników indukcyjnych oraz systemu elektromechanicznego przenośnika.

2. PODSTAWOWE ZALEŻNOŚCI W PRACY USTALONEJ I NIEUSTALONEJ NAPĘDU PRZENOŚNIKA TAŚMOWEGO O UJEMNYM KĄCIE NACHYLENIA

2.1. Ogólna charakterystyka przenośnika

W przenośnikach taśmowych o ujemnym kącie nachylenia przemieszczanie transportowanego nosiwa przebiega z poziomu wyższego na niższy (rys. 2.1).



Rys.2.1. Układ kinematyczny przenośnika taśmowego o ujemnym kącie nachylenia: 1 - taśma, 2 - kółka górne, 3 - kółka dolne, 4 - bęben napędowy, 5 - bęben napinający, 6 - bębny nienapędowe, L - długość przenośnika, δ - kąt pochylenia trasy

Elementem transportującym urobek jest taśma 1 przemieszczająca się ruchem postępowym po zestawach krążników górnych 2 i dolnych 3. Wprawienie taśmy w ruch i utrzymanie jej w ruchu ustalonym zapewnia układ napędowy za pośrednictwem sprzężenia ciernego między taśmą a bębnem napędowym 4. Dla zapewnienia odpowiedniego stopnia sprzężenia ciernego oraz zapobieżenia powstaniu zwisów taśmy między krążnikami służy układ napinania taśmy wraz z bębnem napinającym 5.

Jeżeli dla uzyskania potrzebnej mocy konieczne jest stosowanie napędu wielosilnikowego, układ może być złożony z kilku bębnow napędowych. Każdy z bębnow napędowych sprzężony jest z jednym lub dwoma silnikami napędowymi poprzez przekładnie mechaniczne.

2.2. Opory ruchu i zapotrzebowanie mocy przenośnika taśmowego o ujemnym kącie nachylenia

Znajomość oporów ruchu przenośnika jest niezbędna do określenia zapotrzebowania mocy, racjonalnego doboru układu napędowego, zaprogramowania prawidłowego przebiegu rozruchu i hamowania, ustalenia wartości sił działających na taśmę i inne elementy konstrukcyjne przenośnika.

Opory ruchu przenośnika taśmowego transportującego w dół dzielą się na [43]:

a) opory główne, składające się z oporów toczenia krążników, ruchu taśmy po krążnikach i ślizgania się taśmy po powierzchni krążników;

b) opory pochylenia wynikające z przemieszczania taśmy i transportowanego urobku wzdłuż nachylonej względem poziomu trasy przenośnika;

c) opory dodatkowe składające się z oporów tarcia nosiwa o ograniczenia boczne, oporów w miejscu zakładowania i rozkładowania taśmy, oporów toczenia bębnow, oporów tarcia urządzeń czyszczących, uszczelniających oraz innych stykających się z taśmą elementów.

Opory główne i pochylenia rozłożone są wzdłuż całej trasy przenośnika, opory dodatkowe występują tylko w określonych miejscach.

Opory główne i dodatkowe są wynikiem sił tarcia występujących podczas ruchu taśmy i innych elementów przenośnika, natomiast opory pochylenia są składowymi sił ciężkości taśmy i znajdującego się na niej nosiwa. Z podziału wynika, że moment oporowy przenośnika, pochodzący od sił oporów głównych i dodatkowych, ma charakter bierny, natomiast od oporów pochylenia - charakter czynny.

Całkowite opory ruchu W_u są sumą poszczególnych składowych

$$W_u = \sum W = (w_{jg} + w_{jd})L + \sum W_{dod} , \quad (2.1)$$

gdzie: w_{jg} , w_{jd} - jednostkowe opory ruchu cięgna górnego i dolnego,

L - długość przenośnika,

W_{dod} - opory dodatkowe.

Zakładając, że opór toczenia krążników jest sumą oporów tarcia Coulombowskiego i tarcia wiskotycznego, a opory ruchu i ślizgania się taśmy po krążnikach mają charakter tarcia Coulombowskiego, jednostkowe opory ruchu przenośnika można wyrazić zależnościami:

$$w_{jg} = w_{wg} + w_{sg} \operatorname{sgn} v + w_{vg} v , \quad (2.2a)$$

$$w_{jd} = w_{wd} + w_{sd} \operatorname{sgn} v + w_{vd} v , \quad (2.2b)$$

gdzie: w_{wg}, w_{wd} - jednostkowe opory pochylenia cięgna górnego i dolnego,

w_{sg}, w_{sd} - jednostkowe opory ruchu cięgna górnego i dolnego mające charakter tarcia Coulombowskiego,

v - prędkość liniowa taśmy,

w_{vg}, w_{vd} - współczynnik tarcia wiskotycznego cięgna górnego i dolnego.

Zakładając, że cała taśma znajduje się w ruchu quasiustalonym, na podstawie obliczonych oporów ruchu dla różnych wartości prędkości i wydajności otrzymuje się rodzinę statycznych charakterystyk $W_u = f(v, Q_v)$.

Na podstawie obliczeń oporów ruchu szeregu przenośników o dużej wydajności transportujących w dół, przeprowadzonych przez autora i COBPGO "Poltegor" [21,22,29,38] można stwierdzić, że decydujący wpływ na całkowite opory ruchu ma stopień załadowania taśmy, określony współczynnikiem k_z :

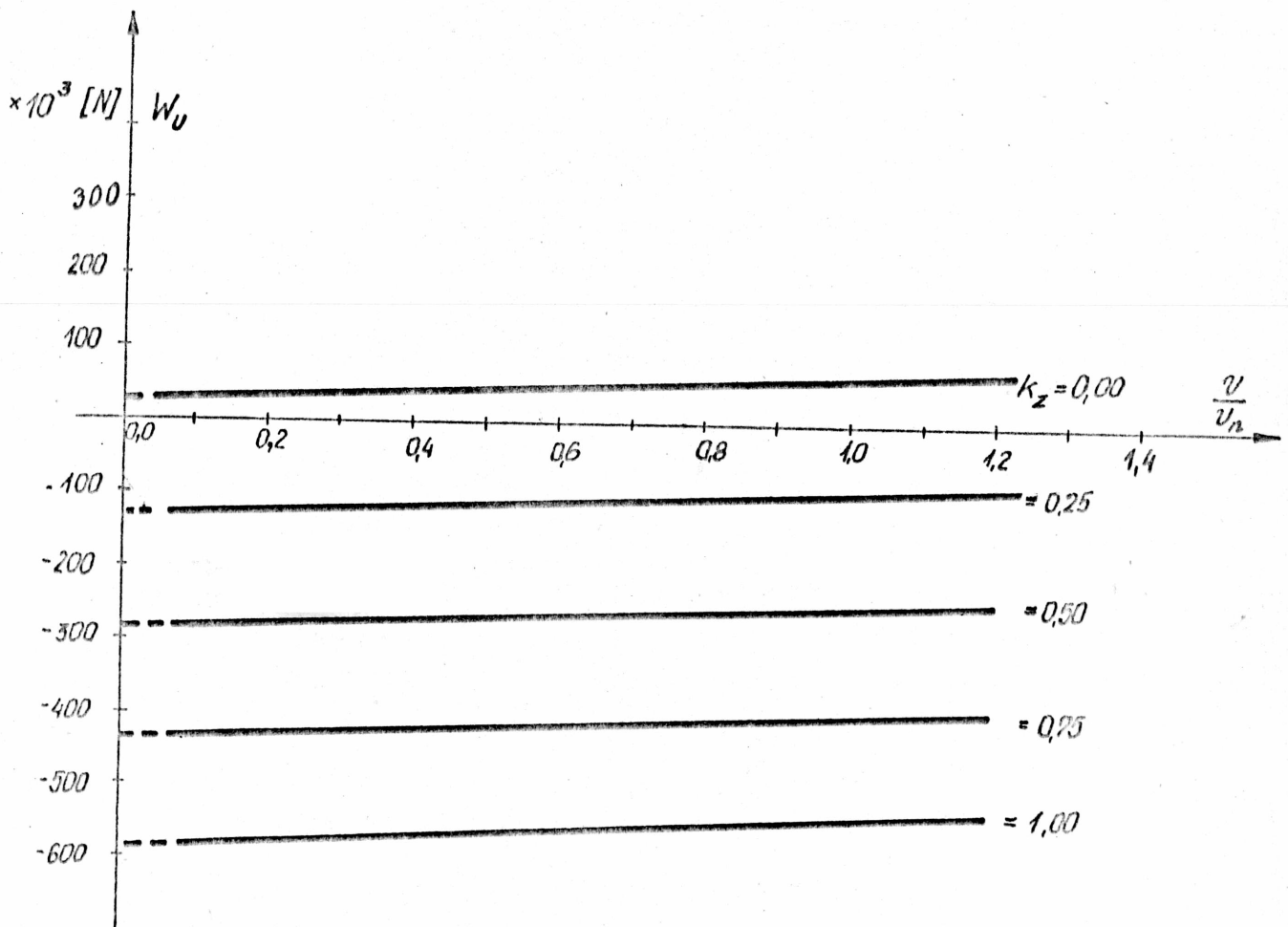
$$k_z = \frac{Q_v}{Q_{vn}}, \quad (2.3)$$

gdzie: Q_v - objętościowa wydajność chwilowa przenośnika,

Q_{vn} - objętościowa wydajność znamionowa przenośnika.

Prędkość taśmy oraz temperatura otoczenia wpływają nieznacznie na wielkość całkowitych oporów ruchu. Typowy przebieg charakterystyk mechanicznych przenośnika o ujemnym kącie nachylenia przedstawiono na rysunku 2.2.

Opory ruchu przenośnika pustego i nieznacznie obciążonego są dodatnie, co świadczy o przewadze oporów głównych i dodatkowych nad oporami pochylenia i biernym charakterze



Rys.2.2. Charakterystyki mechaniczne przenośnika taśmowego transportującego w dół: $L=560$ m, $H=-92$ m, $Q_{vn}=2,444$ m³/s, $v_n=5,24$ m/s, taśma St3150 o szerokości $B_t=2,0$ m, materiał transportowany - nadkład o gęstości $\rho_n=1700$ kg/m³

momentu oporowego przenośnika.

Ze wzrostem obciążenia przenośnika rośnie udział oporów pochylenia, całkowite opory ruchu stają się ujemne, a moment oporowy przenośnika przybiera charakter czynny.

Wymaganą moc napędową przenośnika w ruchu ustalonym, z uwzględnieniem strat energii w przekładniach, określa się z zależności:

$$P = \frac{F_u v}{\eta_p} \quad \text{dla} \quad F_u \geq 0, \quad (2.4a)$$

$$P = F_u v \eta_p \quad \text{dla} \quad F_u < 0, \quad (2.4b)$$

gdzie: η_p - sprawność przekładni mechanicznej,
 F_u - siła obwodowa równa wypadkowym oporom ruchu przenośnika.

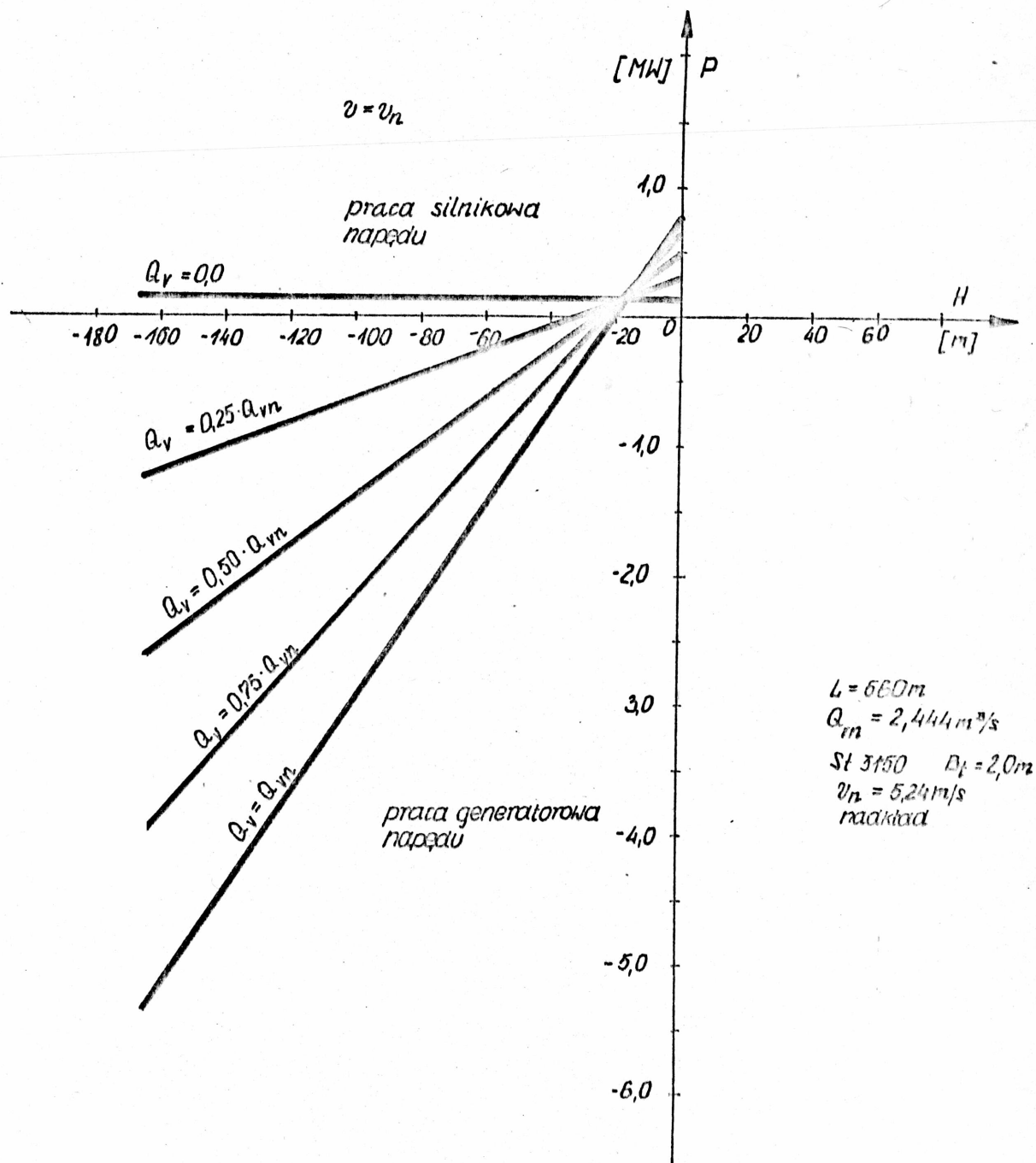
Zapotrzebowaną moc napędową podczas pracy ustalonej przenośnika taśmowego transportującego w dół, w zależności od jego wydajności Q_v i różnicy poziomów przenoszenia nosiwa H , przedstawia rysunek 2.3. W wypadku biernego momentu oporowego (przenośnik pusty lub nieznacznie obciążony) odbywa się praca silnikowa układu napędowego, natomiast przy czynnym momencie oporowym (przenośnik obciążony) praca generatorowa, z oddawaniem energii do sieci prądu przemiennego.

Z obliczeń wynika, że zapotrzebowana moc napędowa przenośnika taśmowego o dużej wydajności transportującego w dół może być znaczna i sięga wartości kilku MW.

Ze względu na ograniczoną wielkość mocy jednostkowej silników, dla uzyskania wymaganej wartości mocy zainstalowanej konieczne jest stosowanie napędów wielosilnikowych i wielobębnowych.

2.3. Uproszczony model dynamiczny przenośnika

Przenośnik taśmowy wraz z układem napędowym stanowi złożony system elektromechaniczny składający się z wielu wzajemnie powiązanych i oddziaływujących na siebie obwodów elektrycznych i układów mechanicznych. Szczególną rolę odgrywają tu własności elastyczne taśmy, powodujące, że poszczególne odcinki taśmy i związane z nimi ruchome elementy mogą mieć różne prędkości oraz wchodzić do ruchu stopniowo. W związku z tym opory ruchu i moment bezwładności przenośnika nie są

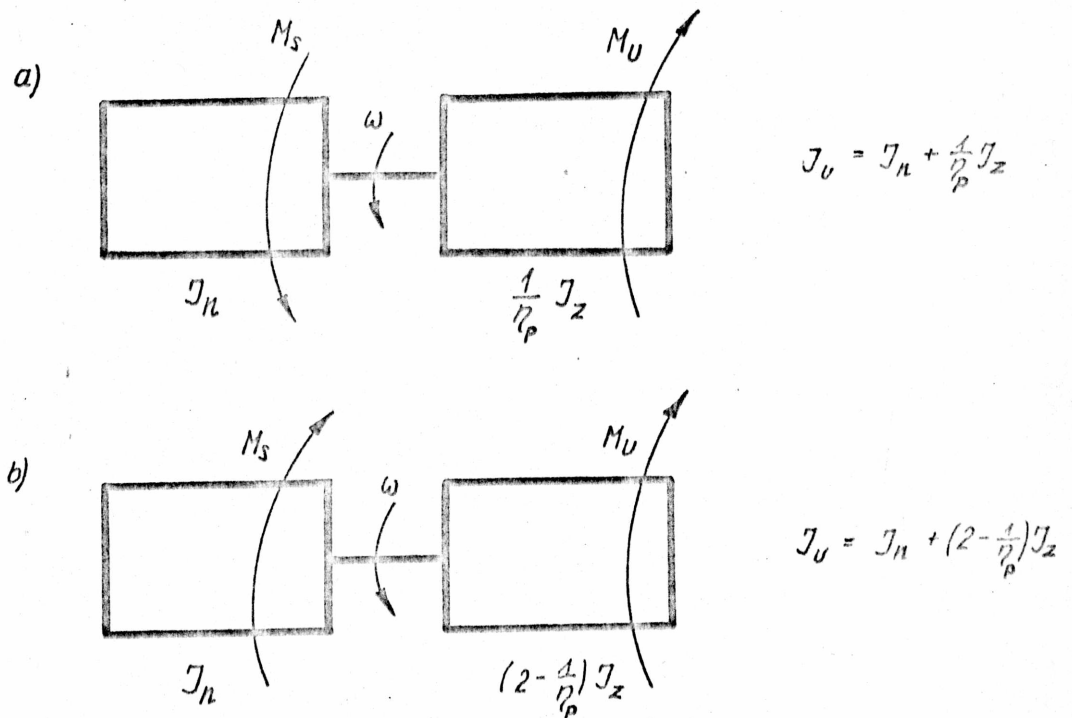


Rys.2.3. Zapotrzebowanie mocy napędowej przenośnika taśmowego transportującego w dół w zależności od różnicy poziomów przenoszenia nosiwa H i wydajności przenośnika Q_v

stałe. Analityczne ujęcie tych zjawisk wymaga rozpatrzenia złożonego modelu przenośnika i układu napędowego, w którym uwzględnia się reologiczne własności taśmy i procesy elektromagnetyczne silników napędowych. Analiza taka została przeprowadzona przez autora w dalszej części pracy.

Stosowanie złożonego modelu w analizie wstępnej, gdy szereg parametrów jest nieznanymi lub przyjmowanych podczas projektowania jest niecelowe. Dotychczasowe doświadczenia projektowe i eksploatacyjne uzasadniają możliwość przybliżonego odwzorowania wielomasowego zespołu przenośnika za pomocą układu jednomasowego o jednym stopniu swobody.

Uproszczony model dynamiczny przenośnika przedstawiony na rysunku 2.4 składa się z wirującej masy o zredukowanym momencie bezwładności J_u , zredukowanego momentu oporowego przenośnika M_u i momentu silników M_s .



Rys.2.4. Uproszczony model dynamiczny przenośnika:
a) dla przepływu energii od układu napędowego;
b) dla odwrotnego kierunku przepływu energii.

Zredukowany moment bezwładności J_u przenośnika określa się z zależności:

- dla przepływu energii od układu napędowego do przenośnika:

$$J_u = J_n + \frac{1}{\eta_p} J_z , \quad (2.5a)$$

gdzie: J_n - moment bezwładności układu napędowego,

J_z - zastępczy moment bezwładności mas;

- dla odwrotnego kierunku przepływu energii:

$$J_u = J_n + (2 - \frac{1}{\eta_p}) J_z . \quad (2.5b)$$

Zredukowany moment oporowy przenośnika M_u jest sumą momentów pochodzących od oporów ruchu przenośnika oraz strat stałych przekładni:

$$M_u = F_u \frac{D_{bn}}{2 i_p \eta_p} + M_\eta \quad \text{dla} \quad F_u \geq 0 , \quad (2.6a)$$

$$M_u = F_u \frac{D_{bn}}{2 i_p} (2 - \frac{1}{\eta_p}) + M_\eta \quad \text{dla} \quad F_u < 0 , \quad (2.6b)$$

gdzie: D_{bn} - średnica bębna napędowego,

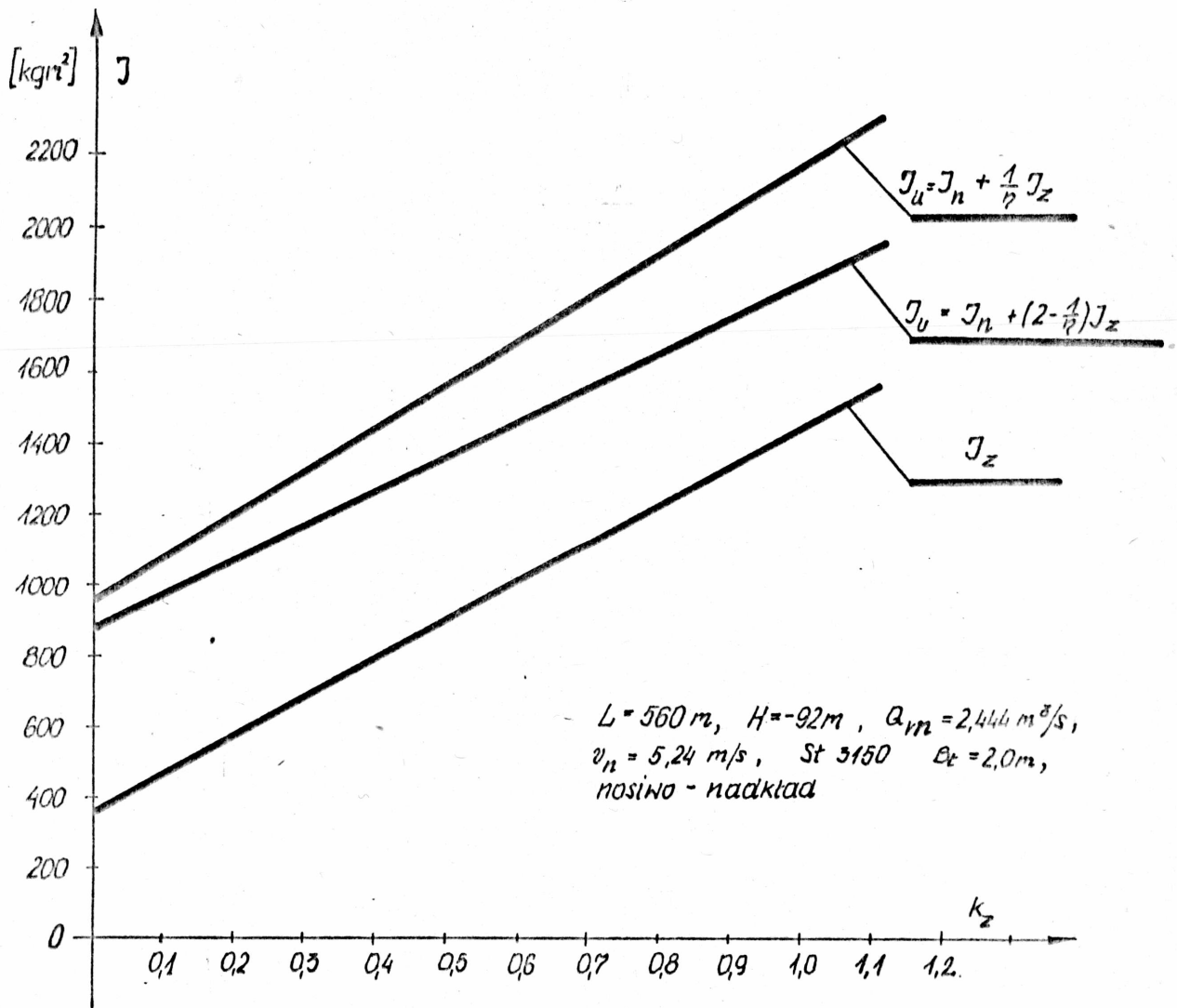
i_p - przełożenie przekładni,

M_η - moment strat stałych przekładni.

Ze zmianą obciążenia przenośnika ulegają zmianie: zredukowany moment bezwładności J_u i zredukowany moment oporowy M_u . Ilustrują to charakterystyki przedstawione na rysunkach 2.5 i 2.6, sporządzone dla przenośnika taśmowego o ujemnym kącie nachylenia.

Zależność zredukowanego momentu bezwładności przenośnika od obciążenia przenośnika opisuje równanie:

$$J_u(k_z) = J_{u0} + (J_{un} - J_{u0}) k_z , \quad (2.7)$$



Rys.2.5. Zależność zastępczego momentu bezwładności J_z i zredukowanego momentu bezwładności J_u przenośnika taśmowego transportującego w dół od stopnia obciążenia k_z

gdzie: J_{uo} - zredukowany moment bezwładności przenośnika pustego ($k_z = 0,0$),

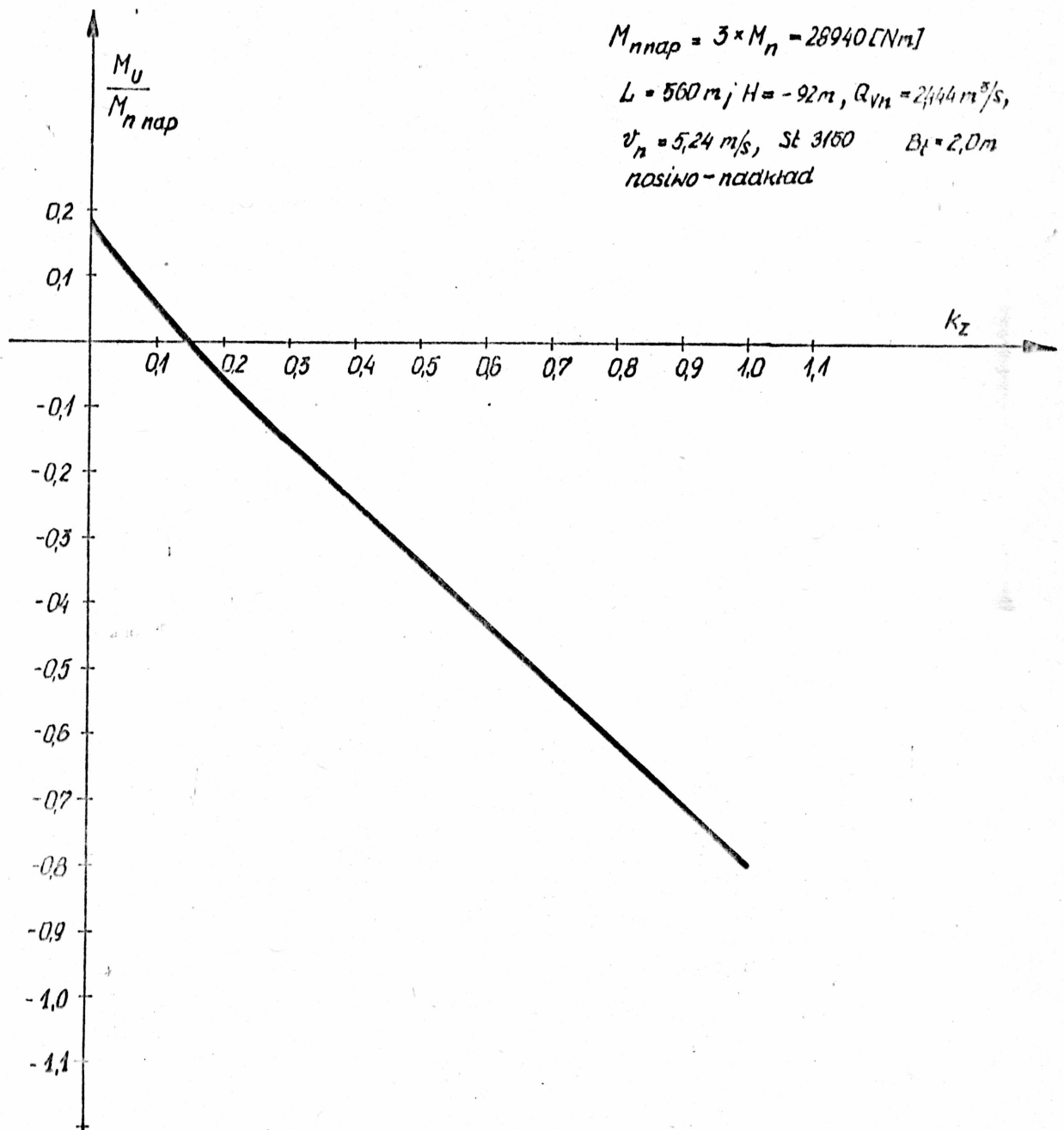
J_{un} - zredukowany moment bezwładności przenośnika obciążonego znamionowo ($k_z = 1,0$).

W podobny sposób można przedstawić zlinearyzowaną zależność momentu oporowego przenośnika od jego obciążenia:

$$M_u(k_z) = M_{uo} + (M_{un} - M_{uo}) k_z, \quad (2.8)$$

gdzie: M_{uo} - zredukowany moment oporowy przenośnika pustego ($k_z = 0,0$),

M_{un} - zredukowany moment oporowy przenośnika obciążonego znamionowo ($k_z = 1,0$).



Rys.2.6. Zależność momentu oporowego M_u przenośnika taśmowego transportującego w dół od stopnia obciążenia przenośnika k_z

2.4. Określenie wymaganych wartości momentów rozruchowych i hamujących

Dla uproszczonego modelu przenośnika, równanie ruchu podczas rozruchu i hamowania ma postać:

$$M_s = M_u + J_u \frac{d\omega}{dt}, \quad (2.9)$$

gdzie: M_s - moment silników napędowych (rozruch) lub hamulców mechanicznych (hamowanie),

ω - prędkość kątowa silników.

Zakładając, że podczas rozruchu i hamowania prędkość przenośnika zmienia się liniowo, otrzymuje się:

$$\frac{d\omega}{dt} \approx \frac{\omega_s}{t_r}, \quad (2.10a)$$

$$\frac{d\omega}{dt} \approx - \frac{\omega_s}{t_h}, \quad (2.10b)$$

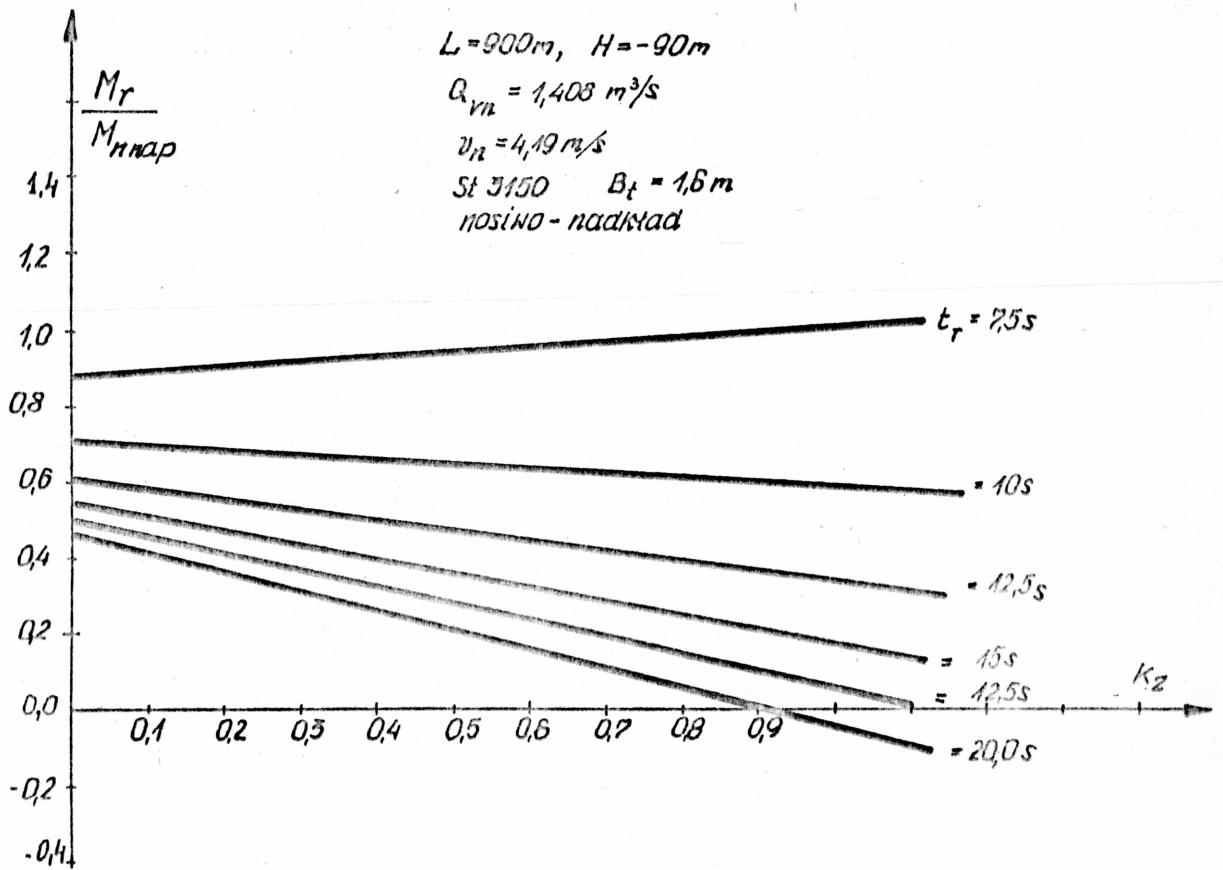
gdzie: ω_s - synchroniczna prędkość kątowa silników,

t_r, t_h - odpowiednio czas rozruchu i hamowania przenośnika.

Na podstawie zależności (2.7)÷(2.10) otrzymuje się równanie pozwalające określić wartość momentu rozruchowego M_r przenośnika transportującego w dół, wymaganego do rozruchu przenośnika w żądanym czasie t_r w zależności od stopnia obciążenia k_z :

$$M_r(k_z) = M_{uo} + J_{uo} \frac{\omega_s}{t_r} + \left[(J_{un} - J_{uo}) \frac{\omega_s}{t_r} + (M_{un} - M_{uo}) \right] k_z \quad (2.11)$$

Charakterystyki obrazujące zakres zmian momentu rozruchowego układu napędowego dla zapewnienia rozruchu przenośnika w żądanym czasie t_r w zależności od obciążenia przenośnika przedstawiono na rysunku 2.7.



Rys.2.7. Zależność wymaganego momentu rozruchowego M_r przenośnika transportującego w dół od stopnia obciążenia k_z i czasu rozruchu t_r

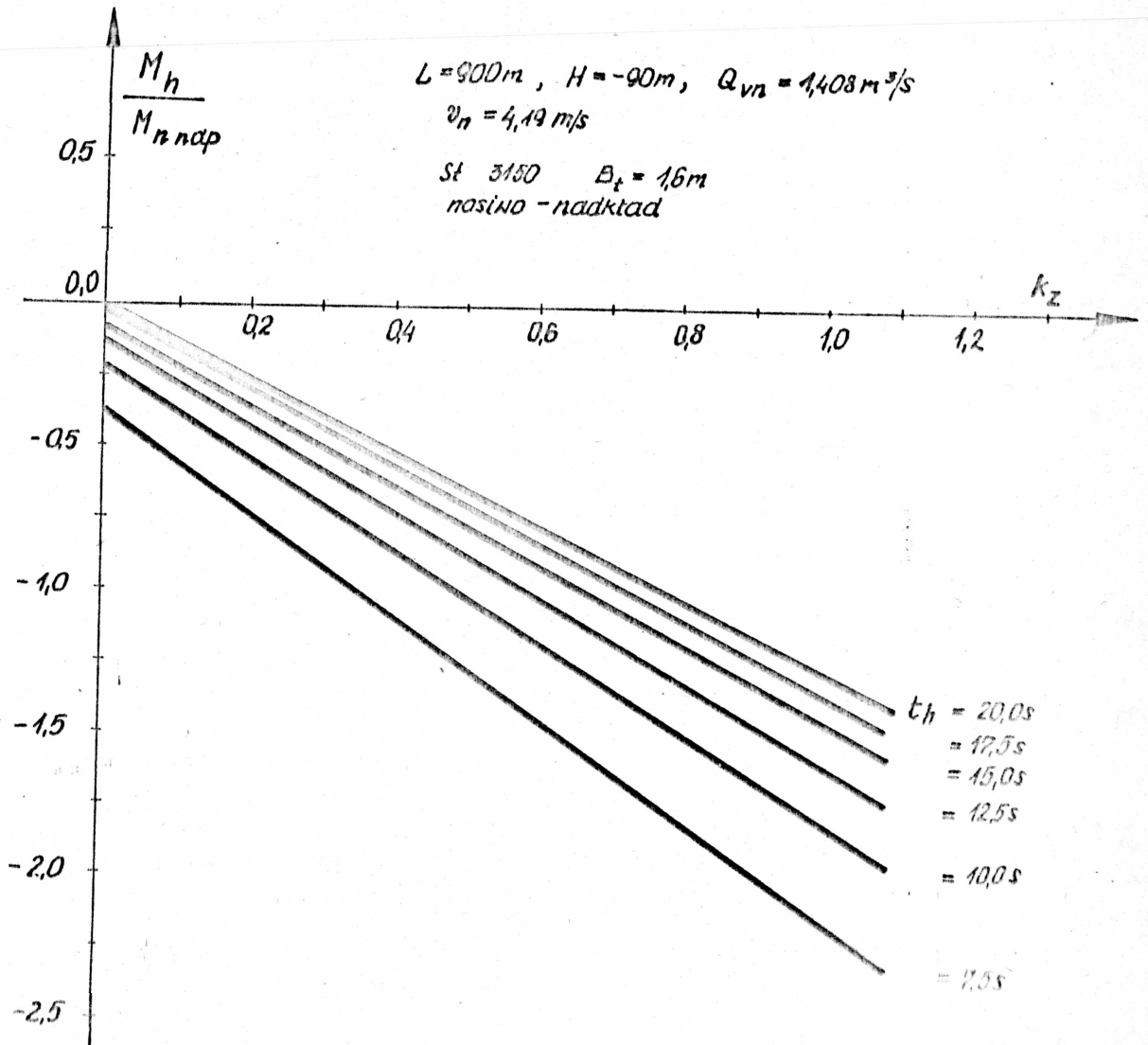
Z rysunku 2.7 wynika, że wartości wymaganych momentów rozruchowych przenośnika taśmowego o ujemnym kącie nachylenia nie są duże i w zasadzie nie przekraczają wartości momentu znamionowego.

W podobny sposób otrzymuje się równanie określające wartość momentu hamującego M_h przenośnika taśmowego transportującego w dół, wymaganego do zatrzymania przenośnika w żądanym czasie t_h , w zależności od stopnia obciążenia k_z :

$$M_h(k_z) = M_{uo} - J_{uo} \frac{\omega_s}{t_h} + \left[- (J_{un} - J_{uo}) \frac{\omega_s}{t_h} + (M_{un} - M_{uo}) \right] k_z .$$

(2.12)

Charakterystyki obrazujące zakres zmian momentu hamującego dla zapewnienia zatrzymania przenośnika w czasie t_h , w zależności od obciążenia przenośnika k_z , przedstawiono na rysunku 2.8.



Rys. 2.8. Zależność wymaganego momentu hamującego M_h przenośnika transportującego w dół od stopnia obciążenia k_z i czasu hamowania t_h .

Czas zatrzymywania przenośników taśmowych transportujących w dół powinien być stały bez względu na wartość chwilowego obciążenia przenośnika. Wymagają tego warunki współpracy z innymi przenośnikami pracującymi w ciągu oraz konieczność

zapobieżenia przesypom, które mogą być spowodowane szybszym zatrzymywaniem przenośnika odbierającego niż podającego.

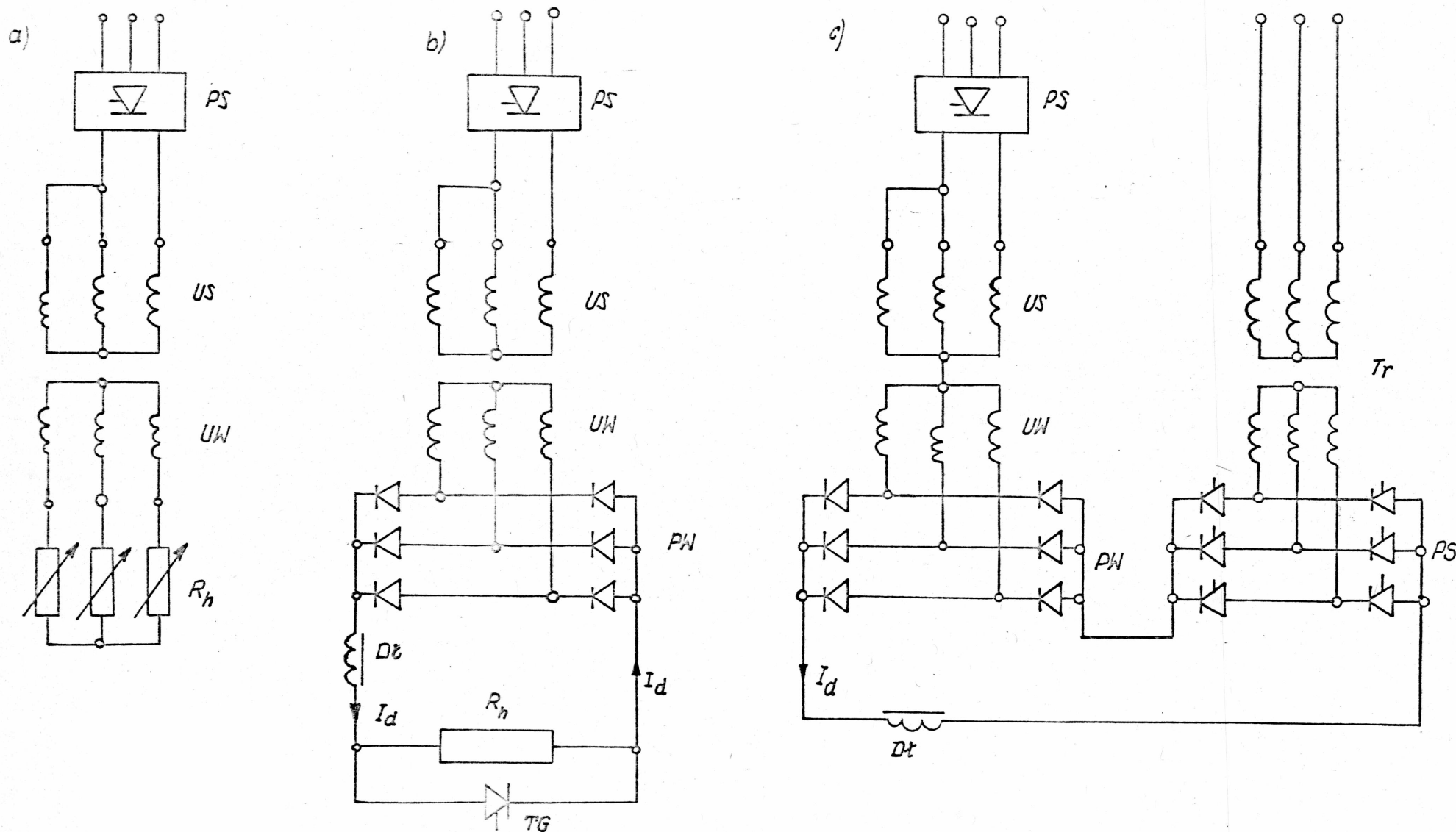
Dla spełnienia tych wymagań należy dostosowywać wartości momentu hamującego do chwilowego obciążenia przenośnika. Zatrzymanie obciążonego przenośnika transportującego w dół wymaga dużych wartości momentu hamującego, co wynika z faktu występowania czynnego momentu oporowego przenośnika. Zatrzymanie przenośnika pustego lub nieznacznie obciążonego wymaga natomiast małych wartości momentu hamującego lub może nastąpić przez swobodny wybieg.

2.5. Układy z regulacją momentu hamującego przenośników taśmowych transportujących w dół

Obecnie w napędach przenośników taśmowych stosuje się hamulce mechaniczne sprężynowo-szczękowe ze zwalnikami elektrohydraulicznymi [15,49]. Istotną wadą tego typu hamulców jest brak możliwości regulacji momentu hamującego.

Niedogodności hamowania mechanicznego można wyeliminować przez zastosowanie hamowania elektrycznego silników napędowych. Prace nad tym zagadnieniem podjęto w Instytucie Układów Elektromaszynowych Politechniki Wrocławskiej i COBPGO "Poltegor" we Wrocławiu [21,22]. Na ich podstawie można stwierdzić, że najkorzystniejsze i najszersze możliwości regulacji momentu hamującego oraz kształtowania charakterystyk mechanicznych silników zapewnia hamowanie prądem stałym. Możliwe układy regulowanego hamowania prądem stałym silników indukcyjnych przedstawiono na rysunku 2.9.

Elektromagnetyczny moment hamujący M_e silnika w układzie z rysunku 2.9a jest opisany zależnością:



Rys.2.9. Układy regulowanego hamowania prądem stałym: a) układ klasyczny, b) układ z modulatorem rezystancji w obwodzie wirnika, c) układ kaskadowy; PS - prostownik sterowany, PW - prostownik niesterowany, US - uzwojenie stojana, UW - uzwojenie wirnika, Tr - transformator, Dł - dławik, TG - tyrystor główny

$$M_e = - \frac{m_1}{\omega_s} \frac{\frac{R'_w + R'_h}{\nu}}{\left(\frac{R'_w + R'_h}{\nu}\right)^2 + (X_\mu + X'_{\sigma w})^2} X_\mu^2 I_{1ekw}^2, \quad (2.13)$$

przy czym:

$$I_{1ekw} = k_u I_{st}, \quad (2.14)$$

gdzie: m_1 - liczba faz uzwojenia stojana,

R'_w - rezystancja uzwojenia wirnika sprowadzona na stronę stojana,

R'_h - rezystancja dodatkowa w wirniku sprowadzona na stronę stojana,

$\nu = \omega / \omega_s$ - względna prędkość wirnika,

X_μ - reaktancja magnesowania silnika,

$X'_{\sigma w}$ - reaktancja rozproszenia uzwojenia wirnika sprowadzona na stronę stojana,

I_{1ekw} - ekwiwalentny prąd uzwojenia stojana,

k_u - współczynnik zależny od sposobu połączeń uzwojenia stojana podczas hamowania,

I_{st} - prąd źródła prądu stałego.

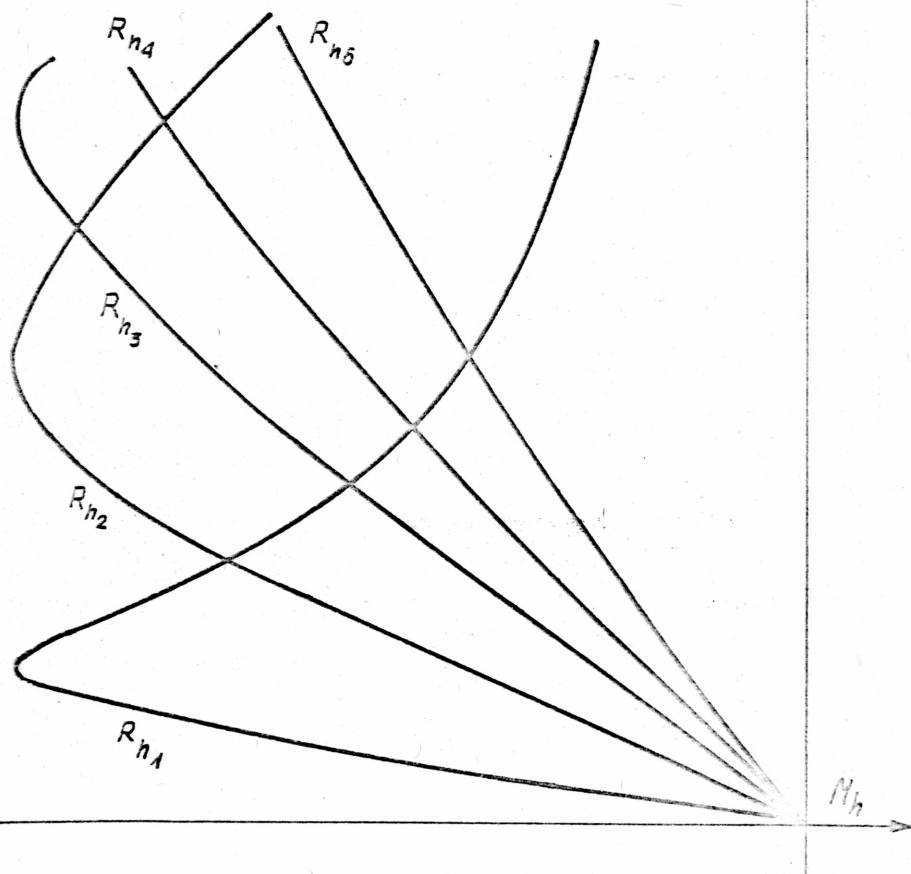
Jak wynika z zależności (2.13) i (2.14), regulację momentu hamującego w tym układzie można otrzymać przez zmianę wartości prądu stałego zasilającego uzwojenie stojana i zmianę wartości rezystancji dodatkowej w obwodzie wirnika.

Charakterystyki mechaniczne, uzyskiwane w tym układzie, przedstawiono na rysunku 2.10a.

Utrzymanie wymaganej wartości momentu hamującego i zapewnienie płynnego przebiegu hamowania wymaga stosowania dużej liczby stopni hamowania. Skokowe zmiany momentu

a)

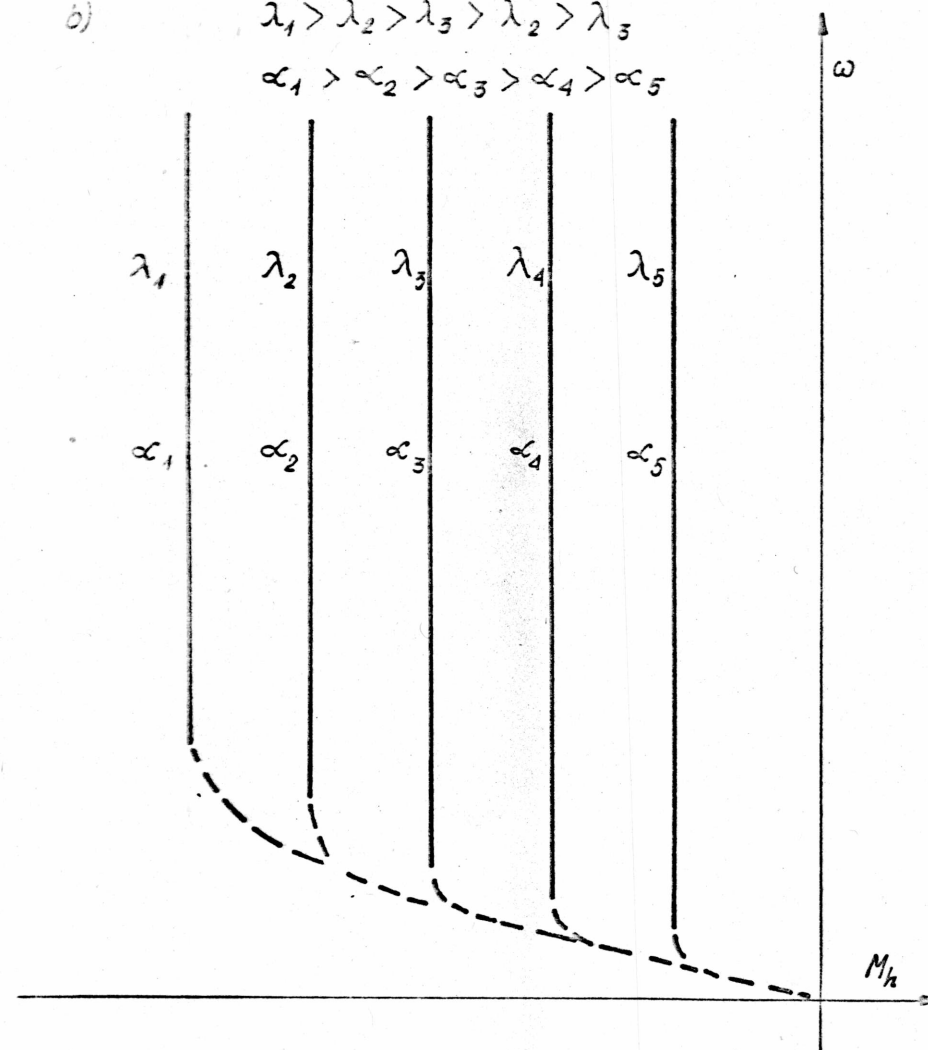
$$R_{n1} < R_{n2} < R_{n3} < R_{n4} < R_{n5}$$



b)

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_2 > \lambda_3$$

$$\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_4 > \alpha_5$$



Rys.2.10. Charakterystyki mechaniczne silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym: a) dla układu z rys. 2.9a; b) dla układu z rys. 2.9b,c

hamującego podczas przełączeń rezystancji wpływają niekorzystnie na żywotność taśmy, przekładni mechanicznych, sprzęgieł i innych elementów układu napędowego. Zwiększenie liczby stopni prowadzi do zmniejszenia pewności ruchowej układu hamowania, jego złożoności oraz zwiększenia kosztów inwestycyjnych i eksploatacyjnych.

Rzeczywisty rozwój techniki półprzewodnikowej umożliwił powstanie wielu nowych układów regulowanego hamowania silników indukcyjnych. Spośród nich największe możliwości wykorzystania w napędach przenośników taśmowych mają: układ z modulatorem rezystancji w obwodzie wirnika [17,33] oraz układ kaskady zaworowej [25,26].

W układzie z modulatorem rezystancji (rys. 2.9b) do obwodu wirnika jest włączony trójfazowy prostownik mostkowy PW. W obwodzie prądu wyprostowanego znajdują się: dławik D_L , który ogranicza pulsacje prądu oraz rezystancja R_h , której wartość jest regulowana za pomocą tyrystorowego modulatora rezystancji.

Modulator włączony równolegle do rezystancji R_h umożliwia jej płynną zmianę w zakresie $0 < R_{hm} < R_h$. Podczas hamowania prądem stałym w układzie kaskady zaworowej (rys. 2.9c) w obwód wirnika włączony jest trójfazowy prostownik mostkowy PW zbudowany z zaworów niesterowanych (diod), dławik wygładzający D_L oraz trójfazowy przekształtnik mostkowy PS zbudowany z zaworów sterowanych (tyrystorów). Przekształtnik PS, zasilany z transformatora Tr, umożliwia wprowadzenie do obwodu wirnika dodatkowego napięcia.

Elektromagnetyczny moment hamujący M_e silnika w układzie z modulatorem rezystancji i w układzie kaskadowym opisuje zależność [33,26]:

$$M_e = - \frac{1}{\omega_s} (E_{do} - \frac{3}{\pi} X_{\zeta w} I_d) I_d , \quad (2.15)$$

przy czym
$$E_{do} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_2 , \quad (2.16)$$

gdzie: U_2 - napięcie międzyprzewodowe wirnika,

I_d - średnia wartość prądu wyprostowanego wirnika.

Wartość prądu wyprostowanego I_d wynosi:

- w układzie z modulatorem rezystancji:

$$I_d = \frac{E_{do} \nu}{\frac{3}{\pi} X_{\zeta w} \nu + 2R_w + R_h(1 - \lambda)} , \quad (2.17)$$

gdzie: λ - współczynnik wypełnienia, równy stosunkowi czasu przewodzenia tyrystora głównego modulatora do okresu modulacji;

- w układzie kaskadowym:

$$I_d = \frac{E_{do} \nu - E_{dsm} \cos \alpha}{\frac{3}{\pi} X_{\zeta w} \nu + 2R_w + \frac{3}{\pi} X_{tr}} , \quad (2.18)$$

gdzie: α - kąt opóźnienia wysterowania prostownika sterowanego PS,

E_{dsm} - napięcie przekształtnika PS dla $\alpha = 0$,

X_{tr} - reaktancja uzwojeń transformatora.

Z przedstawionych zależności wynika możliwość regulacji momentu hamującego przez zmianę wartości prądu I_d , którą w układzie z modulatorem rezystancji uzyskuje się przez zmianę współczynnika wypełnienia λ , a w układzie kaskadowym - kąta opóźnienia wysterowania α .

Regulacja współczynnika wypełnienia λ lub kąta opóźnienia wysterowania α tak, że prąd I_d zachowuje stałą wartość niezależnie od poślizgu ν , zapewnia jednocześnie stałą wartość momentu hamującego w szerokim zakresie zmian prędkości kątowej silnika.

Statyczne charakterystyki mechaniczne dla układu hamowania z modulatorem rezystancji i układu kaskadowego przedstawiono na rysunku 2.10b.

Hamowanie w układzie kaskadowym pozwala na odzyskiwanie energii kinetycznej podczas zatrzymywania przenośnika i przekazywanie jej w postaci energii elektrycznej do sieci zasilającej.

W pozostałych układach energia elektryczna podczas hamowania jest zamieniana na ciepło.

Zastosowanie tyrystorowego modulatora rezystancji w obwodzie wirnika silnika indukcyjnego rozszerza znacznie możliwości regulacyjne układu napędowego przenośnika. Odpowiedni dobór parametrów układu umożliwia zarówno rozruch, jak i hamowanie przenośnika.

2.6. Wybór rodzaju napędu bębnowego

Usytuowanie układu napędowego wywiera decydujący wpływ na rozkład sił w taśmie, warunki współpracy poszczególnych jednostek napędowych oraz możliwość unifikacji stacji napędowych. Ze względu na wysoki koszt taśmy, jej ograniczoną trwałość i największą podatność na uszkodzenie, należy dążyć do ograniczenia maksymalnej wartości siły jaka może w niej wystąpić podczas ruchu przenośnika.

