
Krzysztof Pieńkowski

**Analiza układów hamowania elektrycznego
silników indukcyjnych klatkowych
z przekształtnikami energoelektronicznymi**

Wrocław 2000

BW-5 Mat



Krzysztof PIENKOWSKI

Analysis of electrical braking systems
of squirrel-cage induction motors
with power electronics converters

Krzysztof Pieńkowski

**Analiza układów
hamowania elektrycznego
silników indukcyjnych
klatkowych z przekształtnikami
energoelektronicznymi**



Recenzenci

Zbigniew NOWACKI

Mieczysław RONKOWSKI

Opracowanie redakcyjne

Danuta SOWIŃSKA

Korekta

Agnieszka ŚCIEPURO

© Copyright by Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000

OFICyna WYDAWNICZA POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

ISSN 1507-0859

**Nakład 100 + 44 egz. Ark. wyd. 16,5. Ark. druk. 13⁷/s. Papier offset. kl. III, 70 g, B1.
Drukarnia Oficyny Wydawniczej Politechniki Wrocławskiej. Zam. nr 948/2000.**

*elektrotechnika, napęd elektryczny, silnik indukcyjny,
przekształtnik energoelektroniczny, hamowanie elektryczne*

Krzysztof PIENKOWSKI*

ANALIZA UKŁADÓW HAMOWANIA ELEKTRYCZNEGO SILNIKÓW INDUKCYJNYCH KLATKOWYCH Z PRZEKSZTAŁTNIKAMI ENERGOELEKTRONICZNYMI

Prezentowano zagadnienia analizy i modelowania matematycznego układów hamowania elektrycznego silników indukcyjnych klatkowych z przekształtnikami energoelektronicznymi. Sformułowano modele matematyczne maszyny indukcyjnej z zastosowaniem zmiennych stanu, wyrażonych w różnych układach współrzędnych. Podano zasady uwzględnienia w równaniach modeli wpływu nieliniowości obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej dla przepływu strumienia głównego. Wprowadzono podział stosowanych układów połączeń uzwojeń fazowych maszyny indukcyjnej na grupy wieżów elektrycznych. Przedstawiono zasady otrzymywania równań modelu matematycznego maszyny indukcyjnej dla zadanego układu wieżów elektrycznych. Przeprowadzono analizę stanów elektromagnetycznych i elektrodynamicznych występujących podczas hamowania dynamicznego prądem stałym silników indukcyjnych. Wyznaczono zależności analityczne opisujące składowe nieustalone prądów i momentu elektromagnetycznego dla stanów hamowania silnika oraz wartości współczynników tłumienia i pulsacji tych składowych. Rozpatrzono przekształtnikowe układy hamowania prądem stałym silników indukcyjnych, z zastosowaniem przekształtników energoelektronicznych o sterowaniu fazowym i impulsowym. Podano metody analizy stanów elektromagnetycznych w tych układach hamowania z zastosowaniem metod przestrzeni stanów oraz metod operatorowych. Przedstawiono układy hamowania elektrycznego stosowane w przekształtnikowych układach sterowania częstotliwościowego silników indukcyjnych, z falownikami prądu i falownikami napięcia. Opracowano modele matematyczne i metody analizy przekształtnikowych układów hamowania z zastosowaniem funkcji przełączających przekształtnika oraz metody wyboru odpowiedniej orientacji układu współrzędnych przetransformowanych. Przedstawiono wybrane wyniki analizy stanów elektromagnetycznych rozpatrywanych układów hamowania elektrycznego i metod ich sterowania. Opisano konstrukcje i układy sterowania wykonanych urządzeń energoelektronicznych do hamowania dynamicznego prądem stałym silników indukcyjnych. Przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych stanów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego.

* Instytut Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, 50-370 Wrocław, Wybrzeże Wyspiańskiego 27.

Wykaz oznaczeń

$[A]$	– macierz stanu,
$[B]$	– macierz sterowania,
B_m	– współczynnik momentu tarcia proporcjonalnego do prędkości kątowej silnika,
C_d	– pojemność kondensatora w obwodzie pośredniczącym falownika napięcia,
$\underline{e}_g$	– wektor napięcia sieci zasilającej przekształtnik AC/DC,
e_g	– napięcie źródła zasilającego obwód pośredniczący falownika,
E_{gm}	– amplituda napięcia fazowego sieci zasilającej przekształtnik AC/DC,
$\underline{E}_m$	– zespolona wartość skuteczna napięcia na reaktancji magnesowania silnika,
$[F]$	– macierz stanu rozszerzonego układu równań stanu,
f_p	– częstotliwość przełączeń przerywacza okresowego,
f_s	– częstotliwość napięć i prądów wyjściowych z falownika,
f_z	– częstotliwość załączeń zaworów energoelektronicznych przekształtnika do hamowania prądem stałym,
f_1	– częstotliwość napięcia lub prądu zasilającego uzwojenie stojana,
f_{1N}	– znamionowa częstotliwość zasilania silnika,
$G_j(p)$	– przewodność operatorowa j -tego obwodu maszyny indukcyjnej,
$[G]$	– macierz indukcyjności rotacji silnika,
g_{sx}, g_{sy}	– przekształcone funkcje przełączające falownika prądu,
G_h	– statyczna przewodność rezystora hamowania,
G_{zs}	– przewodność równa części rzeczywistej admitancji zastępczej silnika indukcyjnego,
$[H]$	– macierz stanu wyznaczająca rozszerzony wektor stanu,
h_{sx}, h_{sy}	– przekształcone funkcje przełączające falownika napięcia,
i_d	– wartość chwilowa prądu w obwodzie pośredniczącym falownika prądu lub napięcia,
I_d	– wartość średnia prądu w obwodzie pośredniczącym falownika prądu lub napięcia,
$[i_F]$	– wektor kolumnowy prądów fazowych maszyny indukcyjnej,
$[i_{FW}]$	– wektor kolumnowy niezależnych prądów fazowych maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi,
$\underline{i}_g$	– wektor prądu sieci zasilającej przekształtnik AC/DC,
$[i]$	– wektor kolumnowy prądów silnika,
$\underline{i}_m$	– wektor prądu magnesowania silnika indukcyjnego,
i_m	– moduł wektora prądu magnesowania silnika indukcyjnego,
$\underline{I}_m, I_m$	– zespolona wartość i moduł prądu magnesowania silnika indukcyjnego,
I_{mN}	– znamionowa wartość prądu magnesowania silnika indukcyjnego,
$[i_p]$	– wektor kolumnowy przetransformowanych prądów fazowych maszyny indukcyjnej bez więzów elektrycznych,
$[i_{PW}]$	– wektor kolumnowy przetransformowanych, niezależnych prądów maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi,
$\underline{i}_r$	– wektor prądu wirnika silnika indukcyjnego,
$\underline{I}_r$	– zespolona wartość skuteczna prądu wirnika lub wartość ustalona wektora prądu wirnika silnika indukcyjnego,
i_R	– prąd w rezystorze hamowania,
i_{rU}, i_{rV}, i_{rW}	– prądy w uzwojeniach fazowych U, V, W wirnika silnika indukcyjnego,
$\underline{i}_s$	– wektor prądu stojana silnika indukcyjnego,
$\underline{I}_s$	– zespolona wartość skuteczna prądu stojana lub wartość ustalona wektora prądu stojana silnika indukcyjnego,
$\underline{I}_{se}$	– zespolona wartość skuteczna prądu równoważnego stojana silnika indukcyjnego,

- i_{sU}, i_{sV}, i_{sW} – prądy fazowe w fazach U, V, W stojana silnika indukcyjnego,
- i_{sx}, i_{sy} – składowe wektora prądu stojana w osiach prostokątnego układu współrzędnych x, y ,
- $i_{s\alpha}, i_{s\beta}$ – składowe wektora prądu stojana w osiach prostokątnego układu współrzędnych α, β ,
- I_{1N}, I_{sN} – znamionowy prąd stojana silnika indukcyjnego,
- I_m – składowa urojona wielkości zespolonej,
- J, J_m – moment bezwładności układu napędowego,
- J_s – moment bezwładności wirnika silnika indukcyjnego,
- k_I – współczynnik przeliczenia wielkości elektromagnetycznych i parametrów obwodu pośredniczącego falownika prądu lub stała wzmocnienia regulatora PI,
- k_r, k_s – współczynnik sprzężenia magnetycznego uzwojenia wirnika i stojana,
- k_u – współczynnik zależny od układu połączeń uzwojenia stojana podczas hamowania prądem stałym,
- k_U – współczynnik przeliczania wielkości i parametrów elektromagnetycznych obwodu pośredniczącego falownika napięcia,
- k_w – współczynnik równy względnej wartości czasu przewodzenia przerywacza okresowego,
- L_d – indukcyjność dławika w obwodzie pośredniczącym falownika prądu lub napięcia,
- $[L_F]$ – macierz indukcyjności fazowych maszyny indukcyjnej,
- L_g – indukcyjność dławików sieciowych w obwodach wejściowych przekształtnika sieciowego AC/DC,
- $[L]$ – macierz indukcyjności silnika indukcyjnego,
- L_m – statyczna indukcyjność magnesowania maszyny indukcyjnej,
- L_{md} – dynamiczna indukcyjność magnesowania maszyny indukcyjnej,
- L_r – całkowita indukcyjność obwodu wirnika maszyny indukcyjnej,
- $L_{r\sigma}$ – indukcyjność rozproszenia wirnika maszyny indukcyjnej,
- L_s – całkowita indukcyjność obwodu stojana maszyny indukcyjnej,
- $L_{s\sigma}$ – indukcyjność rozproszenia stojana maszyny indukcyjnej,
- L_μ – indukcyjność pola głównego maszyny indukcyjnej,
- M_e – moment elektromagnetyczny maszyny indukcyjnej,
- M_{eu} – składowa ustalona momentu elektromagnetycznego maszyny indukcyjnej,
- M_h – moment hamowania silnika,
- M_m – moment mechaniczny układu napędowego,
- M_N – moment znamionowy silnika indukcyjnego,
- $[N]$ – macierz wiążąca wektor stanu i rozszerzony wektor stanu,
- n – prędkość obrotowa silnika indukcyjnego,
- n_N – znamionowa prędkość obrotowa silnika indukcyjnego,
- p – operator różniczkowania względem czasu ($p = d/dt$) lub operator transformacji Laplace'a,
- $[P]$ – macierz stosowana w rozwiązaniach rozszerzonych równań stanu,
- p_b – liczba par biegunów maszyny indukcyjnej,
- p_e – wartość chwilowa mocy elektrycznej,
- P_h – moc elektryczna hamowania,
- P_N – moc znamionowa silnika indukcyjnego,
- p_1, p_2, p_3 – pierwiastki równania charakterystycznego,
- R_d – rezystancja dławika w obwodzie pośredniczącym falownika prądu lub napięcia,
- $[R_F]$ – macierz rezystancji fazowych maszyny indukcyjnej,
- R_g – rezystancja wewnętrzna źródła napięcia zasilającego obwód pośredniczący falownika lub rezystancja dławików sieciowych przekształtnika AC/DC,
- R_h – rezystancja hamowania,
- $[R]$ – macierz rezystancji silnika indukcyjnego,
- R_r – rezystancja fazowa uzwojenia wirnika maszyny indukcyjnej,

R_s	– rezystancja fazowa uzwojenia stojana maszyny indukcyjnej,
R_{ws}	– część rzeczywista zespolonej impedancji zastępczej silnika indukcyjnego,
Re	– składowa rzeczywista wielkości zespolonej,
S_K	– funkcje przełączające falownika prądu lub napięcia ($K = U, V, W$) lub funkcje przełączające przekształtnika sieciowego AC/DC ($K = A, B, C$),
t	– czas,
$[T]$	– ogólna macierz transformacji współrzędnych,
T_I	– stała całkowania regulatora PI,
T_o	– obliczeniowy przedział czasu,
T_p	– okres impulsowania przerywacza okresowego stosowanego w module hamowania,
T_{po}	– okres wyznaczony przez częstotliwość pracy przerywacza okresowego,
$[T_r]$	– macierz transformacji współrzędnych fazowych wirnika,
T_r	– stała czasowa obwodu wirnika silnika indukcyjnego,
$[T_s]$	– macierz transformacji współrzędnych fazowych stojana,
T_s	– stała czasowa obwodu stojana silnika indukcyjnego,
T_w	– czas wyłączenia przerywacza okresowego w okresie impulsowania,
T_z	– czas przewodzenia przerywacza okresowego w okresie impulsowania,
T_1	– okres napięcia sieci zasilającej prądu przemiennego,
u_d	– chwilowa wartość napięcia w obwodzie pośredniczącym falownika prądu lub napięcia,
U_d	– wartość napięcia stałego na wejściu przerywacza okresowego lub wartość średnia napięcia w obwodzie pośredniczącym falownika prądu i napięcia,
U_{dmax}	– wartość maksymalna napięcia w obwodzie pośredniczącym falownika napięcia,
U_{dmin}	– wartość minimalna napięcia w obwodzie pośredniczącym falownika napięcia,
U_{dz}	– wartość zadana napięcia w obwodzie pośredniczącym falownika napięcia,
$[u_F]$	– wektor kolumnowy napięć fazowych maszyny indukcyjnej,
$[u]$	– wektor kolumnowy napięć silnika,
$[u']$	– wektor kolumnowy napięć występujący w rozszerzonym wektorze stanu,
$\underline{u}_p$	– wektor napięcia generowany przez przekształtnik sieciowy AC/DC po stronie sieci zasilającej,
U_{pm}	– amplituda napięcia zasilającego przekształtnik stosowany do hamowania silnika,
$\underline{u}_s, \underline{U}_s$	– wektor napięcia stojana maszyny indukcyjnej,
$\underline{u}_s(p)$	– transformata operatorowa wektora napięcia stojana,
u_{st}	– napięcie źródła napięcia stałego,
u_{sx}, u_{sy}	– składowe wektora napięcia stojana w prostokątnym układzie współrzędnych x, y ,
$u_{s\alpha}, u_{s\beta}$	– składowe wektora napięcia stojana w prostokątnym układzie współrzędnych α, β ,
$u_{sy}(p)$	– transformata operatorowa składowej wektora napięcia stojana,
$U_{1/N}$	– znamionowe napięcie fazowe stojana silnika indukcyjnego,
$[W_F]$	– macierz więzów dla prądów fazowych maszyny indukcyjnej,
$[W_P]$	– macierz więzów przetransformowanych maszyny indukcyjnej,
$[W_{rP}]$	– macierz więzów przetransformowanych dla danego układu połączeń uzwojeń fazowych wirnika,
$[W_{sP}]$	– macierz więzów przetransformowanych dla danego układu połączeń uzwojeń fazowych stojana,
X_m	– reaktancja magnesowania maszyny indukcyjnej,
X_r	– całkowita reaktancja wirnika maszyny indukcyjnej,
$X_{r\sigma}$	– reaktancja rozproszenia wirnika maszyny indukcyjnej,
$[Y(p)]$	– macierz admitancji operatorowych maszyny indukcyjnej,
$\underline{Y}_{zs}$	– zespolona admitancja zastępcza silnika indukcyjnego,

- $[Z(p)]$ – macierz impedancji operatorowych maszyny indukcyjnej,
 $[Z_F]$ – umowna „macierz impedancji maszyny indukcyjnej dla współrzędnych fazowych”,
 $[Z_P]$ – umowna „macierz impedancji maszyny indukcyjnej dla współrzędnych przetransformowanych”,
 $\underline{Z}_{zs}$ – zespolona impedancja zastępcza silnika indukcyjnego,
 α_r, α_s – współczynnik elektromagnetyczny uzwojenia wirnika i stojana silnika indukcyjnego,
 α_z – kąt załączania tyrystora w przekształtnikowym układzie hamowania,
 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – współczynniki tłumienia składowych nieustalonych wielkości elektromagnetycznych silnika,
 β_1, β_2 – pulsacje oscylacji składowych nieustalonych wielkości elektromagnetycznych silnika,
 γ_f – chwilowa wartość kąta między wektorem prądu stojana i wektorem strumienia sprzężonego wirnika silnika sterowanego przez falownik prądu,
 γ_g – faza początkowa napięcia sieci zasilającej przekształtnik AC/DC,
 γ_ψ – kąt położenia wektora strumienia sprzężonego pola resztkowego wirnika względem wektora napięcia stojana,
 γ_k – kąt położenia układu współrzędnych przetransformowanych względem osi odniesienia,
 γ_r, γ_s – kąt położenia układu współrzędnych przetransformowanych względem osi odniesienia dla faz uzwojenia wirnika i stojana,
 γ_0 – zadawany kąt położenia układu współrzędnych przetransformowanych względem osi odniesienia uzwojeń fazowych stojana lub faza napięcia sieci w chwili wyłączenia silnika z sieci,
 δ – kąt mocy elektrycznej przekształtnika AC/DC równy kątowi między chwilowymi położeniami wektorów strumieni sprzężonych $\underline{\psi}_g$ i $\underline{\psi}_p$,
 δ_k – kąt określający kolejne położenia wektora prądu stojana lub wektora napięcia stojana silnika zasilanego przez falownik prądu lub falownik napięcia,
 ΔU_H – szerokość strefy histerezy regulatora histerezyowego,
 μ_m – kąt określający położenie wektora strumienia i prądu magnesowania względem osi przyjętego układu współrzędnych,
 v – względna wartość prędkości kątowej wirnika silnika podczas hamowania prądem stałym,
 σ – współczynnik rozproszenia silnika indukcyjnego,
 $[v]$ – rozszerzony wektor kolumnowy zmiennych stanu,
 τ_s – przedział czasu równy (1/6) okresu napięcia lub prądu wyjściowego z falownika,
 φ_e – elektryczny kąt obrotu wirnika maszyny indukcyjnej,
 φ_m – mechaniczny kąt obrotu wirnika,
 $[\psi_F]$ – wektor kolumnowy strumieni sprzężonych z uzwojeniami fazowymi maszyny indukcyjnej,
 $\underline{\psi}_g$ – umyślny (wirtualny) wektor strumienia sprzężonego wyznaczony przez napięcia sieci zasilającej przekształtnik AC/DC,
 $\underline{\psi}_L$ – wektor strumienia sprzężonego dławika sieciowego przekształtnika AC/DC,
 $\underline{\psi}_m, \psi_m$ – wektor i moduł wektora strumienia sprzężonego magnesowania,
 $\underline{\psi}_P$ – umyślny (wirtualny) wektor strumienia sprzężonego przekształtnika wyznaczony przez napięcia generowane po stronie sieci przez przekształtnik AC/DC,
 $\underline{\psi}_r$ – wektor strumienia sprzężonego wirnika,
 $\underline{\psi}_{(p)}$ – transformata operatorowa wektora strumienia sprzężonego wirnika,
 $\psi_{rx}(p), \psi_{ry}(p), \psi_{sy}(p)$ – transformaty operatorowe składowych wektorów strumieni sprzężonych wirnika i stojana,
 $\psi_{rx}(0), \psi_{ry}(0), \psi_{sy}(0)$ – wartości początkowe składowych strumieni sprzężonych wirnika i stojana,
 $\underline{\psi}(0)$ – wartość początkowa wektora strumienia sprzężonego wirnika,
 $\underline{\psi}_0$ – wektor strumienia sprzężonego pola resztkowego wirnika,
 ψ_{rx}, ψ_{ry} – składowe wektora strumienia sprzężonego wirnika w układzie współrzędnych x, y ,

- $\psi_{r\alpha}, \psi_{r\beta}$ – składowe wektora strumienia sprzężonego wirnika w układzie współrzędnych α, β ,
 $\underline{\psi}_s$ – wektor strumienia sprzężonego stojana,
 Ψ_s – moduł wektora strumienia sprzężonego stojana,
 $\underline{\psi}_s(p)$ – transformata operatorowa wektora strumienia sprzężonego stojana,
 $\underline{\psi}_s(0)$ – wartość początkowa wektora strumienia sprzężonego stojana,
 ω_e – elektryczna prędkość kątowna wirnika maszyny indukcyjnej,
 ω_k – prędkość kątowna ruchu układu współrzędnych względem stojana maszyny indukcyjnej,
 ω, ω_m – mechaniczna prędkość kątowna wirnika maszyny indukcyjnej,
 ω_p – zakładana wartość pulsacji podczas doboru nastaw regulatora PI,
 ω_r – pulsacja poślizgu wirnika maszyny indukcyjnej,
 ω_{rk} – krytyczna wartość pulsacji poślizgu wirnika dla pracy silnikowej,
 ω_{rm} – krytyczna wartość pulsacji poślizgu wirnika dla stanu hamowania silnika sterowanego przez falownik prądu lub napięcia,
 ω_{rN} – znamionowa wartość pulsacji poślizgu wirnika,
 ω_s – synchroniczna prędkość kątowna maszyny indukcyjnej lub pulsacja prądów i napięć wyjściowych z falownika,
 ω_1 – pulsacja sieci zasilającej,
 ω_{1N} – znamionowa pulsacja sieci zasilającej.

Indeksy dolne

- d – wielkości i parametry dotyczące obwodu pośredniczącego falownika prądu lub falownika napięcia,
 F – fazowe wielkości i parametry elektromagnetyczne maszyny indukcyjnej,
 g – wielkości i parametry trójfazowej sieci zasilającej lub napięcia źródłowego wprowadzanego do obwodu pośredniczącego falownika podczas hamowania odzyskowego,
 h – wielkości i parametry obwodów hamowania,
 N – wielkości znamionowe silnika indukcyjnego,
 p – wielkości i parametry obwodu pośredniczącego falownika prądu lub falownika napięcia przeliczone do uzwojenia stojana,
 r – wielkości i parametry uzwojenia wirnika silnika indukcyjnego,
 s – wielkości i parametry uzwojenia stojana silnika indukcyjnego,
 U, V, W – wielkości poszczególnych faz uzwojenia stojana i wirnika silnika indukcyjnego,
 $x, y, 0$ – wielkości wyrażone w prostokątnym, dowolnie usytuowanym, układzie współrzędnych,
 X, Y, Z – wielkości wyrażone w trójosiowym układzie współrzędnych,
 0 – wartości początkowe wielkości,
 $\alpha, \beta, 0$ – wielkości przetransformowane do prostokątnego układu współrzędnych, nieruchomego względem uzwojenia stojana.

Indeksy górne

- t – macierz transponowana,
 $*$ – wielkość zespolona sprzężona.

1. Wstęp

1.1. Wprowadzenie

Silniki indukcyjne klatkowe ze względu na prostotę swej konstrukcji, dużą niezawodność, możliwość pracy w trudnych warunkach środowiskowych oraz małe koszty produkcji i eksploatacji stanowią obecnie najczęściej spotykany typ silników napędowych wielu maszyn roboczych. Do sterowania prędkości kątovej oraz kształtowania charakterystyk i właściwości tych silników są stosowane różnego rodzaju przekształtniki energoelektroniczne. Jednym z wielu wymagań stawianych nowoczesnym układom przekształtnikowym z silnikami indukcyjnymi jest zapewnienie możliwości pracy układu napędowego zarówno w stanach pracy silnikowej, jak i w stanach hamowania elektrycznego. Dążenie do uzyskania możliwości realizacji stanów hamowania elektrycznego jest powodowane wieloma wymaganiami, które można podzielić na dwie podstawowe grupy:

1. Wymuszone przez potrzeby procesu technologicznego.
2. Wymuszone przez potrzeby związane z zapewnieniem bezpieczeństwa obsługi i eksploatacji układu napędowego danej maszyny roboczej.

Wymagania związane z potrzebami procesu technologicznego mają na celu przede wszystkim zwiększenie efektywności tego procesu. W wielu przemysłowych układach napędowych zachodzi konieczność pracy maszyny roboczej z dużą częstością łączeń lub z częstymi zmianami wartości i kierunku prędkości kątovej silnika. Zastosowanie układów hamowania elektrycznego silnika napędowego zapewnia możliwość uzyskania skrócenia czasu trwania procesów elektromechanicznych, a przez to zwiększenia wydajności maszyny roboczej i zmniejszenia kosztów produkcji. W napędach wielu maszyn roboczych, wyposażonych dotychczas wyłącznie w układy hamowania mechanicznego, zastosowanie układu hamowania elektrycznego zapewnia możliwość ograniczenia stosowania lub wyeliminowania kłopotliwych w eksploatacji hamulców mechanicznych. Jest to spowodowane tym, że układy hamowania elektrycznego silników napędowych zapewniają łatwiejsze sterowanie momentem hamowania, a przez to możliwość uzyskania dokładniejszego zatrzymywania ruchomych mechanizmów lub elementów maszyn w żądanym czasie lub po przebyciu zadanej drogi hamowania. Do tradycyjnych dziedzin powszechnego zastosowania tego rodzaju układów hamowania elektrycznego silników napędowych należą napędy: dźwignic i dźwigów, maszyn wyciągowych, przenośników taśmowych i innych maszyn transportowych w górnictwie podziemnym i odkrywkowym, szynowych i samochodowych pojazdów trakcyjnych, wirówek, obrabiarek mechanicznych oraz maszyn stosowanych w przemyśle obróbki drewna i w przemyśle spożywczym [2, 25, 51, 65, 81, 90, 104]. Układy ha-

hamowania elektrycznego silników indukcyjnych są również stosowane w hamowniach oraz stacjach prób przeznaczonych do badania obciążeń zespołów prądotwórczych i silników spalinowych [17].

Wymagania związane z zapewnieniem bezpieczeństwa obsługi i eksploatacji mają na celu zwiększenie bezpieczeństwa pracy osób prowadzących obsługę maszyn roboczych oraz wyeliminowanie możliwości powstania niepożądanych zakłóceń w przebiegu procesu produkcyjnego. Obecnie wymagania te mają coraz większe znaczenie i są uwzględniane w projektowaniu i doborze układu napędowego. Ze względu na dużą szybkość działania, łatwość uruchomienia i możliwość automatyzacji układy hamowania elektrycznego są również stosowane jako układy hamowania awaryjnego [25]. Obowiązujące w wielu krajach europejskich przepisy bezpieczeństwa pracy oraz normy techniczne wymagają stosowania układów hamowania elektrycznego, jako obowiązkowego wyposażenia napędów wielu maszyn roboczych. Szczególnym przykładem tego rodzaju napędów są maszyny przemysłu drzewnego i spożywczego, w których jest konieczne zapewnienie bardzo szybkiego zatrzymywania ruchomych mechanizmów maszyn (pił tarczowych, wirujących noży itp.) natychmiast po każdym wyłączeniu napięcia zasilania silnika napędowego oraz w razie uzyskania podczas pracy maszyny niedozwolonego dostępu do stref zagrożonych możliwością powstania nieszczęśliwego wypadku lub podjęcia próby usunięcia osłon zabezpieczających.

Obecnie do sterowania silnikami indukcyjnymi są wykorzystywane przekształtniki energoelektroniczne o różnych topologiach i metodach sterowania. Coraz większa powszechność stosowania tych przekształtników przyczynia się do rozwoju i powstawania nowych przekształtnikowych układów hamowania elektrycznego silników indukcyjnych. Obecnie są budowane i produkowane seryjnie wyspecjalizowane urządzenia energoelektroniczne przeznaczone do hamowania dynamicznego prądem stałym silników indukcyjnych [7, 14, 25, 46, 63, 65, 66, 77, 81, 90]. Wiele rodzajów przekształtników energoelektronicznych, projektowanych i przeznaczonych do innych zadań sterowania wyposaża się w dodatkowe obwody lub wyspecjalizowane moduły umożliwiające dodatkowe ich zastosowanie w celu zapewnienia możliwości hamowania elektrycznego silników napędowych. Przykładem tego rodzaju przekształtników są tyrystorowe sterowniki prądu przemiennego, które przez sterowanie odpowiednimi zaworami energoelektronicznymi mogą być stosowane zarówno do zapewnienia płynnego rozruchu, jak i hamowania elektrycznego silników indukcyjnych. Inną grupę stanowią układy sterowania częstotliwościowego silnikami indukcyjnymi z falownikami prądu lub napięcia. Te układy mogą być wyposażone w zainstalowane na stałe lub dołączane w razie potrzeby, specjalne moduły do impulsowego hamowania rezyktorowego silnika napędowego. Obecnie są rozwijane zwłaszcza układy hamowania odzyskowego, umożliwiające odzyskiwanie energii hamowania i jej zwrot do źródła zasilania. Opracowywane są różne topologie układów hamowania odzyskowego z zastosowaniem specjalnych konstrukcji przekształtników energoelektronicznych,

zapewniających możliwość dwukierunkowego przepływu energii elektrycznej oraz metody sterowania tymi przekształtnikami.

Przedstawione zagadnienia wskazują na celowość podjęcia tematyki dotyczącej analizy i badań układów hamowania elektrycznego silników indukcyjnych klatkowych z zastosowaniem przekształtników energoelektronicznych.

1.2. Krytyczny przegląd literatury przedmiotu

Teoria maszyn indukcyjnych ma długoletnią, ponad stuletnią historię, związaną ściśle z rozwojem elektrotechniki i metod analizy obwodów elektrycznych. Prawie równocześnie z ukazaniem się pierwszych prac z teorii stanów pracy silnikowej maszyn indukcyjnych powstały prace związane z opisem stanów hamowania elektrycznego tych maszyn. W najwcześniejszych pracach, dotyczących zagadnień hamowania elektrycznego, analizowano różne metody hamowania elektrycznego maszyn indukcyjnych (generatorowe, kondensatorowe itp.). Jordan, Schmitt i Weissheimer [27, 106] należą do autorów pierwszych prac dotyczących analizy stanów hamowania dynamicznego prądem stałym. W następnych latach były rozwijane metody analizy stanów statycznych hamowania elektrycznego, oparte na zastosowaniu metod analizy obwodów elektrycznych na podstawie schematów zastępczych i wykresów wektorowych wyznaczonych dla rozpatrywanych układów hamowania. W latach pięćdziesiątych i sześćdziesiątych dwudziestego wieku prace Hannakama, Harrisona, Zawalicha i innych autorów [23, 24, 101, 108] skupiły się na uściśleniu metod analizy tych układów, przez uwzględnienie w analizie i obliczeniach charakterystyk statycznych hamowania wpływu zmienności nasycenia obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej. Rozwijane były metody analityczno-graficzne analizy i obliczeń charakterystyk hamowania, wzorowane na metodach analizy nieliniowych obwodów elektrycznych. Powstało wtedy wiele prac, przedstawiających praktyczne realizacje zastosowań metod i układów hamowania elektrycznego w napędach różnych maszyn roboczych.

Początkowo w pracach teoretycznych rozwijano zagadnienia dotyczące sposobu opisu i metod analizy stanów hamowania dynamicznego prądem stałym maszyny indukcyjnej. Opis ten został oparty kolejno na wykorzystaniu teorii pracy maszyny synchronicznej [106], zastępczej pracy maszyny indukcyjnej [24, 101, 102, 108] oraz opracowanej przez Bisztygę teorii pracy granicznej maszyny indukcyjnej o sterowaniu częstotliwościowym [3]. Następnie rozwijane były metody analizy stanów dynamicznych maszyny indukcyjnej z zastosowaniem równań różniczkowych zwyczajnych, sformułowanych na podstawie zasad elektromechanicznego przetwarzania energii, z założeniem liniowości obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej [7, 22, 30, 31, 55, 56, 58–60]. Były również podejmowane, niezbyt poprawne pod względem matematycznym, próby uwzględnienia nieliniowości obwodu magnetycznego maszy-

ny przez wprowadzenie nieliniowej zmienności współczynników w równaniach różniczkowych maszyny indukcyjnej sformułowanych uprzednio przy założeniu liniowości obwodu magnetycznego. W równaniach tych, w celu ujęcia zmienności nasycenia obwodu magnetycznego, wprowadzano uzmiennienie wartości indukcyjności magnesowania od wartości skutecznej prądu magnesowania maszyny [53, 54, 91]. Dopiero w latach osiemdziesiątych została opracowana przez Browna, Kovacsa i Vasa poprawna pod względem formalizmu matematycznego metoda obwodowa analizy pracy maszyny indukcyjnej w dwuosiowym układzie współrzędnych, z uwzględnieniem wpływu nieliniowości głównego obwodu magnetycznego maszyny [8, 15, 34, 47, 48, 99, 100, 105]. Ten nieliniowy model matematyczny maszyny indukcyjnej stanowi obecnie podstawę do formułowania równań różniczkowych zwyczajnych, przeznaczonych do analizy stanów hamowania prądem stałym maszyny. Obecne badania są związane z zastosowaniem metod symulacji cyfrowej i cyfrowych symulatorów układów elektrycznych do analizy różnych stanów pracy układów napędowych z silnikami indukcyjnymi [9, 29, 69, 70, 78, 80, 87, 88, 94].

Rozwój energoelektroniki i przekształtników energoelektronicznych jest również związany z dążeniem do zastosowania tych przekształtników w różnych układach hamowania elektrycznego silników indukcyjnych [14, 17, 25, 32, 33, 38, 39, 46, 51, 53, 63–67, 75–77, 81, 90, 92, 103, 109]. Najszybsze zwiększenie tych zastosowań wystąpiło w układach hamowania dynamicznego prądem stałym. W stosowanych początkowo układach hamowania źródło napięcia stałego, zasilające uzwojenie stojana stanowiła prądnica prądu stałego lub elektrochemiczne źródło energii. Układy te były następnie zastępowane transformatorowymi układami prostowniczymi z prostownikami niesterowanymi (diodowymi), a w latach późniejszych układami sterowanymi z prostownikami tyrystorowymi. W ostatnich latach nastąpił intensywny rozwój beztransformatorowych układów tyrystorowych o sterowaniu fazowym. Podjęte zostały również badania i próby technicznych zastosowań przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego o sterowaniu impulsowym zaworów energoelektronicznych przekształtnika. Rozwój tego rodzaju przekształtnikowych układów hamowania elektrycznego był związany z powstaniem wielu publikacji, w których najczęściej przedstawiano opis budowy wykonanych układów oraz przykłady ich praktycznych zastosowań [5, 7, 14, 25, 46, 63, 65, 66, 77, 81, 90, 103]. Nieliczne są prace teoretyczne, dotyczące opracowania modeli matematycznych i analizy tych przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego silników indukcyjnych. Ze względu na złożoność układu rozwijane są głównie metody symulacyjne, z zastosowaniem modelowania analogowego [54, 55, 91, 92] oraz metody analityczne, z zastosowaniem analizy harmonicznej oraz metod przestrzeni stanów i analizy operatorowej [7, 14, 32, 42, 68, 72, 103]. Odrębną grupę rozwijanych w latach późniejszych zagadnień hamowania elektrycznego silników indukcyjnych stanowią zagadnienia dotyczące układów hamowania elektrycznego, z zastosowaniem przekształtników częstotliwości i metod sterowania częstotliwościowego. W pracach [48–50, 93] rozpatruje się stany samowzbudnej pracy generatorowej maszyny indukcyjnej

z falownikiem napięcia i prądu, które odpowiadają szczególnym stanom elektrycznego hamowania odzyskowego lub hamowania rezystorowego silnika indukcyjnego. Znaczny wkład w rozwój analitycznych metod analizy przekształtnikowych układów sterowania silników indukcyjnych z falownikami prądu w stanach pracy silnikowej i hamowania elektrycznego należy do Bolognaniego, Buji, Danzera, Lettla, Zemana i innych autorów [4, 11, 16, 38–41, 109]. Hamowanie rezystorowe silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia badał Tenne [96]. Prowadzone obecnie badania naukowe dotyczą analizy i sterowania przekształtnikowych układów hamowania elektrycznego z zastosowaniem falowników prądu lub napięcia i zapewniających zwrot energii elektrycznej hamowania do sieci zasilającej [10, 33, 43, 51, 98, 104].

Przedstawiony przegląd literatury umożliwia ogólne stwierdzenie, że liczba artykułów poświęconych analizie układów hamowania elektrycznego, z przekształtnikowymi układami sterowania jest znacznie mniejsza od liczby prac dotyczących analizy innych stanów pracy maszyn indukcyjnych. Prowadzi to do spostrzeżenia, że zagadnienia analizy stanów hamowania elektrycznego w układach napędowych nie zostały jeszcze dotychczas wystarczająco opisane. Wskazuje to na celowość podjęcia prac teoretycznych, projektowych i eksperymentalnych, związanych z badaniem przekształtnikowych układów hamowania elektrycznego silników indukcyjnych. Autor od wielu lat prowadzi prace badawcze, których celem jest analiza i opis zjawisk elektromagnetycznych występujących w przekształtnikowych układach hamowania elektrycznego silników indukcyjnych. Prace te pozwoliły na opracowanie lub rozwinięcie zastosowań różnych metod analitycznych i symulacyjnych do badania przekształtnikowych układów hamowania elektrycznego silników indukcyjnych. W ramach działalności badawczej autora zostały zaprojektowane i wykonane prototypowe konstrukcje urządzeń energoelektronicznych do hamowania elektrycznego. Wybrane projekty wykonanych urządzeń zastosowano w górnictwie odkrywkowym, w układach hamowania elektrycznego przenośników taśmowych o dużej wydajności oraz w przemyśle spożywczym, w układach hamowania elektrycznego napędów kutrów masarniczych do produkcji wyrobów mięsnych.

1.3. Cel pracy

Celem niniejszej pracy jest opracowanie modeli matematycznych oraz metod analizy przekształtnikowych układów hamowania elektrycznego silników indukcyjnych klatkowych. W pracy są rozpatrywane przekształtnikowe układy hamowania dynamicznego prądem stałym oraz układy hamowania elektrycznego, stosowane w przekształtnikowych układach sterowania częstotliwościowego silników indukcyjnych z falownikami prądu i napięcia. Zadaniem analizy i badań tych układów hamowania jest poznanie zjawisk elektromagnetycznych

występujących podczas hamowania elektrycznego, interpretacja fizyczna przebiegu tych zjawisk oraz wyznaczenie zależności analitycznych, umożliwiających racjonalny dobór parametrów układu hamowania oraz algorytmów sterowania.

1.4. Zakres pracy

Praca składa się z ośmiu rozdziałów, wykazu literatury i załączników.

Rozdział pierwszy zawiera wprowadzenie, omówienie stanu zagadnienia, literatury przedmiotu oraz przedstawienie celu i zakresu pracy.

W rozdziale drugim przedstawiono modele matematyczne symetrycznej maszyny indukcyjnej, sformułowane dla zmiennych stanu, rozpatrywanych w różnych uogólnionych układach współrzędnych. Podano sformalizowane zasady przekształcania tych modeli matematycznych dla analizy maszyny indukcyjnej o różnych więzach elektrycznych, określonych przez sposób galwanicznego skojarzenia uzwojeń fazowych maszyny. Wprowadzono podział stosowanych układów połączeń uzwojeń fazowych na grupy więzów elektrycznych, dla których obowiązuje taka sama postać modelu matematycznego maszyny indukcyjnej. Przedstawiono ogólną metodę uwzględnienia wpływu nieliniowości głównego obwodu magnetycznego maszyny w równaniach modelu maszyny indukcyjnej, sformułowanych w dowolnym układzie współrzędnych przetransformowanych. Opisano ogólne modele obwodowe maszyny indukcyjnej o liniowym i nieliniowym obwodzie magnetycznym przeznaczone do badań symulacyjnych maszyny o dowolnym układzie więzów elektrycznych.

Rozdział trzeci przedstawia analizę stanów elektromagnetycznych i elektrodynamicznych występujących podczas hamowania prądem stałym silników indukcyjnych. Sformułowano równania modeli matematycznych dla wybranych, najczęściej stosowanych układów połączeń uzwojeń fazowych stojana podczas hamowania. Wyznaczono zależności analityczne określające składowe chwilowe prądów i momentu elektromagnetycznego wytwarzanego podczas hamowania oraz wartości współczynników tłumienia i pulsacje tych składowych. Przedstawiono przebiegi chwilowe stanów elektromagnetycznych i elektrodynamicznych występujących podczas hamowania prądem stałym silników indukcyjnych oraz badania wpływu pola resztkowego wirnika i parametrów układu napędowego na przebieg trajektorii hamowania.

Rozdział czwarty przedstawia analizę przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego prądem stałym silników indukcyjnych klatkowych. Rozpatrzono układy przekształtnikowe o sterowaniu fazowym i sterowaniu impulsowym oraz zasady sterowania tymi układami. Podano metody analizy stanów quasi-ustalonych w tych układach hamowania, z zastosowaniem metod przestrzeni stanów i metod operatorowych. Przedstawiono wybrane wyniki obliczeń i badań symulacyjnych stanów elektromagnetycznych i elektrodynamicznych występujących w tych układach hamowania.

Rozdział piąty dotyczy analizy stanów hamowania rezystorowego i odzyskowego w przekształtnikowych układach hamowania elektrycznego silników indukcyjnych klatkowych, sterowanych częstotliwościowo przez falowniki prądu. Przedstawiono modele matematyczne przekształtnikowych układów hamowania, oparte na zastosowaniu funkcji przełączających falownika prądu lub zastosowaniu odpowiedniej orientacji układu współrzędnych przetransformowanych względem wektora prądu stojana silnika. Określono analityczne warunki równowagi statycznej układu hamowania oraz zależności umożliwiające dobór podstawowych parametrów i wyznaczenie charakterystyk statycznych hamowania. Wyznaczono przebiegi stanów elektromagnetycznych silnika indukcyjnego, występujące po przełączeniu ze stanu pracy silnikowej do stanu hamowania elektrycznego. Opisano strukturę układu sterowania i zasady doboru nastaw układu regulacji. Przedstawiono wybrane wyniki badań symulacyjnych stanów elektromagnetycznych podczas hamowania odzyskowego i hamowania rezystorowego.

Rozdział szósty przedstawia analizę stanów hamowania rezystorowego i odzyskowego w przekształtnikowych układach hamowania elektrycznego silników indukcyjnych klatkowych, sterowanych częstotliwościowo przez falowniki napięcia. Przedstawiono modele matematyczne przekształtnikowych układów hamowania, oparte na zastosowaniu funkcji przełączających falownika napięcia lub zastosowaniu odpowiedniej orientacji układu współrzędnych przetransformowanych względem wektora napięcia stojana silnika. Zanalizowano pracę układu hamowania rezystorowego, z zastosowaniem impulsowego sterowania rezystancji hamowania, dołączonej do obwodu pośredniczącego falownika. Omówiono układ i metodę hamowania dynamicznego prądem stałym silnika indukcyjnego z zastosowaniem odpowiednich strategii załączania zaworów energoelektronicznych falownika do sterowania średniej wartości prądu stałego, wymuszanego w uzwojeniu stojana. Przedstawiono układ i metodę hamowania odzyskowego z zastosowaniem przekształtnika sieciowego AC/DC o dwukierunkowym przepływie energii elektrycznej i sterowanego z zastosowaniem metody bezpośredniego sterowania mocy elektrycznej przekształtnika i bezpośredniego sterowania strumieniem i momentem elektromagnetycznym silnika indukcyjnego.

W rozdziale siódmym przedstawiono opis zaprojektowanych i wykonanych przez autora przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego prądem stałym silników indukcyjnych. Opisano budowę i układ sterowania przekształtnikowego układu hamowania o sterowaniu fazowym i sterowaniu impulsowym zaworów energoelektronicznych przekształtników. Podano wybrane wyniki badań eksperymentalnych wykonanych z zastosowaniem tych układów hamowania.

Rozdział ósmy zawiera podsumowanie pracy oraz wnioski.

Do pracy załączono cztery załączniki. W pierwszym przedstawiono równania bazowe, macierze impedancji oraz zależności określające moment elektromagnetyczny, wyrażone w różnych układach współrzędnych przetransformowanych dla liniowego modelu maszyny indukcyjnej. W załączniku drugim podano używaną w pracy do obliczeń i badań symulacyjnych analityczną aproksymację nieliniowej charakterystyki

magnesowania i definicje wybranych współczynników nieliniowego modelu matematycznego maszyny indukcyjnej. W załączniku trzecim przedstawiono równania bazowe, macierze impedancji oraz zależności określające moment elektromagnetyczny, wyrażone w różnych układach współrzędnych przetransformowanych, wyznaczone dla nieliniowego modelu maszyny indukcyjnej. W załączniku czwartym podano dane znamionowe i parametry dwóch wybranych typów silników indukcyjnych klatkowych, które wykorzystywano w obliczeniach i w badaniach symulacyjnych.

W pracy, z powodów ograniczenia jej objętości nie przedstawiono szczegółowych opisów i wydruków stosowanych programów obliczeniowych i symulacyjnych. Autor w trakcie wieloletnich prac dotyczących zagadnień przedstawionych w tej monografii opracował wiele własnych programów symulacyjnych do analizy wybranych układów i stanów ich pracy. Wraz z rozwojem technik komputerowych i oprogramowania w badaniach symulacyjnych zastępowano własne programy oprogramowaniem profesjonalnym (PSPICE, TCAD 4.2 i 6.2 itp.). Z powodu mało znaczących różnic wyników symulacji z zastosowaniem różnych programów, w pracy pominięto opisy wykorzystywanych programów symulacyjnych.

2. Modele matematyczne maszyny indukcyjnej o liniowym i nieliniowym obwodzie magnetycznym oraz różnych układach więzów elektrycznych

2.1. Wprowadzenie

Zadaniem modelu matematycznego maszyny indukcyjnej jest analityczne ujęcie zależności fizycznych występujących między chwilowymi wartościami napięć, prądów i strumieni magnetycznych w uzwojeniach maszyny oraz wyznaczenie relacji określającej wartość momentu elektromagnetycznego wytwarzanego podczas pracy maszyny. Równania modelu matematycznego maszyny indukcyjnej mogą być otrzymane na podstawie teorii elektromechanicznego przetwarzania energii z zastosowaniem zasady Hamiltona lub funkcji Lagrange’a [35, 37, 52, 83, 107]. Postać równań modeli matematycznych jest uzależniona od założeń upraszczających, przyjętych do opisu maszyny oraz od wyboru wielkości elektromagnetycznych rozpatrywanych jako niezależne zmienne stanu. W literaturze najczęściej są opisywane modele matematyczne, sformułowane dla maszyn indukcyjnych o nieskojarzonych galwanicznie uzwojeniach fazowych lub o typowych połączeniach tych uzwojeń w gwiazdę lub w trójkąt oraz z założeń

niem liniowości obwodów magnetycznych maszyny [18, 22, 35, 37, 52, 54, 71, 85, 86, 91, 107]. W wielu wypadkach modele te nie mogą być stosowane do analizy stanów pracy maszyny indukcyjnej. Dotyczy to najczęściej analizy układów, w których zastosowano odmienne od typowych układy połączeń uzwojeń fazowych maszyny oraz analizy takich stanów pracy, w których występuje duży wpływ zjawisk związanych z nasyceniem obwodów magnetycznych maszyny.

Odmienne od typowych układy połączeń uzwojeń fazowych maszyny indukcyjnej mogą być stosowane celowo lub zostać wymuszone przez warunki występujące podczas eksploatacji maszyny. Zamierzone stosowanie tych układów ma na celu uzyskanie pożądanych właściwości lub specjalnych stanów pracy maszyny. Przykładem tego są układy stosowane podczas hamowania elektrycznego silników indukcyjnych oraz układy niesymetrycznych połączeń uzwojeń maszyny indukcyjnej, stosowane do sterowania prędkości kątowej [19, 20, 24]. W przekształtnikowych układach napędowych cykliczne zmiany stanów przewodzenia zaworów półprzewodnikowych przekształtnika energoelektronicznego, przyłączonego do zacisków uzwojenia maszyny, mogą być rozpatrywane jako cykliczne zmiany połączeń uzwojeń fazowych. Do odrębnej natomiast grupy należą te układy, które mogą powstać w awaryjnych stanach pracy, związanych z wystąpieniem przerw lub zwarć zewnętrznych w uzwojeniach fazowych maszyny lub w przewodach linii zasilającej oraz układy połączeń otrzymane w następstwie wykonania nieprawidłowych połączeń uzwojeń podczas montażu maszyny. Od strony elektromechanicznej każdy układ połączeń uzwojeń fazowych maszyny indukcyjnej może być rozpatrywany jako układ więzów elektrycznych, wprowadzających ograniczenia dla swobody zmian prądów lub strumieni sprzężonych z tymi uzwojeniami. Więzy te powodują zmniejszenie całkowitej liczby stopni swobody elektrycznej układu, czyli liczby niezależnych zmiennych stanu, wymaganych do jego opisu. Model matematyczny maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi jest więc opisany przez mniejszą liczbę zmiennych stanu, a zatem ma odmienną postać od modelu matematycznego, sformułowanego dla maszyny swobodnej, czyli bez więzów elektrycznych.