Między siłami, występującymi w charakterystycznych przekrojach taśmy, a siłami obwodowymi, pochodzącymi od napędu, oraz oporami ruchu taśmy w ruchu ustalonym występują następujące zależności [43]:

$$\begin{aligned} S_1 &= S_4 + W_r + w_{jg} L \\ S_2 &= S_1 - F_c \\ S_3 &= S_2 + W_c + w_{jd} L \\ S_4 &= S_3 - F_r \end{aligned} \tag{2.19}$$

gdzie: S_1, S_2, S_3, S_4 - siły w taśmie w punktach charakterystycznych przenośnika (rys. 2.11),

W_r, W_c - opory dodatkowe na stacji zwrotnej i czołowej,

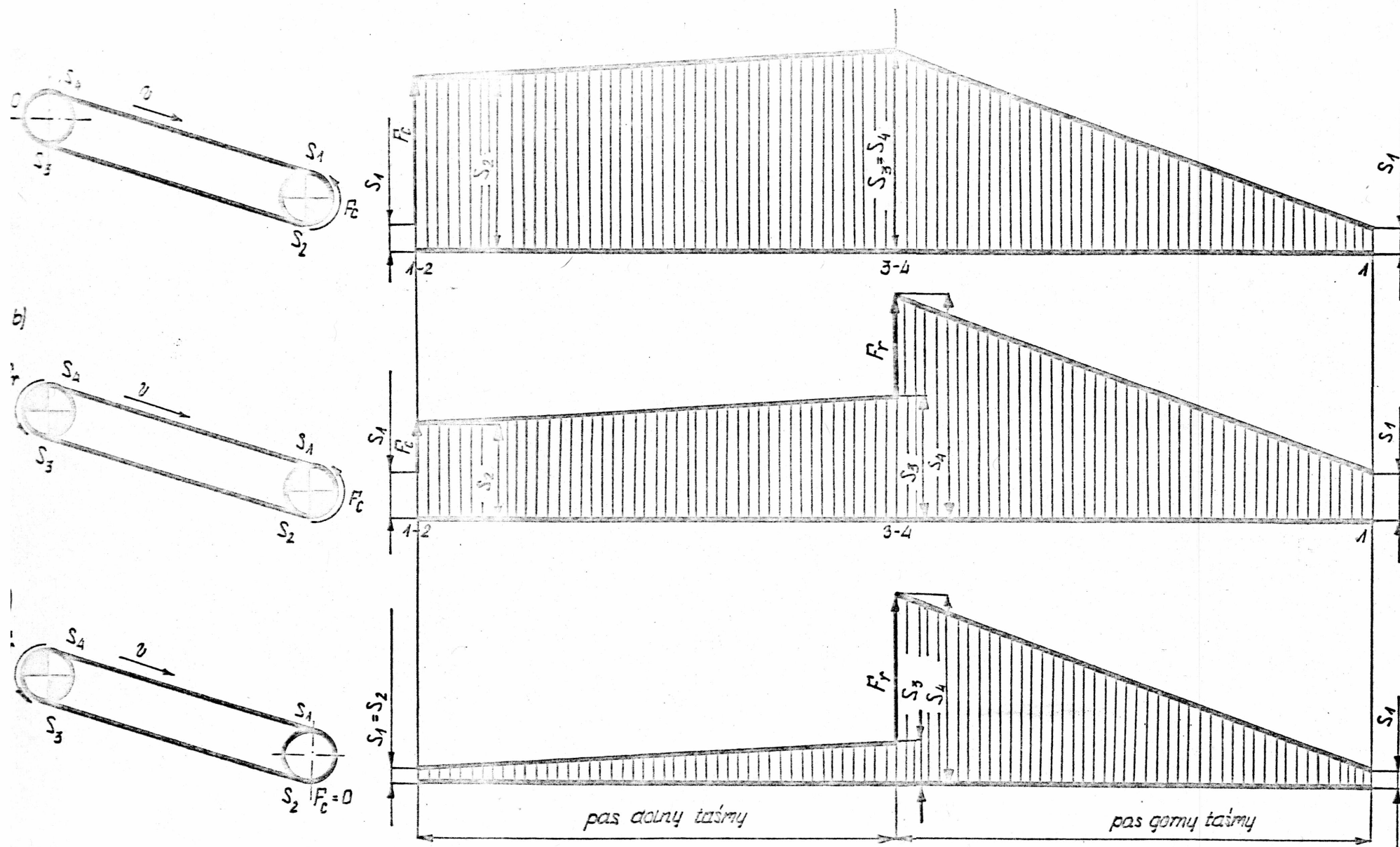
F_r, F_c - obwodowe siły napędowe przekazywane do taśmy na stacji zwrotnej i czołowej.

Na podstawie zależności (2.19) przeanalizowano rozkład sił w taśmie podczas ruchu ustalonego przenośnika taśmowego o danych jak na rysunku 2.2 dla napędu czołowego, czołowo-zwrotnego i zwrotnego. Wyniki analizy przedstawiono w postaci graficznej na rysunku 2.11.

Z analizy rozkładu sił w taśmie wynika, że najkorzystniejszym usytuowaniem napędu przenośnika taśmowego o dużej wydajności i dużym nachyleniu jest stacja zwrotna.

W tym wypadku całkowita siła napędowa przyłożona jest bezpośrednio za przekrojem taśmy, gdzie występują największe opory ruchu.

W przypadku napędu czołowego, siła przekazywana jest za pośrednictwem ciągną dolnego przenośnika, co zwiększa możliwość uszkodzenia taśmy i wymaga wzmocnienia konstrukcji przenośnika.



Rys.2.11. Rozkład sił w taśmie podczas pracy obciążonego przenośnika taśmowego o ujemnym kącie nachylenia: a) napęd czółkowy, b) napęd czółkowo-zwrotny, c) napęd zwrotny

Napęd czołowo-zwrotny charakteryzuje się najbardziej równomiernym rozkładem sił w taśmie, lecz układ ten stwarza szereg utrudnień w sterowaniu pracą napędów ze względu na ich odległe położenie.

Wymienione względy przemawiają za stosowaniem napędu zwrotnego jako typowego układu napędowego przenośników taśmowych o ujemnym kącie nachylenia. Wybór tego rodzaju napędu uzasadniają również warunki rozruchu i hamowania tych przenośników. Napęd zwrotny umożliwia przeniesienie dużych wartości momentów hamujących potrzebnych do zatrzymania obciążonego przenośnika. Umieszczenie silników napędowych na stacji zwrotnej umożliwia zatrzymywanie przenośnika za pomocą hamowania elektrycznego.

Napęd zwrotny nie zapewnia wprowadzić przeniesienia dużych wartości momentów rozruchowych, lecz nie stanowi to trudności, gdyż jak wynika z rozważań przedstawionych w p. 2.4, przenośniki o ujemnym kącie nachylenia nie wymagają dużych momentów rozruchowych.

2.7. Analiza rozkładu obciążeń w wielobębnowym napędzie zwrotnym przenośnika

2.7.1. Ogólna charakterystyka napędu

Duże zapotrzebowanie mocy przez przenośniki taśmowe o ujemnym kącie nachylenia i ograniczenia wielkości jednostki napędowej zmuszają do stosowania napędów wielosilnikowych i wielobębnowych.

W napędzie wielobębnowym powstają zagadnienia optymalnego doboru stosunku mocy zainstalowanej na poszczególnych

bębnach i zachowania założonego rozdziału mocy dla różnych obciążeń przenośnika.

Ze względu na tolerancje wykonania, rzeczywisty rozdział obciążeń między poszczególne bębny i silniki napędowe przenośnika może znacznie odbiegać od zakładanego podczas projektowania. Jest to zjawisko niekorzystne ze względu na możliwość przeciążenia części silników napędowych przy niedociążeniu innych i konieczność stosowania odpowiedniej rezerwy mocy zainstalowanej.

Z tych względów niezbędne jest dokonanie analizy rozdziału obciążeń w napędzie wielobębnowym przenośnika w celu poznania i określenia czynników wpływających na powstanie nierównomierności obciążeń oraz ustalenie tolerancji wykonania poszczególnych elementów układu napędowego i doboru odpowiedniej rezerwy mocy napędowej.

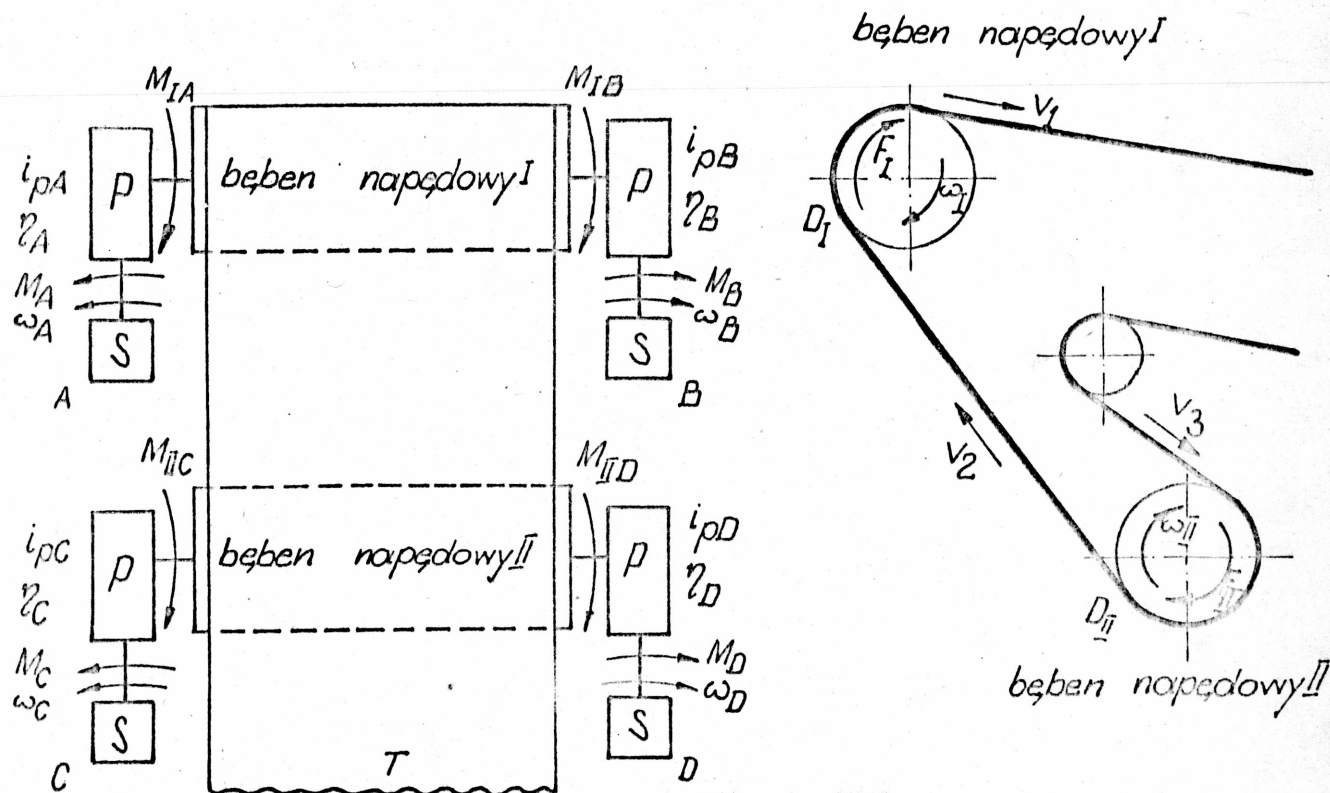
W tym celu zostanie przeanalizowany najbardziej ogólny dwubębnowy, czterosiłnikowy napęd zwrotny przenośnika taśmowego transportującego w dół (rys. 2.12).

2.7.2. Warunki współpracy elastycznej taśmy z bębniem napędowym

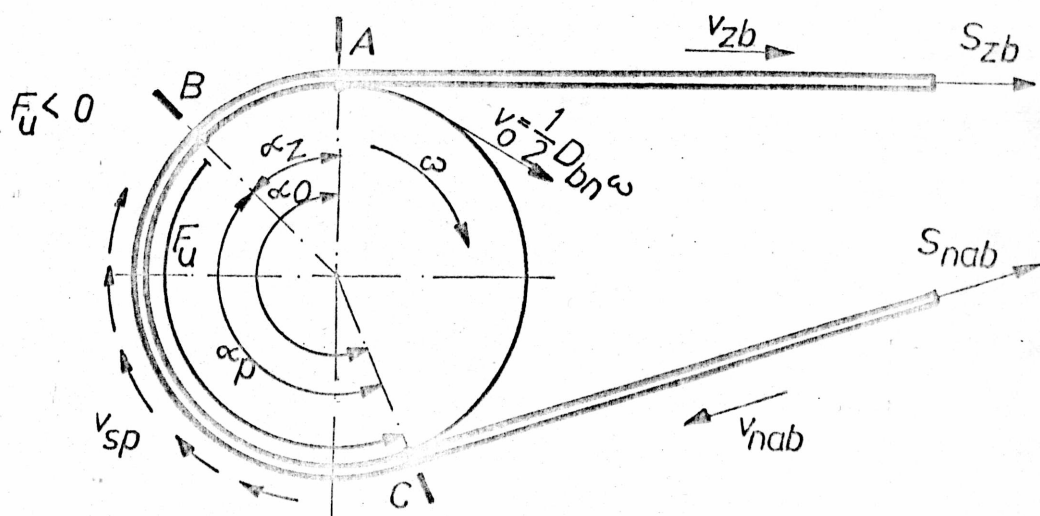
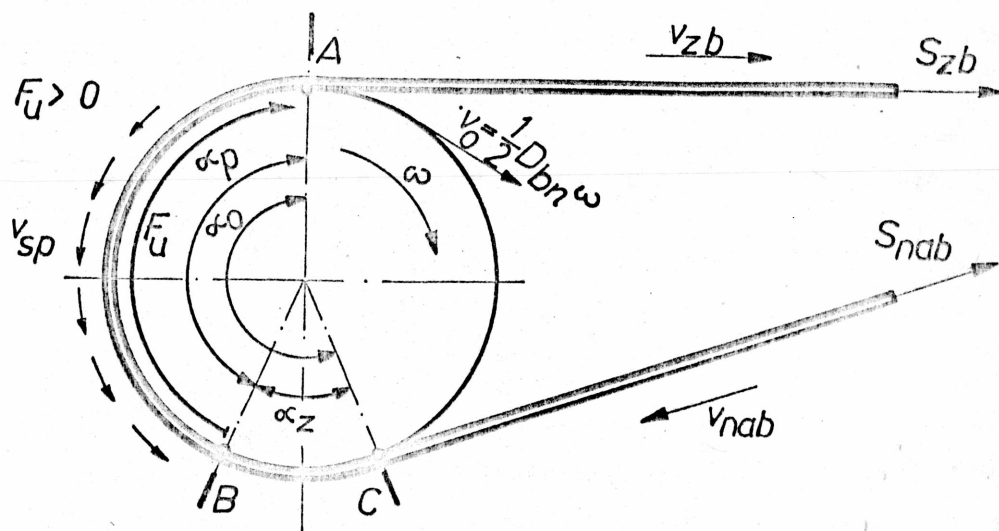
Przekazywanie sił od układu napędowego do taśmy odbywa się poprzez sprzężenie cierne między taśmą a bębniem napędowym.

Przejęcie od pracy siłnikowej do generatorowej napędu przenośnika o ujemnym kącie nachylenia związane jest ze zmianą zwrotu sił obwodowych przenoszonych przez bębny napędowe.

Schemat współpracy taśmy przenośnika z bębniem zwrotnym przy przenoszeniu sił napędowych i hamujących przedstawiono na rysunku 2.13.



Rys.2.12. Schemat dwubębnowego, czterosilnikowego napędu
zwrotnego przenośnika: S - silnik napędowy,
P - przekładnia, T - taśma



Rys.2.13. Schemat współpracy elastycznej taśmy przenośnika z bębniem napędowym:

- a) przy przenoszeniu siły napędowej,
- b) przy przenoszeniu siły hamującej;
- α_0 - kąt opasania bębna przez taśmę,
- α_p - kąt czynny (pełzania),
- α_z - kąt zapasowy (spoczynku)

Z dotychczasowego stanu badań [11,27,35] wynika, że przenoszenie sił do taśmy nie odbywa się na całym łuku odpowiadającym kątowi α_0 opasania bębna przez taśmę, lecz na jego części określonej przez kąt czynny α_p .

Na łuku odpowiadającym kątowi α_p następuje zmiana wydłużenia taśmy i jej pełzanie po powierzchni bębna napędowego. Przy przenoszeniu przez taśmę siły napędowej $F_u > 0$, taśma w części nabiegającej jest bardziej rozciągnięta niż w części zbiegającej. Prędkość pełzania ma zwrot przeciwny do zwrotu prędkości obwodowej bębna. Przy przenoszeniu przez taśmę siły hamującej $F_u < 0$ taśma w części zbiegającej jest bardziej rozciągnięta niż w części nabiegającej. Prędkość pełzania ma wówczas zwrot zgodny ze zwrotem prędkości obwodowej bębna.

Pełzanie taśmy jest przyczyną powstania różnicy jej prędkości w części nabiegającej i zbiegającej z bębna, określanej jako prędkości poślizgu sprężystego.

W przypadku napędu wielobębnowego pełzanie taśmy powoduje różnicę prędkości kątowych poszczególnych bębnow napędowych, co przy sztywnych charakterystykach mechanicznych silników wywołuje ich nierównomierność obciążenia.

Przeprowadzone badania [11,35] pozwoliły na analityczne ujęcie zależności prędkości poślizgu sprężystego v_{sp} od wielkości przenoszanej przez bęben napędowy siły obwodowej, parametrów taśmy i prędkości taśmy na łuku spoczynku:

$$v_{sp} = - v_{nab} \frac{F_u}{B_t E_l} \quad \text{dla} \quad F_u \geq 0, \quad (2.20a)$$

$$v_{sp} = - v_{zb} \frac{F_u}{B_t E_l} \quad \text{dla} \quad F_u < 0, \quad (2.20b)$$

gdzie: v_{nab} , v_{zb} - odpowiednio liniowa prędkość taśmy w gałęzi nabiegającej i zbiegającej,

B_t - szerokość taśmy,

E_t - moduł sprężystości taśmy odniesiony do jej szerokości.

2.7.3. Wyznaczenie zależności określających rozdział obciążeń w dwubębnowym napędzie zwrotnym przenośnika

Zagadnieniom rozdziału obciążeń w wielosilnikowym wielobębnowym napędzie przenośnika poświęcono wiele uwagi w pracach [28,30,32]. Rozpatrywano w nich jednak wyłącznie napęd czołowy i czołowo-zwrotny oraz pracę silnikową napędu przenośnika. Z tych względów nie można ich wykorzystać do analizy napędu przenośnika taśmowego o ujemnym kącie nachylenia, gdzie występuje przeważnie napęd zwrotny i możliwość jego obciążeń w zakresie pracy generatorowej i silnikowej.

Analizy rozdziału obciążeń w napędzie zwrotnym przenośnika transportującego w dół dokonano z uwzględnieniem charakteru pracy napędu, wpływu sprężystości taśmy, sztywności charakterystyk mechanicznych silników napędowych, średnic bębnow napędowych, przełożeń i sprawności przekładni.

Szczegółowe przedstawienie przyjętych założeń i wyprowadzenie odpowiednich zależności podano w załączniku I.

Podczas pracy generatorowej momenty, przenoszone przez bębny I i II, (rys. 2.12), wynoszą:

$$M_I = \frac{D_I}{2} \frac{b_1 \frac{D_{II}}{2} F_u + a_1 - b_1 d_1}{ac_1 + b_1 \frac{D_{II}}{2} + \frac{D_I}{2}}, \quad (2.21a)$$

$$M_{II} = \frac{D_{II}}{2} \cdot \frac{(ac_1 + \frac{D_I}{2})F_u - (c_1 - b_1 d_1)}{ac_1 + b_1 \frac{D_{II}}{2} + \frac{D_I}{2}}, \quad (2.21b)$$

skąd wynika stosunek obciążeń bębnow:

$$\frac{M_I}{M_{II}} = \frac{D_I}{D_{II}} \cdot \frac{b_1 \frac{D_{II}}{2} F_u + (c_1 - b_1 d_1)}{(ac_1 + \frac{D_I}{2}) F_u - (c_1 - b_1 d_1)}, \quad (2.22)$$

gdzie: M_I, M_{II} - momenty obrotowe przenoszone przez bęben I i II,

D_I, D_{II} - odpowiednio średnica bębna I i II,

a - współczynnik uwzględniający sprężystość taśmy,

b_1, c_1, d_1 - współczynniki uwzględniające parametry układu napędowego i pracę generatorową napędu.

Podczas pracy silnikowej momenty przenoszone przez bębny napędowe I i II wynoszą:

$$M_I = \frac{D_I}{2} \cdot \frac{(ad_2 + \frac{D_{II}}{2})F_u - (d_2 - b_2 c_2)}{ad_2 + b_2 \frac{D_I}{2} + \frac{D_{II}}{2}}, \quad (2.23a)$$

$$M_{II} = \frac{D_{II}}{2} \cdot \frac{b_2 \frac{D_I}{2} F_u + (d_2 - b_2 c_2)}{ad_2 + b_2 \frac{D_I}{2} + \frac{D_{II}}{2}}, \quad (2.23b)$$

skąd podział obciążeń między bębny:

$$\frac{M_I}{M_{II}} = \frac{D_I}{D_{II}} \cdot \frac{(ad_2 + \frac{D_{II}}{2})F_u - (d_2 - b_2 c_2)}{b_2 \frac{D_I}{2} F_u + (d_2 - b_2 c_2)}, \quad (2.24)$$

gdzie: b_2, c_2, d_2 - współczynniki uwzględniające parametry układu napędowego i pracę silnikową napędu.

Otrzymane zależności przedstawiają wpływ poszczególnych wielkości na rozdział obciążeń między bębny oraz wartość momentów przenoszonych przez bębny napędowe.

W ogólnym przypadku rozdział obciążeń nie jest stały lecz zmienia się w funkcji obciążenia przenośnika oraz zależy od parametrów układu napędowego.

2.7.4. Analiza wpływu poszczególnych czynników na rozdział obciążeń

Jeżeli sztywności charakterystyk mechanicznych silników na obu bębnach są identyczne ^{zachodzi} oraz ^{zachodzi} równość wszystkich średnic bębnów napędowych, przełożeń i sprawności przekładni, to zależności opisujące rozdział obciążeń można przekształcić do postaci:

- dla pracy generatorowej

$$\frac{M_I}{M_{II}} = \frac{b_1}{1 + \frac{ac_1}{\frac{D}{2}}} = \frac{\left(\frac{M_I}{M_{II}}\right)_{proj.}}{1 + \frac{2ac_1}{D}}, \quad (2.28a)$$

- dla pracy silnikowej

$$\frac{M_I}{M_{II}} = \frac{\frac{ad_2}{2} + 1}{b_2} = \left(1 + \frac{2ad_2}{D}\right) \left(\frac{M_I}{M_{II}}\right)_{proj.}, \quad (2.28b)$$

gdzie: $\left(\frac{M_I}{M_{II}}\right)_{proj.}$ - zakładany rozdział obciążeń podczas projektowania.

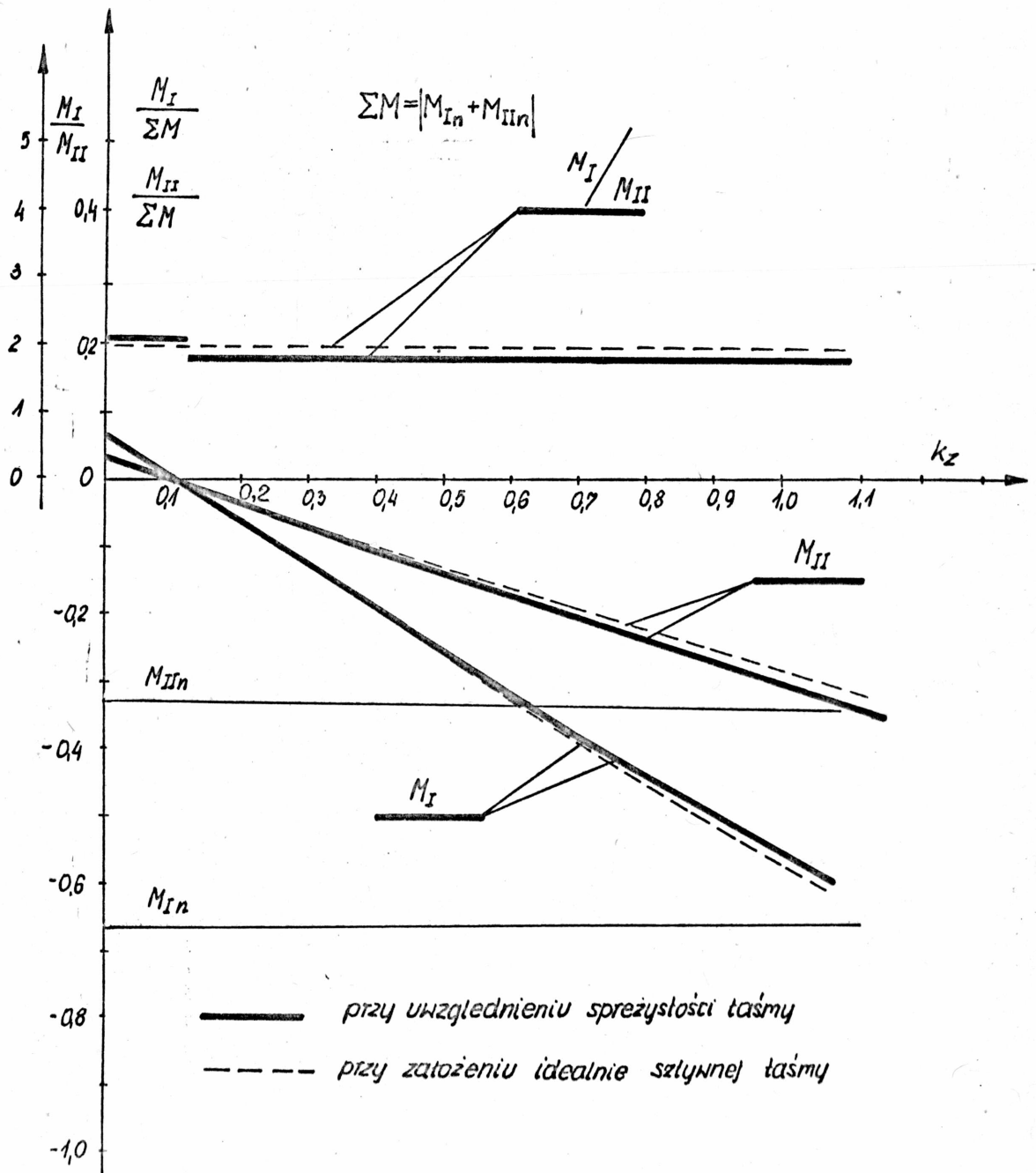
Z wyrażeń (2.28) wynika, że nawet przy idealnym doborze układu napędowego wystąpi inny podział obciążeń niż zakładany przy projektowaniu - $(M_I/M_{II})_{proj.}$. Podczas pracy generatorowej w większym stopniu będą się obciążać silniki na bębnie II, natomiast w pracy silnikowej na bębnie I. Przyczyną tego są sprężyste własności taśmy i powstające wskutek jej pełzania różne prędkości kątowe bębnow napędowych.

Przy idealnie sztywnej taśmie ($E_1 \rightarrow \infty$, czyli $a \rightarrow 0$) i jednakowych parametrach napędu otrzymuje się rozkład obciążeń zgodny z projektowanym, czyli proporcjonalny do zainstalowanych mocy.

Przykład podziału obciążenia w dwubębnowym napędzie zwrotnym przenośnika, z dwoma silnikami na bębnie I i jednym silnikiem na bębnie II, przy jednakowych parametrach napędu, przedstawiono na rysunku 2.14. Obliczenia przeprowadzono dla różnych stopni obciążenia przenośnika z uwzględnieniem rzeczywistej i przy założeniu idealnie sztywnej taśmy ($E_1 \rightarrow \infty$).

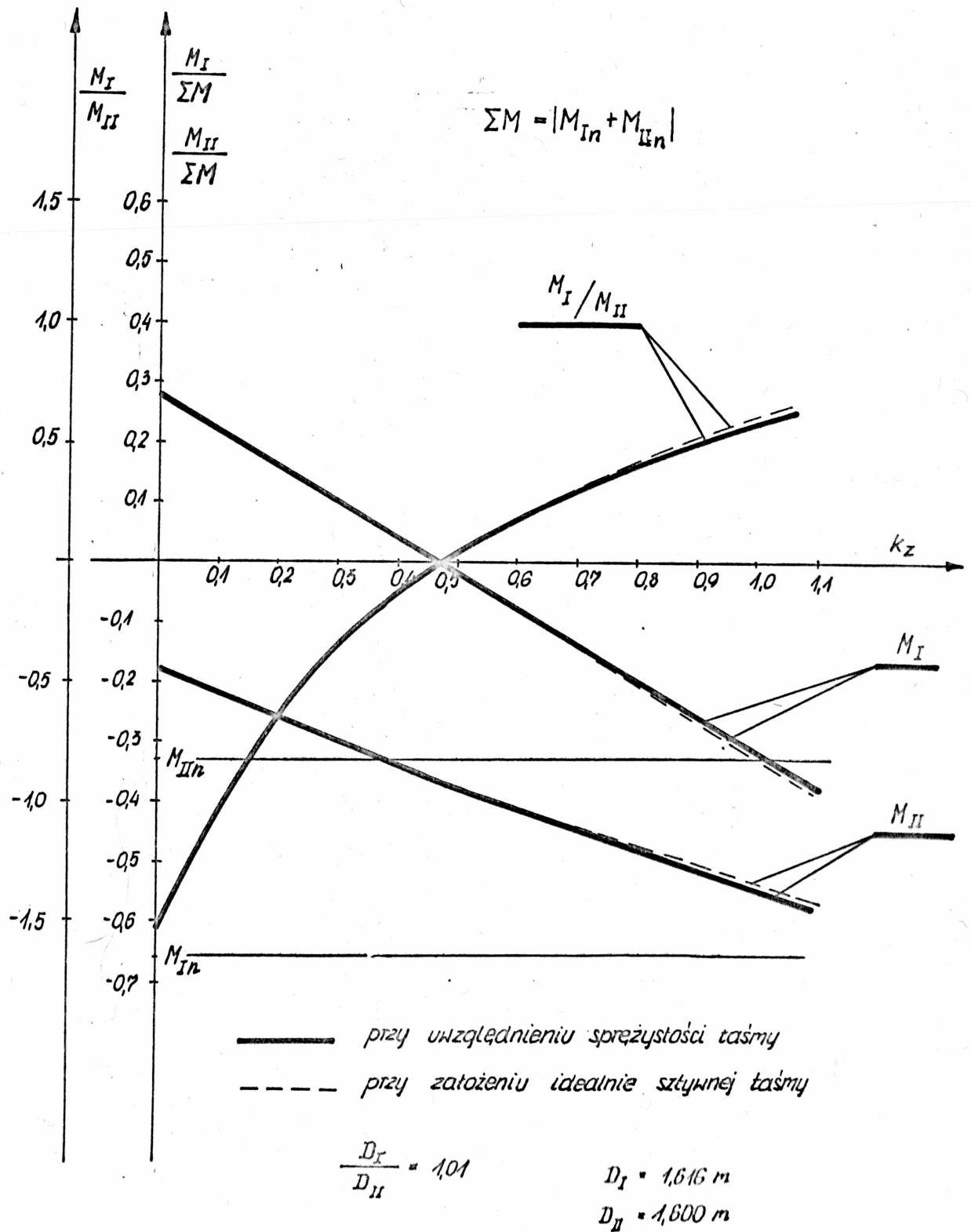
W praktyce również poszczególne parametry układu napędowego mogą różnić się między sobą. Wynikać to może z dopuszczalnych tolerancji wykonania elementów, różnego stopnia ich zużycia lub z warunków eksploatacji.

Przykładowo, średnica jednego z bębnow napędowych może wzrosnąć wskutek oklejenia się jego powierzchni transportowanym nośnikiem lub zmniejszyć się z powodu zużycia się okładziny. Podział obciążeń w tym przypadku ma o wiele bardziej złożony charakter. Z powodu różnic parametrów układu napędowego, nawet przy niezbyt dużym obciążeniu przenośnika,



Rys.2.14. Rozdział obciążeń w dwubębnowym napędzie zwrotnym przenośnika transportującego w dół dla jednakowych parametrów napędu

może dojść do znacznego przeciążenia silników zainstalowanych na jednym z bębnow napędowych przy niedociążeniu pozostałych. Ilustrują to przebiegi na rysunku 2.15, sporządzone na podstawie obliczeń dla różnych średnic bębnow napędowych, a identycznych pozostałych parametrów dwubębnowego, trzysilnikowego napędu zwrotnego.



Rys.2.15. Rozdział obciążeń w dwubębnowym napędzie zwrotnym przenośnika transportującego w dół dla różnych średnic bębnow napędowych

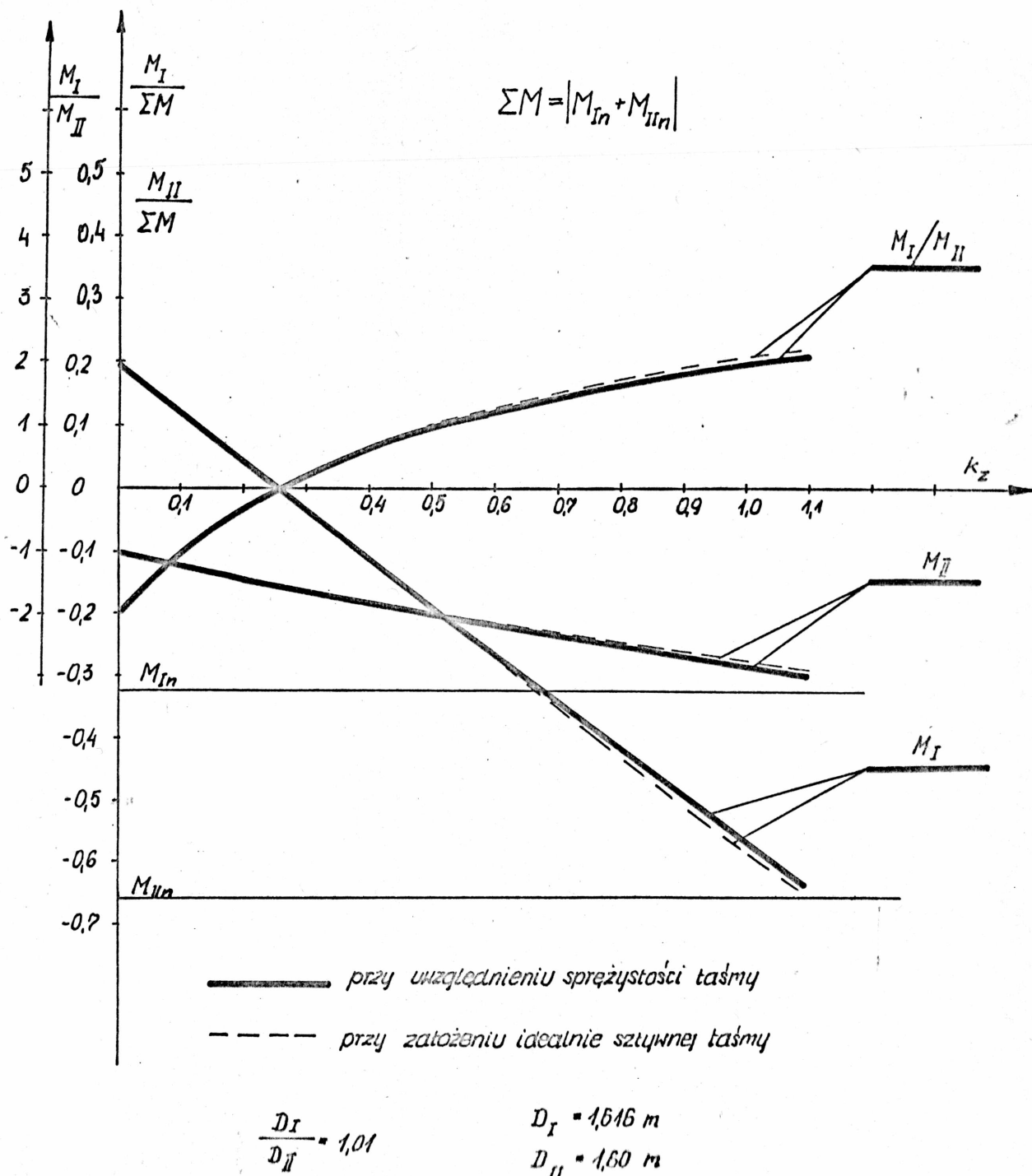
Z rysunku 2.15 wynika znaczne przeciążenie silników na bębnie II przy niedociążeniu silników na bębnie I. W całym zakresie obciążenia przenośnika silniki na bębnie II pracują jako prądnice. Powoduje to zwiększenie poboru mocy przez silniki napędowe na bębnie I nawet podczas pracy pustego lub nieznacznie obciążonego przenośnika.

Podział obciążeń odbiega od projektowanego i ulega zmianie w funkcji obciążenia przenośnika.

Najprostszym i najczęściej stosowanym sposobem usunięcia nierównomierności obciążeń jest odpowiednie skorygowanie sztywności charakterystyk mechanicznych silników. W silnikach indukcyjnych pierścieniowych uzyskuje się to przez włączenie w obwód wirnika dodatkowych rezystancji.

Na rysunku 2.16 przedstawiono rozdział obciążeń otrzymany na podstawie obliczeń dla danych jak na rysunku 2.15, z wyjątkiem sztywności charakterystyk silników na bębnie II, którą skorygowano tak, aby dla znamionowego obciążenia przenośnika otrzymać rozdział obciążeń zgodny z zakładanym przy projektowaniu.

Dokonane obliczenia wskazują, że skorygowanie sztywności charakterystyki mechanicznej silników usuwa niebezpieczeństwo ich przeciążenia, lecz nie zapewnia zakładanej wartości rozdziału obciążeń dla wszystkich obciążeń przenośnika. Omówione względy przemawiają za koniecznością szczególnie starannego doboru parametrów układu napędowego oraz zapewnienia poprawnych warunków eksploatacji.



Rys.2.16. Rozdział obciążeń w dwubębnowym napędzie zwrotnym przenośnika transportującego w dół dla różnych średnic bębnow napędowych po skorygowaniu przebiegu charakterystyk mechanicznych silników na bębnie II

3. STANY DYNAMICZNE MASZyny INDUKCYJNEJ PODCZAS ROZRUCHU I HAMOWANIA PRĄDEM STAŁYM

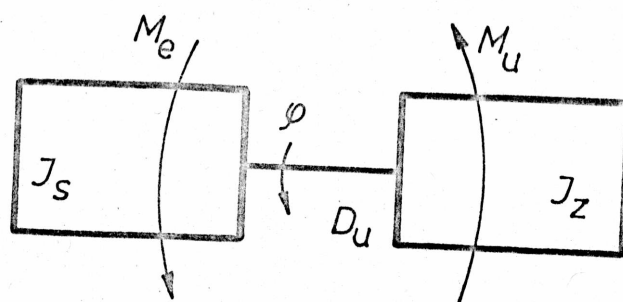
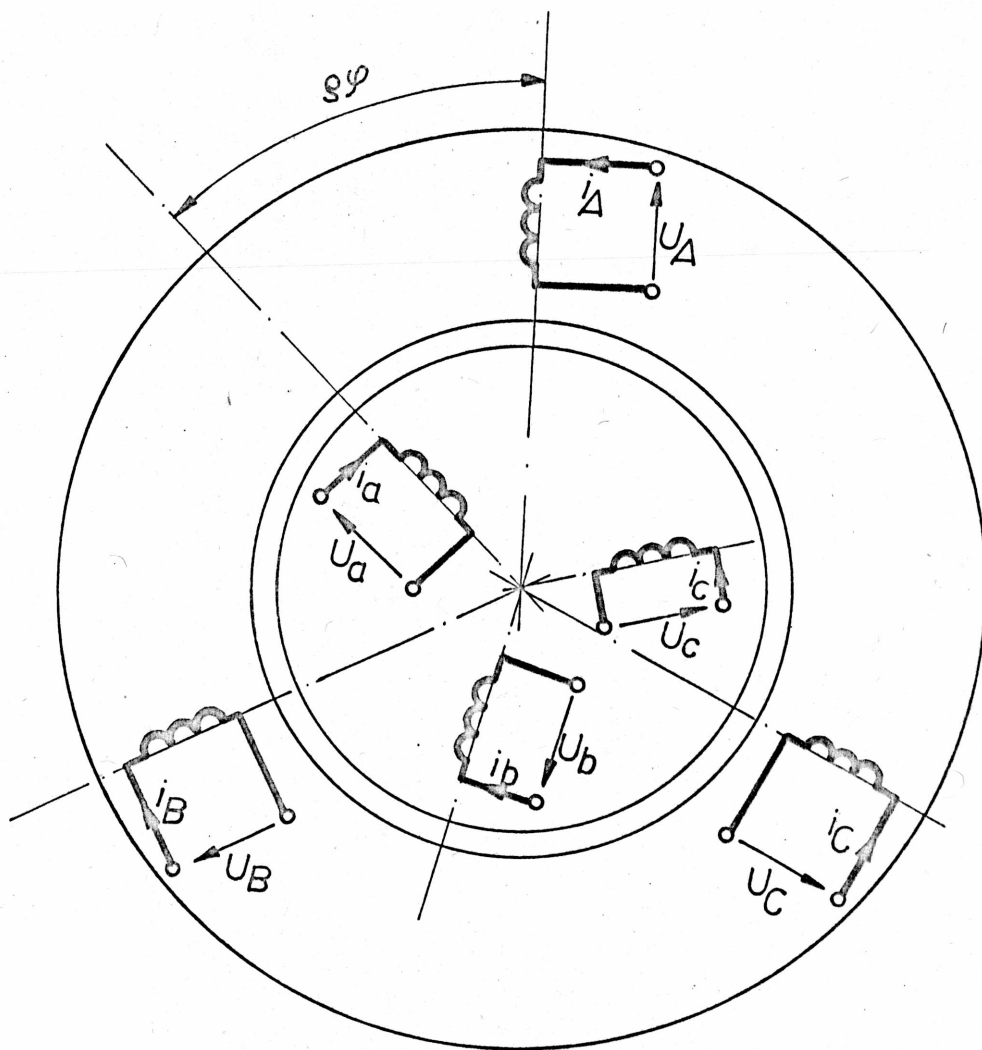
3.1. Model matematyczny maszyny indukcyjnej

Procesy dynamiczne występujące podczas rozruchu, hamowania, zmian rezystancji w obwodach wirników silników napędowych mają na ogół bardzo złożony charakter. Ich analiza ma szczególne znaczenie ze względu na poznanie maksymalnych obciążeń mechanicznych, elektrycznych i cieplnych jakim poddane mogą być elementy układu napędowego oraz konstrukcji przenośnika. Wymaga to przyjęcia odpowiedniego modelu matematycznego systemu elektromechanicznego złożonego z silników napędowych oraz przenośnika.

Dla opisu matematycznego maszyny indukcyjnej przyjęto następujące założenia:

- a) rzeczywisty przestrzenny rozkład uzwojeń stojana i wirnika zastąpiono systemem uzwojeń skupionych;
- b) maszyna spełnia warunki symetrii elektrycznej, magnetycznej i geometrycznej;
- c) rozkład indukcji magnetycznej wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej jest sinusoidalny;
- d) obwód magnetyczny jest liniowy.

Odpowiadający tym założeniom model matematyczny maszyny indukcyjnej przedstawiono na rysunku 3.1.



$$J_u = J_s + J_z$$

3.1. Model matematyczny maszyny indukcyjnej

Równania maszyny we współrzędnych 0, 1, 2 mają postać

[39]:

- równania napięciowe stojana:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{0s} &= R_s \underline{i}_{0s} + \frac{d}{dt} L_{\sigma s} \underline{i}_{0s} \\ \underline{U}_{1s} &= R_s \underline{i}_{1s} + \frac{d}{dt} (L_{\sigma s} + \frac{3}{2} L_{\mu}) \underline{i}_{1s} + \frac{d}{dt} \frac{3}{2} L_{\mu} \underline{i}'_{1w} e^{j\varphi} \\ \underline{U}_{2s} &= R_s \underline{i}_{2s} + \frac{d}{dt} (L_{\sigma s} + \frac{3}{2} L_{\mu}) \underline{i}_{2s} + \frac{d}{dt} \frac{3}{2} L_{\mu} \underline{i}'_{2w} e^{-j\varphi} \end{aligned} \quad (3.1)$$

- równania napięciowe wirnika:

$$\begin{aligned} 0 &= R'_w \underline{i}'_{0w} + \frac{d}{dt} L'_{\sigma w} \underline{i}'_{0w} \\ 0 &= R'_w \underline{i}'_{1w} + \frac{d}{dt} (L'_{\sigma w} + \frac{3}{2} L_{\mu}) \underline{i}'_{1w} + \frac{d}{dt} \frac{3}{2} L_{\mu} \underline{i}_{1s} e^{-j\varphi} \\ 0 &= R'_w \underline{i}'_{2w} + \frac{d}{dt} (L'_{\sigma w} + \frac{3}{2} L_{\mu}) \underline{i}'_{2w} + \frac{d}{dt} \frac{3}{2} L_{\mu} \underline{i}_{2s} e^{j\varphi} \end{aligned} \quad (3.2)$$

- równanie ruchu:

$$M_e + M_u = J_u \frac{d\varphi}{dt} + D_u \dot{\varphi} \quad (3.3)$$

- równanie momentu elektromagnetycznego:

$$\begin{aligned} M_e &= j\varphi \frac{3}{2} L_{\mu} (\underline{i}_{2s} \underline{i}'_{1w} e^{j\varphi} - \underline{i}_{1s} \underline{i}'_{2w} e^{-j\varphi}) = \\ &= j\varphi \frac{3}{2} L_{\mu} (\underline{i}_{1s}^{\pi} \underline{i}'_{1w} e^{j\varphi} - \underline{i}_{1s} \underline{i}'_{1w}^{\pi} e^{-j\varphi}) , \end{aligned} \quad (3.4)$$

gdzie: $\underline{U}_{0s}, \underline{U}_{1s}, \underline{U}_{2s}$ - przekształcone współrzędne wektora napięć stojana,

$\underline{i}_{0s}, \underline{i}_{1s}, \underline{i}_{2s}$ - przekształcone współrzędne wektora prądów stojana,

$\underline{i}'_{0w}, \underline{i}'_{1w}, \underline{i}'_{2w}$ - przekształcone współrzędne wektora prądów wirnika przeliczone na stronę stojana,

- R_s - rezystancja uzwojenia stojana,
 $L_{\sigma s}, L'_{\sigma w}$ - indukcyjność rozproszenia uzwojenia stojana
 i wirnika przeliczona na stronę stojana,
 L_{μ} - indukcyjność magnesowania silnika,
 φ - kąt obrotu wirnika,
 p - liczba par biegunów silnika,
 M_e, M_u - moment elektromagnetyczny i mechaniczny,
 D_u - współczynnik tłumienia układu mechanicznego,
 J_u - moment bezwładności silnika i maszyny roboczej.

Przekształcone współrzędne wektorów napięć i prądów silnika otrzymano przez transformację współrzędnych fazowych za pośrednictwem macierzy transformacji $[S]$:

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Zależności (3.1)÷(3.4) stanowią nieliniowy układ równań różniczkowych pozwalających na określenie elektromechanicznych procesów dynamicznych maszyny indukcyjnej.

Ze względu na nieliniowy charakter układu równań, rozwiązania można otrzymać metodą modelowania na maszynie analogowej lub metodami numerycznymi wykorzystując maszyny cyfrowe.

3.2. Równania maszyny indukcyjnej w stanach nieustalonych

Ze względu na dużą wartość momentów bezwładności przenośników taśmowych i silników napędowych można przyjąć stałą wartość prędkości kątowej w zakresie małych zmian czasu. Wówczas nieliniowy układ równań (3.1)÷(3.4) przekształca się w liniowy

układ równań różniczkowych o stałych współczynnikach. Dla tego typu układu istnieją analityczne metody rozwiązań, a interpretacja wyników może służyć ocenie właściwości rozpatrywanego układu napędowego.

Poddając równania (3.1)÷(3.4) transformacji Laplace'a-Carsona, przy założeniu jednostajnego ruchu wirnika oraz zerowych warunków początkowych, otrzymuje się równania maszyny indukcyjnej w stanach nieustalonych [39]:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{0s}(p) &= \underline{Z}_0(p) \cdot \underline{I}_{0s}(p) \\ \underline{U}_{1s}(p) &= \underline{Z}_1(p) \cdot \underline{I}_{1s}(p) \\ \underline{U}_{2s}(p) &= \underline{Z}_2(p) \cdot \underline{I}_{2s}(p)\end{aligned}\tag{3.6}$$

przy czym impedancje operatorowe silnika dla poszczególnych składowych opisane są zależnościami:

$$\underline{Z}_0(p) = R_s + pL_{\sigma s}\tag{3.7}$$

$$\underline{Z}_1(p) = R_s + pL_{\sigma s} + \frac{p \frac{3}{2} L_{\mu} \left(\frac{pR'_w}{p-j\omega} + pL'_{\sigma w} \right)}{\frac{pR'_w}{p-j\omega} + p(L'_{\sigma w} + \frac{3}{2} L_{\mu})}\tag{3.8}$$

$$\underline{Z}_2(p) = R_s + pL_{\sigma s} + \frac{p \frac{3}{2} L_{\mu} \left(\frac{pR'_w}{p+j\omega} + pL'_{\sigma w} \right)}{\frac{pR'_w}{p+j\omega} + p(L'_{\sigma w} + \frac{3}{2} L_{\mu})}\tag{3.9}$$

Równania (3.6)÷(3.9) mogą posłużyć do wyznaczenia przebiegów czasowych prądów stojana, wirnika, strumienia sprzężonych i momentu elektromagnetycznego silnika napędowego.

Z punktu widzenia napędu najbardziej interesujący jest przebieg momentu wytwarzanego przez silniki. Poszczególne elementy konstrukcji przenośnika taśmowego, a przede

wszystkim taśma są bardzo wrażliwe na pobudzenia o charakterze oscylacyjnym. Zmienne momenty generowane przez układ napędowy przenosząc się na konstrukcję oraz taśmę przenośnika mogą stanowić ich zagrożenie. Jest to szczególnie niebezpieczne w przypadku, gdy momenty pochodzące od układu napędowego mają częstotliwość równą lub zbliżoną do częstotliwości drgań własnych układu mechanicznego. Z przeprowadzonych badań [37] wynika, że częstotliwości drgań własnych taśmy przenośników stosowanych w górnictwie odkrywkowym zawierają się w granicach od kilku do kilkunastu Hz. Inne badania przeprowadzone w COBPGO "Poltegor" [18] pozwoliły na ustalenie, że w podobnym zakresie zawierają się częstotliwości drgań własnych konstrukcji przenośnika.

Moce napędowe przenośników taśmowych o dużej wydajności i dużym nachyleniu są znaczne. W stanach nieustalonych prąd pobierany przez silniki może mieć również charakter oscylacyjny. W przypadku dużych mocy pobieranych z sieci może to doprowadzić do kołysania się systemu elektroenergetycznego. Zagrożenie wytrzymałości konstrukcji przenośnika, taśmy oraz sieci elektroenergetycznej stanowić mogą również znaczne amplitudy składowych nieustalonych momentu i prądu.

3.3. Analiza dynamiki silników indukcyjnych podczas rozruchu przenośnika o ujemnym kącie nachylenia

3.3.1. Określenie przebiegu prądów stojana i momentu elektromagnetycznego silnika

W układach napędowych przenośników taśmowych jest stosowany powszechnie rozruch rezystorowy. Silniki zasilane są

z sieci prądu przemiennego symetrycznym układem napięć sinusoidalnych:

$$\begin{aligned} U_A &= U_{fm} \cos(\omega_0 t + \gamma) \\ U_B &= U_{fm} \cos(\omega_0 t + \gamma - 120^\circ) \\ U_C &= U_{fm} \cos(\omega_0 t + \gamma + 120^\circ) \end{aligned} \quad (3.10)$$

gdzie: U_A, U_B, U_C - napięcia uzwojeń fazowych silnika,
 U_{fm} - amplituda napięcia fazowego silnika,
 ω_0 - pulsacja napięcia zasilającego,
 γ - faza początkowa napięcia zasilającego,
 t - czas.

Z rozwiązania równań operatorowych (3.6) i uwzględnienia sposobu zasilania otrzymuje się postać czasową prądu stojana $\underline{i}_{1s}(t)$ [39]:

$$\underline{i}_{1s}(t) = \underline{A}_0 e^{j\omega_0 t} + \underline{A}_1 e^{p_1 t} + \underline{A}_2 e^{p_2 t}, \quad (3.11)$$

gdzie: $\underline{A}_0, \underline{A}_1, \underline{A}_2$ - amplitudy składowych nieustalonych prądu stojana,

p_1, p_2 - pierwiastki mianownika $1/\underline{Z}_1(p)$.

Dokonując transformacji odwrotnej otrzymuje się wyrażenie na prąd rzeczywisty w uzwojeniu stojana.

Dla przykładu, postać czasowa prądu stojana w fazie A, wyraża się zależnością:

$$\begin{aligned} i_A(t) &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\underline{i}_{1s} + \underline{i}_{1s}^*) = \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \left\{ A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \right. & (I) \\ &+ A_1 [\cos(\omega_1 t + \varphi_1)] e^{\alpha_1 t} + & (II) \\ &+ A_2 [\cos(\omega_2 t + \varphi_2)] e^{\alpha_2 t} \left. \right\}, & (III) \end{aligned} \quad (3.12)$$

gdzie:

$$A_i = \sqrt{[\operatorname{Re}(\underline{A}_i)]^2 + [\operatorname{Im}(\underline{A}_i)]^2}$$

$$\varphi_i = \arctg \frac{\operatorname{Im}(\underline{A}_i)}{\operatorname{Re}(\underline{A}_i)} \quad i = 0, 1, 2$$

$$\alpha_1 = \operatorname{Re}(\underline{p}_1) , \quad \alpha_2 = \operatorname{Re}(\underline{p}_2) ,$$

$$\omega_1 = \operatorname{Im}(\underline{p}_1) , \quad \omega_2 = \operatorname{Im}(\underline{p}_2) .$$

Jak wynika z (3.12), prąd pobierany przez silnik z sieci w stanach przejściowych składa się z trzech składowych:

- I - składowa ustalona prądu o pulsacji sieci zasilającej,
- II, III - składowe nieustalone, periodycznie zmienne, o pulsacjach ω_1 i ω_2 zanikające wykładniczo zgodnie ze współczynnikami tłumienia α_1 i α_2 .

Moment elektromagnetyczny silnika w stanie nieustalonym ma postać [39]:

$$M_e(t) = M_{ust} + \quad (I)$$

$$+ M_1 e^{2\alpha_1 t} + \quad (II)$$

$$+ M_2 e^{2\alpha_2 t} + \quad (III)$$

$$+ M_3 [\sin(\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_3] e^{(\alpha_1 + \alpha_2)t} + \quad (IV) \quad (3.13)$$

$$+ M_4 [\sin(\omega_1 - \omega_0)t + \varphi_4] e^{\alpha_1 t} + \quad (V)$$

$$+ M_5 [\sin(\omega_2 - \omega_0)t + \varphi_5] e^{\alpha_2 t} . \quad (VI)$$

Z wyrażenia (3.13) wynika, że moment elektromagnetyczny silnika w stanie nieustalonym zawiera składową ustaloną (I), składowe nieustalone (II, III) zanikające wykładniczo oraz składowe periodycznie zmienne (IV, V, VI) zanikające wykładniczo.

3.3.2. Analiza częstotliwości i współczynników tłumienia składowych przejściowych momentu i prądów

Wielkości p_1 , p_2 są pierwiastkami równania charakterystycznego o postaci:

$$p^2 + p\left(\frac{R_s + R'_w}{L_z} - j\vartheta\omega\right) + \frac{R_s}{L_z} \left(\frac{R'_w}{L_w} - j\vartheta\omega\right) = 0, \quad (3.14)$$

gdzie: $L_w = L'_{\delta w} + \frac{3}{2} L_\mu$ - całkowita indukcyjność wirnika,

$$L_z = L_{\delta s} + \frac{\frac{3}{2} L_\mu L'_{\delta w}}{L'_{\delta w} + \frac{3}{2} L_\mu} - \text{indukcyjność silnika widziana z zacisków stojana.}$$

Z równania (3.14) wynika, że pierwiastki p_1 , p_2 zależą wyłącznie od parametrów elektromagnetycznych i prędkości kątowej silnika.

Równanie (3.14) rozwiązano na maszynie cyfrowej, wykorzystując opracowany program o nazwie KPØ4.

Na rysunku 3.2 przedstawiono obliczone wartości współczynników tłumienia i częstotliwości kołowych składowych przejściowych momentu i prądów silnika typu SZUre 136s o mocy $P_n = 630$ kW, stosowanego w układach napędowych przenośników taśmowych.

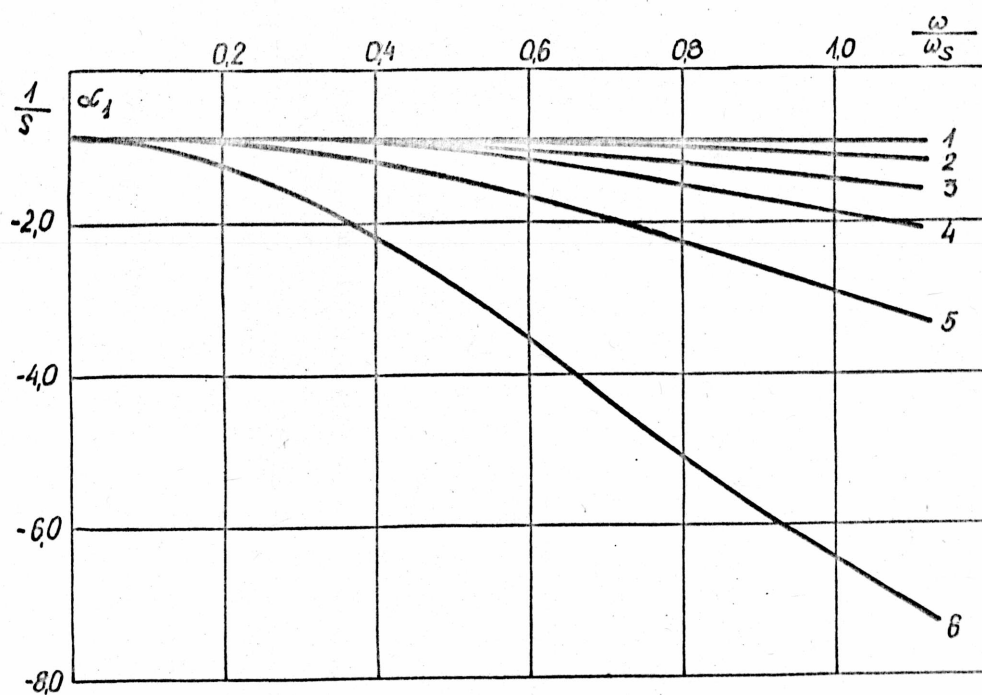
Całkowitą rezystancję wirnika odniesiono do rezystancji znamionowej wirnika R_{2n} :

$$R_{2n} = \frac{U_{2n}}{\sqrt{3} I_{2n}}, \quad (3.15)$$

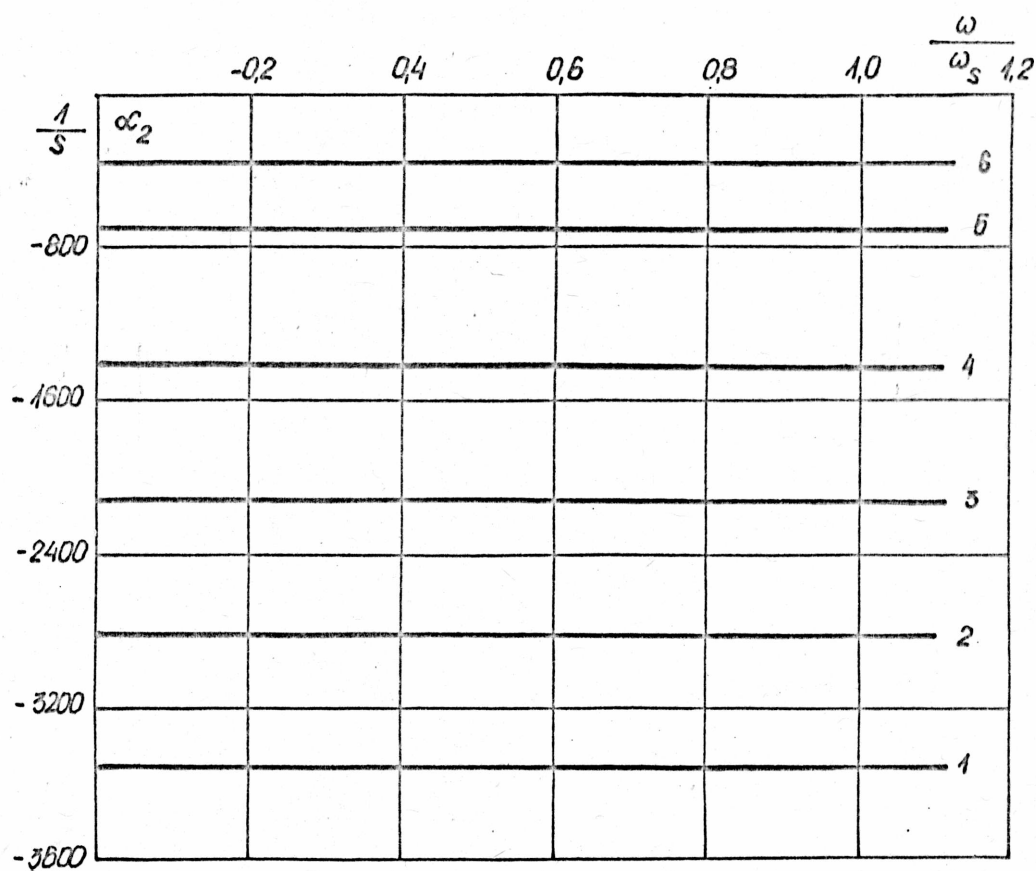
gdzie: U_{2n} - znamionowe napięcie wirnika,

I_{2n} - znamionowy prąd wirnika.

a)

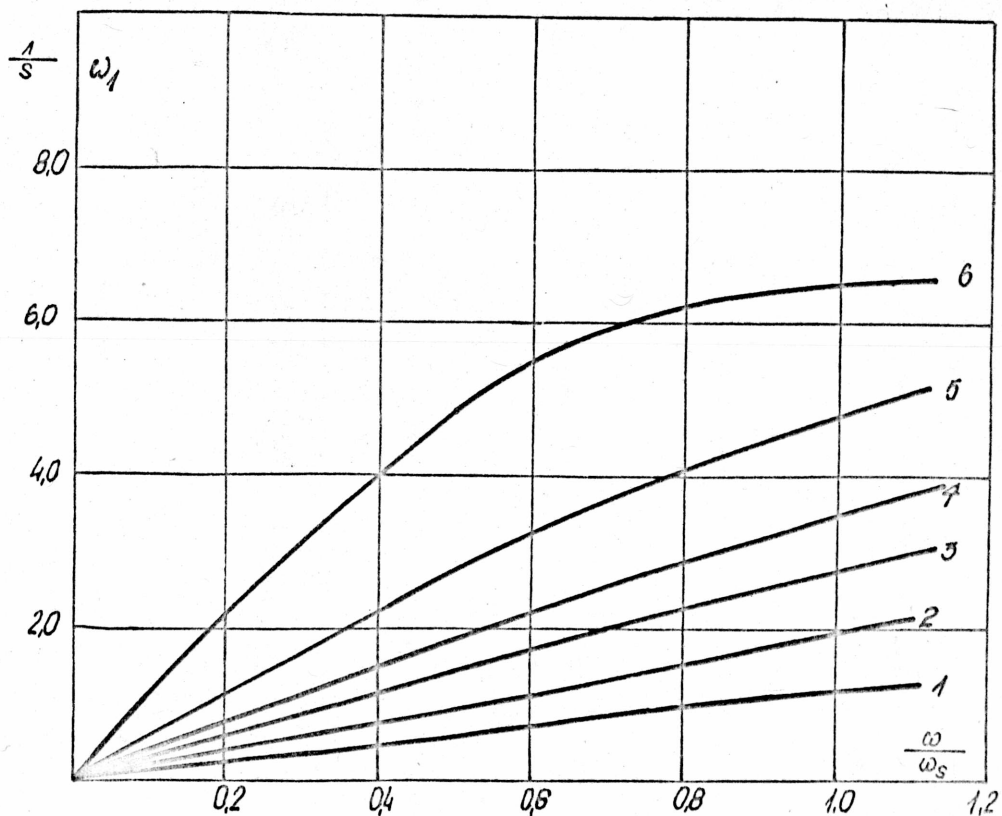


b)

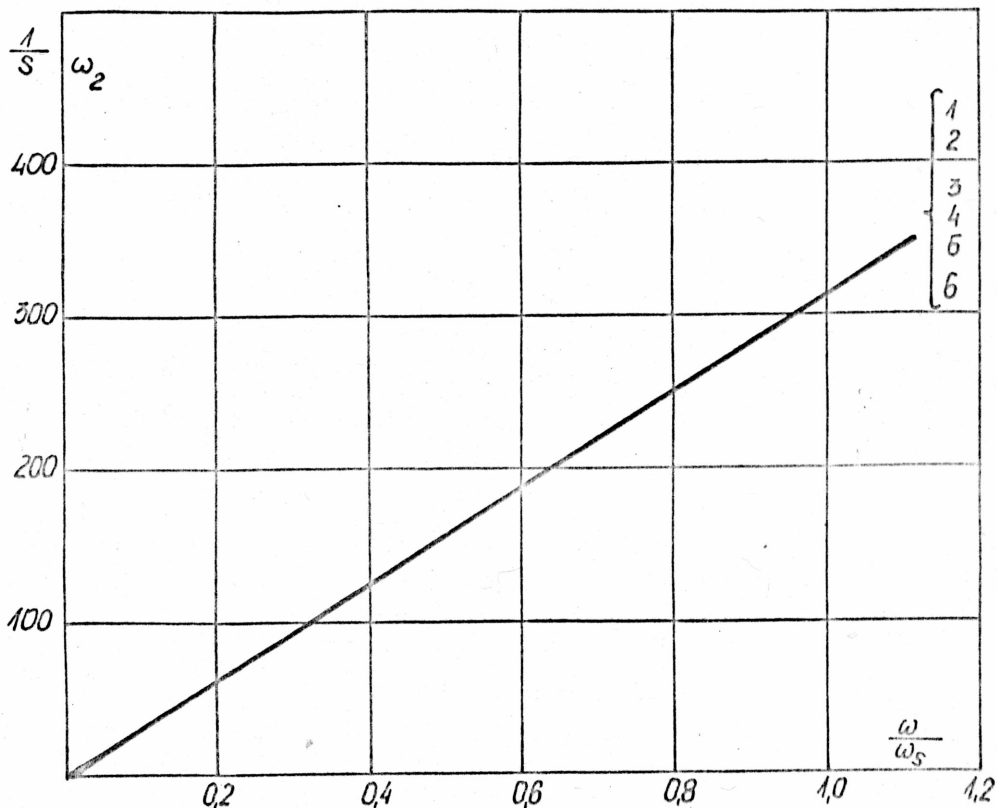


Rys. 3.2 a) i b)

c)



d)



Rys.3.2. Zależność współczynników tłumienia i częstotliwości składowych przejściowych od prędkości kątowej i całkowitej rezystancji wirnika: a, b - współczynniki tłumienia, c, d - częstotliwości; 1 - $R_w + R_r = 2,5 R_{2n}$, 2 - $R_w + R_r = 1,5 R_{2n}$, 3 - $R_w + R_r = 1,0 R_{2n}$, 4 - $R_w + R_r = 0,75 R_{2n}$, 5 - $R_w + R_r = 0,5 R_{2n}$, 6 - $R_w + R_r = 0,25 R_{2n}$

Wyniki obliczeń umożliwiają dokonanie jakościowej oceny stanów nieustalonych podczas rozruchu przenośnika.

Dla rozpatrywanego zakresu rezystancji wirnika oraz prędkości silnika, wartości bezwzględne współczynnika tłumienia α_2 są o wiele większe od bezwzględnych wartości α_1 . Z tego powodu tłumienie nieustalonej składowej prądu (III) oraz (III), (IV) i (VI) momentu jest bardzo duże. Decydujący więc wpływ na przebieg procesów przejściowych mają składowe, których tłumienie zależy od wartości współczynnika α_1 , czyli składowa (II) prądu oraz (II) i (V) momentu.

Współczynniki tłumienia α_1 są funkcją prędkości kątowej silnika ω , natomiast wartości α_2 praktycznie od niej nie zależą. Zmniejszanie rezystancji wirnika podczas rozruchu przenośnika powoduje wzrost bezwzględnej wartości współczynnika α_1 , a zmniejszenie α_2 .

Częstości kołowe ω_1 , ω_2 są równe zero dla nieruchomego wirnika i rosną ze wzrostem prędkości kątowej.

Elektromagnetyczny moment silnika zawiera więc głównie zanikające składowe przejściowe o częstości równej częstości kołowej napięcia zasilającego dla nieruchomego wirnika i zbliżone do niej dla większych prędkości silnika.

Częstości kołowe ω_1 rosną wraz ze zmniejszaniem rezystancji wirnika, natomiast ω_2 w rozpatrywanym zakresie praktycznie nie zależą od wartości rezystancji wirnika.

3.3.3. Obliczenia trajektorii dynamicznych silnika indukcyjnego

Korzystając z równań (3.1)÷(3.4) ułożono program na maszynie cyfrową o nazwie ROZR, który umożliwiał numeryczne obliczenie trajektorii dynamicznych silnika podczas rozruchu

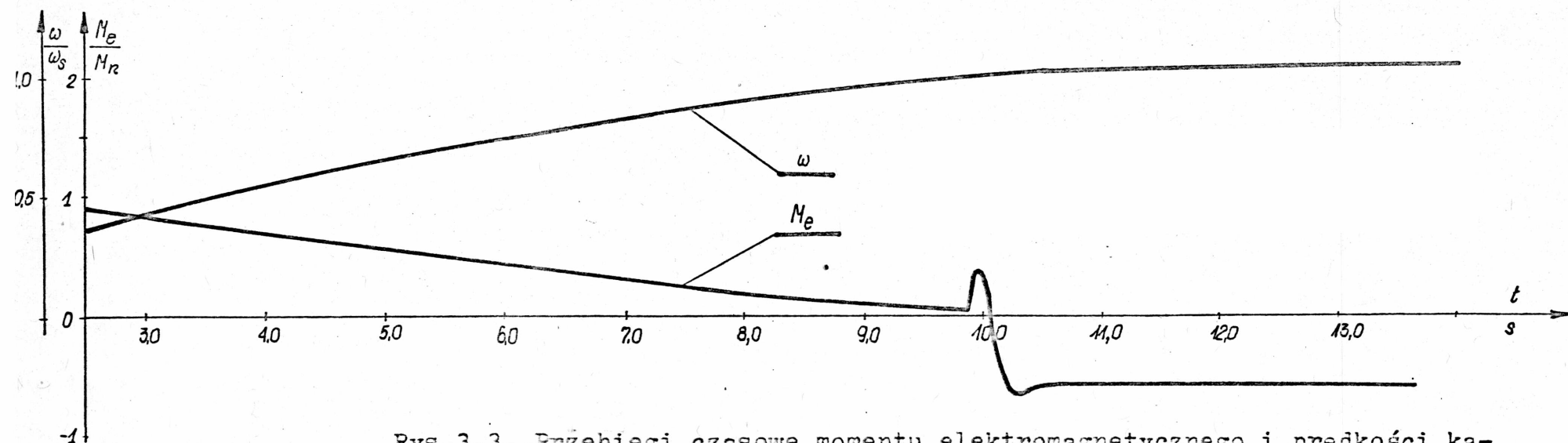
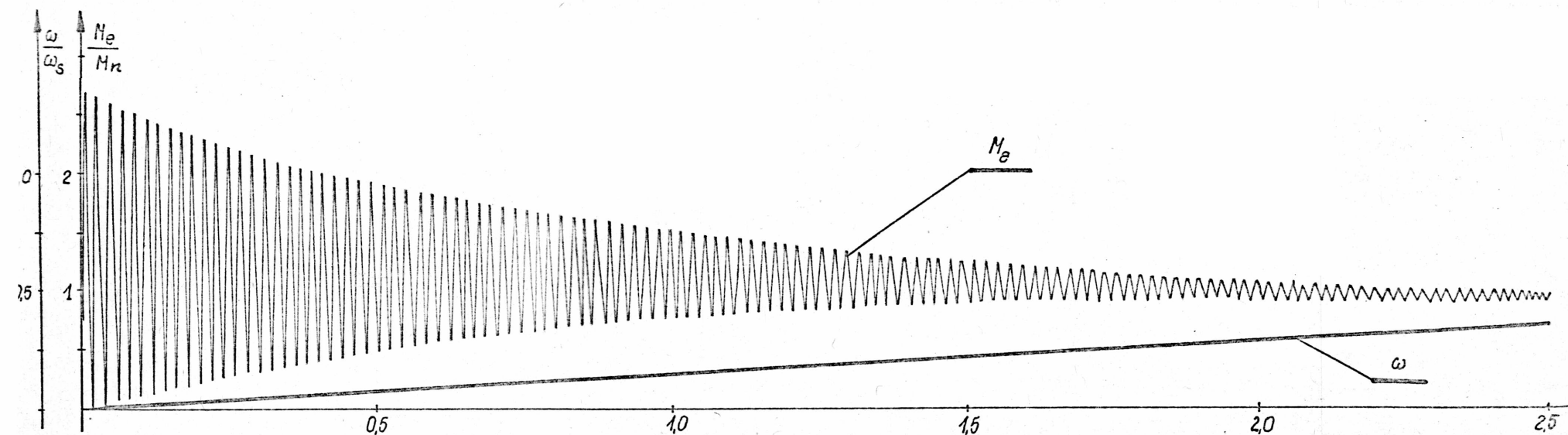
przenośnika. Do obliczeń przyjęto uproszczony model dynamiczny przenośnika.

Na rysunku 3.3 przedstawiono dla przykładu obliczone przebiegi momentu elektromagnetycznego i prędkości kątowej silnika podczas rozruchu obciążonego przenośnika taśmowego transportującego w dół. Rozruch przenośnika odbywał się ze stałą wartością rezystancji w obwodzie wirnika. Po osiągnięciu znamionowej prędkości kątowej silnika nastąpiło zwarcie rezystancji rozruchowych i przejście do pracy na charakterystyce naturalnej. Z rysunku 3.3 wynika, że oscylacyjny charakter momentu elektromagnetycznego silnika o dużych amplitudach utrzymuje się przez długi okres czasu rozruchu.

Wytłumaczyć to można faktem, że z powodu dużej bezwładności silników napędowych i przenośnika oraz konieczności ograniczenia maksymalnych wartości przyspieszeń rozruchowych praca silników odbywa się w ciągu stosunkowo długiego czasu przy małych prędkościach, przy których współczynniki tłumienia składowych przejściowych mają małą wartość.

Oscylacyjny charakter momentu elektromagnetycznego i jego znaczne amplitudy wpływają niekorzystnie na żywotność elementów układu napędowego (przekładni mechanicznych, sprzęgieł) oraz konstrukcji przenośnika i taśmy. Działanie ich może być przyczyną pobudzenia i wywołania drgań konstrukcji przenośnika oraz taśmy.

Oscylacyjny charakter momentu elektromagnetycznego zanika dla wyższych prędkości silników. Skok momentu występuje podczas zwarcia rezystancji rozruchowej i przejścia do pracy silników na charakterystyce naturalnej.



Rys.3.3. Przebiegi czasowe momentu elektromagnetycznego i prędkości kątowej silnika podczas rozruchu przenośnika taśmowego transportującego w dół (dla $t = 0,0 \div 2,5$ s skala czasu rozszerzona)

3.4. Analiza dynamiki silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym

3.4.1. Równania dynamiki silnika indukcyjnego

Uzwojenie stojana silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym może być łączone w różny sposób. Odpowiedni sposób połączeń uzwojeń stojana i wirnika nakłada na układ ograniczenia (więzy) co do swobody zmian prądów i napięć.

Podczas zasilania z sieci prądu przemiennego, uzwojenia stojana i wirnika silników indukcyjnych stosowanych w górnictwie odkrywkowym łączone są w gwiazdę. Zatem podczas hamowania prądem stałym, możliwe są układy połączeń uzwojenia stojana przedstawione na rysunku 3.4.

Równania dynamiki silnika podczas hamowania prądem stałym otrzymano na podstawie ogólnych równań maszyny (3.1)-(3.4) i uwzględnieniu równań więzów wynikających ze sposobu połączenia uzwojeń.

Dla I układu połączeń (rys. 3.4a), równanie równowagi napięć stojana ma postać [23]:

$$jU_{st} = 2 R_s \underline{i}_{1s} + 2(L_{\sigma s} + \frac{3}{2} L_{\mu}) \frac{d}{dt} \underline{i}_{1s} + \frac{3}{2} L_{\mu} \frac{d}{dt} (\underline{i}'_{1w} e^{js\varphi} - \underline{i}'_{1w} e^{-js\varphi}), \quad (3.16)$$

dla II układu połączeń zaś (rys. 3.4b):

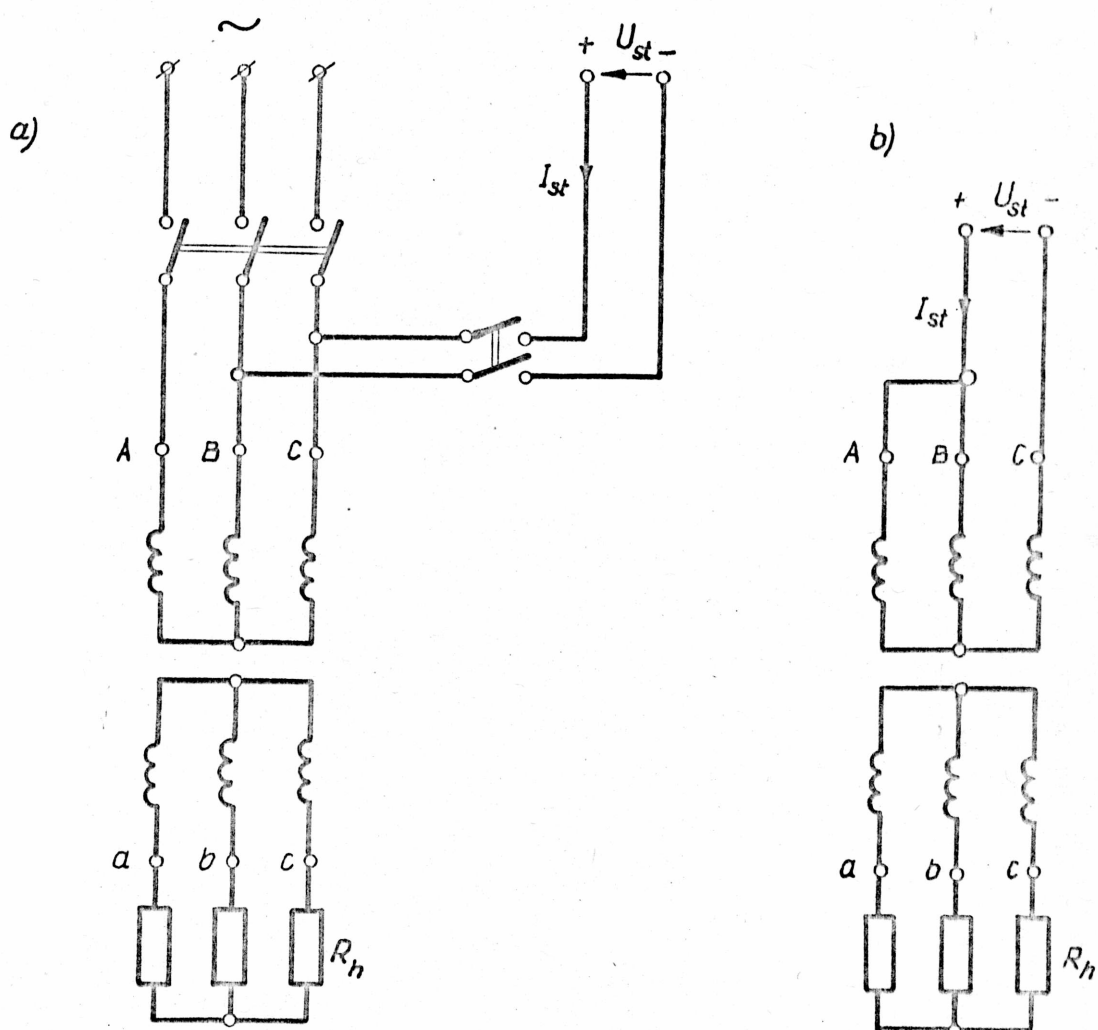
$$\frac{U_{st}}{\sqrt{3}} = R_s \underline{i}_{1s} + (L_{\sigma s} + \frac{3}{2} L_{\mu}) \frac{d}{dt} \underline{i}_{1s} + \frac{3}{2} L_{\mu} \frac{d}{dt} \underline{i}'_{1w} e^{js\varphi}, \quad (3.17)$$

gdzie: U_{st} - napięcie źródła prądu stałego.

Równanie równowagi napięć wirnika jest identyczne dla obu układów połączeń uzwojenia stojana:

$$0 = R'_w \underline{i}'_{1w} + (L'_{\sigma w} + \frac{3}{2} L_{\mu}) \frac{d}{dt} \underline{i}'_{1w} + \frac{3}{2} L_{\mu} \frac{d}{dt} \underline{i}_{1s} e^{-j\varphi} \quad (3.18)$$

Równania równowagi napięć stojana (3.16) lub (3.17) oraz wirnika (3.18), łącznie z równaniami przetwarzania energii (3.3) oraz równowagi mechanicznej (3.4) opisują stany dynamiczne silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym.



Rys.3.4. Rozpatrywane układy połączeń silnika indukcyjnego przy hamowaniu prądem stałym: a) układ I, b) układ II

3.4.2. Określenie przebiegu prądów i momentu elektromagnetycznego silnika dla I układu połączeń uzwojenia stojana

Poddając równania (3.16) i (3.18) transformacji Laplace'a-Carsona i założeniu stałej prędkości kątowej silnika oraz zerowych warunków początkowych, otrzymuje się po przekształceniach

$$\underline{I}_{1s}(p) = \frac{jU_{st}}{\underline{Z}_1(p) + \underline{Z}_2(p)} \quad (3.19)$$

Czasowa postać przekształconego wektora prądu stojana $\underline{i}_{1s}(t)$ zależy od biegunów wyrażenia $\frac{1}{\underline{Z}_1(p) + \underline{Z}_2(p)}$.

Wykorzystując zależności (3.8) i (3.9) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\underline{Z}_1(p) + \underline{Z}_2(p)} &= \\ &= \frac{\frac{1}{2L_z} (p + \frac{R'_w}{L_w} + j\varphi\omega)(p + \frac{R'_w}{L_w} - j\varphi\omega)}{p^3 + p^2(\frac{R_s + R'_w}{L_z} + \frac{R'_w}{L_w}) + p[\frac{R'^2_w + 2R_s R'_w}{L_z L_w} + (\varphi\omega)^2] + \frac{R_s}{L_z}[(\frac{R'_w}{L_w})^2 + (\varphi\omega)^2]} \quad (3.20) \end{aligned}$$

Znalezienie pierwiastków mianownika wyrażenia (3.20) wymaga rozwiązania równania trzeciego stopnia, którego współczynniki zależą od parametrów elektromagnetycznych i prędkości kątowej silnika:

$$\begin{aligned} p^3 + p^2(\frac{R_s + R'_w}{L_z} + \frac{R'_w}{L_w}) + p[\frac{R'^2_w + 2R_s R'_w}{L_z L_w} + (\varphi\omega)^2] + \\ + \frac{R_s}{L_z}[(\frac{R'_w}{L_w})^2 + (\varphi\omega)^2] = (p - p_1)(p - p_2)(p - p_3) = 0 \quad (3.21) \end{aligned}$$

Od postaci pierwiastków p_1, p_2, p_3 zależy tłumienie i częstotliwości oscylacji składowych przejściowych momentu i prądów podczas hamowania prądem stałym w I układzie połączeń.

Po dokonaniu transformacji odwrotnej wyrażenia (3.19), otrzymuje się:

$$\underline{i}_s(t) = \underline{A}_0 + \underline{A}_1 e^{\underline{p}_1 t} + \underline{A}_2 e^{\underline{p}_2 t} + \underline{A}_3 e^{\underline{p}_3 t}, \quad (3.22)$$

gdzie: $\underline{A}_0, \underline{A}_1, \underline{A}_2, \underline{A}_3$ - amplitudy składowych nieustalonych prądów stojana.

Pierwiastki równania (3.21) można przedstawić w postaci:

$$\begin{aligned} \underline{p}_1 &= \alpha_1 + j\omega_1 \\ \underline{p}_2 &= \alpha_2 + j\omega_2 \\ \underline{p}_3 &= \alpha_3 + j\omega_3 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Dokonując dalszej transformacji odwrotnej zależności (3.22), otrzymuje się rzeczywistą postać czasową prądów w poszczególnych fazach stojana.

Dla przykładu, prąd w fazie B, będący jednocześnie prądem pobieranym ze źródła prądu stałego wyraża się wzorem:

$$\begin{aligned} i_B(t) &= \frac{1}{\sqrt{3}} (a^2 \underline{i}_s + a \underline{i}_s^*) = \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \left\{ A_0 \cos \varphi_0 + \right. \\ &+ A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) e^{\alpha_1 t} + \\ &+ A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) e^{\alpha_2 t} + \\ &\left. + A_3 \cos(\omega_3 t + \varphi_3) e^{\alpha_3 t} \right\}, \end{aligned} \quad \begin{aligned} &(I) \\ &(II) \\ &(III) \\ &(IV) \end{aligned} \quad (3.24)$$

gdzie: $A_1 = \sqrt{[\operatorname{Re}(\underline{A}_1)]^2 + [\operatorname{Im}(\underline{A}_1)]^2},$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{\operatorname{Im}(\underline{A}_1)}{\operatorname{Re}(\underline{A}_1)} - \frac{2}{3}\pi,$$

$$i = 0, 1, 2, 3.$$

Jak wynika z (3.24), prąd pobierany przez silnik ze źródła prądu stałego podczas hamowania w układzie I zawiera następujące składowe:

- I - ustalona składowa nieokresowa,
 II, III, IV - składowe nieustalone okresowo zmienne o pulsacjach $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, zanikające wykładniczo zgodnie ze współczynnikami tłumienia $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.

Poddając z kolei transformacji Laplace'a-Carsona równanie napięciowe wirnika (3.18) i dokonując przesunięcia prądu wirnika o $(-j\varphi)$, po transformacji odwrotnej otrzymuje się:

$$\underline{i}'_{1w} e^{j\varphi} = \underline{B}_0 + \underline{B}_1 e^{\underline{p}_1 t} + \underline{B}_2 e^{\underline{p}_2 t} + \underline{B}_3 e^{\underline{p}_3 t}, \quad (3.25)$$

gdzie: $\underline{B}_0, \underline{B}_1, \underline{B}_2, \underline{B}_3$ - wyrażenia zależne od parametrów elektromagnetycznych, prędkości kątowej i napięcia źródła zasilającego.

Przebieg momentu elektromagnetycznego silnika podczas hamowania prądem stałym dla I układu połączeń uzwojenia stojana, na podstawie (3.4), (3.22) i (3.25), wyraża zależność

$$\begin{aligned} M_e(t) &= j\varphi \frac{3}{2} L_{\mu} (\underline{i}'_{1s} \underline{i}'_{1w} e^{j\varphi} - \underline{i}_{1s} \underline{i}'_{1w} e^{-j\varphi}) = \\ &= -3\varphi L_{\mu} \left\{ \text{Im}(\underline{A}_0^{\pi} \underline{B}_0) + \right. \quad (I) \\ &\quad + \text{Im}(\underline{A}_1^{\pi} \underline{B}_1) e^{2\alpha_1 t} + \quad (II) \\ &\quad + \text{Im}(\underline{A}_2^{\pi} \underline{B}_2) e^{2\alpha_2 t} + \quad (III) \\ &\quad + \text{Im}(\underline{A}_3^{\pi} \underline{B}_3) e^{2\alpha_3 t} + \quad (IV) \\ &\quad + A_{12} \sin[(\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_{12}] e^{(\alpha_1 + \alpha_2)t} + \quad (V) \\ &\quad + A_{13} \sin[(\omega_3 - \omega_1)t + \varphi_{13}] e^{(\alpha_1 + \alpha_3)t} + \quad (VI) \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$+ A_{23} \sin[(\omega_3 - \omega_2)t + \varphi_{23}] e^{(\alpha_2 + \alpha_3)t} + \quad (\text{VII})$$

$$+ A_{01} \sin(\omega_1 t + \varphi_{01}) e^{\alpha_1 t} + \quad (\text{VIII}) \quad (3.26)$$

$$+ A_{02} \sin(\omega_2 t + \varphi_{02}) e^{\alpha_2 t} + \quad (\text{IX})$$

$$+ A_{03} \sin(\omega_3 t + \varphi_{03}) e^{\alpha_3 t} \left. \vphantom{\begin{matrix} + A_{01} \sin(\omega_1 t + \varphi_{01}) e^{\alpha_1 t} \\ + A_{02} \sin(\omega_2 t + \varphi_{02}) e^{\alpha_2 t} \end{matrix}} \right\} \quad (\text{X})$$

Z zależności (3.26) wynika, że moment elektromagnetyczny silnika zawiera dziesięć składowych:

- (I) - składowa ustalona,
- (II), (III), (IV) - składowe nieokresowe tłumione, zanikające wykładniczo,
- (V), (VI), (VII), (VIII), (IX), (X) - składowe okresowe tłumione, zanikające wykładniczo.

3.4.3. Analiza częstotliwości i współczynników tłumienia składowych przejściowych momentu i prądów dla I układu połączeń uzwojenia stojana

Wartości pierwiastków p_1 , p_2 , p_3 i ich charakter wynikają z równania trzeciego stopnia (3.21).

Równanie to można przedstawić w postaci:

$$p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0. \quad (3.27)$$

Przez podstawienie [1]:

$$p = s - \frac{a_1}{3}$$

otrzymuje się:

$$s^3 + 3u s + 2w = 0, \quad (3.28)$$

gdzie:

$$3u = a_2 - \frac{a_1^2}{3},$$

$$2w = 2\left(\frac{a_1}{3}\right)^2 - \frac{a_1 a_2}{3} + a_3.$$

Charakter pierwiastków p_1, p_2, p_3 zależy od wartości wyrażenia W określonego wzorem:

$$W = w^2 + u^3 .$$

Jeśli $W > 0$, to równanie (3.27) ma jeden pierwiastek rzeczywisty oraz dwa zespolone sprzężone, czyli:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 0, & \omega_3 &= -\omega_2, \\ \alpha_2 &= \alpha_3 . \end{aligned}$$

Jeśli $W = 0$ to równanie (3.27) ma trzy pierwiastki rzeczywiste, przy czym dwa z nich są sobie równe, czyli:

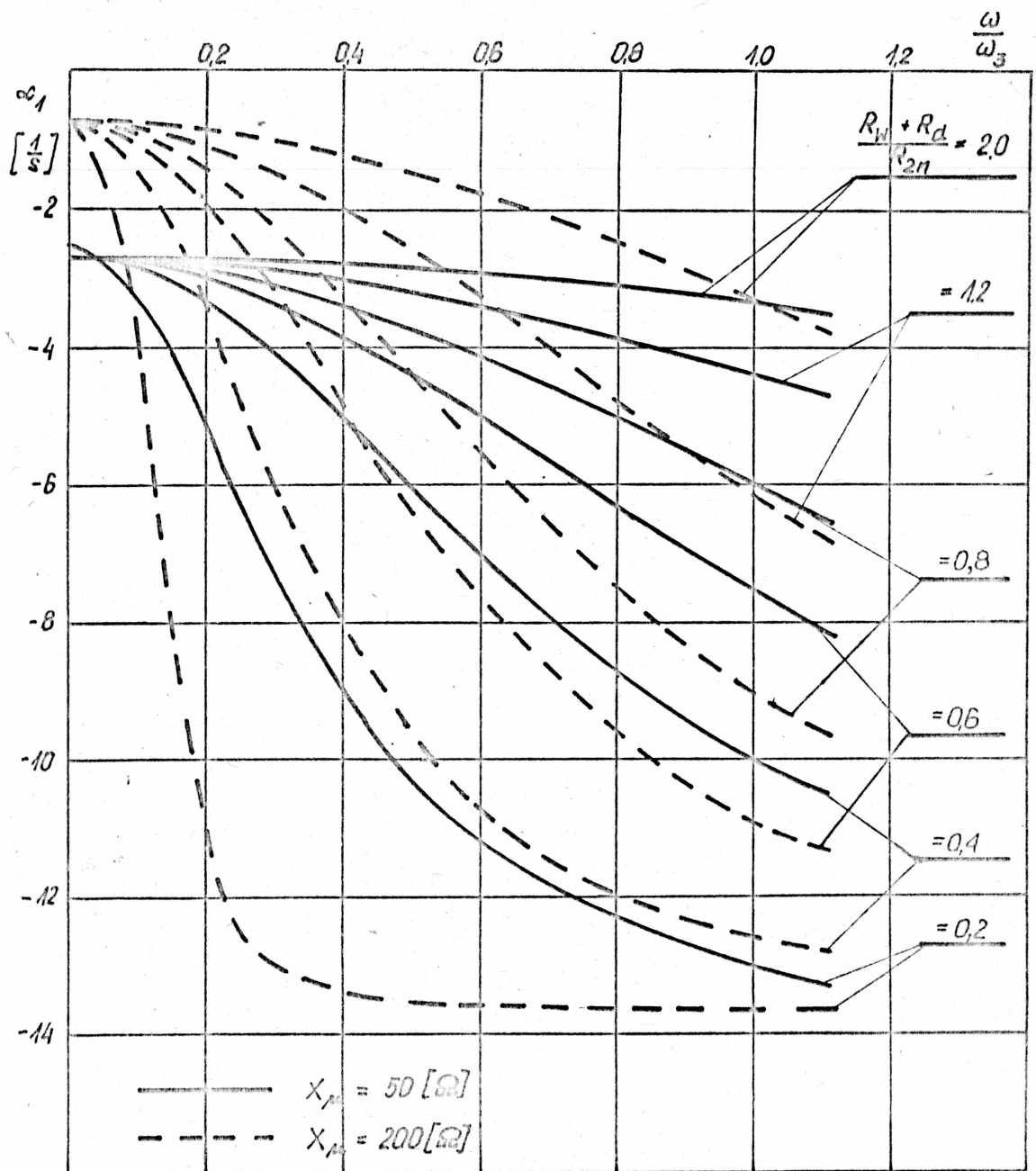
$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_2 = \omega_3 = 0, \\ \alpha_2 &= \alpha_3 . \end{aligned}$$

Jeśli $W < 0$ to równanie (3.27) ma trzy pierwiastki rzeczywiste, czyli:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0 .$$

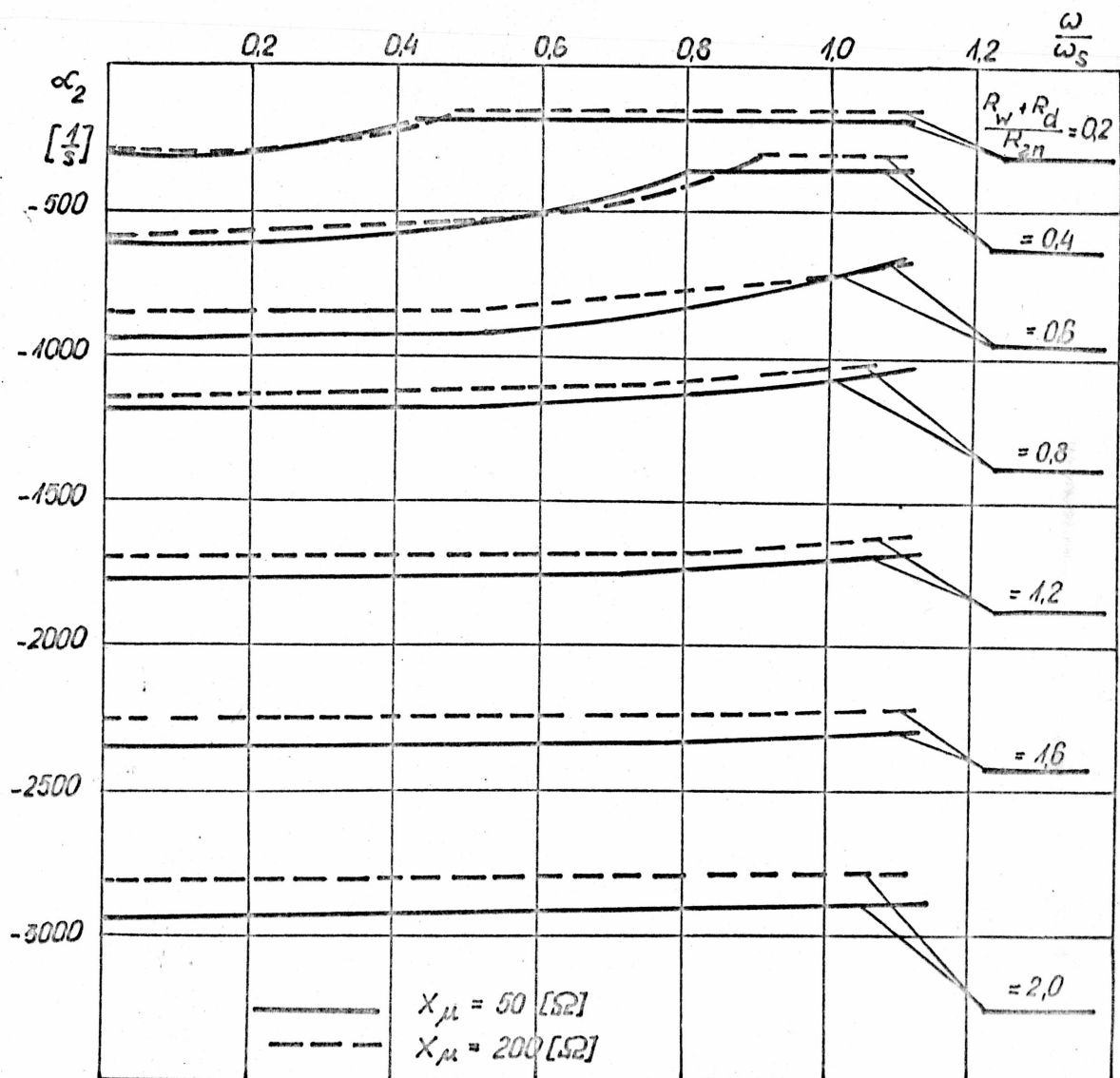
Z własności rozwiązań równania trzeciego stopnia wynika, że dla parametrów i prędkości kątowych silnika, dla których spełniony jest warunek $W \leq 0$, prąd pobierany ze źródła prądu stałego oraz moment elektromagnetyczny silnika nie zawierają składowych nieustalonych periodycznie zmiennych.

W celu określenia wartości pierwiastków, równanie (3.27) rozwiązano na maszynie cyfrowej wykorzystując opracowany program o nazwie KPØ3. W programie tym posłużono się procedurą biblioteczną wyznaczania pierwiastków równania trzeciego stopnia o nazwie F4CUBIC [48]. Na rysunku 3.5 przedstawiono obliczone wartości współczynników tłumienia i częstości kołowych składowych przejściowych dla silnika typu SZUre 136s o mocy $P_n = 630$ kW.

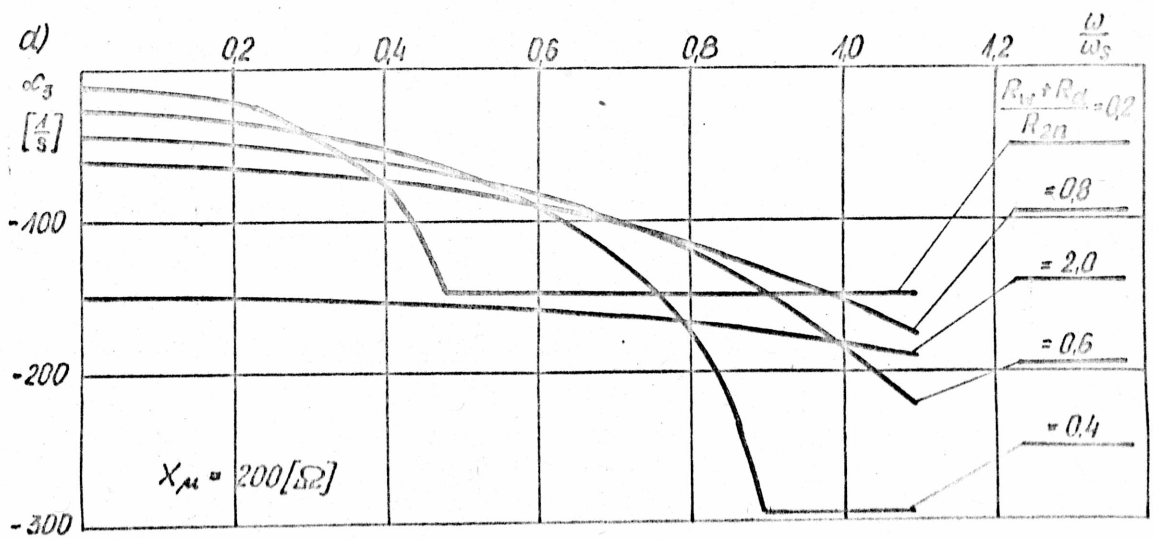
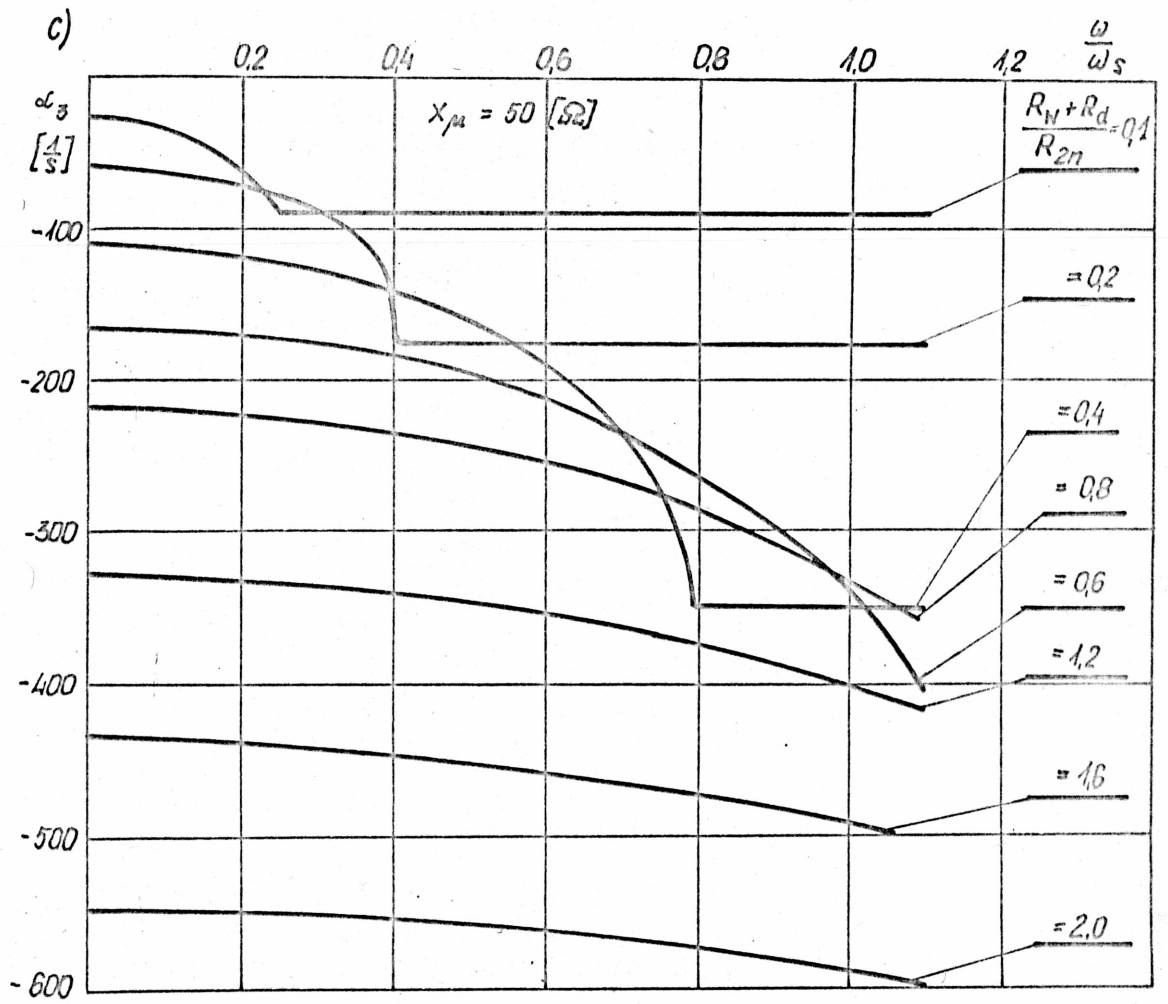


Rys. 35a.

b)

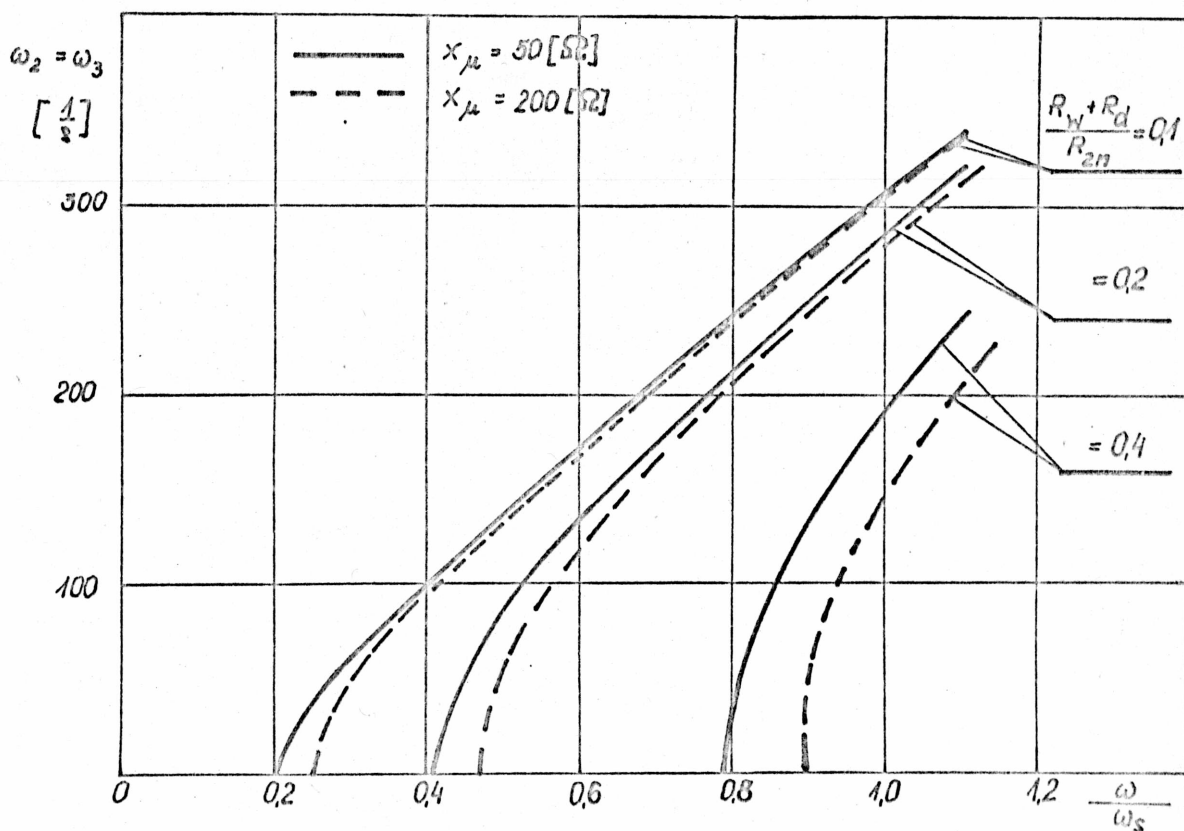


Rys. 35b.



Rys. 35c, d.

e)



Rys.3.5. Przebiegi współczynników tłumienia i częstości kołowych składowych przejściowych dla I układu połączeń uzwojenia stojana: a, b, c, d) - współczynniki tłumienia, e) - częstości kołowe

Obliczenia przeprowadzono dla nienasyconego i nasyconego obwodu magnetycznego silnika.

Wyniki obliczeń umożliwiają dokonanie oceny przebiegu stanów nieustalonych podczas hamowania prądem stałym dla I układu połączeń.

Dla rozpatrywanego zakresu rezystancji wirnika oraz prędkości kątowych, wartości bezwzględne współczynników tłumienia α_2 i α_3 są o wiele większe od bezwzględnych wartości α_1 . Z tego powodu tłumienie składowych nieustalonych (III) i (IV) prądu oraz (III), (IV), (V), (VI), (VII),

(IX) i (X) momentu jest bardzo duże. Decydujący wpływ na przebieg procesów przejściowych mają składowe, których tłumienie zależy od wartości współczynnika α_1 , czyli składowej (I) prądu oraz (II) i (VIII) momentu. Ponieważ z własności rozwiązywania równania trzeciego stopnia wynika, że zawsze $\omega_1 = 0$, to składowe te nie mają charakteru oscylacyjnego. Wzrost nasycenia obwodu magnetycznego silnika powoduje zmniejszenie wartości bezwzględnej współczynnika α_1 dla dużych, a zmniejszenie dla małych prędkości kątowych w stosunku do wartości nienasyconego obwodu magnetycznego. Brak lub nieznaczny udział składowych nieustalonych periodycznie zmieniających w momencie elektromagnetycznym silnika przemawia korzystnie za wykorzystaniem tego sposobu hamowania w napędach przenośników taśmowych.

3.4.4. Określenie przebiegów prądów i momentu elektromagnetycznego silnika nieustalonych dla II układu połączeń uzwojenia stojana

Poddając równania (3.17) i (3.18) transformacji Laplace'a-Carsona, przy założeniu stałej prędkości kątowej silnika, po przekształceniach i przyjęciu zerowych warunków początkowych otrzymuje się:

$$\underline{I}_{1s}(p) = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} U_{st}}{\underline{Z}_1(p)} . \quad (3.29)$$

Czasowa postać przekształconego wektora prądu stojana $\underline{i}_{1s}(t)$ zależy od biegunów wyrażenia $1/(\underline{Z}_1(p))$, którego mianownik ma znaną już postać równania kwadratowego (3.14).

Dokonując podobnych działań, jak w punkcie 3.4.2, otrzymuje się:

$$\underline{i}_{1s}(t) = \underline{A}_0 + \underline{A}_1 e^{\underline{p}_1 t} + \underline{A}_2 e^{\underline{p}_2 t}, \quad (3.30)$$

gdzie:

$\underline{A}_0, \underline{A}_1, \underline{A}_2$ - amplitudy odpowiednich składowych prądu stojana w stanie nieustalonym.

Po dalszej transformacji odwrotnej i wykorzystaniu zależności (3.23), otrzymuje się wyrażenia na rzeczywistą postać prądów stojana.

Dla przykładu, postać czasowa prądu stojana w fazie A, będącego jednocześnie prądem pobieranym ze źródła prądu stałego, wyraża się wzorem:

$$\begin{aligned} i_A(t) &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\underline{i}_{1s} + \underline{i}_{1s}^*) = \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \left\{ A_0 \cos \varphi_0 + \right. & (I) \\ &+ A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) e^{\alpha_1 t} + & (II) \\ &+ A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) e^{\alpha_2 t} \left. \right\} & (III) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Prąd ten składa się z trzech składowych:

- I - składowa ustalona,
- II, III - składowe nieustalone periodycznie zmienne o pulsacjach ω_1, ω_2 , zanikające wykładniczo ze współczynnikami tłumienia α_1, α_2 .

Poddając transformacji Laplace'a-Carsona równanie napięciowe wirnika (3.18) i dokonując przesunięcia prądu wirnika o $(-j\varphi)$, a następnie dokonując transformacji odwrotnej, otrzymuje się:

$$\underline{i}'_{1w} e^{j\varphi} = \underline{B}_0 + \underline{B}_1 e^{\underline{p}_1 t} + \underline{B}_2 e^{\underline{p}_2 t}, \quad (3.32)$$

gdzie: $\underline{B}_0, \underline{B}_1, \underline{B}_2$ - odpowiednie współczynniki zależne od parametrów elektromagnetycznych silnika, prędkości kątowej i napięcia zasilania.

Przebieg momentu elektromagnetycznego silnika podczas hamowania prądem stałym dla II układu połączeń uzwojenia stojana można określić na podstawie zależności (3.4), (3.30) i (3.32):

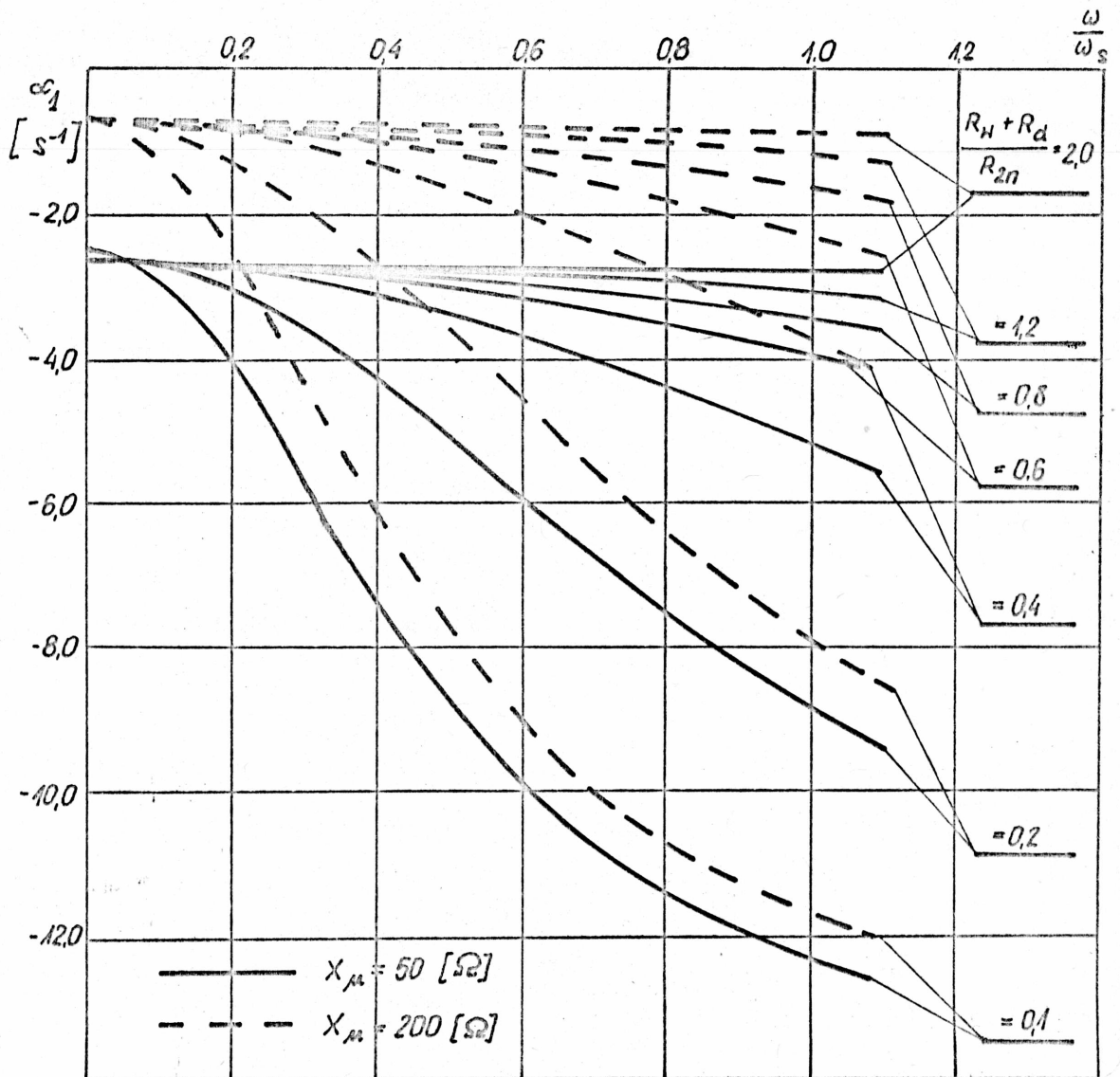
$$\begin{aligned}
 M_e(t) &= j\varphi \frac{3}{2} L_{\mu} (\underline{i}_{1s}^{\pi} \underline{i}_{1w}' e^{j\varphi} - \underline{i}_{1s} \underline{i}_{1w}^{\pi} e^{-j\varphi}) = \\
 &= -3\varphi L_{\mu} \left\{ \text{Im}(\underline{A}_0^{\pi} \underline{B}_0) + \right. & (I) \\
 &+ \text{Im}(\underline{A}_1^{\pi} \underline{B}_1) e^{2\alpha_1 t} + & (II) \\
 &+ \text{Im}(\underline{A}_2^{\pi} \underline{B}_2) e^{2\alpha_2 t} + & (III) \quad (3.33) \\
 &+ A_{12} \sin[(\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_{12}] e^{(\alpha_1 + \alpha_2)t} + & (IV) \\
 &+ A_{01} \sin(\omega_1 t + \varphi_{01}) e^{\alpha_1 t} + & (V) \\
 &+ A_{02} \sin(\omega_2 t + \varphi_{02}) e^{\alpha_2 t} \left. \vphantom{\sin(\omega_2 t + \varphi_{02})} \right\} & (VI)
 \end{aligned}$$

Moment elektromagnetyczny silnika złożony jest z sześciu składowych, z których:

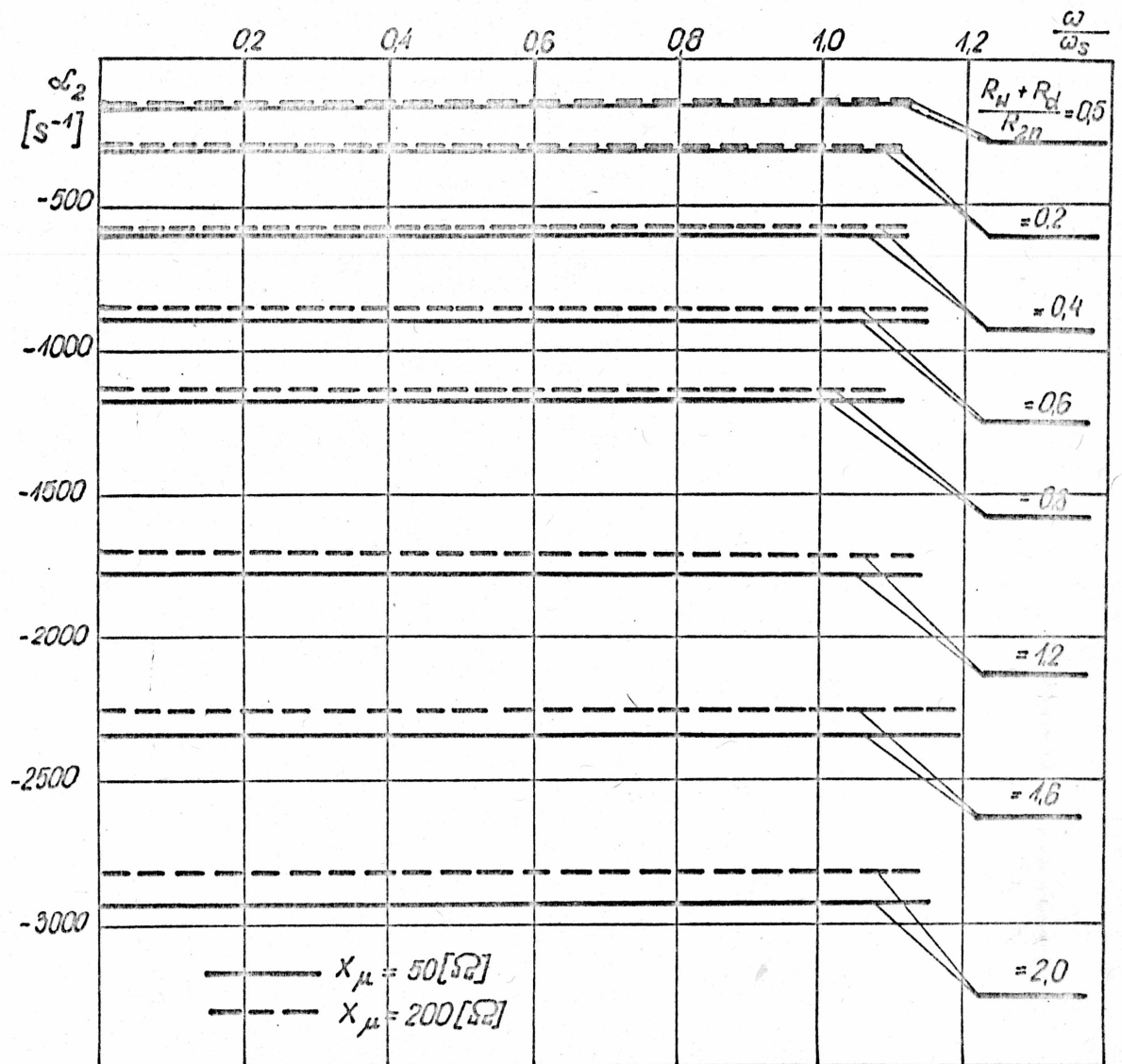
- (I) - składowa ustalona,
- (II), (III) - składowe nieokresowe tłumione, zanikające wykładniczo,
- (IV), (V), (VI) - składowe okresowe tłumione, zanikające wykładniczo.