Podczas formułowania równań modelu matematycznego maszyny indukcyjnej, ważnym zagadnieniem jest również odpowiednie ujęcie właściwości obwodów magnetycznych maszyny. Modele uwzględniające nieliniowość obwodów magnetycznych maszyny są znacznie bardziej złożone i wymagają znajomości dodatkowych parametrów i charakterystyk maszyny. W typowych stanach pracy, dla których maszyna została zaprojektowana i wykonana, a wartości prądów w uzwojeniach nie przekraczają wartości znamionowych, zwykle wystarczająco dokładne są powszechnie stosowane modele oparte na założeniu liniowości obwodu magnetycznego maszyny. Modele te mogą być jednak nieprzydatne do analizy tych stanów pracy maszyny, w których zachodzi konieczność uwzględnienia wpływu zjawisk wywołanych przez nasycenie obwodów magnetycznych. Pominięcie nieliniowości obwodów magnetycznych może prowadzić do dużych niedokładności w obliczaniu wartości wielkości elektromagnetycznych, zarówno

w analizie stanów ustalonych, jak i nieustalonych maszyny. Największy wpływ zjawiska nasycenia obwodów magnetycznych występuje przeważnie w tych stanach pracy, w których wartości prędkości kątowych wirnika różnią się znacznie od prędkości znamionowej lub zmieniają się w szerokim przedziale oraz gdy są stosowane odmienne od typowych układy połączeń uzwojeń fazowych maszyny, a uzwojenia te są zasilane ze źródeł zasilania, których rodzaj wymuszenia lub wartości napięć zasilających nie odpowiadają danym znamionowym maszyny.

Wymienione względy wskazują, że opisane dotychczas w literaturze modele matematyczne maszyny indukcyjnej powinny zostać rozwinięte, w celu zapewnienia możliwości ich zastosowania również do analizy takich stanów pracy, w których są stosowane odmienne układy połączeń uzwojeń fazowych lub występują zjawiska wywołane nieliniowością obwodów magnetycznych maszyny.

W celu sformułowania równań modelu matematycznego maszyny indukcyjnej, najbardziej zbliżonych do modelu fizycznego, za zmienne stanu są przyjmowane rzeczywiste wartości prądów lub strumieni sprzężonych z poszczególnymi uzwojeniami fazowymi. Zbiór tych zmiennych stanowi układ współrzędnych naturalnych, nazywanych też współrzędnymi fazowymi. Jako zmienne stanu mogą być również przyjęte inne zmienne, które są otrzymywane przez transformację współrzędnych fazowych do wybranych układów współrzędnych. W opracowanej przez G. Krona tensorowej teorii obwodów elektrycznych [36] wykazano, że po spełnieniu odpowiednich warunków transformacji otrzymuje się całkowitą równoważność modeli matematycznych maszyn indukcyjnych, opisywanych z zastosowaniem jako zmiennych stanu zarówno współrzędnych fazowych, jak i współrzędnych przetransformowanych.

W dalszej części rozdziału przedstawiono modele matematyczne maszyny indukcyjnej o liniowym i nieliniowym obwodzie magnetycznym, sformułowane dla układu swobodnego maszyny, czyli układu bez więzów elektrycznych. W modelach tych zastosowano zmienne stanu, wyrażone w naturalnym i w przetransformowanych układach współrzędnych. Następnie podano ogólne zasady przekształcania równań tych modeli dla różnych układów więzów elektrycznych, wymuszonych przez sposób skjarzenia galwanicznego uzwojeń fazowych maszyny.

2.2. Założenia upraszczające

Ogólne równania trójfazowej maszyny indukcyjnej o liniowym lub nieliniowym obwodzie magnetycznym sformułowano z uwzględnieniem następujących założeń upraszczających:

1. Rozpatrywana jest maszyna indukcyjna o trójfazowych, wewnętrznie symetrycznych uzwojeniach fazowych stojana i wirnika. Przyjęto, że uzwojenia fazowe są między sobą sprzężone magnetycznie, lecz nie są połączone galwanicznie. Rzeczywi-

sty, przestrzenny rozkład uzwojeń fazowych zastępuje się przez równoważny układ uzwojeń rozłożonych sinusoidalnie wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej. W maszynie o wirniku klatkowym uzwojenie klatkowe wirnika jest sprowadzone do równoważnego uzwojenia trójfazowego. Parametry i wielkości elektromagnetyczne uzwojenia wirnika są przeliczone na stronę uzwojenia stojana.

2. W szczelinie powietrznej maszyny uwzględnia się tylko składową podstawową indukcji magnetycznej o kierunku promieniowym i o sinusoidalnej zmienności wzdłuż obwodu szczeliny. Wpływ żłobkowania obwodów magnetycznych stojana i wirnika ujęto wprowadzając zwiększenie długości równomiernej szczeliny powietrznej przez współczynnik Cartera. Pomijany jest wpływ skosu żłobków, prądów wirowych oraz wypierania prądów w uzwojeniach.

3. Rozpatrywane są tylko modele obwodowe maszyny indukcyjnej o parametrach skupionych, formułowane oddzielnie dla maszyny o liniowym i o nieliniowym obwodzie magnetycznym. Modele polowe [12], które umożliwiają dokładniejsze ujęcie wpływu nieliniowości i innych zjawisk, nie znalazły dotychczas wielu zastosowań w analizie układów napędowych, z powodu znacznej złożoności i dużej pracochłonności obliczeń. W odniesieniu do zagadnień rozpatrywanych w niniejszej monografii przyjęto, że wpływ zjawiska nasycenia dotyczy obwodu magnetycznego dla przepływu głównego strumienia magnetycznego, a obwody dla strumieni rozproszeń uzwojenia stojana i wirnika są traktowane jako obwody liniowe. Uzasadnieniem tego założenia jest to, że przeważająca część drogi przepływu głównego strumienia magnetycznego przebiega w rdzeniu magnetycznym maszyny. Natomiast założenie liniowości dróg dla strumieni rozproszczenia oparto na uwzględnieniu warunku, że drogi tych strumieni w przeważającej części występują w szczelinie powietrznej, a prądy wywołujące te strumienie są mniejsze od prądów zwarciovych maszyny.

4. Dla modelu opartego na założeniu liniowości obwodów magnetycznych maszyny przyjęto, że wartość indukcji magnetycznej w szczelinie jest liniową funkcją wypadkowego przepływu magnetycznego wytwarzanego przez prądy w uzwojeniach fazowych stojana i wirnika. Umożliwia to założenie, że przenikalność magnetyczna rdzenia obwodu magnetycznego jest nieskończenie duża, a całkowita energia pola magnetycznego jest zmagazynowana wyłącznie w szczelinie powietrznej maszyny [52, 83, 107]. Natomiast dla modelu opartego na założeniu nieliniowości głównego obwodu magnetycznego maszyny przyjęto, że wartość indukcji magnetycznej w szczelinie jest nieliniową funkcją wypadkowego przepływu magnetycznego, wytwarzanego przez prądy w uzwojeniach maszyny. Dla uproszczenia złożoności zagadnienia przyjęto, że największe znaczenie ma składowa podstawowa rozkładu pola magnetycznego w szczelinie, czyli że rozkład strumienia magnetycznego wzdłuż długości szczeliny jest sinusoidalny. Uzasadnieniem tego założenia jest przeciwstawne działanie napięć magnetycznych w zębach i w jarzmie maszyny [105] oraz to, że wpływ wyższych harmonicznych przestrzennych przepływu magnetycznego jest ograniczony przez stosowane w praktyce wartości współczynników

uzwojeń maszyny. Przyjęte założenia umożliwiają uwzględnienie zmienności nasycenia głównego obwodu magnetycznego maszyny przez wprowadzenie fikcyjnej zmienności długości szczeliny powietrznej maszyny [15, 34, 105]. Umożliwia to rozpatrywanie rzeczywistej maszyny o nieliniowym obwodzie magnetycznym, jako maszyny o liniowym obwodzie magnetycznym, w której długość szczeliny powietrznej ma zmienną wartość w funkcji wypadkowego przepływu magnetycznego. Nieliniowość obwodu magnetycznego może być wtedy wyrażona przez sformułowanie relacji występującej tylko między wartościami modułów wektorów: strumienia magnesowania i prądu magnesowania. Relacja ta może zostać wyznaczona na podstawie charakterystyki magnesowania obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej. Przyjmuje się dodatkowo, że charakterystyka magnesowania maszyny jest jednoznaczna, czyli bezhisterezowa. Zaletą przedstawionego sposobu ujęcia nieliniowości obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej jest zachowanie możliwości zastosowania klasycznych definicji współczynników indukcyjności.

W niniejszej pracy modele matematyczne maszyny indukcyjnej sformułowane przy założeniu liniowości obwodu magnetycznego są nazywane modelami liniowymi, a sformułowane przy założeniu nieliniowości obwodu magnetycznego – modelami nieliniowymi. Takie określenia liniowości i nieliniowości modelu matematycznego nie są związane z liniowością lub nieliniowością układu równań różniczkowych zwyczajnych modeli matematycznych maszyny indukcyjnej. Ogólnie, jeśli prędkość kątowna wirnika jest zmienna, to układ równań różniczkowych modelu jest zawsze układem nieliniowym, zarówno dla liniowego, jak i nieliniowego obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej. Maszyna indukcyjna o trójfazowych nieskojarzonych galwanicznie uzwojeniach fazowych stojana i wirnika stanowi swobodny układ elektromechaniczny, o sześciu stopniach swobody elektrycznej i o jednym stopniu swobody mechanicznej. Ogólne równania modelu matematycznego wyznaczone dla maszyny bez więzów elektrycznych są dalej nazywane równaniami bazowymi maszyny indukcyjnej.

2.3. Równania bazowe maszyny indukcyjnej o liniowym obwodzie magnetycznym

2.3.1. Równania maszyny indukcyjnej we współrzędnych fazowych

Po przyjęciu zmiennych stanu, wyrażonych przez współrzędne fazowe równania symetrycznej maszyny indukcyjnej o liniowym obwodzie magnetycznym, można przedstawić w ogólnej postaci macierzowej [35, 37, 52, 83, 107]:

$$[u_F] = [R_F][i_F] + p[\psi_F], \quad (2.1)$$

$$[\psi_F] = [L_F(\varphi_e)][i_F] = [L_F][i_F], \quad (2.2)$$

$$M_e = \frac{1}{2} p_b [i_F]' \left(\frac{\partial}{\partial \varphi_e} [L_F] \right) [i_F] = M_m + J p \omega_m. \quad (2.3)$$

Kolumnowy wektor dowolnych fazowych wielkości elektromagnetycznych w ($w = u, i, \psi$), w równaniach (2.1)–(2.3) zawiera następujące elementy składowe:

$$[w_F] = \text{col}[[w_s], [w_r]], \quad [w_i] = \text{col}[w_{iU}, w_{iV}, w_{iW}], \quad (i = s, r). \quad (2.4)$$

Indeksami $i = s, r$ oznaczono odpowiednio wielkości uzwojenia stojana i wirnika, a indeksami U, V, W odpowiednio wielkości fazowe dotyczące uzwojeń fazowych U, V, W stojana lub wirnika.

Do analizy maszyny indukcyjnej z różnymi więzami elektrycznymi najkorzystniejsze jest przyjęcie jako zmiennych stanu prądów fazowych w uzwojeniach fazowych. Po odpowiednich przekształceniach macierzowego równania napięciowego (2.1) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} [u_F] &= [R_F][i_F] + p([L_F][i_F]) = [R_F][i_F] + [L_F] \cdot p[i_F] + (p[L_F])[i_F] = \\ &= [R_F][i_F] + [L_F] \cdot p[i_F] + \omega_e \left(\frac{\partial}{\partial \varphi_e} [L_F] \right) [i_F] \end{aligned} \quad (2.5)$$

Na podstawie równania (2.5) zdefiniowano macierz $[Z_F]$, nazywaną dalej umownie „macierzą impedancji maszyny indukcyjnej dla współrzędnych fazowych”:

$$[Z_F] = [R_F] + [L_F]p + \omega_e [G_F]. \quad (2.6)$$

Równanie napięciowe (2.1) można zapisać wtedy w następującej ogólnej postaci:

$$[u_F] = [Z_F][i_F]. \quad (2.7)$$

Szczegółowa postać zależności opisujących elementy macierzy $[Z_F]$ oraz moment elektromagnetyczny maszyny indukcyjnej bez więzów elektrycznych, wyznaczonych dla współrzędnych fazowych, została podana w Załączniku 1.

Niekorzystną cechą układu równań modelu matematycznego maszyny indukcyjnej, sformułowanego dla współrzędnych fazowych, jest występowanie w tych równaniach wielu współczynników, których wartości są okresowo zmienne w funkcji kąta obrotu wirnika. Dla znanych obecnie technik obliczeniowych i metod symulacji niedogodność ta nie stanowi ograniczenia możliwości zastosowania bezpośredniego rozwiązywania numerycznego tych równań [9]. Postępowanie takie jest jednak niecelowe, gdyż przez odpowiednią transformację współrzędnych można otrzymać bardziej wygodną do analizy i obliczeń równoważną postać tych równań o stałych współczynnikach.

2.3.2. Ogólne transformacje współrzędnych fazowych do układów współrzędnych przetransformowanych

Warunkiem wyeliminowania okresowej zmienności współczynników indukcyjności w równaniach modelu matematycznego maszyny jest zastosowanie transformacji współrzędnych fazowych stojana i wirnika do wspólnego układu współrzędnych przetransformowanych [35, 37, 45, 52, 83, 107]. Ogólne przekształcenie współrzędnych fazowych stojana i wirnika do wspólnego układu współrzędnych przetransformowanych (oznaczonych dalej indeksem dolnym P) jest dokonywane przez odpowiednią macierz transformacji $[T]$:

$$[w_P] = [T][w_F] = [[w_{sP}], [w_{rP}]]^t, \quad [w_{iP}] = [T_i][w_{iF}], \quad i = s, r, \quad (2.8)$$

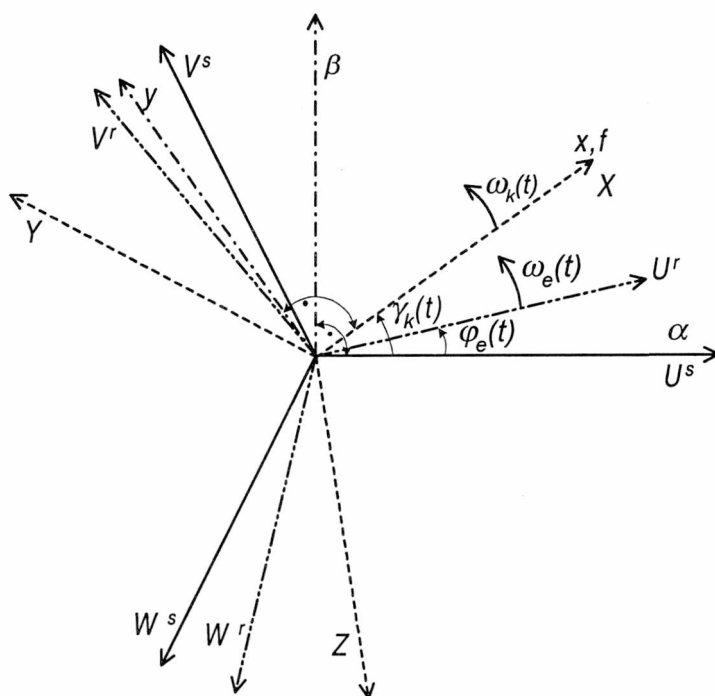
$$[T] = \text{diag}\{[T_s(\gamma_s)], [T_r(\gamma_r)]\}, \quad [T_i] = [T(\gamma_i)], \quad i = s, r, \quad (2.9)$$

przy czym:

$$\gamma_s = \gamma_k, \quad \gamma_r = \gamma_k - \varphi_e. \quad (2.10)$$

Transformacje współrzędnych fazowych do różnych układów współrzędnych przetransformowanych otrzymuje się przez zastosowanie odpowiedniej macierzy transformacji $[T]$. Macierz $[T]$ jest złożona z macierzy transformacji współrzędnych fazowych stojana $[T_s]$ i współrzędnych fazowych wirnika $[T_r]$ do wspólnego układu współrzędnych przetransformowanych. Różnice między macierzami $[T_s]$ i $[T_r]$ są spowodowane jedynie zależnościami funkcyjnymi od innych kątów, które są równe, odpowiednio γ_s lub γ_r . Kąty te wyznaczają położenie przetransformowanego układu współrzędnych względem osi odniesienia uzwojeń fazowych stojana i wirnika. Są one zależne od kąta γ_k określającego chwilowe położenie osi odniesienia układu współrzędnych przetransformowanych względem przyjętej jako oś odniesienia U^s osi fazy U uzwojenia stojana. W ogólnym przypadku kąt γ_k może być zmienny w dowolny sposób w funkcji czasu. W zależności od tego, czy wartość chwilowa kąta γ_k jest stała lub zmienna w funkcji czasu, otrzymuje się transformację współrzędnych fazowych stojana i wirnika, odpowiednio do nieruchomego lub ruchomego wspólnego układu współrzędnych przetransformowanych. W szczególnym przypadku, gdy wartość kąta γ_k jest stała $\gamma_k = \gamma_0 = \text{const}$, otrzymuje się transformację współrzędnych fazowych do nieruchomego względem stojana układu współrzędnych przetransformowanych, względem osi odniesienia U^s o stałą, dowolnie przyjętą wartość kąta γ_0 . Przez odpowiedni wybór wartości kąta γ_0 można uzyskać takie usytuowania układu współrzędnych przetransformowanych, przy których jedna z jego osi jest odpowiednio współliniowa lub prostopadła do którejkolwiek osi uzwojeń fazowych stojana (U , V , W) lub tworzy z tą osią dowolny zadany kąt. Taka możliwość dowolnego wyboru usytuowania osi układu współrzędnych przetransformo-

wanych zostanie wykorzystana w dalszej części rozdziału, do formułowania równań modelu matematycznego maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi.



Rys. 2.1. Układy współrzędnych fazowych stojana (U^s , V^s , W^s) i wirnika (U^r , V^r , W^r) oraz układy współrzędnych przetransformowanych: układu prostokątnego (α , β , 0) i (x , y , 0), układu trójosiowego (X , Y , Z) i układu chwilowych symetrycznych (f , b , 0)

W teorii elektromechanicznego przetwarzania energii są stosowane transformacje fazowych zmiennych stanu do następujących układów współrzędnych przetransformowanych:

- ogólnego układu współrzędnych prostokątnych (x , y , 0),
- ogólnej postaci wektorowej,
- ogólnego układu współrzędnych trójosiowych (X , Y , Z),
- ogólnego układu chwilowych składowych symetrycznych (f , b , 0).

Wzajemne usytuowania osi uzwojeń fazowych maszyny indukcyjnej i osi układów współrzędnych przetransformowanych przedstawiono na rys. 2.1. Ogólne postacie macierzy transformacji współrzędnych fazowych maszyny indukcyjnej do przetransformowanych układów współrzędnych przedstawiono w Załączniku 1. Rozpatrywane transformacje spełniają warunek liniowości, czyli niezmienniczości liczby zmiennych stanu oraz warunek inwariantności mocy elektrycznej. Ogólność tych transformacji wynika z identyczności struktur macierzy transformacji zmiennych fazowych stojana

i wirnika oraz możliwości wyboru dowolnego usytuowania układów współrzędnych przetransformowanych.

2.3.3. Ogólne równania bazowe maszyny indukcyjnej we współrzędnych przetransformowanych

Po transformacji równań (2.5) do układu współrzędnych przetransformowanych równania bazowe maszyny indukcyjnej można przedstawić w następującej postaci:

$$[u_p] = [R_p][i_p] + p[\psi_p] + [K_p][\omega_p] = [Z_p][i_p], \quad (2.11)$$

$$[\psi_p] = [L_p][i_p]. \quad (2.12)$$

Macierze współczynników równań dla współrzędnych przetransformowanych otrzymuje się drogą następujących ogólnych przekształceń:

$$[R_p] = [T][R_F][T]^{-1} = [R_F], \quad [L_p] = [T][L_F][T]^{-1}, \quad (2.13)$$

$$[K_p] = [T] \cdot p[T]^{-1} = \text{diag}\{\omega_k [N_p], (\omega_k - \omega_e)[N_p]\}. \quad (2.14)$$

Po uwzględnieniu tych przekształceń otrzymuje się wyrażenie, określające umowną „macierz impedancji maszyny indukcyjnej we współrzędnych przetransformowanych”:

$$[Z_p] = [T][Z_F][T]^{-1} = [R_p] + [L_p]p + [K_p][L_p]. \quad (2.15)$$

Ogólne równanie określające moment elektromagnetyczny M_e , z zastosowaniem współrzędnych przetransformowanych, wynosi:

$$M_e = p_b [i_p^*]^t \left\{ [T] \left(\frac{\partial}{\partial \varphi_e} [T]^{-1} \right) [L_p] \right\} [i_p] = p_b [i_p^*]^t [G_p][i_p], \quad (2.16)$$

gdzie:

$$[G_p] = [T] \left(\frac{\partial}{\partial \varphi_e} [T]^{-1} \right) [L_p] = \text{diag}([0]_{3 \times 3} - [N_p]) \cdot [L_p]. \quad (2.17)$$

Równania (2.11)–(2.17) przedstawiają zasady sformalizowanego otrzymywania równań bazowych maszyny indukcyjnej, wyrażonych w dowolnym układzie współrzędnych przetransformowanych. Równania bazowe maszyny indukcyjnej i wyrażenie określające moment elektromagnetyczny, sformułowane dla wybranych układów współrzędnych przetransformowanych, przedstawiono w Załączniku 1.

2.4. Równania bazowe maszyny indukcyjnej o nieliniowym obwodzie magnetycznym

Przedstawione w tym rozdziale metody analizy i modelowania matematycznego maszyny indukcyjnej o nieliniowym obwodzie magnetycznym stanowią rozszerzenie i uogólnienie zagadnień rozpatrywanych w pracach [8, 15, 29, 34, 47, 78, 87, 88, 99, 100, 105]. Celem tej analizy jest sformułowanie ogólnych równań bazowych maszyny indukcyjnej, o nieliniowym obwodzie magnetycznym, z zastosowaniem zmiennych stanu, wyrażonych w dowolnym układzie współrzędnych przetransformowanych. Formułując równania modelu matematycznego maszyny indukcyjnej o nieliniowym obwodzie magnetycznym przyjęto, że całkowity strumień magnetyczny sprzężony z uzwojeniem stojana i wirnika można rozdzielić odpowiednio na strumień pola głównego (strumień magnesowania) oraz na strumienie rozproszenia uzwojenia stojana i wirnika. Zgodnie z założeniami podanymi w rozdz. 2.2 wpływ nieliniowości obwodu magnetycznego maszyny zostanie uwzględniony tylko dla drogi przepływu strumienia pola głównego, a obwody magnetyczne dla strumieni rozproszonych stojana i wirnika są rozpatrywane jako liniowe. Od strony analitycznej nieliniowe właściwości obwodu magnetycznego najkorzystniej jest przedstawić w postaci zależności występujących między wektorami odpowiednich wielkości elektromagnetycznych. Przyjęto, że nieliniowość obwodu magnetycznego maszyny dla strumienia pola głównego może być analitycznie ujęta przez nieliniową zależność funkcyjną między wartościami modułu i argumentu wektora strumienia magnesowania $\underline{\psi}_m$ oraz wektora prądu magnesowania $\underline{i}_m$:

$$\underline{\psi}_m = \psi_m(i_m, \mu_m) = \psi_m(i_m) e^{j\mu_m} = L_m(i_m) \underline{i}_m = L_m(i_m) i_m e^{j\mu_m}, \quad (2.18)$$

$$\underline{i}_m = \underline{i}_s + \underline{i}_r, \quad i_m = |\underline{i}_m|,$$

$$\psi_m = |\underline{\psi}_m| = \psi_m(i_m) = L_m(i_m) i_m, \quad \mu_m = \arg(\underline{\psi}_m) = \arg(\underline{i}_m). \quad (2.19)$$

Charakterystyka $\psi_m(i_m)$, uwzględniająca nieliniowe właściwości obwodu magnetycznego, jest charakterystyką nieliniową, której przebieg może być wyznaczony pomiarowo lub na podstawie przyjętej analitycznej aproksymacji charakterystyki magnesowania maszyny. W niniejszej pracy charakterystyka $\psi_m(i_m)$ została określona na podstawie aproksymacji normalnej charakterystyki magnesowania [97, 101] za pomocą następującej funkcji analitycznej:

$$\psi_m = \psi_m(i_m) = A_m \cdot \arctg(B_m \cdot i_m) + C_m \cdot i_m. \quad (2.20)$$

Wartości współczynników przyjmowanych we wzorze aproksymacyjnym (2.20) podano w Załączniku 2.

W analizie maszyny indukcyjnej o nieliniowym obwodzie magnetycznym wprowadza się następujące współczynniki indukcyjności: statycznej indukcyjności magnesowania L_m i dynamicznej indukcyjności magnesowania L_{md} [8, 15, 34, 47]:

$$L_m = L_m(i_m) = \psi_m(i_m)/i_m, \quad L_{md} = L_{md}(i_m) = \partial \psi_m(i_m) / \partial i_m. \quad (2.21)$$

Dla nieliniowego obwodu magnetycznego indukcyjności L_m i L_{md} mają różne wartości i są nieliniowymi funkcjami modułu wektora prądu magnesowania i_m . Natomiast dla liniowego obwodu magnetycznego wartości tych indukcyjności nie zależą od prądu magnesowania i jest zawsze spełniony warunek: $L_m = L_{md} = \text{const}$.

Ogólne równania macierzowe dla nieliniowego modelu maszyny indukcyjnej, wyrażone w dowolnym układzie współrzędnych przetransformowanych, można otrzymać przez wprowadzenie do równań bazowych (2.11), (2.12) nieliniowych zależności między strumieniami sprzężonymi i prądami maszyny:

$$[u_P] = [R_P][i_P] + p[\psi_P(i_m)] + [K_P][\psi_P(i_m)], \quad (2.22)$$

$$[\psi_P] = [\psi_P(i_m)] = [L_P(i_m)][i_P]. \quad (2.23)$$

Macierz indukcyjności $[L_P(i_m)]$ dla modelu nieliniowego maszyny ma taką samą strukturę jak macierz $[L_P]$ dla modelu liniowego. Wszystkie elementy tej macierzy zawierające składniki w których występuje indukcyjność magnesowania L_m są w tym przypadku nieliniowo zależne od modułu wektora prądu magnesowania i_m .

Po wprowadzeniu rozdziału strumieni magnetycznych na strumień rozproszenia stojana i wirnika oraz strumień magnesowania otrzymuje się:

$$[\psi_P] = [\psi_P(i_m)] = [\psi_{\sigma P}] + [\psi_{mP}(i_m)] = [L_{\sigma P}][i_P] + [L_{mP}(i_m)][i_P]. \quad (2.24)$$

Składnik $p[\psi_P(i_m)]$ występujący w równaniu (2.22) można przekształcić w następujący sposób:

$$\begin{aligned} p[\psi_P(i_m)] &= [L_{\sigma P}] \cdot p[i_P] + p[\psi_{mP}(i_m)] \\ &= [L_{\sigma P}] \cdot p[i_P] + \left(\partial [\psi_{mP}(i_m)] / \partial i_m \right) \cdot p[i_P] = ([L_{\sigma P}] + [L_{gP}(i_m, \mu_m)]) \cdot p[i_P]. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Z zależności (2.25) wynika, że w równaniach maszyny indukcyjnej o nieliniowym obwodzie magnetycznym występuje odmienna postać macierzy współczynników indukcyjności $[L_{gP}(i_m, \mu_m)]$. Po wykonaniu przekształceń, z uwzględnieniem zmiennych stanu w wybranym układzie współrzędnych można wykazać, że elementy macierzy $[L_{gP}(i_m, \mu_m)]$ zawierają współczynniki, które są zależne od zmiennych nieliniowo współczynników indukcyjności statycznej $L_m(i_m)$ i indukcyjności dynamicznej $L_{md}(i_m)$

oraz od kąta μ_m położenia wektora prądu magnesowania względem osi odniesienia przyjętego układu współrzędnych.

Po podstawieniu równania (2.25) do równania (2.22) otrzymuje się następujące ogólne napięciowe równanie macierzowe dla nieliniowego modelu matematycznego maszyny indukcyjnej, wyrażone w dowolnym układzie współrzędnych przetransformowanych:

$$[u_P] = [R_P][i_P] + ([L_{\sigma P}] + [L_{gP}(i_m, \mu_m)]) \cdot p[i_P] + [K_P][L_P(i_m)][i_P]. \quad (2.26)$$

Ogólne wyrażenie, określające umowną „macierz impedancji nieliniowej maszyny indukcyjnej” we współrzędnych przetransformowanych wynosi:

$$[Z_P] = [Z_P(i_m, \mu_m)] = [R_P] + ([L_{\sigma P}] + [L_{gP}(i_m, \mu_m)])p + [K_P][L_P(i_m)] \quad (2.27)$$

Ogólna zależność określająca moment elektromagnetyczny dla modelu nieliniowego maszyny indukcyjnej wynosi:

$$M_e = p_b [i_P^*]^t \left\{ [T] \left(\frac{\partial}{\partial \varphi_e} [T]^{-1} \right) [L_P(i_m)] \right\} [i_P] = p_b [i_P^*]^t [G_P(i_m)][i_P]. \quad (2.28)$$

Szczegółowe równania modeli matematycznych maszyny indukcyjnej o nieliniowym obwodzie magnetycznym, sformułowane dla zmiennych stanu w różnych układach współrzędnych przetransformowanych, przedstawiono w Załączniku 3.

Dla analizy stanów pracy maszyny indukcyjnej o nieliniowym obwodzie magnetycznym jest celowe rozpatrzenie równań maszyny, dla stanów statycznych. Po uwzględnieniu ustalonych wartości zmiennych stanu otrzymuje się po przekształceniach równań (2.26) następujący macierzowy układ równań algebraicznych:

$$[\mu_P] = [R_P][I_P] + [K_P][L_P(I_m)][I_P]. \quad (2.29)$$

Na podstawie równania macierzowego (2.29) można stwierdzić, że w analizie stanów statycznych w równaniach maszyny, należy uwzględniać jedynie nieliniową zmienność statycznej indukcyjności magnesowania, odpowiadającą danemu stanowi magnetycznemu maszyny. Prowadzi to do wniosku, że klasyczna metoda analizy stanów statycznych maszyny indukcyjnej, o nieliniowym obwodzie magnetycznym, przez uwzględnienie w równaniach algebraicznych statycznej zmienności indukcyjności magnesowania od prądu magnesowania $L_m(I_m)$ jest metodą teoretycznie poprawną. Analiza porównawcza układów równań (2.26) i (2.29) wskazuje natomiast, że spotykana nieraz w literaturze przedmiotu metoda uwzględniania statycznej zmienności indukcyjności magnesowania od prądu magnesowania $L_m(i_m)$ w równaniach różniczkowych maszyny nie jest poprawna, nie tylko pod względem fizycznym, lecz również matematycznym.

2.5. Równania maszyny indukcyjnej dla różnych układów więzów elektrycznych

2.5.1. Równania ogólne maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi

W teorii elektromechanicznego przetwarzania energii, galwaniczne połączenia uzwojeń fazowych maszyn elektrycznych są rozpatrywane jako skleronomiczne i holonomiczne więzy elektryczne, zmniejszające całkowitą liczbę stopni swobody elektrycznej maszyny, w porównaniu do układu swobodnego, bez więzów. Równania modelu matematycznego maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi otrzymuje się na podstawie zasad tensorowego przekształcania równań bazowych maszyny dla układu swobodnego [36, 37, 52, 82, 83].

Dla wykonania tych przekształceń konieczne jest wyznaczenie macierzy więzów $[W_F]$, odpowiadającej danemu układowi połączeń uzwojeń fazowych maszyny. Macierz $[W_F]$ ujmuje zależności algebraiczne występujące między fazowymi zmiennymi stanu dla układu bez więzów i zmiennymi stanu dla układu z więzami:

$$[i_F] = [W_F][i_{FW}]. \quad (2.30)$$

Macierz więzów $[W_F]$ jest macierzą prostokątną o liczbie wierszy równej liczbie stopni swobody układu bez więzów i liczbie kolumn równej liczbie stopni swobody układu z więzami. W razie wyboru jako zmiennych stanu prądów w uzwojeniach fazowych macierz więzów jest określona przez zależności algebraiczne między tymi prądami wynikającymi z I prawa Kirchhoffa, a elementy macierzy więzów $[W_F]$ przyjmują tylko wartości równe (-1) , 0 lub 1 .

Równania modelu matematycznego maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi mogą być sformułowane na podstawie przekształceń równań bazowych, z zastosowaniem jako zmiennych stanu współrzędnych fazowych lub przetransformowanych. W przypadku współrzędnych fazowych równania bazowe maszyny indukcyjnej bez więzów są równaniami o współczynnikach zmiennych w funkcji kąta obrotu wirnika. Po przekształceniach tych równań, za pośrednictwem macierzy więzów, zmienność współczynników występujących w przekształconych równaniach zostanie zachowana. Otrzymane w ten sposób równania można następnie, przez odpowiednie transformacje współrzędnych, przekształcić do równań o stałych współczynnikach. Wymagane do tego celu macierze transformacji współrzędnych nie są ogólnie znane i mogą być wyznaczone na podstawie określenia wartości własnych macierzy indukcyjności, otrzymanych dla maszyny z więzami. Postępowanie takie jest nieracjonalne, gdyż wymaga odrębnego poszukiwania macierzy transformacji zmiennych dla każdego rozpatrywanego układu więzów. Ponadto zastosowanie tych transformacji jest ograniczone tylko

do tych układów więzów, dla których zostały one wyznaczone. Niedogodność ta może być wyeliminowana, jeżeli jako równania bazowe maszyny bez więzów zostaną przyjęte równania bazowe dla przetransformowanych zmiennych stanu, gdyż są one równaniami o stałych współczynnikach.

Dla otrzymania równań maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi, wyrażonych dla zmiennych stanu w przetransformowanym układzie współrzędnych, obowiązują następujące zasady tensorowych przekształceń równań bazowych maszyny indukcyjnej [36, 37]:

$$[i_P] = [W_P] [i_{PW}], \quad (2.31)$$

$$[u_{PW}] = [W_P]' [u_P] = [Z_{PW}] [i_{PW}], \quad (2.32)$$

$$[Z_{PW}] = [W_P]' [Z_P] [W_P]. \quad (2.33)$$

Macierz więzów przetransformowanych $[W_P]$ jest również macierzą prostokątną, o liczbie wierszy równej liczbie stopni swobody układu bez więzów i liczbie kolumn równej liczbie stopni swobody układu z więzami elektrycznymi. Postać tej macierzy więzów nie jest bezpośrednio znana i może być wyznaczona na podstawie odpowiednich przekształceń macierzy więzów dla prądów fazowych maszyny. W przekształceniach tych należy uwzględnić zależności występujące między prądami fazowymi a prądami przetransformowanymi, wynikające z transformacji odwrotnej współrzędnych. Macierze transformacji współrzędnych mają postać zależną od wyboru układu współrzędnych przetransformowanych, współczynniki tych macierzy są natomiast funkcją kąta określającego chwilowe położenie układu współrzędnych przetransformowanych. Wynika z tego, że dla danej macierzy więzów $[W_F]$ otrzymać można różne, równoważne postacie macierzy więzów przetransformowanych $[W_P]$. W odróżnieniu od macierzy $[W_F]$, której elementami są tylko liczby całkowite, macierz więzów $[W_P]$ może zawierać elementy nie będące liczbami całkowitymi.

Dla otrzymania równań maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi o liniowym lub nieliniowym obwodzie magnetycznym obowiązują takie same sformalizowane, przekształcenia tensorowe równań bazowych maszyny indukcyjnej. W przypadku maszyny indukcyjnej o liniowym obwodzie magnetycznym, otrzymuje się następującą ogólną postać równań wyrażonych w dowolnym układzie współrzędnych przetransformowanych:

$$\begin{aligned} [u_{PW}] &= [R_{PW}] [i_{PW}] + p[\psi_{PW}] + [H_{PW}] [i_{PW}] \\ &= [R_{PW}] [i_{PW}] + [L_{PW}] p[i_{PW}] + [H_{PW}] [i_{PW}] = [Z_{PW}] [i_{PW}], \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$[\psi_{PW}] = [W_P]' [\psi_P] = [L_{PW}] [i_{PW}], \quad (2.35)$$

$$M_e = p_b [i_{PW}^*]^t [G_{PW}] [i_{PW}]. \quad (2.36)$$

Odpowiednie macierze współczynników równań maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi wynoszą:

$$\begin{aligned} [R_{PW}] &= [W_P]^t [R_P] [W_P], & [L_{PW}] &= [W_P]^t [L_P] [W_P], \\ [H_{PW}] &= [W_P]^t [K_P] [L_P] [W_P], & [G_{PW}] &= [W_P]^t [G_P] [W_P]. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Dla otrzymania bardziej szczegółowej formy tych równań należy uwzględnić, że maszyna indukcyjna zawiera oddzielne uzwojenie stojana oraz wirnika i w ogólnym przypadku każde z tych uzwojeń może charakteryzować się innym układem więzów elektrycznych. Macierz więzów przetransformowanych $[W_P]$ można wtedy podzielić na podmacierze, określające oddzielnie więzy elektryczne dla uzwojenia stojana i wirnika:

$$[W_P] = \text{diag}\{[W_{sP}], [W_{rP}]\}. \quad (2.38)$$

Po uwzględnieniu tych macierzy więzów otrzymuje się następującą ogólną postać umownej macierzy impedancji maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi i o liniowym obwodzie magnetycznym, wyrażoną dla dowolnego układu współrzędnych przetransformowanych:

$$\begin{aligned} [Z_{PW}] &= \begin{bmatrix} [W_{sP}]^t [R_{sP}] [W_{sP}] & [0]_{3 \times 3} \\ [0]_{3 \times 3} & [W_{rP}]^t [R_{rP}] [W_{rP}] \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} [W_{sP}]^t [L_{ssP}] [W_{sP}] & [W_{sP}]^t [L_{srP}] [W_{rP}] \\ [W_{rP}]^t [L_{rsP}] [W_{sP}] & [W_{rP}]^t [L_{rrP}] [W_{rP}] \end{bmatrix} p \\ &+ \begin{bmatrix} \omega_k [W_{sP}]^t [N_P] [L_{ssP}] [W_{sP}] & \omega_k [W_{sP}]^t [N_P] [L_{srP}] [W_{rP}] \\ (\omega_k - \omega_e) [W_{rP}]^t [N_P] [L_{rsP}] [W_{sP}] & (\omega_k - \omega_e) [W_{rP}]^t [N_P] [L_{rrP}] [W_{rP}] \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

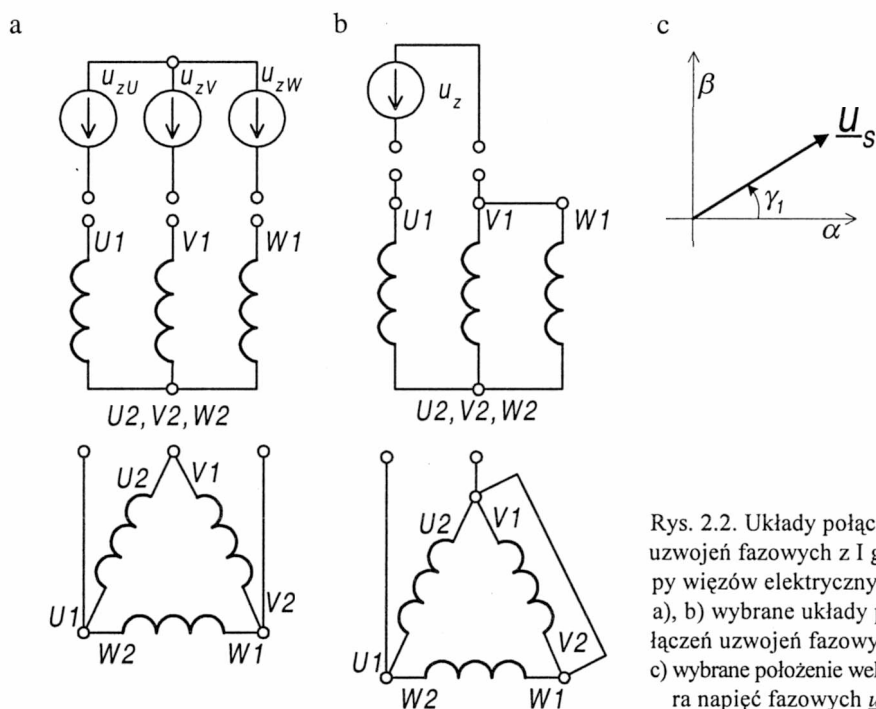
Moment elektromagnetyczny maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi, wyrażony przez niezależne współrzędne przetransformowane, można przedstawić wtedy następująco:

$$M_e = -p_b [i_{rPW}^*]^t [W_{rP}]^t [N_P] [L_{srP}]^t [W_{sP}] [i_{sPW}]. \quad (2.40)$$

Drogą podobnego postępowania mogą być wyznaczone wyrażenia określające umowną macierz impedancji oraz moment elektromagnetyczny dla maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi i o nieliniowym obwodzie magnetycznym.

2.5.2. Podział układów więzów elektrycznych uzwojeń na grupy więzów

Analiza modeli matematycznych maszyny indukcyjnej o różnych układach więzów elektrycznych prowadzi do wniosku, że istnieje możliwość wprowadzenia podziału układów połączeń uzwojeń fazowych maszyny na pewne grupy więzów. Za kryteria podziału więzów na grupy przyjęto liczbę stopni swobody układu z więzami, rodzaj wektora wielkości elektromagnetycznej, wymuszanego przez dany układ więzów oraz obecność lub brak występowania składowych zerowych wielkości elektromagnetycznych. Można wykazać, że układy należące do tej samej grupy więzów elektrycznych mogą być opisane takimi samymi równaniami modelu matematycznego.



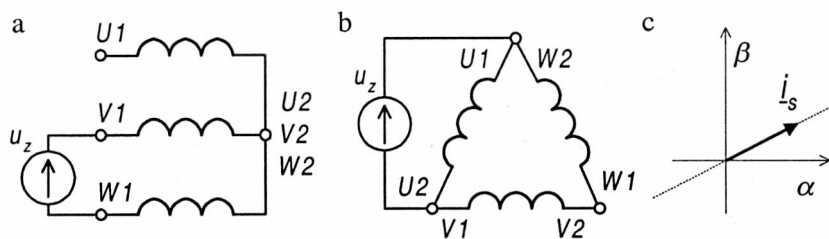
Rys. 2.2. Układy połączeń uzwojeń fazowych z I grupy więzów elektrycznych: a), b) wybrane układy połączeń uzwojeń fazowych; c) wybrane położenie wektora napięć fazowych $\underline{u}_s$

Teoretycznie można wyróżnić dużą liczbę grup więzów elektrycznych, wynikającą z wielu kombinacji sposobów kojarzenia uzwojeń fazowych maszyny indukcyjnej. Dalej przedstawiono i omówiono tylko trzy wybrane grupy więzów, które są najczęściej spotykane w układach pracy silnikowej, stanach awaryjnych oraz stanach hamowania elektrycznego:

Grupa I – więzy utworzone przez trójfazowe skojarzenie uzwojeń fazowych maszyny w gwiazdę, bez przewodu zerowego lub w trójkąt i trójprzewodowe zasilanie tych uzwojeń z trójfazowego, symetrycznego lub niesymetrycznego źródła napięcia. Zasilanie jednofa-

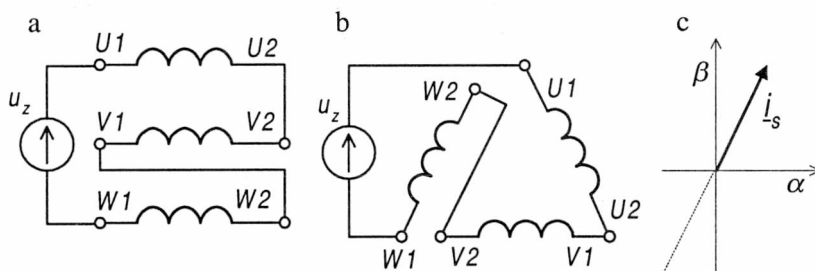
zowe jest rozpatrywane jako szczególny stan zasilania uzwojenia trójfazowego napięciem o odpowiedniej niesymetrii. Przykłady połączeń uzwojeń fazowych zaliczone do I grupy wieżów elektrycznych przedstawiono na rys. 2.2. Tego rodzaju wieży stałe występują w normalnych układach pracy silnikowej, układach hamowania dynamicznego prądem stałym lub przemiennym oraz w stanach pracy związanych z niesymetrią trójfazowego źródła zasilania. Każdy z układów zaliczonych do I grupy wieżów ma dwa stopnie swobody elektrycznej, ponieważ jest zawsze możliwe sformułowanie jednego równania algebraicznego wiążącego prądy fazowe, czyli jeden z tych prądów nie jest niezależny. W interpretacji wektorowej liczba dwóch stopni swobody elektrycznej oznacza, że wektor prądów fazowych na płaszczyźnie zespolonej może przyjmować dowolne położenie i jest określony przez dwie niezależne składowe. W przypadku zasilania uzwojenia z trójfazowego, symetrycznego źródła napięcia przemiennego wektor napięć fazowych jest wektorem wirującym z prędkością kątową równą pulsacji napięcia zasilania. Dla układów odpowiadających natomiast jednofazowemu zasilaniu uzwojenia ze źródła napięcia stałego lub przemiennego, wektor napięcia może przyjmować na płaszczyźnie zespolonej tylko określone położenia, które są uzależnione od tego, do których zacisków fazowych uzwojenia zostały przyłączone zaciski źródła napięcia zasilania. W przypadku niesymetrii napięć zasilających może wystąpić składowa zerowa napięć fazowych, ale składowa ta nie ma znaczenia energetycznego, gdyż dla tej grupy wieżów składowa zerowa prądów fazowych jest zawsze równa zeru.

Grupa II – wieży utworzone przez trójfazowe skojarzenie uzwojeń fazowych maszyny w gwiazdę lub trójkąt i zasilanie jednofazowe tych uzwojeń ze źródła napięcia stałego lub przemiennego. Przykłady połączeń uzwojeń fazowych zaliczone do II grupy wieżów elektrycznych przedstawiono na rys. 2.3. Wieży te występują jako wieży stałe w układach hamowania dynamicznego prądem stałym lub przemiennym oraz w stanach awaryjnych, związanych z powstaniem przerwy w jednym z przewodów zasilających trójfazowe uzwojenie maszyny. Układy z II grupy wieżów mają jeden stopień swobody elektrycznej, gdyż tylko jeden z prądów fazowych może być rozpatrywany jako zmienna niezależna. W interpretacji wektorowej odpowiada to warunkowi, że wektor prądów fazowych może przyjmować na płaszczyźnie zespolonej tylko określone położenia zależne od tego, do których faz uzwojenia zostało przyłączone źródło napięcia zasilania. W układach tej grupy składowa zerowa prądów fazowych jest zawsze równa zeru.