3.4.5. Analiza częstotliwości i współczynników tłumienia składowych przejściowych momentu i prądów dla II układu połączeń uzwojenia stojana

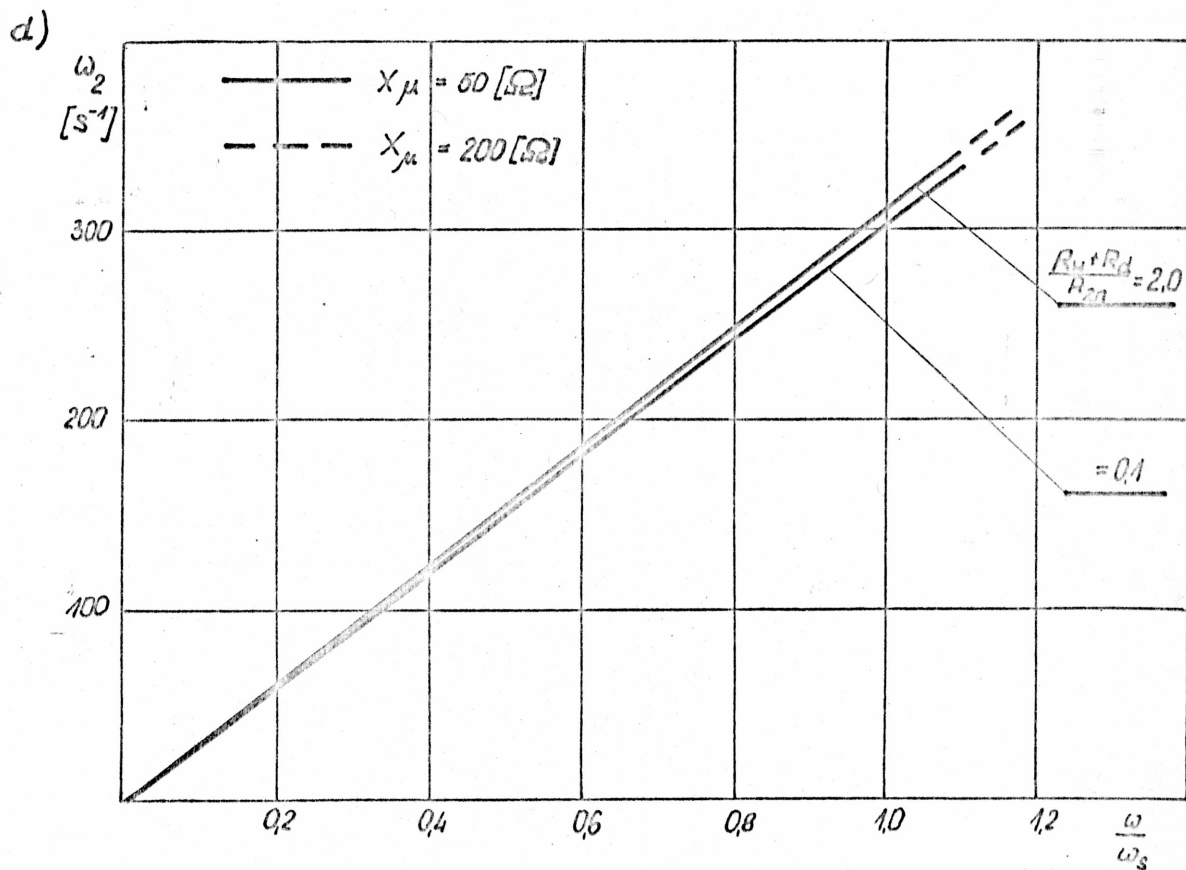
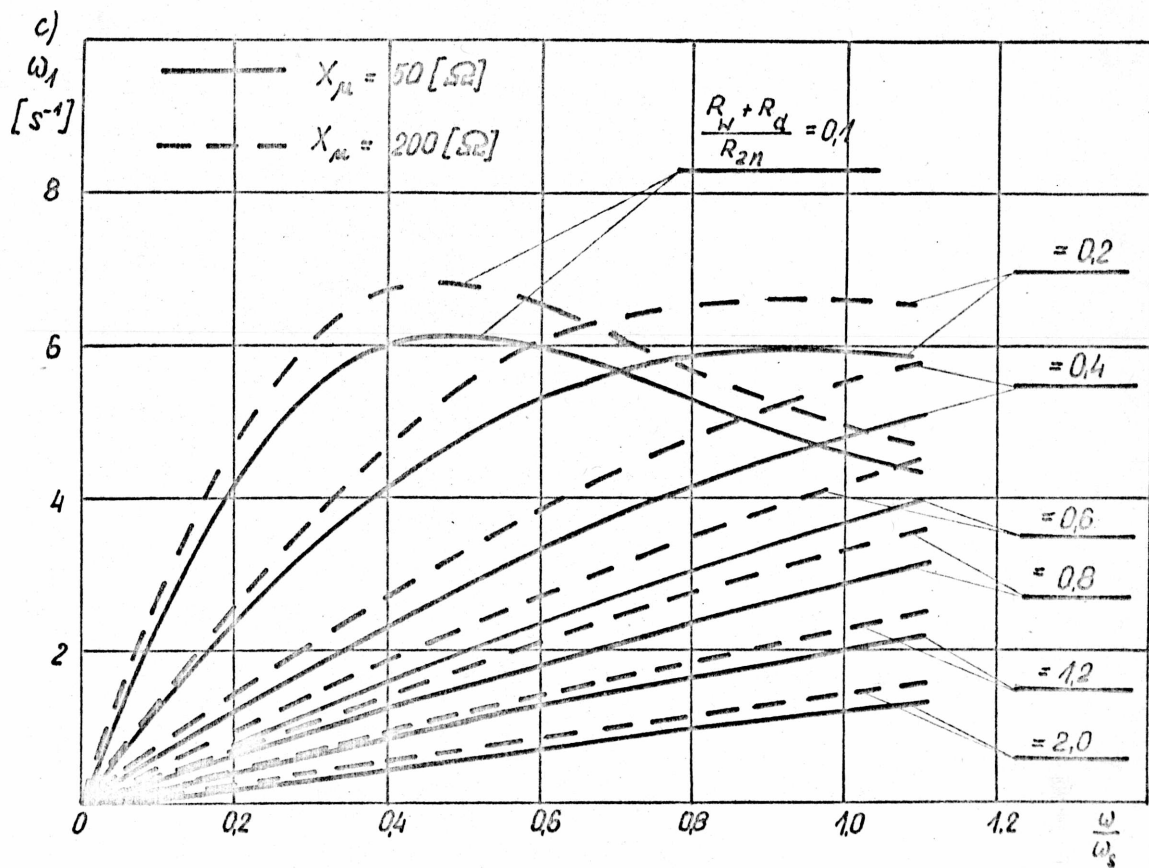
Na rysunku 3.6 przedstawiono otrzymane z rozwiązania równania (3.14) współczynniki tłumienia i częstotliwości oscylacji składowych przejściowych.



Rys. 3.6a.



Rys. 3.6b.



Rys.3.6. Przebieg współczynników tłumienia i częstości składowych przejściowych dla II układu połączeń uzwojeń stojana:
a, b) - współczynniki tłumienia, c, d) - częstości kołowe

Obliczenia przeprowadzono dla silnika typu SZUre 136s o mocy $P_n = 630$ kW dla nasyconego i nienasyconego obwodu magnetycznego. Wyniki obliczeń umożliwiają dokonanie oceny przebiegu stanów nieustalonych podczas hamowania prądem stałym dla II układu połączeń uzwojenia stojana.

W rozpatrywanym zakresie zmian rezystancji wirnika oraz prędkości kątowych silnika podczas hamowania, wartość bezwzględna współczynnika tłumienia α_2 jest o wiele większa od współczynnika α_1 . Zatem tłumienie składowej (III) prądu oraz (III), (IV) i (VI) momentu jest bardzo duże. Ze składowych przejściowych prądu uwidaczniać się może wpływ składowej okresowej (II), a momentu elektromagnetycznego - składowej nieokresowej (II) i okresowej (V).

Jednak, jak wynika z obliczeń, częstość kołowa ω_1 składowych okresowych jest bardzo mała i leży poniżej częstości drgań własnych taśmy i konstrukcji przenośnika. Z tego względu nie ma przeszkód w zastosowaniu hamowania prądem stałym w II układzie połączeń uzwojenia stojana do zatrzymywania przenośników taśmowych.

3.4.6. Obliczenia trajektorii dynamicznych silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym przenośnika taśmowego o ujemnym kącie nachylenia

Równania dynamiki silnika indukcyjnego podczas hamowania przedstawione w p. 3.4.1 zostały rozwiązane na maszynie cyfrowej. Program o nazwie PINA umożliwiał numeryczne obliczenie trajektorii dynamicznych silnika podczas hamowania dla I układu połączeń, natomiast program o nazwie PINB - dla II układu połączeń uzwojenia stojana. Do obliczeń przyjęto uproszczony

model dynamiczny przenośnika taśmowego.

Na rysunku 3.7 przedstawiono dla przykładu obliczone przebiegi momentu elektromagnetycznego, prędkości kątowej oraz prądów stojana dla I układu połączeń uzwojenia podczas hamowania obciążonego przenośnika taśmowego.

Analogiczne przebiegi otrzymane dla II układu połączeń uzwojenia stojana przedstawiono na rysunku 3.8.

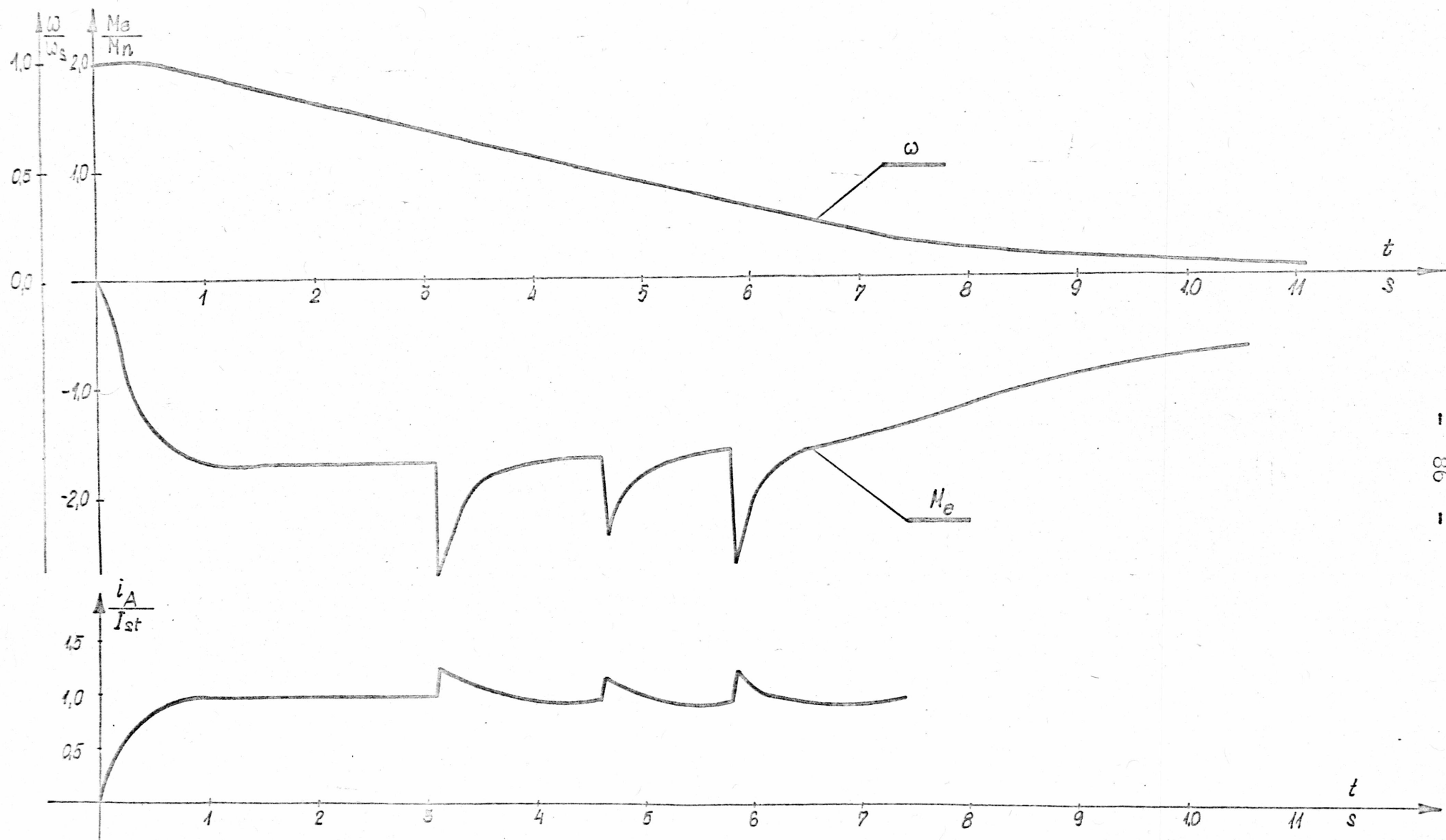
Obliczenia przeprowadzono dla zmian prędkości przenośnika w zakresie od 1,0 do 0,2 wartości znamionowej. W czasie hamowania następowała skokowa zmiana rezystancji w obwodzie wirnika, aby otrzymać stałą wartość średnią momentu hamującego, wyznaczoną z obliczeń statycznych. Niewielkie skoki momentu występują tylko w chwilach zmiany rezystancji w obwodzie wirnika i mogą być wyeliminowane przez zwiększenie liczby stopni hamowania.

Skokowe zmiany rezystancji w obwodzie wirnika wywołują również wahania prądów w uzwojeniu stojana.

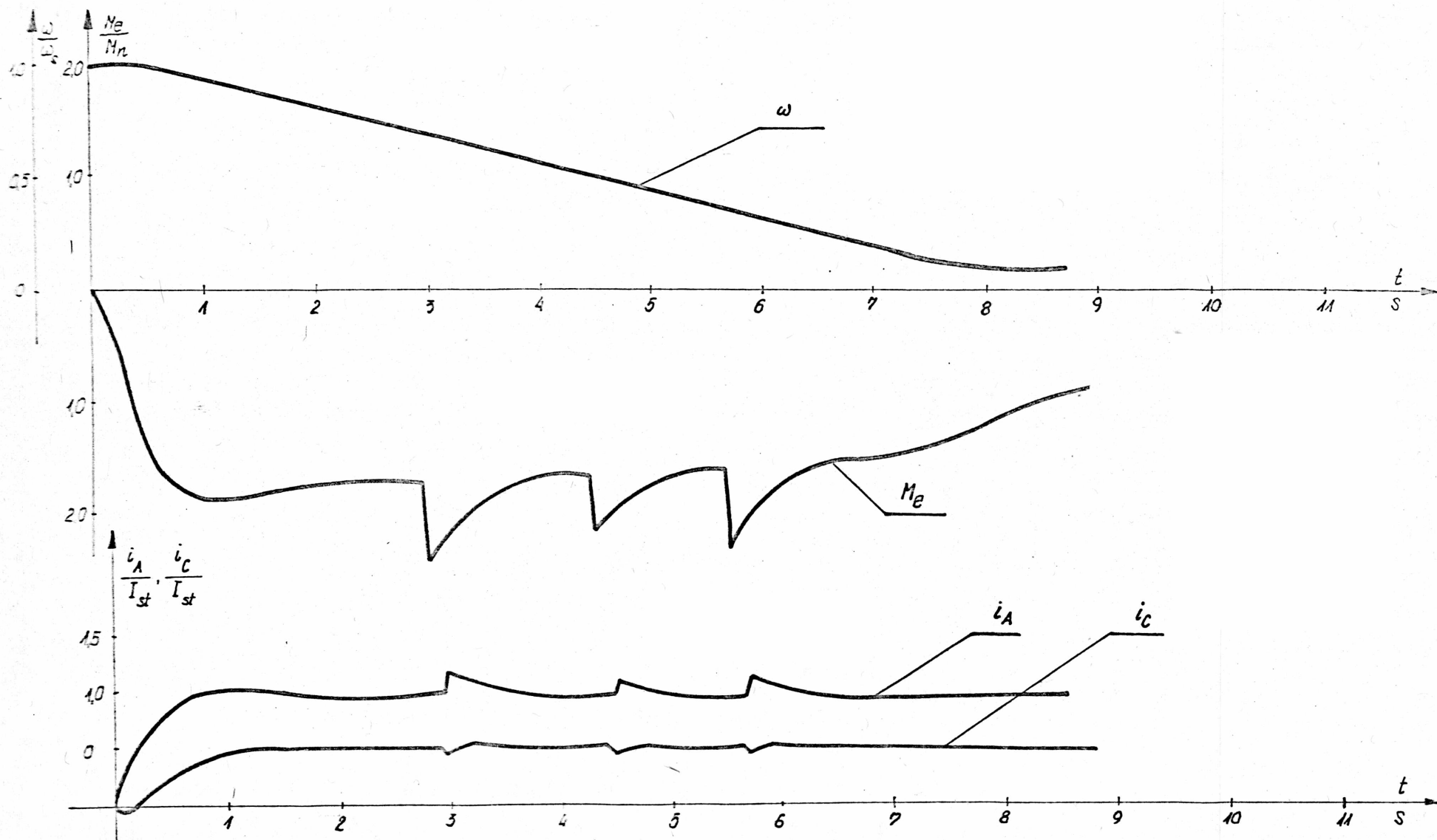
Obliczenia, których wyniki przedstawiono na rysunkach 3.7 i 3.8, przeprowadzono dla takich warunków zasilania, przy których była zapewniona równoważność mechanicznych charakterystyk statycznych obu układów. Zmiany rezystancji w obwodzie wirnika odbywały się dla tych samych wartości prędkości kątowych.

Mimo równoważności charakterystyk statycznych, przebiegi charakterystyk dynamicznych obu układów wykazują pewne różnice.

Otrzymane trajektorie dynamiczne silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym uzasadniają możliwość wykorzystania tego sposobu hamowania do zatrzymywania przenośników taśmowych.



Rys.3.7. Przebiegi momentu elektromagnetycznego, prędkości katowej i prądu silnika podczas hamowania prądem stałym dla I układu połączeń uzwojenia stojana ($U_{st} = 109,8V$, $M_u = 3500 \text{ Nm}$, $J_u = 560 \text{ kgm}^2$)



Rys.3.8. Przebiegi momentu elektromagnetycznego, prędkości katowej i prądów silnika podczas hamowania prądem stałym dla II układu połączeń uzwojeń stojana ($U_{st} = 95,1 \text{ V}$, $M_u = 3500 \text{ Nm}$, $J_u = 560 \text{ kgm}^2$)

3.5. Analiza wpływu niestłumionego pola wirnika na przebiegi dynamiczne silnika indukcyjnego

3.5.1. Przekształcenie równań dynamiki maszyny indukcyjnej do postaci dogodnej do analizy niestłumionego pola wirnika

Po odłączeniu silników od sieci prądu przemiennego prądy w uzwojeniu stojana są równe zero. Jeżeli obwód wirnika pozostaje zwarty, to sprzężony z nim strumień magnetyczny nie może zmaleć skokowo do zera. W uzwojeniach wirnika powstają wówczas prądy przejściowe, podtrzymujące strumień magnetyczny o wartości istniejącej przed odłączeniem silnika. Do analizy pola niestłumionego wirnika najlepiej nadają się równania (3.1), (3.2) po przekształceniu ich do postaci, w której zmiennymi są strumienie sprzężone silnika [39]:

$$\frac{d}{dt} \psi_{-1s} = -\alpha_s \psi_{-1s} + \frac{\alpha_s}{k_w} \psi'_{-1w} + \underline{U}_{-1s}, \quad (3.34)$$

$$\frac{d}{dt} \psi'_{-1w} = \frac{\alpha_w}{k_w} \psi_{-1s} + \left(-\alpha_w \frac{k_s}{k_w} + j\varphi\right) \psi'_{-1w}, \quad (3.35)$$

gdzie: $\alpha_s = \frac{R_s}{L_z},$

$$\alpha_w = \frac{R'_w}{L_z},$$

$$k_s = \frac{L'_{\sigma s} + \frac{3}{2} L_{\mu}}{\frac{3}{2} L_{\mu}} \quad - \text{współczynnik rozproszenia stojana,}$$

$$k_w = \frac{L'_{\sigma w} + \frac{3}{2} L_{\mu}}{\frac{3}{2} L_{\mu}} \quad - \text{współczynnik rozproszenia wirnika.}$$

Strumienie sprzężone stojana ψ_{-1s} i wirnika ψ'_{-1w} przedstawia macierz:

$$\begin{bmatrix} \psi_{1s} \\ \psi'_{1w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\sigma s} + \frac{3}{2} L_{\mu} & \frac{3}{2} L_{\mu} \\ \frac{3}{2} L_{\mu} & L_{\sigma s} + \frac{3}{2} L_{\mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1s} \\ i'_{1w} e^{j\varphi} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Po odłączeniu silnika od sieci prądu przemiennego, prądy w uzwojeniach stojana są równe zeru, a więc z zależności (3.36) wynika związek między strumieniami sprzężonymi stojana i wirnika:

$$\psi_{1s}(t) = \frac{1}{k_w} \psi'_{1w}(t) \quad t \geq 0_+ \quad (3.37)$$

Po uwzględnieniu związku (3.37) w wyrażeniu (3.35), otrzymuje się równanie określające przebieg czasowy strumienia sprzężonego wirnika po odłączeniu stojana od sieci:

$$\frac{d}{dt} \psi'_{1w}(t) = \left[-\frac{1}{T_w} + j\varphi \dot{\varphi}(t) \right] \psi'_{1w}(t), \quad (3.38)$$

gdzie: $T_w = \frac{L'_{\sigma w} + \frac{3}{2} L_{\mu}}{R_w}$ - stała czasowa obwodu wirnika.

3.5.2. Określenie siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu stojana przez niestłumione pole wirnika

Siłę elektromotoryczną indukowaną w uzwojeniu stojana po odłączeniu silnika od sieci ($t \geq 0_+$) określa równanie:

$$e_{1s}(t) = - \frac{d}{dt} \psi_{1s}(t) = - \frac{1}{k_w} \frac{d}{dt} \psi'_{1w}(t). \quad (3.39)$$

Wyznaczenie siły elektromotorycznej wymaga znajomości czasowego przebiegu strumienia sprzężonego wirnika, czyli rozwiązania równania (3.38). Może być ono rozwiązane dla stałej, lub zmiennej prędkości kątowej silnika.

Dla stałej prędkości kątowej:

$$\dot{\varphi}(t) = \omega = \frac{\omega_0}{s} [1 - s(0_-)] = \text{const} , \quad (3.40)$$

gdzie: $s(0_-)$ - poślizg silnika przed odłączeniem.

Dla $\omega = \text{const}$ równanie (3.38) jest równaniem różniczkowym o stałych współczynnikach, którego rozwiązanie ma postać:

$$\psi'_{1w}(t) = \psi'_{1w}(0) e^{\left\{ -\frac{1}{T_w} + j\omega_0 [1 - s(0_-)] \right\} t} , \quad (3.41)$$

gdzie: $\psi'_{1w}(0)$ - wartość początkowa strumienia sprzężonego wirnika.

Zakładając równość strumieni sprzężonych wirnika przed i po odłączeniu silnika od sieci z rozwiązania równań (3.34) i (3.35) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \psi'_{1w}(0) &= \psi'_{1w}(0_+) = \psi'_{1w}(0_-) = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{U_{fm}}{\omega_0} \frac{\alpha_w}{k_w} \frac{e^{j\gamma(0_-)}}{\left[\frac{\alpha_s}{\omega_0 T_w} - s(0_-) \omega_0 \right] + j \left[\alpha_w \frac{k_s}{k_w} + s(0_-) \alpha_s \right]} , \quad (3.42) \end{aligned}$$

gdzie: $\gamma(0_-)$ - faza napięcia zasilającego w chwili odłączenia stojana od sieci.

Uwzględniając zależności (3.41), (3.42) w równaniu (3.39), otrzymuje się po przekształceniach wyrażenie na czasowy przebieg siły elektromotorycznej, indukowanej w uzwojeniu stojana przez niestłumione pole wirnika.

Dla przykładu w fazie A stojana:

$$\begin{aligned}
 e_{fA}(t) = & \\
 = - U_{fm} \frac{\alpha_w}{k_w^2} & \sqrt{\frac{(-\frac{1}{\omega_o T_w})^2 + [1 - s(0_-)]^2}{[\frac{\alpha_s}{\omega_o T_w} - s(0_-)\omega_o]^2 + [\alpha_w \frac{k_s}{k_w} + s(0_-)\alpha_s]^2}} e^{-\frac{1}{T_w} t} \cdot \\
 & \cdot \cos \left\{ \omega_o [1 - s(0_-)]t + \gamma(0_-) + \arctg(-\omega_o T_w [1 - s(0_-)]) + \right. \\
 & \left. - \arctg \frac{\alpha_w \frac{k_s}{k_w} + s(0_-)\alpha_s}{\frac{\alpha_s}{\omega_o T_w} - s(0_-)\omega_o} \right\}. \quad (3.43)
 \end{aligned}$$

Z wyrażenia (3.43) wynika, że napięcie indukowane w uzwojeniu stojana przez niestłumione pole wirnika, dla $\omega = \text{const}$, ma przebieg tłumiony, periodycznie zmienny (z częstotliwością kątową określoną przez poślizg silnika przed odłączeniem), zanikający ze stałą czasową T_w .

Ze względu na duże wartości indukcyjności silników dużej mocy, stosowanych w napędzie przenośników taśmowych, a małe rezystancje wirników czas tłumienia pola wirnika po odłączeniu silnika od sieci jest stosunkowo długi. Przyjęcie zatem stałej prędkości kątowej silnika może prowadzić do znacznych błędów w określeniu rzeczywistego przebiegu napięcia indukowanego w uzwojeniu stojana.

Wyznaczenie siły elektromotorycznej w uzwojeniu stojana z uwzględnieniem zmian prędkości kątowej silnika wymagałoby rozwiązania równania (3.38) i równania ruchu układu napędowego.

Uwzględniając, że silnik po odłączeniu nie wytwarza momentu elektromagnetycznego, a układ mechaniczny może być

opisany stałymi parametrami, równanie ruchu (3.3) przybiera postać:

$$M_u = J_u \frac{d}{dt} \dot{\varphi} + D_u \dot{\varphi} . \quad (3.46)$$

W tym przypadku równanie to może być rozwiązane oddzielnie, pozwalając na wyznaczenie czasowego przebiegu prędkości układu napędowego po odłączeniu silnika od sieci:

$$\omega(t) = \dot{\varphi}(t) = \omega(0_-) e^{-\frac{D_u}{J_u} t} + \frac{M_u}{D_u} (1 - e^{-\frac{D_u}{J_u} t}) , \quad (3.47a)$$

oraz

$$\int_0^t \omega(t) dt = \frac{M_u}{D_u} t - \frac{J_u}{D_u} [\omega(0_-) - \frac{M_u}{D_u}] (e^{-\frac{D_u}{J_u} t} - 1) , \quad (3.47b)$$

gdzie:

$$\omega(0_-) = \frac{\omega_0}{s} [1 - s(0_-)] - \text{prędkość kątowa układu napędowego w chwili odłączenia silnika od sieci.}$$

Z rozwiązania równania (3.38) z uwzględnieniem (3.47) otrzymuje się czasowy przebieg strumienia sprzężonego wirnika z uwzględnieniem zmian prędkości kątowej silnika:

$$\psi'_{1w}(t) = \psi'_{1w}(0) e^{\left\{ -\frac{1}{T_w} t + j s \int_0^t \omega(t) dt \right\}} . \quad (3.48)$$

Uwzględniając zależności (3.47) i (3.48) w równaniu (3.39), otrzymuje się wyrażenie na czasowy przebieg siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu stojana przez niestłumione pole wirnika dla zmiennej prędkości kątowej silnika.

Dla przykładu w fazie A

$$\begin{aligned}
 e_{fA}(t) = & \\
 = - U_{fm} \frac{\alpha_w}{k_w^2} & \sqrt{\frac{(-\frac{1}{\omega_o T_w})^2 + [\frac{\rho \omega(t)}{\omega_o}]^2}{[\frac{\alpha_s}{\omega_o T_w} - s(0_-) \omega_o]^2 + [\alpha_w \frac{k_s}{k_w} + s(0_-) \alpha_s]^2}} e^{-\frac{1}{T_w} t} \\
 & \cdot \cos \left\{ \int_0^t \omega(t) dt + \gamma(0_-) + \arctg[-\rho \omega(t) T_w] + \right. \\
 & \left. - \arctg \frac{\alpha_w \frac{k_s}{k_w} + s(0_-) \alpha_s}{\frac{\alpha_s}{\omega_o T_w} - s(0_-) \omega_o} \right\}. \quad (3.49)
 \end{aligned}$$

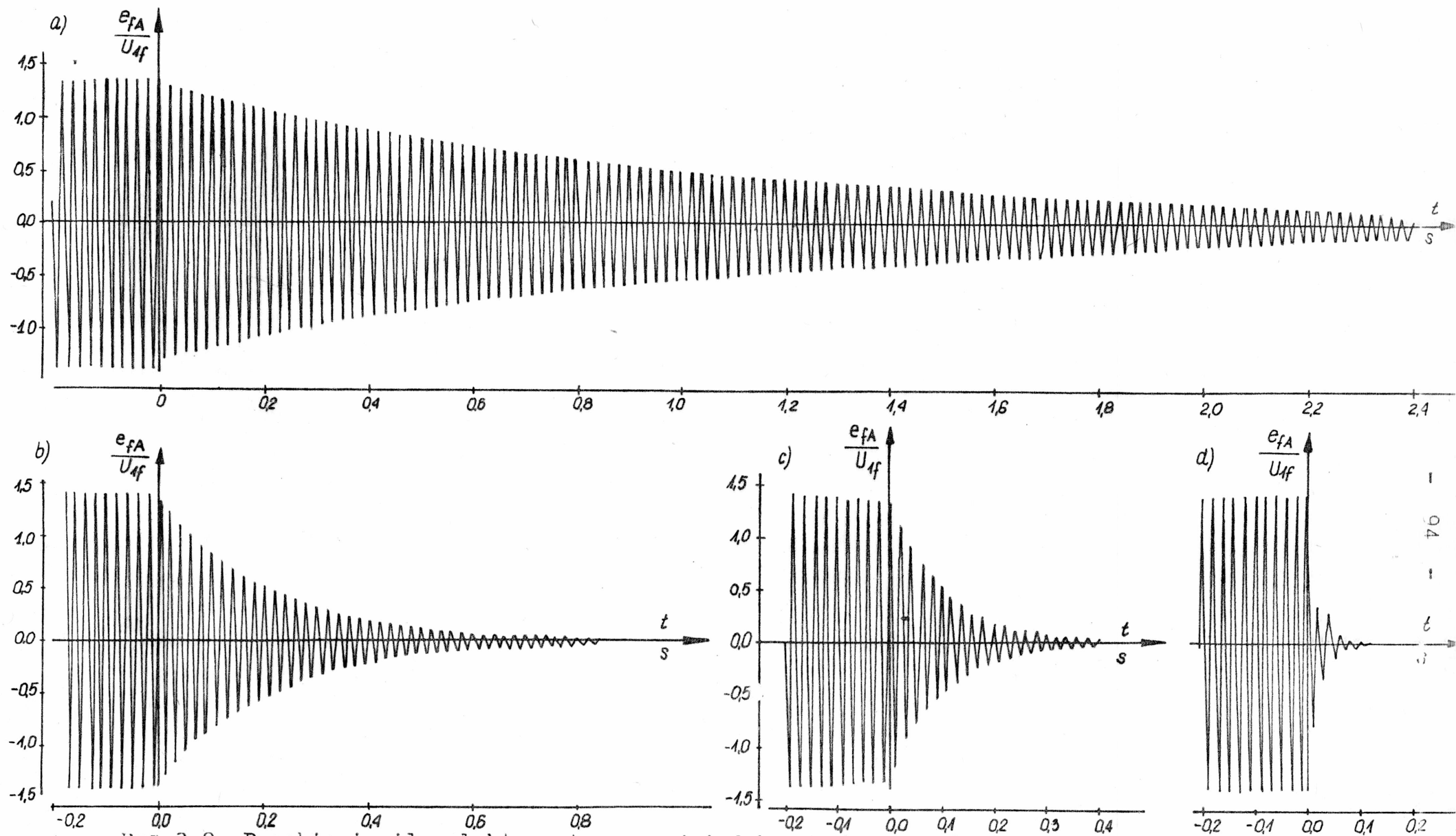
Z analizy wyrażenia (3.49) wynika, że zmiana prędkości kątowej silnika, po odłączeniu go od sieci prądu przemiennego, ma wpływ na amplitudę i częstość kołową napięcia indukowanego w uzwojeniu stojana przez niestłumione pole wirnika.

Zmiana prędkości kątowej silnika nie wpływa na stałą czasową zanikania pola niestłumionego wirnika, która określona jest wyłącznie przez parametry elektromagnetyczne silnika (R'_w , L_μ , $L'_{\sigma w}$).

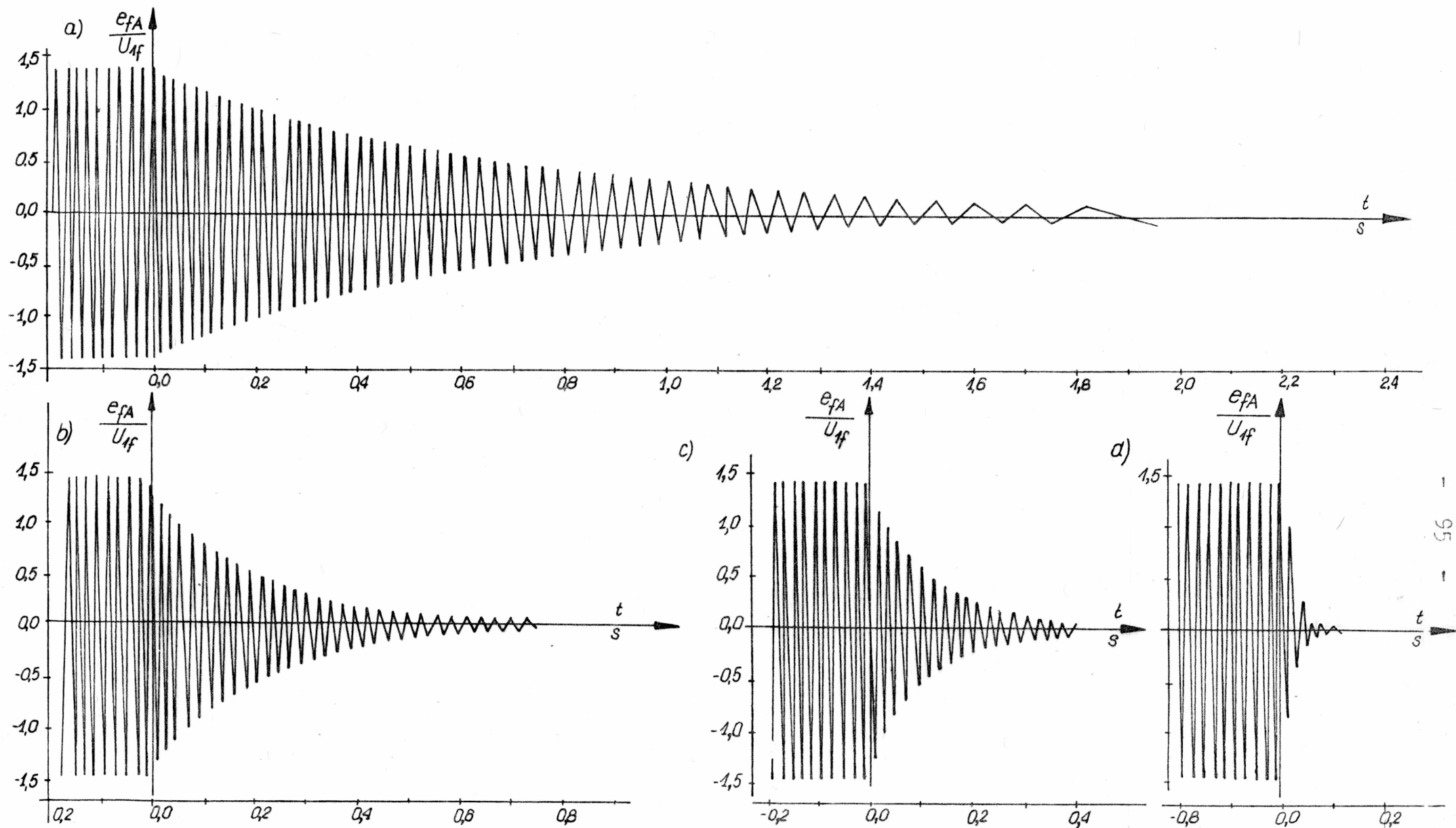
Dla przeprowadzenia analizy pola niestłumionego wirnika, opracowano program na maszynę cyfrową o nazwie FOLE, który umożliwia określenie siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu stojana zarówno dla założenia stałej, jak i rzeczywistej zmiany prędkości kątowej układu.

Obliczone dla silnika 630 kW przebiegi dla stałej i zmiennej prędkości układu napędowego, przedstawiono odpowiednio na rysunkach 3.9a i 3.10a.

Z analizy otrzymanych przebiegów wynika, że niestłumione pole wirnika indukuje w uzwojeniach stojana siły elektromoto-



Rys.3.9. Przebiegi siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu stojana przez niestłumione pole wirnika przy założeniu stałej prędkości kątowej układu napędowego ($\omega = \omega_s$, $\chi(0_-) = 0, 0$): a) dla $R_d = 0$; b) $R_w + R_d = 5R_w$; c) $R_w + R_d = 10R_w$; d) $R_w + R_d = 50R_w$



Rys.3.10. Przebiegi siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu stojana przez niestłumione pole wirnika przy uwzględnieniu rzeczywistej prędkości kątowej układu napędowego - $M_u = M_n$, $J_u = J_s$, $\gamma(0_-) = 0,0$: a) $R_d = 0,0$; b) $R_w + R_d = 5R_w$; c) $R_w + R_d = 10R_w$; d) $R_w + R_d = 50R_w$

ryczne o wartościach zbliżonych w pierwszej chwili do wartości napięcia sieci prądu przemiennego, co uniemożliwia przyłączenie źródła prądu stałego bezpośrednio po odłączeniu silnika od sieci prądu przemiennego.

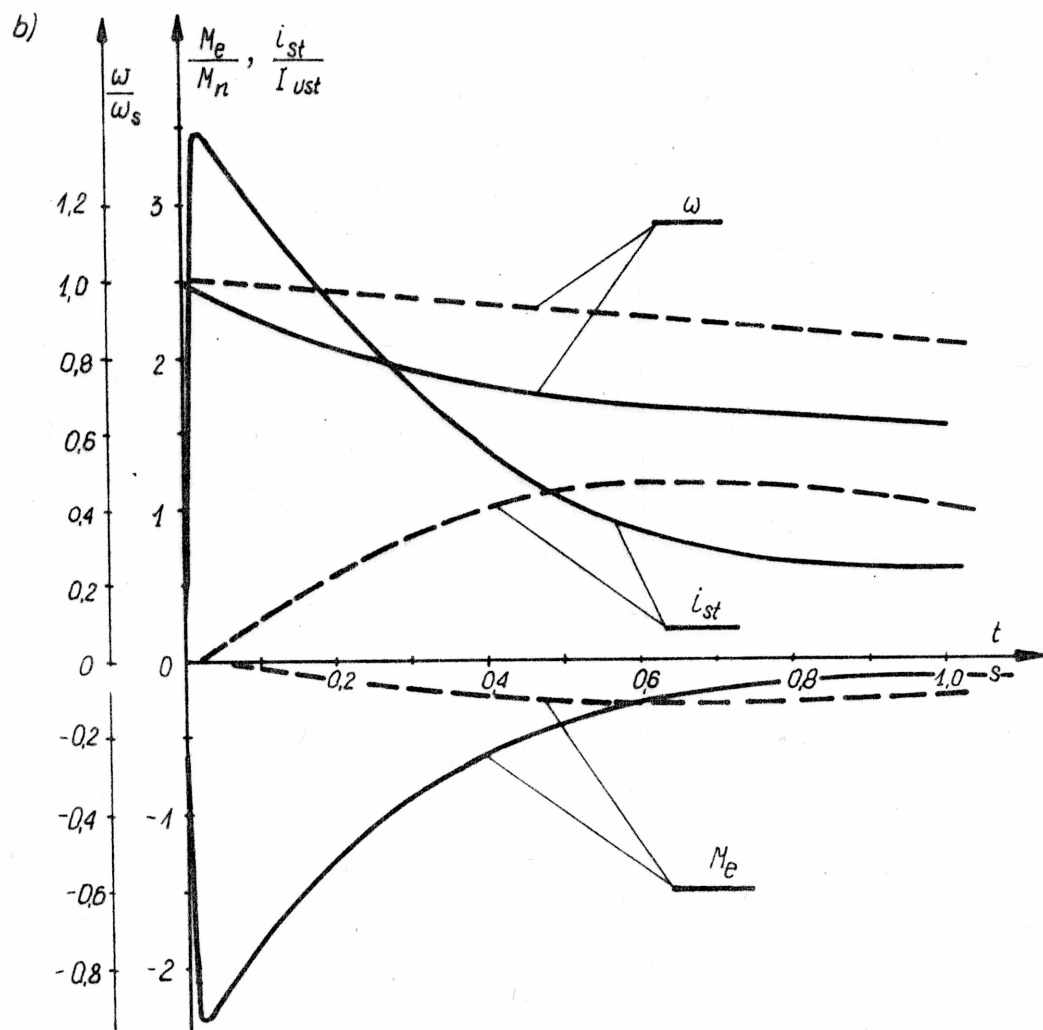
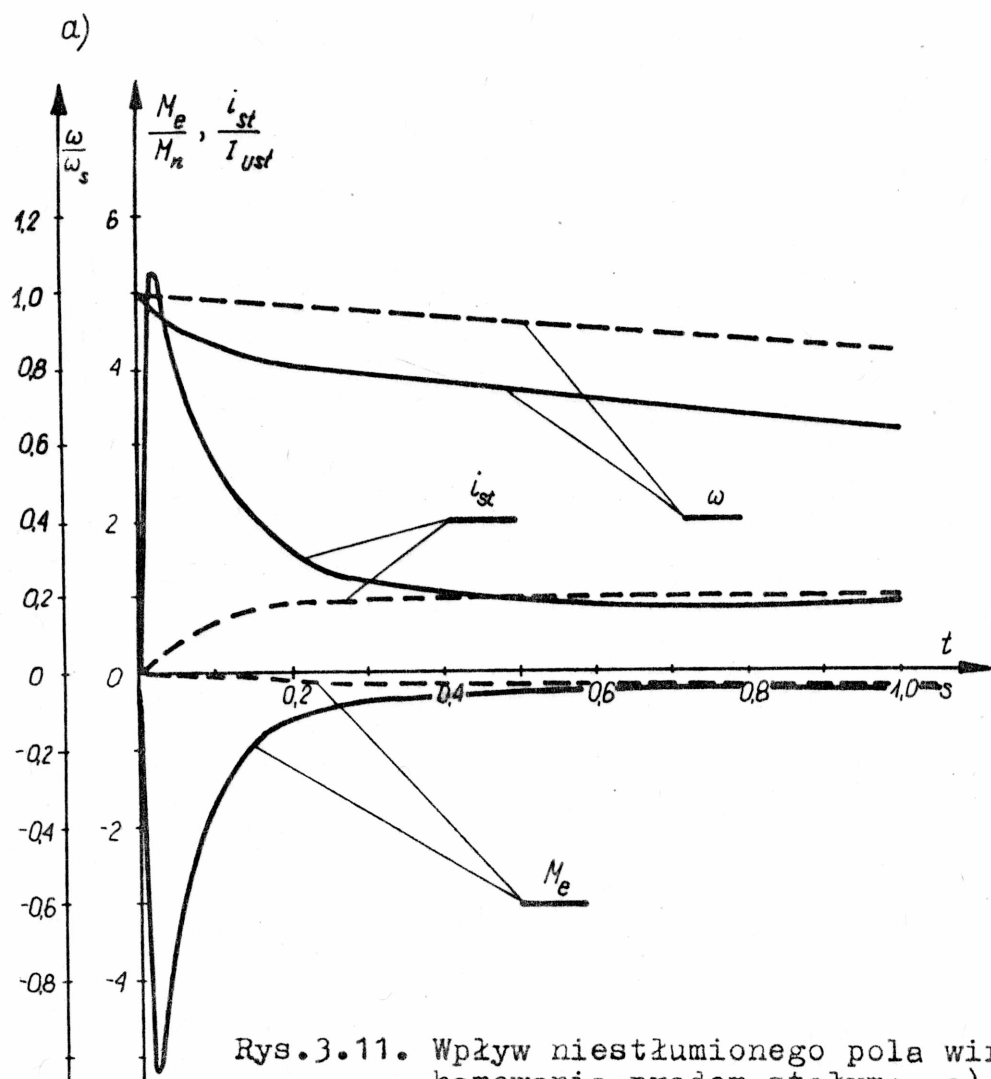
Zmniejszanie się prędkości katowej po odłączeniu silnika od sieci powoduje szybsze obniżenie się amplitudy napięcia indukowanego w uzwojeniu stojana przez niestłumione pole wirnika, niż w przypadku stałej prędkości.

3.5.3. Analiza wpływu niestłumionego pola wirnika na przebiegi dynamiczne momentu i prądów podczas hamowania prądem stałym

Równania dynamiki silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym (p. 3.4.1) zostały rozwiązane dla przypadku stłumionego i niestłumionego pola wirnika.

Uzyskane w ten sposób trajektorie dynamiczne momentu elektromagnetycznego i prądów podczas hamowania dla I i II układu połączeń uzwojenia stojana przedstawiono na rysunku 3.11.

Z przebiegów na rysunku 3.11 wynika, że po przyłączeniu źródła prądu stałego działanie niestłumionego pola wirnika objawia się powstaniem znacznych uderów momentu i prądów. Uderary te mogą przewyższać znacznie wartości znamionowe i działać szkodliwie na wytrzymałość elementów układu napędowego i układu zasilania.



Rys.3.11. Wpływ niestłumionego pola wirnika na przebieg charakterystyk silnika podczas hamowania prądem stałym: a) dla układu I, b) dla układu II, (linia ciągła - charakterystyki silnika przy działaniu niestłumionego pola wirnika, linia przerywana - charakterystyki silnika przy braku działania niestłumionego pola wirnika)

3.5.4. Analiza niestłumionego pola wirnika podczas jego intensywnego gaszenia

W celu zmniejszenia wartości uderowych momentu i prądu oraz niebezpiecznego działania napięcia indukowanego w uzwojeniu stojana, przełączenie silnika do pracy hamulcowej powinno odbywać się po całkowitym zaniknięciu niestłumionego pola wirnika, czyli dla zerowych elektromagnetycznych warunków początkowych. Spełnienie tych warunków można najprościej uzyskać przez stworzenie odpowiedniego odstępu czasu, który wystarczałby do zaniknięcia pola magnetycznego wirnika.

Mimo prostoty, jest to sposób nieracjonalny i nie nadający się do wykorzystania w układach napędowych przenośników taśmowych o ujemnym kącie nachylenia.

Ze względu na czynny charakter momentu oporowego obciążonego przenośnika taśmowego transportującego w dół, czas przerwy między odłączeniem silników od sieci prądu przemiennego i przyłączeniem ich do źródła prądu stałego powinien być możliwie jak najkrótszy. W przeciwnym razie może wystąpić niebezpieczne zwiększenie się prędkości taśmy wywołane energią potencjalną transportowanego urobku. Dlatego w celu skrócenia odstępu czasu między odłączeniem silników od sieci i przełączeniem ich na hamowanie, należy przyspieszyć szybkość zanikania niestłumionego pola wirnika.

Z wyrażenia (3.41) wynika możliwość gaszenia niestłumionego pola wirnika przez zmniejszenie stałej czasowej wirnika, np. przez włączenie w obwód wirnika (po odłączeniu silnika od sieci prądu przemiennego) dodatkowych rezystancji R_d . Stała czasowa zanikania pola niestłumionego wynosi wtedy:

$$T'_w = \frac{L'_{\sigma w} + \frac{3}{2} L_u}{R'_w + R_d}. \quad (3.50)$$

Równanie określające przebieg czasowy strumienia sprzężonego wirnika po odłączeniu stojana od sieci ma postać:

$$\frac{d}{dt} \psi'_{1w}(t) = \left[-\frac{1}{T'_w} + j\mathcal{F}\dot{\varphi}(t) \right] \psi'_{1w}(t). \quad (3.51)$$

Z rozwiązania równania (3.51) uzyskuje się przebieg czasowy niestłumionego pola wirnika:

$$\psi'_{1w}(t) = \psi'_{1w}(0) \cdot e^{\left\{ -\frac{1}{T'_w} t + j\mathcal{F} \int_0^t \omega(t) dt \right\}} \quad (3.52)$$

Drogą analogicznych przekształceń, jak w p. 3.5.2, otrzymuje się czasowy przebieg siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu stojana

$$\begin{aligned} e_{fA}(t) = & \\ = - U_{fm} \frac{\alpha_w}{k_w^2} & \sqrt{\frac{\left(-\frac{1}{\omega_0 T'_w}\right)^2 + \left[\frac{\mathcal{F}\omega(t)}{\omega_0}\right]^2}{\left[\frac{\alpha_s}{\omega_0 T'_w} - s(0_-)\omega_0\right]^2 + \left[\alpha_w \frac{k_s}{k_w} + s(0_-)\alpha_s\right]^2}} \cdot e^{-\frac{1}{T'_w} t} \\ & \cdot \cos \left\{ \mathcal{F} \int_0^t \omega(t) dt + \gamma(0_-) + \arctg \left[\mathcal{F}\omega(t) T'_w \right] + \right. \\ & \left. - \arctg \frac{\alpha_w \frac{k_s}{k_w} + s(0_-)\alpha_s}{\frac{\alpha_s}{\omega_0 T'_w} - s(0_-)\omega_0} \right\}. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Obliczone na podstawie (3.53) czasowe przebiegi siły elektromotorycznej w obwodzie stojana, przy intensywnym tłumieniu pola wirnika, przedstawiono na rysunkach 3.9b, c, d i 3.10b, c, d.

Z zależności (3.50) i (3.53) oraz obliczonych przebiegów wynika, że drogą doboru odpowiedniej wartości rezystancji włączonej w obwód wirnika można otrzymać pożądany czas stłumienia pola wirnika.

Przedstawiona analiza może stanowić podstawę opracowania sposobu sterowania układu napędowego przenośnika z uwzględnieniem elektromagnetycznych procesów przejściowych.

Jedną z możliwych realizacji układu sterowania hamowaniem przenośnika jest wykonanie go w ten sposób, by bezpośrednio po odłączeniu stojanów od sieci prądu przemienne, zostały w obwód wirnika włączone dodatkowe rezystancje, natomiast źródło prądu stałego dołączone ze zwłoką wynikającą ze stałej czasowej zanikania pola niestłumionego wirnika.

4. RÓWNANIA DYNAMIKI SYSTEMU ELEKTROMECHANICZNEGO PRZENOŚNIKA

4.1. Model matematyczny systemu elektromechanicznego przenośnika

4.1.1. Zagadnienia wstępne

Przenośnik taśmowy jest bardzo złożonym układem elektromechanicznym. Z reguły wielosilnikowy układ napędowy współpracuje z częścią mechaniczną przenośnika złożoną ze sprzęgieł, przekładni mechanicznych, bębnow napędowych i nienapędowych, taśmy, krążników i konstrukcji przenośnika. Wzajemne powiązanie części mechanicznej i elektrycznej oraz ich oddziaływanie na siebie stwarza duże trudności w poprawnym opisie matematycznym.

Zasadniczym mankamentem dotychczasowego modelu matematycznego systemu elektromechanicznego przenośnika spotykanego u wielu autorów jest traktowanie przenośnika taśmowego jako układu złożonego z części mechanicznej i elektrycznej, których analiza jest prowadzona oddzielnie.

W pracach [5,7,9,31,47] analizowano drgania, siły i prędkości taśmy zakładając, że układ napędowy jest źródłem momentu o znanym przebiegu w czasie. Natomiast w pracach [34,36], poświęconych dynamice układu napędowego przenośnika, taśmę i inne elementy traktowano jako ciało sztywne pomijając zjawiska falowe podczas ruchu przenośnika.

Zakładając dyskretyzację elementów układu przenośnika, łącznego ujęcia części elektrycznej i mechanicznej przenośnika dokonano w pracy [20].

Ze względu na przyjmowanie różnych czynników jako istotnych w opisie matematycznym przenośnika, poszczególni autorzy

uzyskiwali różną postać równań. Zdaniem autora niniejszej pracy, dla zapewnienia poprawnego opisu systemu elektromechanicznego przenośnika, najbardziej właściwe jest wykorzystanie metody pozwalającej na sformalizowanie postępowania i otrzymanie równań w sposób dedukcyjny.

Możliwość taką stwarza wykorzystanie zasady wariacyjnej Hamiltona [40,41], którą można zapisać w postaci:

$$\delta H_e = \int_{t_0}^{t_1} L_e dt = \delta \int_{t_0}^{t_1} (T_e - V_e + A_e) dt = 0, \quad (4.1)$$

gdzie: δ - symbol matematyczny wariacji,
 H_e - funkcjonal całkowitej energii,
 L_e - funkcja Lagrange'a,
 T_e - elektromechaniczna energia kinetyczna,
 V_e - elektromechaniczna energia potencjalna,
 A_e - elektromechaniczna praca wirtualna,
 t_0, t_1 - chwile czasu, między którymi rozpatrywany jest ruch układu elektromechanicznego.

Takie ujęcie zagadnienia zostało zapoczątkowane w pracy [5], której autor ograniczył się do rozpatrzenia drgań taśmy, nie uwzględniając w funkcjonale całkowitej energii, energii elektromagnetycznej związanej z układem napędowym.

4.1.2. Założenia przyjęte podczas analizy

Opis systemu elektromechanicznego wymaga przyjęcia pewnych założeń upraszczających zarówno w części elektrycznej, jak i mechanicznej przenośnika.

Założenia przyjmowane przy formułowaniu modelu matematycznego maszyn indukcyjnych przedstawiono w p. 3.1.

Otrzymanie modelu matematycznego układu elektromechanicznego przenośnika wymaga przyjęcia dalszych założeń:

1) Własności sprężyste i tłumiące taśmy mogą być ujęte przez jej model reologiczny - model Kelvina-Voigta [10,16]. Zachowanie się taśmy, traktowanej jako ciało lepkosprężyste, opisuje równanie:

$$\sigma = E\varepsilon + E' \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = E \left(\varepsilon + \eta_1 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right), \quad (4.2)$$

gdzie: σ - naprężenie taśmy,

ε - odkształcenie względne taśmy,

E - moduł sprężystości taśmy,

E' - współczynnik lepkości taśmy,

$\eta_1 = E'/E$.

Jak potwierdzają badania [2,16], model Kelvina-Voigta odwzorowuje z wystarczającą dokładnością rzeczywiste zachowanie się taśmy. Model ten ma również charakter ogólny - przyjmując $E'=0$ otrzymuje się model sprężysty taśmy (model Hooke'a), a gdy $E=\infty$ - model taśmy jako ciała sztywnego.

2) Uwzględnia się wyłącznie drgania podłużne taśmy, pomijając wpływ drgań pionowych i poprzecznych. Uzasadnieniem tego jest decydujący udział drgań podłużnych wywołanych ruchem i przenoszonymi siłami; drgania innego charakteru są ograniczone przez konstrukcję i sposób ułożenia taśmy.

3) Masa taśmy, urobku, krążników oraz opory ruchu ciągną górnego i dolnego są rozłożone równomiernie wzdłuż długości przenośnika, natomiast masy oraz siły pochodzące od układu napędowego i napinającego traktuje się jako skupione. Zasadniczym stanem pracy przenośnika jest transport ciągły. Struga urobku na taśmie jest praktycznie równomierna, a

zestawy krążników umieszczone w jednakowych odstępach.

Uwzględnienie rzeczywistego rozkładu elementów masowych przenośnika komplikuje znacznie opis matematyczny, nie przynosząc w efekcie większej dokładności rozwiązania.

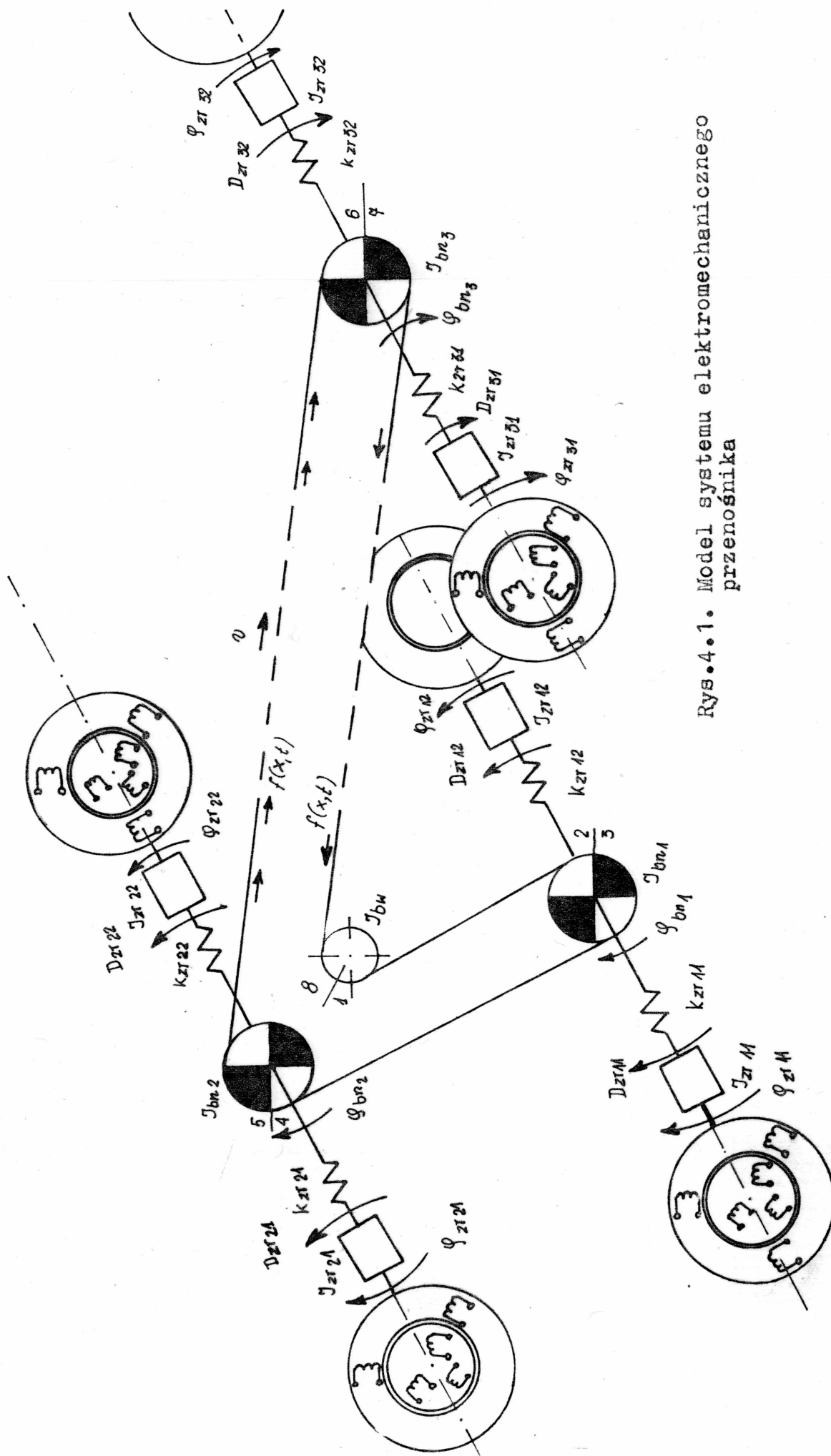
4) Pomija się zwis taśmy między krążnikami, traktując ruch taśmy jako pręta lepkością. Duże wartości zwisu taśmy między krążnikami są niepożądane ze względu na zwiększenie oporów ruchu i powstanie możliwości sfalowania taśmy. Z tego powodu wartość zwisu taśmy ogranicza się konstrukcyjnie do kilku procent odległości między zestawami krążników.

5) Między taśmą a bębnami oraz krążnikami nie występuje poślizg. Utrata sprzężenia ciernego między taśmą a bębnami jest niebezpieczna ze względu na możliwość zniszczenia okładziny taśmy. Dotychczasowy stan badań nie pozwala na analityczne ujęcie zjawisk powodujących utratę sprzężenia ciernego oraz warunków jego odzyskania.

4.1.3. Model układu elektromechanicznego przenośnika

Model fizyczny układu elektromechanicznego przenośnika z uwzględnieniem założeń przyjętych w p. 4.1.2 przedstawiono na rysunku 4.1. Dotyczy on wielobębnowego, wielosilnikowego układu napędowego przenośnika z wciągarkowym mechanizmem napinającym. Struktura przyjętego modelu ma charakter niejednorodny - część elektryczną przedstawiono za pomocą parametrów skupionych, część mechaniczną - skupionych i rozłożonych.

Dla ogólności ujęcia, w silnikach napędowych przyjęto brak więzów, stwarzając przez to możliwość analizy ich pracy podczas rozruchu, hamowania oraz w różnych stanach awaryjnych.



Rys. 4.1. Model systemu elektromechanicznego przenośnika

Między silnikami a bębnami napędowymi założono występowanie połączeń sprężystych, co umożliwia zamodelowanie sztywności sprzęgła, kół zębatych przekładni oraz luzów mechanicznych.

Rozważony zostanie najbardziej ogólny, 3-bębnowy układ napędowy, przy czym każdy z bębnow może być sprzężony z dwoma silnikami napędowymi.

Poszczególne bębny napędowe oznaczono indeksami $i = 1, 2, 3$, zaś indeksami $j = 1, 2$ oznaczono parametry poszczególnych elementów sprzężonych z i -tym bębniem.

Momenty bezwładności wirników silników napędowych, sprzęgieł, przekładni mechanicznych, sprężystości połączeń między silnikami a bębnami napędowymi, współczynniki tłumienia mechanicznego oraz momenty elektromagnetyczne silników sprowadzono do prędkości kątowej bębnow napędowych, otrzymując wielkości zredukowane:

$$\begin{aligned} J_{zrij} &= (J_{sij} + J_{spij} + J_{pij}) i_p^2, \\ k_{zrij} &= k_{ij} i_p^2, \\ D_{zrij} &= D_{uij} i_p^2, \\ M_{ezrij} &= M_{eij} i_p, \\ \varphi_{zrij} &= \varphi_{ij} / i_p, \\ i &= 1, 2, 3, \\ j &= 1, 2, \end{aligned} \tag{4.3}$$

gdzie: J_{sij} , J_{spij} , J_{pij} - odpowiednio moment bezwładności wirnika j -tego silnika, sprzęgła, przekładni mechanicznej, sprzężonych z i -tym bębniem napędowym,

- k_{ij} - sprężystość połączenia j-tego silnika z i-tym bębniem napędowym,
 $D_{u_{ij}}$ - współczynnik tłumienia j-tego układu napędowego sprzężonego z i-tym bębniem napędowym,
 $M_{e_{ij}}$ - moment elektromagnetyczny j-tego silnika sprzężonego z i-tym bębniem napędowym,
 φ_{ij} - kąt obrotu wirnika j-tego silnika sprzężonego z i-tym bębniem napędowym.

Przyjęto taki układ współrzędnych, że lewy brzeg taśmy pokrywa się z punktem $x=0$, a prawy brzeg z punktem $x=l$, gdzie l jest całkowitą długością taśmy (rys. 4.2).

Bębny napędowe przyłożone są w punktach $x=l_1$, $x=l_2$ i $x=l_3$. Przemieszczenie podłużne przekroju taśmy w miejscu x i czasie t $U(x,t)$ rozpatruje się jako złożone z sumy przemieszczeń: małego lepkosprężystego $u(x,t)$ oraz taśmy traktowanej jako ciało sztywne $s(t)$:

$$U(x,t) = u(x,t) + s(t) = u(x,t) + \int_0^t v(t) dt, \quad (4.4)$$

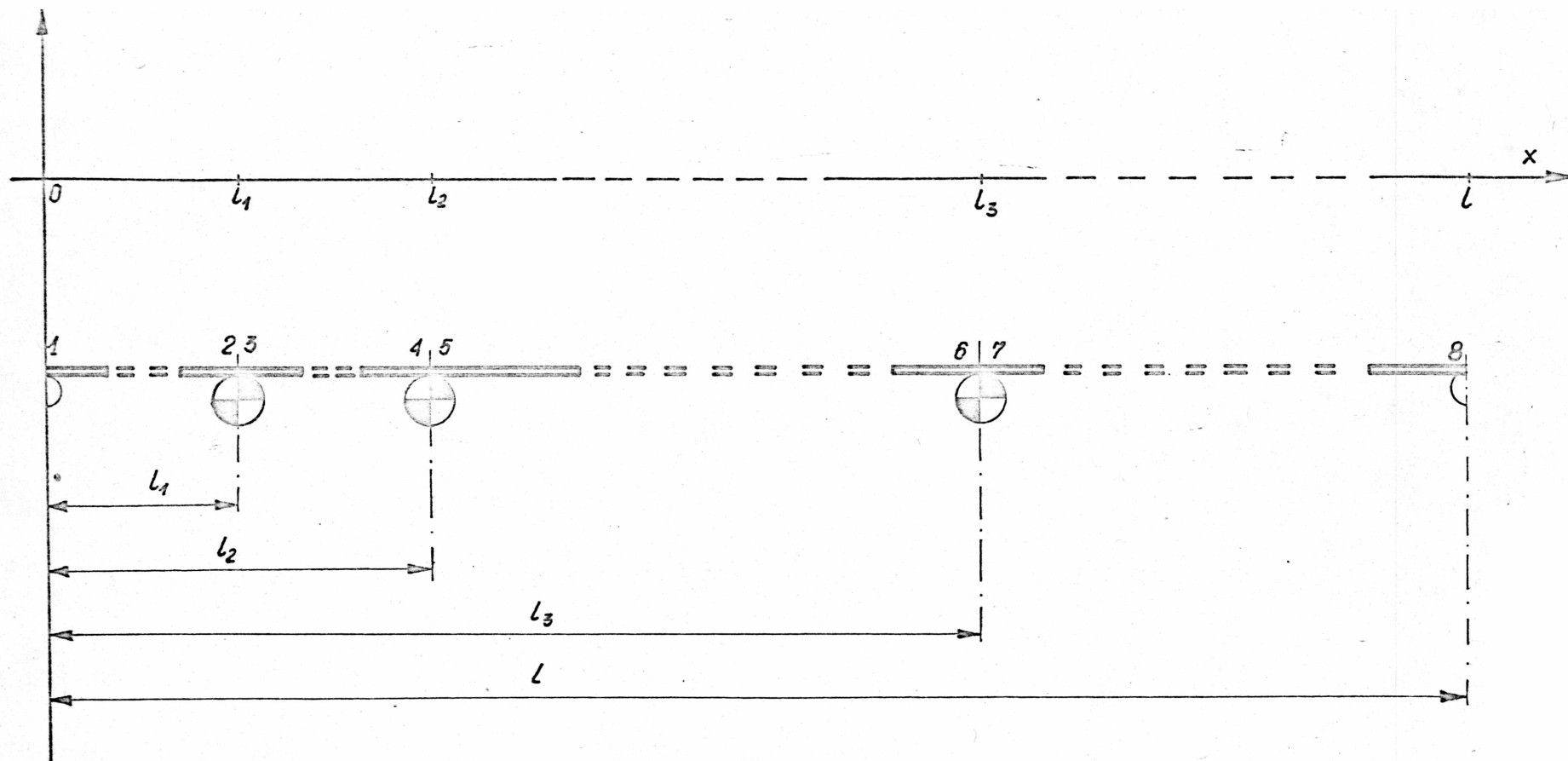
gdzie: $v(t)$ - prędkość przesuwu taśmy jako ciała sztywnego.

Z założenia braku poślizgu między bębnami napędowymi a taśmą wynikają zależności:

$$r_{bn_i} \cdot \varphi_{bn_i}(t) = U(x, t) /_{x=l_i}, \quad (4.5)$$

$$i = 1, 2, 3,$$

gdzie: r_{bn_i} - promień i-tego bębna napędowego,
 φ_{bn_i} - kąt obrotu i-tego bębna napędowego.



Rys.4.2. Układ przenośnika przyjęty do analizy

4.2. Określenie wyrażeń składowych funkcjonału przetwarzania energii

4.2.1. Obliczenie całkowitej elektromechanicznej energii kinetycznej przenośnika T_e

Całkowita elektromechaniczna energia kinetyczna T_e równa jest sumie energii kinetycznej mas wirujących przenośnika i układu napędowego, ruchu postępowego taśmy oraz energii magnetycznej:

$$T_e = T_{e1} + T_{e2} + T_{e3} + T_{e4} + T_{e5} . \quad (4.6)$$

Energia kinetyczna układu napinania

$$T_{e1} = \frac{1}{2} J_{bw} \left(\frac{\partial \varphi_{bw}}{\partial t} \right)^2 = \frac{1}{4} J_{bw} \left[\frac{1}{r_{bw}} \left(\frac{\partial u(0,t)}{\partial t} + v(t) \right) \right]^2 + \\ + \frac{1}{4} J_{bw} \left[\frac{1}{r_{bw}} \left(\frac{\partial u(1,t)}{\partial t} + v(t) \right) \right]^2 , \quad (4.7)$$

gdzie: J_{bw} , r_{bw} , φ_{bw} - odpowiednio moment bezwładności, promień oraz kąt obrotu bębna napinającego.

Energia kinetyczna silników napędowych i sprzężonych z nimi elementów (sprzęgieł, przekładni mechanicznych)

$$T_{e2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 J_{zr_{ij}} \left[\frac{\partial \varphi_{zr_{ij}}(t)}{\partial t} \right]^2 . \quad (4.8)$$

Energia kinetyczna bębnow napędowych:

$$T_{e3} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 J_{bn_i} \left[\frac{\partial \varphi_{bn_i}(t)}{\partial t} \right]^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 J_{bn_i} \left[\frac{1}{r_{bn_i}} \left(\frac{\partial u(l_i, t)}{\partial t} + v(t) \right) \right]^2, \quad (4.9)$$

gdzie: J_{bn_i} - moment bezwładności i-tego bębna napędowego.
Energia kinetyczna ruchu krążników, taśmy i znajdującego się na niej urobku:

$$T_{e4} = \frac{1}{2} \int_0^1 m(x) \left[\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right]^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^1 m(x) \left(\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + v(t) \right)^2 dx, \quad (4.10)$$

gdzie: $m(x)$ - jednostkowa masa taśmy, krążników i nosiwa.
Energia magnetyczna silników napędowych (o trójfazowych uzwojeniach stojana i wirnika):

$$T_{e5} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 M_{sklij}(\varphi_{zrij}) \dot{q}_{skij} \dot{q}_{slij}, \quad (4.11)$$

gdzie: $M_{sklij}(\varphi_{zrij})$ - indukcyjność wzajemna między k-tym i l-tym uzwojeniem ij-tego silnika,
 $\dot{q}_{skij}$ - prąd w k-tym uzwojeniu ij-tego silnika.

4.2.2. Obliczenie całkowitej elektromechanicznej energii potencjalnej przenośnika

Całkowita elektromechaniczna energia potencjalna V_e jest równa sumie energii potencjalnej połączeń sprężystych silników z bębnami napędowymi oraz energii potencjalnej odkształceń sprężystych taśmy:

$$V_e = V_{e1} + V_{e2}. \quad (4.12)$$

Energia potencjalna połączeń sprężystych silników z bębnami napędowymi:

$$\begin{aligned} V_{e1} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 k_{zrij} [\varphi_{zrij}(t) - \varphi_{bni}(t)]^2 = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 k_{zrij} \left\{ \varphi_{zrij}(t) - \frac{1}{r_{bni}} [u(l_i, t) + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^t v(t) dt] \right\}^2. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Energia potencjalna odkształceń sprężystych taśmy:

$$V_{e2} = \frac{1}{2} S_p \int_0^l \tilde{\sigma} \varepsilon dx, \quad (4.14)$$

gdzie: S_p - pole przekroju poprzecznego taśmy.

Uwzględniając w (4.14) równanie reologiczne taśmy (4.2) oraz równość $S_p \cdot E = B_t \cdot E_l$ otrzymuje się:

$$V_{e2} = \frac{1}{2} B_t E_l \int_0^l \left[\left(\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right)^2 + \eta_1 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x \partial t} \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right] dx. \quad (4.15)$$

4.2.3. Obliczenie całkowitej elektromechanicznej pracy wirtualnej przenośnika

Całkowita elektromechaniczna praca wirtualna A_e równa jest sumie prac wirtualnych wykonanych przez siły zewnętrzne od układu napinania, poosiowe zewnętrzne siły mechaniczne przyłożone do taśmy, napięcia zasilające silniki napędowe i zmniejszona o wartość pracy wirtualnej ulegającej przemianie termicznej na elementach dyssypatywnych

$$A_e = A_{e1} + A_{e2} + A_{e3} + A_{e4} . \quad (4.16)$$

Praca wirtualna sił zewnętrznych pochodzących od układu napinania

$$A_{e1} = - \frac{1}{2} S_n(t) \cdot u(0,t) + \frac{1}{2} S_n(t) \cdot u(1,t) , \quad (4.17)$$

gdzie: $S_n(t)$ - siła w taśmie wywoływana przez urządzenie napinające.

Praca wirtualna poosiowych zewnętrznych sił mechanicznych (sił oporów ruchu) przyłożonych do taśmy:

$$A_{e2} = \int_0^1 f(x,t) U(x,t) dx = \int_0^1 f(x,t) [u(x,t) + \int_0^t v(t) dt] dx , \quad (4.18)$$

gdzie: $f(x,t)$ - poosiowa jednostkowa siła zewnętrzna przyłożona do taśmy, równa jednostkowym oporom ruchu przenośnika oraz skupionych do taśmy sił skupionych.

Praca wirtualna wykonana przez napięcia zasilające uzwojenia silników, zmniejszona o pracę w rezystancjach uzwojeń silnika:

$$A_{e3} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^6 \int_{t_0}^{t_1} [U_{skij}(t) \dot{q}_{skij}(t) - \frac{1}{2} R_{skij} \dot{q}_{skij}^2(t)] dt , \quad (4.19)$$

gdzie: U_{skij} - napięcie zasilania k-tego uzwojenia ij-tego silnika,

R_{skij} - rezystancja k-tego uzwojenia ij-tego silnika,

q_{skij} - ładunek przepływający przez k-te uzwojenie ij-tego silnika.

Praca wirtualna mechanicznych sił dyssypatywnych układu napędowego:

$$A_{e4} = - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \int_{t_0}^{t_1} D_{zr_{ij}} \left[\frac{\partial \varphi_{zr_{ij}}(t)}{\partial t} \right]^2 dt . \quad (4.20)$$

4.3. Wyprowadzenie równań systemu elektromechanicznego przenośnika z zasady wariacyjnej Hamiltona

4.3.1. Określenie funkcjonału przemiany energii

Wykorzystując wyrażenia składowe, przedstawione w p. 4.2, funkcjonał przemiany energii systemu elektromechanicznego przenośnika przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} H_e &= \int_{t_0}^{t_1} (T_e - V_e + A_e) dt = \\ &= \int_{t_0}^{t_1} \int_0^1 \left\{ \frac{1}{2} m(x) \left[\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \frac{ds(t)}{dt} \right]^2 - \frac{1}{2} B_t E_1 \left[\left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right)^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \gamma_1 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right] + f(x,t) [u(x,t) + s(t)] \right\} dx dt + \\ &\quad + \int_{t_0}^{t_1} \left\{ \frac{1}{4r_{bw}^2} J_{bw} \left[\frac{\partial u(0,t)}{\partial t} + \frac{ds(t)}{dt} \right]^2 + \frac{1}{4r_{bw}^2} J_{bw} \left[\frac{\partial u(1,t)}{\partial t} + \frac{ds(t)}{dt} \right]^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 J_{bn_i} \frac{1}{r_{bn_i}^2} \left[\frac{\partial u(1_i,t)}{\partial t} + \frac{ds(t)}{dt} \right]^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 J_{zr_{ij}} \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \left[\frac{d\varphi_{zr_{ij}}(t)}{dt} \right]^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 M_{sklij} (\varphi_{zr_{ij}}) \right\} . \end{aligned}$$

(4.21)

$$\begin{aligned}
 & \cdot \frac{dq_{s_{kij}}(t)}{dt} \frac{dq_{s_{lij}}(t)}{dt} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 k_{zrij} [\varphi_{zrij}(t) + \\
 & - \frac{u(l_i, t) + s(t)}{r_{bn_i}}]^2 - \frac{1}{2} S_n(t) u(0, t) + \frac{1}{2} S_n(t) u(l, t) + \\
 & + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^6 \int_{t_0}^{t_1} U_{s_{kij}}(t) \frac{dq_{s_{kij}}(t)}{dt} - \frac{1}{2} R_{s_{kij}} \left(\frac{dq_{s_{kij}}(t)}{dt} \right)^2 dt + \\
 & - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \int_{t_0}^{t_1} D_{zrij} \left[\frac{d\varphi_{zrij}(t)}{dt} \right]^2 dt \Bigg\} dt. \quad (4.21)
 \end{aligned}$$

4.3.2. Równania dynamiki systemu elektromechanicznego przenośnika

Warunki konieczne do istnienia ekstremum funkcjonału energii, z których wynikają równania ruchu systemu elektromechanicznego przenośnika otrzymuje się przyrównując do zera wariację funkcjonału (4.21).

Przekształcenia i obliczenia wariacji funkcjonału (4.21) przedstawiono w załączniku II.

Równania równowagi systemu elektromechanicznego przenośnika mają postać:

- równanie napięć dla k-tego uzwojenia ij-tego silnika:

$$\begin{aligned}
 U_{s_{kij}}(t) &= R_{s_{kij}} \dot{q}_{s_{kij}}(t) + \frac{d}{dt} \sum_{l=1}^6 M_{s_{klj}}(\varphi_{zrij}) \dot{q}_{s_{kij}}(t) \\
 i &= 1, 2, 3 \\
 j &= 1, 2 \\
 k &= 1, 2, \dots, 6
 \end{aligned} \quad (4.22)$$

- równanie momentów na wale ij-tego silnika:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 \frac{\partial M_{s_{kl}ij}(\varphi_{zr_{ij}})}{\partial \varphi_{zr_{ij}}} \dot{q}_{s_{kl}ij}(t) \dot{q}_{s_{li}ij}(t) &= M_{e_{zr_{ij}}}(t) = \\
 &= k_{zr_{ij}} [\varphi_{zr_{ij}}(t) - \frac{1}{r_{bn_i}} U(l_i, t)] + D_{zr_{ij}} \dot{\varphi}_{zr_{ij}}(t) + \\
 &\quad + J_{zr_{ij}} \frac{d}{dt} \dot{\varphi}_{zr_{ij}} \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

$$i = 1, 2, 3$$

$$j = 1, 2$$

- równanie drgań podłużnych taśmy:

$$m(x) \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} - B_t E_1 \left[\frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} + \gamma_1 \frac{\partial^3 U(x, t)}{\partial x^2 \partial t} \right] = f(x, t) \quad (4.24)$$

$$x \in (0, l_1), (l_1, l_2), (l_2, l_3), (l_3, l)$$

$$t \in (0, \infty)$$

- równanie ruchu taśmy:

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \frac{k_{zr_{ij}}}{r_{bn_i}} [\varphi_{zr_{ij}}(t) - \frac{1}{r_{bn_i}} U(l_i, t)] + \int_0^l f(x, t) dx &= \\
 = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{r_{bn_i}^2} J_{bn_i} \frac{\partial^2 U(l_i, t)}{\partial t^2} + \frac{1}{r_{bw}^2} J_{bw} \frac{\partial^2 U(0, t)}{\partial t^2} + \\
 + \int_0^l m(x) \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} dx \quad (4.25)
 \end{aligned}$$

- równanie sił w taśmie w miejscu przyłożenia i-tego bębna napędowego:

$$\begin{aligned}
 B_t E_1 \left\{ \left[\frac{\partial U(x,t)}{\partial x} + \gamma_1 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x \partial t} \right] /_{x=l_i+0} + \right. \\
 \left. - \left[\frac{\partial U(x,t)}{\partial x} + \gamma_1 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x \partial t} \right] /_{x=l_i-0} \right\} = \frac{1}{r_{bn_i}^2} J_{bn_i} \frac{\partial^2 U(l_i, t)}{\partial t^2} + \\
 + \frac{1}{r_{bn_i}} \sum_{j=1}^2 k_{zr_{ij}} \left[\varphi_{zr_{ij}}(t) - \frac{1}{r_{bn_i}} U(l_i, t) \right] \quad (4.26)
 \end{aligned}$$

$$i = 1, 2, 3$$

- warunek zgodności przesunięć taśmy w miejscu przyłożenia i-tego bębna napędowego:

$$U(l_{i-0}, t) = U(l_{i+0}, t) \quad (4.27)$$

- równanie sił w taśmie w miejscu przyłożenia bębna napinającego:

$$\begin{aligned}
 B_t E_1 \left\{ \left[\frac{\partial U(x,t)}{\partial x} + \gamma_1 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x \partial t} \right] /_{x=0_{+0}} + \right. \\
 \left. - \left[\frac{\partial U(x,t)}{\partial x} + \gamma_1 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x \partial t} \right] /_{x=l-0} \right\} = \frac{1}{r_{bw}^2} J_{bw} \frac{\partial^2 U(0, t)}{\partial t^2} \quad (4.28)
 \end{aligned}$$

- warunek zgodności przesunięć taśmy w miejscu przyłożenia bębna napinającego:

$$U(0_{+0}, t) = U(l_{-0}, t) . \quad (4.29)$$

Wyprowadzenie równań ruchu systemu elektromechanicznego przenośnika z zasady wariacyjnej Hamiltona pozwala uwzględnić wszystkie czynniki decydujące o przebiegu trajektorii dynamicznych i wzajemnego oddziaływania układu elektrycznego i

mechanicznego oraz umożliwia poprawne sformułowanie równań ruchu i warunków brzegowych.

Pełny opis matematyczny systemu elektromechanicznego przenośnika zawiera:

- $k \times i \times j$ równań różniczkowych zwyczajnych o postaci (4.22), wyrażających równowagę napięć w uzwojeniach silników napędowych;
- $i \times j$ równań różniczkowych zwyczajnych o postaci (4.23) wyrażających równowagę mechaniczną na wałach silników napędowych;
- równanie różniczkowe cząstkowe o postaci (4.24) opisujące drgania podłużne i ruch taśmy w miejscu x i chwili t ;
- równanie różniczkowo-całkowe o postaci (4.25) opisujące ruch taśmy;
- równań o postaci (4.26), (4.27) oraz (4.28), (4.29) stanowiących warunki brzegowe wymagane do rozwiązania równania różniczkowego cząstkowego.

Układ równań (4.22)-(4.29), po przyjęciu odpowiednich warunków początkowych, umożliwia pełną analizę procesów elektromechanicznych przenośnika podczas pracy ustalonej i w stanach dynamicznych (rozruch, hamowanie, stany awaryjne).

Ze względu na kwadratową formę równania (4.23) i cząstkowy charakter równania (4.24) otrzymanie rozwiązania analitycznego rozpatrywanego układu równań nie jest możliwe.

Rozwiązanie przybliżone można uzyskać za pomocą odpowiednich metod numerycznych.

4.4. Rozwiązanie równań systemu elektromechanicznego prze- nośnika metodami numerycznymi

4.4.1. Omówienie metody "siatek"

Metoda ta polega na zastąpieniu równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych odpowiednim algebraicznym układem równań różniczkowych [6,42].

W tym celu obszar czasoprzestrzenny, w którym poszu-
kuje się rozwiązań:

$$0 \leq x \leq 1$$

$$0 \leq \varphi_{zr_{ij}} < \infty$$

$$0 \leq t < \infty$$

dzieli się na odcinki o odstępach Δx , $\Delta \varphi$, Δt .

W otrzymanych w ten sposób węzłach równania wyjściowe zastępuje się równaniami różnicowymi, korzystając z numerycznych przybliżeń pochodnych cząstkowych i zwyczajnych.

Na podstawie znanych warunków początkowych otrzymuje się rozwiązanie równań w początkowych węzłach. Wartości rozwiązań w dalszych węzłach otrzymuje się na podstawie wartości w węzłach w chwili poprzedzającej. Ze względu na dużą zmienność przebiegów elektromagnetycznych silnika, metoda siatek może być mało stabilna, skąd wynika ograniczony zakres jej zastosowania.

4.4.2. Omówienie metody "prostych"

Szczególnie wygodną metodą numeryczną, umożliwiającą rozwiązanie równań systemu elektromechanicznego, jest metoda prostych [6].

W odróżnieniu od metody siatek, w metodzie tej zastępuje się wyrażeniem różnicowym jedynie pochodne względem zmiennej przestrzennej x .

W tym celu taśmę przenośnika dzieli się na równe odcinki odległe od siebie o Δx (rys. 4.3).

Liczba wszystkich odcinków wynosi t , gdzie $t = l/\Delta x$. Zgodnie z oznaczeniami na rysunku 4.3, bębny napędowe przyłożone są do taśmy w punktach:

$$x = x_m ; \quad m = p, r, s,$$

a bęben napinający w punkcie:

$$x = x_m ; \quad m = 0, t.$$

Przez wewnętrzne punkty podziału o współrzędnych:

$x = x_m$; $m = 1, 2, \dots, p-1, p+1, \dots, r-1, r+1, \dots, t-1, s+1, \dots, t-1$ prowadzi się rodzinę prostych.

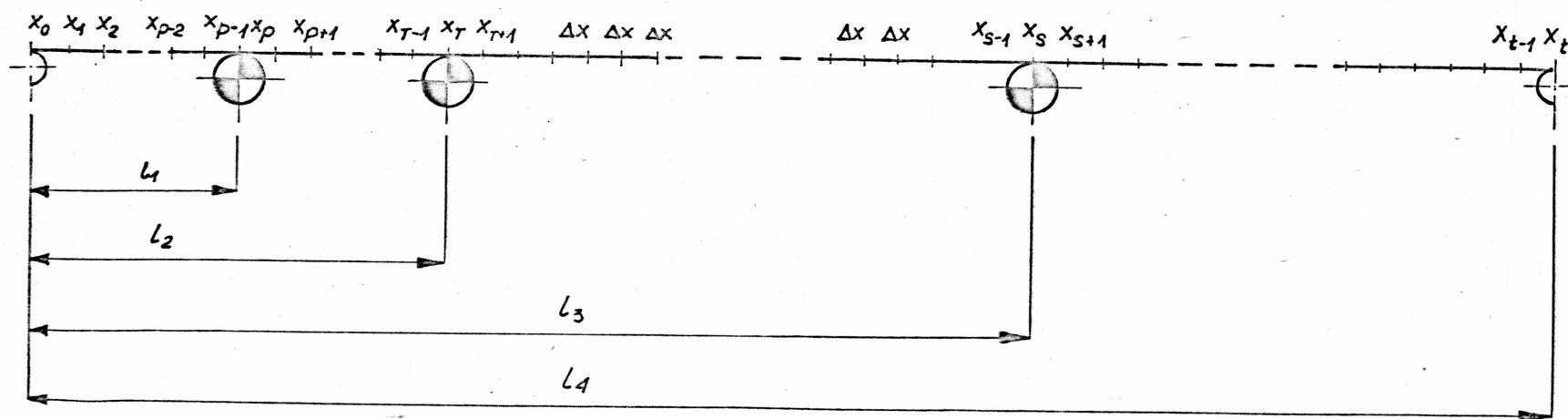
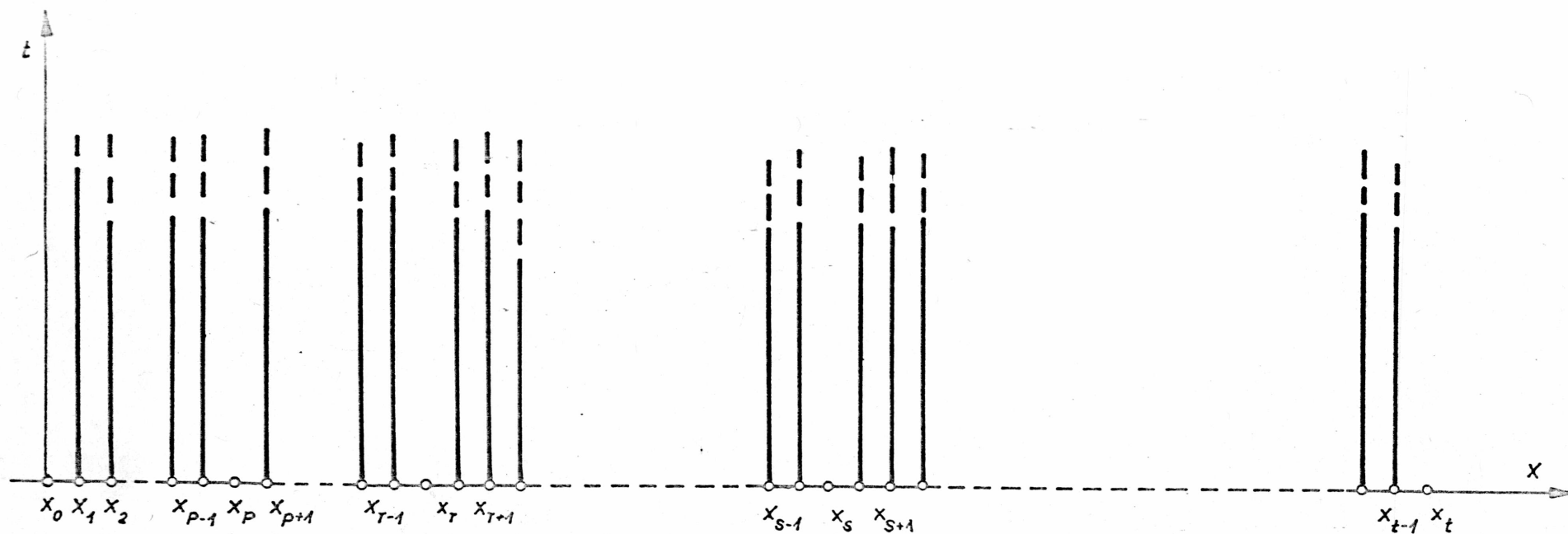
Na każdej takiej prostej uwalnia się od różniczkowania cząstkowego względem zmiennej x , stosując wzory różniczkowania numerycznego:

$$\frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} /_{x=x_m} \approx \frac{U(x_{m+1}, t) - 2U(x_m, t) + U(x_{m-1}, t)}{(\Delta x)^2}, \quad (4.30a)$$

$$\frac{\partial U(x, t)}{\partial x} /_{x=x_m+0} \approx \frac{U(x_{m+1}, t) - U(x_m, t)}{\Delta x}, \quad (4.30b)$$

$$\frac{\partial U(x, t)}{\partial x} /_{x=x_m-0} \approx \frac{U(x_m, t) - U(x_{m-1}, t)}{\Delta x}. \quad (4.30c)$$

Wykorzystując przybliżenia pochodnych zgodnie z zależnościami (4.30) i przyjmując oznaczenia:



Rys.4.3. Podział przenośnika wg metody "prostych"

$$\begin{aligned} U(x_m, t) &= U_m(t) , \\ \frac{\partial}{\partial t} U(x_m, t) &= U'_m(t) , \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} U(x_m, t) &= U''_m(t) \end{aligned}$$

oraz

$$\begin{aligned} m(x_m) &= m_m , \\ f(x_m, t) &= f_m(t) , \end{aligned}$$

równania (4.23)-(4.28) systemu elektromechanicznego przenośnika przekształcają się do postaci

$$\begin{aligned} m_m U''_m(t) - \frac{B_t E_1}{(\Delta x)^2} [U_{m+1}(t) - 2U_m(t) + U_{m-1}(t) + \eta_1(U'_{m+1}(t) + \\ - 2U'_m(t) + U'_{m-1}(t))] = f_m(t) \end{aligned} \quad (4.31)$$

dla $m = 1, 2, \dots, p-1, p+1, \dots, r-1, r+1, \dots, s-1, s+1, \dots, t-$

$$\begin{aligned} \frac{B_t E_1}{\Delta x} \left\{ [U_{m+1}(t) - U_m(t) + \eta_1(U'_{m+1}(t) - U'_m(t))] - [U_m(t) - U_{m-1}(t) + \right. \\ \left. + \eta_1(U'_m(t) - U'_{m-1}(t))] \right\} = \frac{1}{r_{bn_i}^2} J_{bn_i} U''_m(t) + \\ - \frac{1}{r_{bn_i}} \sum_{j=1}^2 k_{zr_{ij}} \left[\varphi_{zr_{ij}}(t) - \frac{1}{r_{bn_i}} U_m(t) \right] , \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$i = 1, 2, 3$$

dla $m = p, r, s$

$$\begin{aligned} \frac{B_t E_1}{\Delta x} \left\{ [U_1(t) - U_0(t) + \eta_1(U'_1(t) - U'_0(t))] - [U_t(t) + \right. \\ \left. - U_{t-1}(t) + \eta_1(U'_t(t) - U'_{t-1}(t))] \right\} = \frac{1}{r_{bw}^2} J_{bw} U''_0(t) , \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned}
 M_{ezr_{ij}}(t) &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi_{zr_{ij}}} \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 M_{sklij}(\varphi_{zr_{ij}}) \dot{q}_{skij}(t) \cdot \\
 \cdot \dot{q}_{sl_{ij}}(t) &= J_{zr_{ij}} \frac{d^2}{dt^2} \varphi_{zr_{ij}}(t) + D_{zr_{ij}} \frac{d}{dt} \dot{\varphi}_{zr_{ij}}(t) + \\
 &+ k_{zr_{ij}} \left[\varphi_{zr_{ij}}(t) - \frac{1}{r_{bn_1}} U_m(t) \right] \quad (4.34)
 \end{aligned}$$

$i = 1, 2, 3$
 $j = 1, 2$
 $m = p, r, s.$

W wyniku wprowadzonej dyskretyzacji, równanie cząstkowe (4.24) zostało zastąpione układem równań różniczkowych zwyczajnych o postaci (4.31). Układ ten składa się z tylu równań ile wewnętrznych punktów podziału (przeprowadzonych prostych) występuje na długości przenośnika, czyli zależy od przyjętego kroku dyskretyzacji Δx .

Równania (4.26) i (4.28) przekształcają się odpowiednio do postaci (4.32) i (4.33).

Równania (4.23) momentów zredukowanych na wale silników napędowych przybierają postać (4.34). Równania (4.22) równowagi napięć nie ulegają zmianie, gdyż dyskretyzacja dotyczy tylko zmiennej przestrzennej x .

4.4.3. Interpretacja fizyczna równań przenośnika wynikających z metody prostych

Prostą interpretację fizyczną równań przenośnika uzyskanych w wyniku zastosowania metody prostych otrzymuje się mnożąc równania (4.31) i (4.33) przez Δx i wprowadzając oznaczenia:

$$\begin{aligned}
 M_m &= m_m \Delta x \quad - \text{masa odcinka } \Delta x \text{ taśmy;} \\
 K_m &= \frac{B_t E_l}{\Delta x} \quad - \text{sprężystość odcinka } \Delta x \text{ taśmy;} \\
 D_m &= \eta_l \frac{B_t E_l}{\Delta x} = \eta_l K_m \quad - \text{tłumienie odcinka } \Delta x \text{ taśmy;} \\
 F_m(t) &= f_m(t) \Delta x \quad - \text{suma sił przyłożonych do taśmy} \\
 &\quad \text{na odcinku } \Delta x.
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

W wyniku tego postępowania otrzymuje się następującą postać równań przenośnika:

$$\begin{aligned}
 M_m U_m''(t) &= K_m [U_{m+1}(t) - U_m(t)] + K_m [U_{m-1}(t) - U_m(t)] + \\
 &+ D_m [U'_{m+1}(t) - U'_m(t)] + D_m [U'_{m-1}(t) - U'_m(t)] + \\
 &+ F_m(t)
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

dla $m = 1, 2, \dots, p-1, p+1, \dots, r-1, r+1, \dots, s-1, s+1, \dots, t-1$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{r_{bn_i}^2} J_{bn_i} U_m''(t) &= K_m [U_{m+1}(t) - U_m(t)] + K_m [U_{m-1}(t) - U_m(t)] + \\
 &+ D_m [U'_{m+1}(t) - U'_m(t)] + D_m [U'_{m-1}(t) - U'_m(t)] + \\
 &+ \frac{1}{r_{bn_i}} \sum_{j=1}^2 k_{zr_{ij}} [\varphi_{zr_{ij}}(t) - \frac{1}{r_{bn_i}} U_m(t)]
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

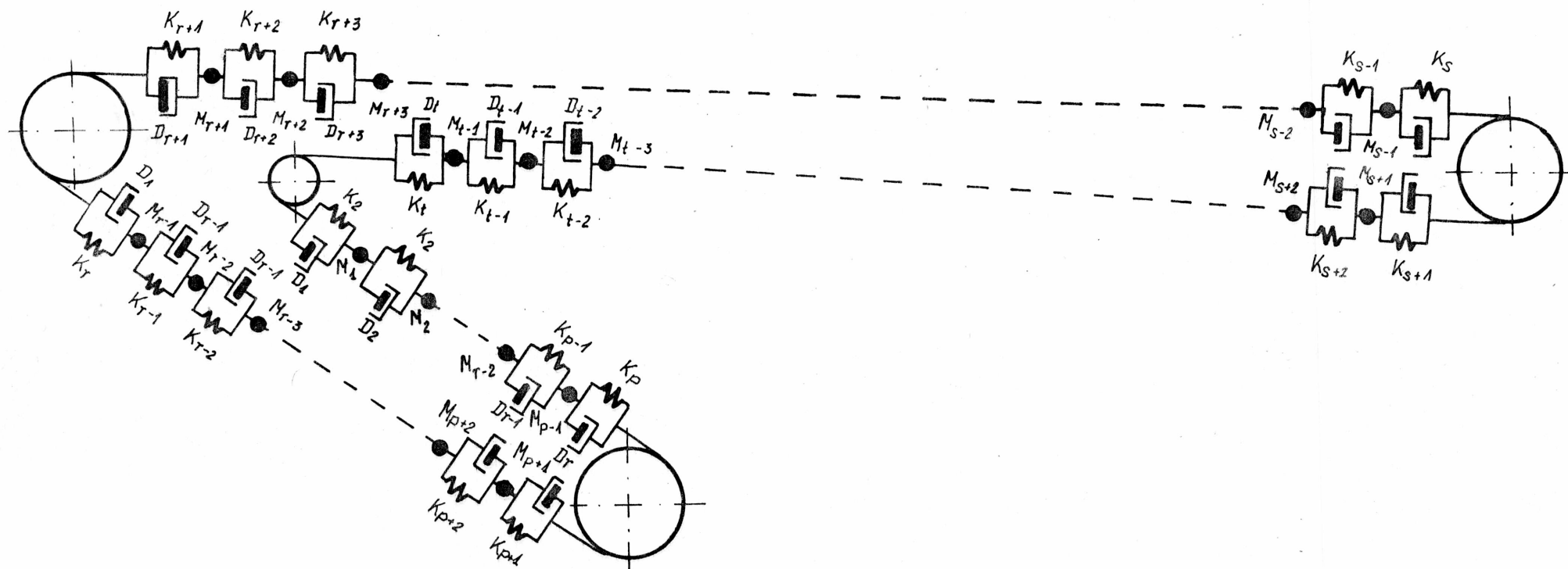
$$i = 1, 2, 3$$

$$j = 1, 2$$

$$\text{dla } m = p, r, s$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{r_{bw}^2} J_{bw} U_o''(t) &= K_m [U_1(t) - U_o(t)] + K_m [U_{t-1}(t) - U_t(t)] + \\
 &+ D_m [U'_1(t) - U'_o(t)] + D_m [U'_{t-1}(t) - U'_t(t)]
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

Interpretację fizyczną otrzymanych równań obrazuje rysunek 4.4.



Rys.4.4. Model dyskretny przenośnika taśmowego wynikający z metody "prostych"

Układ przenośnika o ciągłym rozkładzie w przestrzeni: mas, sił, własności sprężystych i tłumiących, został zastąpiony układem dyskretnym złożonym z mas skupionych, na które działają odpowiednie siły skupione.

Ze względu na to, że przybliżenie różniczkowania wyrażeniem różnicowym jest tym dokładniejsze im mniejszy jest krok Δx , tzn. im na większą liczbę odcinków podzielono długość taśmy przenośnika, układ ciągły może być uważany za układ graniczny układów mas skupionych, gdy ich liczba dąży do nieskończoności. Stopień przybliżenia układu dyskretnego do rzeczywistego układu ciągłego zależy więc od liczby mas skupionych. Im większa jest jednak liczba mas skupionych, czyli liczba stopni swobody przenośnika, tym większa jest liczba równań przenośnika, co utrudnia rozwiązanie i analizę istotnych zjawisk fizycznych.

Z tego względu dąży się do zastępowania układu ciągłego układem dyskretnym o minimalnej liczbie mas, lecz zapewniającego w dostateczny sposób przybliżenie ruchu układu rzeczywistego.

4.4.4. Zastąpienie układu ciągłego przenośnika układem dyskretnym

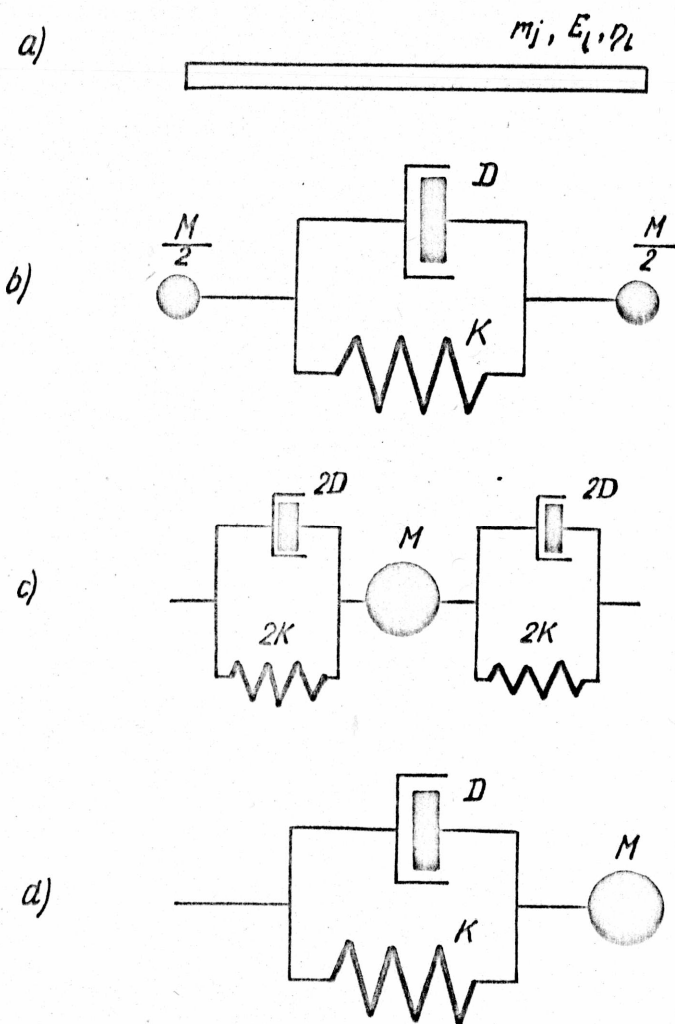
Istnieje wiele metod zastępowania układu ciągłego układem o skończonej liczbie stopni swobody (układem dyskretnym)

[3,4]. Spośród nich największe zastosowanie znajduje metoda oparta na takim zbudowaniu układu dyskretnego, aby zachować n częstości własnych i postaci drgań układu ciągłego.

Z praktycznego punktu widzenia ważna jest znajomość liczby elementów skupionych, którą można zastąpić układ

ciągły z wystarczającą dokładnością oraz sposób określenia parametrów elementów skupionych układu dyskretnego.

Stosowane sposoby przedstawiono na rysunku 4.5 [3].



Rys.4.5. Sposoby przybliżenia układu ciągłego układem dyskretnym: a) odcinek układu ciągłego, b) dyskretyzacja wg Rayleigha, c) dyskretyzacja wg Lagrange'a, d) inny sposób dyskretyzacji

W pierwszym modelu (rys. 4.5b) wprowadzonym przez Rayleigha, masa odcinka układu ciągłego zostaje w układzie dyskretnym zastąpiona dwiema jednakowymi masami, skupionymi na końcach odcinka. Suma tych mas równa jest masie odcinka układu ciągłego. Obie masy połączone są elementami skupionymi sprężystości i tłumienia równoważnymi dla układu ciągłego.

Parametry układu skupionego określa się na podstawie parametrów układu ciągłego wg zależności (4.35).

W drugim modelu, wprowadzonym przez Lagrange'a, masa odcinka układu ciągłego skupiona jest w środku odcinka, natomiast własności sprężyste i tłumiące rozdziela się po obu stronach masy (rys. 4.5c).

W trzecim modelu (rys. 4.5c) masa odcinka układu ciągłego umieszczona jest na końcu odcinka i połączona z elementami skupionymi uwzględniającymi sprężystość i tłumienie.

Rozdziału sił zewnętrznych przyłożonych do układu ciągłego dokonuje się w taki sam sposób jak rozdziału mas.

Z przeprowadzonych badań teoretycznych wynika [3], że dla pierwszych dwóch modeli, błąd w odwzorowaniu częstości drgań własnych układu ciągłego przez układ dyskretny jest odwrotnie proporcjonalny do n^2 , natomiast dla trzeciego modelu - odwrotnie proporcjonalny do n . Z tych względów stosowanie dwóch pierwszych modeli przy podziale układu ciągłego na n odcinków zapewnia najlepsze przybliżenie układu ciągłego.

Po przeprowadzonej w ten sposób dyskretyzacji układu ciągłego przenośnika i wyznaczeniu parametrów elementów skupionych, równania przenośnika są takie same, jak wypro-
wadzone w sposób analityczny w metodzie prostych.

5. ANALIZA DYNAMIKI SYSTEMU ELEKTROMECHANICZNEGO PRZENOŚNIKA TAŚMOWEGO O UJEMNYM KĄCIE NACHYLENIA

5.1. Układ kinematyczny i dane znamionowe systemu elektromechanicznego przenośnika przyjęte do obliczeń

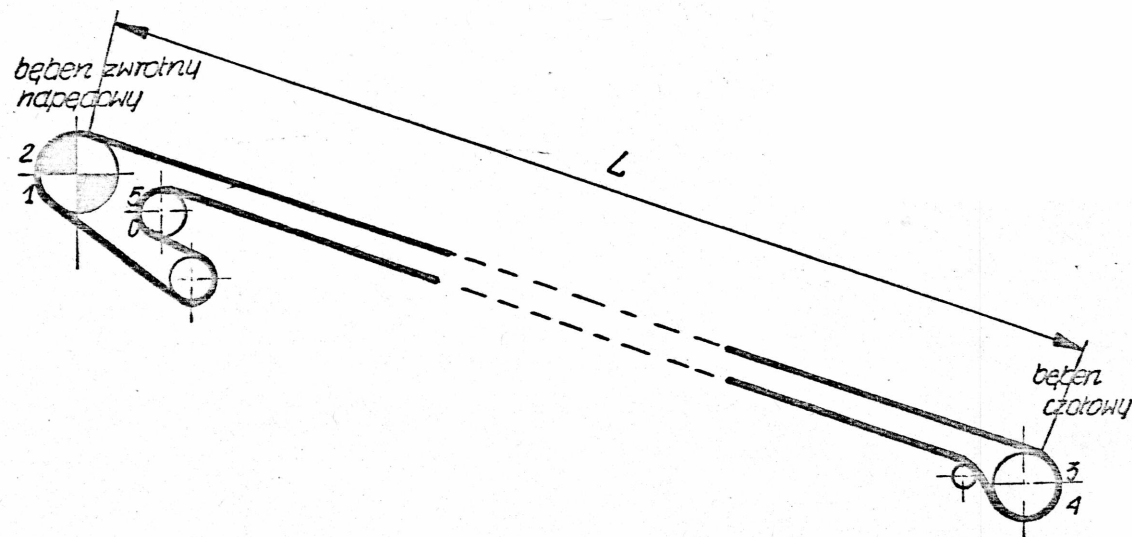
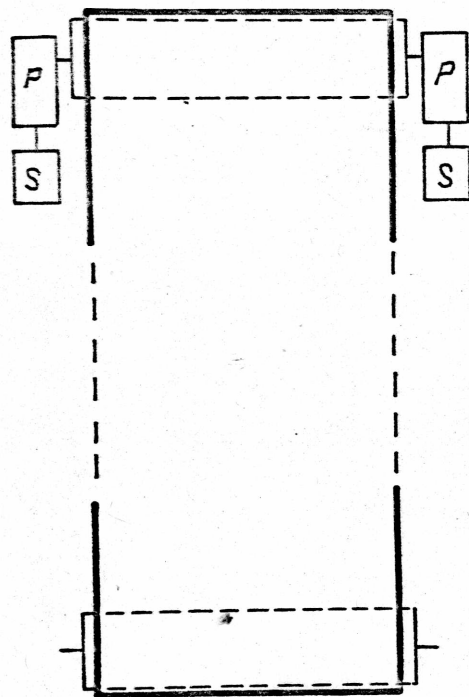
Dla zilustrowania dotychczasowych rozważań zostaną przedstawione niektóre wyniki badań symulacji cyfrowej stanów dynamicznych systemu elektromechanicznego przenośnika taśmowego transportującego w dół.

Obliczenia przeprowadzono dla konstrukcji przenośnika przedstawionej na rysunku 5.1 i następujących danych znamionowych układu elektromechanicznego:

- wydajność teoretyczna przenośnika $Q_t = 1,408 \text{ [m}^3/\text{s]}$;
- wydajność objętościowa przenośnika $Q_{v_n} = 1,194 \text{ [m}^3/\text{s]}$;
- materiał transportowany - nadkład o gęstości usypowej
$$\rho_n = 1700 \text{ [kg/m}^3\text{]};$$
- długość przenośnika $L = 900 \text{ [m]}$;
- różnica poziomów przenoszenia nosiwa $H = - 75 \text{ [m]}$;
- rodzaj taśmy - St 3150 o szerokości $B_t = 1,6 \text{ [m]}$;
- moduł sprężystości taśmy $E_1 = 348 \cdot 10^6 \text{ [N/m]}$;
- czas relaksacji taśmy $\eta_1 = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ [s]}$;
- układ napinania z nieruchomym bębnem napinającym - siła napinania $S_n = 350\,000 \text{ [N]}$;
- znamionowa prędkość taśmy przenośnika $v_n = 4,19 \text{ [m/s]}$.

Dane układu napędowego:

- napęd zwrotny jednobębnowy, dwusilnikowy (silniki typu SZUre 136r);
- moc silnika napędowego $P_n = 630 \text{ [kW]}$;



Rys.5.1. Układ kinematyczny przenośnika o ujemnym kącie nachylenia
przyjęty do analizy

- napięcie zasilania $U_1 = 6000$ [V];
- znamionowy prąd stojana $I_{1n} = 75$ [A];
- znamionowa prędkość kątowna $\omega_n = 103,67$ [1/s];
- przełożenie przekładni $i_p = 20$;
- sprawność przekładni $\eta_p = 0,9$.

5.2. Model matematyczny przenośnika

5.2.1. Budowa dyskretnego modelu przenośnika

Dyskretny model przenośnika zbudowano na podstawie rozważań przedstawionych w p. 4.4. Dyskretyzacji poddano elementy przenośnika z ciągłym rozłożeniem mas, czyli cięgno górne i dolne taśmy. Dyskretyzację tych elementów przeprowadzono w sposób wprowadzony przez Rayleigha. Cięgno taśmy od bębna napinającego do bębna zwrotnego (odcinek 0-1 na rys. 5.1) zastąpiono, ze względu na małą długość, jednym odcinkiem. Cięgno taśmy od bębna zwrotnego do bębna czołowego (odcinek 2-3 na rys. 5.1) podzielono na trzy odcinki o jednakowej długości, a cięgno taśmy od bębna czołowego do bębna napinającego (odcinek 4-5 na rys. 5.1) na dwa odcinki o równej długości.

Po dokonaniu takiego podziału przeprowadzono dyskretyzację, zastępując własności ciągłe tych odcinków przez odpowiednie parametry skupione.

Masy bębna zwrotnego i czołowego potraktowano jako skupione i włączono do mas modelujących układ ciągły.

Ze względu na to, że nie przewidywano różnic odstępów czasu włączania poszczególnych silników i różnic ich parametrów

poczyniono pewne uproszczenia przy modelowaniu układu napędowego przenośnika, a mianowicie założono, że przebiegi w poszczególnych silnikach napędowych mają taki sam przebieg, co umożliwiło zmniejszenie liczby równań.

Na rysunku 5.2 przedstawiono model przenośnika taśmowego transportującego w dół o ośmiu stopniach swobody mechanicznej otrzymany w wyniku dyskretyzacji.

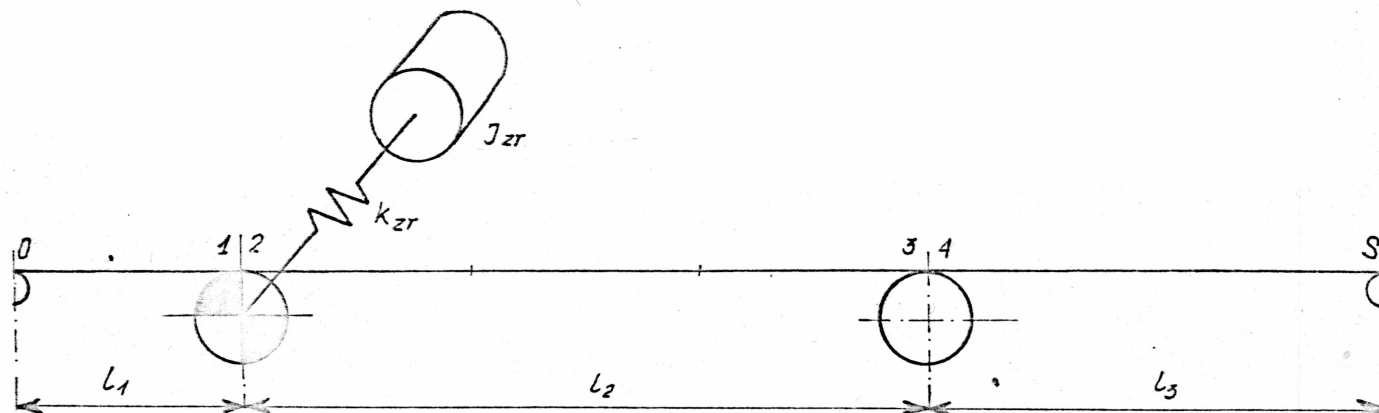
Symbolami $U_1, U_2, \dots, U_7$ oznaczono przemieszczenia liniowe mas modelu, a przez φ_{zr} przemieszczenie kątowe silników napędowych.