Rys. 2.3. Układy połączeń uzwojeń fazowych z II grupy wieżów elektrycznych:
a), b) wybrane układy połączeń uzwojeń fazowych; c) wybrane położenie wektora prądów fazowych i_s

Grupa III – więzy utworzone przez szeregowe skojarzenie uzwojeń fazowych w *otwartą gwiazdę* lub w *otwarty trójkąt* i zasilanie takiego układu ze źródła napięcia przemiennego lub stałego. Przykłady połączeń uzwojeń fazowych zaliczone do III grupy więzów elektrycznych przedstawiono na rys. 2.4. Układy te mogą być stosowane podczas hamowania dynamicznego maszyny indukcyjnej [24, 30]. Układy należące do III grupy więzów mają tylko jeden stopień swobody elektrycznej, gdyż tylko jeden z prądów fazowych może być rozpatrywany jako niezależny. Wektor prądów fazowych uzwojenia może zatem przyjmować na płaszczyźnie zespolonej tylko określone, stałe położenia, odpowiadające różnym kombinacjom wzajemnego połączenia uzwojeń fazowych. Z szeregowego połączenia uzwojeń fazowych wynika, że w układach tych występuje również składowa zerowa prądów fazowych. Ponieważ wartość składowej zerowej prądu jest zawsze proporcjonalna do chwilowej wartości prądu w szeregowo połączonych uzwojeniach fazowych, nie może być więc traktowana jako niezależna zmienna stanu, zwiększająca liczbę stopni swobody elektrycznej.



Rys. 2.4. Układy połączeń uzwojeń fazowych z III grupy więzów elektrycznych:

- a), b) wybrane układy połączeń uzwojeń fazowych;
- c) wybrane położenie wektora prądów fazowych $\underline{i}_s$

2.5.3. Modele matematyczne maszyny indukcyjnej dla różnych grup więzów elektrycznych

Na podstawie szczegółowej analizy więzów elektrycznych dla poszczególnych układów połączeń uzwojeń fazowych maszyny indukcyjnej można wykazać, że dla wszystkich układów należących do tej samej grupy więzów otrzymuje się taką samą postać równań modelu matematycznego maszyny indukcyjnej, sformułowanego dla współrzędnych przetransformowanych. Można wykazać, że mimo odmiennych topologicznie połączeń uzwojeń fazowych dla wszystkich układów z tej samej grupy więzów, można sformułować taką samą postać macierzy więzów, wyrażonych za pośrednictwem współrzędnych przetransformowanych. Z równoważności modeli matematycznych maszyny indukcyjnej dla współrzędnych fazowych i przetransformowanych

wynika równoważność równań modelu matematycznego, otrzymywanych przez przekształcanie równań bazowych przez taką samą macierz więzów.

Podczas formułowania równań modelu matematycznego maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi celowe jest zastosowanie metody opartej na odpowiedniej orientacji układu współrzędnych przetransformowanych. Zasada tej metody polega na wykorzystaniu faktu, że poszczególne grupy więzów charakteryzują się tym, że jest w nich wymuszane albo znane położenie wektora napięć lub prądów fazowych. Metoda odpowiedniej orientacji układu współrzędnych przetransformowanych polega na zastosowaniu odpowiedniego usytuowania tego układu względem położenia wektora napięcia lub prądu. Możliwość takiej orientacji układu współrzędnych zapewnia dowolność arbitralnego wyboru wartości kąta γ_k , występującego w definicjach macierzy transformacyjnych, podanych w rozdz. 2.3.2. Orientacja taka w ogólnym przypadku umożliwia uzyskanie bardziej dogodnej postaci macierzy więzów przetransformowanych lub prostszej postaci wymuszeń napięciowych, rozpatrywanych dla danego układu z więzami.

Dalsze omówienie modeli matematycznych maszyny indukcyjnej dla różnych grup więzów elektrycznych zostanie ograniczone do sformułowania macierzy więzów przetransformowanych, obowiązujących dla podstawowych grup więzów i układów współrzędnych przetransformowanych. Znajomość tych macierzy więzów umożliwia, na podstawie sformalizowanych przekształceń, wyznaczenie równań maszyny obowiązujących dla danego układu więzów i układu współrzędnych. Dalej rozpatrzono wybrane, najczęściej spotykane układy więzów elektrycznych uzwojenia stojana; uzwojenie wirnika jest traktowane jako symetryczne uzwojenie trójfazowe, skojarzone w gwiazdę bez przewodu zerowego lub w trójkąt. Oznacza to przyjęcie, że dla wirnika obowiązuje zawsze układ więzów z grupy I, układ połączeń uzwojeń fazowych stojana może natomiast należeć do dowolnej grupy więzów.

Przetransformowane równania więzów wyznaczono dla grup więzów elektrycznych stojana i zmiennych stanu, wyrażonych w odpowiednio usytuowanych układach współrzędnych, przetransformowanych $(x, y, 0)$ i $(f, b, 0)$. Dla układu trójosiowego (X, Y, Z) celowe jest usytuowanie osi układu współrzędnych współliniowo z osiami fazowymi uzwojenia, co zapewnia taką samą postać macierzy więzów jak dla współrzędnych fazowych. Macierze więzów przetransformowanych dla wybranych grup więzów wynoszą:

Grupa I. Po uwzględnieniu warunku równości zera sumy prądów fazowych w uzwojeniu, macierze więzów przetransformowanych $[W_p]$ dla zmiennych stanu, wyrażonych w układach współrzędnych $(x, y, 0)$ i $(f, b, 0)$ mogą być wyznaczone na podstawie następujących zależności:

$$\begin{bmatrix} i_{kx} \\ i_{ky} \\ i_{k0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{kx} \\ i_{ky} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} i_{kf} \\ i_{kb} \\ i_{k0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{kf} \\ i_{kb} \end{bmatrix}, \quad k = s, r. \quad (2.41)$$

Przekształcenie równań bazowych maszyny indukcyjnej dla współrzędnych przetransformowanych, za pośrednictwem macierzy więzów przetransformowanych $[W_P]$, określonej przez równania (2.41), prowadzi do wyeliminowania równań napięciowych dla składowych zerowych stojana i wirnika. Eliminacja taka jest zawsze możliwa, niezależnie od wyboru stałego lub wirującego przetransformowanego układu współrzędnych.

Grupa II. Dla tej grupy więzów jest celowe przyjęcie odpowiedniej orientacji osi układu współrzędnych przetransformowanych względem położenia wektora prądów fazowych uzwojenia. Dla prostokątnego układu współrzędnych $(x, y, 0)$ przy przyjęciu usytuowania osi x lub osi y współliniowo z kierunkiem wektora prądów fazowych uzwojenia, otrzymuje się równość zera składowej prądu w tej osi, która jest prostopadła do kierunku wektora prądu. Dla układu współrzędnych $(f, b, 0)$ natomiast, gdy występuje współliniowość osi f z kierunkiem wektora prądów fazowych uzwojenia, otrzymuje się warunek równości składowych prądu w osiach f i b . Z uwzględnienia dodatkowego warunku równości zera składowej zerowej prądów fazowych macierze więzów przetransformowanych $[W_P]$ dla zmiennych stanu wyrażonych w układach współrzędnych $(x, y, 0)$ i $(f, b, 0)$ mogą być wyznaczone na podstawie następujących zależności:

$$\begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{s0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [i_{sx}] \quad \text{lub} \quad \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{s0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [i_{sy}], \quad \begin{bmatrix} i_{-sf} \\ i_{-sb} \\ i_{-s0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [i_{-sf}]. \quad (2.42)$$

Przekształcenie równań bazowych maszyny indukcyjnej dla współrzędnych przetransformowanych $(x, y, 0)$ lub $(f, b, 0)$ za pośrednictwem każdej z macierzy więzów określonych przez równania (2.42) prowadzi do wyeliminowania równań napięciowych dla składowej zerowej prądów stojana oraz dla jednej ze składowych prądu w osiach x, y lub f, b .

Grupa III. Dla układów z tej grupy więzów celowe jest przyjęcie takiej samej orientacji usytuowania osi układu współrzędnych przetransformowanych względem położenia wektora prądów fazowych jak w przypadku układów grupy II. Otrzymuje się wtedy następujące zależności wiążące przetransformowane zmienne stanu układu bez więzów i z więzami oraz określające macierze więzów przetransformowanych $[W_P]$ dla współrzędnych w układach $(x, y, 0)$ i $(f, b, 0)$:

$$\begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{s0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{1}{2\sqrt{2}} \end{bmatrix} [i_{sx}] \quad \text{lub} \quad \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{s0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{2\sqrt{2}} \end{bmatrix} [i_{sy}], \quad \begin{bmatrix} i_{-sf} \\ i_{-sb} \\ i_{-s0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix} [i_{-sf}]. \quad (2.43)$$

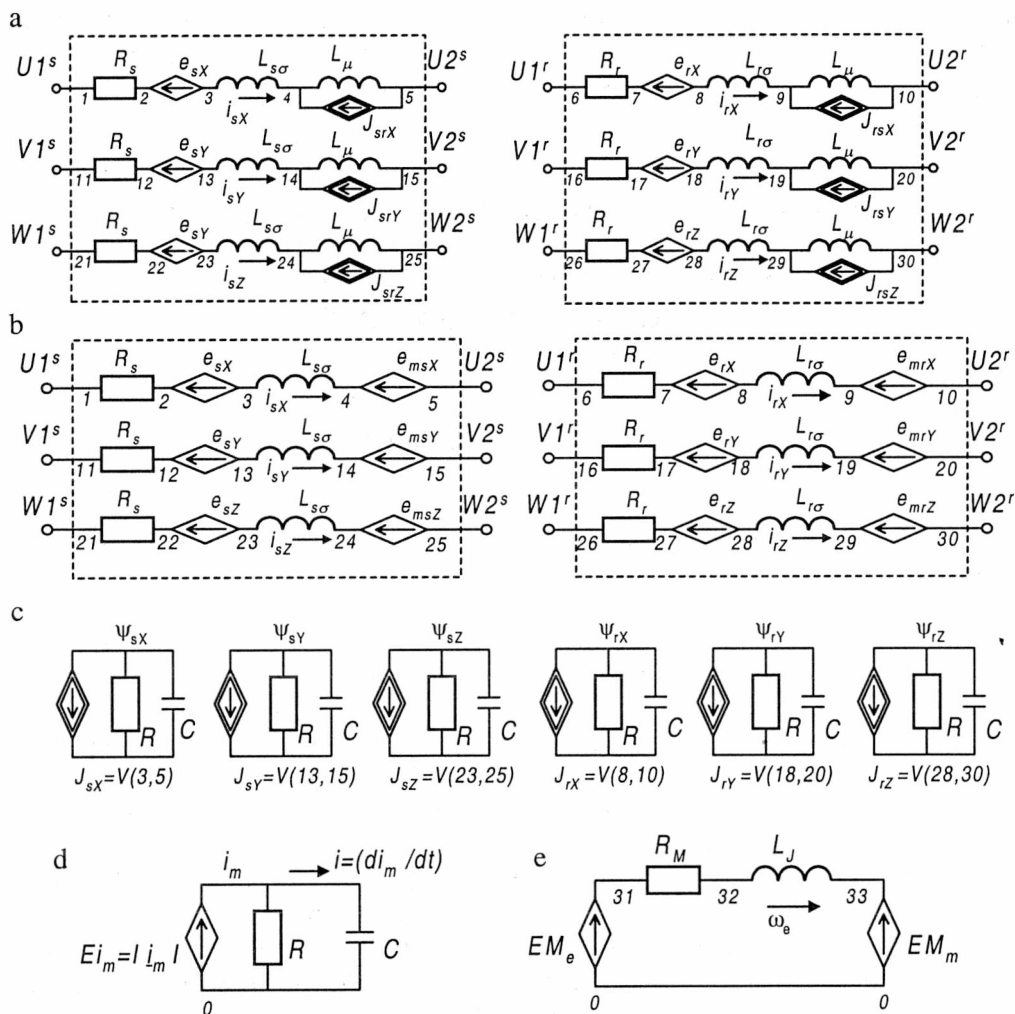
Przekształcenie równań bazowych maszyny indukcyjnej dla współrzędnych przetransformowanych $(x, y, 0)$ lub $(f, b, 0)$ za pośrednictwem macierzy więzów określonych przez

równania (2.43) prowadzi do wyeliminowania równania dla jednej ze składowych w osiach x, y lub f, b . Charakterystyczną cechą tej grupy więzów jest występowanie składowej zerowej prądu, której wartość jest zawsze proporcjonalna do tej składowej wektora prądu, którą przyjęto jako zmienną niezależną. Wynika z tego, że równanie napięciowe dla obwodu składowej zerowej prądu może być włączone do równania napięciowego dla obwodu tej składowej prądu, która została przyjęta jako zmienna niezależna.

2.5.4. Model symulacyjny maszyny indukcyjnej o dowolnych więzach elektrycznych

W celu wyeliminowania potrzeby każdorazowego formułowania równań maszyny indukcyjnej z różnymi więzami elektrycznymi opracowano ogólne, uniwersalne modele obwodowe maszyny indukcyjnej przeznaczone do badań symulacyjnych, z zastosowaniem komputerowych symulatorów obwodów elektrycznych. Modele te opracowano na podstawie równań bazowych maszyny indukcyjnej o liniowym i nieliniowym obwodzie magnetycznym, wyrażonych w trójosiowym układzie współrzędnych (X, Y, Z), które przedstawiono w Załącznikach 1 i 3. Bardziej szczegółowy opis tego modelu symulacyjnego przedstawiono w pracach autora [74, 80]. W modelach tych równanie napięciowe, sformułowane dla każdego uzwojenia fazowego stojana i wirnika, zostało przedstawione w postaci sieci elektrycznej, złożonej z elementów biernych oraz sterowanych źródeł napięcia i prądu. Pełny schemat sieci modelujących wszystkie równania modelu matematycznego maszyny indukcyjnej bez więzów elektrycznych przedstawiono na rys. 2.5. Sieci z rysunku 2.5a dotyczą modeli obwodów uzwojeń fazowych stojana i wirnika maszyny indukcyjnej o liniowym obwodzie magnetycznym, sieci z rys. 2.5b natomiast odpowiednio maszyny indukcyjnej o nieliniowym obwodzie magnetycznym. Sterowane źródła napięcia lub prądu w tych sieciach ujmują odpowiednio rzeczywiste sprzężenia magnetyczne, występujące między uzwojeniami fazowymi stojana i wirnika, nieliniowe właściwości obwodu magnetycznego oraz napięcia rotacji. Wartości napięć lub prądów tych źródeł sterowanych są wyrażone w programie symulacyjnym za pośrednictwem odpowiednich zależności funkcyjnych. Sieci przedstawione na rys. 2.5c wyznaczają wartości chwilowe strumieni sprzężonych z poszczególnymi uzwojeniami fazowymi maszyny. Sieć z rysunku 2.5d wyznacza wartość pochodnej modułu wektora prądu magnesowania, a z rys. 2.5e – modeluje równanie ruchu układu napędowego.

W przedstawionych sieciach wprowadzono numerację węzłów połączeń między poszczególnymi elementami, wymaganą w stosowanych symulatorach obwodów elektrycznych. Utworzenie modelu maszyny indukcyjnej o dowolnym zadanym układzie więzów elektrycznych polega na utworzeniu na podstawie rzeczywistego schematu topologicznego analogicznego połączenia z sobą sieci modelujących poszczególne uzwojenia fazowe maszyny. Uzyskuje się to przez odpowiednie przenumerowanie lub zmianę oznaczeń zacisków węzłów reprezentujących zaciski początków i końców



Rys. 2.5. Modele obwodowe maszyny indukcyjnej do symulacji dowolnego układu więzów elektrycznych z zastosowaniem symulatorów obwodów elektrycznych:

- maszyny indukcyjnej o liniowym obwodzie magnetycznym,
- maszyny indukcyjnej o nieliniowym obwodzie magnetycznym,
- do wyznaczenia strumieni sprzężonych,
- do wyznaczenia pochodnej prądu magnesowania, e) do zamodelowania równania ruchu

uzwojeń fazowych. Ten sposób modelowania umożliwia łatwe uwzględnienie zasilania uzwojeń maszyny ze źródła zasilania o dowolnej zmienności napięcia w funkcji czasu, zasilania przez układ przekształtnikowy oraz przełączeń uzwojeń fazowych dokonywanych podczas niektórych stanów pracy maszyny. Ważną cechą przedstawionych

modeli symulacyjnych jest występowanie w nich parametrów i funkcji, które mogą być łatwo określone na podstawie znajomości danych katalogowych, danych konstrukcyjnych oraz klasycznych prób maszyny indukcyjnej.

3. Analiza stanów elektrodynamicznych podczas hamowania prądem stałym silników indukcyjnych

3.1. Wprowadzenie

Hamowanie dynamiczne prądem stałym jest skuteczną i jedną z najczęściej stosowanych metod hamowania elektrycznego układów napędowych z silnikami indukcyjnymi podczas normalnej eksploatacji i w stanach awaryjnych. Mimo że ta metoda jest znana od wielu lat [24, 27, 106], zagadnienia dotyczące opisu i analizy zjawisk elektromagnetycznych, występujących podczas tego hamowania, nie zostały jeszcze w literaturze przedmiotu dostatecznie wyczerpująco przedstawione. W teorii napędu elektrycznego nadal stosowane są powszechnie uproszczone metody analizy stanów hamowania, oparte na rozpatrywaniu innych zastępczych stanów pracy maszyny indukcyjnej. Postępowanie takie często eliminuje możliwość analitycznego opisu i badania rzeczywistego przebiegu zjawisk elektromagnetycznych występujących podczas hamowania.

W rozdziale tym przedstawiono zagadnienia dotyczące analizy teoretycznej stanów elektromagnetycznych i elektrodynamicznych, występujących podczas hamowania prądem stałym silników indukcyjnych. Modelowanie matematyczne tych stanów zostało oparte na sformułowaniu układów równań różniczkowych zwyczajnych, które są otrzymywane bezpośrednio na podstawie zasad elektromechanicznego przetwarzania energii, bez konieczności wprowadzania innych zastępczych stanów pracy silnika. Otrzymane równania modeli matematycznych są równaniami ogólnymi i mogą być stosowane do analizy zarówno stanów nieustalonych, jak i stanów ustalonych podczas hamowania.

3.2. Przegląd klasycznych metod analizy stanów hamowania prądem stałym maszyn indukcyjnych

Do analizy różnych stanów pracy maszyn indukcyjnych powszechnie stosowane są metody analizy obwodów elektrycznych. Zastosowanie tych metod do układów ha-

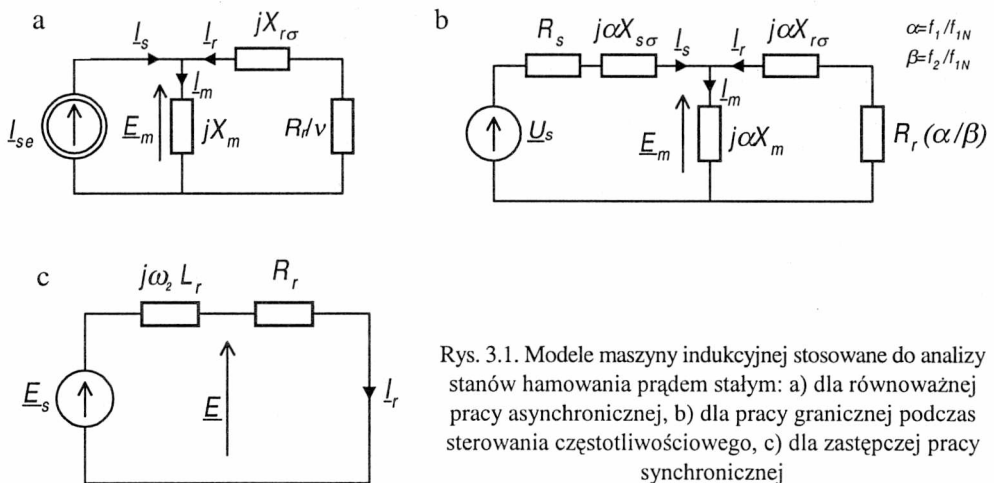
hamowania dynamicznego prądem stałym stwarza wiele trudności, nawet jeśli tę analizę ograniczy się tylko do stanów statycznych. Analizując stany statyczne hamowania należy uwzględnić, że wielkości elektromagnetyczne występujące w obwodach uzwojenia stojana są wielkościami prądu stałego, a występujące w obwodach wirnika wielkościami prądu przemiennego. Utrudnia to bezpośrednio utworzenie schematu zastępczego dla analizy obwodowej wartości ustalonych wielkości elektromagnetycznych w stanach statycznych. Z wymienionych względów klasyczne metody analizy stanów hamowania prądem stałym maszyn indukcyjnych zostały oparte na wprowadzeniu następujących modeli zastępczych stanów pracy maszyn elektrycznych:

1. Model równoważnej pracy asynchronicznej [24, 101, 108]. W modelu tym rzeczywisty przepływ magnetyczny, wytworzony przez ustalone wartości prądów stałych, wymuszanych w odpowiednio połączonych i zasilanych uzwojeniach fazowych stojana jest zastępowany przez przepływ magnetyczny wywołany w trójfazowym uzwojeniu stojana przez równoważny, sinusoidalnie zmienny prąd trójfazowy o wartości skutecznej I_{se} i pulsacji równej pulsacji napięcia przemiennego sieci zasilającej. Wartość skuteczna prądu równoważnego I_{se} jest wyznaczana z warunku równości przepływów magnetycznych uzwojenia stojana, wywołanych przez te dwa rodzaje wymuszeń prądów. Rzeczywisty ruch wirnika w nieruchomym polu magnetycznym jest zastępowany równoważnym ruchem wirnika w polu magnetycznym, które wiruje względem stojana z prędkością synchroniczną silnika. Dla takiego zastępczego stanu pracy asynchronicznej maszyny jest wyznaczany obwodowy schemat zastępczy przedstawiony na rys. 3.1a. W odróżnieniu od klasycznego schematu zastępczego maszyny indukcyjnej, w tym schemacie w gałęzi obwodu stojana występuje źródło prądu o wartości skutecznej I_{se} . Ten rodzaj źródła zasilania zapewnia możliwość uwzględnienia warunku, że wartość skuteczna równoważnego prądu przemiennego stojana jest stała i niezależna od wartości prędkości kątowej wirnika. Przyjęte założenia powodują, że zastosowanie tego modelu jest ograniczone tylko do analizy i obliczeń charakterystyk dla stanów statycznych hamowania.

2. Model granicznej pracy maszyny indukcyjnej podczas sterowania częstotliwościowego [3]. Stan hamowania prądem stałym maszyny indukcyjnej jest rozpatrywany jako graniczny stan pracy maszyny indukcyjnej, zasilanej z trójfazowego źródła napięcia przemiennego o sterowanej częstotliwości, gdy częstotliwość względna $\alpha = f_1 / f_{1N}$ napięcia zasilającego uzwojenie stojana dąży do zera. Rzeczywiście, ustalone prądy stałe w uzwojeniach fazowych stojana zastępuje się przez trójfazowy układ prądów, wymuszonych w odpowiedniej chwili przez zastępcze, trójfazowe źródło zasilania napięcia przemiennego. Ten czas jest wybierany w ten sposób, aby dla założonej wartości skutecznej tych prądów, zapewniającej równoważność przepływów magnetycznych oraz ich częstotliwości granicznej $f_1 \rightarrow 0$ napięcia fazowe tego trójfazowego źródła zasilania były równe rzeczywistym wartościom napięć stałych, występujących na rezystancjach fazowych uzwojenia stojana podczas zasilania ze źródła napięcia stałego. Schemat zastępczy obowiązujący dla

tego rodzaju pracy granicznej przedstawiono na rys. 3.1b. Ten model może być stosowany również tylko do analizy i obliczeń charakterystyk dla stanów statycznych hamowania.

3. Model zastępczej pracy maszyny synchronicznej [102]. W tym modelu stan hamowania prądem stałym maszyny indukcyjnej jest zastępowany przez równoważny stan pracy generatorowej, niejawnobiegunowej trójfazowej maszyny synchronicznej. Odpowiednio połączony i zasilany prądem stałym układ uzwojeń fazowych stojana maszyny indukcyjnej jest rozpatrywany jako obwód wzbudzenia maszyny synchronicznej, obwód uzwojenia wirnika natomiast jako obwód twornika maszyny synchronicznej, który wiruje z prędkością kątową równą rzeczywistej prędkości kątovej wirnika maszyny indukcyjnej podczas hamowania. Obciążenie



Rys. 3.1. Modele maszyny indukcyjnej stosowane do analizy stanów hamowania prądem stałym: a) dla równoważnej pracy asynchronicznej, b) dla pracy granicznej podczas sterowania częstotliwościowego, c) dla zastępczej pracy synchronicznej

występujące w zastępczym obwodzie twornika jest równe całkowitej rezystancji zewnętrznej obwodu wirnika maszyny indukcyjnej. Pod względem fizycznym model zastępczej pracy maszyny synchronicznej zapewnia najlepsze przybliżenie do stanu pracy maszyny indukcyjnej podczas hamowania prądem stałym. Odpowiednio sformułowane równania ogólne tego modelu mogą być stosowane zarówno do analizy stanów ustalonych i nieustalonych hamowania prądem stałym. Dla analizy stanów statycznych hamowania obowiązuje wtedy obwodowy schemat zastępczy przedstawiony na rys. 3.1c. W praktyce model ten nie znalazł jednak powszechnego zastosowania, ze względu na trudność identyfikacji parametrów oraz uwzględnienia wpływu zmienności nasycenia obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej z zastosowaniem zastępczego modelu maszyny synchronicznej.

3.3. Analiza stanów statycznych maszyny indukcyjnej podczas hamowania prądem stałym

W teorii napędu elektrycznego do analizy stanów statycznych hamowania prądem stałym powszechnie jest stosowany model równoważnej pracy asynchronicznej. Na podstawie analizy obwodowej schematu zastępczego (rys. 3.1a) dla tego modelu otrzymać można następujące równania algebraiczne w postaci zespolonej, które przedstawiają zależność prądu magnesowania, prądu wirnika oraz momentu elektromagnetycznego silnika od równoważnego prądu stojana, prędkości kątovej wirnika oraz parametrów elektromagnetycznych silnika:

$$\underline{I}_{-m}(v) = \frac{\underline{E}_m}{j X_m} = \frac{(R_r/v) + j X_{r\sigma}}{(R_r/v) + j X_r} \underline{I}_{-se}, \quad (3.1a)$$

$$\underline{I}_{-r}(v) = \frac{j X_m}{(R_r/v) + j X_r} \underline{I}_{-se}, \quad (3.1b)$$

$$M_e(v) = 3(p_b/\omega_{1N})(R_r/v) I_r^2 = 3(p_b/\omega_{1N}) \frac{X_m^2 (R_r/v)}{(R_r/v)^2 + X_r^2} I_{se}^2. \quad (3.1c)$$

Na podstawie analizy układu równań (3.1) można wykazać, że jeśli zachowa się stałą wartość równoważnego prądu stojana I_{se} , stałe parametry elektromagnetyczne silnika (brak wpływu nasycenia obwodu magnetycznego maszyny), zmienną wartość natomiast prędkości kątovej wirnika v , to miejscami geometrycznymi końców wskazów wielkości $\underline{E}_m$, $\underline{I}_m$ i $\underline{I}_r$ są okręgi. Charakterystyczną właściwością maszyny indukcyjnej podczas tego stanu hamowania jest występowanie dużej zmienności modułu prądu magnesowania I_m w funkcji prędkości kątovej wirnika v . Oznacza to dużą zmienność wartości strumienia pola głównego w maszynie i wskazuje na konieczność uwzględnienia w analizie wpływu nasycenia obwodu magnetycznego dla przepływu tego strumienia.

W analizie obwodowej stanów statycznych zmienność nasycenia obwodu magnetycznego dla strumienia głównego uwzględnia się przez wprowadzenie w schemacie zastępczym nieliniowej zmienności wartości reaktancji magnesowania w funkcji modułu prądu magnesowania $X_m = f(I_m)$. Nieliniowość obwodu magnetycznego maszyny powoduje, że miejscami geometrycznymi końców wskazów wielkości elektromagnetycznych stają się krzywe o kształcie odbiegającym w tym większym stopniu od okręgów im większy jest wpływ zjawiska nasycenia. W tym wypadku do analizy i obliczeń charakterystyk statycznych hamowania nie można stosować bezpośrednio równań (3.1), ze względu na występującą w nich nie znaną wstępnie wartość reaktancji magnesowania $X_m(I_m)$. Traci tu zna-

czenie przydatność schematu zastępczego, gdyż nieliniowa zmienność reaktancji X_m powoduje, że wyznaczenie prądów w poszczególnych gałęziach tego schematu wymaga użycia metod analizy obwodów nieliniowych. Do analizy i obliczania statycznych charakterystyk hamowania jest wtedy celowe zastosowanie metod analizy numerycznej. W metodzie opracowanej przez autora [57] analiza statyczna stanów hamowania została oparta na numerycznym wyznaczaniu miejsc zerowych nieliniowej funkcji $f(I_m, v)$. Po uwzględnieniu relacji geometrycznych występujących między położeniami wskazów wielkości elektromagnetycznych funkcja ta została zdefiniowana następująco:

$$f(I_m, v) = I_{se}^2 - I_r^2 - 2I_m I_r \sin \xi_r = 0, \quad (3.2)$$

gdzie

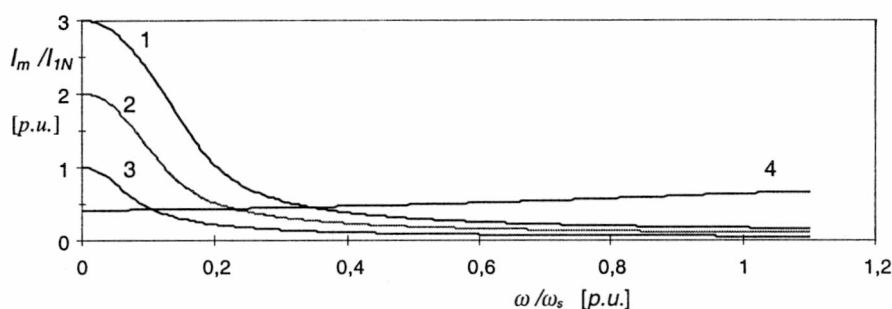
$$\sin \xi_r = X_{r\sigma} / \sqrt{(R_r/v)^2 + [X_{r\sigma} + X_m(I_m)]^2}.$$

Po wyeliminowaniu, na podstawie równania (3.1b), zmiennej I_r , z równania (3.2) otrzymuje się nieliniowe równanie względem tylko jednej zmiennej I_m . Jeśli jest znana nieliniowa zmienność reaktancji magnesowania $X_m(I_m)$ lub indukcyjność magnesowania $L_m(I_m)$ w funkcji prądu magnesowania I_m , to równanie to jest rozwiązywane numerycznie dla zadanych wartości równoważnego prądu stojana I_{se} oraz prędkości względnej wirnika v .

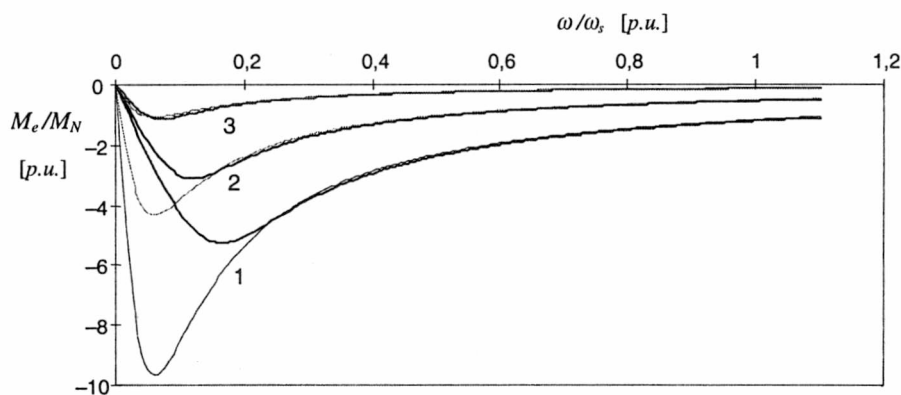
Przedstawione na rysunku 3.2 charakterystyki statyczne dla stanu hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego klatkowego zostały obliczone numerycznie zarówno po uwzględnieniu zmienności wartości indukcyjności magnesowania $L_m(I_m)$, jak i po założeniu stałej wartości tej indukcyjności. Charakterystyki te umożliwiają poznanie zakresu prędkości kątowych wirnika, w którym występuje duża zmienność nasycenia obwodu magnetycznego silnika oraz wpływu tej zmienności na charakterystyki statyczne hamowania. Na rysunku 3.2a przedstawiono w tym celu charakterystyki zmienności wartości skutecznej prądu magnesowania $I_m = f(\omega)$, a na rys. 3.2b charakterystyki statyczne momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości kątowej wirnika $M_e = f(\omega)$. Na podstawie wyników tych obliczeń można stwierdzić, że występowanie wpływu zjawiska nasycenia głównego obwodu magnetycznego jest uzależnione zarówno od wartości prądów wymuszanych w uzwojeniu stojana, jak i od wartości prędkości kątowej wirnika. Największy wpływ zjawiska nasycenia występuje dla prędkości kątowych wirnika, zawartych w przedziale od zera aż do wartości prędkości nieco większych od prędkości krytycznych dla stanu hamowania prądem stałym oraz po wymuszeniu w uzwojeniu stojana prądów stałych, dla których wartość skuteczna równoważnego prądu stojana jest większa od wartości znamionowej prądu stojana. W przedziałach dużych prędkości kątowych wirnika prąd magnesowania może być natomiast nawet wielokrotnie mniejszy od znamionowego prądu magnesowania silnika I_{mN} . Oznacza to, że mimo wymuszania dużych wartości równoważnego

prądu stojana obwód magnetyczny silnika pozostaje wtedy nienasycony. W silnikach indukcyjnych klatkowych stan taki dotyczy zwłaszcza przedziału prędkości kątowych wirnika, zbliżonych do prędkości znamionowej silnika, czyli tych wartości prędkości, podczas których najczęściej są dokonywane przełączenia maszyny indukcyjnej ze stanu pracy silnikowej do stanu hamowania prądem stałym.

a



b



Rys. 3.2. Charakterystyki statyczne silnika indukcyjnego klatkowego dla stanu hamowania prądem stałym:
a) prądu magnesowania $I_m = f(\omega)$ wyznaczone dla stanu hamowania (1, 2, 3) i dla stanu pracy silnikowej (4),
b) mechaniczne $M_e = f(\omega)$ dla stanu hamowania (linia pogrubiona – dla nieliniowego obwodu magnetycznego; linia cienka – dla liniowego obwodu magnetycznego)
1 – $I_{se}/I_{1N} = 3$; 2 – $I_{se}/I_{1N} = 2$; 3 – $I_{se}/I_{1N} = 1$; 4 – $U_1 = U_{1N}$

Występowanie zmienności nasycenia głównego obwodu magnetycznego i związanej z tym dużej zmienności wartości prądu magnesowania, w funkcji prędkości kątowej wirnika, odróżnia stan hamowania prądem stałym od stanu pracy silnikowej maszyny indukcyjnej. Podczas pracy silnikowej, z zasilaniem uzwojenia stojana znamionowym napięciem trójfazowym, zjawisko nasycenia głównego obwodu magnetycznego praktycznie nie występuje, gdyż prąd magnesowania w szerokim przedziale zmienności prędkości kątowych

wirnika jest praktycznie stale bliski wartości znamionowej prądu magnesowania. Potwierdzeniem tego są przedstawione na rys. 3.2a przebiegi charakterystyk $I_m = f(\omega)$, wyznaczone odpowiednio dla stanów hamowania prądem stałym (1, 2, 3) i stanu pracy silnikowej (4). Pomińnięcie wpływu nasycenia obwodu magnetycznego może prowadzić zatem do dużych błędów podczas analizy i obliczania charakterystyk statycznych maszyny podczas hamowania prądem stałym. Z przebiegu charakterystyk momentu elektromagnetycznego $M_e = f(\omega)$ przedstawionych na rys. 3.2b wynika, że w przedziale prędkości wirnika, w którym występuje duża zmienność nasycenia obwodu magnetycznego, następuje niekorzystne zjawisko znacznego zmniejszenia wartości bezwzględnych momentu hamowania, w porównaniu do wartości uzyskiwanych dla nienasyconego obwodu magnetycznego maszyny. W przypadku liniowego obwodu maszyny, wartości momentu elektromagnetycznego podczas hamowania są proporcjonalne do drugiej potęgi równoważnego prądu stojana I_{se} , a wartość prędkości krytycznej wirnika ω_k dla stałych wartości parametrów jest również stała. W przypadku nieliniowego obwodu maszyny natomiast wartości momentu elektromagnetycznego silnika podczas hamowania nie są proporcjonalne do drugiej potęgi równoważnego prądu stojana I_{se} , lecz zależne od tego prądu w mniejszym stopniu. Z powodu nieliniowej zmienności parametrów elektromagnetycznych maszyny, wartości prędkości krytycznych wirnika ω_k są zmienne odpowiednio od wartości równoważnego prądu stojana. Zależności dla analizy otrzymywane z uwzględnieniem nasycenia obwodu magnetycznego nie są zgodne z wynikami analizy stanów hamowania dla liniowego obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej. Dokładniejsze kryteria analityczne umożliwiające ilościową ocenę wpływu nieliniowości obwodu magnetycznego na charakterystyki statyczne hamowania prądem stałym maszyn indukcyjnych zostały omówione w pracy [108].

3.4. Modelowanie matematyczne stanów elektrodynamicznych maszyny indukcyjnej podczas hamowania prądem stałym

Zagadnienia opisu i modelowania matematycznego stanów elektrodynamicznych, występujących podczas hamowania prądem stałym maszyn indukcyjnych, były przedmiotem rozważań przedstawionych w literaturze [5, 7, 23, 30, 31, 55, 56, 58–60, 91]. Modele matematyczne rozpatrywane w tych pracach najczęściej zostały sformułowane po założeniu liniowości obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej oraz z uwzględnieniem tylko określonego układu połączeń uzwojeń fazowych stojana podczas hamowania.

Dalej przedstawiono ogólną metodę modelowania matematycznego stanów elektrodynamicznych maszyny indukcyjnej podczas hamowania prądem stałym. Modele matematyczne układów hamowania wyznaczono na podstawie ogólnych

równań liniowych i nieliniowych modelu matematycznego maszyny indukcyjnej, z więzami elektrycznymi przedstawionych w rozdz. 2. Do dalszych rozważań przyjęto wybrane, najczęściej stosowane podczas hamowania, układy połączeń i zasilania uzwojeń fazowych stojana, które przedstawiono na rys. 3.3. Dla rozróżnienia tych układów rozpatrywane układy połączeń uzwojeń fazowych stojana oznaczono odpowiednio nazwami *GI* i *TI* oraz *GII* i *TII*. W oznaczeniach tych przyjęto, że symbol literowy określa sposób skojarzenia uzwojeń fazowych stojana w gwiazdę (*G*) lub w trójkąt (*T*), symbol cyfrowy (*I*, *II*) natomiast przynależność danego układu połączeń do I lub II grupy więzów elektrycznych.

Najbardziej ogólną, obowiązującą dla nieliniowego modelu maszyny indukcyjnej, macierzową postać układu równań napięciowych, strumieniowo-prądowych oraz równanie określające moment elektromagnetyczny i równanie ruchu dla rozpatrywanych układów hamowania można przedstawić następująco:

$$[u] = [R] [i] + \{ [L_\sigma] + [L_g(i_m, \mu_m)] \} \cdot p [i] + \omega_e [G(i_m)] [i], \quad (3.3)$$

$$[\psi] = [L(i_m)] [i], \quad (3.4)$$

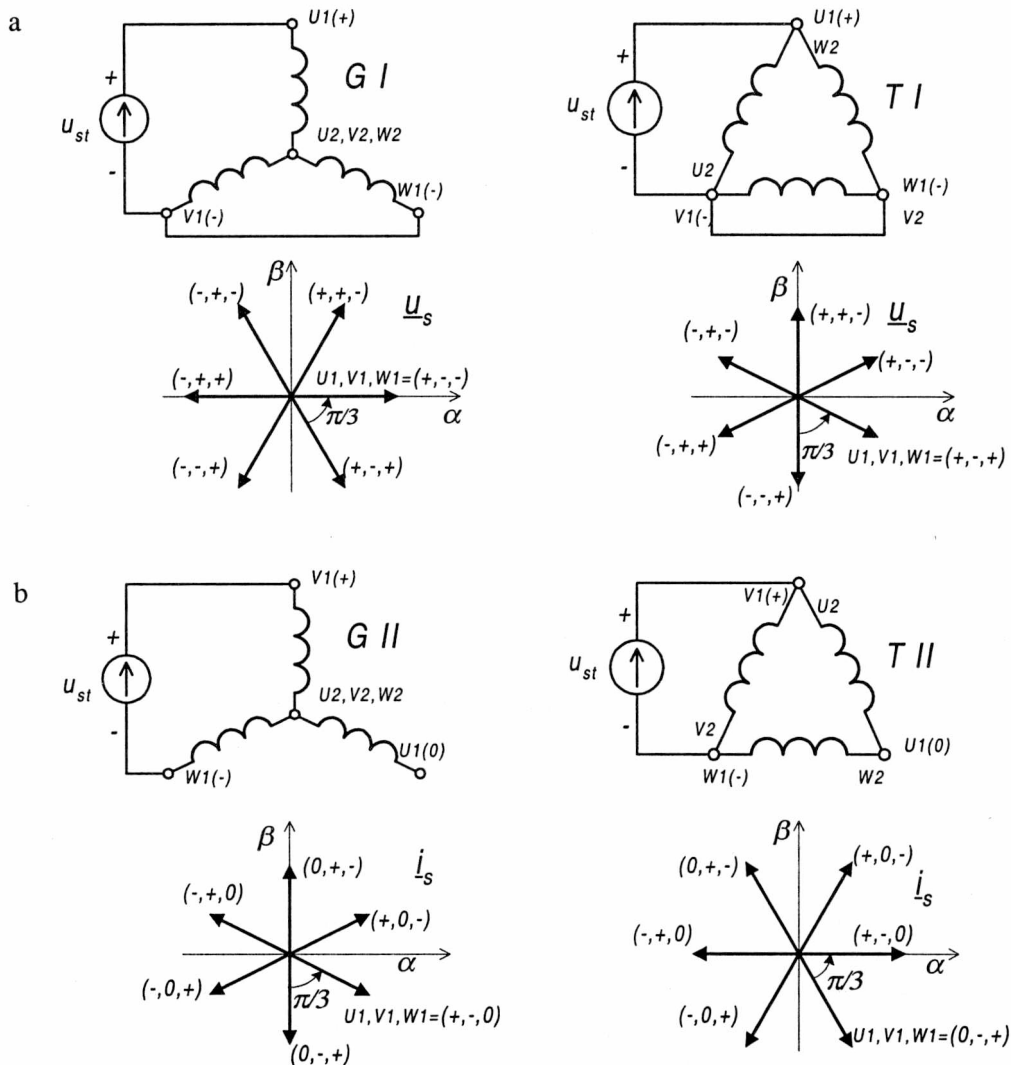
$$M_e = p_b [i]^t [G(i_m)] [i] = M_m + (J/p_b) \cdot p \omega_e. \quad (3.5)$$

Szczegółową postać równań modeli matematycznych do analizy stanów elektrodynamicznych maszyny indukcyjnej podczas hamowania prądem stałym, z zastosowaniem różnych układów połączeń uzwojeń fazowych stojana, sformułowano dla zmiennych stanu, wyrażonych w przetransformowanym układzie współrzędnych prostokątnych (*x*, *y*, 0). Przyjęto, że ten układ współrzędnych jest nieruchomy względem stojana ($\omega_k = 0$), a jego oś *x* może być przesunięta względem osi fazy *U* uzwojenia stojana o dowolnie zadaną wartość kąta. Założono, że odpowiednio połączone uzwojenie stojana jest podczas hamowania zasilane z idealnego źródła napięcia stałego o napięciu źródłowym równym u_{st} . Uzwojenie wirnika jest rozpatrywane jako uzwojenie trójfazowe, połączone w gwiazdę.

Modele matematyczne układów *GI* i *TI* mają taką samą postać, gdyż układy te należą do tej samej grupy więzów elektrycznych. W formułowaniu równań stanu dla tych układów zastosowano transformację naturalnych współrzędnych stanu do prostopadłego układu współrzędnych (*x*, *y*), którego oś *x* jest usytuowana zgodnie z położeniem wektora napięć fazowych uzwojenia stojana $\underline{u}_s$. Możliwe położenia wektora napięć stojana $\underline{u}_s$ na płaszczyźnie zespolonej, które wyznaczono dla układów *GI* i *TI* zostały podane na rys. 3.3a. Położenia tego wektora są uzależnione od tego, do których zacisków fazowych uzwojenia stojana przyłączono zaciski źródła napięcia stałego, oraz które uzwojenia fazowe stojana są w tych układach zwarte [59]. Ten kąt położenia wektora napięcia stojana jest następnie uwzględniany w macierzach transformacji współrzędnych fazo-

wych wielkości elektromagnetycznych stojana i wirnika do układu współrzędnych $(x, y, 0)$. Składowe wektora napięcia stojana $\underline{u}_s$ są wtedy odpowiednio równe:

– dla układu GI : $u_{sx} = \sqrt{(2/3)} u_{st}$; $u_{sy} = 0$; – dla układu TI : $u_{sx} = \sqrt{2} u_{st}$; $u_{sy} = 0$.



Rys. 3.3. Układy połączeń uzwojeń fazowych stojana podczas hamowania dynamicznego prądem stałym: a) z grupy I więzów i położenia wektora napięć fazowych stojana $\underline{u}_s$ dla różnych kombinacji połączeń uzwojeń fazowych i przyłączenia źródła napięcia stałego, b) z grupy II więzów i położenia wektora prądów fazowych stojana $\underline{i}_s$ dla różnych kombinacji połączeń uzwojeń fazowych i przyłączenia źródła napięcia stałego

Szczegółowa postać równań modelu matematycznego dla układów *GI* i *TI* sformułowanych przy założeniu liniowości obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej wynosi:

$$\begin{bmatrix} u_{sx} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\cdot p \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} + \omega_e \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \\ -L_m & 0 & -L_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{sx} \\ \psi_{sy} \\ \psi_{rx} \\ \psi_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

$$M_e = p_b L_m (i_{sy} i_{rx} - i_{sx} i_{ry}). \quad (3.8)$$

Równania (3.6)–(3.8) mogą być przedstawione w równoważnej postaci, z zastosowaniem zmiennych stanu wyrażonych w postaci wektorowej:

$$\begin{bmatrix} \underline{u}_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{i}_s \\ \underline{i}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & L_m \\ L_m & L_r \end{bmatrix} p \begin{bmatrix} \underline{i}_s \\ \underline{i}_r \end{bmatrix} - j\omega_e \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ L_m & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{i}_s \\ \underline{i}_r \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\psi}_s \\ \underline{\psi}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_m \\ L_m & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{i}_s \\ \underline{i}_r \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

$$M_e = -p_b L_m \operatorname{Re}(j \underline{i}_s \underline{i}_r^*). \quad (3.11)$$

gdzie $\underline{u}_s = \operatorname{Re}(\underline{u}_s) = u_{sx}$.

Szczegółowa postać równań modelu matematycznego dla układów *GI* i *TI*, sformułowanych z uwzględnieniem nieliniowości obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej wynosi:

$$\begin{bmatrix} u_{sx} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{sx} & L_{mxy} & L_{mx} & L_{mxy} \\ L_{mxy} & L_{sy} & L_{mxy} & L_{my} \\ L_{mx} & L_{mxy} & L_{rx} & L_{mxy} \\ L_{mxy} & L_{my} & L_{mxy} & L_{ry} \end{bmatrix} \cdot p \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$+ \omega_e \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \\ -L_m & 0 & -L_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix}.$$

Występujące w równaniach (3.12) współczynniki indukcyjności są funkcją chwilowych wartości modułu wektora prądu magnesowania oraz kąta położenia tego wektora i zostały podane w Załączniku 3.

Modele matematyczne określone dla układów połączeń *GII* i *TII* mają taką samą postać, gdyż układy te należą do tej samej grupy więzów elektrycznych. Formułując równania stanu, obowiązujące dla tych układów, zastosowano transformację naturalnych współrzędnych stanu do prostokątnego układu współrzędnych (x, y) , którego oś y jest usytuowana zgodnie z położeniem wektora prądów fazowych uzwojenia stojana $\underline{i}_s$. Możliwe położenia katowe wektora prądu stojana $\underline{i}_s$ na płaszczyźnie zespolonej, określone odpowiednio dla układów połączeń *GII* i *TII* zostały podane na rys. 3.3b. Położenia wektora prądu stojana są uzależnione od tego, do których zacisków fazowych uzwojenia stojana zostały przyłączone zaciski źródła napięcia stałego [59]. Kąt położenia osi x , odpowiadający orientacji osi y względem położenia wektora prądu stojana jest uwzględniany w macierzach transformacji współrzędnych fazowych wielkości elektromagnetycznych stojana i wirnika do układu współrzędnych $(x, y, 0)$. Dla przyjmowanej w ten sposób orientacji układu współrzędnych możliwe jest wyznaczenie tylko wartości składowej y wektora napięcia stojana $\underline{u}_s$, która jest odpowiednio równa:

$$- \text{dla układu } \textit{GII}: u_{sy} = u_{st}/\sqrt{2}, \quad - \text{dla układu } \textit{TII}: u_{sy} = u_{st}/\sqrt{(2/3)}.$$

Wartość składowej x wektora napięcia stojana $\underline{u}$, nie jest uprzednio znana i może być wyznaczona dopiero po wyznaczeniu rozwiązań równań stanu. Jej znajomość nie jest jednak konieczna, ponieważ nie ma ona żadnego znaczenia energetycznego, gdyż w następstwie przyjętej orientacji układu współrzędnych (x, y) wartość składowej x wektora prądu stojana jest zawsze równa zero.

Szczegółowa postać równań modelu matematycznego dla układów *GII* i *III*, sformułowanych po założeniu liniowości obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej wynosi:

$$\begin{bmatrix} u_{sy} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m \\ 0 & L_r & 0 \\ L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \cdot p \begin{bmatrix} i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} + \omega_e \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ L_m & 0 & L_r \\ 0 & -L_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{sy} \\ \psi_{rx} \\ \psi_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m \\ 0 & L_r & 0 \\ L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

$$M_e = p_b L_m i_{sy} i_{rx}. \quad (3.15)$$

Po odpowiednich przekształceniach równania (3.13)–(3.15) mogą być przedstawione z zastosowaniem zmiennych stanu wyrażonych w postaci wektorowej:

$$\begin{bmatrix} j\text{Im}(\underline{u}_s) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j\text{Im}(\underline{i}_s) \\ \underline{i}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & L_m \\ L_m & L_r \end{bmatrix} p \begin{bmatrix} j\text{Im}(\underline{i}_s) \\ \underline{i}_r \end{bmatrix} - j\omega_e \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ L_m & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j\text{Im}(\underline{i}_s) \\ \underline{i}_r \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

$$\begin{bmatrix} j\text{Im}(\underline{\psi}_s) \\ \underline{\psi}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_m \\ L_m & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j\text{Im}(\underline{i}_s) \\ \underline{i}_r \end{bmatrix}, \quad (3.17)$$

$$M_e = -p_b L_m \text{Re}(j \underline{i}_s \underline{i}_r^*) = p_b L_m \text{Im}(\underline{i}_s) \text{Re}(\underline{i}_r^*). \quad (3.18)$$

Szczegółowa postać równań modelu matematycznego dla układów *GII* i *TII* sformułowanych z uwzględnieniem nieliniowości obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej wynosi:

$$\begin{bmatrix} u_{sy} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{sy} & L_{mxy} & L_{my} \\ L_{mxy} & L_{rx} & L_{mxy} \\ L_{my} & L_{mxy} & L_{ry} \end{bmatrix} p \begin{bmatrix} i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$+ \omega_e \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ L_m & 0 & L_r \\ 0 & -L_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix}.$$

Współczynniki indukcyjności w równaniach (3.19) są funkcją chwilowych wartości modułu wektora prądu magnesowania oraz kąta położenia tego wektora i zostały podane w Załączniku 3.

Dalej, jako szczególny stan elektrodynamiczny hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego jest rozpatrywany stan ustalony, występujący przy zadanej wartości prędkości kątowej wirnika i ustalonych wartościach innych wielkości elektromagnetycznych. Równania dla tego stanu wyznaczono na podstawie przedstawionych równań stanu, wyrażonych w postaci wektorowej. Można wykazać, że równania te dla wszystkich układów połączeń uzwojenia stojana można przedstawić w następującej postaci wektorowej:

$$\underline{U}_s = R_s \cdot \underline{I}_s, \quad (3.20a)$$

$$0 = R_r \underline{I}_r - j \omega_e L_m \underline{I}_s - j \omega_e L_r \underline{I}_r. \quad (3.20b)$$

Z równania (3.20a) wynika, że w stanie ustalonym hamowania wektor prądu stojana $\underline{I}_s$ jest wprost proporcjonalny do wektora napięć fazowych stojana $\underline{U}_s$, a odwrotnie proporcjonalny do rezystancji fazowej uzwojenia stojana i nie jest zależny od prędkości kątowej oraz od innych parametrów elektromagnetycznych maszyny. Po przekształceniu równania (3.20b) otrzymuje się:

$$0 = j \omega_1 L_m \underline{I}_s + [R_r / (-\omega_e / \omega_1) + j \omega_1 L_r] \underline{I}_r = j X_m \underline{I}_s + [R_r / \nu + j X_r] \underline{I}_r. \quad (3.21)$$

Równanie (3.21) może być rozpatrywane jako równanie napięciowe wirnika dla wektorowych wielkości elektromagnetycznych, wyrażonych w prostokątnym układzie współrzędnych, wirującym względem stojana z prędkością kątową rów-

ną pulsacji napięcia sieci zasilającej ω_l . W tym układzie współrzędnych rzeczywisty, nieruchomy wektor prądu stojana $\underline{I}_s$ jest wektorem wirującym z prędkością kątową ω_l . W interpretacji obwodowej równanie (3.21) można przedstawić wtedy w postaci schematu zastępczego, który ma podobną postać do klasycznego schematu maszyny indukcyjnej, dla równoważnej pracy asynchronicznej (rys. 3.1a). W tym przypadku schemat zastępczy przedstawia interpretację obwodową zależności, wynikających bezpośrednio z równań elektromechanicznego przetwarzania energii dla stanu ustalonego hamowania, a jego sformułowanie nie wymaga konieczności wprowadzania zastępczego stanu pracy maszyny indukcyjnej, odpowiadającego zasilaniu uzwojenia stojana równoważnym prądem przemienicznym.

3.5. Analiza stanów elektromagnetycznych silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym

Dalej przedstawiono analizę stanów elektromagnetycznych, występujących podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego. Głównym celem badań tych stanów jest sformułowanie zależności analitycznych, określających chwilowe przebiegi prądów, strumieni magnetycznych i momentu elektromagnetycznego silnika podczas hamowania. Znajomość tych zależności jest niezbędna do wyznaczenia składowych ustalonych i nieustalonych prądów, strumieni i momentu silnika, poznania zdolności układu hamowania do szybkiego wytworzenia momentu elektromagnetycznego, racjonalnego wyboru najkorzystniejszego układu połączeń uzwojeń silnika podczas hamowania, doboru parametrów elektromagnetycznych maszyny indukcyjnej oraz parametrów układu zasilania.

Analiza teoretyczna stanów elektromagnetycznych podczas hamowania została dokonana po założeniu liniowości obwodu magnetycznego maszyny oraz stałej wartości prędkości kątowej wirnika maszyny. Założenia te przyjęto z powodów metodologicznych, gdyż tylko przy tych założeniach otrzymuje się równania modelu matematycznego o stałych wartościach współczynników, których rozwiązania mogą być wyznaczone metodami analitycznymi. Otrzymane wyrażenia analityczne umożliwiają analizę oraz interpretację fizyczną zjawisk elektromagnetycznych występujących w stanach hamowania. Uzasadnieniem możliwości przyjęcia tych założeń jest zastosowanie otrzymanych zależności do analizy stanów elektromagnetycznych, występujących w przedziałach czasu bezpośrednio po przełączeniu maszyny indukcyjnej z pracy silnikowej do stanu hamowania. Przełączenia te są dokonywane

najczęściej wówczas, gdy prędkości kątowe wirnika silnika są bliskie prędkości znamionowej maszyny, czyli znacznie większe od przedziału prędkości, w którym występuje duża zmienność nasycenia obwodu magnetycznego. Ze względu na różną postać modeli matematycznych analiza stanów elektromagnetycznych zostanie wykonana oddzielnie dla układów połączeń uzwojeń fazowych stojana należących do I i II grupy więzów elektrycznych.

3.5.1. Analiza stanów elektromagnetycznych hamowania silnika dla układów z I grupy więzów

Do analizy przyjęto równania modelu matematycznego maszyny indukcyjnej, obowiązujące dla układów hamowania z zastosowaniem połączeń uzwojeń fazowych stojana należących do I grupy więzów elektrycznych. W równaniach (3.9) zmienne stanu wyrażone przez wektory prądów maszyny zastąpiono na podstawie zależności (3.10) przez wektory strumieni sprzężonych maszyny. Po przekształceniach i transformacji Laplace'a otrzymuje się następujący układ równań operatorowych:

$$\begin{bmatrix} p + \alpha_s & -k_r \alpha_s \\ -k_s \alpha_r & p + (\alpha_r - j\omega_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\psi}_s(p) \\ \underline{\psi}_r(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{u}_s(p) + \underline{\psi}_s(0) \\ \underline{\psi}_r(0) \end{bmatrix}, \quad (3.22)$$

$$\underline{u}_s(p) = \underline{u}_s = k_u u_{st} / p. \quad (3.23)$$

Wartości współczynników występujących w równaniach (3.22) wynoszą:

$$\alpha_s = R_s / \sigma L_s, \quad \alpha_r = R_r / \sigma L_r, \quad \sigma = 1 - k_s k_r, \quad k_s = L_m / L_s, \quad k_r = L_m / L_r. \quad (3.24)$$

Równanie charakterystyczne układu równań (3.22) jest równaniem algebraicznym drugiego stopnia o współczynnikach zespolonych:

$$p^2 + (\alpha_s + \alpha_r - j\omega_e) p + \alpha_s (\sigma \alpha_r - j\omega_e) = 0. \quad (3.25)$$

W ogólnym przypadku pierwiastki p_1, p_2 równania (3.25) są wielkościami zespolonymi i wynoszą:

$$\underline{p}_{1,2} = [-(\alpha_s + \alpha_r) + j\omega_e \pm \sqrt{\Delta_2}] / 2, \quad (3.26)$$

gdzie

$$\underline{\Delta}_2 = (\alpha_s - \alpha_r)^2 + 4(1 - \sigma)\alpha_s\alpha_r - \omega_e^2 + j(\alpha_s - \alpha_r)\omega_e. \quad (3.27)$$

Do dalszej analizy celowe jest zapisanie pierwiastków $\underline{p}_1, \underline{p}_2$, określonych wyrażeniem (3.26) w następujący sposób:

$$\underline{p}_1 = -\alpha_1 + j\beta_1 = -\alpha_1 + j\omega_a, \quad \underline{p}_2 = -\alpha_2 + j\beta_2 = -\alpha_2 + j(\omega_e - \omega_a). \quad (3.28)$$

W zależnościach (3.28) wielkości α_1, α_2 określają wartości współczynników tłumienia składowych nieustalonych wielkości elektromagnetycznych, a wielkości β_1, β_2 wyznaczają wartości pulsacji oscylacji tych składowych. Współczynniki α_1, α_2 i β_1, β_2 są złożonymi funkcjami parametrów elektromagnetycznych silnika oraz prędkości kątowej wirnika maszyny indukcyjnej. Zakres zmienności wartości tych współczynników jest uzależniony od budowy i mocy silnika oraz wartości parametrów elektromagnetycznych silnika [52, 91].

Po uwzględnieniu odpowiednich relacji występujących między parametrami elektromagnetycznymi silników w dalszej analizie wyróżniono dwa rodzaje typów silników indukcyjnych:

1. Silniki indukcyjne, dla których jest spełniony warunek $\alpha_r > \alpha_s$ lub $\alpha_r \gg \alpha_s$ – do silników tego typu należą silniki indukcyjne klatkowe o zwiększonych wartościach poślizgu krytycznego oraz silniki indukcyjne pierścieniowe z dołączonymi do obwodu wirnika dodatkowymi rezystorami.

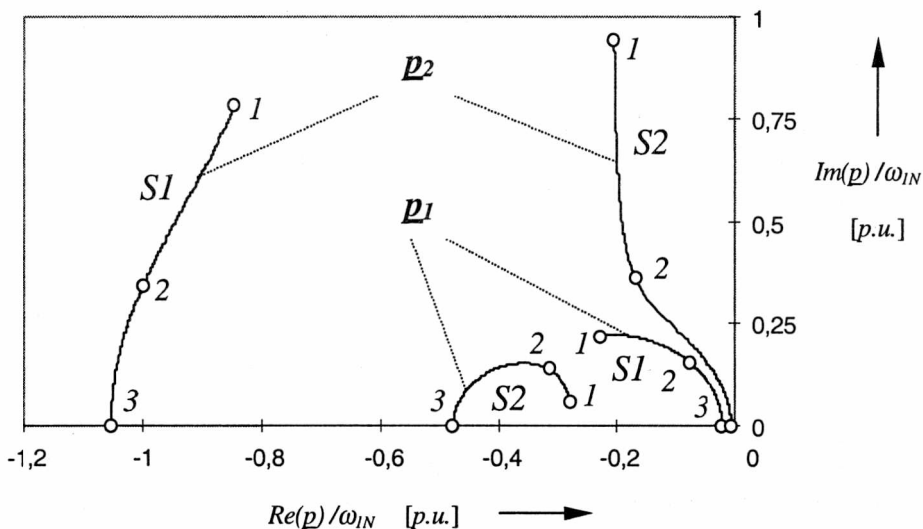
2. Silniki indukcyjne, dla których jest spełniony warunek $\alpha_r \leq \alpha_s$ – do silników tego typu należą silniki indukcyjne klatkowe o normalnej budowie oraz silniki indukcyjne pierścieniowe podczas ich pracy ze zwartym obwodem wirnika lub dołączonymi do obwodu wirnika rezystorami dodatkowymi o małych wartościach rezystancji.

Do grupy silników o zwiększonym poślizgu należą silniki indukcyjne klatkowe, stosowane w napędach dźwignicowych, napędach hutniczych oraz innych napędach wymagających częstego dokonywania nawrotów. Z powodu większych wartości rezystancji fazowej wirnika silniki klatkowe tego typu mają korzystniejsze przebiegi statycznych charakterystyk mechanicznych dla stanów hamowania prądem stałym. Do analizy obliczeniowej przyjęto parametry dwóch typów silników indukcyjnych klatkowych o zbliżonych wartościach mocy znamionowej, które w dalszej części pracy oznaczono odpowiednio S1 i S2. Jako silnik typu S1 oznaczono silnik indukcyjny klatkowy o podwyższonej wartości poślizgu znamionowego, a jako silnik typu S2 oznaczono silnik indukcyjny klatkowy o typowej, małej wartości poślizgu. Dane znamionowe i parametry elektromagnetyczne tych silników podano w Załączniku 4.

Przebiegi ilustrujące zmienność wartości pierwiastków równania charakterystycznego (3.25) w funkcji prędkości kątowej wirnika przedstawiono na rys. 3.4. Wykonane obliczenia umożliwiają stwierdzenie, że dla silników o zwiększonej rezystancji wirnika (typu S1) decydujący wpływ na przebieg procesów elektromagnetycznych mają głównie tylko wartości pierwiastka p_1 , gdyż wartości współczynnika tłumienia α_1 są znacznie mniejsze od wartości współczynnika tłumienia α_2 . Składowa urojona pierwiastka p_1 określa wartość pulsacji β_1 , która dla rozpatrywanego typu silnika przyjmuje wartości wielokrotnie mniejsze od pulsacji β_2 , równej w przybliżeniu elektrycznej prędkości kątowej wirnika ω_e . Dla silników natomiast o małej rezystancji wirnika (typu S2) przebieg procesów elektromagnetycznych jest zależny od wartości zarówno pierwiastka p_1 i p_2 , gdyż wartości współczynników α_1 i α_2 nie różnią się znacznie między sobą. W tym przypadku nieco bardziej znaczący jest wpływ pierwiastka p_2 , (gdyż $\alpha_2 < \alpha_1$), którego składowa urojona β_2 , jest w przybliżeniu równa elektrycznej prędkości kątowej wirnika ω_e .

Z rozwiązania układu równań (3.22) i transformacji odwrotnej otrzymuje się zależności, określające chwilowe wartości wektorów przestrzennych strumieni sprzężonych stojana i wirnika dla maszyny indukcyjnej podczas hamowania prądem stałym:

$$\underline{\psi}_s(t) = \underline{\psi}_{su} + \underline{A}_1 \cdot e^{\underline{p}_1 t} + \underline{A}_2 \cdot e^{\underline{p}_2 t}, \quad \underline{\psi}_r(t) = \underline{\psi}_{ru} + \underline{B}_1 \cdot e^{\underline{p}_1 t} + \underline{B}_2 \cdot e^{\underline{p}_2 t}. \quad (3.29)$$



Rys. 3.4. Charakterystyki wartości względnych pierwiastków równania charakterystycznego 2. stopnia:

$$p_1 = -\alpha_1 + j\beta_1, \quad p_2 = -\alpha_2 + j\beta_2:$$

S1 – wyznaczone dla silnika typu S1 z $\alpha_r > \alpha_s$; S2 – wyznaczone dla silnika typu S2 z $\alpha_r < \alpha_s$;

1 – $\omega_e/\omega_{1N} = 1,0$; 2 – $\omega_e/\omega_{1N} = 0,5$; 3 – $\omega_e/\omega_{1N} = 0,0$

Z zależności (3.29) wynika, że w przebiegu chwilowym wektora strumienia sprzężonego stojana i wirnika można wyróżnić składową ustaloną tego wektora i dwie tłumione składowe nieustalone. Podczas zasilania uzwojenia stojana ze źródła napięcia stałego wektory składowych ustalonych strumieni są wektorami o stałym położeniu, a wartości ich modułów są funkcją wartości napięcia stałego, parametrów elektromagnetycznych silnika oraz elektrycznej prędkości kątowej wirnika ω_e :

$$\underline{\Psi}_{su} = \underline{u}_s \cdot (\alpha_r - j\omega_e) / \underline{p}_1 \underline{p}_2, \quad \underline{\Psi}_{ru} = \underline{u}_s \cdot (k_s \alpha_r) / \underline{p}_1 \underline{p}_2. \quad (3.30)$$

Każdą ze stałych zespolonych $\underline{A}_i$, $\underline{B}_i$ ($i = 1, 2$) w równaniach (3.29) można przedstawić w postaci sumy dwóch innych stałych, oznaczonych dodatkowymi indeksami z i p :

$$\underline{A}_i = \underline{A}_{iz} + \underline{A}_{ip}, \quad \underline{B}_i = \underline{B}_{iz} + \underline{B}_{ip}. \quad (3.31)$$

Stałe z indeksem z obejmują te składniki stałych ogólnych, które są zależne od wektora napięcia zasilania $\underline{u}_s$, a stałe z indeksem p składniki tych stałych, które są zależne od wartości początkowych wektorów strumieni sprzężonych stojana i wirnika $\underline{\psi}_s(0), \underline{\psi}_r(0)$. Po uwzględnieniu takiego rozdziału tych stałych równania (3.29) można zapisać następująco:

$$\underline{\psi}_s(t) = \underline{\Psi}_{su} + \underline{\psi}_{sz}(t) + \underline{\psi}_{sp}(t), \quad \underline{\psi}_r(t) = \underline{\Psi}_{ru} + \underline{\psi}_{rz}(t) + \underline{\psi}_{rp}(t). \quad (3.32)$$

W równaniach (3.32) występują składowe ustalone oraz zgrupowane w inny sposób składowe nieustalone wektorów strumieni sprzężonych. Składowe nieustalone wektorów strumieni sprzężonych oznaczone dodatkowym indeksem z są wywołane załączeniem źródła napięcia stałego do odpowiednio połączonego uzwojenia stojana przy wartościach początkowych strumieni sprzężonych stojana i wirnika równych zeru. Składowe nieustalone wektorów strumieni sprzężonych, oznaczone dodatkowym indeksem p są wywołane działaniem niezerowych wartości początkowych wektorów strumieni sprzężonych stojana i wirnika, gdy wartość wektora napięcia stojana jest równa zeru, czyli działaniem strumieni magnetycznych pochodzących ze stanu pracy poprzedzającego stan hamowania.

W taki sam sposób można przedstawić również wyrażenia opisujące składowe nieustalone wektorów prądów stojana i wirnika. Po uwzględnieniu takiego rozdziału składowych nieustalonych w wyrażeniu na moment elektromagnetyczny maszyny indukcyjnej podczas hamowania prądem stałym otrzymuje się:

$$M_e(t) = M_{eu} + M_{ez}(t) + M_{ep}(t) + M_{ezp}(t). \quad (3.33)$$

Równanie (3.33) ma ogólną postać, w której poszczególne składniki grupują następujące składowe momentu elektromagnetycznego:

1. M_{eu} przedstawia składową ustaloną momentu elektromagnetycznego, wytworzonego przez oddziaływanie składowych ustalonych wektorów strumieni sprzężonych maszyny. Wyrażenie opisujące tę składową ma taką samą postać, jaką otrzymuje się z analizy stanów statycznych hamowania.

2. $M_{ez}(t)$ obejmuje wszystkie składowe niestalone momentu elektromagnetycznego, wytworzone tylko przez te składowe niestalone wektorów strumieni sprzężonych, które są wywołane przez załączenie źródła napięcia stałego, gdy wartości początkowe wektorów strumieni sprzężonych stojana i wirnika są zerowe.

3. $M_{ep}(t)$ obejmuje wszystkie składowe niestalone momentu elektromagnetycznego, które są wywołane przez niezerowe wartości początkowe wektorów strumieni sprzężonych stojana i wirnika, przy wartości napięcia zasilania równym zeru.

4. $M_{exp}(t)$ obejmuje wszystkie składowe niestalone momentu elektromagnetycznego, wytworzonego przez te składowe niestalone wektorów strumieni sprzężonych, które pochodzą od wzajemnego oddziaływania składowych niestalonych wektorów strumieni sprzężonych, spowodowanych zarówno załączeniem źródła napięcia stałego i występowaniem niezerowych wartości początkowych wektorów strumieni sprzężonych stojana i wirnika.

Najbardziej istotne jest wyznaczenie składowej ustalonej i tych składowych niestalonych momentu elektromagnetycznego, które są wywołane załączeniem źródła napięcia stałego do odpowiednio połączanego uzwojenia stojana, ponieważ składowe te zawsze występują i mają decydujący wpływ na właściwości układu hamowania. Pozostałe składowe niestalone natomiast, wywołane przez niezerowe wartości początkowych wektorów strumieni sprzężonych stojana i wirnika, mogą nie występować lub zostać wyeliminowane.

Ogólne wyrażenie określające moment elektromagnetyczny maszyny indukcyjnej po przełączeniu do stanu hamowania, gdy początkowe wartości strumieni sprzężonych maszyny są zerowe ma wtedy następującą postać:

$$\begin{aligned}
 M_e(t) = M_{eu} + M_{ez}(t) = M_{eu} + M_{1z}e^{-2\alpha_1 t} + M_{2z}e^{-2\alpha_2 t} \\
 + M_{3z}e^{-\alpha_1 t} \cdot \cos(\beta_1 t + \varphi_{3z}) + \\
 + M_{4z}e^{-\alpha_2 t} \cdot \cos(\beta_2 t + \varphi_{4z}) + M_{5z}e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t} \cdot \cos[(\beta_2 - \beta_1)t + \varphi_{5z}]
 \end{aligned} \quad (3.34)$$

W przebiegu czasowym momentu elektromagnetycznego maszyny można wyróżnić: składową ustaloną oraz zanikające wykładniczo z różnymi stałymi czasowymi dwie składowe aperiodyczne oraz trzy składowe periodyczne o różnych pulsacjach. Użyteczne znaczenie mają tylko te składowe niestalone, które charakteryzują się dużymi wartościami amplitud oraz małymi wartościami współczynników tłumienia. Zależności analityczne

przedstawiające wyrażenia opisujące amplitudy poszczególnych składowych nieustalonych momentu są złożone i ich szczegółowe przedstawienie zostało pominięte.

W celach praktycznych przedstawiono przybliżoną analizę procesów elektromagnetycznych podczas hamowania prądem stałym silników. Analiza ta dotyczy silników indukcyjnych klatkowych typu *SI*, czyli o zwiększonej rezystancji wirnika. Dla parametrów elektromagnetycznych silników tego typu jest spełniony warunek $\alpha_2 \gg \alpha_1$. Przy założeniu zerowych początkowych wartości strumieni sprzężonych maszyny przybliżone wartości stałych występujących w równaniu (3.29) wynoszą:

$$\underline{A}_1 = \underline{A}_{1z} \approx -\underline{\Psi}_{su}, \quad \underline{B}_1 = \underline{B}_{1z} \approx -\underline{\Psi}_{ru}, \quad \underline{A}_2 \approx 0, \quad \underline{B}_2 \approx 0. \quad (3.35)$$

Relacje określające przybliżone wartości chwilowe wektorów strumieni sprzężonych stojana i wirnika oraz wektora prądu stojana mają wtedy następującą postać:

$$\underline{\psi}_s(t) \approx \underline{\Psi}_{su} (1 - e^{-\frac{p_1}{2}t}), \quad \underline{\psi}_r(t) \approx \underline{\Psi}_{ru} (1 - e^{-\frac{p_1}{2}t}), \quad \underline{i}_s(t) \approx \underline{I}_{su} (1 - e^{-\frac{p_1}{2}t}). \quad (3.36)$$

Przybliżoną zależność określającą moment elektromagnetyczny opisuje wtedy równanie:

$$M_e(t) \approx M_{eu} \cdot [1 + e^{-2\alpha_1 t} - 2e^{-\alpha_1 t} \cdot \cos(\beta_1 t)] . \quad (3.37)$$

Otrzymane zależności potwierdzają wniosek wynikający z analizy wartości pierwiastków równania charakterystycznego, że przebieg procesów elektromagnetycznych, występujących podczas hamowania prądem stałym, z zastosowaniem układów połączeń uzwojenia stojana należących do grupy I jest w decydującym stopniu uzależniony od wartości pierwiastka p_1 , który charakteryzuje się małymi wartościami współczynnika tłumienia α_1 i pulsacji β_1 . Wartości zespolone wektora strumienia sprzężonego stojana i wirnika zmieniają się wykładniczo w funkcji czasu, dążąc do stałych wartości ustalonych. W przebiegu czasowym momentu elektromagnetycznego (3.37) można wyróżnić składową ustaloną momentu o działaniu hamującym oraz składowe nieustalone: składową nieperiodyczną tłumioną wykładniczo ze stałą czasową $(1/2\alpha_1)$ oraz składową periodyczną tłumioną wykładniczo ze stałą czasową $(1/\alpha_1)$. Składowa ustalona i pierwsza składowa nieustalona momentu są zawsze składowymi o działaniu hamującym. Druga składowa nieustalona momentu jest natomiast składową oscylacyjną i może być momentem o działaniu napędowym i hamującym. Należy zwrócić uwagę, że wartość bezwzględna amplitudy początkowej tej składowej jest dwukrotnie większa od amplitud pozostałych składowych momentu i składowa ta jest wolniej tłumiona od nieperiodycznej składowej nieustalonej. Dla bardzo małych wartości czasu, czyli bezpośrednio po przełączeniu maszyny do stanu hamowania ta składowa momentu jest składową o działaniu napędowym, która ogranicza wartość bezwzględną wypadkowego momentu maszyny oraz wnosi opóźnienie czasowe w uzyskiwaniu ustalonej wartości momentu elektromagnetycznego.

3.5.2. Analiza stanów elektromagnetycznych hamowania silnika dla układów z II grupy więzów

Do analizy przyjęto równania modelu matematycznego maszyny indukcyjnej obowiązujące dla układów hamowania z zastosowaniem połączeń uzwojeń fazowych stojana należących do II grupy więzów elektrycznych. W równaniach (3.13) zmienne stanu wyrażone przez składowe przetransformowanych prądów maszyny zastąpiono na podstawie zależności (3.14) przez składowe strumieni sprzężonych maszyny. Po przekształceniach i transformacji Laplace'a otrzymano następujący układ równań operatorowych:

$$\begin{bmatrix} p + \alpha_s & 0 & -k_r \alpha_s \\ 0 & p + \sigma \alpha_r & \omega_e \\ -k_s \alpha_r & -\omega_e & p + \alpha_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{sy}(p) \\ \psi_{rx}(p) \\ \psi_{ry}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{sy}(p) + \psi_{sy}(0) \\ \psi_{rx}(0) \\ \psi_{ry}(0) \end{bmatrix}, \quad (3.38)$$

$$u_{sy}(p) = u_{sy} / p = k_u u_{st} / p. \quad (3.39)$$

Charakter przebiegu stanów elektromagnetycznych jest uzależniony od wartości pierwiastków równania charakterystycznego układu równań (3.38), które jest równaniem algebraicznym trzeciego stopnia o współczynnikach rzeczywistych:

$$p^3 + [\alpha_s + (1 + \sigma)\alpha_r]p^2 + [(2\alpha_s + \alpha_r)\sigma\alpha_r + \omega_e^2]p + \alpha_s[(\sigma\alpha_r)^2 + \omega_e^2] = 0. \quad (3.40)$$

Wartości pierwiastków tego równania są uzależnione od wartości wyróżnika Δ_3 równania algebraicznego trzeciego stopnia (3.40). Mogą wystąpić dwa następujące przypadki rozwiązań, gdy wyróżnik:

1. $\Delta_3 > 0$ i istnieją trzy pierwiastki, z których jeden jest rzeczywisty, a dwa pozostałe są zespolone, sprzężone:

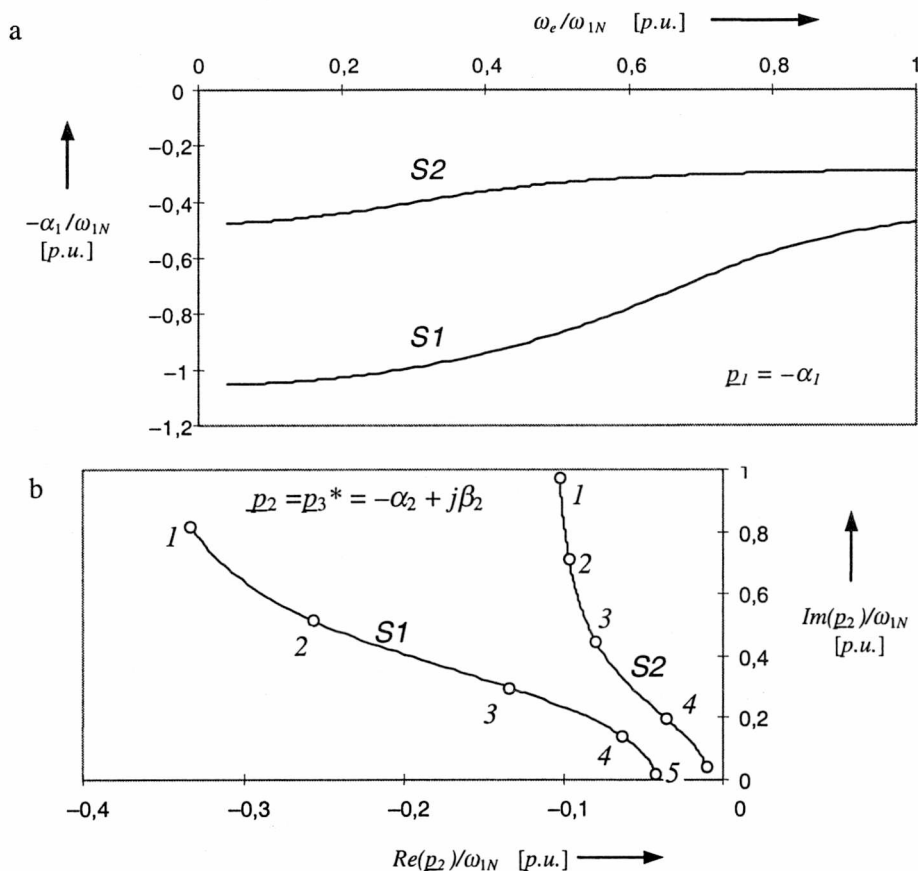
$$p_1 = -\alpha_1, \quad p_{2,3} = -\alpha_2 \pm j\beta_2. \quad (3.41a)$$

2. $\Delta_3 \leq 0$ i istnieją trzy pierwiastki rzeczywiste:

$$p_1 = -\alpha_1, \quad p_2 = -\alpha_2, \quad p_3 = -\alpha_3. \quad (3.41b)$$

Wyznaczenie wyrażeń określających wartości wyróżnika trzeciego stopnia Δ_3 oraz wartości pierwiastków p_1, p_2, p_3 w zależności od wartości parametrów elektromagnetycznych silnika oraz prędkości kątowej wirnika silnika, prowadzi do złożonych i mało przydatnych zależności. Obliczenia numeryczne wykonane dla typowych wartości parametrów maszyn indukcyjnych klatkowych umożliwiają stwierdzenie, że najczęściej jest spełniony warunek $\Delta_3 > 0$, czyli że występuje jeden pierwiastek rzeczywisty i dwa zespolone sprzężone. Dopiero dla małych prędkości kątowych wirni-

ka, o wartościach mniejszych od pewnej prędkości granicznej równej około kilku procent prędkości synchronicznej maszyny wyróżnik $\Delta_3 \leq 0$ i występują wtedy trzy pierwiastki o wartościach rzeczywistych. Przebiegi ilustrujące zmienność wartości pierwiastków równania charakterystycznego (3.40) w funkcji prędkości kątowej wirnika wyznaczone dla dwóch typów silnika indukcyjnego klatkowego (typu S1 i S2) o parametrach podanych w Załączniku 4 przedstawiono na rys. 3.5.



Rys. 3.5. Charakterystyki wartości względnych pierwiastków równania charakterystycznego 3. stopnia:

a) $p_1 = -\alpha_1$, b) $p_2 = p_3^* = -\alpha_2 + j\beta_2$;

S1 – wyznaczone dla silnika typu S1 z $\alpha_r > \alpha_s$; S2 – wyznaczone dla silnika typu S2 z $\alpha_r < \alpha_s$;

1 – $\omega_e/\omega_{1N} = 1,0$; 2 – $\omega_e/\omega_{1N} = 0,75$; 3 – $\omega_e/\omega_{1N} = 0,5$; 4 – $\omega_e/\omega_{1N} = 0,25$; 5 – $\omega_e/\omega_{1N} = 0,05$

Na podstawie analizy wyników obliczeń można stwierdzić, że silniki o zwiększonej rezystancji wirnika (typu S1) mają znacznie większe wartości współczyn-

ników tłumienia α_1 i α_2 , w porównaniu do silników o mniejszych wartościach rezystancji wirnika (typu S2). Dla obu typów silników decydujący wpływ na przebieg stanów elektromagnetycznych będzie wywierał pierwiastek zespolony p_2 , gdyż wartości współczynnika tłumienia α_2 są znacznie mniejsze od wartości współczynnika tłumienia α_1 . Wartość pulsacji β_2 określonej przez część urojoną tego pierwiastka jest w przybliżeniu równa elektrycznej prędkości kątowej wirnika ω_e .

Po rozwiązaniu układu równań (3.38) i wyznaczeniu transformacji odwrotnych, otrzymuje się następujące ogólne zależności określające wartości chwilowe składowych strumieni sprzężonych stojana i wirnika maszyny indukcyjnej podczas hamowania prądem stałym:

$$\begin{aligned}\psi_{sy}(t) &= \Psi_{syu} + A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t} + A_3 \cdot e^{p_3 t}, \\ \psi_{rx}(t) &= \Psi_{rxu} + B_1 \cdot e^{p_1 t} + B_2 \cdot e^{p_2 t} + B_3 \cdot e^{p_3 t}, \\ \psi_{ry}(t) &= \Psi_{ryu} + C_1 \cdot e^{p_1 t} + C_2 \cdot e^{p_2 t} + C_3 \cdot e^{p_3 t}.\end{aligned}\quad (3.42)$$

Zależności ogólne (3.42) mogą być bezpośrednio zastosowane do analizy przypadku, gdy jest spełniony warunek $\Delta_3 \leq 0$. Przebiegi chwilowe strumienia sprzężonego stojana i wirnika zawierają wtedy cztery składowe: składową ustaloną i trzy nieustalone. Składowe nieustalone są składowymi nieoscylacyjnymi, zanikającymi aperiodycznie ze współczynnikami tłumienia równymi, odpowiednio α_1 , α_2 , α_3 .

Najczęściej, gdy wyróżnik $\Delta_3 > 0$, wartości pierwiastków p_2 i p_3 oraz stałych K_2 i K_3 ($K = A, B, C$) są zespolone i sprzężone. Uwzględnienie tych warunków w równaniach (3.42) prowadzi po przekształceniach do następujących zależności:

$$\begin{aligned}\psi_{sy}(t) &= \Psi_{syu} + A_1 \cdot e^{-\alpha_1 t} + A_{23} \cdot e^{-\alpha_2 t} \cdot \cos(\beta_2 t + \gamma_A), \\ \psi_{rx}(t) &= \Psi_{rxu} + B_1 \cdot e^{-\alpha_1 t} + B_{23} \cdot e^{-\alpha_2 t} \cdot \cos(\beta_2 t + \gamma_B), \\ \psi_{ry}(t) &= \Psi_{ryu} + C_1 \cdot e^{-\alpha_1 t} + C_{23} \cdot e^{-\alpha_2 t} \cdot \cos(\beta_2 t + \gamma_C).\end{aligned}\quad (3.43)$$

Wyrażenia określające przebiegi chwilowe poszczególnych współrzędnych strumieni sprzężonych maszyny obejmują w tym przypadku trzy składowe: ustaloną oraz dwie tłumione składowe nieustalone, z których pierwsza jest składową nieperiodyczną, druga zaś jest składową periodyczną. Składowe ustalone strumieni sprzężonych są funkcją wartości napięcia stałego zasilania uzwojenia stojana, pa-

rametrów elektromagnetycznych maszyny oraz elektrycznej prędkości kątowej wirnika ω_e :

$$\begin{aligned}\Psi_{syu} &= \left\{ \sigma \alpha_r^2 + \omega_e^2 \right\} / \alpha_s \left[(\sigma \alpha_r)^2 + \omega_e^2 \right] \mu_{sy}, \\ \Psi_{rxu} &= - \left\{ k_s \alpha_r \omega_e / \alpha_s \left[(\sigma \alpha_r)^2 + \omega_e^2 \right] \right\} \mu_{sy}, \\ \Psi_{ryu} &= \left\{ k_s \sigma \alpha_r^2 / \alpha_s \left[(\sigma \alpha_r)^2 + \omega_e^2 \right] \right\} \mu_{sy}.\end{aligned}\quad (3.44)$$

Każdą ze stałych K_i i K_{ij} ($K = A, B, C$, $i, j = 1, 2, 3$) przedstawiono w postaci sumy dwóch stałych, oznaczonych dodatkowymi indeksami z i p :

$$K_i = K_{iz} + K_{ip}, \quad K_{ij} = K_{ijz} + K_{ijp}. \quad (3.45)$$

Stałe z indeksem z są zależne od napięcia zasilania uzwojenia stojana, czyli składowej u_{sy} , a stałe z indeksem p od wartości początkowych składowych strumieni sprzężonych stojana i wirnika. W wyrażeniach, określających chwilowe przebiegi strumieni sprzężonych w uzwojeniach, można dokonać wtedy zgrupowania składowych nieustalonych na składowe nieustalone, wywołane działaniem napięcia źródła prądu stałego oraz działaniem niezerowych początkowych wartości strumieni sprzężonych maszyny.

Dalej przedstawiono końcowe wyrażenia opisujące składowe momentu elektromagnetycznego, które występują podczas przełączenia uzwojenia stojana silnika indukcyjnego do źródła napięcia stałego, gdy elektromagnetyczne warunki początkowe są zerowe. Otrzymuje się wtedy następujące wyrażenia opisujące składowe nieustalone momentu elektromagnetycznego podczas hamowania:

– gdy wyróżnik $\Delta_3 \leq 0$:

$$\begin{aligned}M_e(t) &= M_{eu} + \sum_{i=1}^9 m_{ei}(t) = M_{eu} + M_1 e^{-\alpha_1 t} + M_2 e^{-\alpha_2 t} + M_3 e^{-\alpha_3 t} + M_4 e^{-2\alpha_1 t} + \\ &+ M_5 e^{-2\alpha_2 t} + M_6 e^{-2\alpha_3 t} + M_7 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t} + M_8 e^{-(\alpha_2 + \alpha_3)t} + M_9 e^{-(\alpha_1 + \alpha_3)t},\end{aligned}\quad (3.46)$$

– gdy wyróżnik $\Delta_3 > 0$:

$$\begin{aligned}M_e(t) &= M_{eu} + \sum_{i=1}^6 m_{ei}(t) \\ &= M_{eu} + M_1 e^{-\alpha_1 t} + M_2 e^{-2\alpha_1 t} + M_3 e^{-\alpha_2 t} + M_4 e^{-\alpha_2 t} \cos(\beta_2 t + \varphi_4) \\ &+ M_5 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t} \cos(\beta_2 t + \varphi_5) + M_6 e^{-2\alpha_2 t} \cos(2\beta_2 t + \varphi_6).\end{aligned}\quad (3.47)$$

Zależności te opisują przebieg chwilowy momentu elektromagnetycznego wytwarzanego przez maszynę indukcyjną po przyłączeniu źródła napięcia stałego do układu połą-

czeń uzwojenia stojana należącego do II grupy więzów (układ *GII* i *TII*). Gdy spełniony jest warunek $\Delta_3 \leq 0$, wtedy występuje składowa ustalona momentu o stałej wartości i dziewięć składowych nieustalonych, z których wszystkie mają charakter aperiodyczny o różnych współczynnikach tłumienia. Jeśli natomiast wyróżnik $\Delta_3 > 0$, to moment elektromagnetyczny maszyny indukcyjnej podczas hamowania zawiera składową ustaloną i sześć składowych nieustalonych. Trzy składowe nieustalone momentu są wtedy tłumionymi składowymi nieperiodycznymi, a pozostałe trzy są tłumionymi składowymi periodycznymi. Pulsacja dwóch składowych periodycznych jest równa bezwzględnej wartości urojonej drugiego pierwiastka zespolonego równania charakterystycznego, a wartość pulsacji trzeciej składowej periodycznej jest dwukrotnie większa.

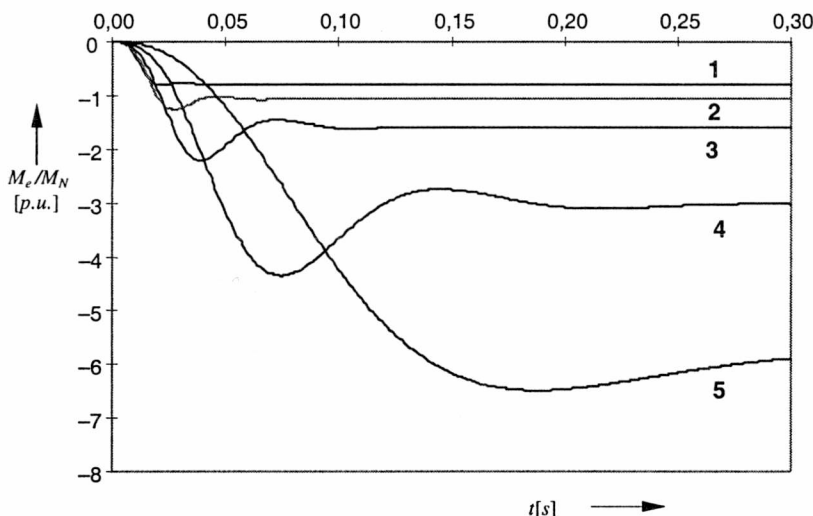
Znaczenie użyteczne pod względem napędowym ma uwzględnienie tylko tych składowych momentu elektromagnetycznego, które mają duże wartości bezwzględne amplitud początkowych i są wolno tłumione. Na podstawie obliczeń numerycznych wartości składowych nieustalonych momentu można wykazać, że niektóre składowe nieustalone momentu elektromagnetycznego są składowymi momentu o działaniu napędowym, a nie hamującym. Działanie tych składowych jest niekorzystne, gdyż powodują one zmniejszenie wartości wypadkowego momentu hamującego maszyny. Złożona postać wyróżnika równania charakterystycznego i wyrażeń określających pierwiastki równania charakterystycznego utrudnia sformułowanie analitycznych zależności wyznaczających wartości amplitud poszczególnych składowych nieustalonych momentu elektromagnetycznego.

3.6. Obliczenia i badania symulacyjne stanów elektromagnetycznych silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym

Na podstawie przedstawionych w poprzednich rozdziałach równań dla stanów elektromagnetycznych wykonano obliczenia chwilowych wartości wielkości elektromagnetycznych silnika indukcyjnego klatkowego (dla silnika typu S1 o danych i parametrach podanych w Załączniku 4). Obliczenia dotyczyły stanów hamowania prądem stałym realizowanego z zastosowaniem połączenia uzwojenia stojana silnika w układzie *GI* i *GII*. Wartość napięcia stałego zasilającego uzwojenie stojana dobrano tak, aby w stanie ustalonym był wymuszany przepływ prądu stałego o wartości równoważnej $I_{se} = 1,5 I_{IN}$. Obliczenia wykonano po założeniu stałej wartości prędkości kątowej wirnika. Uzasadnieniem możliwości przyjęcia tego założenia jest to, że procesy elektromagnetyczne są rozpatrywane w krótkich przedziałach czasu, a stosowane wartości bezwładności układu napędowego są wystarczająco duże. Dalej przedstawiono wybrane wyniki obliczeń, ilustrujące przebieg stanów elektromagnetycznych

hamowania prądem stałym, z zastosowaniem najczęściej stosowanego połączenia uzwojenia stojana w układzie *GII*.