5.2.2. Określenie parametrów dyskretnego modelu przenośnika

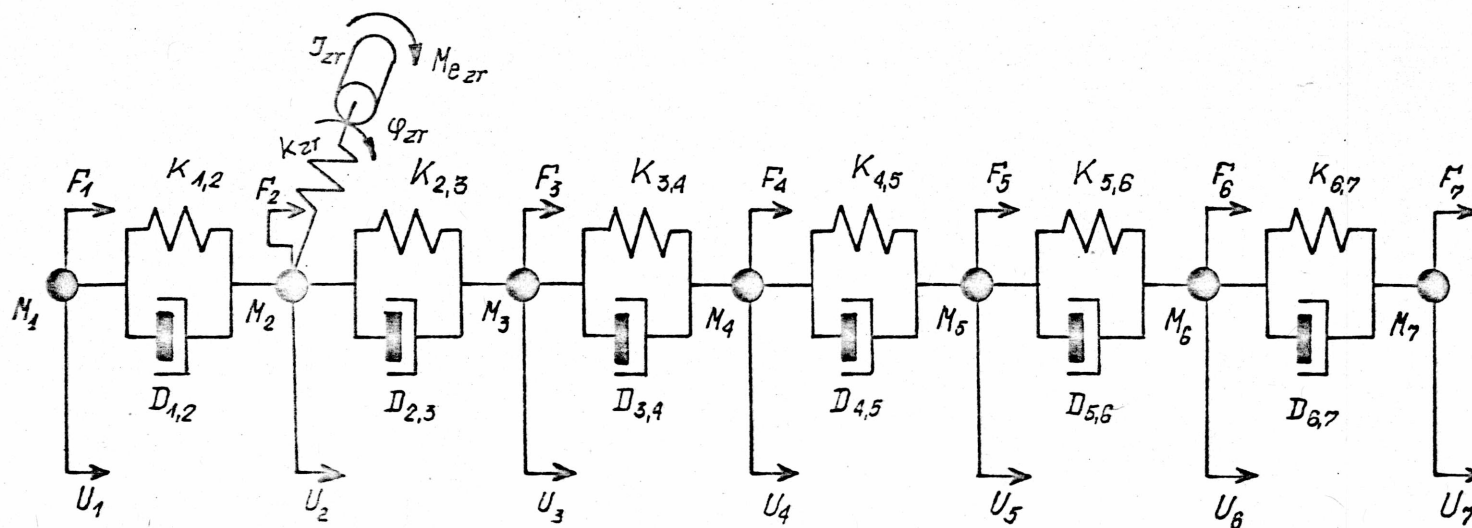
Masy i bezwładności modelujące przenośnik taśmowy określono na podstawie zależności:

$$\begin{aligned}
 M_1 &= \frac{1}{2} \frac{J_{bw}}{r_{bw}^2} + \frac{1}{2} m_{jd} l_1, \\
 M_2 &= \frac{1}{2} m_{jd} l_1 + \frac{J_{bn}}{r_{bn}^2} + i_p^2 l_s \frac{J_p}{r_{bn}^2} + m_r + \frac{1}{2} m_{jg} \frac{l_2}{3}, \\
 M_3 &= M_4 = m_{jg} \frac{l_3}{2}, \\
 M_5 &= \frac{1}{2} m_{jg} \frac{l_2}{3} + \frac{J_{bc}}{r_{bc}^2} + m_c + \frac{1}{2} m_{jd} \frac{l_3}{2}, \\
 M_6 &= m_{jd} \frac{l_3}{2}, \\
 M_7 &= \frac{1}{2} m_{jd} \frac{l_3}{2} + \frac{1}{2} \frac{J_{bw}}{r_{bw}^2}, \\
 J_{zr} &= l_s i_p^2 (J_s + J_{sp}),
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

a)



b)



Rys.5.2. Etapy dyskretyzacji układu ciągłego przenośnika: a) podział taśmy na odcinki, b) zastąpienie odcinków taśmy modelem dyskretnym

gdzie: $M_1, \dots, M_6$ - masy modelujące przenośnik taśmowy,

m_{jd}, m_{jg} - jednostkowa masa ciężna dolnego i górnego taśmy,

l_1, l_2, l_3 - długości odcinków na jakie podzielono ciężno przenośnika,

m_r, m_c - masa skupiona stacji zwrotnej i czołowej,

J_{bc} - moment bezwładności bębna czołowego,

r_{bc} - promień bębna czołowego,

l_s - liczba silników sprzężonych z bębniem napędowym.

Sprężystości układu dyskretnego przenośnika określono z zależności:

$$\left. \begin{aligned} K_{1,2} &= \frac{B_t E_1}{l_1}, \\ K_{2,3} &= K_{3,4} = K_{4,5} = \frac{B_t E_1}{\left(\frac{l_2}{3}\right)}, \\ K_{5,6} &= K_{6,7} = \frac{B_t E_1}{\left(\frac{l_3}{2}\right)}, \end{aligned} \right\} (5.2)$$

Tłumienia poszczególnych odcinków taśmy wyrażają zależności

$$\left. \begin{aligned} D_{1,2} &= \frac{B_t E_1}{l_1} \eta_1, \\ D_{2,3} &= D_{3,4} = D_{4,5} = \frac{B_t E_1}{\frac{l_2}{3}} \eta_1, \\ D_{5,6} &= D_{6,7} = \frac{B_t E_1}{\frac{l_3}{2}} \eta_1. \end{aligned} \right\} (5.3)$$

Tłumienie układu napędowego: $D_{uzr} = l_s i_p^2 D_u$.

Siły skupione i momenty przyłożone do mas skupionych:

$$F_1 = \frac{1}{2} w_{jd} l_1 ,$$

$$F_2 = \frac{1}{2} w_{jd} l_1 + \frac{1}{2} w_{jg} \frac{l_2}{3} + W_r + \frac{1}{r_{bn}} M_{\eta zr} ,$$

$$F_3 = F_4 = w_{jg} \frac{l_2}{3} ,$$

$$F_5 = \frac{1}{2} w_{jg} \frac{l_2}{3} + \frac{1}{2} w_{jd} \frac{l_3}{2} + W_c , \quad (5.4)$$

$$F_6 = w_{jd} \frac{l_3}{2} ,$$

$$F_7 = \frac{1}{2} w_{jd} \frac{l_3}{2} ,$$

$$M_{ezr} = l_s i_p M_e ,$$

gdzie: $M_{\eta zr} = l_s i_p M_{\eta}$ - zredukowany moment strat stałych przekładni mechanicznej.

5.2.3. Uwzględnienie sprężystości sprzęgieł, połączeń sprężystych kół zębatych przekładni oraz luzów przekładni

Moment mechaniczny silników przekazywany jest do bębna za pośrednictwem sprzęgieł oraz przekładni mechanicznych.

Na przebieg przekazywanego momentu oraz drgania układu ma duży wpływ sprężystość połączeń oraz występujące między nimi luzy.

Ze względu na tolerancje wykonania, możliwość montażu oraz zużycie się elementów podczas eksploatacji, wielkość luzów wielostopniowej przekładni zębatej może się kształtować w szerokich granicach.

Na rysunku 5.3 przedstawiono teoretyczną charakterystykę sztywności połączenia wału silnika z wałem bębna napędowego uwzględniającą sprężystość i luzy w przekładni.

W celu uproszczenia programu obliczeń aproksymowano charakterystykę rzeczywistą funkcją przybliżoną

$$M_{\text{spr}} = K_{\Delta\varphi} (\Delta\varphi)^3 = K_{\Delta\varphi} \left(\varphi_{\text{zr}} - \frac{1}{r_{\text{bn}}} U_2 \right)^3, \quad (5.5)$$

gdzie: $K_{\Delta\varphi}$ - współczynnik wynikający z aproksymacji charakterystyki sztywności.

5.2.4. Uwzględnienie wpływu układu napinania

Obliczenia przeprowadzono dla wciągarkowego mechanizmu napinania. Przyjęto, że układ napinania zapewnia wymaganą siłę w taśmie o wartości potrzebnej do zapewnienia sprzężenia ciernego i ograniczenia zwisów. Pod wpływem siły napinającej działającej na taśmę ulega ona wydłużeniu o wartość [5]:

$$U(x, 0) = \frac{S_n}{2 B_t E_1} \left(x - \frac{1}{2} \right). \quad (5.6)$$

Po wymuszeniu w taśmie odpowiedniej siły napinania, położenie bębna napinającego nie ulega zmianie.

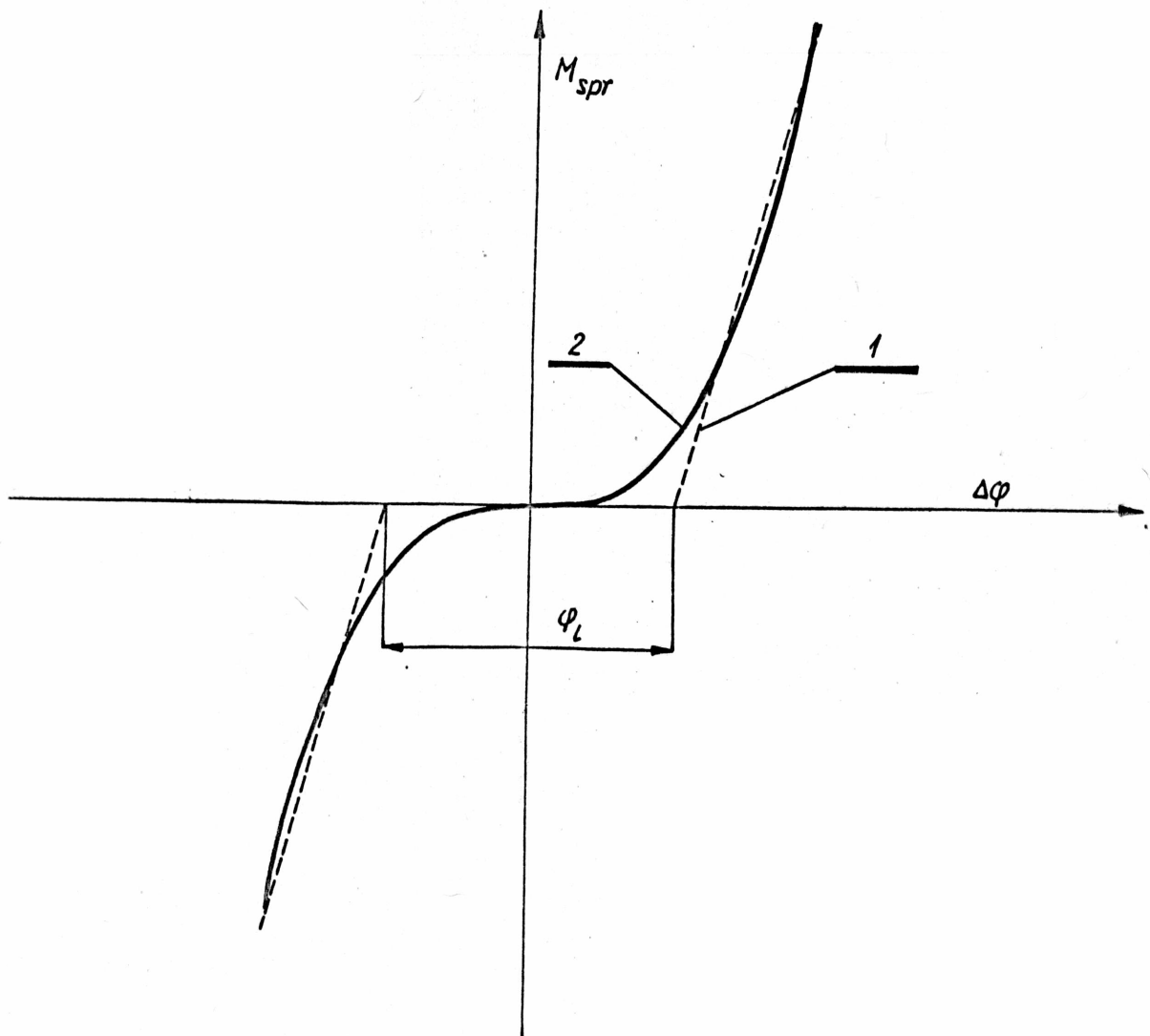
Z warunku zgodności przemieszczeń na początku i końcu przenośnika, po uwzględnieniu wydłużeń trwałych, otrzymuje się:

$$U_1 - \Delta U(0, 0) = U_7 - \Delta U(1, 0),$$

czyli

$$U_1 + \frac{S_n l}{2 B_t E_1} = U_7 - \frac{S_n l}{2 B_t E_1}. \quad (5.7)$$

Z warunku (5.7) otrzymuje się zgodność prędkości i przyspieszeń mas zgrupowanych na początku i końcu taśmy:



Rys.5.3. Charakterystyka sztywności połączenia wału silnika z wałem bębna napędowego: 1 - charakterystyka rzeczywista, 2 - charakterystyka uzyskana po aproksymacji, φ_L - kąt określający wielkość luzów w układzie mechanicznym

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_7 ,$$

$$\ddot{U}_1 = \ddot{U}_7 . \quad (5.8)$$

5.2.5. Równania wyjściowe badanego układu elektromechanicznego przenośnika

Równania dynamiki układu elektromechanicznego przenośnika otrzymane na podstawie zależności (4.36)†(4.38) oraz (5.7)†(5.8), mają postać:

- dla części mechanicznej przenośnika:

$$\left. \begin{aligned} M_1 \ddot{U}_1 + F_1 + K_{1,2}(U_1 - U_2) + D_{1,2}(\dot{U}_1 - \dot{U}_2) &= 0 \\ M_2 \ddot{U}_2 + F_2 - K_{1,2}(U_1 - U_2) + K_{2,3}(U_2 - U_3) - D_{1,2}(\dot{U}_1 - \dot{U}_2) + \\ &+ D_{2,3}(\dot{U}_2 - \dot{U}_3) - \frac{1}{r_{bn}} K_{\Delta\varphi} (\varphi_{zr} - \frac{1}{r_{bn}} U_2)^3 = 0 \\ M_3 \ddot{U}_3 + F_3 - K_{2,3}(U_2 - U_3) + K_{3,4}(U_3 - U_4) - D_{2,3}(\dot{U}_2 - \dot{U}_3) + \\ &+ D_{3,4}(\dot{U}_3 - \dot{U}_4) = 0 \\ M_4 \ddot{U}_4 + F_4 - K_{3,4}(U_3 - U_4) + K_{4,5}(U_4 - U_5) - D_{3,4}(\dot{U}_3 - \dot{U}_4) + \\ &+ D_{4,5}(\dot{U}_4 - \dot{U}_5) = 0 \\ M_5 \ddot{U}_5 + F_5 - K_{4,5}(U_4 - U_5) + K_{5,6}(U_5 - U_6) - D_{4,5}(\dot{U}_4 - \dot{U}_5) + \\ &+ D_{5,6}(\dot{U}_5 - \dot{U}_6) = 0 \\ M_6 \ddot{U}_6 + F_6 - K_{5,6}(U_5 - U_6) + K_{6,7}(U_6 - U_7) - D_{5,6}(\dot{U}_5 - \dot{U}_6) + \\ &+ D_{6,7}(\dot{U}_6 - \dot{U}_7) = 0 \\ M_7 \ddot{U}_7 + F_7 - K_{6,7}(U_6 - U_7) - D_{6,7}(\dot{U}_6 - \dot{U}_7) &= 0 \end{aligned} \right\} (5.9)$$

$$\left. \begin{aligned} J_{zr} \ddot{\varphi}_{zr} - M_{ezr} + K_{\Delta\varphi} (\varphi_{zr} - \frac{1}{r_{bn}} U_2)^3 + D_{uzr} \dot{\varphi}_{zr} &= 0 \\ U_1 + \frac{S_n}{2 B_t} \frac{1}{E_1} &= U_7 - \frac{S_n}{2 B_t} \frac{1}{E_1} \end{aligned} \right\} (5.9)$$

- równania części elektrycznej przenośnika:

a) równanie napięciowe stojana przy zasilaniu z sieci prądu przemiennego:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{3}{2}} U_{mf} e^{j(\omega_0 t + \gamma)} &= R_s \underline{i}_{1s} + (L_{\sigma s} + \frac{3}{2} L_{\mu}) \frac{d}{dt} \underline{i}_{1s} + \\ &+ \frac{3}{2} L_{\mu} \frac{d}{dt} \underline{i}'_{1w} e^{j\varphi_{zr} i_p} \end{aligned} \quad (5.10a)$$

b) równanie napięciowe stojana podczas hamowania prądem stałym dla I układu połączeń:

$$\begin{aligned} jU_{st} &= 2 R_s \underline{i}_{1s} + 2(L_{\sigma s} + \frac{3}{2} L_{\mu}) \frac{d}{dt} \underline{i}_{1s} + \frac{3}{2} L_{\mu} \cdot \\ &\cdot \frac{d}{dt} (\underline{i}'_{1w} e^{j\varphi_{zr} i_p} - \underline{i}'_{1w} e^{-j\varphi_{zr} i_p}) \end{aligned} \quad (5.10b)$$

c) równanie napięciowe stojana podczas hamowania prądem stałym dla II układu połączeń:

$$\frac{U_{st}}{\sqrt{3}} = R_s \underline{i}_{1s} + (L_{\sigma s} + \frac{3}{2} L_{\mu}) \frac{d}{dt} \underline{i}_{1s} + \frac{3}{2} L_{\mu} \frac{d}{dt} \underline{i}'_{1w} e^{j\varphi_{zr} i_p} \quad (5.10c)$$

d) równanie napięciowe wirnika wspólne dla wszystkich rozpatrywanych układów:

$$0 = R'_w \underline{i}'_{1w} + (L'_{\sigma w} + \frac{3}{2} L_{\mu}) \frac{d}{dt} \underline{i}'_{1w} + \frac{3}{2} L_{\mu} \frac{d}{dt} \underline{i}_{1s} e^{-j\varphi_{zr} i_p} \quad (5.11)$$

e) równanie momentu elektromagnetycznego silników:

$$\begin{aligned} M_{ezr} = l_s i_p M_e = l_s i_p j\varphi \frac{3}{2} L_{\mu} (\underline{i}_{1s} \underline{i}'_{1w} e^{j\varphi_{zr} i_p} + \\ - \underline{i}_{1s} \underline{i}'_{1w} e^{-j\varphi_{zr} i_p}) \end{aligned} \quad (5.12)$$

5.2.6. Opracowanie programu obliczeń

Układ równań (5.9) i (5.12) zaprogramowano do rozwiązania na maszynie cyfrowej. Po odpowiednich przekształceniach uzyskano układ 19 równań różniczkowych zwyczajnych.

Opracowany program o nazwie DYNP umożliwiał analizę rozruchu i hamowania prądem stałym przenośnika taśmowego transportującego w dół. Uwzględniono możliwość symulowania dowolnego stopnia obciążenia przenośnika, badania wpływu sterowania elektrycznego na przebiegi rozruchu i hamowania. Do rozwiązania układu równań wykorzystano procedurę biblioteczną o nazwie F4RUNG. Przyjęto krok całkowania $h = 0,001$ s.

Rozwiązania symulowanych procesów na maszynie cyfrowej otrzymano w postaci tabel, podających dla danej chwili czasowej wartość momentu elektromagnetycznego, prądów i prędkości kątowej silników napędowych, prędkości oraz przyspieszeń taśmy i bębnow, momentów przenoszonych przez przekładnie mechaniczne oraz sił w taśmie w punktach charakterystycznych przenośnika.

Przy układaniu programu starano się zoptymalizować go ze względu na minimalny czas trwania obliczeń. Mimo tych zabiegów złożoność zagadnienia była przyczyną tego, że obliczenie jednej sekundy analizowanego przebiegu wymagało około dwóch minut pracy maszyny cyfrowej.

5.3. Analiza dynamiki rozruchu przenośnika transportującego w dół

5.3.1. Opis układu rozruchowego

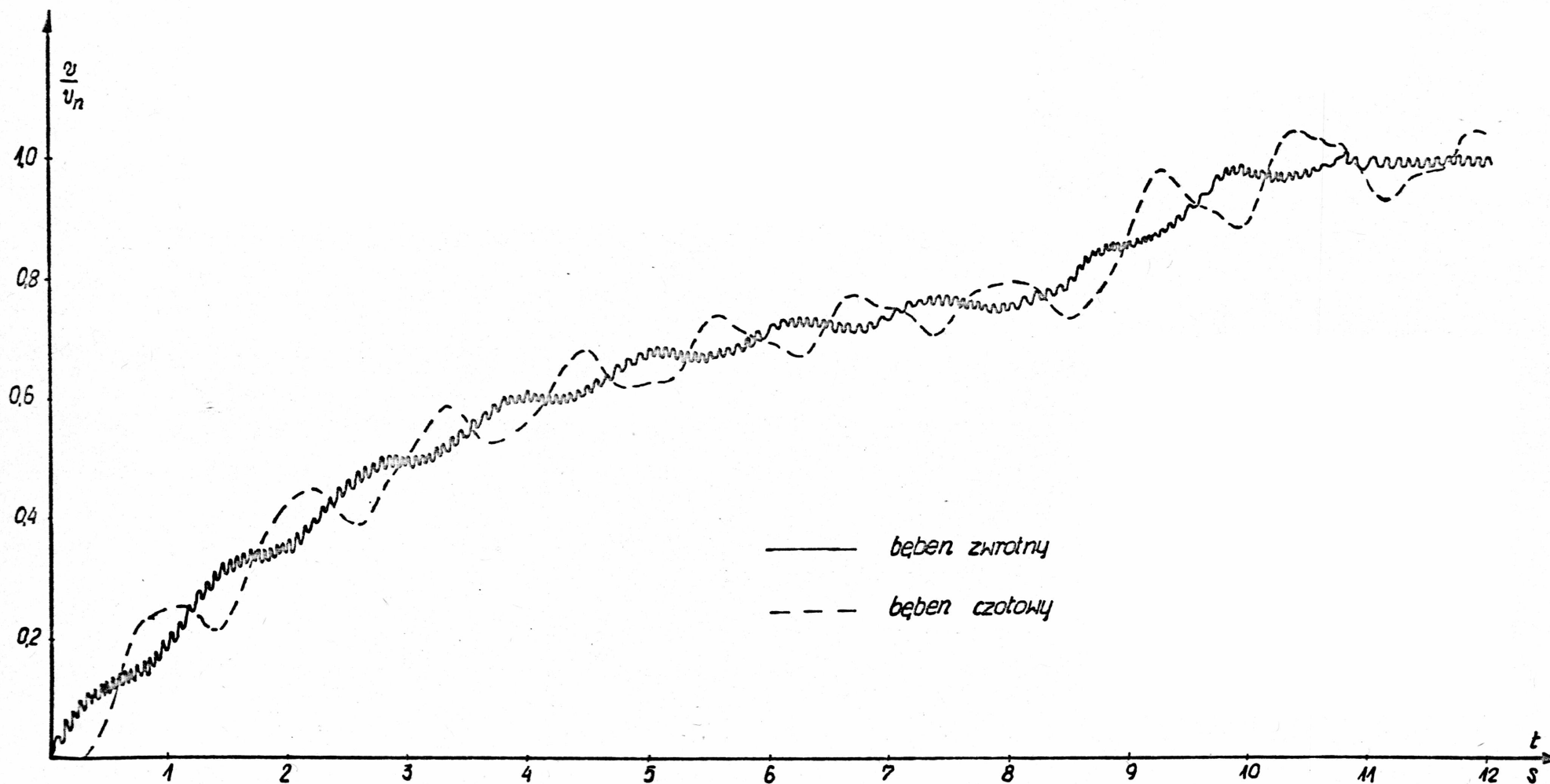
Przyjęto do symulacji rozruch rezystorowo-stycznikowy silników.

Na podstawie obliczeń statycznych dobrano rezystancję obwodu wirnika $R_2 + R_r = 0,72 R_{2n}$, która zapewniała początkową wartość momentu rozruchowego silnika $M_{rp} = 1,6 M_n$.

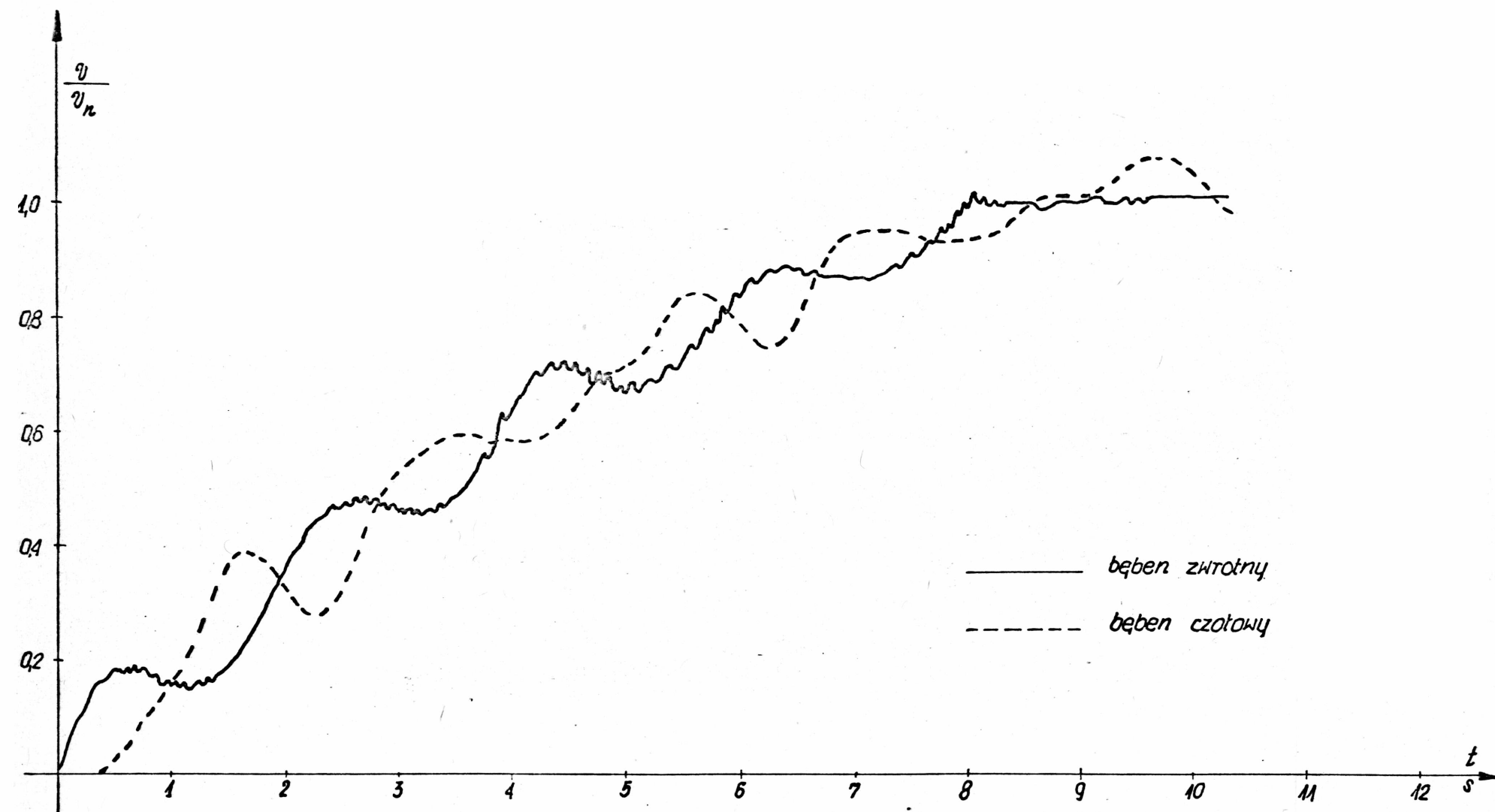
Rozruch przenośnika obciążonego odbywał się ze stałą wartością rezystancji aż do osiągnięcia znamionowej prędkości kątowej, przy której następowało zwarcie rozrusznika i przejście silników do pracy na charakterystyce naturalnej. Rozruch przenośnika pustego przebiegał w początkowym etapie analogicznie jak obciążonego. W dalszej części rozruchu następowały zmiany rezystancji rozrusznika. Dla $\omega = 0,79 \omega_s$ nastąpiło zmniejszenie rezystancji do wartości $R_2 + R_r = 0,15 R_{2n}$, zaś dla $\omega = 0,94 \omega_s$ $R_2 + R_r = 0,043 R_{2n}$, aż do osiągnięcia znamionowej prędkości kątowej, przy której następowało zwarcie rozrusznika i przejście do pracy na charakterystyce naturalnej.

5.3.2. Przebiegi czasowe prędkości taśmy przenośnika

Obliczone przebiegi prędkości taśmy w charakterystycznych punktach trasy przenośnika przedstawiono na rysunkach 5.4 i 5.5. Wskazują one wyraźnie na falowy charakter zjawisk wywołany sprężystymi własnościami taśmy. Ruch taśmy rozpoczyna się od bębna zwrotnego, gdzie umieszczony jest



Rys.5.4. Przebiegi czasowe prędkości taśmy na bębnie zwrotnym i czołowym podczas rozruchu pustego ($k_z=0,0$) przenośnika transportującego w dół



Rys.5.5. Przebiegi czasowe prędkości taśmy na bębnie zwrotnym i czołowym podczas rozruchu obciążonego ($k_z=1,0$) przenośnika transportującego w dół

układ napędowy. Odcinki taśmy na bębnie czołowym ruszają z opóźnieniem wynikłym z czasu potrzebnego na dotarcie fali naprężeń pochodzącej od układu napędowego. Zjawiska falowe są przyczyną nierównomiernego narastania prędkości przenośnika. Szybciej ustala się prędkość na bębnie zwrotnym przenośnika.

Sprężystość więzi połączenia silników z bębnem napędowym oraz luzy mechaniczne przekładni są przyczyną drgań bębna napędowego. Przejawiają się one szczególnie podczas ruchu przenośnika pustego, gdy bezwładność i tłumienie części mechanicznej przenośnika nie są duże.

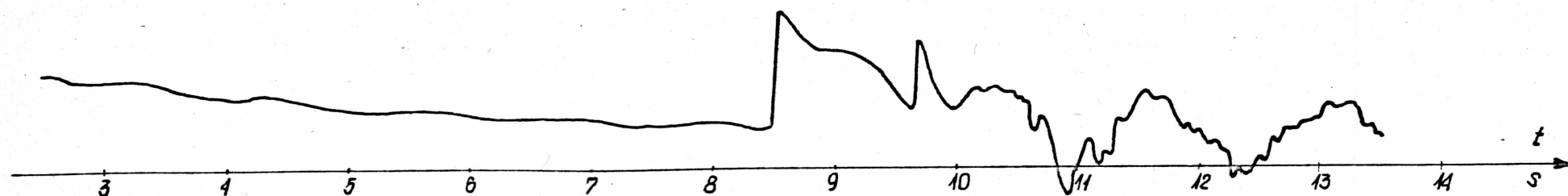
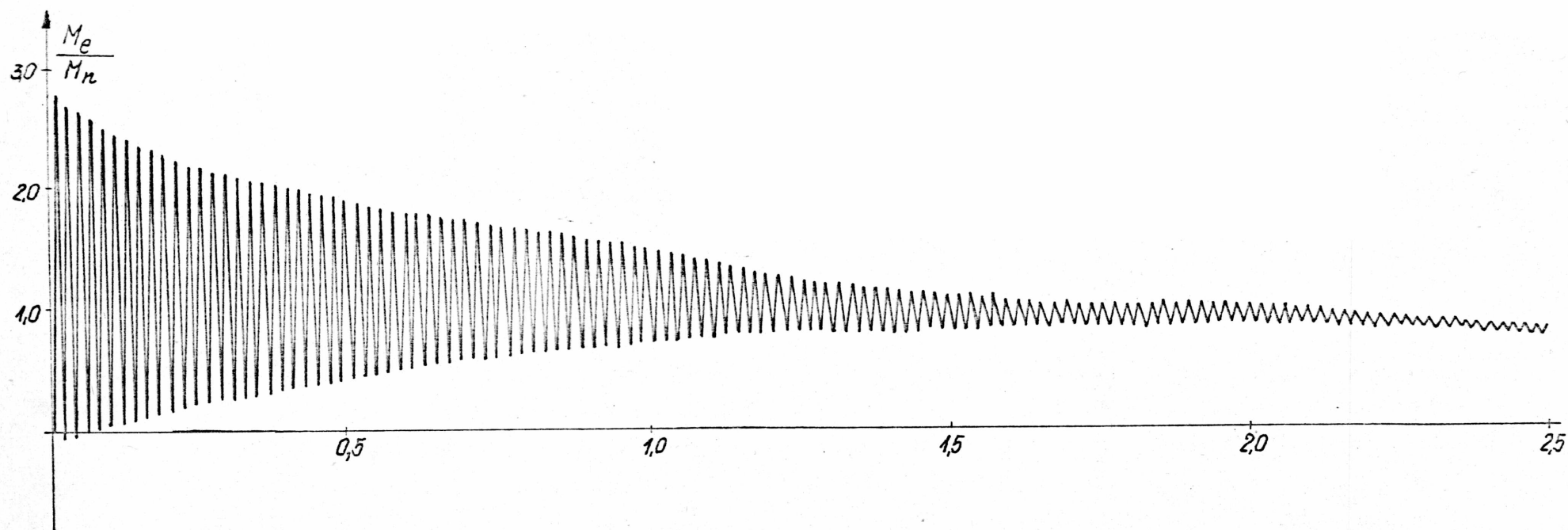
Z porównania przebiegów na rysunkach 5.4 i 5.5 widać, że rozruch przenośnika obciążonego, ze względu na czynne działanie momentu oporowego, odbywa się szybciej niż przenośnika pustego mimo, że średni moment rozruchowy jest większy podczas rozruchu pustego przenośnika.

5.3.3. Przebiegi czasowe momentu elektromagnetycznego silników i momentu przenoszonych przez przekładnie mechaniczne

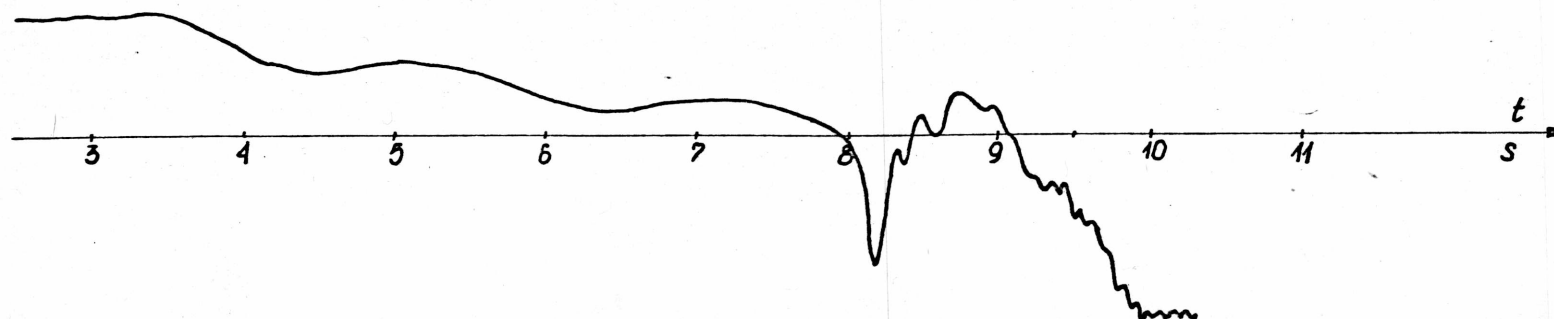
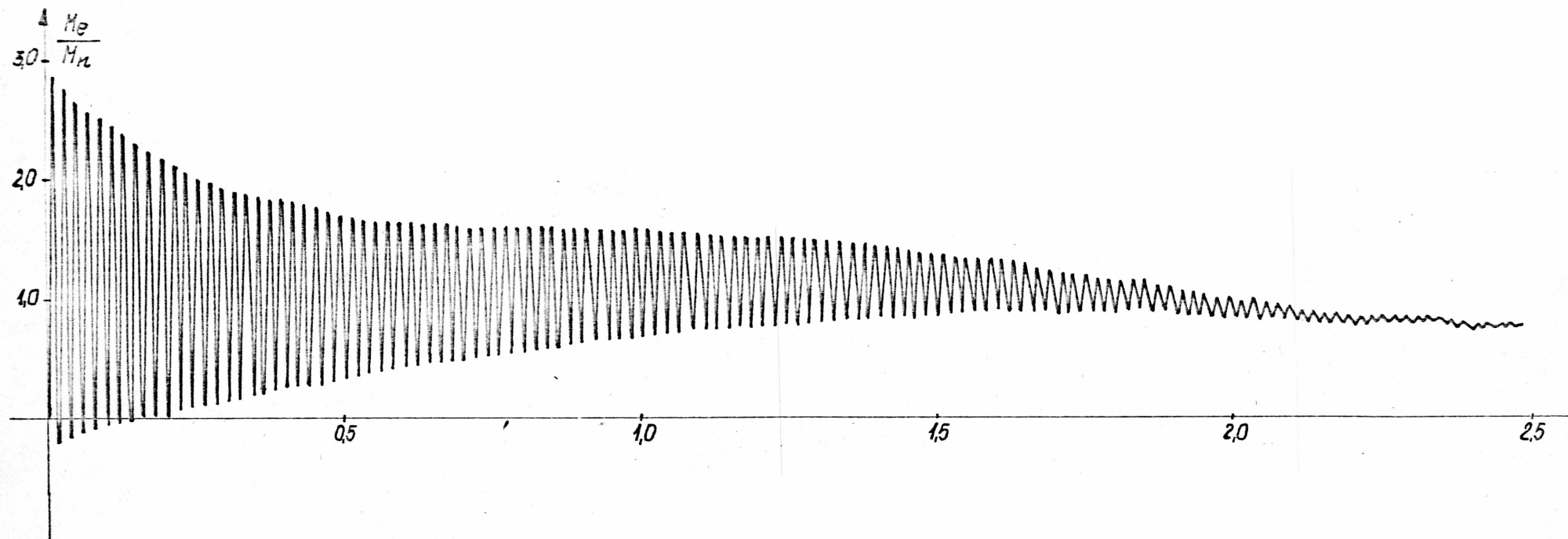
Przebiegi momentu elektromagnetycznego silników podczas rozruchu pustego i obciążonego przenośnika taśmowego transportującego w dół przedstawiono na rysunkach 5.6 i 5.7.

Przebieg momentu elektromagnetycznego silników ma charakter oscylacyjny i złożony jest z oscylacji o dużej częstotliwości nałożonych na oscylacje o małej częstotliwości. Oscylacje o dużej częstotliwości zanikają po około kilku sekundach trwania rozruchu.

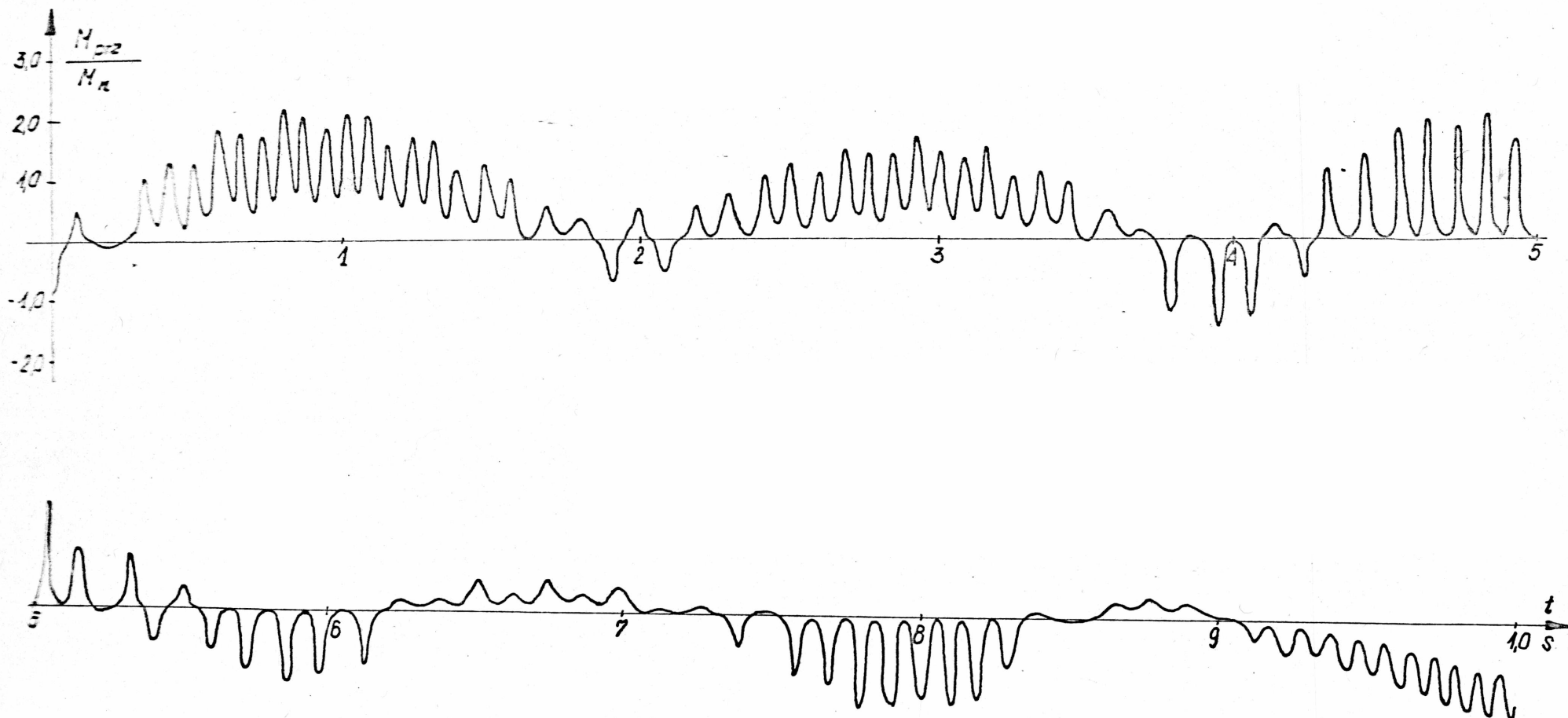
W początkowej fazie rozruchu amplitudy momentu elektromagnetycznego silników znacznie przewyższają wartości wynikające z obliczeń statycznych.



Rys.5.6. Przebiegi czasowe momentu elektromagnetycznego silników podczas rozruchu pustego przenośnika transportującego w dół



Rys.5.7. Przebiegi czasowe momentu elektromagnetycznego silników podczas rozruchu obciążonego przenośnika transportującego w dół



Rys.5.8. Przebiegi czasowe momentu przenoszonego przez przekładnie mechaniczne podczas rozruchu obciążonego przenośnika taśmowego transportującego w dół

Moment mechaniczny przenoszony przez przekładnię podczas rozruchu obciążonego przenośnika przedstawiono na rysunku 5.8.

Ma on również charakter oscylacyjny i złożony jest z przebiegu o dużej częstotliwości oscylacji nałożonych na przebieg o niskiej częstotliwości.

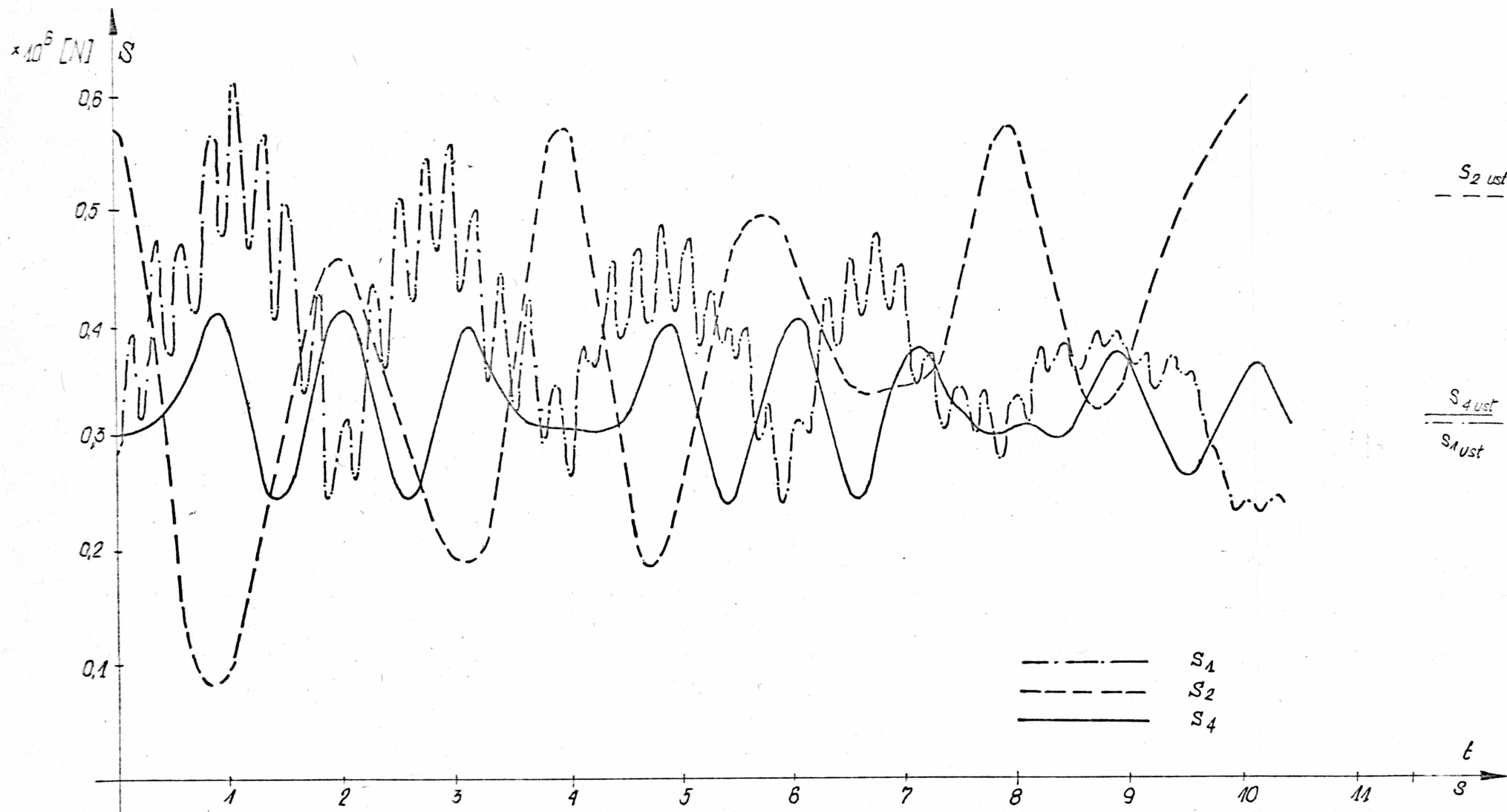
Zwracają uwagę duże wartości chwilowych amplitud momentu mechanicznego przekraczające wartości znamionowe. Przebieg tego momentu uzależniony jest od sztywności połączeń więzi sprężystych kół zębatych oraz wielkości luzów mechanicznych.

5.3.4. Przebiegi czasowe sił i przyspieszeń taśmy

Obliczone przebiegi sił w taśmie w charakterystycznych punktach przenośnika podczas rozruchu obciążonego przenośnika przedstawiono na rysunku 5.9.

Przez S_1 oznaczono siłę w miejscu nabiegania taśmy na bęben zwrotny, przez S_2 siłę w miejscu zbiegania taśmy z bębna zwrotnego, a przez S_4 siłę w miejscu nabiegania taśmy na bęben czołowy.

Przebiegi sił świadczą o ruchu drgającym taśmy. Działanie zmiennych sił, jakim poddawana jest taśma wpływa niekorzystnie na jej żywotność. Siły te powodują kolejno obciążenie i odciążenie poszczególnych przekrojów taśmy. Największym obciążeniom podczas rozruchu poddawana jest taśma w miejscu nabiegania i zbiegania z bębna zwrotnego (napędowego). Działanie tych sił jest naprzemianległe - maksymalnym wartościom siły S_1 odpowiadają minimalne wartości sił S_2 i odwrotnie.



Rys.5.9. Przebiegi czasowe sił w taśmie podczas rozruchu obciążonego przenośnika taśmowego transportującego w dół: S_1 - siła w miejscu nabiegania taśmy na bęben zwrotny, S_2 - siła w miejscu zbiegania taśmy z bębna zwrotnego, S_4 - siła w miejscu nabiegania taśmy na bęben czołowy

W przebiegu siły S_1 uwidacznia się również wpływ układu napinania - drgania bębna napinającego kompensującego wydłużenia taśmy powodują oscylacje tej siły z dużą częstością.

Na rysunku 5.10 przedstawiono czasowy przebieg przyspieszeń liniowych taśmy w miejscu nabiegania na bęben czołowy podczas rozruchu obciążonego przenośnika.

Jak widać, ruch taśmy odbywa się ze zmiennym przyspieszeniem, przy czym w pewnych chwilach czasowych taśma poddawana jest również przyspieszeniom ujemnym czyli hamującym, które powodują zmniejszanie prędkości taśmy. Jest to zjawisko niebezpieczne ze względu na to, że może wystąpić sfalowanie się taśmy lub jej zrzucenie z zestawu krążnikowego, co prowadzi do zniszczenia taśmy i postoju przenośnika.

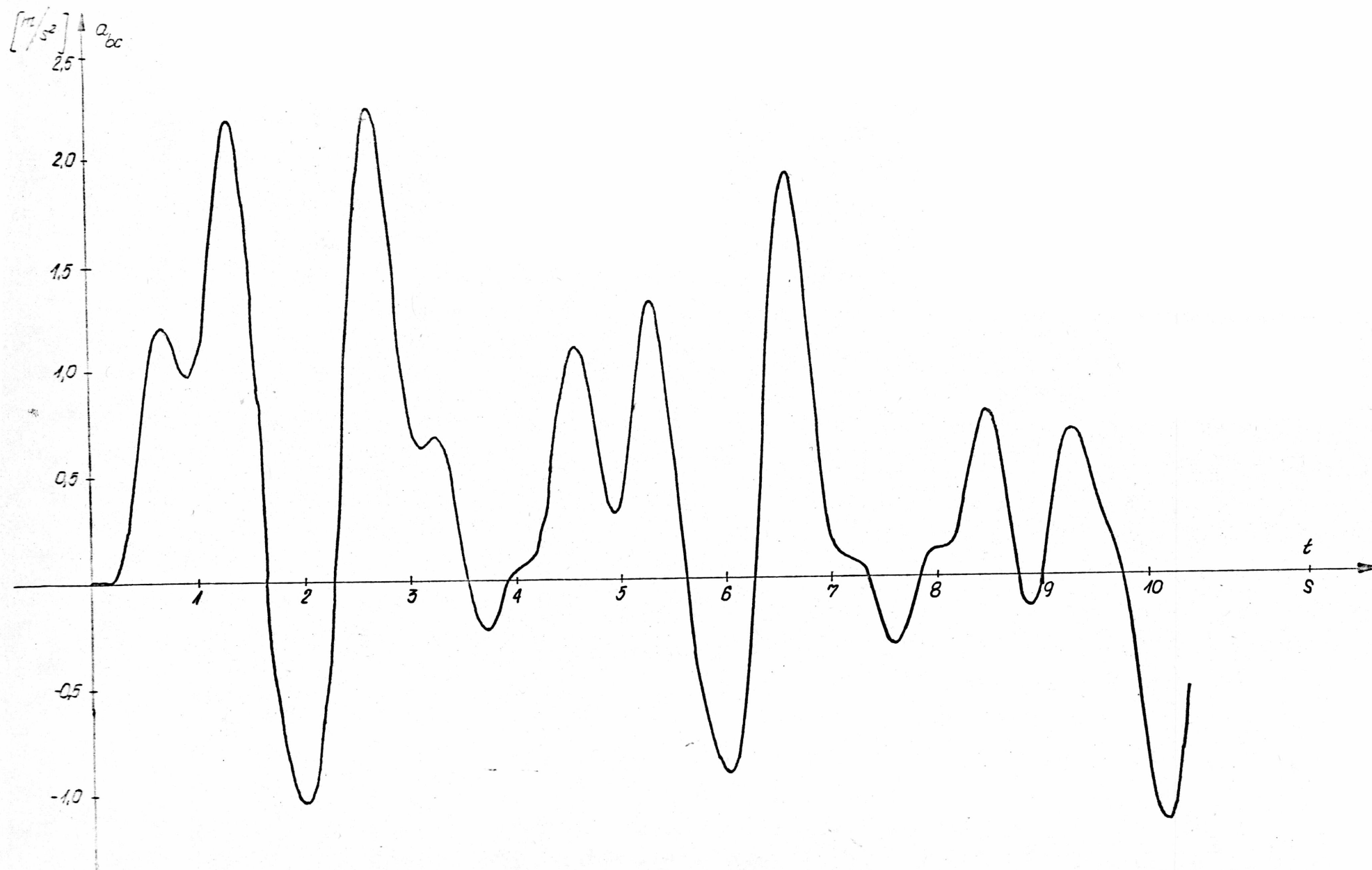
5.4. Analiza dynamiki przenośnika taśmowego transportującego w dół podczas hamowania prądem stałym

5.4.1. Opis układu hamowania

Zatrzymywanie przenośnika taśmowego zrealizowano za pomocą hamowania prądem stałym silników. W obwód wirnika zostały włączone rezystancje dodatkowe. Rozpatrzono hamowanie dla I i II układu połączeń uzwojenia stojana.

Dla uzyskania stałej wartości średniej momentu hamującego rezystancje dodatkowe zmieniano skokowo za pomocą styczników.

Na podstawie charakterystyk statycznych silnika, przyjęto następujący przebieg hamowania. Rozpoczyna się ono z całkowitą rezystancją obwodu wirnika $R_2 + R_h = 1,2 R_{2n}$. Po osiągnięciu przez układ prędkości kątowej $\omega = 0,7 \omega_s$, następuje zmniejszenie rezystancji wirnika do wartości



Rys.5.10. Przebiegi czasowe przyspieszeń taśmy na bębnie czołowym podczas rozruchu obciążonego przenośnika transportującego w dół

$R_2 + R_h = 0,8 R_{2n}$. W dalszym procesie hamowania następowała zmiana rezystancji i tak: dla $\omega = 0,5 \omega_s$ - $R_2 + R_h = 0,6 R_{2n}$, dla $\omega = 0,35 \omega_s$ - $R_2 + R_h = 0,4 R_{2n}$. Hamowanie elektryczne trwa do chwili zmniejszenia się prędkości kątowej układu napędowego do wartości $\omega_s = 0,2 \omega_s$. Poniżej tej prędkości hamowanie odbywa się na drodze mechanicznej.

Przedstawiony sposób sterowania rezystancji hamujących odnosił się do zatrzymywania przenośnika pustego i obciążonego. Dostosowania wartości momentu hamującego do obciążenia przenośnika dokonywano przez dobór odpowiedniej wartości napięcia źródła prądu stałego.

Z obliczeń statycznych określono, że podczas hamowania przenośnika obciążonego znamionowo wartość prądu w stojanie powinna być równa $I_{1ekw} = 1,25 I_{1n}$, a dla przenośnika pustego $I_{1ekw} = 0,4 I_{1n}$. Po spełnieniu tych warunków uzyskuje się identyczne charakterystyki statyczne silników dla I i II układu połączeń uzwojenia stojana.

Napięcie źródła prądu stałego wynosi wówczas:

- podczas hamowania przenośnika obciążonego znamionowo:

$$\text{układ I} - U_{st} = 109,76 \text{ [V]};$$

$$\text{układ II} - U_{st} = 95,06 \text{ [V]};$$

- podczas hamowania przenośnika pustego:

$$\text{układ I} - U_{st} = 35,12 \text{ [V]};$$

$$\text{układ II} - U_{st} = 30,42 \text{ [V]}.$$

Przyjęto, że hamowanie rozpoczyna się po całkowitym zaniknięciu pola niestłumionego wirnika.

5.4.2. Przebiegi czasowe prędkości taśmy

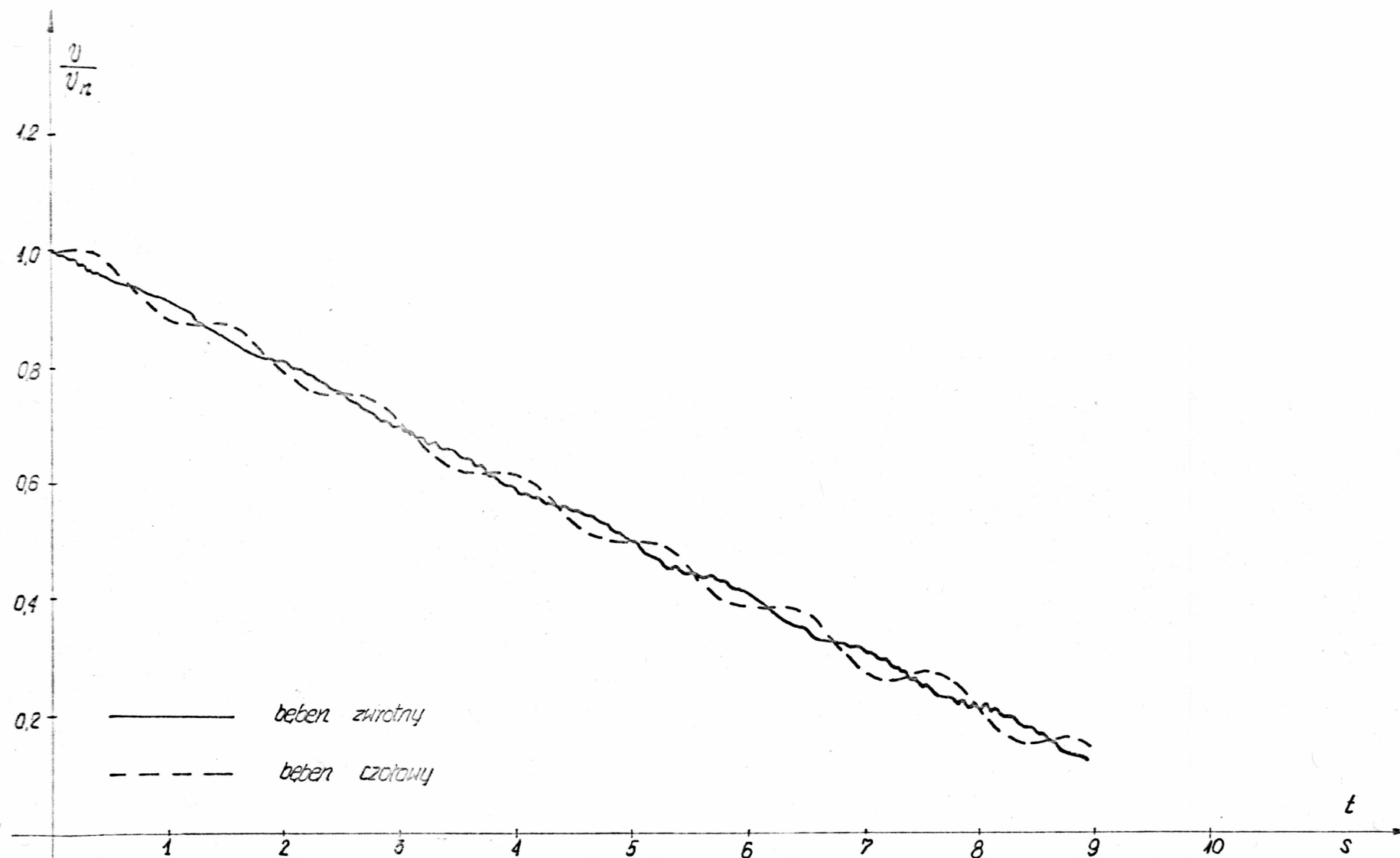
Obliczone przebiegi prędkości taśmy w charakterystycznych punktach trasy przenośnika podczas zatrzymywania przedstawiono na rysunkach 5.11-5.14.