Na rysunku 3.6 przedstawiono przebiegi wypadkowego momentu elektromagnetycznego, wytwarzanego przez silnik indukcyjny w stanach elektromagnetycznych, po przełączeniu ze stanu pracy silnikowej do hamowania prądem stałym, gdy elektromagnetyczne warunki początkowe są zerowe. Wyniki analizy obliczeniowej wskazują, że jeżeli przełączenie do stanu hamowania jest dokonywane wówczas gdy wartości prędkości kątowych wirnika są duże (zbliżone do wartości prędkości znamionowej), to moment elektromagnetyczny silnika uzyskuje wartości zbliżone do ustalonych stosunkowo szybko (po około kilkudziesięciu milisekundach od momentu przełączenia). Gdy natomiast przełączenie do stanu hamowania następuje wtedy gdy wartości prędkości kątowej wirnika są mniejsze, wtedy czas osiągania wartości ustalonej momentu jest o wiele dłuższy, a w przebiegu czasowym występują oscylacje momentu elektromagnetycznego. Taki przebieg stanów elektromagnetycznych można zinterpretować na podstawie analizy pierwiastków równania charakterystycznego i określonych przez nich wartościach współczynników tłumienia składowych przejściowych. Podobne badania obliczeniowe zostały wykonane również dla układu *GI* i wykazały, że w tym przypadku uzyskuje się korzystniejsze przebiegi, gdyż oscylacje momentu elektromagnetycznego mają mniejsze amplitudy i są znacznie szybciej tłumione niż w układzie *GII*.



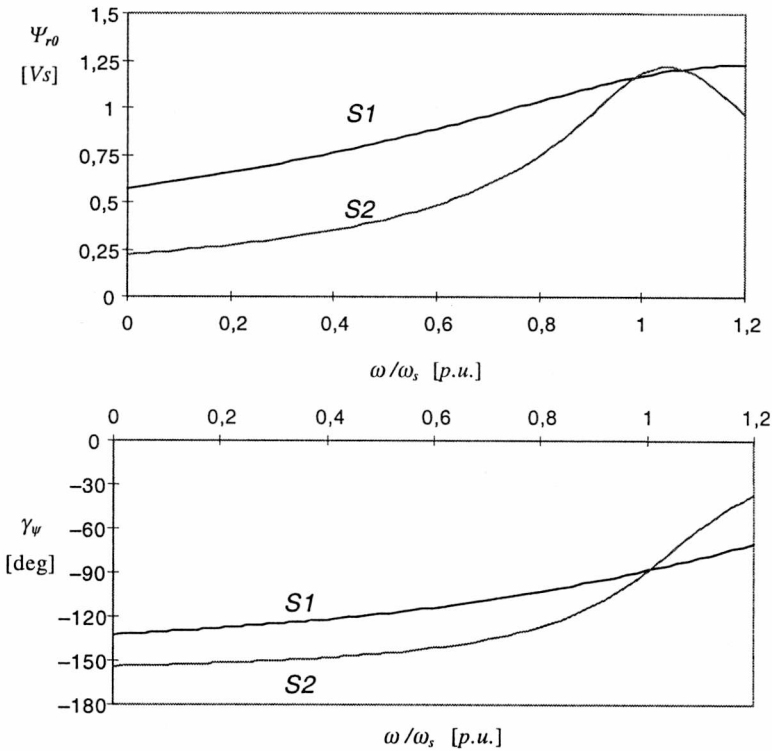
Rys. 3.6. Przebiegi chwilowe momentu elektromagnetycznego silnika indukcyjnego $M_e = f(t)$ po przełączeniach do stanu hamowania prądem stałym z różnymi prędkościami kątowymi wirnika (wyznaczone dla silnika typu *SI*, układ połączeń *GII*, napięcie $u_{st} = 67,1$ V, strumień reszkowy wirnika $\Psi_{r0} = 0$),
 1 – $\omega/\omega_s = 1,0$, 2 – $\omega/\omega_s = 0,75$, 3 – $\omega/\omega_s = 0,50$, 4 – $\omega/\omega_s = 0,25$, 5 – $\omega/\omega_s = 0,1$

Podczas szybkich przełączeń z pracy silnikowej do hamowania prądem stałym istotny wpływ na pracę układu hamowania może mieć pole resztkowe wirnika (pole niestłumione wirnika). Jeśli się założy, że przełączenie do stanu hamowania następuje bezpośrednio ze stanu ustalonego pracy silnikowej i uwzględnieniu warunku zachowania ciągłości strumienia skojarzonego wirnika, to otrzymuje się następujące zależności, określające wektor strumienia sprzężonego pola resztkowego wirnika $\underline{\Psi}_{r0}$ [5–7, 52, 61, 62, 91]:

$$\begin{aligned}\underline{\Psi}_{r0} &= \underline{\Psi}_r(0_+) = \underline{\Psi}_r(0_-) = \\ &= k_s \alpha_r / [(\sigma \alpha_s \alpha_r - \omega_1 \omega_r) + j(\alpha_s \omega_r + \alpha_r \omega_1)] \cdot \sqrt{3/2} U_{fm} e^{j\gamma_0} = \psi_{r0} e^{j(\gamma_0 + \gamma_\psi)},\end{aligned}\quad (3.48)$$

przy czym:

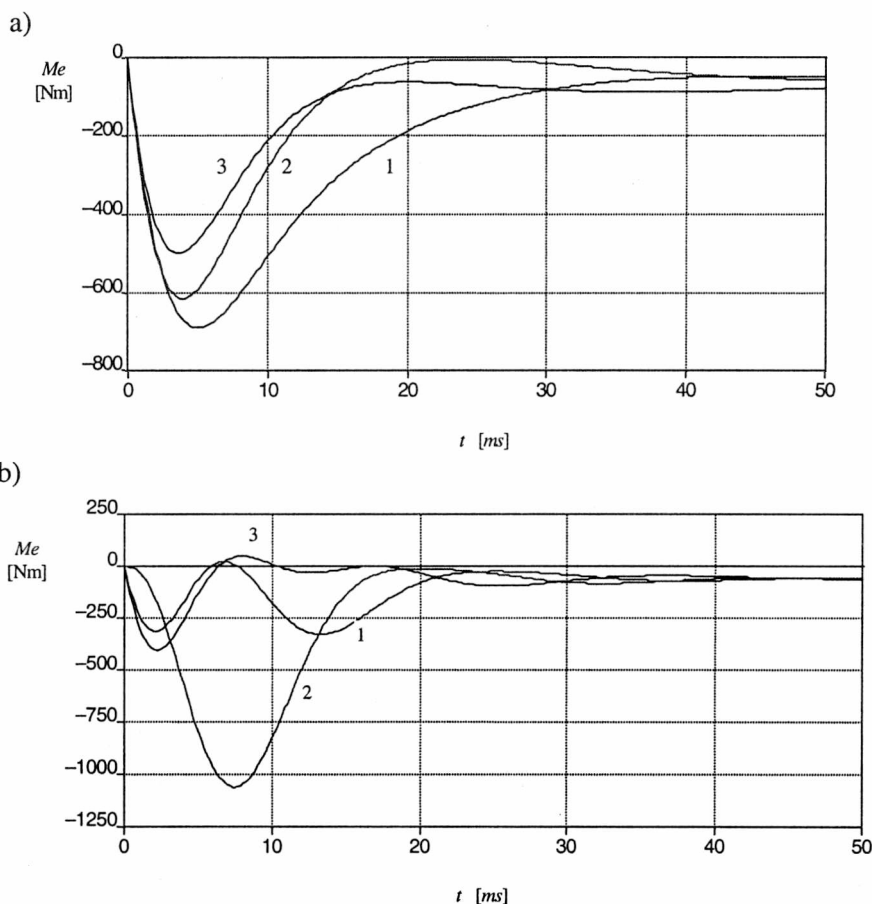
$$\gamma_\psi = -\arctan[(\alpha_s \omega_r + \alpha_r \omega_1) / (\sigma \alpha_s \alpha_r - \omega_1 \omega_r)]. \quad (3.49)$$



Rys. 3.7. Zależność modułu wektora strumienia resztkowego wirnika Ψ_{r0} i kąta położenia tego wektora γ_ψ w funkcji prędkości kątowej wirnika (S1 – wyznaczone dla silnika typu S1, S2 – dla silnika typu S2)

Wartość modułu wektora strumienia skojarzonego wirnika Ψ_{r0} i kąt położenia tego wektora względem wektora napięcia stojana γ_ψ są funkcją parametrów elektromagne-

tycznych silnika i prędkości kątowej wirnika. Wartość modułu tego wektora jest uzależniona głównie od prędkości kątowej wirnika przy której jest dokonywane przełączenie ze stanu pracy silnikowej do hamowania prądem stałym. Wyznaczone dla dwóch typów silników o różnych parametrach elektromagnetycznych (typu S1 i S2) wartości modułu wektora strumienia skojarzonego wirnika Ψ_{r0} oraz kąta γ_ψ tego wektora w funkcji prędkości kątowej wirnika przedstawiono na rysunku 3.7. Z przebiegów tych wynika, że największe wartości modułu wektora strumienia skojarzonego Ψ_{r0} występują w przedziale prędkości kątowych wirnika zbliżonych do prędkości synchronicznej maszyny, czyli w tym przedziale prędkości kątowych podczas których najczęściej następuje przełączenie silnika do stanu hamowania.



Rys. 3.8. Przebiegi chwilowe momentu elektromagnetycznego silnika indukcyjnego $M_e = f(t)$ po przełączeniu silnika do stanu hamowania prądem stałym podczas działania pola resztkowego wirnika Ψ_{r0} : a) dla układu GI; b) dla układu GII; (obliczenia dla silnika typu S1 i danych: $\omega/\omega_s = 1,0$; 1 – $\gamma_\psi = 0$ [deg]; 2 – $\gamma_\psi = 90$ [deg]; 3 – $\gamma_\psi = 180$ [deg])

Po odłączeniu uzwojenia stojana od sieci prądu przemiennego strumień sprzężony wirnika wiruje synchronicznie z wirnikiem i zanika wykładniczo wraz ze stałą czasową obwodu wirnika. Wektor strumienia wirnika w chwili przyłączenia osi uzwojenia stojana do źródła napięcia stałego może przyjmować różne położenia względem uzwojenia stojana. Jest to uzależnione od fazy napięcia sieci, przy której nastąpiło odłączenie uzwojenia stojana oraz od czasu przerwy między odłączeniem silnika, a przełączeniem do stanu hamowania. Na rysunku 3.8 przedstawiono przebiegi chwilowe momentu elektromagnetycznego po przełączeniu silnika do hamowania prądem stałym, pod działaniem pola resztkowego wirnika. Otrzymane przebiegi wskazują, że wpływ pola resztkowego jest bardzo niekorzystny. Wywołane jego działaniem momenty elektromagnetyczne mają wprawdzie przeważnie działanie hamujące, ale zmienność tych momentów w funkcji czasu ma charakter udarowy i wartości bezwzględne tych momentów mogą wielokrotnie przekraczać wartości momentu znamionowego silnika i stanowić zagrożenie dla wytrzymałości mechanicznej układu napędowego. Również powstające wtedy prądy przejściowe w uzwojeniach fazowych maszyny mogą uzyskiwać amplitudy przekraczające wielokrotnie wartości znamionowe prądów uzwojenia.

Z analizy porównawczej przebiegu tych stanów w układach *GI* i *GII* wynika, że przebiegi elektromagnetyczne w układzie *GII* są bardziej uzależnione od działania pola resztkowego wirnika i powstające wtedy momenty przejściowe mogą osiągać większe amplitudy. W realizowanych w praktyce układach hamowania wpływ pola resztkowego wirnika, z powodu niekorzystnego oddziaływania powinien być eliminowany lub zmniejszany przez zastosowanie odpowiedniej zwłoki między wyłączeniem maszyny z pracy silnikowej a przełączeniem do stanu hamowania lub przez zastosowanie specjalnych układów tłumienia pola resztkowego wirnika [61, 62]. W układach energoelektronicznych możliwe jest zastosowanie takiego sterowania załączeniem układu hamowania, które zapewni wyeliminowanie wpływu oddziaływania pola resztkowego wirnika.

3.7. Badania symulacyjne stanów elektrodynamicznych silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym

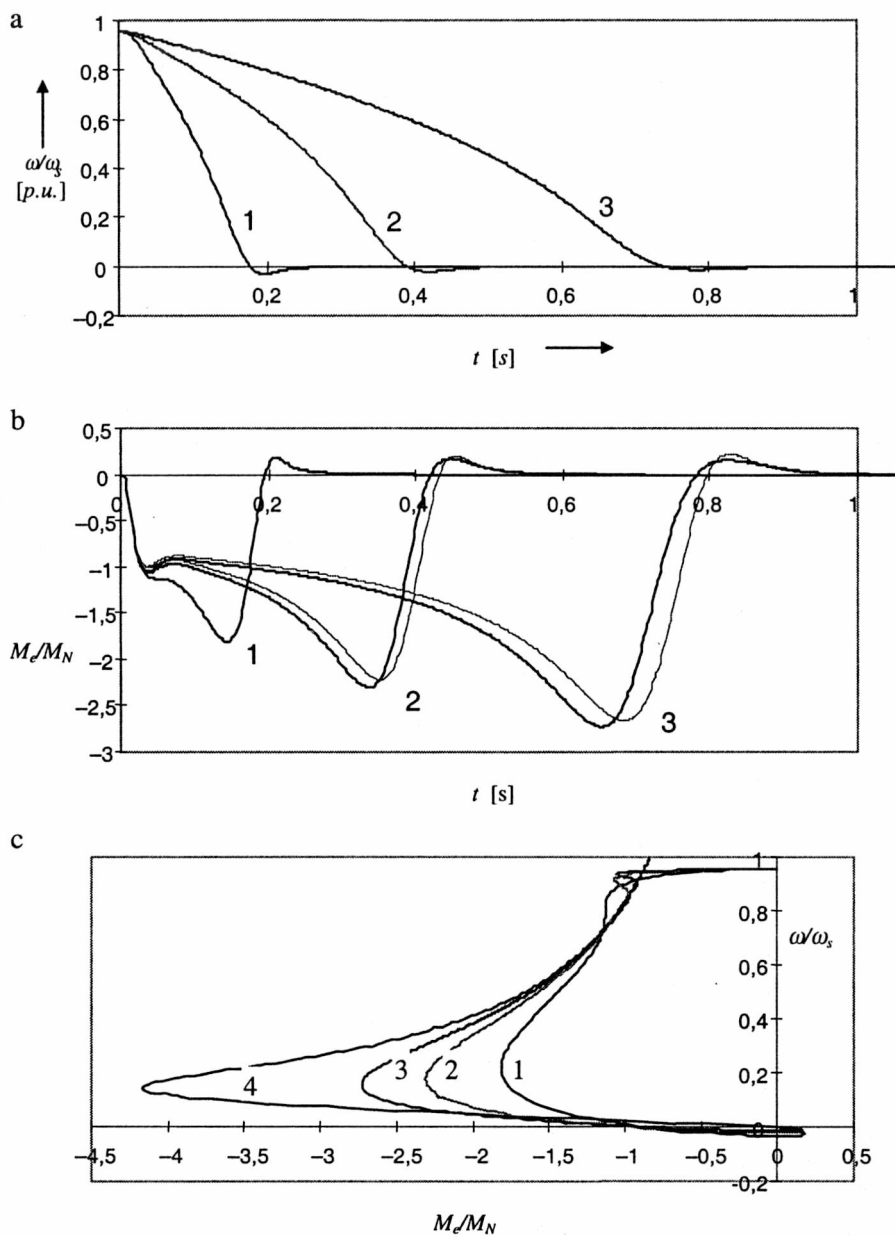
Na podstawie równań przedstawionych w rozdz. 3.4 wykonano badania symulacyjne stanów elektrodynamicznych podczas hamowania prądem stałym układu napędowego z silnikiem indukcyjnym klatkowym. Rozpatrzono układy *GI* i *GII* połączeń uzwojeń fazowych stojana należące do I i II grupy więzów elektrycznych. W celu poznania wpływu nieliniowości obwodu magnetycznego wykonano badania z zastosowaniem

zarówno równań sformułowanych dla liniowego, jak i nieliniowego modelu matematycznego maszyny indukcyjnej.

Na rysunkach 3.9 i 3.10 przedstawiono przebiegi chwilowe prędkości wirnika $\omega = f(t)$, momentu elektromagnetycznego $M_e = f(t)$ oraz porównanie charakterystyk dynamicznych i charakterystyki statycznej $\omega = f(M_e)$, wyznaczonych dla stanu hamowania prądem stałym, z zastosowaniem połączenia uzwojenia stojana odpowiednio w układzie *GI* i *GII*. Badania wykonano dla silnika indukcyjnego klatkowego (typu S1) o parametrach podanych w Załączniku 4, dla różnych wartości całkowitego momentu bezwładności układu napędowego J i braku obciążenia mechanicznego ($M_m = 0$). Przedstawione przebiegi dotyczą przypadku, gdy przełączenie maszyny indukcyjnej do stanu hamowania następowało wtedy, gdy początkowa prędkość kątowa wirnika była równa prędkości znamionowej, a wartości początkowe strumieni sprzężonych stojana i wirnika były równe zeru. Oznacza to pominięcie wpływu pola resztkowego wirnika związanego z poprzednim trybem pracy maszyny indukcyjnej.

Z przedstawionych przebiegów wynika, że po przełączeniu maszyny do stanu hamowania prądem stałym następuje stosunkowo szybkie narastanie momentu elektromagnetycznego o działaniu hamującym, aż do uzyskania wartości zbliżonych do wartości statycznych. Powoduje to stosunkowo szybkie zmniejszanie wartości prędkości kątowej układu napędowego. Moment elektromagnetyczny silnika podczas hamowania zmienia się w funkcji czasu stosunkowo płynnie. Duże rozbieżności między charakterystykami dynamicznymi a charakterystyką statyczną obserwuje się w tym przedziale prędkości kątowych, w którym występuje krytyczna wartość prędkości i momentu elektromagnetycznego silnika podczas hamowania. Jest to spowodowane szybkimi zmianami wartości prędkości kątowej, za którymi nie nadąża zmienność wartości prądów i strumieni sprzężonych w maszynie.

Największe różnice w przebiegach chwilowych wielkości elektromagnetycznych między układami połączeń uzwojenia stojana z grupy I i II występują w przedziale bardzo małych prędkości kątowych wirnika, odpowiadających przedziałowi czasu czasowi związanemu z końcowym procesem hamowania i stanem po zatrzymaniu ruchu wirnika. Niekorzystnymi właściwościami odznacza się wtedy układ połączeń stojana *GII*, dla którego moment elektromagnetyczny ma wtedy przebieg oscylacyjny, tłumiony, o stosunkowo dużych wartościach początkowych amplitud oscylacji. Interpretację fizyczną powstawania tych oscylacji i wyznaczenie wartości ich pulsacji przedstawiono w pracy [23], na podstawie modelu liniowego maszyny indukcyjnej. W układzie *GI* tego rodzaju oscylacje nie są obserwowane, występuje tu tylko jednorazowa zmiana zwrotu momentu elektromagnetycznego i prędkości kątowej wirnika, a następnie zanikanie aperiodyczne tych wielkości do wartości równej zeru. Jest to spowodowane działaniem tłumiącym pętli zwarciowej, występującej w obwodzie stojana i utworzonej przez bezpośrednio zwarte z sobą uzwojenia fazowe stojana.



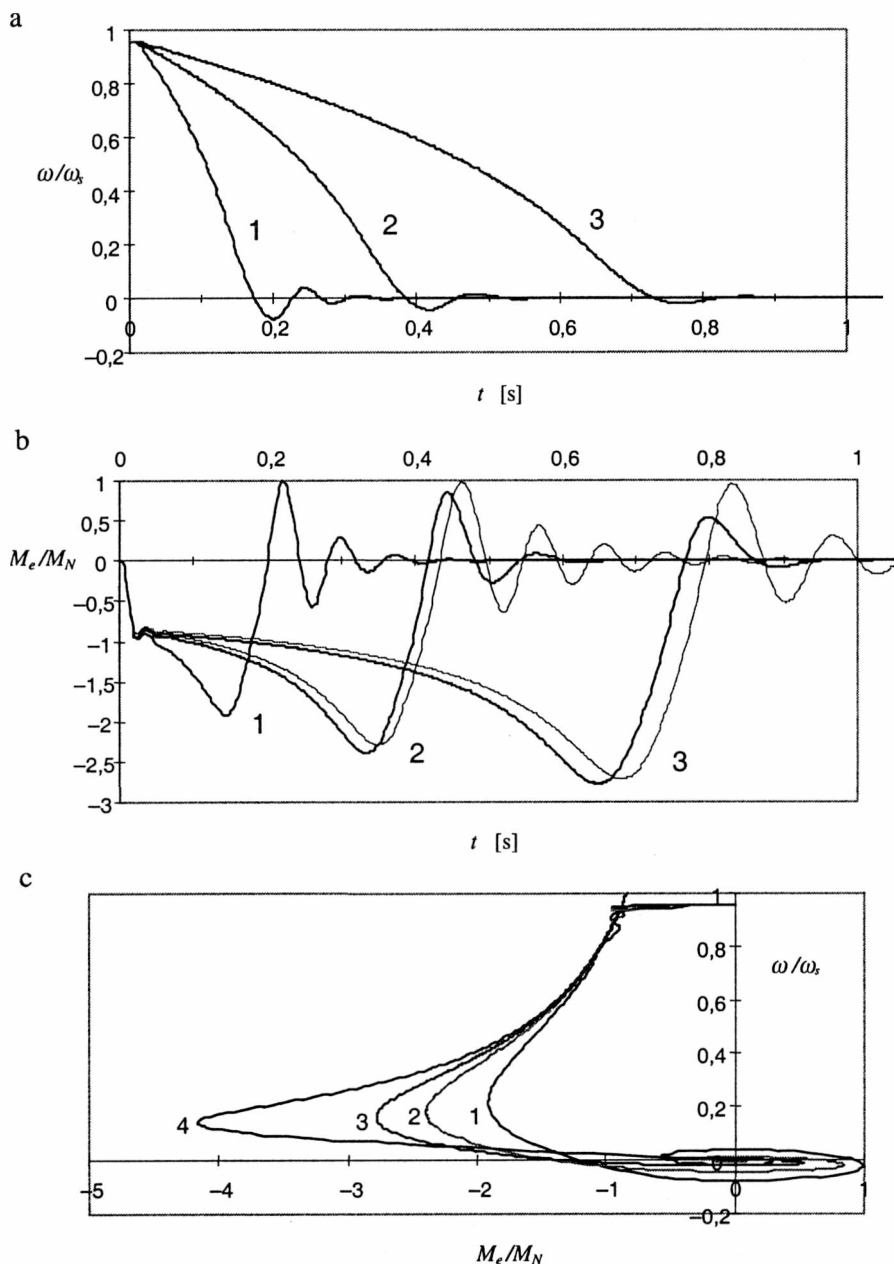
Rys. 3.9. Przebiegi elektrodynamiczne podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego:

a) prędkość kątowna $\omega(t)$; b) moment elektromagnetyczny $M_e(t)$;

(linia pogrubiona – $L_m = f(I_m)$; linia cienka – $L_m = L_{mN} = \text{const}$),

c) trajektorie dynamiczne (1, 2, 3), (4) charakterystyka statyczna $\omega = f(M_e)$;

(obliczenia dla danych: układ GI, $I_{se} = 2,5 I_{1N}$, 1 – $J = J_s$; 2 – $J = 2,5 J_s$; 3 – $J = 5 J_s$)



Rys. 3.10. Przebiegi elektrodynamiczne podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego:

a) prędkość kątowna $\omega(t)$, b) moment elektromagnetyczny $M_e(t)$; (linia pogrubiona – $L_m = f(I_m)$;

linia cienka – $L_m = L_{mN} = \text{const}$), c) 1, 2, 3 – trajektorie dynamiczne,

4 – charakterystyka statyczna hamowania $\omega = f(M_e)$;

(obliczenia dla danych: układ *GII*, $I_{se} = 2,5 I_{1N}$, 1 – $J = J_s$; 2 – $J = 2,5 J_s$; 3 – $J = 5 J_s$)

Porównanie wyników symulacji dotyczących stanów hamowania silnika, otrzymanych z zastosowaniem nieliniowego i liniowego modelu maszyny indukcyjnej, nie wykazuje znacznych różnic jakościowych i ilościowych w przebiegach elektrodynamicznych. Jest to spowodowane tym, że badano przebiegi elektrodynamiczne o krótkich czasach trwania, związane z szybkim zmniejszaniem się prędkości kątowej wirnika, czyli zbliżone do wymaganych w rzeczywistych układach hamowania. Na podstawie badań symulacyjnych stwierdzono, że nawet jeśli stosunkowo duże są wartości napięcia stałego, zasilającego uzwojenie stojana, to wartości chwilowe modułu wektora prądu magnesowania mogą być znacznie mniejsze od wartości znamionowej tego prądu. Jest to spowodowane tym, że jeśli jest duża zmienność prędkości kątowej wirnika, prądy w uzwojeniach i strumienie sprzężone silnika nie nadążają z uzyskaniem wartości ustalonych, określonych dla danej prędkości wirnika. Wynika z tego, że w przeważającej części przedziału czasu trwania procesu hamowania może nie występować wpływ nasycenia obwodu magnetycznego silnika. Potwierdzeniem słuszności tej interpretacji zjawisk jest zwiększający się wpływ nieliniowości obwodu magnetycznego silnika na przebiegi charakterystyk elektrodynamicznych, występujący podczas coraz powolniejszych zmian prędkości kątowej wirnika, czyli dłuższych czasach trwania procesu hamowania. Zgodnie z tym stwierdzono również, że coraz większe różnice między przebiegami elektrodynamicznymi występują dla chwil odpowiadających końcowej części trwania procesu hamowania. W stanach tych prędkość kątowa wirnika jest bliska lub równa zero, a wartości innych wielkości elektromagnetycznych są coraz bardziej zbliżone do wartości ustalonych.

Analiza wyników otrzymanych na podstawie symulacji z zastosowaniem liniowego i nieliniowego modelu maszyny indukcyjnej umożliwia stwierdzenie, że wystąpienie nasycenia obwodu magnetycznego silnika powoduje zmniejszenie wartości momentu elektromagnetycznego silnika oraz szybsze tłumienie składowych oscylacyjnych momentu podczas hamowania. Mały wpływ zjawiska nasycenia, występujący podczas procesów elektrodynamicznych o dużej zmienności prędkości kątowej wirnika, nie może prowadzić do wniosku o braku celowości stosowania w badaniach symulacyjnych bardziej złożonego, nieliniowego modelu maszyny indukcyjnej. Wynika to z tego, że model nieliniowy jest modelem bardziej ogólnym, umożliwiającym uwzględnienie w obliczeniach właściwej wartości indukcyjności magnesowania silnika, odpowiednio do chwilowej zmienności modułu wektora strumienia magnesowania. Model nieliniowy jest również najbardziej użyteczny w analizie i badaniu procesów elektrodynamicznych, występujących wtedy, gdy zakres zmienności prędkości kątowej układu napędowego jest duży i są wymuszane duże wartości prądów w uzwojeniach silnika.

4. Analiza przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego prądem stałym silników indukcyjnych

4.1. Wprowadzenie

Do przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego prądem stałym silników indukcyjnych są zaliczane takie układy hamowania, w których do sterowania wartościami prądu stałego, wymuszanego w uzwojeniu stojana jest stosowany przekształtnik lub zespół przekształtników energoelektronicznych. Zagadnienia analizy i modelowania stanów elektromagnetycznych, występujących podczas hamowania dynamicznego silnika indukcyjnego, z uwzględnieniem układu topologicznego przekształtnika oraz sposobu jego sterowania są jeszcze stosunkowo mało poznane i opisane w literaturze przedmiotu. W rozdziale tym dokonano klasyfikacji przekształtnikowych układów hamowania, omówiono topologie obwodów głównych tych układów oraz sposoby ich sterowania. Przedstawiono metody analizy stanów elektromagnetycznych i elektrodynamicznych w tych układach hamowania oraz przebiegi chwilowe wybranych wielkości elektromagnetycznych, wyznaczone na podstawie analizy teoretycznej i badań symulacyjnych.

4.2. Klasyfikacja przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego

Klasyfikacja przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego może być dokonana z uwzględnieniem różnych kryteriów podziału. Do najważniejszych z nich można zaliczyć topologię układu i źródła zasilania przekształtnika energoelektronicznego, rodzaj zastosowanych zaworów energoelektronicznych oraz możliwość i sposób sterowania prądu hamowania wymuszanego przez układ przekształtnikowy.

Pod względem możliwości i sposobu sterowania wartości średniej prądu stałego wymuszanego w uzwojeniu stojana silnika indukcyjnego podczas hamowania wyróżnia się następujące przekształtnikowe układy hamowania:

1. Układy niesterowane.
2. Układy sterowane o sterowaniu:
 - a) fazowym zaworów przekształtnika,
 - b) impulsowym zaworów przekształtnika.

Układy niesterowane hamowania dynamicznego są zbudowane wyłącznie z niesterowanych zaworów energoelektronicznych (diod prostowniczych). Układy te nie zapewniają możliwości bezpośredniej regulacji prądu i momentu hamowania. Są one najczęściej stosowane jako układy hamowania awaryjnego napędów maszyn roboczych oraz w razie potrzeby skrócenia czasu zatrzymywania układów napędowych o długich czasach wybiegu. Układy sterowane hamowania dynamicznego są natomiast zbudowane całkowicie lub częściowo z zaworów sterowanych, którymi są tyrystory lub tranzystory mocy. Przez sterowanie tych zaworów zapewnia się możliwość uzyskania regulacji prądu i momentu hamowania silnika. Układy te umożliwiają użytkownikowi dopasowanie prądu i momentu hamowania do mocy i parametrów silnika napędowego, wymaganego czasu zatrzymywania, częstości procesów hamowania oraz innych potrzeb określonych przez proces technologiczny. Układy te powinny być zwłaszcza stosowane do hamowania napędów maszyn roboczych o dużej zmienności momentu bezwładności lub momentu mechanicznego oraz wymagających zatrzymania napędzanego mechanizmu w zadanym przedziale czasu lub po przebyciu określonej drogi hamowania.

W zastosowaniach przemysłowych są stosowane następujące rodzaje wykonania przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego:

- a) jako specjalne urządzenie energoelektroniczne, które zostało zaprojektowane i zbudowane wyłącznie na potrzeby hamowania elektrycznego silników indukcyjnych,
- b) jako dodatkowy układ energoelektroniczny, który jest wbudowany na stałe lub przyłączany zewnętrznie do innego układu przekształtnika energoelektronicznego (sterownika prądu przemiennego, przekształtnika częstotliwości itp.) i stanowi rozszerzenie funkcji tego przekształtnika.

Podczas projektowania przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego prądem stałym silników indukcyjnych należy uwzględnić, że wymagane wartości średnie napięcia stałego na wyjściu przekształtnika nie są duże. Wartość napięcia stałego, zasilającego uzwojenie stojana podczas hamowania jest równa iloczynowi wartości prądu stałego, wymuszanego w uzwojeniu stojana i rezystancji zastępczej, połączonych uzwojeń fazowych stojana. Nawet w razie przyjęcia, że podczas hamowania będą wymuszane prądy hamowania o wartościach kilkukrotnie większych od prądu znamionowego stojana, wartości wymaganego napięcia stałego zasilania uzwojenia stojana nie przekraczają kilkudziesięciu procent napięcia znamionowego stojana. W zależności od sposobu realizacji tego warunku w rozprawie wprowadzono dodatkowy podział przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego na następujące układy:

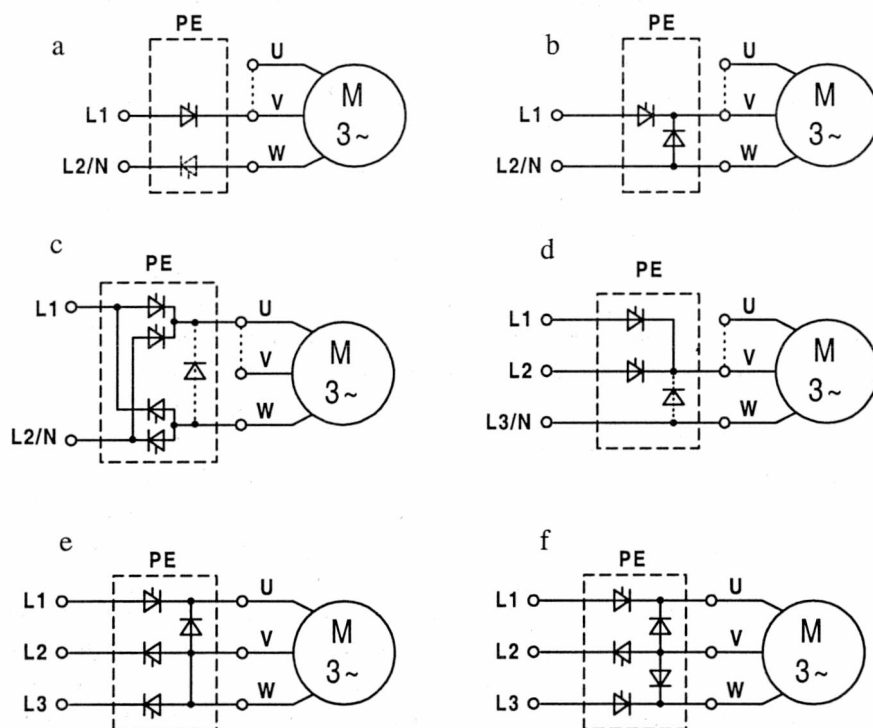
1. Transformatorowe, w których przekształtnik energoelektroniczny jest wykonany jako niesterowany lub sterowany prostownik p -pulsowy, zasilany napięciem przemiennym z sieci jednofazowej lub wielofazowej przez transformator sieciowy o przekładni zmniejszającej napięcie sieci zasilającej do wymaganej wartości napięcia.

2. Beztransformatorowe, nazywane również układami bezpośrednimi, w których przekształtnik energoelektroniczny o topologii prostownika sterowanego lub sterow-

nika prądu przemiennego jest zasilany bezpośrednio napięciem jednofazowym lub wielofazowym z sieci prądu przemiennego.

3. Z obwodem pośredniczącym prądu stałego, w których główną część przekształtnika stanowi układ energoelektroniczny o topologii sterownika napięcia stałego. Układ ten jest zasilany albo napięciem wyprostowanym otrzymywanym z prostownika niesterowanego, albo bezpośrednio napięciem stałym, otrzymywanym ze źródła napięcia stałego.

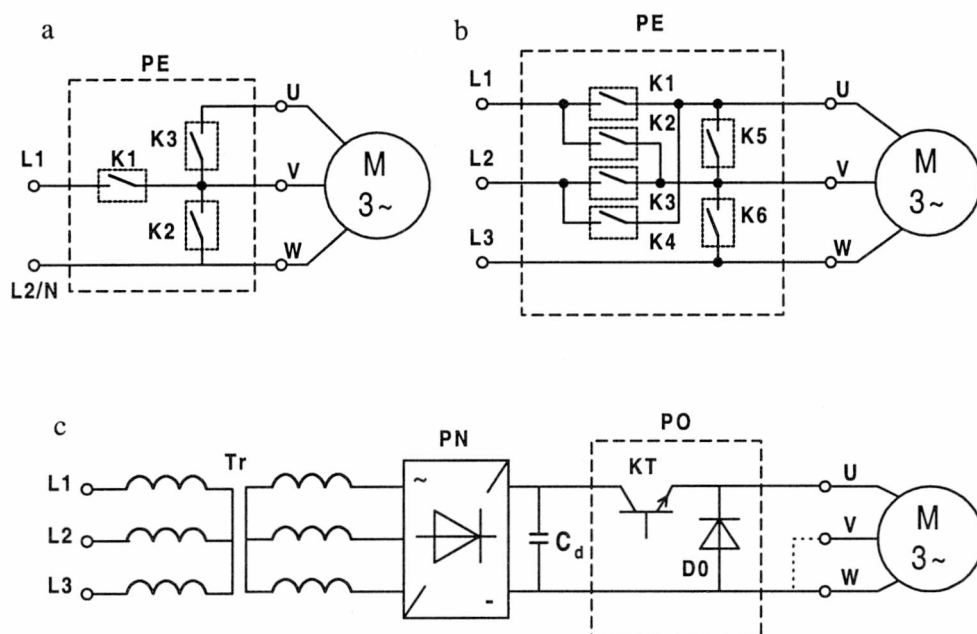
Transformatorowe układy hamowania dynamicznego z wielopulsowym prostownikiem niesterowanym lub sterowanym umożliwiają uzyskanie właściwości tych układów hamowania, zbliżonych do występujących podczas hamowania dynamicznego z zasilaniem uzwojenia stojana bezpośrednio ze źródła napięcia stałego. Zastosowanie w tych układach transformatora sieciowego powoduje, że układy te odznaczają się dużymi wymiarami i ciężarem oraz wysokimi kosztami wykonania. Z wymienionych względów, w zastosowaniach przemysłowych obecnie najbardziej są rozwijane beztransformatorowe układy hamowania, które są wykonywane zarówno jako układy sterowane, jak i niesterowane [5–7, 14, 25, 46, 54, 63, 65, 66, 75, 77, 81, 92].



Rys. 4.1. Przykłady przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego prądem stałym silnika indukcyjnego z zastosowaniem beztransformatorowych układów przekształtnikowych o sterowaniu fazowym: a–c) zasilane 1-fazowo, d–f) zasilane 3-fazowo

Przykłady obwodów głównych beztransformatorowych układów hamowania dynamicznego, z zastosowaniem przekształtników energoelektronicznych o sterowaniu fazowym, przedstawiono na rys. 4.1. Linia przerywaną zaznaczono tu dodatkowe zawory energoelektroniczne, które mogą być dołączone do układu energoelektronicznego przekształtnika oraz inne możliwe sposoby połączenia uzwojeń fazowych stojana silnika podczas hamowania. Niesterowane, beztransformatorowe układy hamowania dynamicznego są wykonywane jako układy o identycznej lub podobnej topologii jak układy sterowane przedstawione na rys. 4.1. W tym przypadku wszystkie stosowane w tych układach zawory energoelektroniczne są zastąpione przez zawory niesterowane.

Wybrane przykłady obwodów głównych układów hamowania dynamicznego, z zastosowaniem przekształtników energoelektronicznych o sterowaniu impulsowym, przedstawiono na rys. 4.2 [7, 32, 77, 90]. Wyróżnić tu można układy zaliczone do beztransformatorowych układów hamowania (rys. 4.2a, b) oraz do układów hamowania z obwodem pośredniczącym prądu stałego (rys. 4.2c). W beztransformatorowych układach hamowania sterowanie wartości średniej napięcia stałego na wyjściu przekształtnika następuje przez bezpośrednie sterowanie impulsowe napięcia jednofazowej lub trójfazowej sieci zasilającej prądu przemiennego. Topologia tych układów jest w znacznym stopniu podobna do topologii beztransformatorowych układów hamowania o sterowaniu fazowym, w których zawory energoelektroniczne o komutacji sieciowej zastąpiono zaworami o komutacji wymuszonej. Całkowicie odmienne topologicznie są układy należące do grupy układów hamowania z obwodem pośredniczącym prądu stałego. W tych układach obwód pośredniczący prądu stałego jest utworzony przez prostownik niesterowany, zasilany bezpośrednio lub przez transformator obniżający z jednofazowej lub trójfazowej sieci prądu przemiennego. Przykład realizacji transformatorowego układu hamowania, z zastosowaniem sterownika napięcia stałego (przerywacza okresowego PO), przeznaczonego do impulsowego sterowania wartości napięcia wyprostowanego przedstawiono na rys. 4.2c. Takie wykonanie układu hamowania dynamicznego jest zalecane do stosowania w przypadku potrzeby hamowania napędów wielosilnikowych. Układ hamowania może być wtedy złożony z wielu sterowników napięcia stałego, zasilanych napięciem stałym ze wspólnego obwodu pośredniczącego. Każdy z tych sterowników jest przeznaczony do regulowanego hamowania poszczególnych silników napędowych [90]. Szczególnym przykładem realizacji układu hamowania dynamicznego z obwodem pośredniczącym prądu stałego jest układ hamowania dynamicznego silnika indukcyjnego, z zastosowaniem falownika napięcia. W układzie tym napięcie zasilające obwód pośredniczący falownika jest stosowane do wymuszenia przepływu prądu hamowania, a do sterowania wartości tego prądu są stosowane wybrane zawory energoelektroniczne falownika napięcia. Tego rodzaju układy hamowania i zasady ich sterowania są rozpatrywane w rozdziale szóstym tej pracy.



Rys. 4.2. Przykłady przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego prądem stałym silnika indukcyjnego, z zastosowaniem układów przekształtnikowych o sterowaniu impulsowym:

a), b) układy beztransformatorowe z przekształtnikiem (PE) z bezpośrednim sterowaniem napięcia przemiennego zasilania, c) układ transformatorowy z prostownikiem niesterowanym (PN) i sterownikiem napięcia stałego (PO)

4.3. Sterowanie przekształtnikowymi układami hamowania dynamicznego prądem stałym

W niesterowanych układach hamowania dynamicznego silników indukcyjnych zmienność napięcia wyjściowego z przekształtnika energoelektronicznego w funkcji czasu i wartość średnia tego napięcia są uzależnione wyłącznie od struktury topologicznej przekształtnika oraz układu jego zasilania. W układach sterowanych hamowania natomiast zmienność chwilowa napięcia wyjściowego i wartość średnia tego napięcia mogą być sterowane przez zastosowanie odpowiedniej metody sterowania układu przekształtnikowego. W układach hamowania dynamicznego o sterowaniu fazowym zasady sterowania zaworów przekształtnika są podobne do stosowanych w tyrystorowych prostownikach sterowanych lub w sterownikach napięcia przemiennego. Dla sterowania wartości średniej prądu hamowania wymuszanego w uzwojeniu

stojana jest stosowane odpowiednie przesunięcie fazowe impulsów, wyzwalających zawory energoelektroniczne przekształtnika względem napięć sieci zasilającej o zadaną wartość kąta sterowania α_z , a częstość załączania zaworów przekształtnika f_z jest równa częstotliwości napięcia sieci zasilającej f_1 . W odróżnieniu od tego najczęściej stosowanego sposobu sterowania w niektórych układach hamowania dynamicznego może być celowe przyjęcie odmiennego sposobu sterowania zaworów. Dotyczy to jednak prawie wyłącznie tych układów hamowania, w których główny układ energoelektroniczny jest obwodem o prostej topologii prostownika jednopulsowego, bez diody zerowej. W tego rodzaju układach hamowania w napięciu wyjściowym z przekształtnika oprócz składowej stałej napięcia, występuje duży udział składowej przemiennej napięcia, o pulsacji napięcia sieci zasilającej. Składowa przemienna napięcia, zasilająca uzwojenie stojana silnika podczas stanu hamowania silnika jest przyczyną wytwarzania przez silnik składowych momentu elektromagnetycznego o działaniu silnikowym, co znacznie pogarsza działanie układu hamowania [7, 46]. Niekiedy wartość bezwzględna sumy składowych momentu elektromagnetycznego o działaniu silnikowym może nawet przekraczać wartość bezwzględną sumy składowych momentu elektromagnetycznego o działaniu hamującym. Jest to stan niepożądany, a czasami nawet niebezpieczny w eksploatacji, gdyż mimo przełączenia silnika do pracy w układzie hamowania elektrycznego nie następuje proces hamowania, lecz kontynuowanie stanu pracy silnikowej. Przedział prędkości kątowych wirnika w którym może wystąpić tego rodzaju niekorzystne oddziaływanie składowej przemiennej napięcia wyjściowego z przekształtnika, dotyczy prędkości kątowych wirnika zbliżonych do prędkości synchronicznej silnika. Jest to niekorzystne, gdyż dotyczy tych prędkości wirnika, przy których najczęściej są dokonywane przełączenia silnika ze stanu pracy silnikowej do stanu hamowania dynamicznego. Dla wyeliminowania możliwości takiego niepożądanego działania układu hamowania celowe jest zastosowanie wtedy odpowiednio z -krotnego zmniejszenia częstości sterowania zaworów przekształtnika do wartości $f_z = f_1/z$ (gdzie $z = 2, 3, \dots$). Uzyskuje się wtedy zarówno zmniejszenie częstotliwości składowej podstawowej napięcia przemiennego, jak i jej względnego udziału w składowej stałej napięcia wyjściowego z przekształtnika.

W przekształtnikowych układach hamowania dynamicznego o sterowaniu impulsowym napięcia stałego lub napięcia wyprostowanego, sterowanie wartości średniej prądu hamowania następuje najczęściej przez zmianę szerokości impulsów napięcia wyjściowego, z zachowaniem stałej częstotliwości sterowania zaworów energoelektronicznych przekształtnika. Częstość załączeń zaworów przekształtnika f_z może być wtedy wybierana stosunkowo dowolnie. W układach ze sterowaniem napięcia wyprostowanego jest celowe przyjmowanie wartości częstości f_z wielokrotnie większych od częstotliwości napięcia sieci zasilającej f_1 , w celu ograniczenia wpływu pulsacji napięcia sieci. W beztransformatorowych układach hamowania, zasilanych bezpośrednio z sieci prądu przemiennego, sposób sterowania zaworów jest bardziej złożony i uzależniony zarówno od topologii układu przekształtnikowego, jak i przyjętej meto-

dy syntezy napięcia wyjściowego z przekształtnika. Dla zapewnienia symetrii okresowej napięcia wyjściowego w układach tych celowe jest zastosowanie sterowania zaworów przekształtnika z częstością f_z odpowiednio zsynchronizowaną z częstotliwością napięcia sieci zasilającej napięcia przemiennego f_1 i równą wielokrotności tej częstotliwości $f_z = z f_1$ ($z = 1, 2, 3, \dots$).

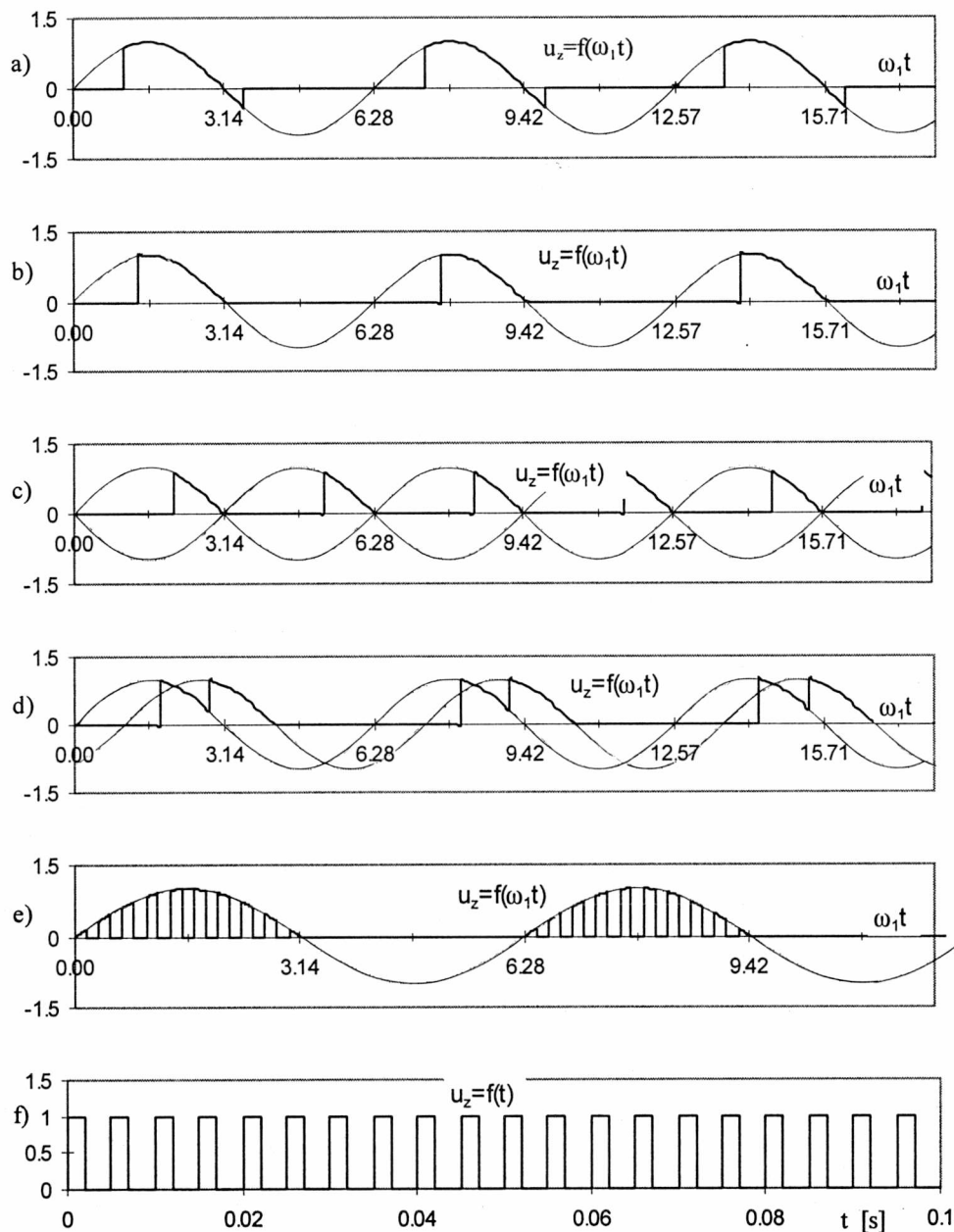
4.4. Metody analizy przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego

Celem analizy stanów elektromagnetycznych i elektrodynamicznych silnika indukcyjnego, występujących podczas stanów hamowania, z zastosowaniem przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego, jest wyznaczenie przebiegów chwilowych i wartości średnich momentu elektromagnetycznego, prądów silnika, prędkości kątowej oraz innych wielkości elektromagnetycznych silnika i układu przekształtnikowego. Poznanie tych wielkości jest celowe do projektowania i doboru parametrów układu hamowania, wyznaczenia wpływu przekształtnika na przebieg charakterystyk hamowania oraz dla oceny właściwości poszczególnych układów hamowania i ich metod sterowania.

Do analizy stanów elektrodynamicznych w przekształtnikowych układach hamowania mogą być zastosowane zarówno metody symulacyjne, jak i metody analityczne. Metody symulacyjne są użyteczne w razie potrzeby wyznaczenia przebiegów wielkości elektromagnetycznych, z uwzględnieniem w analizie obwodów maszyny indukcyjnej oraz dokładnej struktury topologicznej wybranego układu przekształtnika i jego sposobu sterowania. Ze względu na dużą różnorodność topologii przekształtnikowych układów hamowania oraz metod sterowania tych układów pożądane jest sformułowanie pewnych ogólnych wskaźników kryterialnych, umożliwiających wzajemne porównywanie i ocenę właściwości poszczególnych układów hamowania. Za wskaźniki kryterialne oceny układu hamowania mogą być przyjęte następujące wielkości: wartość średnia momentu elektromagnetycznego, wartość składowej stałej prądu wymuszanego w uzwojeniu stojana, wartości amplitud i częstotliwości składowych oscylacyjnych momentu i prądów w uzwojeniach silnika oraz inne wielkości energetyczne (pobór mocy z sieci, sprawność, współczynnik mocy itp.). Wyznaczanie tych wielkości na podstawie symulacji stanów elektrodynamicznych, występujących podczas hamowania, wymagałoby wykonywania wielu analiz porównawczych, z uwzględnieniem różnych topologii i metod sterowania przekształtnikowych układów hamowania. Wyniki analizy stanów elektrodynamicznych nie umożliwiają dokonania jednoznacznej oceny tych układów, gdyż otrzymane wtedy przebiegi chwilowe wielkości elektromagnetycznych są uzależnione nie tylko od układu przekształtnika, sposobu jego zasilania i sterowania, lecz także od parametrów układu mechanicznego, determinujących szybkość i charakter zmienności procesów elektromechanicznych i elektromagnetycznych.

Bardziej dogodną i jednoznaczną ocenę właściwości poszczególnych układów hamowania można otrzymać na podstawie analizy układów hamowania w stanach pracy quasi-ustalonej. Do tych stanów pracy należą stany elektromagnetyczne, występujące gdy prędkość kątowna wirnika jest stała. Stany te charakteryzują się okresową zmiennością wielkości elektromagnetycznych w funkcji czasu, wymuszoną przez sekwencyjność przełączeń zaworów energoelektronicznych przekształtnika. Na podstawie wykonanych przez autora badań symulacyjnych, z zastosowaniem złożonych modeli przekształtnikowych układów hamowania stwierdzono, że w stanach pracy quasi-ustalonej zmienność modułu wektora prądu magnesowania silnika nie jest duża. Uzasadnia to możliwość stosowania w analizie stanów pracy quasi-ustalonej równań modelu maszyny indukcyjnej o liniowym obwodzie magnetycznym. Po przyjęciu idealizacji opisu działania przekształtnika i założeniu liniowości obwodu magnetycznego silnika indukcyjnego do analizy przekształtnikowych układów hamowania w stanach pracy quasi-ustalonej mogą być zastosowane metody analityczne. Zaletą tych metod jest możliwość wyznaczenia ogólnych zależności analitycznych umożliwiających bezpośrednie lub numeryczne obliczanie wartości chwilowych wielkości elektromagnetycznych, które mogą być następnie zastosowane do oceny i porównania poszczególnych układów hamowania oraz wyznaczenia charakterystyk hamowania silnika indukcyjnego z uwzględnieniem wpływu przekształtnikowego układu hamowania.

Na potrzeby analizy stanów quasi-ustalonych przekształtnik energoelektroniczny, występujący w układzie hamowania, jest rozpatrywany jako układ o zmiennej strukturze z idealnymi zaworami energoelektronicznymi. W zależności od stanu przewodzenia poszczególnych zaworów energoelektronicznych, wyróżniono odpowiednio tryby pracy aktywnej i pracy bierniej przekształtnikowego układu hamowania. Do trybów aktywnych (stanów przewodzenia P) zaliczono te stany pracy układu, w których przez przewodzące zawory przekształtnika następuje bezpośrednie połączenie zacisków uzwojenia stojana silnika ze źródłem napięcia zasilającego przekształtnik. W stanach tych energia elektryczna z układu zasilania jest przekazywana przez przekształtnik do uzwojenia stojana silnika. Wszystkie inne tryby pracy przekształtnika zaliczono do trybów biernych. W przekształtnikowych układach hamowania prądem stałym można wyróżnić dwa rodzaje trybów biernych: stan zwarcia Z i stan odłączenia O. Do stanu zwarcia Z zaliczono stan, w którym występuje przewodzenie diody zerowej lub spełniającego tę funkcję innego zaworu sterowanego na wyjściu przekształtnika. W stanie tym, w zależności od zastosowanego układu połączeń uzwojenia stojana, występuje albo zwarcie trójfazowe (dla układów z grupy I więzów), albo zwarcie dwufazowe (dla układów z grupy II więzów) uzwojenia stojana. W stanie odłączenia O natomiast, w następstwie blokowania wybranych zaworów przekształtnika, uzwojenie stojana silnika może być rozpatrywane jako uzwojenie, które jest odłączone od przekształtnika. W stanie tym uzwojenie to jest albo zwarte dwufazowo (dla układów z grupy I więzów), albo jest rozwarne (dla układów z grupy II więzów).



Rys. 4.3. Przebiegi napięć wyjściowych dla różnych przekształtnikowych układów hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego: a) o sterowaniu fazowym bez diody zerowej; b), c), d) o sterowaniu fazowym z diodą zerową; e), f) o sterowaniu impulsowym

Możliwość występowania wymienionych stanów pracy przekształtnika i ich kolejność jest uzależniona od topologii układu przekształtnika oraz sposobu sterowania jego zaworów energoelektronicznych. W układach hamowania z zastosowaniem diody zerowej na wyjściu przekształtnika występują najczęściej sekwencyjnie tylko stany pracy typu P i Z, a w układach bez diody zerowej stany pracy typu P i O. Znajomość trybów pracy przekształtnika oraz kolejności ich występowania i czasu trwania umożliwiają sprowadzenie zagadnienia analizy przekształtnikowego układu hamowania do analizy reakcji silnika indukcyjnego na działanie napięcia wymuszanego na wyjściu przekształtnika.

Przykłady przebiegów chwilowych napięcia wyjściowego z przekształtnika w stanach quasi-ustalonych dla wybranych, przekształtnikowych układów hamowania i sposobów ich sterowania przedstawiono na rys. 4.3. Przebieg tego napięcia składa się z okresowych wycinków napięć sinusoidalnych sieci zasilającej prądu przemiennego lub z impulsów napięcia stałego. Po uwzględnieniu okresowego przebiegu napięcia wyjściowego z przekształtnika i warunków symetrii tego napięcia w analizie stanów quasi-ustalonych, wystarczające jest wyznaczenie rozwiązań określających przebiegi chwilowe wielkości elektromagnetycznych tylko w pewnym ograniczonym przedziale czasu, nazywanym dalej przedziałem obliczeniowym T_o . Dla niesterowanych układów hamowania i układów o sterowaniu fazowym mających strukturę prostownika p -pulsowego przyjmowana w analizie długość przedziału obliczeniowego może być równa p -krotnej części okresu T_1 napięcia sieci zasilającej prądu przemiennego ($T_o = T_1/p$). W razie zastosowania w tych układach sterowania zaworów z mniejszą częstością $f_z = f_1/z$ przedział obliczeniowy T_o powinien być zwiększony do z -krotnej wielokrotności okresu T_1 ($T_o = zT_1$). W układach o sterowaniu impulsowym napięcia przemiennego i w układach ze sterowaniem impulsowym napięcia wyprostowanego wystarczające jest przyjęcie $T_o = T_1$, a w układach ze sterowaniem impulsowym napięcia stałego przedział T_o może być równy okresowi pracy przerywacza T_{po} ($T_o = T_{po}$).

Na potrzeby analizy obliczeniowej przyjęty przedział obliczeniowy T_o należy podzielić na skończoną liczbę l podprzedziałów czasu o długości Δt_k ($k = 1, 2, \dots, l$). Podział na te podprzedziały następuje z uwzględnieniem tego, że na początku każdego z tych podprzedziałów występuje albo zmiana trybu pracy przekształtnika, albo nieciągłość przebiegu chwilowego napięcia wyjściowego z przekształtnika, wywołana przez odpowiednią zmianę przewodzenia jego zaworów, rozpatrywanych jako zawory idealne. Dla większości układów przekształtników energoelektronicznych, stosowanych w układach hamowania, liczba i długość tych podprzedziałów może być uprzednio wyznaczona na podstawie znajomości układu zasilania oraz topologii i sposobu sterowania zaworów przekształtnika. Nie dotyczy to jedynie stosunkowo rzadko stosowanych przekształtnikowych układów hamowania o komutacji sieciowej zaworów, w których nie zastosowano diody zerowej na wyjściu przekształtnika. W układach tych występują kolejno tylko tryby pracy typu P i O. W przypadku komutacji sieci-

wej zaworów długość przedziału czasu dla stanu przewodzenia przekształtnika nie jest znana i może być dopiero wyznaczona numerycznie lub z zastosowaniem metody kolejnych przybliżeń.

Najczęściej stosowanymi metodami analityczno-numerycznymi do analizy stanów elektromagnetycznych w układach napędowych z przekształtnikami energoelektronicznymi są metody należące do metod zmiennych stanu lub metod operatorowych. W dalszej części rozdziału przedstawiono zastosowanie metody rozszerzonego wektora stanu, należącej do grupy metod zmiennych stanu i metody całki superpozycyjnej należącej do grupy metod operatorowych. Wybrane metody są wygodnymi i efektywnymi metodami analizy przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego silników indukcyjnych.

4.5. Analiza z zastosowaniem metody rozszerzonego wektora stanu

4.5.1. Opis metody rozszerzonego wektora stanu

Analiza przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego z zastosowaniem metody rozszerzonego wektora stanu została oparta na zastosowaniu tej metody do analizy pracy silnika indukcyjnego z tyrystorowym sterownikiem napięcia przemiennego, zasilanego z sieci trójfazowej [42, 52, 84]. Do zastosowania tej metody jest wymagana znajomość równań stanu maszyny indukcyjnej obowiązujących dla każdego k -tego podprzedziału czasowego Δt_k przedziału obliczeniowego, wyznaczonego przez tryb pracy przekształtnika energoelektronicznego, występujący w tym podprzedziale czasu. Dla każdego takiego podprzedziału Δt_k równania napięciowe maszyny indukcyjnej można przedstawić w postaci następującego ogólnego macierzowego równania stanu:

$$p[i_k] = [A_k] \cdot [i_k] + [B_k] \cdot [u_k]. \quad (4.1)$$

Macierz stanu $[A_k]$ i macierz sterowania $[B_k]$, występujące w równaniu (4.1), mogą być wyznaczone na podstawie równań maszyny indukcyjnej z uwzględnieniem więzów elektrycznych określonych zarówno przez zastosowany układ połączeń uzwojeń fazowych silnika oraz wymuszonych podczas k -tego podprzedziału pracy przekształtnika przez układ przewodzących zaworów przekształtnika. Dla zmiennych stanu silnika indukcyjnego wyrażonych w nieruchomym, dowolnie usytuowanym względem uzwojenia stojana przetransformowanym układzie współrzędnych prostokątnych $(x, y, 0)$, macierze te są określone przez następujące zależności:

$$[A_k] = -[L_k]^{-1} \cdot ([R_k] + \omega_e [G_k]), \quad [B_k] = [L_k]^{-1}. \quad (4.2)$$

Metoda rozszerzonego wektora stanu polega na przekształceniu równań stanu (4.1) do postaci autonomicznej (jednorodnej). W tym celu w każdym k -tym podprzedziale czasu Δt_k wprowadza się relację określającą uzależnienie wektora kolumnowego napięć wymuszających $[u_k]$ od pewnego innego wektora kolumnowego napięć oznaczonego jako $[u'_k]$. Ten wektor napięć jest wyznaczany z rozwiązania następującego równania stanu:

$$p[u'_k] = [H_k][u'_k], \quad [u_k] = [N_k][u'_k]. \quad (4.3)$$

Dla przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego sformułowanie dodatkowych równań stanu w postaci (4.3) jest zawsze możliwe, gdyż wektor kolumnowy napięć wymuszających $[u_k]$ jest funkcją napięcia wyjściowego z przekształtnika i zawiera tylko takie elementy niezerowe, które są znanymi funkcjami składowych napięć przemiennych lub składowych napięć stałych wymuszanych na wyjściu przekształtnikowego układu hamowania. Po wprowadzeniu zdefiniowanego w następujący sposób rozszerzonego wektora zmiennych stanu $[v_k]$:

$$[v_k] = [[i_k], [u'_k]]^T, \quad (4.4)$$

można równania stanu (4.1) i (4.3) zapisać w postaci następującego rozszerzonego równania stanu:

$$p[v_k] = [F_k] \cdot [v_k]. \quad (4.5)$$

Macierz stanu występująca w równaniu stanu (4.5) wynosi:

$$[F_k] = \begin{bmatrix} [A_k] & [B_k] \cdot [N_k] \\ [0] & [H_k] \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

Rozwiązanie rozszerzonego równania stanu (4.5) dla chwil czasowych t ($t_{k-1} \leq t \leq t_k$) należących do k -tego podprzedziału czasowego Δt_k ma następującą ogólną postać:

$$[v_k(t)] = e^{[F_k] \cdot (t - t_{k-1})} [v_k(t_{k-1})]. \quad (4.7)$$

Na podstawie warunku okresowości rozwiązań równań stanu i założenia ciągłości wektora stanu na granicach kolejnych podprzedziałów czasu, określonych przez kolejne stany pracy układu przekształtnikowego można w rozpatrywanym przedziale obliczeniowym T_o określić wzajemną zależność rozszerzonego wektora stanu na końcu ostatniego l -tego podprzedziału czasu od wektora stanu $[v_l(t_0)]$ na początku pierwszego podprzedziału czasu:

$$[v_l(t_0 + T_0)] = [P][v_l(t_0)] = \left\{ \prod_{j=k}^{j=1} e^{[F_j](t_j - t_{j-1})} \right\} [v_l(t_0)]. \quad (4.8)$$

Z równania (4.8) otrzymuje się wtedy następujący ogólny związek umożliwiający wyznaczenie wektora stanu warunków początkowych $[v_l(t_0)]$:

$$\left\{ [P] - \prod_{j=1}^{j=1} e^{[F_j](t_j - t_{j-1})} \right\} [v_l(t_0)] = [0]. \quad (4.9)$$

Równanie (4.9) jest jednorodnym macierzowym równaniem algebraicznym, które po odpowiednim przekształceniu umożliwia wyznaczenie zależności nieznanego wektora stanu początkowych wartości prądów silnika $[i_1(t_0)]$ od znanego wektora stanu początkowych wartości napięć $[u'_1(t_0)]$. Macierz $[P]$ w tym równaniu jest macierzą kwadratową o rozmiarze równym rozmiarowi rozszerzonej macierzy stanu $[F]$. W przypadku analizy niesterowanych przekształtnikowych układów hamowania oraz układów hamowania o sterowaniu fazowym, dla których możliwe jest przyjęcie warunku, że przedział obliczeniowy T_0 jest równy lub wielokrotnie większy od okresu napięcia sieci zasilającej T_1 macierz $[P]$ jest macierzą diagonalną jednostkową. Taka sama postać macierzy $[P]$ obowiązuje również dla analizy układów hamowania z przekształtnikami o sterowaniu impulsowym napięcia stałego lub przemiennego. W analizie przekształtnikowych układów hamowania, dla których wymienione powyżej warunki nie są spełnione macierz $[P]$ powinna być wyznaczana na podstawie dodatkowych warunków wynikających z uwzględnienia okresowości i symetrii rozwiązań zmiennych stanu.

Na podstawie wektora stanu $[v_k(t)]$, wyznaczonego z rozwiązania rozszerzonego równania stanu można określić wektor kolumnowy $[i_k(t)]$, którego elementy po transformacji odwrotnej wyznaczają rzeczywiste wartości chwilowe prądów w uzwojeniach fazowych stojana i wirnika w k -tym podprzedziale czasu. Znajomość wyznaczonych wartości składowych wektora $[i_k(t)]$ umożliwia obliczenie wartości innych wielkości elektromagnetycznych w tym podprzedziale czasu. Wartość momentu elektromagnetycznego silnika M_{ek} , wytwarzanego w k -tym podprzedziale czasu, oblicza się wtedy następująco:

$$M_{ek}(t) = p_b [i_k(t)]^t [G_k] [i_k(t)]. \quad (4.10)$$

Otrzymane na podstawie przedstawionej metody rozwiązania analityczne, określające przebiegi chwilowe prądów silnika i momentu elektromagnetycznego dla różnych przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego silników indukcyjnych i sposobów ich sterowania, mogą być zastosowane do wzajemnego porównania i oceny poszczególnych układów hamowania.

4.5.2. Przykłady zastosowania metody

Zastosowanie metody rozszerzonego wektora stanu do analizy przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego silników indukcyjnych zilustrowano na przykładzie analizy stanów pracy quasi-ustalonej przekształtnikowego układu hamowania ze sterowaniem fazowym. Do analizy przyjęto przekształtnik tyrystorowo-diodowy, zasilany bezpośrednio napięciem jednofazowym z sieci prądu przemiennego, którego schemat obwodów głównych przedstawiono na rys. 4.1b. Napięcie wyjściowe z tego przekształtnika ma przebieg okresowy o okresie T_1 równym okresowi napięcia sieci zasilającej. W przyjętym przedziale obliczeniowym $T_0 = T_1$ występują dwa podprzedziały czasu ($l = 2$), z których podprzedział pierwszy ($k = 1$) o długości t_1 odpowiada stanowi przewodzenia tyrystora przekształtnika (stan pracy P), a podprzedział drugi ($k = 2$) o długości t_2 odpowiada stanowi blokowania tyrystora i przewodzenia diody zerowej przekształtnika (stan pracy Z). W tych podprzedziałach czasu napięcie chwilowe na wyjściu przekształtnika można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} -k = 1, \quad u_1(t) = u_z(t) &= U_{pm} \sin(\omega_1 t + \alpha_z), & \text{dla } 0 < t \leq t_1, \\ -k = 2, \quad u_2(t) &= 0, & \text{dla } t_1 < t \leq T_1 = t_1 + t_2. \end{aligned}$$

Analizę przeprowadzono dla stanu hamowania z zastosowaniem zasilania przez przekształtnik tyrystorowo-diodowy uzwojenia stojana silnika połączonego w układzie *GI* lub *GII*, należących odpowiednio do I lub II grupy więzów elektrycznych. Dla układu *GI* przyjęto, że zaciski wyjściowe przekształtnika są przyłączone do zacisków początków faz *U* i *V* uzwojenia stojana, a uzwojenie fazy *W* jest połączone równolegle z uzwojeniem fazy *V*. Dla układu *GII* przyjęto, że zaciski wyjściowe przekształtnika są przyłączone tylko do zacisków początków faz *V* i *W* uzwojenia stojana, a uzwojenie fazy *U* jest nie przyłączone i pozostaje w stanie rozwartym. W analizie obu tych układów równania stanu maszyny indukcyjnej wyrażono w nieruchomym względem stojana prostokątnym układzie współrzędnych (x, y) o osi x współliniowej z osią fazy *U* uzwojenia stojana.

Dla układu *GI* składowe przetransformowane napięcia stojana w układzie (x, y), wyznaczone dla k -tych podprzedziałów czasowych pracy przekształtnika ($k = 1, 2$) wynoszą:

$$\begin{aligned} -k = 1, \quad u_{sx} &= \sqrt{2/3} \cdot u_z(t) = \sqrt{2/3} \cdot U_{pm} \sin(\omega_1 t + \alpha_z), \quad u_{sy} = 0, & \text{dla: } 0 < t \leq t_1, \\ -k = 2, \quad u_{sx} &= 0, \quad u_{sy} = 0, & \text{dla: } t_1 < t \leq T_1 = t_1 + t_2. \end{aligned}$$

Rozszerzony wektor stanu jest tu określony następująco:

$$[v] = [i], [u']^t = [i_{sx}, i_{sy}, i_{rx}, i_{ry}, u'_x, u'_y]^t. \quad (4.11)$$

Po odpowiednich przekształceniach równań stanu dla układu *GI* otrzymuje się następujące wyrażenia dla rozszerzonej macierzy stanu w poszczególnych podprzedziałach pracy przekształtnika:

– w podprzedziale czasu ($k = 1$) $0 < t \leq t_1$:

$$[F_1] = \begin{bmatrix} -\alpha_s & \omega_e(1-\sigma)/\sigma & k_s\alpha_r & \omega_e k_s/\sigma & 0 & 1/(\sigma L_s) \\ -\omega_e(1-\sigma)/\sigma & -\alpha_s & -\omega_e k_s/\sigma & k_s\alpha_r & 0 & 0 \\ k_r\alpha_s & -\omega_e k_r/\sigma & -\alpha_r & -\omega_e/\sigma & 0 & -k_s/(\sigma L_r) \\ \omega_e k_r/\sigma & k_r\alpha_s & \omega_e/\sigma & -\alpha_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.12)$$

– w podprzedziale czasu ($k = 2$) $t_1 < t \leq T_1 = t_1 + t_2$:

$$[F_2] = \begin{bmatrix} -\alpha_s & \omega_e(1-\sigma)/\sigma & k_s\alpha_r & \omega_e k_s/\sigma & 0 & 0 \\ -\omega_e(1-\sigma)/\sigma & -\alpha_s & -\omega_e k_s/\sigma & k_s\alpha_r & 0 & 0 \\ k_r\alpha_s & -\omega_e k_r/\sigma & -\alpha_r & -\omega_e/\sigma & 0 & 0 \\ \omega_e k_r/\sigma & k_r\alpha_s & \omega_e/\sigma & -\alpha_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.13)$$

Do analizy układu *GII* jest wymagana tylko znajomość składowej u_{sy} wektora napięcia stojana w układzie (x, y) , która dla poszczególnych k -tych podprzedziałów pracy przekształtnika ($k = 1, 2$) wynosi:

$$-k = 1, u_{sy} = u_z(t)/\sqrt{2} = (U_{pm}/\sqrt{2})\sin(\omega_1 t + \alpha_z), \quad \text{dla } 0 < t \leq t_1,$$

$$-k = 2, u_{sy} = 0, \quad \text{dla } t_1 < t \leq T_1 = t_1 + t_2.$$

Silnik indukcyjny, o uzwojeniach fazowych stojana połączonych w układzie *GII* ma w porównaniu z układem *GI* mniejszą o jeden liczbę stopni swobody elektrycznej, i dlatego też mniejszy o jeden rozmiar rozszerzonej macierzy stanu i rozszerzonego wektora stanu. W opracowanym algorytmie obliczeń numerycznych, w celu utrzymania uniwersalności algorytmu i możliwości stosowania go do analizy obu układów przyjęto, że dla układu *GII* występuje taki sam rozmiar rozszerzonej macierzy stanu i rozszerzonego wektora stanu jak dla układu *GI*. W tym celu założono, że w modelu obwodowym układu *GII* dla składowych (x, y) występuje pewien fikcyjny, zwarty obwód rezystancyjno-indukcyjny. Dla zapewnienia poprawności pod względem fizycznym i obliczeniowym przyjęto, że obwód ten nie jest sprzężony z żadnymi innymi obwodami, a płynący w nim prąd jest zawsze równy zeru. Dla zapewnienia symetrii współczynników równań przyjęto, że ten fikcyjny obwód ma takie same parametry,

jakie ma zastępcze uzwojenie stojana dla składowej y , czyli równe rezystancji stojana R_s i indukcyjności stojana L_s .

Po przekształceniach równań stanu dla układu GII , wyznaczonych z uwzględnieniem przedstawionych warunków, otrzymuje się następujące wyrażenia dla rozszerzonej macierzy stanu w poszczególnych podprzedziałach stanów pracy przekształtnika:

– w podprzedziale ($k = 1$), $0 < t \leq t_1$:

$$[F_1] = \begin{bmatrix} -L_s/R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_s & -\omega_e k_s/\sigma & k_s \alpha_r & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_e k_r/\sigma & -\alpha_r & -\omega_e/\sigma & 0 & -k_s/(\sigma L_r) \\ 0 & k_r \alpha_s & \omega_e/\sigma & -\alpha_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

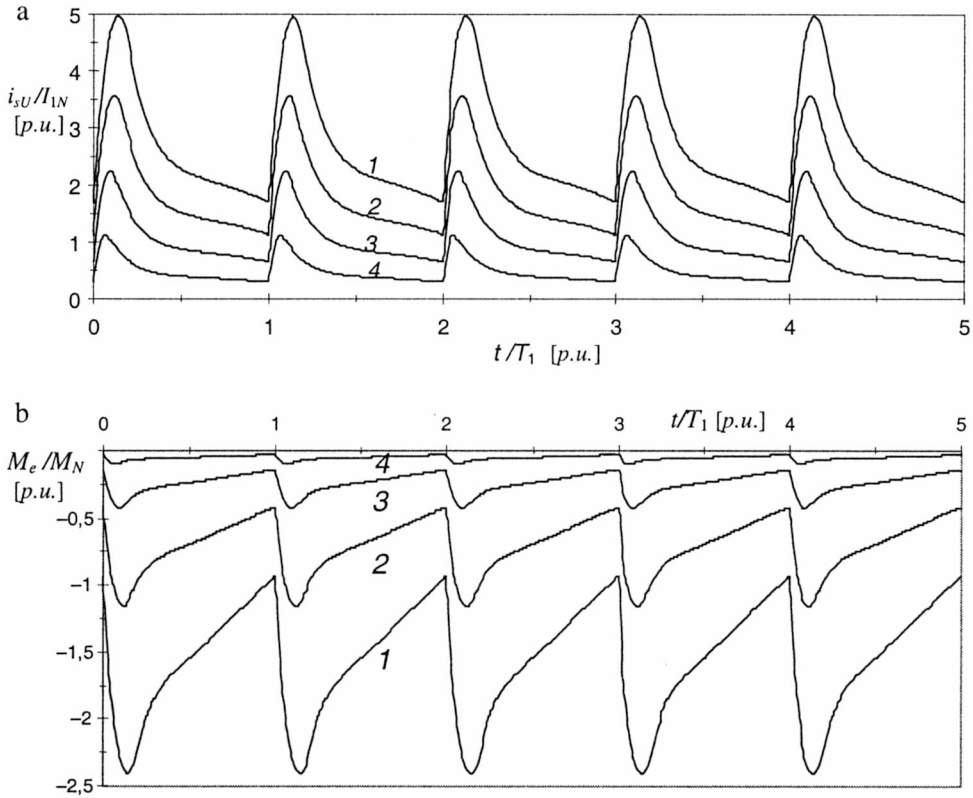
– w podprzedziale ($k = 2$), $t_1 < t \leq T_1 = t_1 + t_2$:

$$[F_2] = \begin{bmatrix} -L_s/R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_s & -\omega_e k_s/\sigma & k_s \alpha_r & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_e k_r/\sigma & -\alpha_r & -\omega_e/\sigma & 0 & 0 \\ 0 & k_r \alpha_s & \omega_e/\sigma & -\alpha_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

Przedstawiona metoda formułowania rozszerzonych równań stanu może być zastosowana do analizy i obliczeń stanów elektromagnetycznych podczas hamowania dynamicznego silników indukcyjnych, z zastosowaniem w układzie hamowania zarówno przekształtników energoelektronicznych o sterowaniu fazowym i impulsowym.

Wybrane wyniki badań symulacyjnych przebiegów elektromagnetycznych wyznaczonych dla stanów quasi-ustalonych hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego, z zastosowaniem przekształtnika tyrystorowego o sterowaniu fazowym i układzie topologicznym jak na rys. 4.1b, przedstawiono na rys. 4.4 i 4.5. Badania wykonano dla dwóch najczęściej stosowanych podczas hamowania układów połączenia uzwojeń fazowych stojana (oznaczonych jako układ GI i GII). Na rysunku 4.4 przedstawiono przebiegi chwilowe prądu hamowania wymuszanego przez przekształtnik w uzwojeniu stojana oraz przebiegi chwilowe momentu elektromagnetycznego dla hamowania z zastosowaniem układu GI , a na rysunku 4.5 te same przebiegi otrzymane dla układu GII . Stwier-

dzono, że przebieg zmienności wielkości elektromagnetycznych w rozpatrywanych układach hamowania jest uzależniony głównie od wartości kąta załączania α_z tyrystora



Rys. 4.4. Przebiegi chwilowe prądu fazowego stojana i momentu elektromagnetycznego podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego z przekształtnikiem energoelektronicznym o sterowaniu fazowym:

a) prądu w fazie U stojana $i_{sU} = f(t)$,

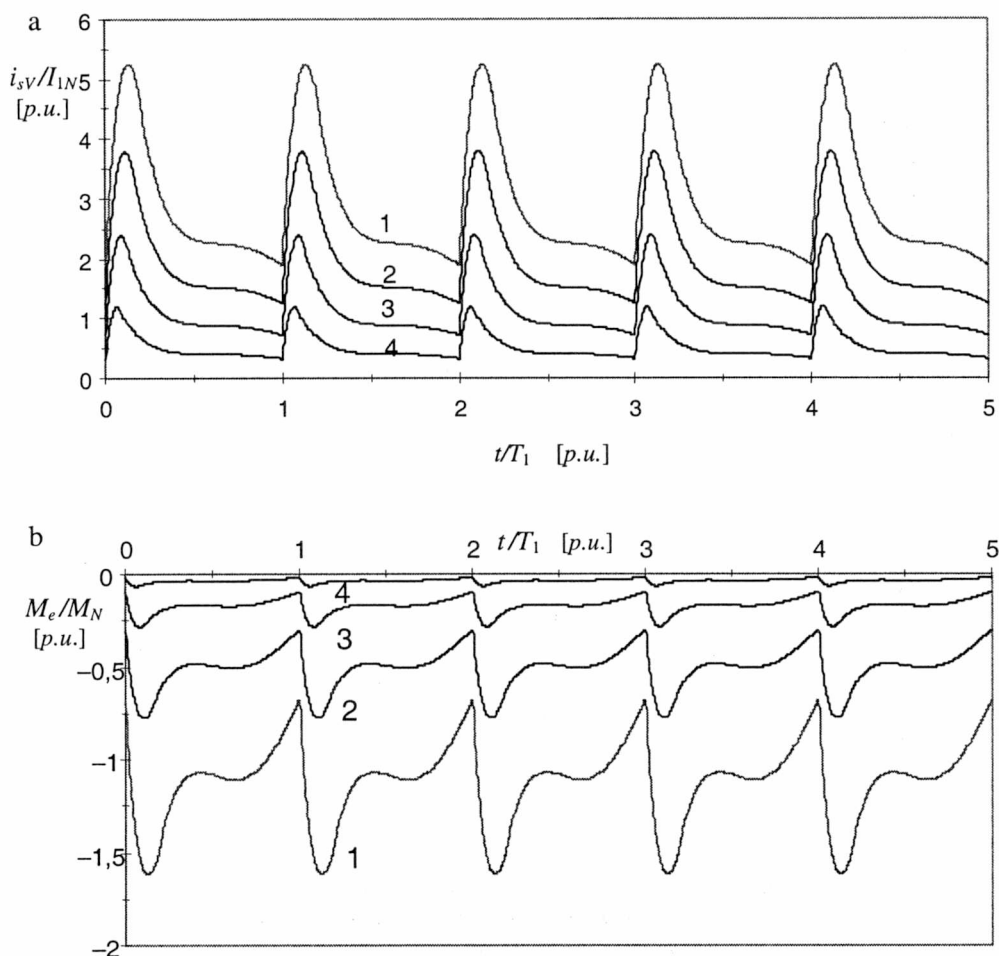
b) momentu elektromagnetycznego $M_e = f(t)$,

(obliczenia dla danych: silnik typu SI , układ GI , $\omega/\omega_s = 0,6$,

1 – $\alpha_z = 105^\circ$, 2 – $\alpha_z = 120^\circ$, 3 – $\alpha_z = 135^\circ$, 4 – $\alpha_z = 150^\circ$)

w układzie przekształtnika. Prąd hamowania i moment elektromagnetyczny są periodycznie zmienne, z częstością równą częstości załączania tyrystora. W przebiegu prądu hamowania i momentu elektromagnetycznego silnika wyróżnić można składową stałą i składowe oscylacyjne. Składowa stała momentu elektromagnetycznego silnika jest składową o działaniu hamującym. W tych przedziałach czasu, w których występuje przewodzenie tyrystora, następuje znaczne zwiększenie chwilowej wartości bez-

względnej momentu elektromagnetycznego, prądu pobieranego z sieci i prądów fazowych w uzwojeniu stojana silnika. W przedziałach czasu odpowiadających natomiast



Rys. 4.5. Przebiegi chwilowe prądu fazowego stojana i momentu elektromagnetycznego podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego z przekształtnikiem energoelektronicznym o sterowaniu fazowym:

a) prądu w fazie V stojana $i_{sv} = f(t)$, b) momentu elektromagnetycznego $M_e = f(t)$,

(obliczenia dla danych: silnik typu SI , układ GII , $\omega/\omega_s = 0,6$,

1 - $\alpha_z = 105^\circ$, 2 - $\alpha_z = 120^\circ$, 3 - $\alpha_z = 135^\circ$, 4 - $\alpha_z = 150^\circ$)

przewodzeniu diody zerowej, chwilowe wartości bezwzględne momentu elektromagnetycznego i prądów szybko maleją. Wartość bezwzględna składowej stałej momentu, składowej stałej prądu oraz amplitudy składowych oscylacyjnych tych wielko-

ści zwiększają się, wraz ze zwiększaniem czasu przewodzenia tyrystora, czyli podczas zmniejszania kąta załączania tyrystora α_z . Porównanie przebiegów wielkości elektromagnetycznych otrzymanych dla hamowania z zastosowaniem układów połączeń uzwojenia stojana *GI* i *GII* wskazuje, że jeśli wartości kąta załączania tyrystora będą takie same, to przebiegi prądów fazowych w uzwojeniu stojana i prądów pobieranych z sieci są dla obu układów zbliżone. Znacznie większe różnice jakościowe występują natomiast w przebiegach chwilowych momentu elektromagnetycznego. Na podstawie szczegółowej analizy porównawczej stwierdzono, że jeśli wartości napięcia sieci zasilającej, wartości kąta sterowania fazowego α_z będą takie same, to układ *GI* zapewnia możliwość uzyskiwania większych wartości bezwzględnych momentu hamowania i jest pod tym względem korzystniejszy niż układ *GII*.

4.6. Analiza z zastosowaniem metody całki superpozycyjnej

4.6.1. Opis metody całki superpozycyjnej

Analiza stanów quasi-ustalonych w przekształtnikowych układach hamowania, z zastosowaniem metody całki superpozycyjnej, wymaga zastosowania przekształcenia do postaci operatorowej macierzowych równań napięciowych liniowego modelu matematycznego maszyny indukcyjnej, rozpatrywanych pod warunkiem, że prędkość kątowna wirnika jest stała. Po odpowiednich przekształceniach otrzymuje się następującą ogólną postać równania macierzowego:

$$[I(p)] = [Y(p)] \cdot [U(p)] = [Z(p)]^{-1} \cdot [U(p)]. \quad (4.16)$$

W dalszej analizie przyjęto, że wektor kolumnowy napięć $[U(p)]$, występujący w równaniu (4.16), ma tylko jeden element różny od zera, równy funkcji $U(p)$, której szczegółowa postać jest zależna od zmienności w funkcji czasu napięcia wyjściowego z przekształtnika. Ten warunek jest zawsze spełniony, gdy zmiennymi stanu w równaniach napięciowych symetrycznej maszyny indukcyjnej są zespolone wektory przestrzenne wielkości elektromagnetycznych, ponieważ wektor napięcia wirnika jest zawsze równy zeru. Dla zmiennych stanu natomiast, wyrażonych w postaci wielkości rzeczywistych, które są rzutami wektorów przestrzennych na osie przyjętego układu współrzędnych, warunek ten może być łatwo spełniony po odpowiednim wybraniu usytuowania którejkolwiek osi układu współrzędnych współliniowo z wektorem napięcia lub wektorem prądu stojana (w zależności od tego, do której grupy więzów elektrycznych należy układ połączeń uzwojenia stojana).

W dalszej analizie maszyna indukcyjna jest rozpatrywana jako m -obwodowy układ elektryczny, którego liczba obwodów m jest równa rozmiarowi macierzy impe-

dancji lub admitancji operatorowej maszyny. Dla każdego j -tego obwodu maszyny wyznacza się przewodność operatorową $G_j(p)$, która jest zdefiniowana jako transformata odpowiedzi prądowej tego obwodu na wymuszenie napięciowe od funkcji $U(p)$ mającej postać skoku jednostkowego i równej $U(p) = 1/p$:

$$G_j(p) = Y_j(p)/p = L_j(p)/pM(p), \quad 1 \leq j \leq m. \quad (4.17)$$

W równaniu (4.17) wyrażenie $M(p)$ jest wielomianem równania charakterystycznego macierzy impedancji operatorowej $[Z(p)]$, który ma taką samą postać dla wszystkich m obwodów maszyny indukcyjnej. Wielomian $L_j(p)$ ma natomiast odmienną postać dla każdego j -tego obwodu maszyny. W dalszych rozważaniach zostanie rozpatrzony praktycznie zawsze występujący przypadek dotyczący maszyny indukcyjnej o parametrach elektromagnetycznych, dla których wielomian $M(p)$ ma m różnych pierwiastków p_i ($i = 1, \dots, m$). Po transformacji odwrotnej wyrażenia (4.17) oryginał odpowiedzi czasowej prądu w j -tym obwodzie na wymuszenie napięciowe w postaci skoku jednostkowego można wtedy przedstawić w następującej ogólnej postaci:

$$g_j(t) = G_{j0} + \sum_{i=1}^m G_{ji} \cdot e^{p_i t}. \quad (4.18)$$

Metoda całki superpozycyjnej (całki Duhamela) umożliwia – na podstawie znajomości postaci odpowiedzi (4.18) – wyznaczenie odpowiedzi prądu każdego j -tego obwodu na działanie napięcia wymuszającego o zadanym przebiegu $u(t)$ i występującego w tym samym lub innym obwodzie. W analizie stanów elektromagnetycznych w przekształtnikowych układach napędowych jest celowe rozpatrzenie szczególnego przypadku, gdy napięcie wymuszające $u(t)$ ma przebieg okresowy o zadanym okresie T . Przedział czasu równy okresowi T można podzielić wtedy na całkowitą liczbę l podprzedziałów czasowych o długościach Δt_k , ($k = 1, 2, \dots, l$), w których napięcie wymuszające jest znaną funkcją czasu $u_k(t)$. Odpowiedź prądową dowolnego j -tego obwodu w dowolnej chwili czasu t zawartej w k -tym podprzedziale czasu ($t_{k-1} \leq t \leq t_k$) można wtedy wyznaczyć na podstawie następującego ogólnego wyrażenia [1,32]:

$$\begin{aligned} i_{jk}(t) = & \sum_{i=1}^m p_i G_{ji} \frac{e^{p_i t}}{1 - e^{p_i T}} \cdot \left[\sum_{q=1}^{k-1} \int_{t_{q-1}}^{t_q} [u_q(\tau) e^{-p_i \tau}] d\tau + \int_{t_{k-1}}^t [u_k(\tau) e^{-p_i \tau}] d\tau \right. \\ & \left. + e^{p_i T} \int_t^{t_k} [u_k(\tau) e^{-p_i \tau}] d\tau + \sum_{q=k+1}^l e^{p_i T} \int_{t_{q-1}}^{t_q} [u_q(\tau) e^{-p_i \tau}] d\tau \right]. \end{aligned} \quad (4.19)$$

W wyrażeniu (4.19) pierwszy indeks $j = 1, 2, \dots, m$ określa numer przyporządkowany danemu obwodowi maszyny indukcyjnej, a indeks drugi $k = 1, 2, \dots, l$ numer

podprzedziału czasu, wynikający z podziału okresu T na całkowitą liczbę l podprzedziałów.

Szczególną zaletą metody całki superpozycyjnej, wynikającą z tej zależności jest możliwość bezpośredniego wyznaczania odpowiedzi prądowej dowolnego j -tego obwodu na wymuszenie pochodzące od napięcia w dowolnym k -tym podprzedziale czasu, bez konieczności znajomości warunków początkowych oraz odpowiedzi prądowych w innych obwodach i w innych przedziałach czasu. Do stosowania tej metody jest wymagana tylko znajomość funkcji analitycznych $u_k(t)$, opisujących przebiegi napięcia wymuszającego we wszystkich k -tych podprzedziałach czasu oraz macierzy impedancji operatorowej silnika dla danego układu więzów elektrycznych, określonego przez sposób połączenia uzwojeń fazowych maszyny.

4.6.2. Przykłady zastosowania metody

Zastosowanie metody całki superpozycyjnej do analizy przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego silników indukcyjnych zilustrowano na przykładzie analizy stanów pracy quasi-ustalonej przekształtnikowego układu hamowania ze sterowaniem impulsowym napięcia stałego. Do analizy przyjęto układ przekształtnika o topologii przedstawionej na rys. 4.2c, z założeniem, że występujący w tym układzie przerywacz okresowy PO jest zasilany z idealnego źródła napięcia stałego o wartości $U_d = \text{const}$. Układ topologiczny rozpatrywanego przerywacza PO jest złożony z tranzystora mocy KT lub łącznika tyrystorowego o komutacji wymuszonej oraz z diody zerowej $D0$. Napięcie wyjściowe z przerywacza ma przebieg impulsowy o okresie T_{po} , wyznaczonym przez częstotliwość sterowania głównego zaworu przerywacza. W przedziale obliczeniowym równym okresowi pracy przerywacza $T_o = T_{po}$ wyróżniono dwa podprzedziały czasowe ($l = 2$), z których podprzedział pierwszy ($k = 1$) o długości $t_1 = T_z$ odpowiada trybowi przewodzenia przerywacza (stan pracy P), a podprzedział drugi ($k = 2$) o długości $t_2 = T_w$ trybowi blokowania głównego zaworu przerywacza i przewodzenia diody zerowej przerywacza (stan pracy Z). Wartości chwilowe napięcia na wyjściu przerywacza w tych podprzedziałach można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} -k = 1, \quad u_1(t) &= u_z(t) = U_d, & \text{dla } 0 < t \leq T_z, \\ -k = 2, \quad u_2(t) &= 0, & \text{dla } T_z < t \leq T_{po}. \end{aligned}$$

Analizę przeprowadzono dla układów hamowania z zastosowaniem połączenia uzwojeń fazowych stojana w układzie GI lub GII . Dla układu GI do analizy przyjęto równania maszyny indukcyjnej w postaci wektorowej, wyrażone w nieruchomym względem stojana prostokątnym układzie współrzędnych. Maszyna indukcyjna jest rozpatrywana wtedy jako układ złożony z $m = 2$ obwodów elektrycznych, a macierz

impedancji operatorowej maszyny dla współrzędnych wektorowych ma następującą postać:

$$[\underline{Z}(p)] = \begin{bmatrix} R_s + p L_s & p L_m \\ (p - j\omega_e)L_m & R_r + (p - j\omega_e)L_r \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

Równanie charakterystyczne macierzy impedancji operatorowej $[Z(p)]$ maszyny indukcyjnej jest równaniem algebraicznym drugiego stopnia o współczynnikach i pierwiastkach zespolonych p_i ($i = 1, 2$). Szczegółowa postać tego równania charakterystycznego i właściwości pierwiastków tego równania zostały omówione w rozdz. 3.