Z rysunków tych wynika, że zjawiska falowe są przyczyną nierównomiernego zmniejszania się prędkości przenośnika. Przejawiają się one szczególnie wyraźnie podczas zatrzymywania przenośnika obciążonego (rys. 5.13, 5.14), w mniejszym stopniu zaś, gdy przenośnik jest pusty. Podczas zatrzymywania przenośnika obciążonego występuje zwiększenie prędkości taśmy ponad wartość znamionową w początkowym okresie hamowania. Jest to wywołane czynnym działaniem momentu oporowego przenośnika, któremu przeciwstawia się dopiero narastający od zera hamujący moment elektromagnetyczny silników.

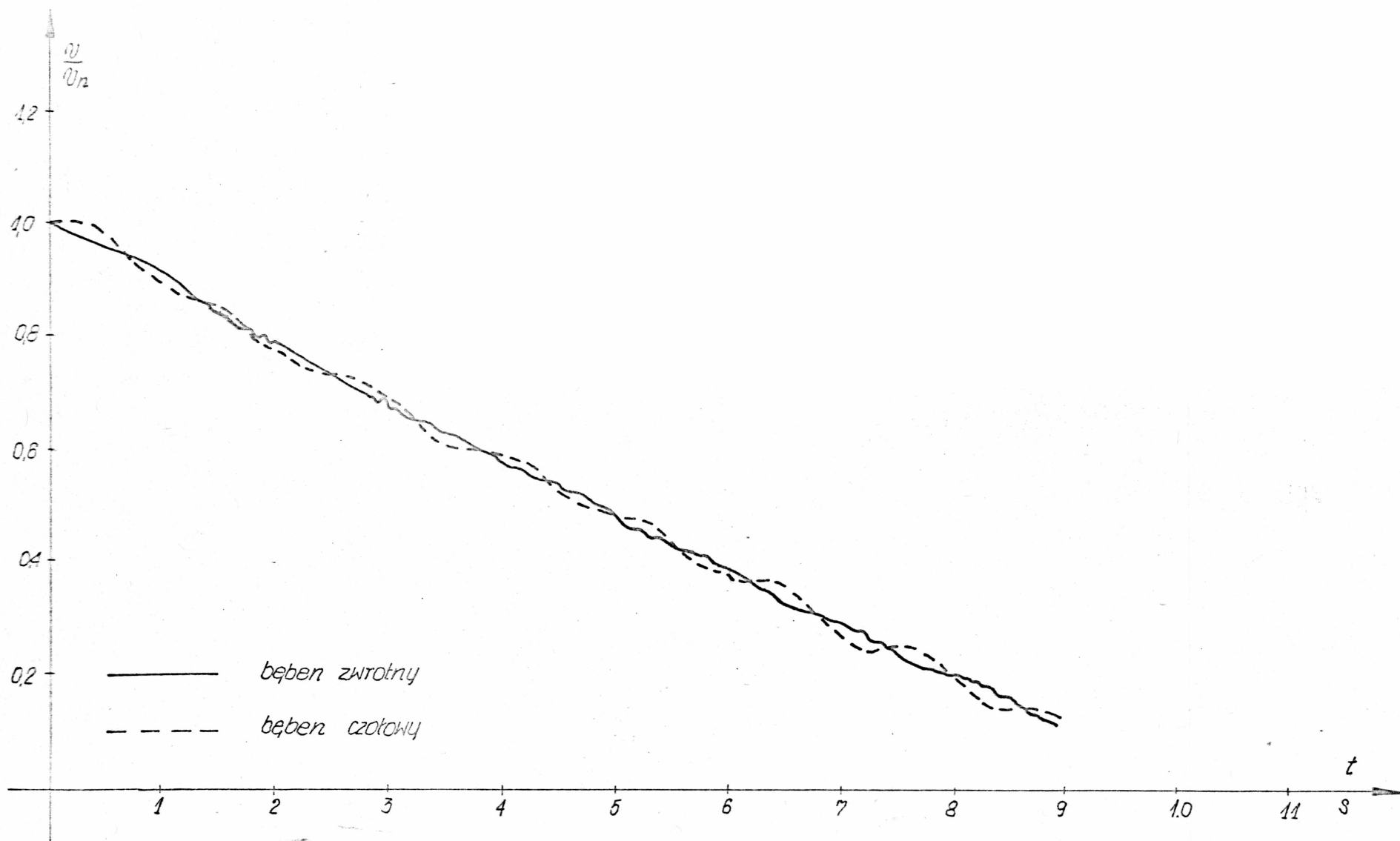
5.4.3. Przebiegi czasowe momentu elektromagnetycznego silników i momentu przenoszonych przez przekładnie mechaniczne

Przebiegi momentu elektromagnetycznego silników podczas hamowania prądem stałym pustego i obciążonego przenośnika taśmowego transportującego w dół przedstawiono na rysunkach 5.15-5.18. Przebiegi na rysunkach 5.15 i 5.16 dotyczą hamowania w I, zaś na rysunkach 5.17 i 5.18 w II układzie połączeń uzwojenia stojana.

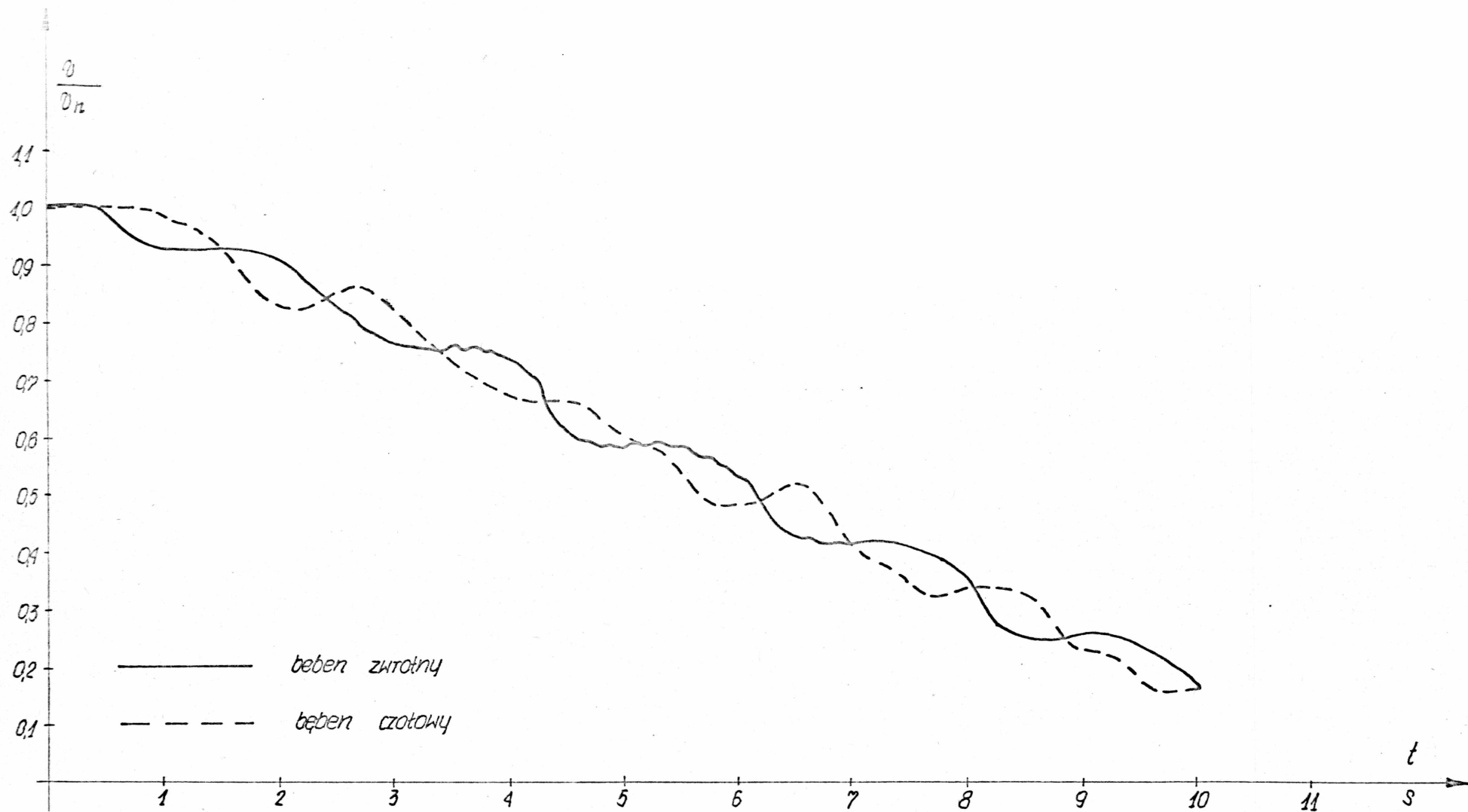
Na ich podstawie można stwierdzić, że przebieg momentu elektromagnetycznego silników, zarówno podczas hamowania przenośnika pustego, jak i obciążonego nie posiada oscylacji. Skoki momentu występują jedynie podczas zmian wartości rezystancji w obwodzie wirnika.



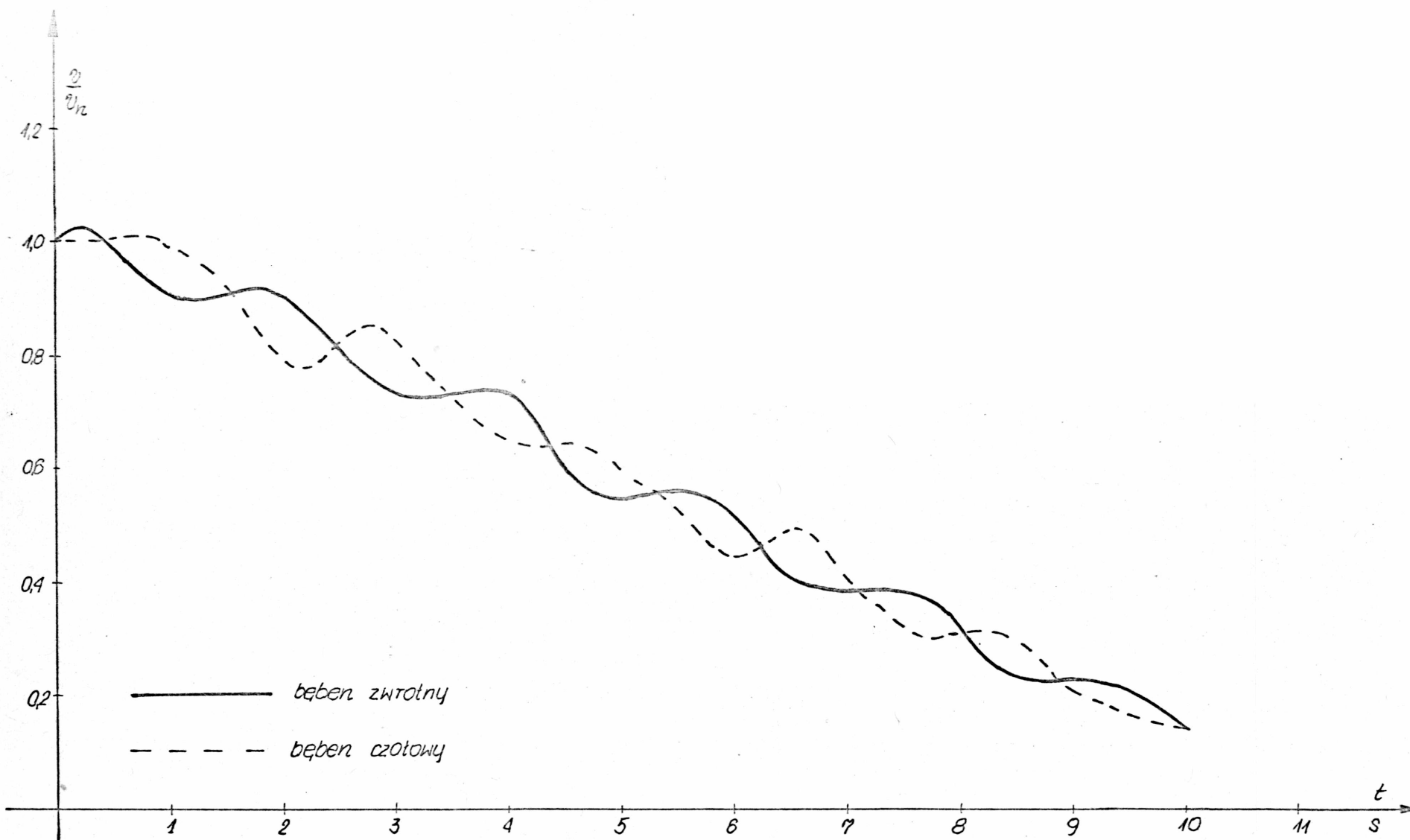
Rys.5.11. Przebiegi prędkości taśmy podczas zatrzymywania pustego przenośnika taśmowego transportującego w dół (I układ połączeń uzwojenia stojana)



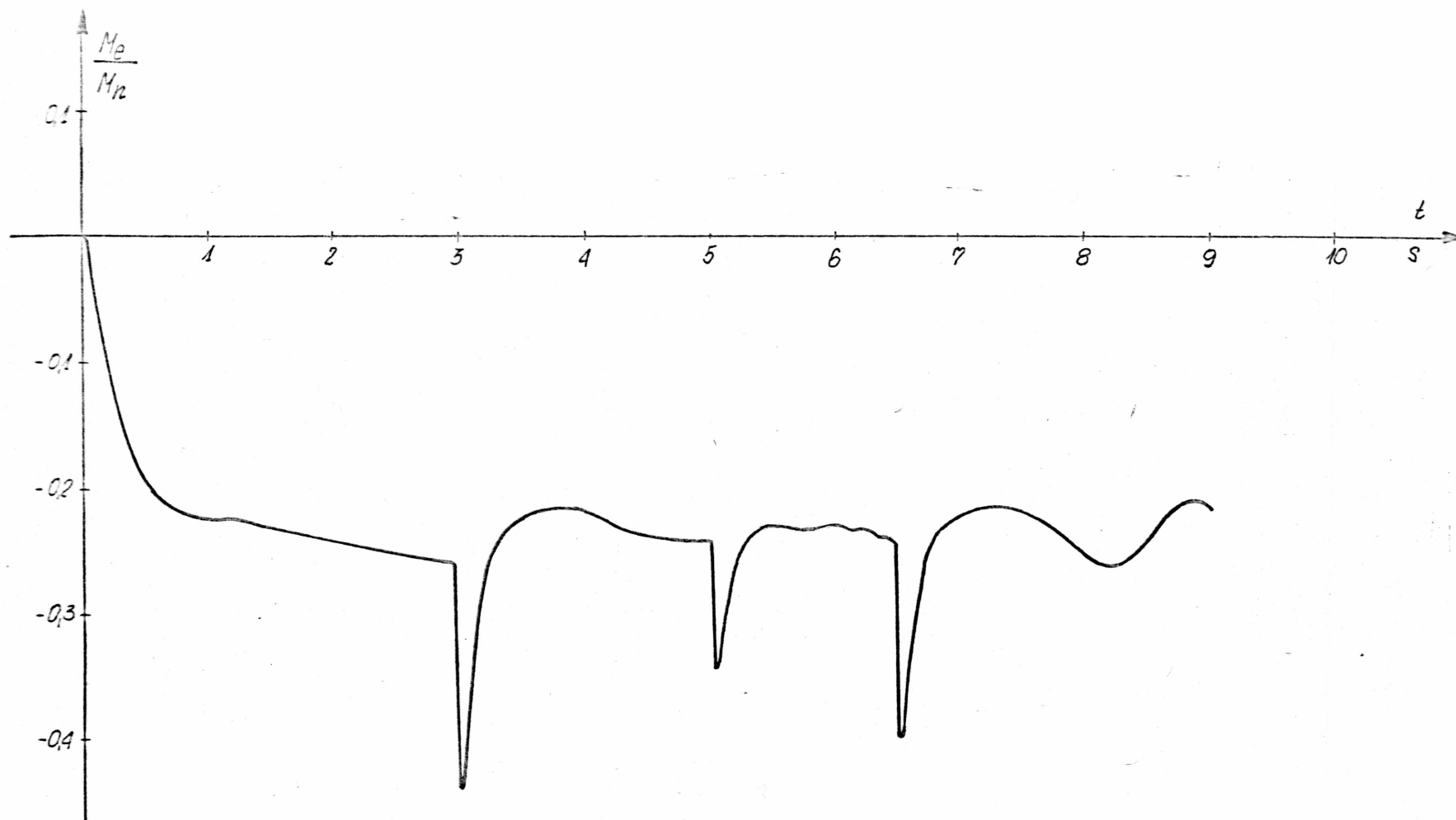
Rys.5.12. Przebiegi prędkości taśmy podczas zatrzymywania pustego przenośnika transportującego w dół (II układ połączeń uzwojenia stojana)



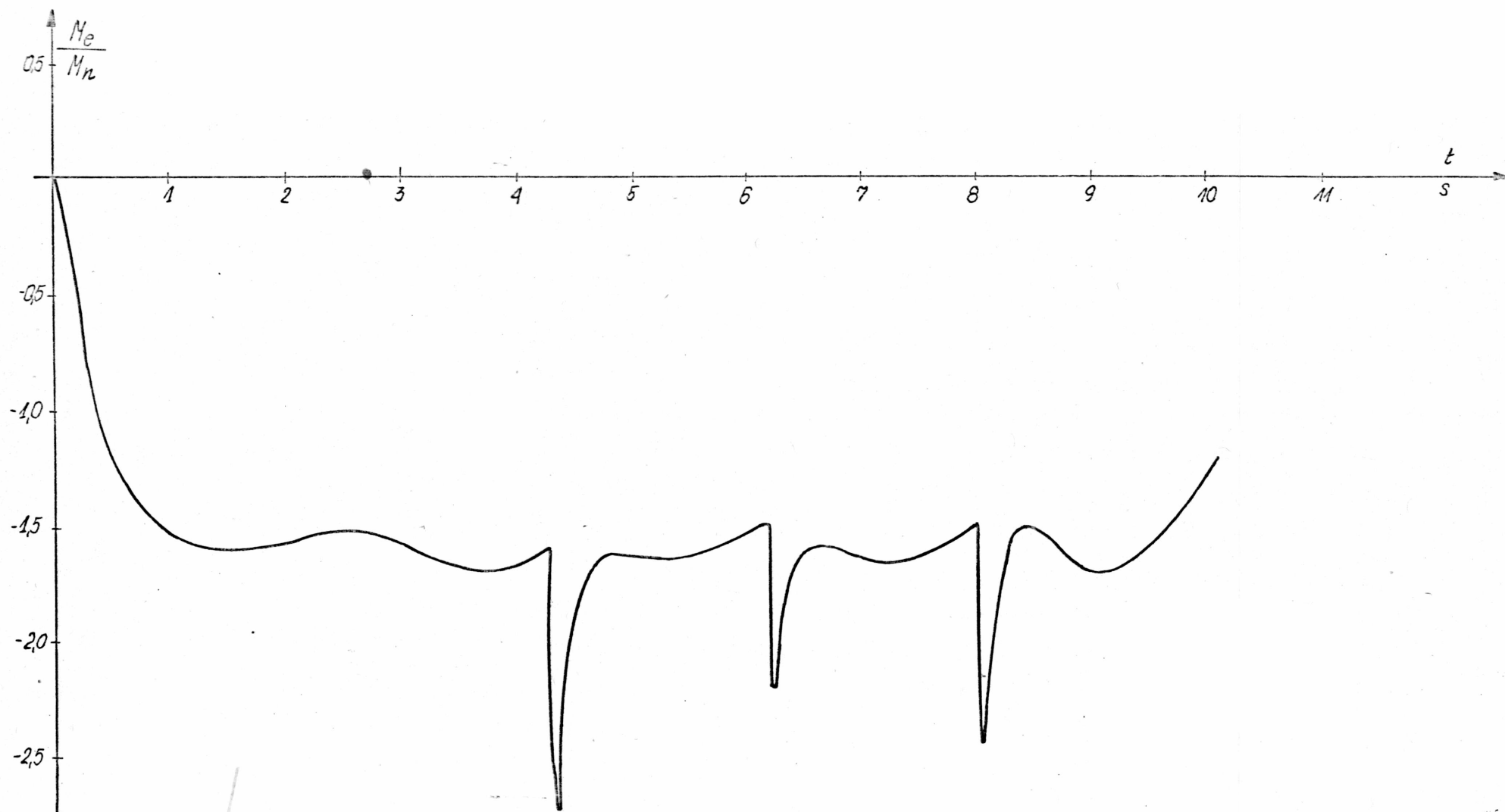
Rys.5.13. Przebiegi prędkości taśmy podczas zatrzymywania obciążonego przenośnika taśmowego transportującego w dół (I układ połączeń uzwojenia stojana)



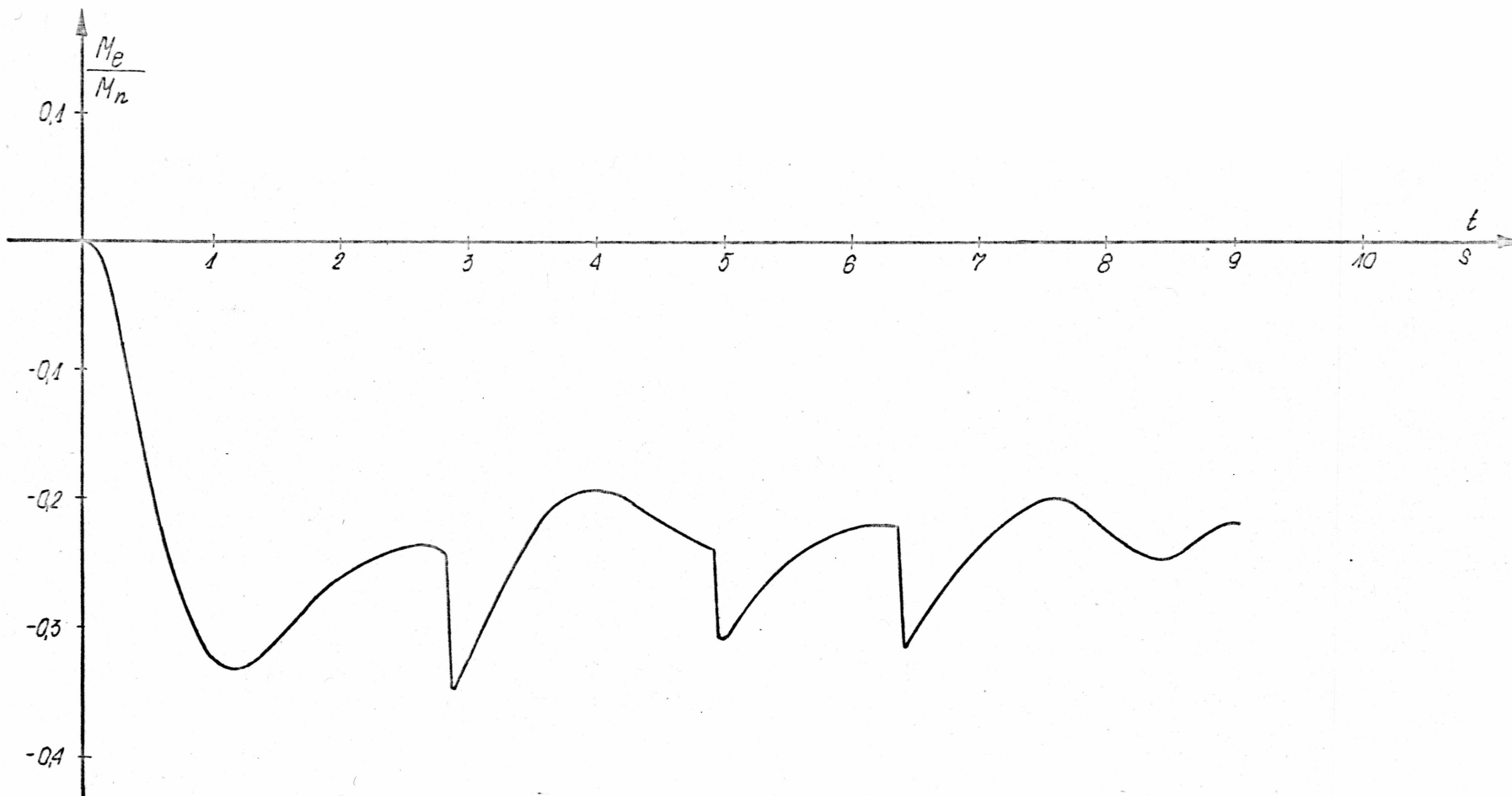
Rys.5.14. Przebiegi prędkości taśmy podczas zatrzymywania obciążonego przenośnika taśmowego transportującego w dół (II układ połączeń uzwojenia stojana)



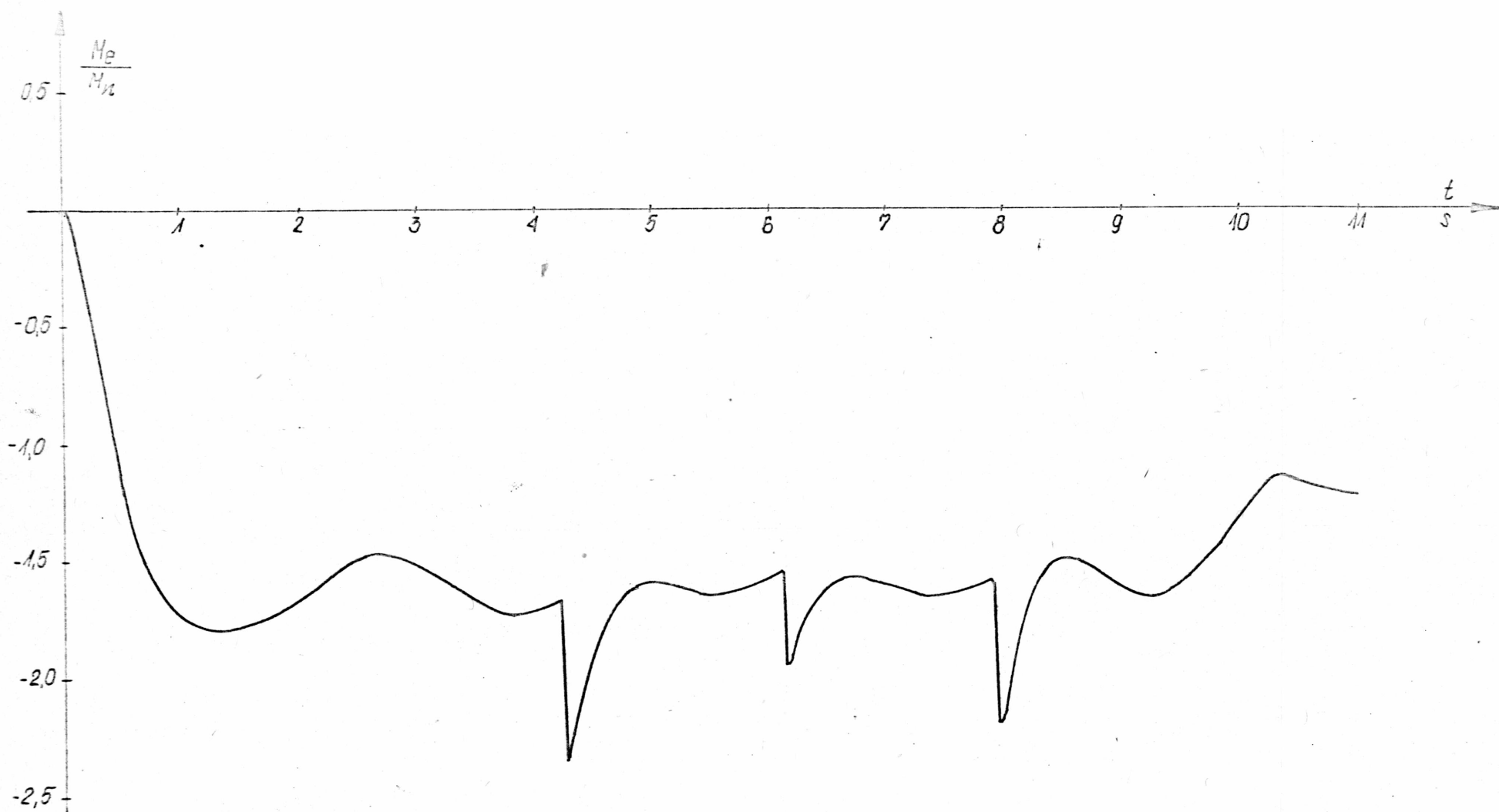
Rys.5.15. Przebieg momentu elektromagnetycznego silnika podczas hamowania prądem stałym (układ I) pustego przenośnika taśmowego transportującego w dół



Rys.5.16. Przebieg momentu elektromagnetycznego silnika podczas hamowania prądem stałym (układ I) obciążonego przenośnika taśmowego transportującego w dół



Rys.5.17. Przebieg momentu elektromagnetycznego silnika podczas hamowania prądem stałym (układ II) pustego przenośnika taśmowego transportującego w dół



Rys.5.18. Przebieg momentu elektromagnetycznego silnika podczas hamowania prądem stałym (układ II) obciążonego przenośnika taśmowego transportującego w dół

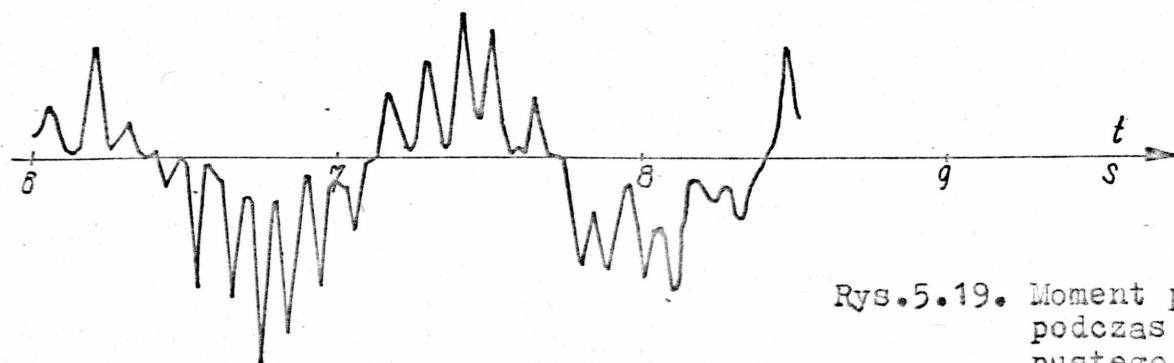
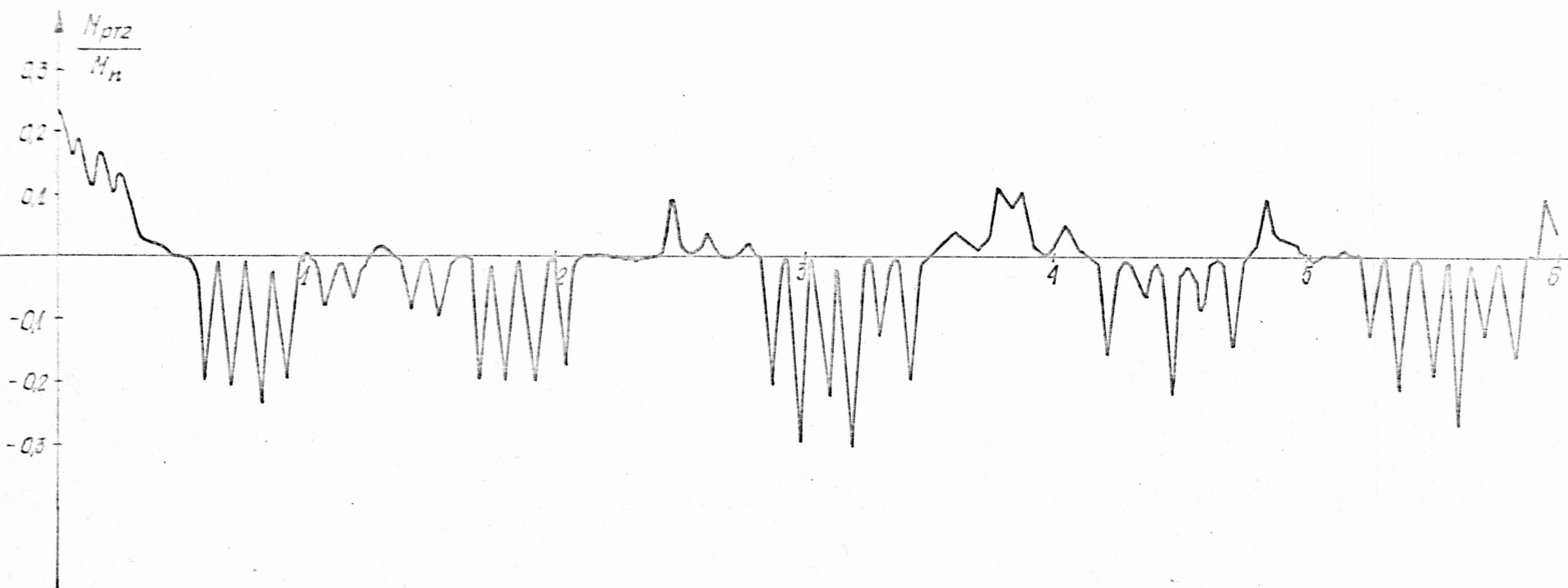
Taki przebieg momentu hamującego jest korzystny ze względu na żywotność elementów układu mechanicznego, szczególnie taśmy przenośnika. Bardzo szkodliwe i niebezpieczne ze względu na pracę układu napędowego są udary momentu powstające podczas skokowej zmiany rezystancji hamującej w obwodzie wirnika. Niedogodności te mogą być jednak w łatwy sposób usunięte przez zwiększenie liczby stopni hamowania. Podczas zastoju dziwania przenośnika obciążonego, kiedy czynne działanie transportowanego nosiwa może doprowadzić do znacznego zwiększenia prędkości przenośnika, ważny jest czas uzyskiwania przez układ własności hamujących.

Moment hamujący w tym wypadku powinien zrównoważyć czynny moment oporowy przenośnika i nadać masom przenośnika odpowiednią wartość opóźnienia. Za czas uzyskiwania przez układ własności hamujących można więc przyjąć odstęp czasu, po którym moment hamujący ma wartość większą od momentu oporowego przenośnika podczas pracy ustalonej.

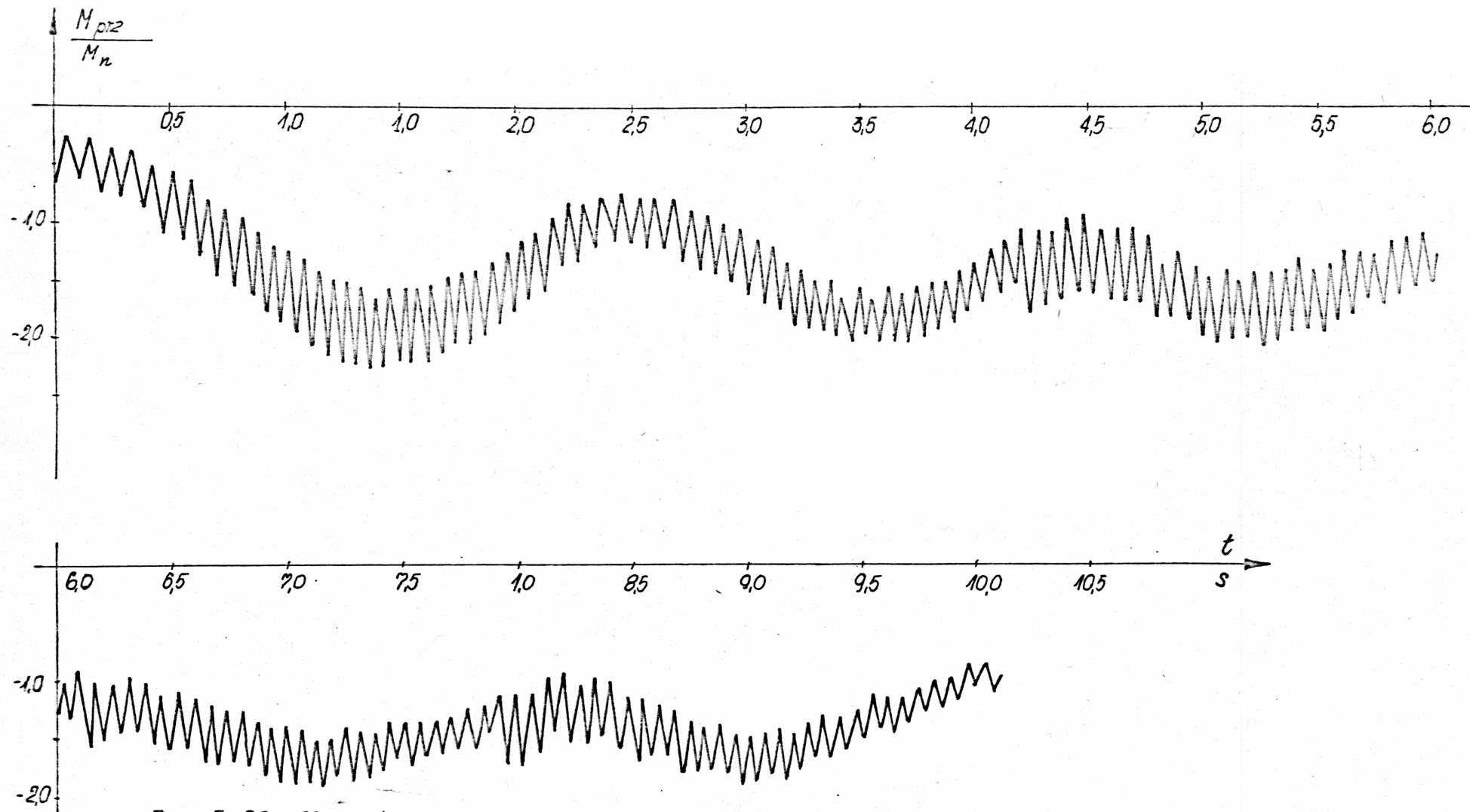
Zakładając, że podczas pracy ustalonej silniki napędowe były obciążone znamionowo, z rysunków 5.16 i 5.18 wynika, że uzyskanie przez układ własności hamujących (gdy $M_{eh} > M_n$) następuje po upływie około 0,5 sekundy.

Jak wynika z zależności (3.4) wartość momentu elektromagnetycznego silnika uwarunkowana jest między innymi wartością prądu w uzwojeniach stojana. Szybsze uzyskanie przez układ własności hamujących może więc być osiągnięte np. przez forsowanie prądu wzbudzenia w uzwojeniu stojana.

Na rysunkach 5.19 i 5.20 przedstawiono czasowe przebiegi momentu mechanicznego przenoszonych przez przekładnię podczas zatrzymywania przenośnika pustego i obciążonego.



Rys.5.19. Moment przenoszony przez przekładnię podczas hamowania prądem stałym (układ II) pustego przenośnika taśmowego



Rys.5.20. Moment przenoszony przez przekładnię podczas hamowania prądem stałym (układ II) obciążonego przenośnika taśmowego

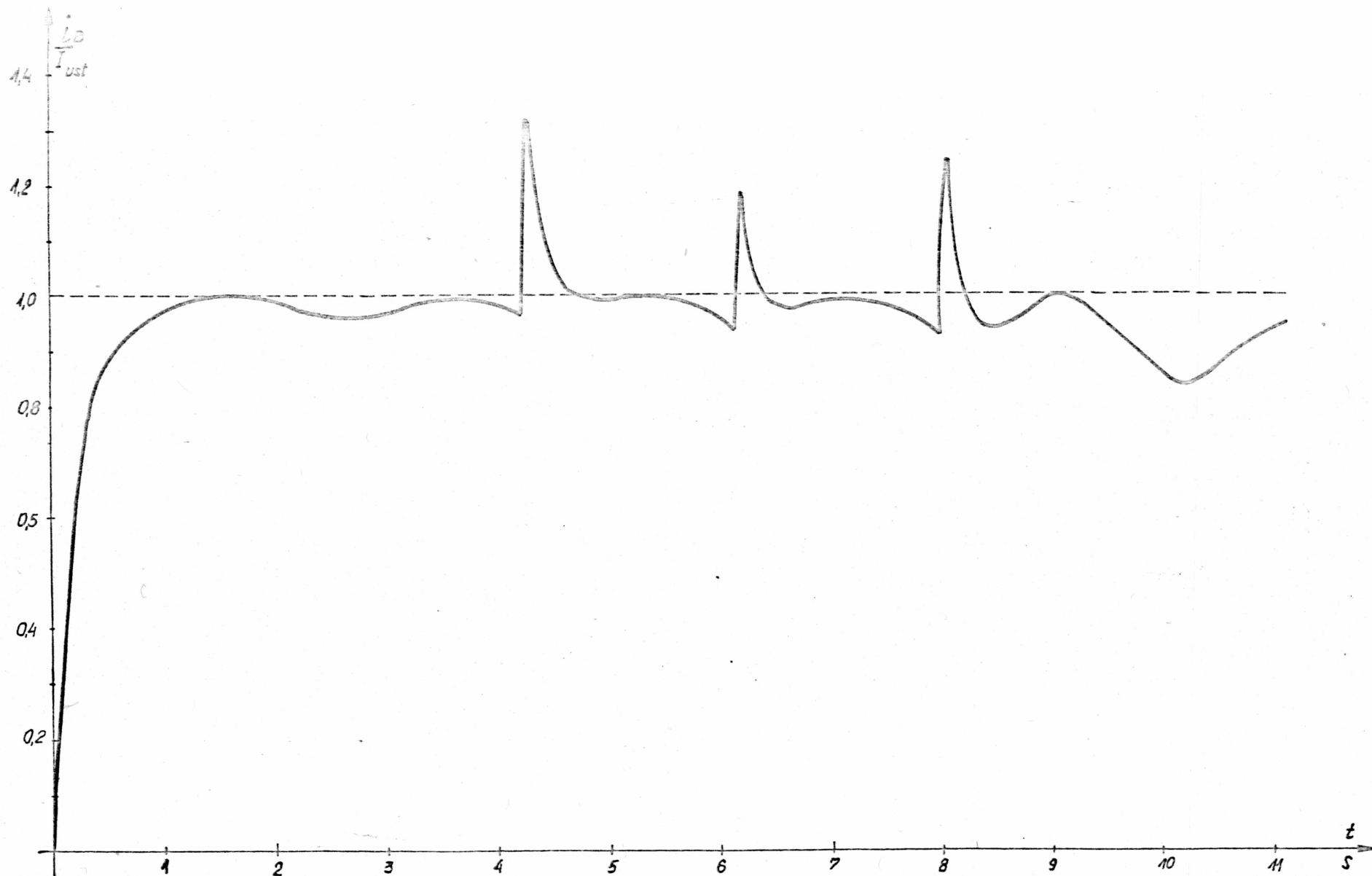
Podczas zatrzymywania obciążonego przenośnika moment ten ma charakter oscylacyjny i złożony jest z przebiegów o dużej częstotliwości oscylacji nałożonych na przebiegi o niskiej częstotliwości.

Przebiegi momentu o dużej częstotliwości oscylacji uwarunkowane są sztywnością połączeń silników i bębnow napędowych oraz wielkością występujących między nimi luzów, natomiast przebiegi o niskiej częstotliwości spowodowane są zjawiskami falowymi.

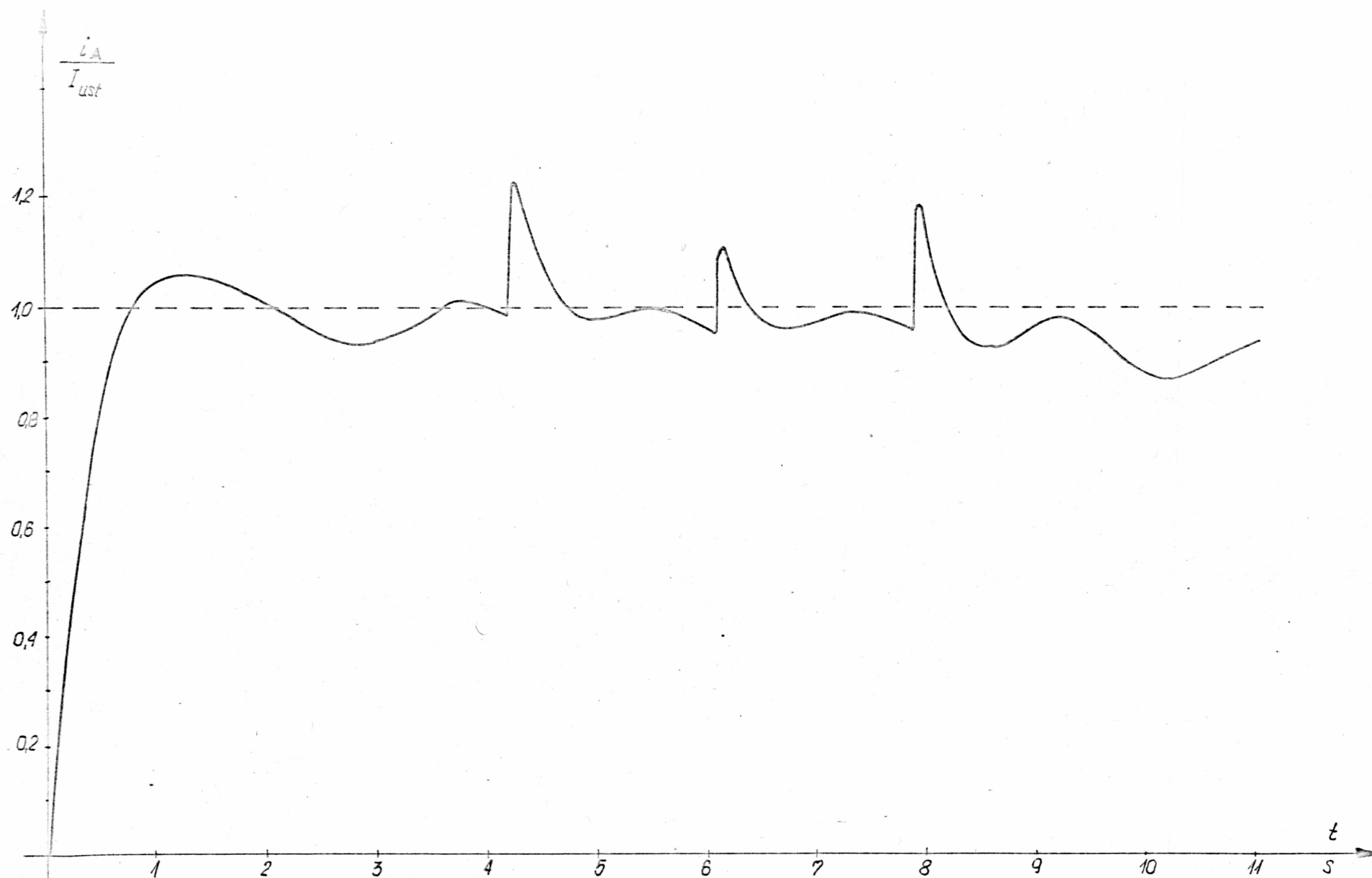
W przypadku zatrzymywania przenośnika pustego występują chwile czasowe, w których moment przenoszony przez przekładnię mechaniczną jest ujemny, dodatni lub równy zeru. Związane jest to z działaniem momentu hamującego wytwarzanego przez silniki napędowe oraz sił hamowania pochodzących od oporów ruchu. Jeżeli pod ich wpływem zatrzymywanie silników odbywa się z większym opóźnieniem niż zatrzymywanie bębna napędowego, to moment przenoszony przez przekładnię jest ujemny, a w wypadku przeciwnym jest momentem dodatnim. W przypadku, gdy pod wpływem momentu hamującego i oporów ruchu, zatrzymywanie silników i bębna napędowego odbywa się z tym samym opóźnieniem, to moment przenoszony przez przekładnię jest równy zeru.

5.4.4. Przebiegi czasowe prądów stojana podczas hamowania prądem stałym

Przebiegi czasowe prądu stojana podczas zatrzymywania obciążonego przenośnika przedstawiono na rysunkach 5.21 i



Rys.5.21. Przebieg czasowy prądu stojana podczas hamowania prądem stałym (układ I) obciążonego przenośnika taśmowego



Rys.5.22. Przebieg czasowy prądu stojana podczas hamowania prądem stałym (układ II) obciążonego przenośnika taśmowego

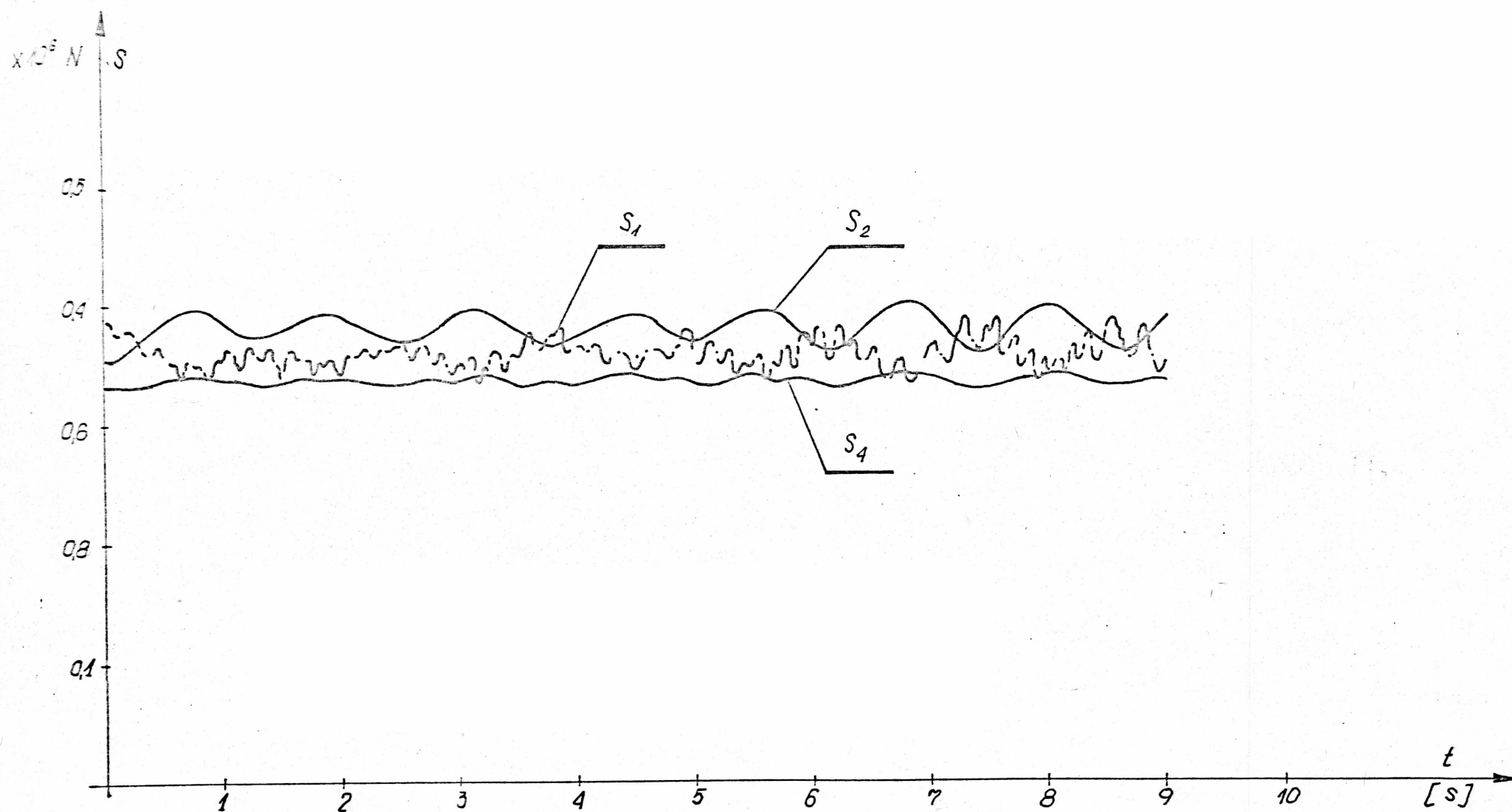
Podczas zatrzymywania przenośnika pustego otrzymano jakościowo podobne przebiegi. Rysunek 5.21 dotyczy hamowania w I, zaś rysunek 5.22 w II układzie połączeń uzwojenia stojana.

Po przyłączeniu stojana do źródła prądu stałego, prąd narasta stopniowo od zera do wartości ustalonej. W I układzie połączeń prąd ten nie przekracza wartości ustalonej, zaś w II układzie występują okresowe jego wahania wokół wartości ustalonej. Nie dotyczy to chwil czasowych, w których następują przełączenia rezystancji w obwodzie wirnika. Skokowe zmiany rezystancji powodują udary prądu o amplitudach przekraczających znacznie wartości ustalone.

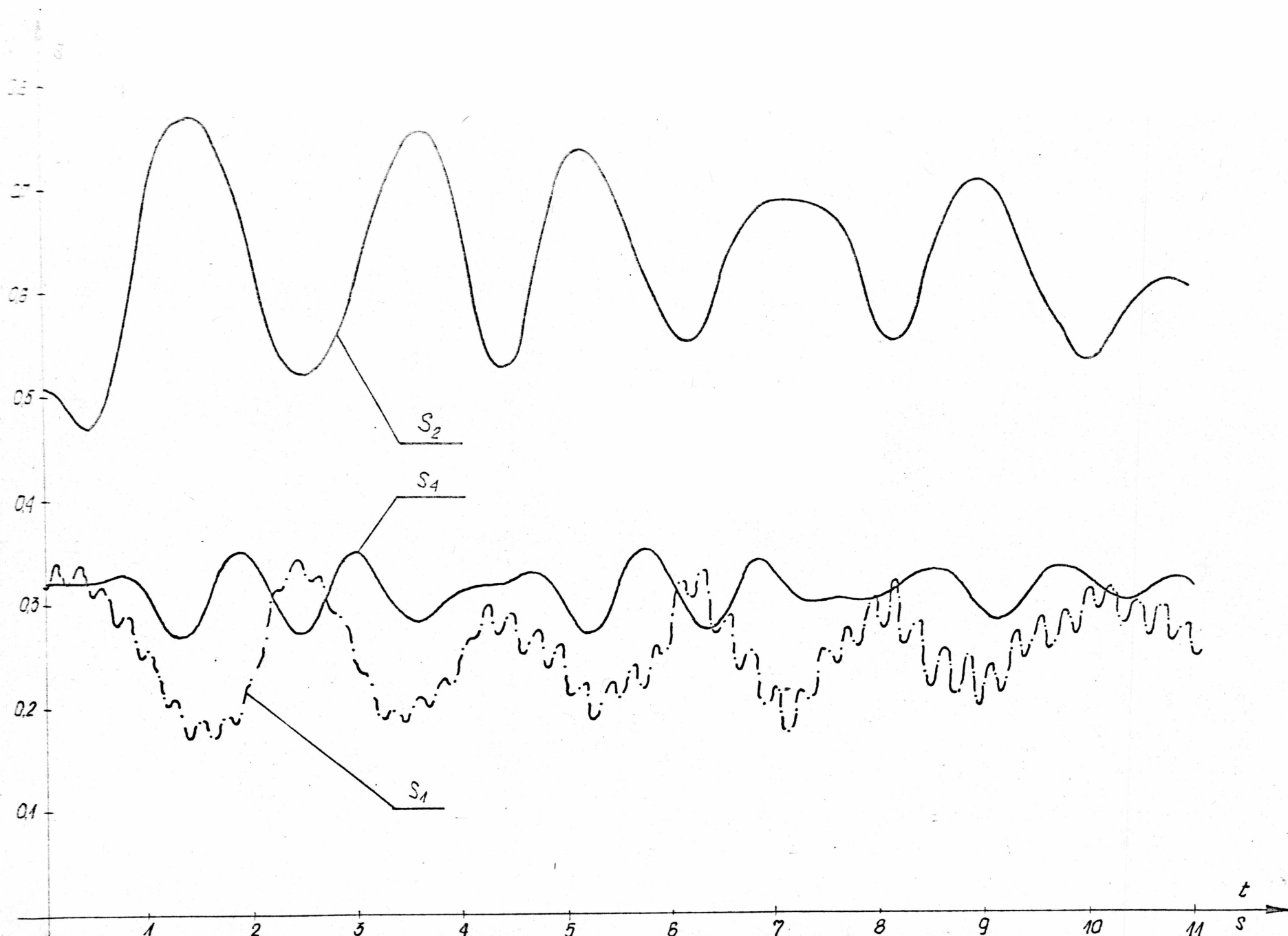
5.4.5. Przebiegi czasowe sił w taśmie podczas zatrzymywania przenośnika

Przeprowadzone obliczenia pozwoliły stwierdzić jakościowe podobieństwa przebiegów czasowych sił w taśmie podczas zatrzymywania przenośnika, niezależnie od układu połączeń uzwojenia stojana silników. Na rysunkach 5.23 i 5.24 przedstawiono czasowe przebiegi sił w taśmie podczas hamowania w II układzie połączeń uzwojenia stojana. Świadczą one o ruchu drgającym taśmy podczas zatrzymywania przenośnika. Drgania te są szczególnie intensywne podczas zatrzymywania przenośnika obciążonego. Pod ich wpływem następują kolejne obciążenia i odciążenia taśmy wpływające niekorzystnie na jej żywotność.

Podczas zatrzymywania przenośnika największym obciążeniom poddawana jest taśma w miejscu jej zbiegania z napędowego bębna zwrotnego. Maksymalne amplitudy siły S_2 w tym



Rys.5.23. Przebiegi czasowe sił w taśmie podczas hamowania prądem stałym (układ II) pustego przenośnika taśmowego: S_1 - siła w miejscu nabiegania taśmy na bęben zwrotny; S_2 - siła w miejscu zbiegania taśmy z bębna zwrotnego; S_4 - siła w miejscu nabiegania taśmy na bęben czołowy



Rys.5.24. Przebiegi czasowe sił w taśmie podczas hamowania prądem stałym (układ II) obciążonego przenośnika taśmowego: S_1 - siła w miejscu nabiegania taśmy na bęben zwrotny; S_2 - siła w miejscu zbiegania taśmy z bębna zwrotnego; S_4 - siła w miejscu nabiegania taśmy na bęben czołowy

punkcie podczas hamowania przenośnika obciążonego przekraczając znacznie wartości się w tym miejscu podczas pracy ustalonej.

5.4.6. Przebiegi czasowe przyspieszeń taśmy podczas zatrzymywania przenośnika

Przebiegi czasowe przyspieszeń taśmy w punktach charakterystycznych przenośnika podczas jego zatrzymywania przedstawiono na rysunkach 5-25.÷5.28.

Rysunki 5.25 i 5.26 obrazują przyspieszenia liniowe taśmy w miejscu jej nabiegania na bęben czołowy podczas hamowania przenośnika w II układzie połączeń uzwojenia stojana.