Dla układu GI wektor napięcia stojana dla poszczególnych podprzedziałów czasowych pracy przerywacza okresowego ($k = 1, 2$) wynosi:

$$\begin{aligned} -k = 1, \underline{u}_1(t) &= \underline{u}_s = U_d / \sqrt{3}, & \text{dla } 0 < t \leq T_z, \\ -k = 2, \underline{u}_2(t) &= 0, & \text{dla } T_z < t \leq T_{po}. \end{aligned}$$

Wyznaczone na podstawie metody całki superpozycyjnej odpowiedzi prądu obwodów silnika indukcyjnego na wymuszenia napięciowe występujące w poszczególnych podprzedziałach pracy przerywacza okresowego dla układu GI można przedstawić następująco:

– w przedziale ($k = 1$), $0 < t \leq T_z$:

$$\underline{i}_s(t) = \underline{i}_{11}(t) = \underline{u}_s \sum_{i=1}^{m=2} \underline{G}_{1i} \left\{ \left[\frac{1 - e^{p_i(T_{po} - T_z)}}{1 - e^{p_i T_{po}}} \right] e^{p_i t} - 1 \right\}, \quad (4.21)$$

$$\underline{i}_r(t) = \underline{i}_{21}(t) = \underline{u}_s \sum_{i=1}^{m=2} \underline{G}_{2i} \left\{ \left[\frac{1 - e^{p_i(T_{po} - T_z)}}{1 - e^{p_i T_{po}}} \right] e^{p_i t} - 1 \right\}, \quad (4.22)$$

– w przedziale ($k = 2$) $T_z < t \leq T_{po}$:

$$\underline{i}_s(t) = \underline{i}_{12}(t) = \underline{u}_s \sum_{i=1}^{m=2} \underline{G}_{1i} \left[\frac{1 - e^{-p_i T_z}}{1 - e^{p_i T_{po}}} \right] e^{p_i t}, \quad (4.23)$$

$$\underline{i}_r(t) = \underline{i}_{22}(t) = \underline{u}_s \sum_{i=1}^{m=2} \underline{G}_{2i} \left[\frac{1 - e^{-p_i T_z}}{1 - e^{p_i T_{po}}} \right] e^{p_i t}. \quad (4.24)$$

Wartości chwilowe rzeczywistych prądów fazowych stojana i wirnika otrzymuje się przez rzutowanie wyznaczonych na podstawie tych zależności wektorów prądów silnika na odpowiednie osie uzwojeń fazowych silnika. Znajomość wartości zmienne-

ści chwilowej wektorów prądów stojana i wirnika umożliwia bezpośrednie wyznaczenie przebiegu chwilowego momentu elektromagnetycznego w poszczególnych podprzedziałach czasowych na podstawie następującej zależności:

$$M_e = M_e(t) = p_b L_m \cdot \text{Im} [\underline{i}_s(t) \cdot \underline{i}_r^*(t)]. \quad (4.25)$$

Dla układu *GII* przyjęto równania maszyny indukcyjnej wyrażone przez zmienne stanu określone w nieruchomym względem stojana prostokątnym układzie współrzędnych (x, y) o osi y usytuowanej współliniowo z kierunkiem wektora prądu stojana. Maszyna indukcyjna jest rozpatrywana jako układ złożony z $m = 3$ obwodów elektrycznych. Macierz impedancji operatorowej silnika indukcyjnego dla przyjętego układu współrzędnych ma następującą postać:

$$[Z(p)] = \begin{bmatrix} R_s + p L_s & 0 & p L_m \\ \omega_e L_m & R_r + p L_r & \omega_e L_r \\ p L_m & -\omega_e L_r & R_r + p L_r \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

Równanie charakterystyczne macierzy impedancji operatorowej $[Z(p)]$ jest równaniem algebraicznym trzeciego stopnia o współczynnikach rzeczywistych i trzech pierwiastkach p_i ($i = 1, 2, 3$). Postać tego równania charakterystycznego i jego pierwiastków omówiono szczegółowo w rozdz. 3.

Dla układu *GII* składowa wektora napięcia stojana w osi y w poszczególnych podprzedziałach pracy przerywacza okresowego ($k = 1, 2$) wynosi:

$$-k = 1, \quad u_1(t) = u_{sy} = U_d / \sqrt{2}, \quad \text{dla } 0 < t \leq T_z,$$

$$-k = 2, \quad u_2(t) = 0, \quad \text{dla } T_z < t \leq T_{po}.$$

Wyznaczone na podstawie metody całki superpozycyjnej odpowiedzi prądowe poszczególnych obwodów silnika indukcyjnego na wymuszenia napięciowe występujące w poszczególnych podprzedziałach pracy przerywacza okresowego można przedstawić następująco:

– w przedziale ($k = 1$), $0 < t \leq T_z$:

$$i_{sy}(t) = i_{11}(t) = u_{sy} \sum_{i=1}^{m=3} \underline{G}_{1i} \{ [[1 - e^{p_i(T_{po}-T_z)}] / (1 - e^{p_i T_{po}})] e^{p_i t} - 1 \}, \quad (4.27)$$

$$i_{rx}(t) = i_{21}(t) = u_{sy} \sum_{i=1}^{m=3} \underline{G}_{2i} \{ [[1 - e^{p_i(T_{po}-T_z)}] / (1 - e^{p_i T_{po}})] e^{p_i t} - 1 \}, \quad (4.28)$$

$$i_{ry}(t) = i_{31}(t) = u_{sy} \sum_{i=1}^{m=3} \underline{G}_{3i} \{ [1 - e^{p_i(T_{po}-T_z)}] / (1 - e^{p_i T_{po}}) \} e^{p_i t} - 1 \}, \quad (4.29)$$

– w przedziale ($k = 2$), $T_z < t \leq T_{po}$:

$$i_{sy}(t) = i_{12}(t) = u_{sy} \sum_{i=1}^{m=3} \underline{G}_{1i} [1 - e^{-p_i T_z}] / (1 - e^{p_i T_{po}}) e^{p_i t}, \quad (4.30)$$

$$i_{rx}(t) = i_{22}(t) = u_{sy} \sum_{i=1}^{m=3} \underline{G}_{2i} [1 - e^{-p_i T_z}] / (1 - e^{p_i T_{po}}) e^{p_i t}, \quad (4.31)$$

$$i_{ry}(t) = i_{32}(t) = u_{sy} \sum_{i=1}^{m=3} \underline{G}_{3i} [1 - e^{-p_i T_z}] / (1 - e^{p_i T_{po}}) e^{p_i t}. \quad (4.32)$$

Wyrażenia określające wartości współczynników $\underline{G}_{1i}$, $\underline{G}_{2i}$, $\underline{G}_{3i}$ ($i = 1, 2$), występujących w równaniach (4.23)–(4.24) oraz (4.27)–(4.32) mogą być wyznaczone na podstawie znanych wartości współczynników macierzy impedancji operatorowej maszyny indukcyjnej $[Z(p)]$.

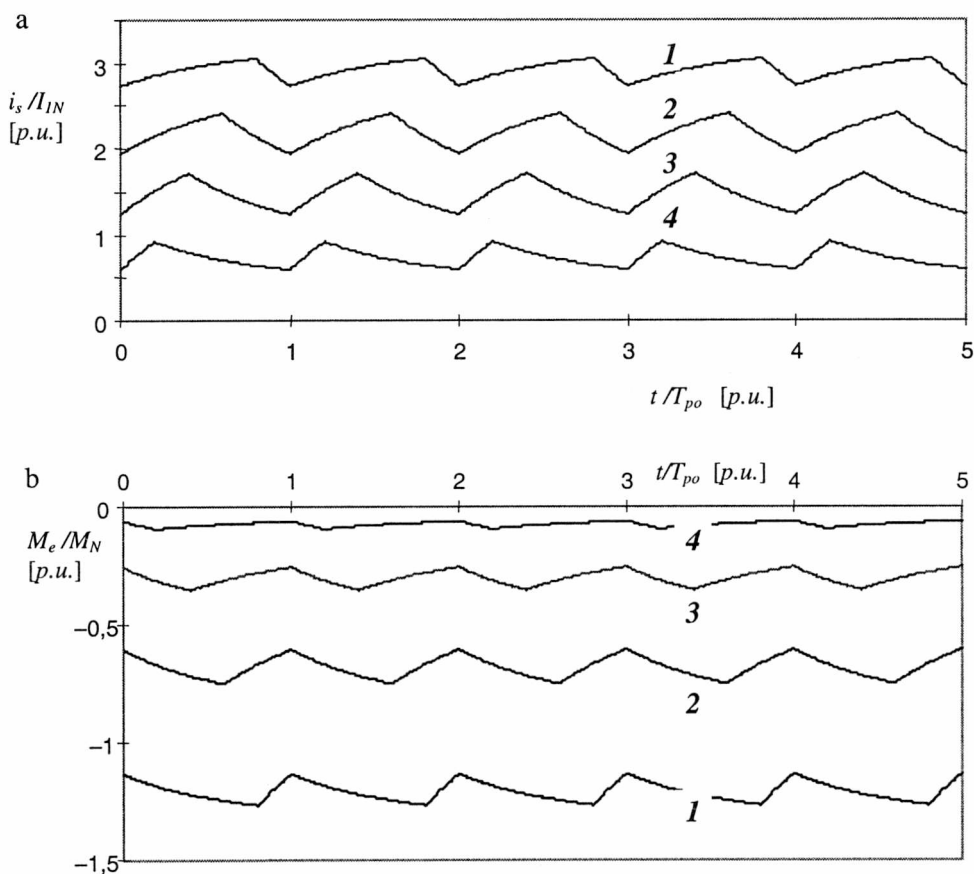
Znajomość przebiegów chwilowych składowych prądów stojana i wirnika umożliwia wyznaczenie na podstawie ogólnej zależności przebiegu chwilowego momentu elektromagnetycznego w poszczególnych podprzedziałach czasu:

$$M_e = M_e(t) = p_b L_m \cdot i_{sy}(t) \cdot i_{rx}(t). \quad (4.33)$$

Otrzymane zależności analityczne zostały wykorzystane w algorytmie obliczeń numerycznych przebiegów chwilowych prądów oraz momentu elektromagnetycznego silnika indukcyjnego w przekształtnikowych układach hamowania z zastosowaniem układu połączeń uzwojeń stojana *GI* i *GII*. Na podstawie obliczeń stwierdzono, że jeśli stosuje się przekształtnikowe układy hamowania o sterowaniu impulsowym, to przebiegi chwilowe prądu hamowania wymuszanego w uzwojeniu stojana i momentu elektromagnetycznego są dla obu układów praktycznie takie same. Z tych względów dalej przedstawiono wybrane przykłady wyników obliczeń wyznaczone tylko dla układu połączeń *GII*.

Na rysunku 4.6 przedstawiono przebiegi chwilowe prądu hamowania wymuszanego w uzwojeniu stojana i momentu elektromagnetycznego silnika wyznaczone dla różnych wartości współczynnika względnego czasu przewodzenia przerywacza $k_w = T_z / T_{po}$. W przebiegu prądu hamowania i momentu elektromagnetycznego wyróżnić można składową stałą i składową oscylacyjną o częstości równej częstotliwości pracy przerywacza okresowego. Najmniejsza wartość chwilowa prądu hamowania występuje na początku przedziału przewodzenia przerywacza, a maksymalna wartość tego prądu na końcu przedziału przewodzenia przerywacza. Pulsacyjny charakter zmienności prądu hamowania jest głównym powodem powstania pulsacji momentu elektromagnetycznego silnika podczas hamowania.

Zwiększanie wartości względnego czasu przewodzenia przerywacza okresowego powoduje zwiększanie wartości prądu hamowania i wartości bezwzględnych momentu elektromagnetycznego wytwarzanego podczas hamowania.



Rys. 4.6. Przebiegi chwilowe prądu stojana i momentu elektromagnetycznego silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym

z przekształtnikiem energoelektronicznym o sterowaniu impulsowym:

a) prądu w fazie V stojana $i_s = i_{sV} = f(t)$, b) momentu elektromagnetycznego $M_e = f(t)$,

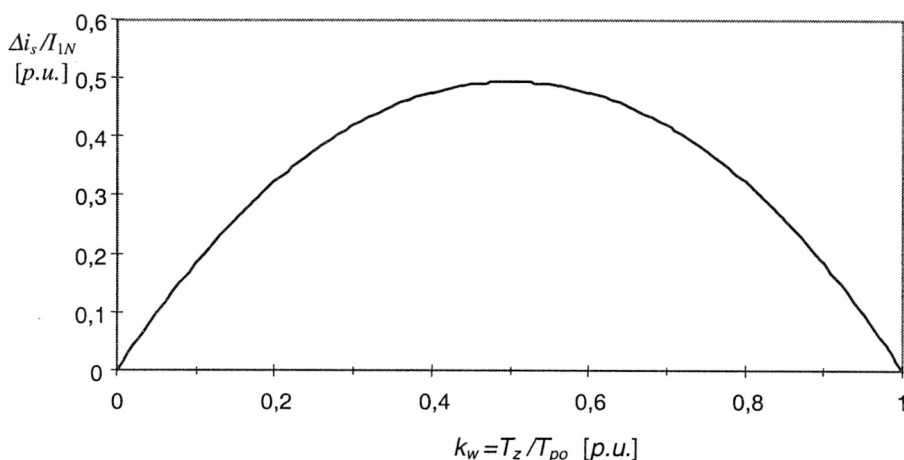
(obliczenia dla danych: silnik typu $S1$, układ GII , $\omega / \omega_s = 0,6$, $U_d = 80$ V, $f_p = 200$ Hz;

$1 - k_w = 0,8$, $2 - k_w = 0,6$, $3 - k_w = 0,4$, $4 - k_w = 0,2$);

Dla oceny właściwości układu hamowania i możliwości porównywania różnych układów hamowania wprowadzono wskaźnik względnej pulsacji prądu hamowania, zdefiniowany jako stosunek występującej w stanach quasi-ustalonych różnicy maksymalnej i minimalnej wartości chwilowej prądu hamowania do znamionowego prądu stojana silnika I_{IN} :

$$\Delta i_s / I_{1N} = \sqrt{2} [i_{sy}(t = T_z) - i_{sy}(t = T_{po})] / I_{1N} = \sqrt{2} [i_{11}(t = T_z) - i_{12}(t = T_{po})] / I_{1N}. \quad (4.34)$$

Szczegółowe, złożone wyrażenie analityczne, określające zależność funkcyjną względnej pulsacji prądu hamowania od parametrów układu sterowania przekształtnika oraz parametrów i wielkości elektromagnetycznych silnika indukcyjnego, otrzymuje się po podstawieniu do (4.34) wyrażeń (4.27) i (4.30). Wyznaczoną obliczeniowo charakterystykę zależności pulsacji prądu hamowania od wartości względnego czasu przewodzenia przerywacza k_w przedstawiono na rys. 4.7. Z analizy tej wynika, że największe amplitudy pulsacji prądu hamowania występują wtedy, gdy wartość względnego czasu przewodzenia przerywacza okresowego wynosi $k_w = T_z / T_{po} = 0,5$, czyli gdy przedziały czasu trybu przewodzenia i trybu zwarcia przekształtnika są równe. Z wykonanych obliczeń wynika, że pulsacja prądu hamowania praktycznie nie jest zależna od wartości prędkości kątowej wirnika silnika. Podczas zwiększania natomiast częstotliwości impulsowania napięcia wyjściowego, czyli zmniejszania wartości okresu T_{po} amplitudy pulsacji prądu hamowania występujące przy tej samej wartości k_w maleją.

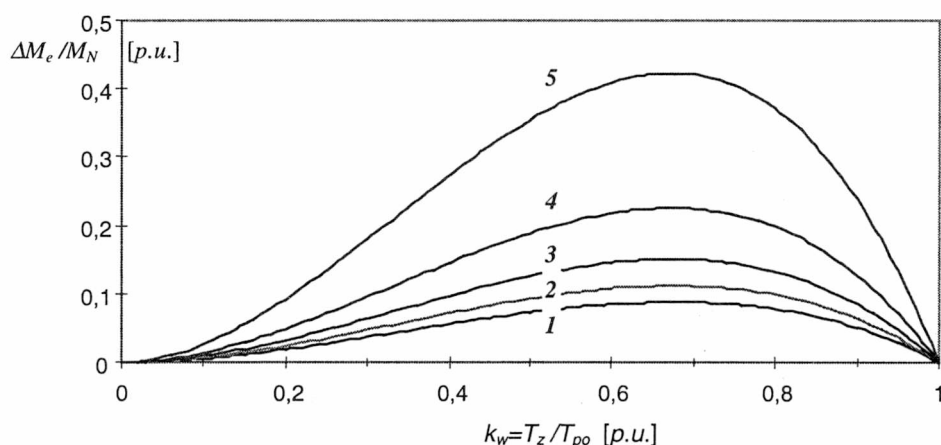


Rys. 4.7. Zależność pulsacji prądu stojana silnika indukcyjnego od względnego czasu przewodzenia $\Delta i_s = f(T_z / T_{po})$ w stanach quasi-ustalonych hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego, z przekształtnikiem o sterowaniu impulsowym (obliczenia dla danych: silnik typu *SI*, układ *GII*, $U_d = 80$ V, $f_p = 200$ Hz)

Do oceny układu hamowania wprowadzono również wskaźnik względnej pulsacji momentu elektromagnetycznego silnika podczas hamowania. Wskaźnik ten zdefiniowano jako stosunek bezwzględnej różnicy maksymalnej i minimalnej wartości chwilowej momentu elektromagnetycznego do momentu znamionowego silnika:

$$\Delta M_e / M_N = |M_e(t = T_z) - M_e(t = T_{po})| / M_N. \quad (4.35)$$

Szczegółowe wyrażenie analityczne określające zależność funkcyjną względnej pulsacji momentu elektromagnetycznego silnika od parametrów i wielkości elektromagnetycznych przekształtnika i silnika indukcyjnego otrzymuje się po podstawieniu do (4.35) wyrażeń analitycznych określających moment elektromagnetyczny dla danego układu przekształtnika i układu połączeń uzwojeń fazowych stojana. Wyznaczoną obliczeniowo charakterystykę zależności pulsacji momentu elektromagnetycznego od wartości względnego czasu przewodzenia przerywacza k_w przedstawiono na rys. 4.8. Stwierdzono, że wartość pulsacji momentu elektromagnetycznego silnika jest zależna głównie od wartości współczynnika k_w i prędkości kątowej wirnika. Największe wartości amplitud pulsacji momentu elektromagnetycznego silnika występują wówczas, gdy wartość względnego czasu przewodzenia przerywacza wynosi $k_w \approx (2/3)$. Amplituda pulsacji momentu elektromagnetycznego znacznie wzrasta przy mniejszych wartościach prędkości kątowych wirnika. Zwiększanie częstotliwości impulsowania napięcia wyjściowego z przerywacza okresowego powoduje korzystne zmniejszenie amplitudy pulsacji momentu elektromagnetycznego.

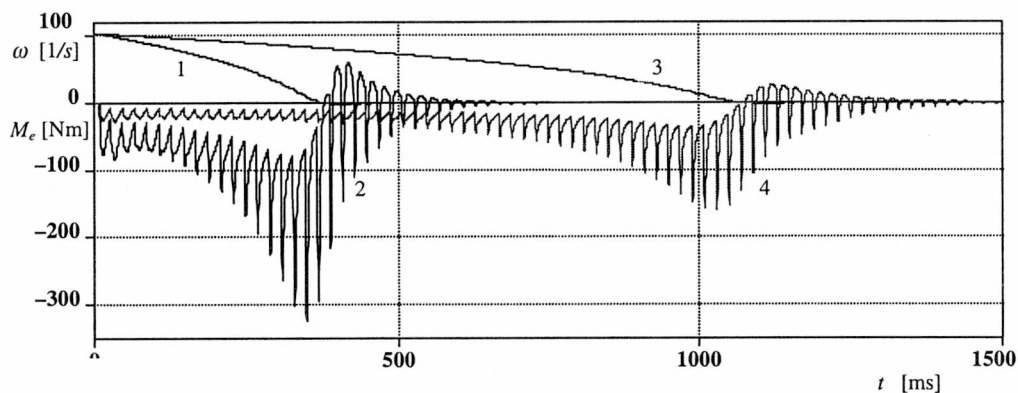


Rys. 4.8. Zależność pulsacji momentu elektromagnetycznego silnika indukcyjnego od względnego czasu przewodzenia $\Delta M_e = f(T_z/T_{po})$ w stanach quasi-ustalonych hamowania prądem stałym, z przekształtnikiem o sterowaniu impulsowym:
(obliczenia dla danych: silnik typu *SI*, układ *GII*, $U_d = 80$ V, $f_p = 200$ Hz;
1 – $\omega/\omega_s = 1,0$, 2 – $\omega/\omega_s = 0,8$, 3 – $\omega/\omega_s = 0,6$, 4 – $\omega/\omega_s = 0,4$, 5 – $\omega/\omega_s = 0,2$)

4.7. Badania stanów elektrodynamicznych w przekształtnikowych układach hamowania prądem stałym

Badania stanów elektrodynamicznych w przekształtnikowych układach hamowania dynamicznego silnika indukcyjnego wykonano na podstawie symulacji cy-

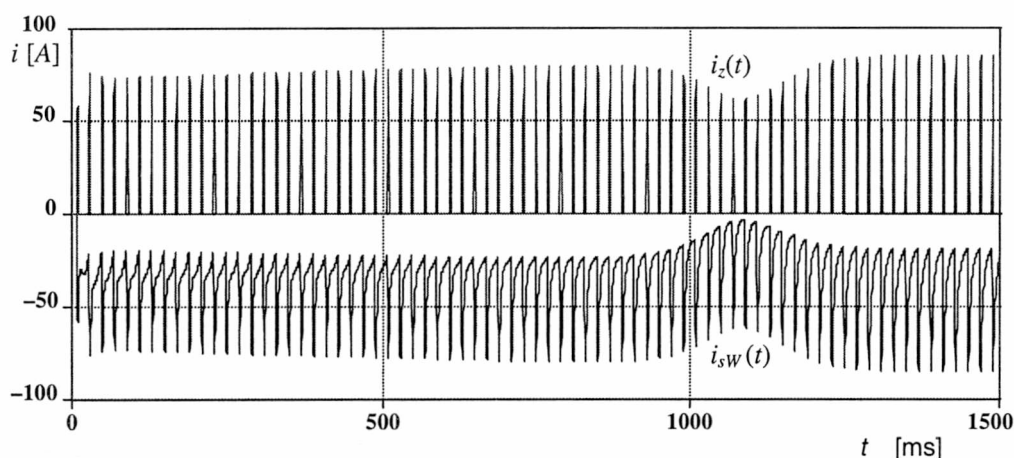
frowej układu hamowania z uwzględnieniem układu topologicznego przekształtnika energoelektronicznego i układu sterowania jego zaworów, obwodów maszyny indukcyjnej oraz układu mechanicznego. W badaniach tych korzystano z programów do symulacji cyfrowej obwodów elektrycznych i energoelektronicznych (TCAD i PSPICE) oraz opracowanych przez autora metod analizy przekształtnikowych układów z maszyną indukcyjną o dowolnie skojarzonych uzwojeniach fazowych stojana i wirnika [59, 69, 70, 72–74, 80]. Ze względu na duży zakres zmienności wartości prądów wymuszanych podczas analizowanych stanów hamowania oraz duży zakres zmienności prędkości kątowych wirnika w badaniach symulacyjnych, był rozpatrywany nieliniowy model silnika indukcyjnego, umożliwiający uwzględnienie zmienności nasycenia obwodu magnetycznego dla przepływu strumienia pola głównego. Wybrane wyniki badań symulacyjnych stanów elektrodynamicznych silnika indukcyjnego, z zastosowaniem przekształtnikowych układów hamowania przedstawiono na rys. 4.9–4.14.



Rys. 4.9. Przebiegi chwilowe: 1, 3 – prędkości kątowej $\omega = f(t)$; 2, 4 – momentu elektromagnetycznego $M_e = f(t)$ w stanach elektrodynamicznych podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego z przekształtnikiem energoelektronicznym o sterowaniu fazowym: (obliczenia dla danych: silnik typu *SI*, układ *GI*, $J_z = 1, 2 J_s$, 1, 2 – $\alpha_z = 120^\circ$, 3, 4 – $\alpha_z = 135^\circ$)

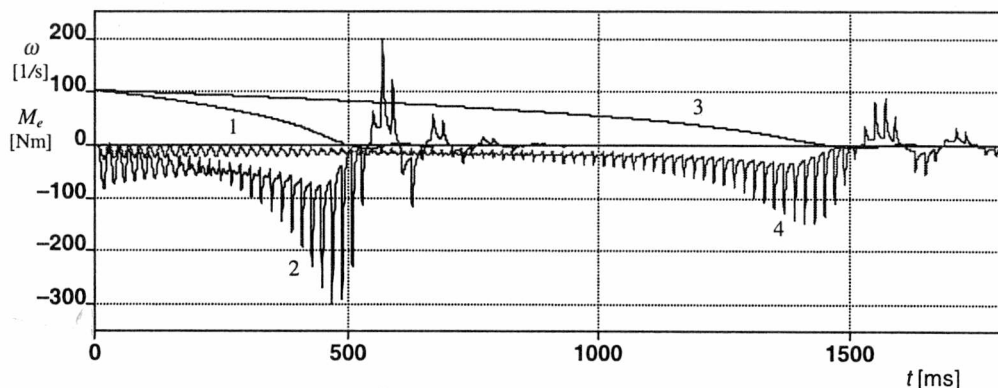
Na rysunkach 4.9–4.12 przedstawiono przebiegi chwilowe prędkości kątowej wirnika, momentu elektromagnetycznego silnika oraz prądów podczas hamowania silnika indukcyjnego, z zastosowaniem układu tyrystorowo-diodowego o topologii podanej na rys. 4.1b i zasilanego napięciem międzyprzewodowym bezpośrednio z sieci napięcia przemiennego. Przebiegi na rys. 4.9–4.10 dotyczą hamowania z zastosowaniem połączenia uzwojeń fazowych stojana w układzie *GI*, a przebiegi z rys. 4.11–4.12 dotyczą hamowania z zastosowaniem połączenia tych uzwojeń w układzie *G II*. Obli-

czenia wykonano dla kilku wartości kąta załączenia tyrystora w układzie przekształtnika, przy założeniu braku wpływu pola resztkowego wirnika, nieobciążonego układu mechanicznego ($M_m = 0$) i stałej wartości momentu bezwładności wirnika. Przyjęto, że przełączenie ze stanu pracy silnikowej do stanu hamowania następuje wtedy, gdy prędkość kątowna wirnika jest równa lub bliska prędkości znamionowej silnika. Wyniki symulacji wskazują, że rozpatrywane układy przekształtnikowe są skutecznymi układami hamowania, zapewniającymi szybkie zatrzymanie układu napędowego. Niekorzystną cechą tych układów hamowania jest występowanie dużej pulsacyjnej zmienności momentu elektromagnetycznego w szerokim przedziale zmienności prędkości kątowych wirnika. Szczególnie duże wartości pulsacji momentu elektromagnetycznego występują w przedziale prędkości kątowych wirnika zbliżonych do prędkości krytycznych wirnika, przy których w stanach statycznych występują wartości krytyczne momentu elektromagnetycznego silnika.

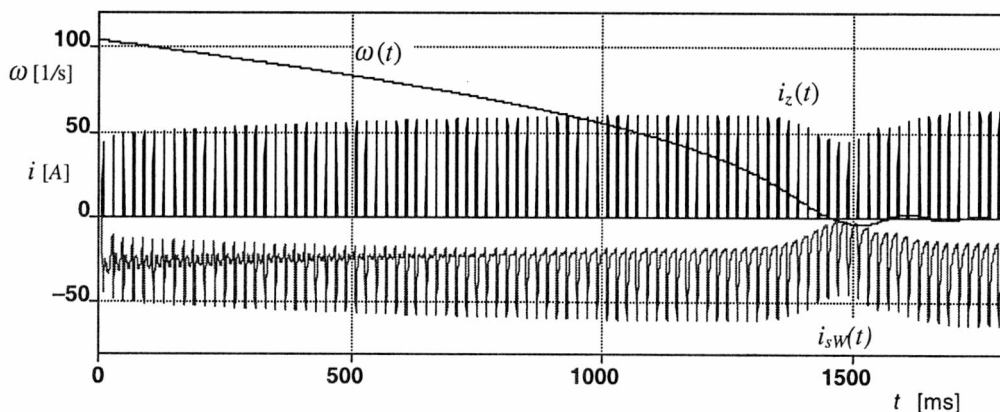


Rys. 4.10. Przebiegi chwilowe prądu pobieranego z sieci $i_z = f(t)$ i prądu w fazie W stojana $i_{sW} = f(t)$ w stanach elektrodynamicznych podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego z przekształtnikiem energoelektronicznym o sterowaniu fazowym (obliczenia dla danych: silnik S1, układ GI, $J_z = 1, 2 J_s$, $\alpha_z = 135^\circ$)

Przykłady przebiegów chwilowych prądu pobieranego z sieci i prądu w najbardziej obciążonej fazie uzwojenia stojana przedstawiono odpowiednio na rys. 4.10 i 4.12. Prąd chwilowy pobierany z sieci podczas pracy rozpatrywanego przekształtnikowego układu hamowania ma przebieg impulsowy o stosunkowo dużej amplitudzie i częstotliwości równej częstotliwości napięcia przemiennego sieci zasilającej. Podobnie duże oscylacje dotyczą również prądów w uzwojeniach fazowych stojana, lecz prądy te mają przebiegi ciągłe.

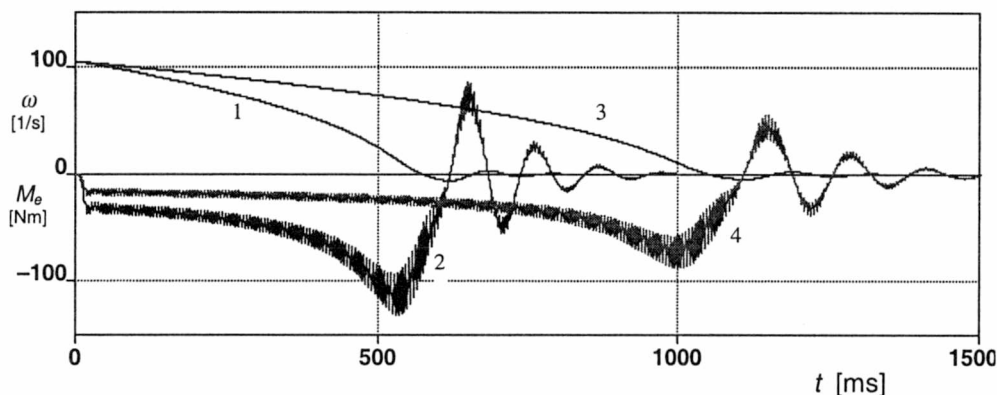


Rys. 4.11. Przebiegi chwilowe: 1, 3 – prędkości kątovej $\omega = f(t)$; 2, 4 – momentu elektromagnetycznego $M_e = f(t)$ w stanach elektrodynamicznych podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego z przekształtnikiem energoelektronicznym o sterowaniu fazowym (obliczenia dla danych: silnik typu S1, układ GII, $J_z = 1, 2 J_s$, 1, 2 – $\alpha_z = 120^\circ$, 3, 4 – $\alpha_z = 135^\circ$)

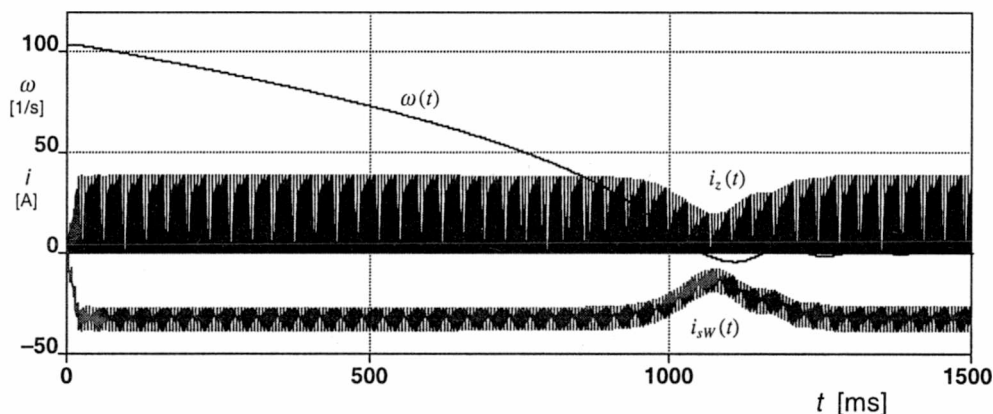


Rys. 4.12. Przebiegi chwilowe prądu pobieranego z sieci $i_z(t)$, prądu w fazie W stojana $i_{sw}(t)$ i prędkości kątovej wirnika $\omega(t)$ w stanach elektrodynamicznych podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego z przekształtnikiem energoelektronicznym o sterowaniu fazowym (obliczenia dla danych: silnik S1, układ GII, $J_z = 1, 2 J_s$, $\alpha_z = 135^\circ$)

Na rysunkach 4.13–4.14 przedstawiono przebiegi chwilowe prędkości kątovej wirnika, momentu elektromagnetycznego i prądów podczas hamowania silnika indukcyjnego z zastosowaniem układu przekształtnikowego o sterowaniu impulsowym. W badaniach rozpatrywano układ przekształtnikowy o topologii obwodów



Rys. 4.13. Przebiegi chwilowe: 1, 3 – prędkości kątowej $\omega = f(t)$, 2, 4 – momentu elektromagnetycznego $Me = f(t)$ silnika indukcyjnego w stanach elektrodynamicznych podczas hamowania z przekształtnikiem energoelektronicznym prądem stałym o sterowaniu impulsowym
(obliczenia dla danych: silnik typu S1, układ GII, $J_z = 1, 2 J_s$,
 $U_d = 80 \text{ V}$, $f_p = 200 \text{ Hz}$, 1, 2 – $k_w = 0,5$, 3, 4 – $k_w = 0,36$)



Rys. 4.14. Przebiegi chwilowe prądu pobieranego ze źródła zasilania $i_z = f(t)$, prądu w fazie W stojana $i_{sW} = f(t)$ i prędkości kątowej wirnika $\omega = f(t)$ w stanach elektrodynamicznych podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego z przekształtnikiem energoelektronicznym o sterowaniu impulsowym (obliczenia dla danych: silnik typu S1, układ GII, $J_z = 1,2 J_s$,
 $U_d = 80 \text{ V}$, $f_p = 200 \text{ Hz}$, $k_w = 0,36$)

głównych podanej na rys. 4.2c. W symulacji założono, że przerywacz okresowy jest wykonany jako sterownik tranzystorowy napięcia stałego, który jest zasilany bezpo-

średnio ze źródła napięcia stałego o zadanej wartości napięcia U_d . Wyniki symulacji przedstawiono tylko dla najczęściej stosowanego połączenia uzwojeń fazowych stojana w układzie *GII*. Przedstawione przebiegi wyznaczono dla kilku wartości współczynnika k_w względnego czasu przewodzenia sterownika. Na podstawie badań można stwierdzić, że korzystną zaletą układu hamowania ze sterowaniem impulsowym jest występowanie znacznie mniejszych amplitud pulsacji momentu elektromagnetycznego i prądów, w porównaniu do przebiegów otrzymywanych dla układu przekształtnikowego o sterowaniu fazowym. Przebiegi chwilowe wielkości elektromagnetycznych w przekształtnikowych układach hamowania o sterowaniu impulsowym są zbliżone do przebiegów elektromagnetycznych otrzymywanych gdy uzwojenie stojana jest zasilane z rzeczywistego źródła napięcia stałego. Wskazuje to na celowość stosowania tego rodzaju układów hamowania w napędach elektrycznych o dużych wymaganiach, w których niepożądane są oscylacyjne lub udarowe zmiany momentu elektromagnetycznego.

5. Analiza układów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu

5.1. Wprowadzenie i klasyfikacja układów hamowania

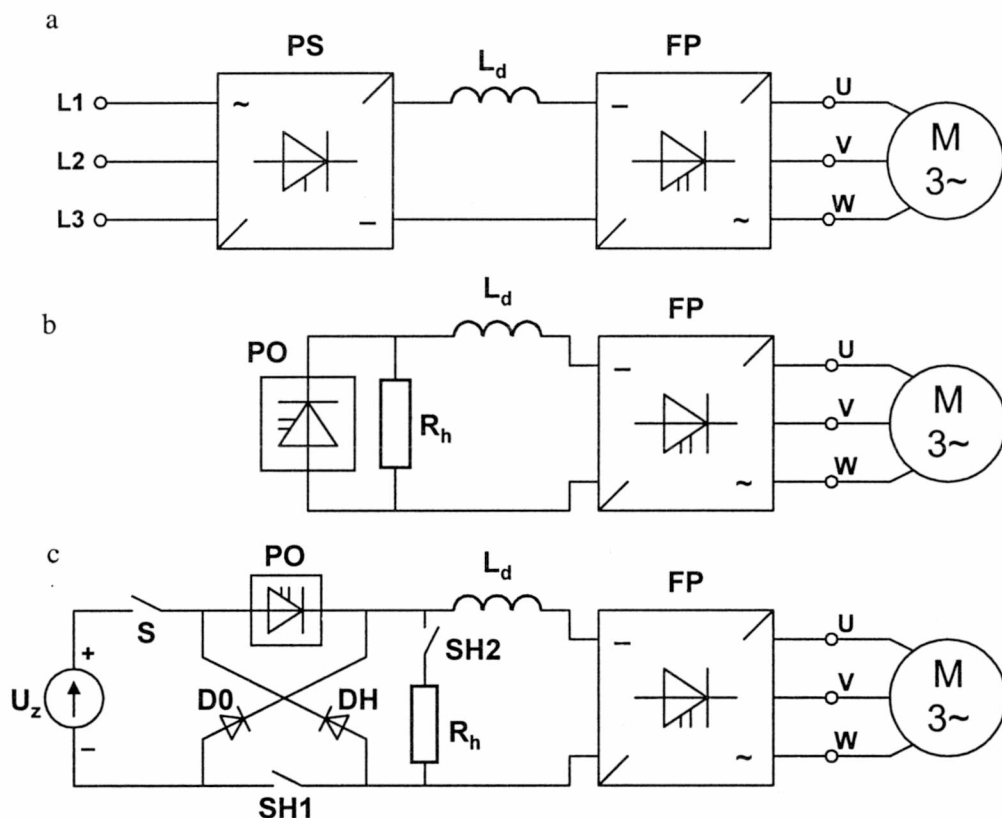
Układy napędowe z silnikami indukcyjnymi sterowanymi przez falowniki prądu są stosowane jako napędy indywidualne maszyn roboczych o średniej i dużej mocy. Do najbardziej znanych zastosowań tych układów należą napędy wirówek, urządzeń dźwigowych, maszyn transportowych oraz pojazdów trakcji elektrycznej [26, 51, 104]. W razie potrzeby pracy tych napędów w stanach hamowania celowe jest zastosowanie układu hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu.

W pracy tej, jako układy hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu, są rozpatrywane takie układy, w których falownik prądu stanowi istotną część topologiczną układu hamowania oraz zapewnia możliwość sterowania przepływem energii i wartości momentu elektromagnetycznego silnika podczas hamowania. Podczas sterowania częstotliwością prądów na wyjściu falownika stan hamowania elektrycznego uzyskuje się przez wymuszenie stanu pracy generatorowej maszyny indukcyjnej (pracy maszyny, gdy wartości pulsacji poślizgu wirnika są ujemne).

Zdolność maszyny indukcyjnej i falownika prądu do dwukierunkowego przepływu energii elektrycznej zapewnia warunki umożliwiające przetwarzanie energii mechanicznej hamowania na energię elektryczną i przekazywanie jej do obwodu pośredniczącego falownika. Klasyfikacja układów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu jest oparta na możliwości dalszego przekazywania energii hamowania z obwodu pośredniczącego falownika prądu. Wyróżnić można wtedy następujące metody hamowania:

odzyskowe – gdy układ hamowania zapewnia zwrot energii elektrycznej hamowania do źródła zasilania;

rezystorowe – gdy w układzie hamowania następuje całkowite wytracenie energii elektrycznej hamowania w postaci strat mocy w silniku oraz na rezystorze hamowania dołączonym do układu podczas stanów hamowania.



Rys. 5.1. Przykłady układów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu

W przekształtnikowym układzie napędowym z silnikiem indukcyjnym i falownikiem prądu, podczas zmiany kierunku przepływu energii elektrycznej przez falownik występuje zmiana zwrotu składowej stałej napięcia na zaciskach wejściowych obwodu pośredniczącego falownika, natomiast zwrot składowej stałej prądu w obwodzie pośredniczącym falownika pozostaje niezmieniony. Te właściwości falownika prądu decydują o wyborze topologii układu hamowania i sposobie jego sterowania.

Przykłady wybranych układów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu przedstawiono na rys. 5.1. Powszechnie jest stosowany układ jak na rys. 5.1a, ze sterowaniem prądu w obwodzie pośredniczącym falownika za pośrednictwem prostownika sterowanego *PS*, o komutacji sieciowej. Z przedstawionych właściwości falownika prądu wynika możliwość realizacji przez ten układ zarówno stanów pracy silnikowej i hamowania odzyskowego, bez konieczności przełączeń lub potrzeby stosowania dodatkowych przekształtników energoelektronicznych. Podczas stanów pracy silnikowej prostownik *PS* jestysterowany w zakresie pracy prostownikowej, a podczas stanów hamowania odzyskowego w zakresie pracy falownikowej.

Metoda hamowania rezystorowego znajduje zastosowanie w razie braku topologicznej lub eksploatacyjnej możliwości zwrotu energii elektrycznej hamowania do układu zasilania. Układ hamowania rezystorowego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu przedstawiono na rys. 5.1b. Zasada hamowania rezystorowego polega na wytracaniu energii elektrycznej hamowania w postaci strat mocy na rezystorze hamowania R_h , dołączonym do obwodu pośredniczącego falownika. Wartość rezystancji rezystora R_h jest w tym układzie sterowana impulsowo przez przerywacz okresowy *PO* przyłączony równolegle do rezystora hamowania. W niektórych układach napędowych przerywacz ten może być wykorzystywany zarówno w stanach pracy silnikowej, jak i hamowania. Możliwości te przedstawiono na rys. 5.1c, na przykładzie trakcyjnego układu napędowego z silnikiem indukcyjnym i falownikiem prądu, którego obwód pośredniczący jest zasilany bezpośrednio z sieci napięcia stałego. Przez załączenie odpowiednich łączników orazysterowanie wybranych zaworów energoelektronicznych otrzymuje się tu możliwość realizacji zarówno stanów pracy silnikowej, stanów hamowania odzyskowego i hamowania rezystorowego [104].

W rozdziale tym przedstawiono zagadnienia dotyczące opisu matematycznego, analizy teoretycznej i modelowania stanów elektromagnetycznych występujących w układach hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu. Opracowano modele matematyczne, które mogą być stosowane w badaniach symulacyjnych oraz w analizie teoretycznej tych układów hamowania. Na podstawie modeli matematycznych sformułowano zależności umożliwiające racjonalny dobór parametrów układu hamowania, wyznaczenie charakterystyk hamowania, wybór algorytmu sterowania i dobór parametrów układu regulacji.

5.2. Modele matematyczne układów hamowania silnika indukcyjnego z falownikiem prądu

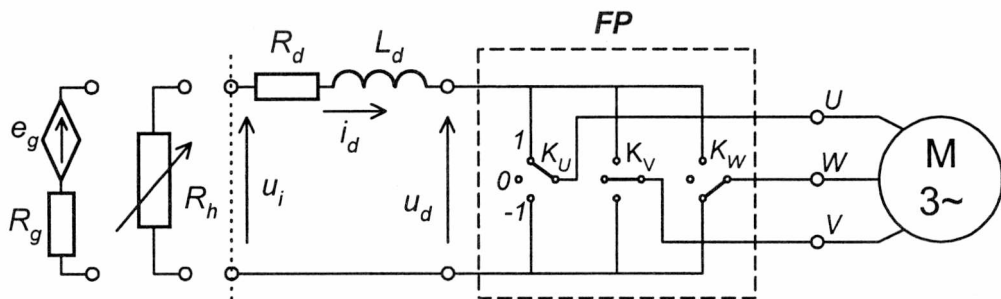
5.2.1. Założenia upraszczające i równania wyjściowe

W analizie teoretycznej stanów pracy silnikowej układu napędowego, złożonego z maszyny indukcyjnej i falownika prądu, przyjmuje się zwykle założenie, że jest znana zmienność chwilowa wektora prądów wyjściowych z falownika. Falownik prądu może być wtedy rozpatrywany jako symetryczne, trójfazowe źródło prądu o znanym kształcie prądów fazowych i ich pulsacji. W tych założeniach szczegółowy opis obwodu pośredniczącego falownika jest zwykle pomijany. W analizie stanów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu natomiast jest konieczne uwzględnienie parametrów obwodu pośredniczącego falownika i dołączanych do tego obwodu dodatkowych elementów i przekształtników energoelektronicznych.

Przyjęty do analizy teoretycznej stanów hamowania ogólny model układu napędowego z silnikiem indukcyjnym i falownikiem prądu przedstawiono na rys. 5.2. W modelu tym falownik prądu *FP* jest rozpatrywany jako idealny, bezstratny przekształtnik częstotliwości, który dokonuje cyklicznych połączeń uzwojeń fazowych stojana silnika z obwodem pośredniczącym falownika. Rzeczywisty układ topologiczny falownika prądu zastąpiono równoważnym modelem łącznikowym, złożonym z trzech trójstanowych kluczy K_U, K_V, K_W , reprezentujących działanie rzeczywistych zaworów energoelektronicznych w poszczególnych gałęziach falownika. Założono, że wpływ komutacji zaworów falownika może być pominięty i przełączenia tych kluczy następują natychmiastowo. W każdym czasie przewodzą sekwencyjnie tylko dwa klucze, których styki są usytuowane odpowiednio w położeniu górnym i dolnym, styk trzeciego jest natomiast w położeniu środkowym i nie bierze udziału w przewodzeniu prądu. W modelu ogólnym przyjęto, że do obwodu pośredniczącego falownika jest dołączona odpowiednio gałąź ze sterowanym źródłem napięcia, o napięciu źródłowym e_g i rezystancji wewnętrznej R_g lub gałąź z rezystancją R_h o sterowanej wartości. Sterowane źródło napięcia e_g reprezentuje napięcie chwilowe, wprowadzane przez przekształtnik zasilający obwód pośredniczący falownika prądu, a sterowana rezystancja R_h chwilową wartość rezystancji hamowania, nastawianej przez energoelektroniczny układ sterowania tej rezystancji. W ten sposób zapewniono możliwość stosowania tego samego modelu do analizy zarówno stanów pracy silnikowej, hamowania odzyskowego i hamowania rezystorowego.

Ogólne równanie napięciowe dla obwodu pośredniczącego falownika prądu, obowiązujące dla wszystkich stanów pracy układu napędowego ma następującą postać:

$$e_i = (R_i + R_d) \cdot i_d + L_d \cdot p i_d + u_d, \quad i = g, h. \quad (5.1)$$



Rys. 5.2. Model obliczeniowy do analizy stanów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu

Wielkości i parametry elektromagnetyczne oznaczone indeksem dolnym i są przyjmowane odpowiednio do topologii oraz stanu pracy układu:

– dla stanu pracy silnikowej i hamowania odzyskowego ($i = g$):

$$e_i = e_g = e_g(t) \neq 0, \quad R_i = R_g, \quad (5.2a)$$

– dla stanu hamowania rezystorowego ($i = h$):

$$e_i = e_h = 0, \quad R_i = R_h = R_h(t). \quad (5.2b)$$

Zależności funkcyjne, określające wartości chwilowe napięcia źródłowego $e_g(t)$ lub rezystancji hamowania $R_h(t)$ powinny być wyznaczone na podstawie dodatkowych równań opisujących działanie układów sterowania tych wielkości lub w analizie uproszczonej są przyjmowane jako znane.

Model matematyczny układu przedstawionego na rys. 5.2 jest złożony, z wzajemnie powiązanych ze sobą równań, określonych dla obwodów: silnika indukcyjnego, falownika prądu, obwodu pośredniczącego falownika oraz układów sterowania. Pewną trudnością sformułowania tych równań jest wyznaczenie zależności przedstawiających powiązania między zmiennymi stanu dla tych obwodów. W celu uwzględnienia tych powiązań zostały przez autora opracowane następujące metody analizy układu napędowego z silnikiem indukcyjnym i falownikiem prądu:

- analiza z zastosowaniem funkcji przełączających falownika prądu,
- analiza z zastosowaniem orientacji przetransformowanego układu współrzędnych względem położenia wektora prądu stojana silnika indukcyjnego.