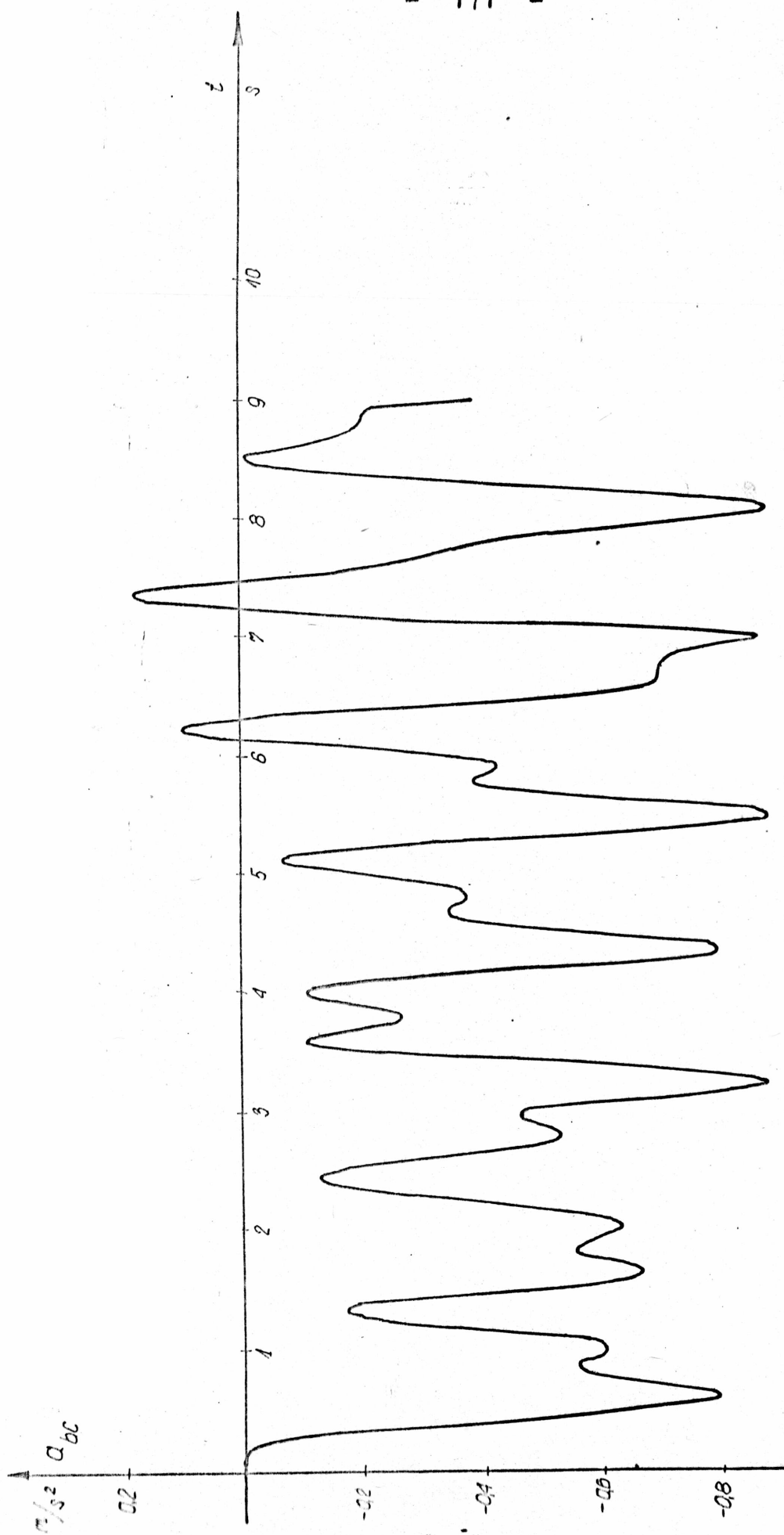
Obliczenia wykazały, że dla I układu połączeń przebieg czasowy przyspieszeń ma jakościowo podobny charakter jak w układzie II.

Przebieg czasowy przyspieszeń jest potwierdzeniem ruchu drgającego taśmy.

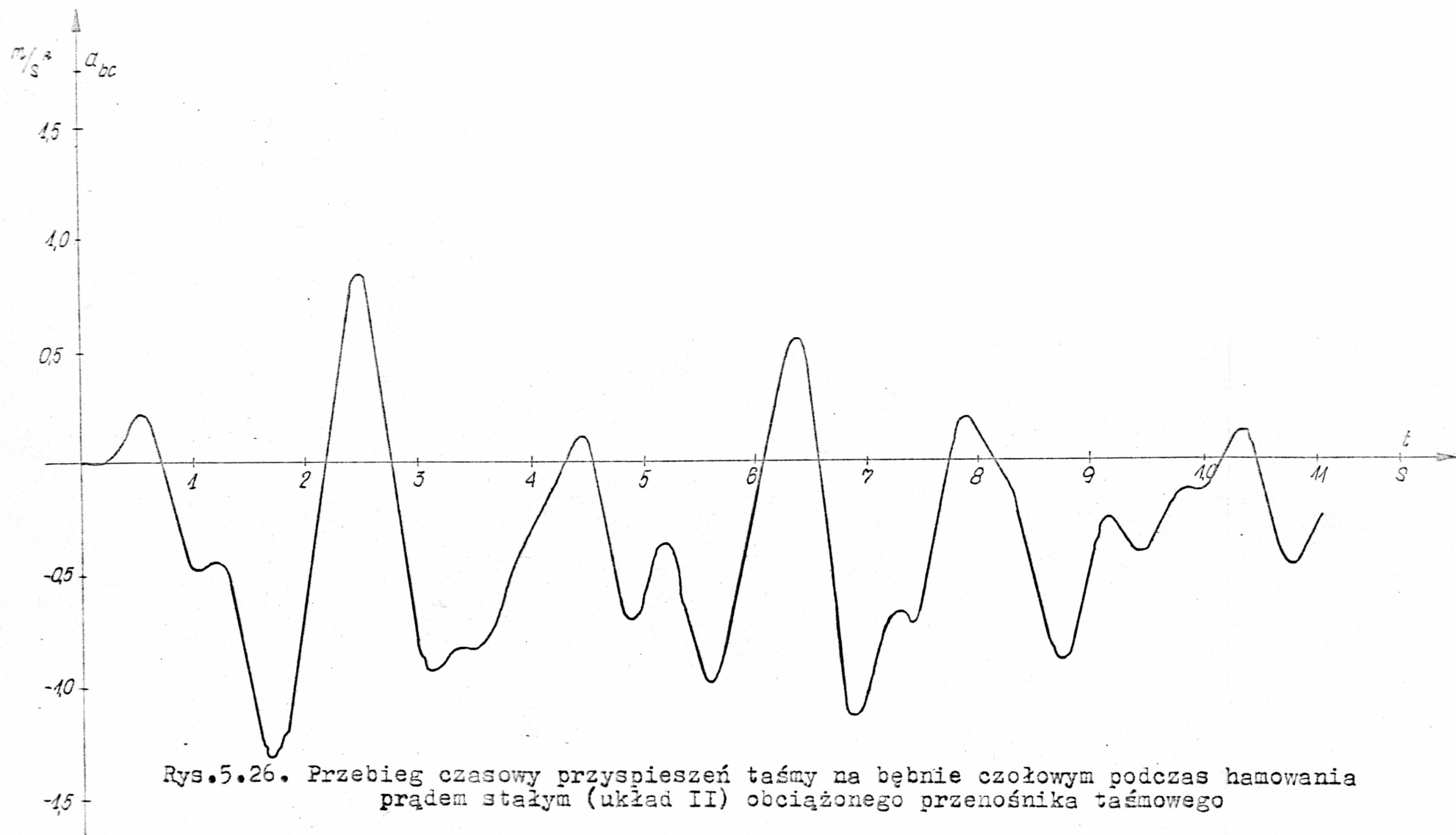
Odmienny charakter przyspieszeń, jakim poddawana jest taśma, występuje w miejscu jej zbiegania z napędowego bębna zwrotnego. Ilustrują to rysunki 5.27 i 5.28.

W miejscu tym taśma dodatkowo poddawana jest przyspieszeniom o dużej częstotliwości wynikających z drgań więzi sprężystych łączących silniki i bębny napędowe.

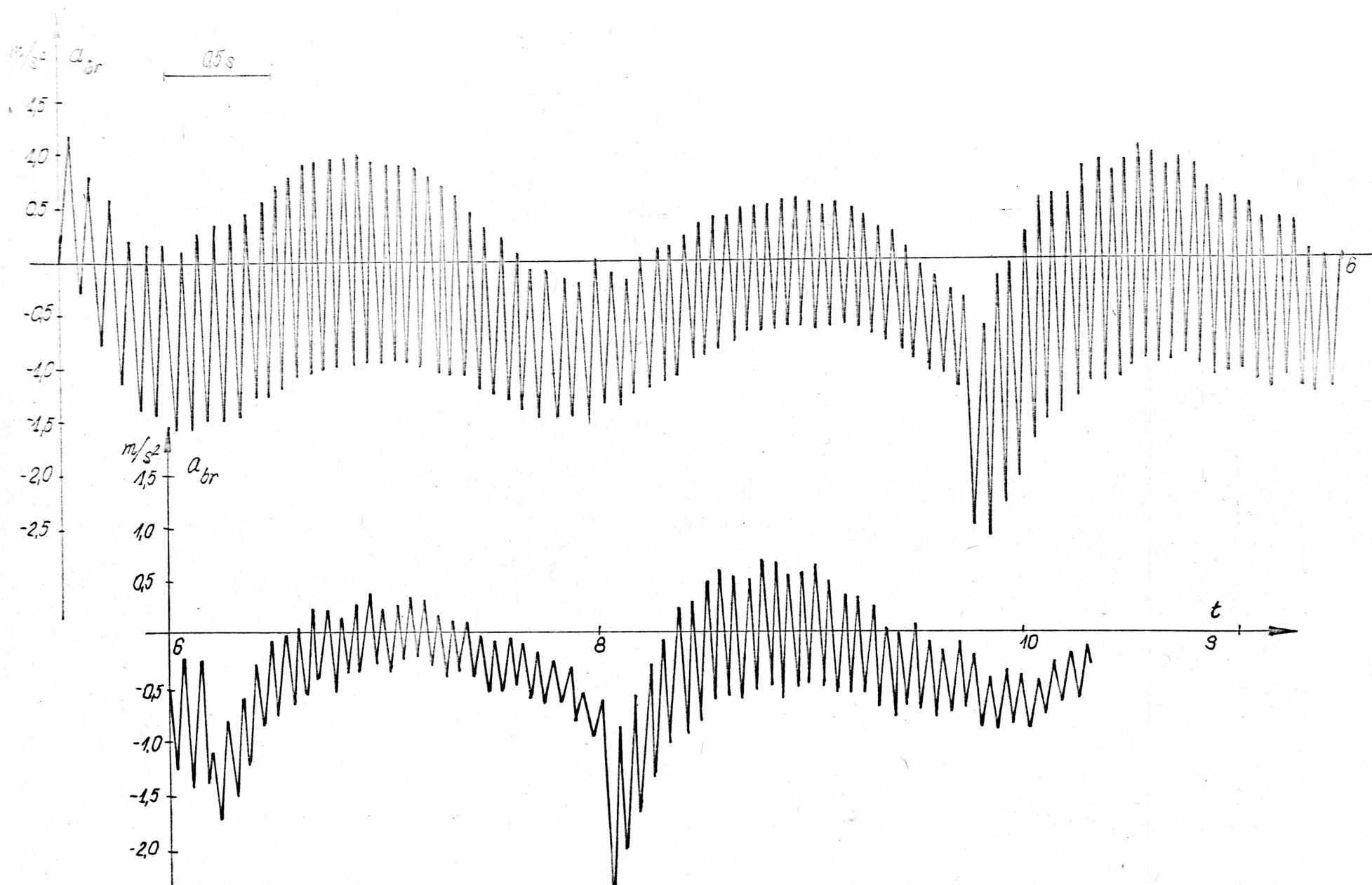
Zmienne przyspieszenia, jakim poddawana jest taśma, wpływają niekorzystnie na pracę przenośnika. Na bębnie zwrotnym może wystąpić utrata sprzężenia ciernego między taśmą a bębniem napędowym.



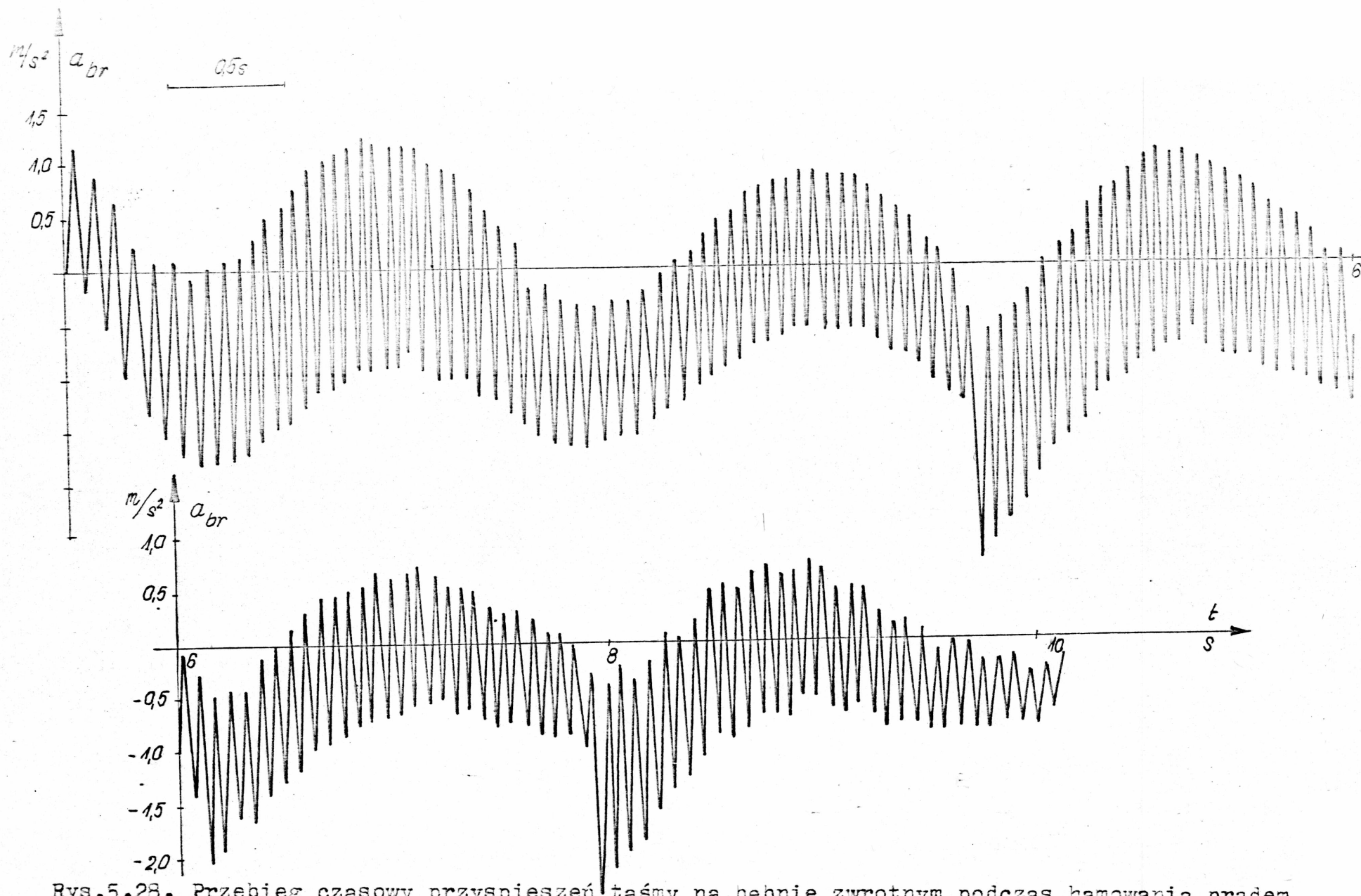
Rys. 5.25. Przebieg czasowy przyspieszeń taśmy na bębnie czołowym podczas hamowania prądu stałym (układ II) pustego przenośnika taśmowego



Rys.5.26. Przebieg czasowy przyspieszeń taśmy na bębnie czołowym podczas hamowania prądem stałym (układ II) obciążonego przenośnika taśmowego



Rys.5.27. Przebieg czasowy przyspieszeń taśmy na bębnie zwrotnym podczas hamowania prądem stałym (układ I) obciążonego przenośnika taśmowego



Rys.5.28. Przebieg czasowy przyspieszeń taśmy na bębnie zwrotnym podczas hamowania prądem stałym (układ II) obciążonego przenośnika taśmowego

W innych miejscach może wystąpić utrata przyczepności transportowanego nosiwa do taśmy, a jego niekontrolowany ruch może spowodować uszkodzenie elementów konstrukcji przenośnika.

6. WNIOSKI

Przeprowadzona analiza teoretyczna i badania symulacyjne pozwalają stwierdzić:

1. Najkorzystniejsze warunki pracy przenośnika taśmowego transportującego w dół o dużej wydajności i pochyleniu zapewnia napęd zwrotny. Takie usytuowanie napędu zapewnia poprawną pracę układu napędowego zarówno w stanach ustalonych, jak i nieustalonych.

2. W wielonapędowym, wielosilnikowym napędzie przenośnika z powodu sprężystych własności taśmy oraz odchyłek parametrów układu napędowego wystąpić może odbiegający od zakładanego przy projektowaniu nierównomierny podział obciążeń. Wyrównanie obciążeń uzyskać można drogą odpowiedniego doboru elementów układu napędowego lub przez kształtowanie charakterystyk mechanicznych silników napędowych.

3. Ze względu na szeroki zakres zmian momentu oporowego i momentów bezwładności przenośnika taśmowego o ujemnym kącie nachylenia w funkcji stopnia obciążenia, zatrzymywanie tego typu przenośników powinno odbywać się za pomocą regulowanego układu hamowania, umożliwiającego dostosowanie wartości momentu hamującego do chwilowego obciążenia przenośnika.

4. Regulację wartości momentu hamującego i kształtowanie jego przebiegu zapewnia hamowanie prądem stałym silników napędowych przenośnika. Ten sposób hamowania charakteryzuje się dobrymi własnościami statycznymi i dynamicznymi. Przebieg hamującego momentu elektromagnetycznego w funkcji czasu

ma charakter płynny. Momenty przejściowe generowane przez silniki podczas hamowania prądem stałym są szybko tłumione i albo nie zawierają składowych oscylacyjnych lub zawierają składowe oscylacyjne o częstotliwości odległej od częstotliwości drgań własnych taśmy i konstrukcji przenośnika. Wymienione względy uzasadniają szerokie możliwości zastosowania hamowania prądem stałym w układach napędowych przenośników.

5. Wykorzystanie zasady wariacyjnej Hamiltona zapewnia otrzymanie w sposób sformalizowany równań systemu elektromechanicznego przenośnika z uwzględnieniem struktury powiązań układów elektrycznych i mechanicznych. Uzyskane równania opisują całokształt stanów dynamicznych i statycznych systemu elektromechanicznego i stanowią podstawę do analizy teoretycznej i badań symulacyjnych.

6. Zjawiska występujące podczas rozruchu i zatrzymywania przenośnika mają charakter falowy. Są one przyczyną nierównomiernego narastania prędkości podczas rozruchu lub nierównomiernego zmniejszania się prędkości poszczególnych odcinków taśmy podczas zatrzymywania przenośnika. Charakter falowy zjawisk uwidacznia się również w przebiegach czasowych momentu elektromagnetycznego i prądów silników, momentu przenoszonego przez przekładnię, sił w taśmie oraz przyspieszeń taśmy.

Podczas ruchu obciążonego przenośnika, transportującego w dół, zjawiska falowe ujawniają się w większym stopniu niż przenośnika pustego.

LITERATURA

- [1] Antoniewicz J., Tablice funkcji dla inżynierów, PWN, Warszawa 1969.
- [2] Biličenko N.J., Eksploatacionnyje režimy lentočnych konveerov, Izdatielstvo Techničeskoj Literatury USSR, Kijev, 1964.
- [3] Bishop R.E.D., Gladwell G.M.L., Michaelson: Macierzowa analiza drgań, WNT, Warszawa 1972.
- [4] ✓ Bogusz W., Drgania mechaniczne, Skrypt AGH, Kraków 1974.
- [5] Boroch H., Teoretyczne podstawy dynamiki taśm przenośnikowych, Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Polit. Wrocław., Nr 24, Seria: Monografie Nr 9, 1978.
- [6] Demidowicz B.P., Maron I.A., Szuwałowa E.Z., Metody numeryczne, cz. II, PWN, Warszawa 1965.
- [7] Funke H., Zum dynamischen Verhalten von Förderbandanlagen beim Anfahren und Stillsetzen unter Berücksichtigung der Bewegungswiderstände, Dissertation, Hannover: Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität, 1973.
- [8] Gelfand I.M., Fomin S.W., Rachunek wariacyjny, PWN, Warszawa 1979.
- [9] Gerodes G., Steuerung und Regelung des elektrischen Antriebs in langen Stetigbandförderern beim Anlauf, Elektr. H. 9, 1976, s. 475-478.
- [10] Gładysiewicz L., Osieka G., Szymański J., Własności udarowe taśm przenośnikowych, Górnictwo Odkrywkowe, Nr 12, 1977, s. 353-358.

- [11] Grimmer K.J., Thormann D., Der Schlupf zwischen Antriebstrommel und Fördergurt, Fördern und Heben, H. 12, 1967, s. 845-852.
- [12] Hager M., Gurttechnische Merkmale der diagonalen Bandanlage im Tagebau Frechen, Braunkohle, H. 1/2, 1974, s. 23-27.
- [13] Haneklaus E., Der Asynchronmotor als Antrieb an der abwärts fördernden Bandstrasse, Braunkohle, H. 12, 1964, s. 518-523.
- [14] Haneklaus E., Lueg U., Elektrotechnische Ausrüstung des Tagebaus Fortuna, Braunkohle, H. 9, 1977, s. 380-385.
- [15] Hat Z., Hamulce szczękowe w przenośnikach taśmowych. Górnictwo Odkrywkowe, Nr 4, 1971, s. 351-354.
- [16] Jabłoński R., Reologiczny liniowy model standardowy taśm przenośnikowych, Prace Naukowe Instytutu Górnictwa Polit. Wrock., Nr 30, Seria: Konferencje, Nr 4, s. 26-37.
- [17] Joshi P.R., Dubey G.K., Optimum DC dynamic braking control of an induction motor using thyristor chopper controlled resistance. IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation, Vol. IECI-21, No 2, May 1974, s. 60-65.
- [18] ✓ Jurlewicz W., Ocena drgań konstrukcji nośnej przenośników taśmowych, Zeszyty Problemowe COBPGO "Poltegor", Nr 37, 1967.
- [19] Karbe E., Maschinentechnische Merkmale der Diagonalbandanlage Tagebau Frechen, Braunkohle, H. 1/2, s. 18-23.

- [201] ✓ Karolewski B., Matematyczny model układu napędowego przenośnika taśmowego. Praca doktorska, Politechnika Wrocławska, 1977.
- [21] Kędzior W., Pieńkowski K., Ziaja E., Hamowanie przenośników taśmowych - analiza i wybór koncepcji rozwiązania. Raport Inst. Ukł. Elektromasz. PWr Nr 233, Wrocław 1977 - praca nie publikowana.
- [22] Kędzior W., Muchorowski J., Pieńkowski K., Opracowanie zasad doboru i obliczania układów napędowych przenośników opadających. Przygotowanie założeń i danych do projektu wstępnego. SPR Nr 22 Inst. Ukł. Elektromasz. PWr, Wrocław 1979 - praca nie publikowana.
- [23] Kędzior W., Pieńkowski K., Stany dynamiczne maszyny indukcyjnej przy hamowaniu prądem stałym, Raport z serii PRE Nr 64, Inst. Ukł. Elektromasz. PWr - praca przekazana do druku.
- [24] Kędzior W., Muchorowski J., Pieńkowski K., Statyczne charakterystyki mechaniczne silników indukcyjnych pierścieniowych przy hamowaniu dynamicznym prądem stałym, Raport z serii PRE Nr 80, Inst. Ukł. Elektromasz. PWr - praca przekazana do druku.
- [25] Koczara W., Patejuk M., Hamowanie prądem stałym silnika asynchronicznego pierścieniowego z kaskadą zaworową. Przegląd Elektrotechniczny, Nr 4, 1975, s. 155-157.
- [26] Koczara W., Kaskadowe układy napędowe z przekształtnikami tyrystorowymi, WNT, Warszawa 1978.
- [27] ✓ Kubiczek T., Antos C., Czubak A., Jabłoński R., Siedlar A., Badania nad współczynnikiem tarcia pomiędzy

- taśmą gumową a bębniem napędowym przenośnika. Węgiel Brunatny, Nr 1, 1968, s. 46-54.
- [28] Lange H., Lastverteilung bei Zweitrommelantrieben, Fördern und Heben, H. 9, 1964, s. 677-679.
- [29] Maciejowski J., Analiza hamowania przenośnika $B = 1600 \text{ mm}$, $v = 4,19 \text{ m/s}$ na pochylni V w KWB Turów. Opracowanie Zakładów Naukowo-Badawczych COBPGO "Poltegor" - praca nie publikowana.
- [30] Mašin O., Mehrtrommel - Bandantriebe. Vermeiden ungleichmässiger Belastungen an Antrieben vor Gurtförderanlagen, Fördern und Heben, H. 11, 1973, s. 615-619.
- [31] Mašin O., Die Lösung des Anlaufes von Gurtbandförderern mit Zweitrommelantrieb und hydrodynamischen Anlaufkupplungen, Neue Bergbautechnik, H. 9, 1972, s. 703-710.
- [32] Miazga B., Wielosilnikowe napędy przenośników taśmowych, Prace Naukowe Instytutu Układów Elektromaszynowych Politechniki Wrocławskiej Nr 3, Seria Monografie, Nr 1, Wrocław 1969.
- [33] Muchorowski J., Pienkowski K., Hamowanie prądem stałym silnika asynchronicznego pierścieniowego z modulatorem rezystancji w obwodzie wirnika. Prace Naukowe Inst. Ukł. Elektromasz. PWr, Nr 31, Studia i Materiały. Nr 15, 1979, s. 49-62.
- [34] Nessel H., Procesy przejściowej w wielosilnikowym asynchronicznym napędzie elektrycznym. Praca doktorska, Politechnika Wrocławska, 1975.

- [35] Oehmen H., Hohmann R., Untersuchungen zur Kraftübertragung zwischen Antriebstrommel und Stahlseilgurt. Braunkohle, Wärme und Energie, H. 6, Juni 1976, s. 214-223.
- [36] Orłowska-Kowalska T., Analiza układu napędowego dużych przenośników taśmowych z silnikami asynchronicznymi o obniżonej częstotliwości. Praca doktorska, Politechnika Wrocławska, 1976.
- [37] ✓ Pankratov S.A., Dynamika mašin dla odkrytych gornych i zemlanych rabot. Mašinostrojenie, Moskva, 1967.
- [38] Pieńkowski K., Opory ruchu i charakterystyka mechaniczna przenośników taśmowych transportujących w dół. Komunikat Inst. Ukł. Elektromasz. PWr Nr 150, Wrocław 1978 - praca nie publikowana.
- [39] ✓ Puchała A., Dynamika maszyn i układów elektromechanicznych, PWN, Warszawa 1977.
- [40] Rubinowicz W., Królikowski W., Mechanika teoretyczna, PWN, Warszawa 1967.
- [41] Sieber H., Elektrische Ausrüstung der 3-m-Bandanlagen im Tagebau Fortuna, Braunkohle, H. 3, s. 57-61.
- [42] Szmelter J., Metody komputerowe w mechanice, PWN, Warszawa 1980.
- [43] ✓ Ściegosz W., Obliczenia podstawowe przenośników taśmowych. Zeszyty Problemowe COBPGO "Poltegor" Nr 43, Wrocław 1972.
- [44] Tichonow A.N., Samarski A.A., Równania fizyki matematycznej, PWN, Warszawa 1963.
- [45] ✓ White D.C., Woodson H.H., Electromechanical energy conversion, New York, J. Wiley, 1959.

- [46] Weis G., Umstellung der Stromversorgung und Anpassung der elektrischen Bandausrüstung an die Diagonale, Braunkohle, H. 1/2, 1974, s. 27-33.
- [47] Wojnicki R., Sikora S., Analiza modelowa dynamiki przenośnika taśmowego, Zeszyty specjalne COBPGO "Poltegor", Nr 58, 1972, s. 69-78.
- [48] ✓ Zeszyty WZE Elwro - FORTRAN - Biblioteka podprogramów Z. 3.
- [49] ✓ Żur T., Transport taśmowy w kopalniach odkrywkowych, cz. I., "Śląsk", Katowice, 1966.

ZAŁĄCZNIK I

Wyznaczenie rzeczywistego rozdziału obciążeń między bębny i silniki w dwubębnowym napędzie zwrotnym przenośnika

Całkowita siła obwodowa F_u przekazywana od układu napędowego do taśmy i pokonująca opory ruchu przenośnika W_u równa jest sumie sił obwodowych przenoszonych na każdym z bębnow napędowych:

$$F_u = W_u = F_I + F_{II} , \quad (I-1)$$

gdzie: F_I, F_{II} - odpowiednio siła obwodowa przenoszona przez bęben I i II.

Momenty przenoszone przez bębny napędowe wynoszą odpowiednio

$$M_I = F_I \frac{D_I}{2} , \quad (I-2a)$$

$$M_{II} = F_{II} \frac{D_{II}}{2} . \quad (I-2b)$$

Momenty przenoszone przez każdy z bębnow napędowych są sumą odpowiednich momentów przekazywanych przez silniki zainstalowane na danym bębnie. Dla przypadku napędu 2-bębnowego, 4-silnikowego (rys. 2.12):

$$M_I = M_{IA} + M_{IB} , \quad (I-3a)$$

$$M_{II} = M_{IIC} + M_{IID} , \quad (I-3b)$$

gdzie: M_{IA}, M_{IB} - momenty przekazywane na bęben I przez silniki A i B,

M_{IIC}, M_{IID} - momenty przekazywane na bęben II przez silniki C i D.

W zakresie rozpatrywanych poślizgów charakterystykę mechaniczną silnika można przedstawić w postaci zlinearyzowanej

$$M_e = M_e(s) = \frac{M_n}{s_n} s = A_s s \quad \text{dla } s \geq 0 \quad (\text{I-4a})$$

$$M_e = M_e(s) = \frac{M_n}{s_{ng}} s = A_g s \quad \text{dla } s \leq 0 \quad (\text{I-4b})$$

gdzie: M_n - moment znamionowy silnika,

s - poślizg,

s_n, s_{ng} - odpowiednio poślizg znamionowy silnika przy pracy silnikowej i generatorowej,

A_s, A_g - sztywność charakterystyki mechanicznej silnika przy pracy silnikowej i generatorowej.

Przy analizie rozkładu obciążeń między poszczególne bębny napędowe należy uwzględnić następujące możliwości przeniesienia przez bębny sił obwodowych:

$$\text{I} \quad - \quad F_I < 0, \quad F_{II} < 0;$$

$$\text{II} \quad - \quad F_I > 0, \quad F_{II} > 0;$$

$$\text{III} \quad - \quad F_I < 0, \quad F_{II} > 0;$$

$$\text{IV} \quad - \quad F_I > 0, \quad F_{II} < 0.$$

W każdym z wymienionych wyżej przypadków mamy do czynienia z różnymi kierunkami przepływu energii, odmiennym charakterem pracy silników napędowych oraz różnymi zwrotami prędkości pełzania taśmy.

I. Praca generatorowa silników na bębnie I i II -

$$- \quad F_I < 0, \quad F_{II} < 0:$$

Przy uwzględnieniu (I-4b) momenty przekazywane na bębny przez silniki napędowe wynoszą:

$$M_{IA} = M_A \frac{i_{pA}}{\eta_A} = A_{gA} \frac{i_{pA}}{\eta_A} s_A , \quad (I-5a)$$

$$M_{IB} = M_B \frac{i_{pB}}{\eta_B} = A_{gB} \frac{i_{pB}}{\eta_B} s_B , \quad (I-5b)$$

$$M_{IC} = M_C \frac{i_{pC}}{\eta_C} = A_{gC} \frac{i_{pC}}{\eta_C} s_C , \quad (I-5c)$$

$$M_{ID} = M_D \frac{i_{pD}}{\eta_D} = A_{gD} \frac{i_{pD}}{\eta_D} s_D , \quad (I-5d)$$

gdzie: M_A, M_B, M_C, M_D - moment na wale silnika A, B, C, D,
 $\eta_A, \eta_B, \eta_C, \eta_D$ - sprawność przekładni sprzężonej z silnikiem A, B, C, D,

$i_{pA}, i_{pB}, i_{pC}, i_{pD}$ - przełożenie przekładni sprzężonej z silnikiem A, B, C, D,

$A_{gA}, A_{gB}, A_{gC}, A_{gD}$ - sztywność charakterystyki mechanicznej przy pracy generatorowej silnika A, B, C, D,

s_A, s_B, s_C, s_D - poślizg silnika A, B, C, D.

Wartości poślizgów wynoszą:

$$s_A = 1 - \frac{\omega_I}{\omega_S} i_{pA} , \quad (I-6a)$$

$$s_B = 1 - \frac{\omega_I}{\omega_S} i_{pB} , \quad (I-6b)$$

$$s_C = 1 - \frac{\omega_{II}}{\omega_S} i_{pC} , \quad (I-6c)$$

$$s_D = 1 - \frac{\omega_{II}}{\omega_S} i_{pD} , \quad (I-6d)$$

gdzie: ω_s - synchroniczna prędkość kątowna silników,

ω_I, ω_{II} - prędkość kątowna bębna napędowego I i II,

Po wstawieniu zależności (I-5), (I-6) do (I-3) otrzymujemy:

$$M_I = A_{gA} \frac{i_{pA}}{r_A} + A_{gB} \frac{i_{pB}}{r_B} - \frac{\omega_I}{\omega_s} (A_{gA} \frac{i_{pA}^2}{r_A} + A_{gB} \frac{i_{pB}^2}{r_B}) , \quad (I-7a)$$

$$M_{II} = A_{gC} \frac{i_{pC}}{r_C} + A_{gD} \frac{i_{pD}}{r_D} - \frac{\omega_{II}}{\omega_s} (A_{gC} \frac{i_{pC}^2}{r_C} + A_{gD} \frac{i_{pD}^2}{r_D}) . \quad (I-7b)$$

Po wyznaczeniu z (I-7a) prędkości ω_I , a z (I-7b) ω_{II} , otrzymuje się:

$$\frac{\omega_I}{\omega_{II}} = \frac{A_{gC} \frac{i_{pC}^2}{r_C} + A_{gD} \frac{i_{pD}^2}{r_D}}{A_{gA} \frac{i_{pA}^2}{r_A} + A_{gB} \frac{i_{pB}^2}{r_B}} \cdot \frac{A_{gA} \frac{i_{pA}}{r_A} + A_{gB} \frac{i_{pB}}{r_B} - M_I}{A_{gC} \frac{i_{pC}}{r_C} + A_{gD} \frac{i_{pD}}{r_D} - M_{II}} . \quad (I-8)$$

Przy przenoszeniu przez bębny I i II momentów hamujących łuk spoczynkowy zawiera się w obszarach zbiegania taśmy z bębnow i w tym zakresie prędkości liniowe taśmy równe są prędkości obwodowej bębnow napędowych.

Po uwzględnieniu oznaczeń z rysunku 2.12 i zależności (2.20):

$$v_2 = v_1 + v_{spI} = v_1 - v_1 \frac{F_I}{B_t E_1} = v_1 (1 - \frac{F_I}{B_t E_1}) . \quad (I-9)$$

Stąd:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{1 - \frac{F_I}{B_t E_1}} \quad (I-10)$$

Z drugiej strony:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{D_I}{D_{II}} \cdot \frac{\omega_I}{\omega_{II}} . \quad (I-11)$$

Po podstawieniu (I-10) do (I-11) i uwzględnieniu (I-8), (I-1), (I-2) otrzymuje się układ równań pozwalający na wyznaczenie sił obwodowych F_I i F_{II} przenoszonych przez każdy z bębnow napędowych:

$$1 - \frac{1}{B_t E_1} F_I = \frac{D_{II}}{D_I} \cdot \frac{A_{gA} \frac{i_{pA}^2}{\eta_A} + A_{gB} \frac{i_{pB}^2}{\eta_B}}{A_{gC} \frac{i_{pC}^2}{\eta_C} + A_{gD} \frac{i_{pD}^2}{\eta_D}} \cdot \frac{A_{gC} \frac{i_{pC}}{\eta_C} + A_{gD} \frac{i_{pD}}{\eta_D} - \frac{D_{II}}{2} F_{II}}{A_{gA} \frac{i_{pA}}{\eta_A} + A_{gB} \frac{i_{pB}}{\eta_B} - \frac{D_I}{2} F_I} \quad (I-12a)$$

$$F_u = F_I + F_{II} \quad (I-12b)$$

Po wprowadzeniu oznaczeń:

$$a = \frac{1}{B_t E_1}, \quad (I-13a)$$

$$b_1 = \frac{D_{II}}{D_I} \cdot \frac{A_{gA} \frac{i_{pA}^2}{\eta_A} + A_{gB} \frac{i_{pB}^2}{\eta_B}}{A_{gC} \frac{i_{pC}^2}{\eta_C} + A_{gD} \frac{i_{pD}^2}{\eta_D}}, \quad (I-13b)$$

$$c_1 = A_{gA} \frac{i_{pA}}{\eta_A} + A_{gB} \frac{i_{pB}}{\eta_B}, \quad (I-13c)$$

$$d_1 = A_{gC} \frac{i_{pC}}{\eta_C} + A_{gD} \frac{i_{pD}}{\eta_D}, \quad (I-13d)$$

oraz dokonaniu pewnych uproszczeń, z rozwiązania układu równań (I-12) otrzymuje się:

$$F_I = \frac{b_1 \frac{D_{II}}{2} F_u + d_1 - b_1 c_1}{ad_1 + b_1 \frac{D_{II}}{2} + \frac{D_I}{2}}, \quad (I-14a)$$

$$F_{II} = \frac{(ad_1 + \frac{D_I}{2})F_u - d_1 + b_1 c_1}{ad_1 + b_1 \frac{D_{II}}{2} + \frac{D_I}{2}}. \quad (I-14b)$$

Stąd momenty przenoszone przez każdy z bębnow napędowych:

$$M_I = F_I \frac{D_I}{2} = \frac{D_I}{2} \cdot \frac{b_1 \frac{D_{II}}{2} F_u + d_1 - b_1 c_1}{ad_1 + b_1 \frac{D_{II}}{2} + \frac{D_I}{2}}, \quad (I-15a)$$

$$M_{II} = F_{II} \frac{D_{II}}{2} = \frac{D_{II}}{2} \cdot \frac{(ad_1 + \frac{D_I}{2})F_u - d_1 + b_1 c_1}{ad_1 + b_1 \frac{D_{II}}{2} + \frac{D_I}{2}}, \quad (I-15b)$$

oraz ich stosunek

$$\frac{M_I}{M_{II}} = \frac{D_I}{D_{II}} \cdot \frac{b_1 \frac{D_{II}}{2} F_u + d_1 - b_1 c_1}{(ad_1 + \frac{D_I}{2})F_u - d_1 + b_1 c_1}. \quad (I-16)$$

Znając, na podstawie (I-15), wartości momentów przenoszonych przez każdy z bębnow napędowych, określić można momenty obciążenia silników sprzężonych z danym bębniem napędowym.

Z (I-5) i (I-6):

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{A_{gA}}{A_{gB}} \cdot \frac{s_A}{s_B} = \frac{A_{gA}}{A_{gB}} \cdot \frac{1 - \frac{\omega_I}{\omega_s} i_{pA}}{1 - \frac{\omega_I}{\omega_s} i_{pB}}. \quad (I-17)$$

Po wstawieniu do (I-17) wartości ω_I/ω_s wynikającej z równania (I-7) otrzymuje się rozdział obciążeń między silniki zainstalowane na bębnie I:

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{A_{gA}}{A_{gB}} \cdot \frac{i_{pA} M_I - A_{gB} \frac{i_{pB}}{\eta_B} (i_{pA} - i_{pB})}{i_{pB} M_I + A_{gA} \frac{i_{pA}}{\eta_A} (i_{pA} - i_{pB})}. \quad (I-18)$$

W podobny sposób otrzymuje się rozdział obciążeń między silniki zainstalowane na bębnie II.

II. Praca silnikowa silników na bębnie I i II -

$$- F_I > 0, F_{II} > 0:$$

Przy uwzględnieniu (I-4a) momenty przekazywane na bębny przez silniki napędowe wynoszą:

$$M_{IA} = M_A \eta_A s_A = A_{SA} i_{pA} \eta_A s_A, \quad (I-19a)$$

$$M_{IB} = M_B \eta_B s_B = A_{SB} i_{pB} \eta_B s_B, \quad (I-19b)$$

$$M_{IIC} = M_C \eta_C s_C = A_{SC} i_{pC} \eta_C s_C, \quad (I-19c)$$

$$M_{IID} = M_D \eta_D s_D = A_{SD} i_{pD} \eta_D s_D, \quad (I-19d)$$

gdzie: $A_{SA}, A_{SB}, A_{SC}, A_{SD}$ - odpowiednio sztywność charakterystyki mechanicznej podczas pracy silnikowej silnika A, B, C, D,

Drogą analogicznego postępowania, jak w poprzednim przypadku, otrzymuje się:

$$\frac{\omega_I}{\omega_{II}} = \frac{A_{SC} i_{pC}^2 \eta_C + A_{SD} i_{pD}^2 \eta_D}{A_{SA} i_{pA}^2 \eta_A + A_{SB} i_{pB}^2 \eta_B} \cdot \frac{A_{SA} i_{pA} \eta_A + A_{SB} i_{pB} \eta_B - M_I}{A_{SC} i_{pC} \eta_C + A_{SD} i_{pD} \eta_D - M_{II}}. \quad (I-20)$$

Przy uwzględnieniu zwrotu prędkości poślizgu sprężystego i oznaczeń z rysunku 2.12:

$$v_2 = v_3 + v_{spII} = v_3 \left(1 - \frac{F_{II}}{B_t E_1}\right). \quad (I-21)$$

Stąd:

$$\frac{v_2}{v_3} = 1 - \frac{F_{II}}{B_t E_1} = \frac{D_I}{D_{II}} \frac{\omega_I}{\omega_{II}}. \quad (I-22)$$

Układ równań pozwalający wyznaczyć siły obwodowe przekazywane przez poszczególne bębny napędowe ma postać:

$$1 - \frac{1}{B_t E_1} F_{II} = \frac{D_I}{D_{II}} \cdot \frac{A_{SC} i_{pC}^2 \gamma_C + A_{SD} i_{pD}^2 \gamma_D}{A_{SA} i_{pA}^2 \gamma_A + A_{SB} i_{pB}^2 \gamma_B} \cdot$$

$$\cdot \frac{A_{SA} i_{pA} \gamma_A + A_{SB} i_{pB} \gamma_B - \frac{D_I}{2} F_I}{A_{SC} i_{pC} \gamma_C + A_{SD} i_{pD} \gamma_D - \frac{D_{II}}{2} F_{II}} \quad (I-23a)$$

$$F_u = F_I + F_{II} \quad (I-23b)$$

Po wprowadzeniu oznaczeń:

$$b_2 = \frac{D_I}{D_{II}} \cdot \frac{A_{SC} i_{pC}^2 \gamma_C + A_{SD} i_{pD}^2 \gamma_D}{A_{SA} i_{pA}^2 \gamma_A + A_{SB} i_{pB}^2 \gamma_B}, \quad (I-24a)$$

$$c_2 = A_{SA} i_{pA} \gamma_A + A_{SB} i_{pB} \gamma_B, \quad (I-24b)$$

$$d_2 = A_{SC} i_{pC} \gamma_C + A_{SD} i_{pD} \gamma_D, \quad (I-24c)$$

z rozwiązania układu (I-23) otrzymuje się momenty przenoszone przez każdy z bębnow napędowych oraz ich wzajemny stosunek:

$$M_I = F_I \frac{D_I}{2} = \frac{D_I}{2} \cdot \frac{(ad_2 + \frac{D_{II}}{2})F_u - d_2 + b_2 c_2}{ad_2 + b_2 \frac{D_I}{2} + \frac{D_{II}}{2}}, \quad (I-25a)$$

$$M_{II} = F_{II} \frac{D_{II}}{2} = \frac{D_{II}}{2} \cdot \frac{b_2 \frac{D_I}{2} F_u + d_2 - b_2 c_2}{ad_2 + b_2 \frac{D_I}{2} + \frac{D_{II}}{2}}, \quad (I-25b)$$

$$\frac{M_I}{M_{II}} = \frac{D_I}{D_{II}} \cdot \frac{(ad_2 + \frac{D_{II}}{2})F_u - d_2 + b_2 c_2}{b_2 \frac{D_I}{2} F_u + d_2 - b_2 c_2} \quad (I-26)$$

Stosunek rozdziału obciążeń między silniki zainstalowane na tym samym bębnie napędowym (dla bębna I):

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{A_{SA}}{A_B} \cdot \frac{i_{pA} M_I - A_{SB} i_{pB} \gamma_B (i_{pA} - i_{pB})}{i_{pB} M_I + A_{SA} i_{pA} \gamma_A (i_{pA} - i_{pB})} \quad (I-27)$$

W podobny sposób otrzymać można zależności na momenty obciążeń bębnów dla przypadków III i IV.

ZAŁĄCZNIK II

Wyprowadzenie równań systemu elektromechanicznego przenośnika taśmowego z zasady wariacyjnej Hamiltona

Zgodnie z zasadą Hamiltona równania ruchu systemu elektromechanicznego przenośnika są ekstremalami funkcyjonału:

$$\begin{aligned}
 H_e &= \int_{t_0}^{t_1} (T - V + A) dt = \\
 &= \int_{t_0}^{t_1} \int_0^1 \left\{ \frac{1}{2} m(x) \left[\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \frac{ds(t)}{dt} \right]^2 - \frac{1}{2} B_t E_1 \left[\left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right)^2 + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \gamma_1 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + f(x,t) [u(x,t) + s(t)] \right\} dx dt + \\
 &+ \int_{t_0}^{t_1} \left\{ \frac{1}{4r_{bw}^2} J_{bw} \left[\frac{\partial u(0,t)}{\partial t} + \frac{ds(t)}{dt} \right]^2 + \frac{1}{4r_{bw}^2} J_{bw} \left[\frac{\partial u(1,t)}{\partial t} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{ds(t)}{dt} \right]^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 J_{bn_i} \frac{1}{r_{bn_i}^2} \left[\frac{\partial u(1_i,t)}{\partial t} + \frac{ds(t)}{dt} \right]^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 J_{zr_{ij}} \left[\frac{d\varphi_{zr_{ij}}(t)}{dt} \right]^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 \right. \\
 &\quad \left. M_{s_{kl_{ij}}} (\varphi_{zr_{ij}}) \frac{dq_{s_{kij}}(t)}{dt} \cdot \frac{dq_{s_{lij}}(t)}{dt} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 k_{zr_{ij}} \cdot \right. \\
 &\quad \left. \cdot \left[\varphi_{zr_{ij}}(t) - \frac{u(1_i,t) + s(t)}{r_{bn_i}} \right]^2 - \frac{1}{2} S_n(t) \cdot u(0,t) + \right.
 \end{aligned}$$

(II-1)

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} S_n(t) \cdot u(1, t) + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^6 \int_{t_0}^{t_1} U_{s_{kij}}(t) \cdot \\
 & \cdot \frac{dq_{s_{kij}}(t)}{dt} - \frac{1}{2} R_{s_{kij}} \left(\frac{dq_{s_{kij}}(t)}{dt} \right)^2 dt - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \int_{t_0}^{t_1} D_{zr_{ij}} \cdot \\
 & \cdot \left(\frac{d\varphi_{zr_{ij}}(t)}{dt} \right)^2 dt \Bigg\} dt \quad (II-1)
 \end{aligned}$$

Funkcjonał (II-1) ma postać:

$$H_e = \int_{t_0}^{t_1} \int_0^1 G(x, t, u, u_x, u_t, u_{xt}, s, s_t, \varphi_{zr}, \varphi_{t_{zr}}, q_s, q_{ts}) dx dt \quad (II-2)$$

Wariację funkcyjonału (II-2) znajduje się postępując wg ustalonych reguł rachunku wariacyjnego [8]:

$$\begin{aligned}
 \delta H_e = \delta \int_{t_0}^{t_1} \int_0^1 G dx dt = \int_{t_0}^{t_1} \int_0^1 [G_u \delta u + G_{u_x} \delta u_x + G_{u_t} \delta u_t + \\
 + G_{u_{xt}} \delta u_{xt} + G_s \delta s + G_{s_t} \delta s_t + G_{\varphi_{zr}} \delta \varphi_{zr} + \\
 + G_{\varphi_{t_{zr}}} \delta \varphi_{t_{zr}} + G_{q_s} \delta q_s + G_{q_{ts}} \delta q_{ts}] dx dt \quad (II-3)
 \end{aligned}$$

W celu wykonania obliczeń dokonano następujących przekształceń:

$$\begin{aligned}
 G_{u_x} \delta u_x &= \frac{\partial}{\partial x} [G_{u_x} \delta u] - \frac{\partial G_{u_x}}{\partial x} \delta u \\
 G_{u_{xt}} \delta u_{xt} &= \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} [G_{u_{xt}} \delta u] - \frac{\partial^2 G_{u_{xt}}}{\partial x \partial t} \delta u \quad (II-4)
 \end{aligned}$$

W ten sposób otrzymano ostateczną postać określającą wariancję funkcjonału (II-2):

$$\begin{aligned} \delta H_e = & \int_{t_0}^{t_1} \int_0^1 \left\{ (G_u - (\frac{\partial G_{ux}}{\partial x} + \frac{\partial G_{ut}}{\partial t} + \frac{\partial^2 G_{uxt}}{\partial x \partial t})) \delta u + \right. \\ & + (G_s - \frac{\partial G_{st}}{\partial t}) \delta s + (G_{\varphi_{zr_{ij}}} - \frac{\partial G_{\varphi_{zr_{ij}}}}{\partial t}) \delta \varphi_{zr_{ij}} + \\ & + (G_{q_{sk_{ij}}} - \frac{\partial G_{q_{sk_{ij}}}}{\partial t}) \delta q_{sk_{ij}} + \frac{\partial}{\partial x} (G_{ux} \delta u) + \\ & + \frac{\partial}{\partial t} (G_{ut} \delta u_t) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} (G_{uxt} \delta u) + \frac{\partial}{\partial t} (G_{st} \delta s) + \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial t} (G_{\varphi_{zr_{ij}}} \delta \varphi_{zr_{ij}}) + \frac{\partial}{\partial t} (G_{q_{sk_{ij}}} \delta q_{sk_{ij}}) \right\} dx dt \end{aligned} \quad (II-5)$$

Wariacje poszczególnych funkcji muszą spełniać warunki:

$$\begin{aligned} \delta u(x, t_0) &= \delta u(x, t_1) = 0 \\ \delta s(t_0) &= \delta s(t_1) = 0 \\ \delta \varphi_{zr_{ij}}(t_0) &= \delta \varphi_{zr_{ij}}(t_1) = 0 \\ \delta q_{sk_{ij}}(t_0) &= \delta q_{sk_{ij}}(t_1) = 0 \end{aligned} \quad (II-6)$$

Z warunków (II-6) wynika, że szósty, ósmy, dziewiąty i dziesiąty składnik wariacji funkcjonału (II-5) jest równy zeru. Przy obliczaniu piątego i siódmego składnika wariacji należy uwzględnić nieciągłość pochodnej $\partial u(x, t) / \partial x$ w punktach $x=0, l_i$ ($i=1, 2, \dots$), l , w których przyłożone są skupione masy bębnow napędowych oraz bębna napinającego.

W punktach tych zakłada się zgodność przemieszczeń:

$$\begin{aligned} u(0_{+0}, t) &= u(1_{-0}, t), \\ u(1_{i-0}, t) &= u(1_{i+0}, t), \quad i=1,2,\dots \end{aligned} \quad (\text{II-7})$$

a stąd

$$\begin{aligned} \delta u(0_{+0}, t) &= \delta u(1_{-0}, t), \\ \delta u(1_{i-0}, t) &= \delta u(1_{i+0}, t) = \delta u(1_i, t). \end{aligned} \quad (\text{II-8})$$

Przedział całkowania $(0, 1)$ rozdziela się na podprzedziały $(0, l_1), \dots, (l_i, 1)$ i po wykorzystaniu warunków (II-8) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \delta H_e = & \int_{t_0}^{t_1} \int_0^1 \left\{ f(x, t) - m(x) \left[\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + \frac{d^2 s(t)}{dt^2} + \right. \right. \\ & + B_t E_1 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + B_t E_1 \gamma_1 \frac{\partial^3 u(x, t)}{\partial x^2 \partial t} \left. \right\} \delta u(x, t) dx dt + \\ & + \int_{t_0}^{t_1} \left\{ \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{r_{bn_i}} k_{zr_{ij}} \left[\varphi_{zr_{ij}}(t) - \frac{u(l_i, t) + s(t)}{r_{bn_i}} \right] + \right. \\ & - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{r_{bn_i}^2} J_{bn_i} \left[\frac{\partial^2 u(l_i, t)}{\partial t^2} + \frac{d^2 s(t)}{dt^2} \right] - \frac{1}{r_{bw}^2} J_{bw} \left[\frac{\partial^2 u(0, t)}{\partial t^2} + \right. \\ & + \left. \frac{d^2 s(t)}{dt^2} \right] + \int_0^1 f(x, t) dx - \int_0^1 m(x) \left[\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + \frac{d^2 s(t)}{dt^2} \right] dx \left. \right\} \delta s(t) dt + \\ & + \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 \frac{\partial^M s_{kl_{ij}}(\varphi_{zr_{ij}})}{\partial \varphi_{zr_{ij}}} \cdot \frac{dq_{s_{kl_{ij}}}(t)}{dt} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot \frac{dq_{s_{1ij}}(t)}{dt} - k_{zr_{ij}} \left[\varphi_{zr_{ij}}(t) - \frac{u(l_i, t) + s(t)}{r_{bn_i}} \right] - D_{zr_{ij}} \cdot \\
 & \cdot \left\{ \frac{d\varphi_{zr_{ij}}(t)}{dt} - J_{zr_{ij}} \frac{d^2\varphi_{zr_{ij}}(t)}{dt^2} \right\} \delta\varphi_{zr_{ij}}(t) dt + \\
 & + \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^6 U_{U_{s_{kij}}}(t) - R_{s_{kij}} \frac{d}{dt} q_{s_{kij}}(t) + \\
 & - \sum_{i=1}^6 M_{s_{klij}}(zr_{ij}) \frac{d}{dt} q_{s_{kij}}(t) q_{s_{kij}}(t) dt + \sum_{t_0}^{t_1} B_t E_1 \cdot \\
 & \cdot \left(I \frac{u(x, t)}{x} + 1 \cdot \frac{2u(x, t)}{x t} I_{/x=0+} - I \frac{u(x, t)}{x} + 1 \frac{2u(x, t)}{x t} I_{/x=1-0} \right) + \\
 & - \frac{1}{r_{bw}^2} J_{bw} \left[\frac{\partial^2 u(0, t)}{\partial t^2} + \frac{d^2 s(t)}{dt^2} \right] \delta u(0, t) dt + \\
 & + \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^3 \left\{ B_t E_1 \left(I \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + \eta_1 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x \partial t} \right) - \left[\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + \eta_1 \cdot \right. \right. \\
 & \cdot \left. \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x \partial t} \right]_{/x=1-0} \right) - \frac{1}{r_{bn_i}^2} J_{bn_i} \left[\frac{\partial^2 u(l_i, t)}{\partial t^2} + \frac{d^2 s(t)}{dt^2} \right] + \\
 & + \frac{1}{r_{bn_i}} \sum_{j=1}^2 k_{zr_{ij}} \left[\varphi_{zr_{ij}}(t) - \frac{u(l_i, t) + s(t)}{r_{bn_i}} \right] \delta u(l_i, t) dt
 \end{aligned}$$

(II-9)

Zgodnie z zasadą Hamiltona wyrażenie (II-9) powinno być równe zeru dla funkcji odpowiadających równaniom ruchu systemu elektromechanicznego.

Uwzględniając, że $U(x,t) = u(x,t) + s(t)$ oraz, że przesunięcie $s(t)$ nie zależy od współrzędnej położenia x , wobec dowolności wariacji $\delta u(x,t)$, $\delta s(t)$, $\delta \varphi_{zrij}(t)$, $\delta q_{skij}(t)$, $\delta u(0,t)$, $\delta u(l_i,t)$, otrzymuje się następujący układ równań:

$$m(x) \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} - B_t E_1 \left[\frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} + \gamma_1 \frac{\partial^3 U(x,t)}{\partial x^2 \partial t} \right] = f(x,t) \quad (\text{II-10})$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{r_{bn_i}} k_{zrij} \left[\varphi_{zrij}(t) - \frac{1}{r_{bn_i}} U(l_i,t) \right] + \\ & + \int_0^1 f(x,t) dx = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{r_{bn_i}^2} J_{bn_i} \frac{\partial^2 U(l_i,t)}{\partial t^2} + \\ & + \frac{1}{r_{bw}^2} J_{bw} \frac{\partial^2 U(0,t)}{\partial t^2} + \int_0^1 m(x) \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} dx \end{aligned} \quad (\text{II-11})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 \frac{\partial M_{sklij}(\varphi_{zrij})}{\partial \varphi_{zrij}} \frac{dq_{skij}(t)}{dt} \frac{dq_{slij}(t)}{dt} = \\ & = k_{zrij} \left[\varphi_{zrij}(t) - \frac{1}{r_{bn_i}} U(l_i,t) \right] + \\ & + D_{zrij} \frac{d\varphi_{zrij}(t)}{dt} + J_{zrij} \frac{d^2 \varphi_{zrij}(t)}{dt^2} \end{aligned} \quad (\text{II-12})$$

$$U_{skij}(t) = R_{skij} \frac{dq_{skij}(t)}{dt} + \sum_{l=1}^6 M_{sklij}(\varphi_{zrij}) \frac{dq_{skij}(t)}{dt} \quad (\text{II-13})$$

$$\begin{aligned}
 & B_t E_1 \left\{ \left[\frac{\partial U(x,t)}{\partial x} + \gamma_1 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x \partial t} \right] /_{x=0_+} + \right. \\
 & \left. - \left[\frac{\partial U(x,t)}{\partial x} + \gamma_1 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x \partial t} \right] /_{x=1_{-0}} \right\} = \\
 & = \frac{1}{r_{bw}^2} J_{bw} \frac{\partial^2 U(0,t)}{\partial t^2} \quad (II-14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & B_t E_1 \left\{ \left[\frac{\partial U(x,t)}{\partial x} + \gamma_1 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x \partial t} \right] /_{x=1_{1+0}} + \right. \\
 & \left. - \left[\frac{\partial U(x,t)}{\partial x} + \gamma_1 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x \partial t} \right] /_{x=1_{1-0}} \right\} = \\
 & = \frac{1}{r_{bn_1}^2} J_{bn_1} \frac{\partial^2 U(1_1,t)}{\partial t^2} + \frac{1}{r_{bn_1}} \sum_{j=1}^2 k_{zr_{1j}} [\varphi_{zr_{1j}}(t) + \\
 & - \frac{1}{r_{bn_1}} U(1_1,t)] \quad (II-15)
 \end{aligned}$$

ODBIORCY:

1. Promotor	1 egz
2. Recenzenci	3 egz
3. Biblioteka Główna i OINT	1 egz
4. OINT i BI-29	1 egz
5. Autor	1 egz
6. Redakcja I-29	1 egz