5.2.2. Analiza z zastosowaniem funkcji przełączających falownika prądu

W metodzie tej jest rozpatrywany model łącznikowy falownika prądu, przedstawiony na rys. 5.2. Do opisu matematycznego chwilowego stanu przewodzenia kluczy falownika wprowadzono funkcje przełączające falownika [44, 49, 73, 74, 89]. Funk-

cja przełączająca $S_K(t)$ każdego klucza falownika jest zdefiniowana jako stosunek chwilowej wartości algebraicznej prądu przewodzonego przez ten klucz do prądu w obwodzie pośredniczącym falownika:

$$S_K = S_K(t) = i_{sK}(t) / i_d(t), \quad K = U, V, W. \quad (5.3)$$

Funkcje przełączające kluczy w modelu łącznikowym falownika prądu są funkcjami trójwartościowymi, które odpowiednio do chwilowego położenia danego klucza mogą przyjmować wartości równe (-1) , (0) lub (1) . Wartości chwilowe tych funkcji przełączających są proporcjonalne do wartości chwilowych prądów fazowych falownika i są uzależnione od sposobu sterowania zaworów falownika. Jeśli uzwojenia fazowe stojana silnika są połączone w gwiazdę, bez przewodu zerowego, to prądy fazowe falownika są równe prądom fazowym w uzwojeniu stojana. Po założeniu bezstratności falownika otrzymuje się wtedy następujące zależności wiążące wielkości elektromagnetyczne obwodu pośredniczącego falownika i trójfazowego uzwojenia stojana silnika:

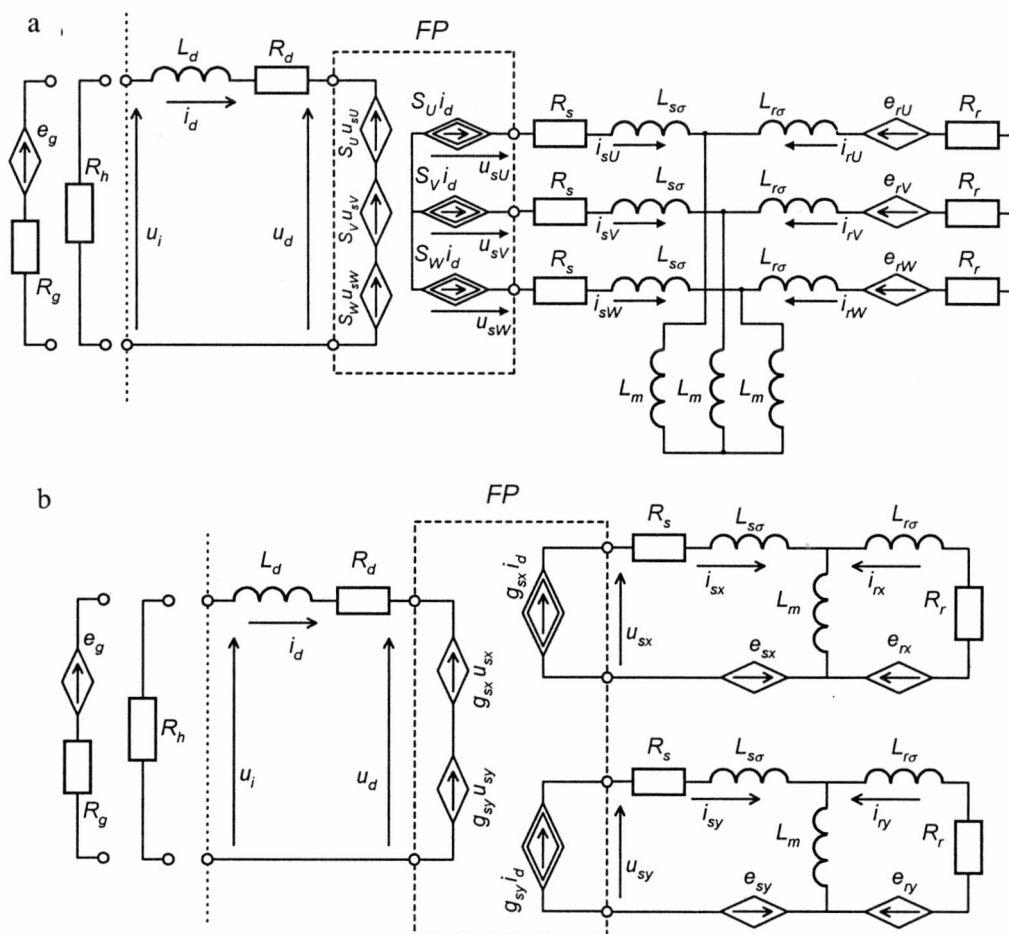
$$i_{sU} = S_U \cdot i_d, \quad i_{sV} = S_V \cdot i_d, \quad i_{sW} = S_W \cdot i_d, \quad (5.4a)$$

$$u_d = S_U \cdot u_{sU} + S_V \cdot u_{sV} + S_W \cdot u_{sW}. \quad (5.4b)$$

Model matematyczny rozpatrywanego układu przekształtnikowego z silnikiem indukcyjnym i falownikiem prądu jest złożony z układu różniczkowych równań napięciowych silnika indukcyjnego, równania ruchu układu mechanicznego, różniczkowego równania napięciowego dla obwodu pośredniczącego falownika (5.1) oraz układu równań algebraicznych (5.4) dla wielkości wejściowych i wyjściowych falownika prądu.

Na rysunku 5.3a przedstawiono interpretację obwodową tych równań w postaci modelu obwodowego, który może być bezpośrednio zastosowany do badań symulacyjnych tego układu, z zastosowaniem komputerowych symulatorów obwodów elektrycznych [PSPICE, TCAD, itp.]. Model ten składa się z połączonych ze sobą makromodeli obwodowych: silnika indukcyjnego, falownika prądu i obwodu pośredniczącego falownika. Makromodel obwodowy falownika prądu, wyznaczony na podstawie równań (5.4), może być rozpatrywany jako układ powiązanych ze sobą sterowanych źródeł napięcia i prądu, opisujących działanie falownika prądu [44, 73, 74, 89]. W celu zapewnienia możliwości bezpośredniego powiązania wielkości elektromagnetycznych na wyjściu trójfazowego falownika prądu i wielkości trójfazowego uzwojenia stojana silnika jest celowe zastosowanie makromodelu obwodowego silnika, wyznaczonego dla zmiennych stanu wyrażonych w trójosiowym, nieruchomym względem stojana układzie współrzędnych przetransformowanych. W zależności od rozpatrywanego zagadnienia jest stosowany model silnika wyznaczony po założeniu liniowych lub nieliniowych właściwości obwodu magnetycznego. W modelu przedstawionym na rys. 5.3a uwzględniono model silnika indukcyj-

nego o liniowym obwodzie magnetycznym oraz pominięto modele obwodów reprezentujących układ mechaniczny silnika i układy sterowania zaworów falownika.



Rys. 5.3. Modele obwodowe do analizy i symulacji układów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu z zastosowaniem:

- funkcji przełączających falownika prądu i modelu silnika indukcyjnego w trójosiowym układzie współrzędnych (U, V, W),
- funkcji przekształconych przełączających falownika prądu i modelu silnika indukcyjnego w prostokątnym układzie współrzędnych (x, y)

Prostszą i niekiedy bardziej wygodną w analizie teoretycznej postać modelu matematycznego rozpatrywanego układu można uzyskać, jeśli się przyjmie model silnika indukcyjnego dla zmiennych stanu przetransformowanych do prostokątnego układu współrzędnych, wirującego względem stojana z dowolną, założoną prędkością kąto-

wą. Jest wtedy konieczne wprowadzenie makromodelu obwodowego falownika prądu, z zastosowaniem przekształconych funkcji przełączających, oznaczonych dalej jako g_{sx} i g_{sy} . Funkcje te otrzymuje się przez przetransformowanie funkcji przełączających S_U, S_V, S_W za pośrednictwem tej samej transformacji, która została zastosowana do transformacji trójfazowych wielkości elektromagnetycznych stojana w przyjętym układzie współrzędnych. Po przyjęciu transformacji do prostokątnego układu współrzędnych (x, y) wirującego względem stojana z dowolną prędkością kątową ω_k otrzymuje się następujące zależności wiążące rzeczywiste wielkości elektromagnetyczne obwodu pośredniczącego falownika i przetransformowane wielkości elektromagnetyczne stojana silnika:

$$i_{sx} = g_{sx} \cdot i_d, \quad i_{sy} = g_{sy} \cdot i_d, \quad u_d = g_{sx} \cdot u_{sx} + g_{sy} \cdot u_{sy}. \quad (5.5)$$

Przekształcony model obwodowy układu przekształtnikowego, z zastosowaniem w makromodelu falownika prądu funkcji przełączających g_{sx}, g_{sy} i równań silnika indukcyjnego wyrażonych w prostokątnym układzie współrzędnych (x, y) , przedstawiono na rys. 5.3b [73, 74]. Zaletą otrzymanego modelu jest mniejsza liczba jego obwodów, więc i mniejsza złożoność tego modelu.

5.2.3. Analiza z zastosowaniem orientacji układu współrzędnych przetransformowanych względem wektora prądu stojana

Po założeniu natychmiastowej komutacji zaworów falownika, wektor prądu stojana silnika indukcyjnego sterowanego przez falownik prądu, wyrażony w nieruchomym, ortogonalnym, prostokątnym układzie współrzędnych (α, β) o osi α współliniowej z osią U uzwojenia stojana można przedstawić następująco:

$$\underline{i}_s = \sqrt{2/3} \cdot (i_{sU} + \underline{a} \cdot i_{sV} + \underline{a}^2 \cdot i_{sW}) = i_s \cdot \exp(j\delta_k), \quad (5.6)$$

gdzie

$$i_s = \sqrt{2} i_d, \quad \delta_k = (2k - 1) \cdot \pi/6, \quad (k = 1, 2, \dots, 6). \quad (5.7)$$

Wektor prądu stojana $\underline{i}_s$ na płaszczyźnie zespolonej przyjmuje w stanach międzykomutacyjnych kolejno jedno z sześciu położenia określonych przez wartości kąta δ_k , a w momentach komutacji następuje skokowe przejście tego wektora do następnego położenia kąтового. Wartość chwilowa modułu wektora i_s jest proporcjonalna do wartości chwilowej prądu i_d w obwodzie pośredniczącym falownika. Po przyjęciu, że zmiennymi stanu są: wektor prądu stojana $\underline{i}_s$ i wektor strumienia sprzężonego wirnika $\underline{\psi}$, równania wektorowe maszyny indukcyjnej mają następującą postać:

$$P \begin{bmatrix} \underline{i}_s \\ \underline{\psi}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(R_s + k_r^2 R_r)/\sigma L_s & -(1/T_r + j\omega_e)k_r/\sigma L_s \\ k_r R_r & -1/T_r + j\omega_e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{i}_s \\ \underline{\psi}_r \end{bmatrix} + (1/\sigma L_s) \begin{bmatrix} \underline{u}_s \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

Równania te zostały wyrażone w nieruchomym względem stojana prostokątnym układzie współrzędnych (α, β) , dla maszyny indukcyjnej o liniowym obwodzie magnetycznym i obowiązują dla przedziałów czasu odpowiadających stanom międzykomutacyjnym falownika prądu.

W dalszej analizie rzeczywisty obwód pośredniczący falownika zastąpiono przez równoważny obwód o takiej samej topologii, lecz o odpowiednio przeliczonych wielkościach i parametrach elektromagnetycznych. Przeliczenie to zostało dokonane z zachowaniem warunku inwariantności mocy elektrycznej w obu układach. Wartość współczynnika przeliczenia k_1 wyznaczono z warunku równości wartości chwilowej prądu w obwodzie zastępczym i chwilowej wartości modułu wektora prądu stojana i_s :

$$k_1 = i_s / i_d = i_{dp} / i_d = \sqrt{2}. \quad (5.9)$$

Ogólne równanie napięciowe (5.1) dla równoważnego zastępczego obwodu pośredniczącego falownika przyjmuje wtedy następującą postać:

$$e_{ip} = (R_{ip} + R_{dp}) \cdot i_{dp} + L_{dp} \cdot p i_{dp} + u_{dp}, \quad i = g, h. \quad (5.10)$$

Wartości i parametry równoważnego obwodu pośredniczącego falownika oznaczono dodatkowym indeksem dolnym p i są wyznaczane następująco:

$$\begin{aligned} i_{dp} &= k_1 \cdot i_d, & u_{dp} &= u_d / k_1, & L_{dp} &= L_d / k_1^2, \\ e_{ip} &= e_i / k_1, & R_{ip} &= R_i / k_1^2, & i &= g, h. \end{aligned} \quad (5.11)$$

W dalszej analizie wektory wielkości elektromagnetycznych są rozpatrywane w prostokątnym układzie współrzędnych (x, y) . Przyjęto takie usytuowanie tego układu, że oś x jest zawsze współliniowa z położeniem wektora prądu stojana $\underline{i}_s$. Oznacza to, że w przedziałach międzykomutacyjnych falownika prądu układ współrzędnych (x, y) pozostaje nieruchomy względem stojana silnika, a w momentach komutacji zaworów falownika zmienia skokowo swe położenie odpowiednio do skokowej zmiany kąta δ_k , określającego kolejne położenia wektora prądu $\underline{i}_s$.

Składowe wektora prądu stojana $\underline{i}_s$, określone w układach współrzędnych (α, β) i (x, y) wynoszą odpowiednio:

$$i_{s\alpha} = i_s \cdot \cos \delta_k = i_{dp} \cdot \cos \delta_k, \quad i_{s\beta} = i_s \cdot \sin \delta_k = i_{dp} \cdot \sin \delta_k, \quad (5.12)$$

$$i_{sx} = i_s = i_{dp}, \quad i_{sy} = 0. \quad (5.13)$$

Po uwzględnieniu warunku bezstratności mocy falownika prądu otrzymuje się równanie:

$$u_{dp} = u_{s\alpha} \cos \delta_k + u_{s\beta} \sin \delta_k = u_{sx}. \quad (5.14)$$

Równanie (5.14) przedstawia zależność przeliczonego napięcia obwodu pośredniczącego falownika prądu od składowych prostokątnych wektora napięcia stojana silnika, wyrażonych w układach współrzędnych (α, β) i (x, y) . Istotne jest tu spostrzeżenie, że wartość chwilowa napięcia u_{dp} w obwodzie pośredniczącym falownika jest równa tylko wartości składowej u_{sx} wektora napięcia stojana $\underline{u}_s$ rozpatrywanego w układzie współrzędnych (x, y) .

Po uwzględnieniu warunków wynikających z układu równań (5.13) jest możliwe przekształcenie równań napięciowych: równania (5.10) i pierwszego równania układu (5.8) dla składowej x wektora prądu stojana do wspólnego równania napięciowego. Po tych przekształceniach otrzymuje się następujący ogólny układ równań różniczkowych stanu:

$$P \begin{bmatrix} i_s \\ \psi_{ra} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_z/L_z & w_\alpha/L_z & w_\beta/L_z \\ w_c & -1/T_r & -\omega_e \\ w_s & \omega_e & -1/T_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s \\ \psi_{ra} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix} + (1/L_z) \begin{bmatrix} e_{ip} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.15)$$

Wartości współczynników występujących w macierzy stanu układu równań (5.15) są opisane przez zależności:

$$\begin{aligned} L_z &= \sigma L_s + L_{dp}, & R_z &= R_s + k_r^2 R_r + R_{dp} + R_{ip}, & i &= g, h, \\ w_c &= k_r R_r \cdot \cos \delta_k, & w_s &= k_r R_r \cdot \sin \delta_k, \\ w_\alpha &= k_r (1/T_r \cdot \cos \delta_k - \omega_e \cdot \sin \delta_k), & w_\beta &= k_r (1/T_r \cdot \sin \delta_k + \omega_e \cdot \cos \delta_k). \end{aligned} \quad (5.16)$$

Pierwsze równanie układu równań (5.15) otrzymano po przetransformowaniu równań napięciowych stojana z układu współrzędnych (α, β) do układu współrzędnych (x, y) i włączeniu do tych równań składników równania napięciowego dla obwodu pośredniczącego falownika. Pozostałe natomiast równania napięciowe wirnika tego układu równań nie były przekształcane i są nadal wyrażone w układzie współrzędnych (α, β) . W równaniach (5.15) występują więc zmienne stanu wyrażone w dwóch różnych układach współrzędnych. Zmienna stanu stojana $i_s = i_{sx}$ jest wyrażona w układzie współrzędnych (x, y) , zmienne stanu wirnika ψ_{ra} i $\psi_{r\beta}$ natomiast w układzie (α, β) .

Moment elektromagnetyczny silnika indukcyjnego, określony za pośrednictwem tych zmiennych stanu, wynosi:

$$M_e = p_b k_r i_s (\psi_{ra} \sin \delta_k - \psi_{r\beta} \cos \delta_k). \quad (5.17)$$

Interpretację układu równań stanu (5.15) przedstawiono na rys. 5.4a w postaci modelu obwodowego. W modelu tym obwody zastępcze uzwojenia wirnika są zawsze usytuowane w osiach nieruchomego układu współrzędnych (α, β) , obwody zastępcze natomiast uzwojenia stojana w osiach układu współrzędnych (x, y) . Zaletą takiego wyboru układów współrzędnych jest możliwość uzyskania powiązania wielkości elektromagnetycznych, przekształconego obwodu pośredniczącego falownika, tylko ze składowymi x wielkości elektromagnetycznych stojana. W interpretacji obwodowej odpowiada to wprowadzeniu umyślnego połączenia galwanicznego równoważnego obwodu pośredniczącego falownika z obwodem stojana dla składowej x . Obwód zastępczy stojana natomiast dla składowej y jest rozpatrywany jako obwód rozarty, gdyż zawsze jest spełniony warunek, że składowa prądu $i_{sy} = 0$. Obwód dla tej składowej prądu stojana nie bierze więc udziału w przemianach energetycznych i może zostać pominięty w równaniach stanu.

Cechą otrzymanego modelu jest to, że występująca w momentach komutacji cykliczna zmiana położenia obwodów zastępczych stojana względem nieruchomych obwodów zastępczych wirnika powoduje cykliczną zmianę wartości współczynników sprzężenia magnetycznego między tymi obwodami. W równaniach stanu (5.15) jest to uwzględnione przez uzależnienie niektórych współczynników macierzy stanu od kąta δ_k położenia wektora prądu stojana. W analizie i obliczeniach po każdej komutacji zaworów falownika należy dokonywać przeliczenia wartości tych współczynników oraz zmiennych stanu z poprzedniego położenia układu współrzędnych do nowego położenia tego układu. Do przeliczania zmiennych stanu przyjęto następujące warunki ciągłości tych zmiennych w momentach przełączeń $t = t_p$:

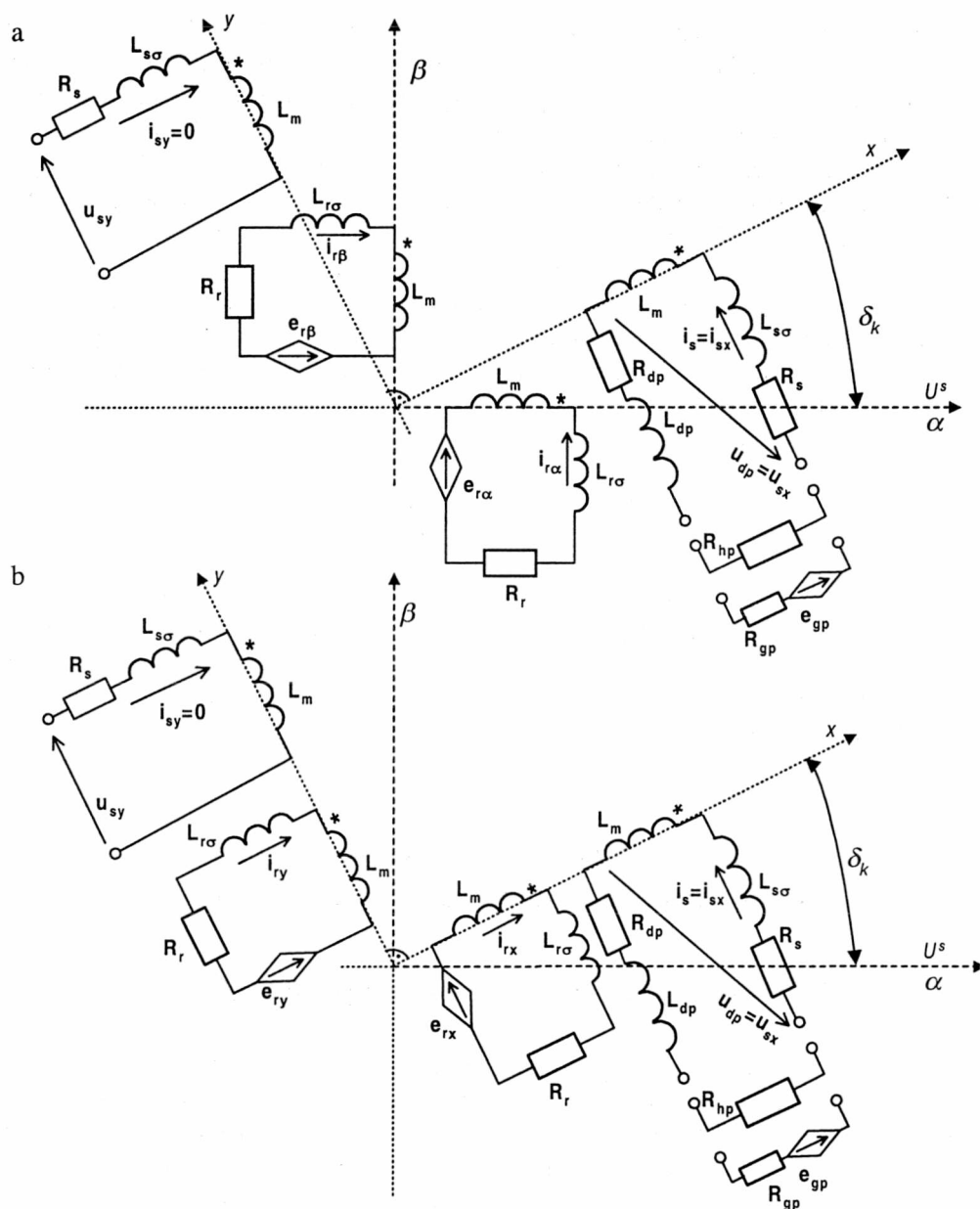
$$i_s(t_{p+0}) = i_s(t_{p-0}), \quad \underline{\psi}_r(t_{p+0}) = \underline{\psi}_r(t_{p-0}). \quad (5.18)$$

Wylimitowanie zależności współczynników macierzy stanu od kąta δ_k otrzymuje się przy zastosowaniu transformacji zmiennych stanu stojana i wirnika silnika do wspólnego prostokątnego układu współrzędnych (x, y) zorientowanego zgodnie z położeniem wektora prądu stojana $\underline{i}_s$. Po przekształceniach otrzymuje się wtedy następujące macierzowe równanie stanu:

$$p \begin{bmatrix} i_s \\ \psi_{rx} \\ \psi_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_z/L_z & k_r/(T_r L_z) & k_r \omega_e/L_z \\ k_r R_r & -1/T_r & -\omega_e \\ 0 & \omega_e & -1/T_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s \\ \psi_{rx} \\ \psi_{ry} \end{bmatrix} + (1/L_z) \begin{bmatrix} e_{ip} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.19)$$

Moment elektromagnetyczny silnika indukcyjnego dla zmiennych stanu w tym układzie współrzędnych wynosi:

$$M_e = -p_b k_r i_{dp} \psi_{ry} = -p_b k_r i_s \psi_{ry}. \quad (5.20)$$



Rys. 5.4. Modele obwodowe układów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu z zastosowaniem orientacji prostokątnego układu współrzędnych (x, y) względem wektora prądu stojana ze zmianą usytuowania:

a) tylko obwodów stojana silnika, b) obwodów stojana i wirnika silnika

Z równania (5.20) wynika, że w układzie współrzędnych prostokątnych zorientowanym względem wektora prądu stojana moment elektromagnetyczny silnika jest proporcjonalny do chwilowej wartości modułu wektora prądu stojana i_s oraz do chwilowej wartości składowej wektora strumienia wirnika ψ_{ry} , prostopadłej do wektora prądu stojana.

Interpretację obwodową równań stanu (5.19) przedstawiono na rys. 5.4b. W tym modelu obwodowym po każdej skokowej zmianie kąta położenia wektora prądu stojana w momencie komutacji następuje skokowa zmiana położenia zarówno obwodów zastępczych stojana i wirnika, co eliminuje występowanie zmienności współczynników sprzężenia magnetycznego między tymi obwodami. Po każdej komutacji zaworów falownika należy dokonać jedynie przeliczenia składowych wektorów z poprzedniego położenia układu współrzędnych do nowego położenia tego układu. Przy założeniu ciągłości zmiennych stanu w chwili przełączenia $t = t_p$ przeliczenie to dokonywane jest następująco:

$$i_s(t_{p+0}) = i_s(t_{p-0}), \quad \begin{bmatrix} \psi_{rx}(t_{p+0}) \\ \psi_{ry}(t_{p+0}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\pi/3) & \sin(\pi/3) \\ -\sin(\pi/3) & \cos(\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rx}(t_{p-0}) \\ \psi_{ry}(t_{p-0}) \end{bmatrix}. \quad (5.21)$$

Równania (5.15) i (5.19) mogą być zastosowane zarówno do analizy, jak i obliczeń stanów elektromagnetycznych, występujących podczas hamowania odzyskowego i hamowania rezystorowego. Dla stanu hamowania odzyskowego układ równań różniczkowych stanu jest układem niejednorodnym, a dla hamowania rezystorowego układ tych równań stanu jest układem jednorodnym.

5.3. Analiza stanów statycznych hamowania rezystorowego i odzyskowego

5.3.1. Równania dla stanów statycznych hamowania

W analizie stanów statycznych hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu założono, że prędkość kątowna wirnika silnika ma stałą wartość, a prądy fazowe na wyjściu z falownika prądu mają przebieg prostokątny o amplitudzie I_d i częstotliwości f_s . Do wyznaczenia równań opisujących stany statyczne hamowania silnika indukcyjnego z falownikiem prądu zastosowano metodę analizy z zastosowaniem funkcji przełączających falownika prądu przedstawioną w rozdz. 5.2.2. Dla założonego kształtu prądów falownika funkcje przełączające falownika są wtedy prostokątnymi funkcjami okresowymi. Zależność każdej z tych funkcji od czasu można przedstawić w postaci rozkładu na szereg Fouriera. Przykładowe wyrażenie dla funkcji przełączającej klucza w fazie U modelu łącznikowego falownika prądu wynosi:

$$S_U(t) = (4/\pi) \sum_{k=1}^{\infty} \{ \cos[(2k-1)(\pi/6)] / (2k-1) \} \cdot \sin[(2k-1)(\omega_s t + \pi/2)]. \quad (5.22)$$

Funkcje przełączające dla pozostałych kluczy falownika mogą być wyznaczone po uwzględnieniu warunku symetrii trójfazowej prądów fazowych falownika. Do dalszej analizy wybrano prostokątny układ współrzędnych (x, y) , wirujący względem stojana silnika ze stałą prędkością kątową ω_s równą pulsacji prądów fazowych falownika. Przyjęto, że oś x tego układu współrzędnych jest stale usytuowana współliniowo z kierunkiem wektora prądu określonego przez składowe podstawowe prądów fazowych stojana i wirującego z prędkością kątową ω_s . Po transformacji funkcji przełączających do tego układu współrzędnych (x, y) otrzymuje się wyrażenia dla przekształconych funkcji przełączających g_{sx}, g_{sy} :

$$g_{sx}(t) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(6k-1) - (6k+1)}{(6k-1) \cdot (6k+1)} \cdot \cos(6k\omega_s t) \right], \quad (5.23a)$$

$$g_{sy}(t) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \left[0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(6k-1) + (6k+1)}{(6k-1) \cdot (6k+1)} \cdot \sin(6k\omega_s t) \right]. \quad (5.23b)$$

W dalszej analizie pominięto wszystkie składniki okresowe występujące w wyrażeniach (5.23) uwzględniając, że amplitudy tych składników ze wzrostem wskaźnika k znacznie maleją. Fizykalnie oznacza to przyjęcie w analizie tylko działania składowych podstawowych prądów fazowych stojana o pulsacji ω_s . Funkcje przełączające g_{sx} i g_{sy} przyjmują wtedy stałe wartości, które wynoszą:

$$g_{sx} = 3\sqrt{2}/\pi, \quad g_{sy} = 0. \quad (5.24)$$

Po przekształceniu równań napięciowych dla modelu obwodowego z rys. 5.3b i uwzględnieniu warunku inwariantności mocy na wejściu i wyjściu falownika prądu otrzymuje się następujący układ równań napięciowych dla stanu hamowania odzyskowego ($i = g$) lub rezystorowego ($i = h$):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e_{ip} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s + R_{dp} + R_{ip} & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s + L_{dp} & L_m & 0 \\ L_m & L_r & 0 \\ 0 & 0 & L_r \end{bmatrix} \cdot p \begin{bmatrix} i_s \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega_s L_m \\ 0 & 0 & -\omega_r L_r \\ \omega_r L_m & \omega_r L_r & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (5.25)$$

gdzie ω_r jest pulsacją poślizgu wirnika:

$$\omega_r = \omega_s - \omega_e. \quad (5.26)$$

W równaniach (5.25) indeksem dolnym p oznaczono wielkości i parametry elektromagnetyczne dotyczące równoważnego obwodu pośredniczącego falownika, otrzymane z warunku inwariantności mocy falownika, które są obliczane w sposób podany w zależnościach (5.11). Przeliczenia dokonuje się za pomocą współczynnika przeliczenia k_I , który w tym przypadku jest wyznaczany z warunku równości mocy układu rzeczywistego i mocy określonej tylko przez składowe podstawowe prądów i napięć uzwojenia stojana silnika i ma następującą wartość:

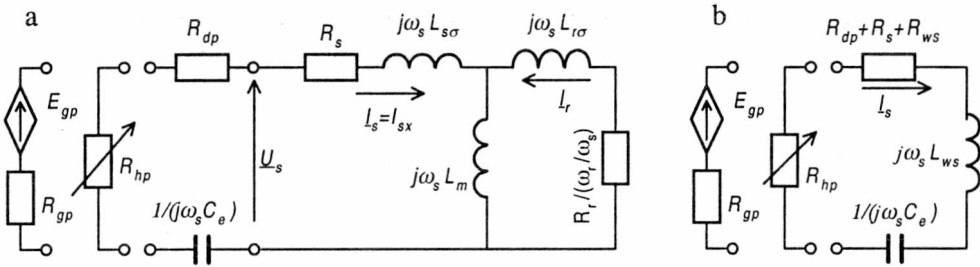
$$k_I = I_{dp} / I_d = I_s / I_d = 3\sqrt{2}/\pi. \quad (5.27)$$

W stanach statycznych wektory wielkości elektromagnetycznych silnika rozpatrywane w wirującym synchronicznie układzie współrzędnych (x, y) są wektorami o stałym położeniu i o stałych wartościach modułów. Równania (5.25) dla stanów statycznych hamowania można wtedy przekształcić do macierzowego równania algebraicznego:

$$\begin{bmatrix} E_{ip} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + R_{dp} + R_{ip} & 0 & -\omega_s L_m \\ 0 & R_r & -\omega_r L_r \\ \omega_r L_m & \omega_r L_r & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \\ I_{rx} \\ I_{ry} \end{bmatrix} = [Z][I]. \quad (5.28)$$

Układ równań algebraicznych (5.28) dla stanu hamowania odzyskowego (gdy są spełnione warunki $E_{ip} = E_{gp} \neq 0$, $R_{ip} = R_{gp}$) jest układem niejednorodnym, a dla stanu hamowania rezystorowego (z warunkami $R_{ip} = R_{hp}$, $E_{ip} = 0$) jest układem jednorodnym.

Interpretację obwodową algebraicznych równań napięciowych (5.28) przedstawiono na rys. 5.5a w postaci ogólnego schematu zastępczego dla stanu ustalonego hamowania odzyskowego i rezystorowego. Odpowiednio do rozpatrywanego stanu hamowania w schemacie tym w gałęzi zewnętrznej obwodu stojana występuje napięcie źródłowe wprowadzane do obwodu pośredniczącego falownika przez prostownik sterowany lub rezystancja hamowania. Wartości statyczne tych wielkości są wartościami sprowadzonymi do uzwojenia stojana silnika. W schemacie zastępczym do gałęzi zewnętrznej obwodu stojana wprowadzono umyślny element pojemnościowy C_e . Dla przyjętej w analizie orientacji układu współrzędnych prostokątnych (x, y) , o osi x , współliniowej z kierunkiem wirującego wektora składowej podstawowej prądu stojana $\underline{I}_s$, napięcie na pojemności C_e jest równe składowej U_{sy} wektora napięcia stojana $\underline{U}_s$. Fizycznie pojemność C_e reprezentuje zachowanie bilansu wymiany mocy biernej między silnikiem indukcyjnym a falownikiem prądu podczas stanu pracy ustalonej układu.



Rys. 5.5. Schematy zastępcze układu hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu dla stanów statycznych hamowania:
a) ogólny, b) przekształcony do zastępczego obwodu rezonansowego

5.3.2. Analiza warunków równowagi statycznej

Warunki równowagi statycznej dla stanów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu zdefiniowano jako warunki konieczne dla zapewnienia niezerowych rozwiązań równań sformułowanych dla stanów statycznych hamowania, czyli warunki zapewniające, że wartości ustalone wielkości elektromagnetycznych nie są równe zero lub wartościom nierzeczywistym fizycznie.

Warunek równowagi statycznej dla stanu hamowania rezystorowego może być przedstawiony jako warunek równości zera wyznacznika macierzy impedancji $[Z]$ dla układu równań (5.28):

$$\det[Z] = R_{hp} + R_{dp} + R_s + R_{ws} = R_{hcp} + R_{ws} = 0. \quad (5.29)$$

Rezystancja R_{hcp} w równaniu (5.29) jest sumą wszystkich rezystancji występujących w gałęzi stojana schematu zastępczego na rys. 5.5, a R_{ws} jest składnikiem części rzeczywistej zespolonej impedancji zastępczej silnika indukcyjnego $\underline{Z}_{zs}$:

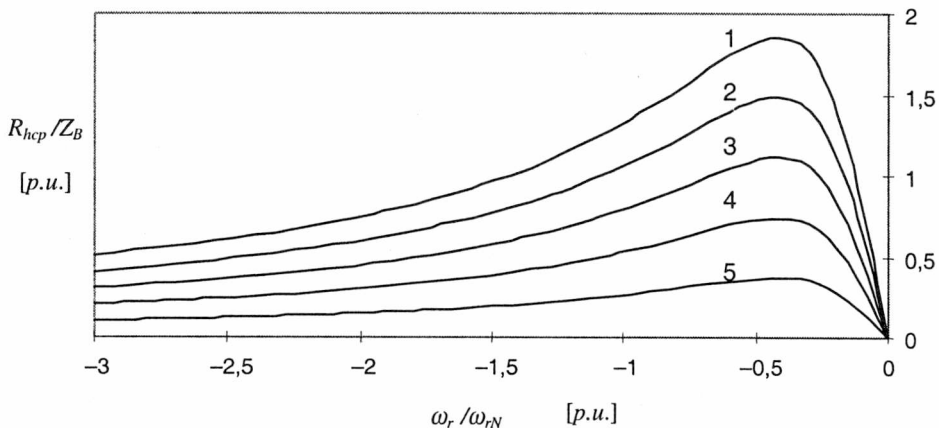
$$\begin{aligned} \underline{Z}_{zs} &= R_s + j\omega_s L_{s\sigma} + j\omega_s L_m [(R_r + j\omega_r L_{r\sigma}) / (R_r + j\omega_r L_r)] = \\ &= R_s + R_{ws} + j\omega_s L_{ws}, \end{aligned} \quad (5.30a)$$

$$R_{ws} = \omega_s k_r L_m \{ \omega_r T_r / [1 + (\omega_r T_r)^2] \}, \quad k_r = L_m / L_r, \quad T_r = L_r / R_r. \quad (5.30b)$$

W stanach hamowania elektrycznego układu, czyli pracy maszyny indukcyjnej, gdy wartości pulsacji poślizgu wirnika ω_r są ujemne, wartość rezystancji R_{ws} jest zawsze mniejsza od zera. Równanie (5.29) wyznacza zatem warunek umożliwiający określenie statycznej wartości rezystancji hamowania R_{hp} przeliczonej do obwodu stojana, która powinna być dołączona do obwodu pośredniczącego falownika, w celu zapewnienia stanu hamowania. Wartość rezystancji R_{hp} jest funkcją pulsacji poślizgu wirni-

ka ω_r , pulsacji podstawowej prądów falownika ω_s oraz parametrów elektromagnetycznych silnika indukcyjnego i obwodu pośredniczącego falownika.

Interpretację fizyczną warunku równowagi statycznej stanu hamowania rezystorowego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu ilustruje schemat zastępczy na rys. 5.5b. Po uwzględnieniu warunku (5.29) schemat ten może zostać przekształcony do zastępczego bezstratnego, szeregowego obwodu rezonansowego, który jest zdolny do generacji nie tłumionych wielkości elektromagnetycznych o zmienności sinusoidalnej. Warunki pracy zastępczego układu rezonansowego dla stanu hamowania rezystorowego są odmienne od występujących w autonomicznym obwodzie rezonansowym, w którym pulsacja wielkości elektromagnetycznych jest określona tylko przez wartości parametrów elektromagnetycznych obwodu. W obwodzie zastępczym dla stanu hamowania natomiast pulsacja wielkości elektromagnetycznych jest równa pulsacji wymuszanej przez układ sterowania falownika prądu, a warunki dla powstania stanu rezonansu są wymuszane przez dobór wartości parametrów tego układu.



Rys. 5.6. Zależność całkowitej rezystancji obwodu hamowania w funkcji pulsacji poślizgu wirnika $R_{hcp} = f(\omega_r)$ dla różnych wartości pulsacji prądów stojana ω_s wymuszanych przez falownik prądu:
1 – $\omega_s/\omega_{1N} = 1,25$, 2 – $\omega_s/\omega_{1N} = 1,0$, 3 – $\omega_s/\omega_{1N} = 0,75$, 4 – $\omega_s/\omega_{1N} = 0,5$, 5 – $\omega_s/\omega_{1N} = 0,25$

Na rysunku 5.6 przedstawiono charakterystyki ilustrujące zależność wartości całkowitej rezystancji hamowania w funkcji pulsacji poślizgu wirnika $R_{hcp} = f(\omega_r)$, wyznaczone z warunku (5.29), po założeniu stałych wartości innych parametrów układu oraz liniowości obwodu magnetycznego silnika indukcyjnego (stałej wartości indukcyjności magnesowania $L_m = \text{const}$). Z charakterystyk tych wynika, że wartość statyczna całkowitej rezystancji hamowania R_{hcp} układu hamowania rezystorowego jest głównie zależna od pulsacji poślizgu wirnika ω_r i pulsacji prądów falownika ω_s . Ze wzrostem pulsacji synchronicznej ω_s wartość rezystancji hamowania wzrasta liniowo, natomiast zależność rezystancji hamowania od pulsacji poślizgu wirnika ω_r jest nieliniowa. Maksymalna

wartość statyczna całkowitej rezystancji obwodu hamowania R_{hcpm} występuje wtedy, gdy pulsacja poślizgu wirnika wynosi ω_{rm} . Wartości tych wielkości wynoszą:

$$R_{hcpm} = R_{hpm} + R_{dp} + R_s = 0,5 k_r \omega_s L_m, \quad \omega_{rm} = -1/T_r = -R_r/L_r. \quad (5.31)$$

Z wyrażenia (5.31) wynika, że jeśli się pominie rezystancję dławika w obwodzie pośredniczącym falownika i rezystancję fazową uzwojenia stojana, to wartość maksymalna przeliczonej rezystancji hamowania jest w przybliżeniu równa połowie reaktancji magnesowania silnika indukcyjnego, określonej dla danej pulsacji prądów wyjściowych falownika ω_s . Wartość bezwzględna pulsacji poślizgu wirnika ω_{rm} jest równa odwrotności stałej czasowej wirnika T_r i jest równa wartości krytycznej pulsacji poślizgu wirnika ω_{rk} , odpowiadającej wartości krytycznej momentu elektromagnetycznego silnika indukcyjnego, sterowanego częstotliwościowo z wymuszeniem stałej wartości modułu wektora prądu w obwodzie stojana.

Warunkiem równowagi statycznej dla stanu hamowania odzyskowego jest warunek określony na podstawie układu równań (5.28) dla tego stanu:

$$E_{gp} = (R_{gp} + R_{dp} + R_s + R_{ws}) I_s < 0. \quad (5.32)$$

Warunek (5.32) wyznacza przeliczoną wartość statyczną napięcia źródłowego E_{gp} , która powinna zostać wymuszona przez prostownik sterowany w obwodzie pośredniczącym falownika prądu podczas stanu hamowania odzyskowego. Napięcie to powinno mieć wartość ujemną ($E_{gp} < 0$), czyli jego zwrot powinien być przeciwny do zwrotu składowej stałej prądu w obwodzie pośredniczącym falownika, co oznacza koniecznośćysterowania prostownika sterowanego do stanu pracy falownikowej. Wartość bezwzględna napięcia E_{gp} jest funkcją prądu wymuszanego w obwodzie pośredniczącym falownika I_s , pulsacji poślizgu wirnika ω_r , pulsacji synchronicznej ω_s oraz parametrów elektromagnetycznych silnika i obwodu pośredniczącego.

5.3.3. Charakterystyki statyczne hamowania dla różnych algorytmów sterowania

W analizie stanów statycznych silnika indukcyjnego z falownikiem prądu jest celowe uzależnienie wielkości elektromagnetycznych od modułu wektora prądu stojana I_s równego wartości średniej prądu stałego I_{dp} w obwodzie pośredniczącym falownika przeliczonej do obwodu stojana:

$$I_s = I_{dp} = k_l I_d. \quad (5.33)$$

Z rozwiązania równań (5.28) dla stanów statycznych otrzymuje się następujące zależności dla składowych wektorów wielkości elektromagnetycznych w układzie (x, y) :

– dla składowych wektora prądu wirnika:

$$I_{rx} = -\{(\omega_r T_r)^2 / [1 + (\omega_r T_r)^2]\} \cdot k_r I_s, \quad I_{ry} = -\{(\omega_r T_r) / [1 + (\omega_r T_r)^2]\} \cdot k_r I_s, \quad (5.34)$$

– dla składowych wektora napięcia stojana:

$$\begin{aligned} U_{sx} &= \{R_s + (k_r L_m \omega_s \omega_r T_r) / [1 + (\omega_r T_r)^2]\} \cdot I_s, \\ U_{sy} &= \omega_s \{L_s - [k_r L_m (\omega_r T_r)^2] / [1 + (\omega_r T_r)^2]\} \cdot I_s. \end{aligned} \quad (5.35)$$

Moment elektromagnetyczny rozwijany przez silnik w stanach statycznych hamowania wynosi:

$$M_e = -p_b L_m I_s I_{ry} = -p_b I_s \Psi_{ry} = \{p_b k_r L_m \omega_r T_r / [1 + (\omega_r T_r)^2]\} \cdot I_s^2. \quad (5.36)$$

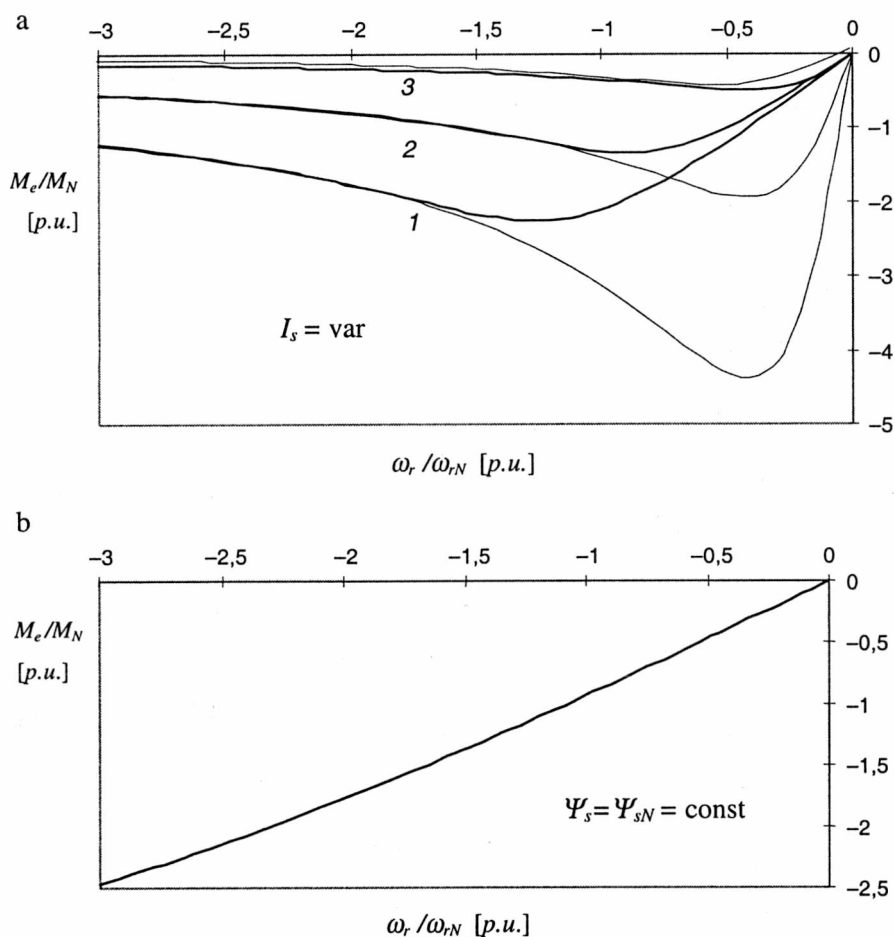
Zależności (5.33)–(5.36) są równaniami charakterystyk statycznych silnika indukcyjnego dla stanu hamowania rezystorowego lub odzyskowego i sterowania z zachowaniem warunku stałej wartości średniej prądu w obwodzie pośredniczącym falownika. Z analizy obliczeniowej na podstawie tych równań można określić następujące właściwości tego algorytmu sterowania. Gdy wartości pulsacji poślizgu wirnika o wartościach bezwzględnych mniejszych od znamionowej pulsacji poślizgu wirnika są ujemne, wtedy wartości modułu wektora prądu magnesowania silnika są znacznie większe od wartości znamionowej tego prądu, co prowadzi do dużego nasycenia obwodu magnetycznego silnika. Również odpowiadające tym warunkom punkty pracy silnika mogą być położone na niestatecznych częściach charakterystyk mechanicznych silnika. Z wymienionych względów bardziej celowe jest zastosowanie algorytmu sterowania, zapewniającego utrzymywanie stałej wartości modułu wektora strumienia sprzężonego stojana Ψ_s lub strumienia sprzężonego wirnika Ψ_r . Podczas wyboru tych algorytmów sterowania wartość modułu wektora prądu magnesowania silnika jest praktycznie stała, w przedziale wartości pulsacji poślizgu wirnika stosowanych podczas hamowania. Uzasadnia to możliwość pominięcia wpływu zmienności nasycenia obwodu magnetycznego silnika w analizie układów hamowania z zastosowaniem tych algorytmów sterowania.

Dalsze rozważania ograniczono do rozpatrzenia charakterystyk statycznych hamowania silnika dla najmniej złożonego w praktycznej realizacji algorytmu sterowania, z zachowaniem stałej wartości modułu wektora strumienia sprzężonego stojana $\Psi_s = \text{const}$. Spełnienie tego warunku można uzyskać przez sterowanie pośrednie, z zastosowaniem następującej zależności między modułami wektora strumienia stojana Ψ_s i wektora prądu stojana I_s :

$$\Psi_s = \sqrt{[1 + (\sigma \omega_r T_r)^2 / [1 + (\omega_r T_r)^2]]} L_s I_s. \quad (5.37)$$

Charakterystyki statyczne hamowania silnika z zachowaniem warunku $\Psi_s = \text{const}$ otrzymuje się na podstawie równań (5.34)–(5.35) po uwzględnieniu w nich zależności wynikającej z równania (5.37). Zależność momentu elektromagnetycznego silnika od pulsacji poślizgu wirnika dla tego sposobu sterowania opisuje równanie:

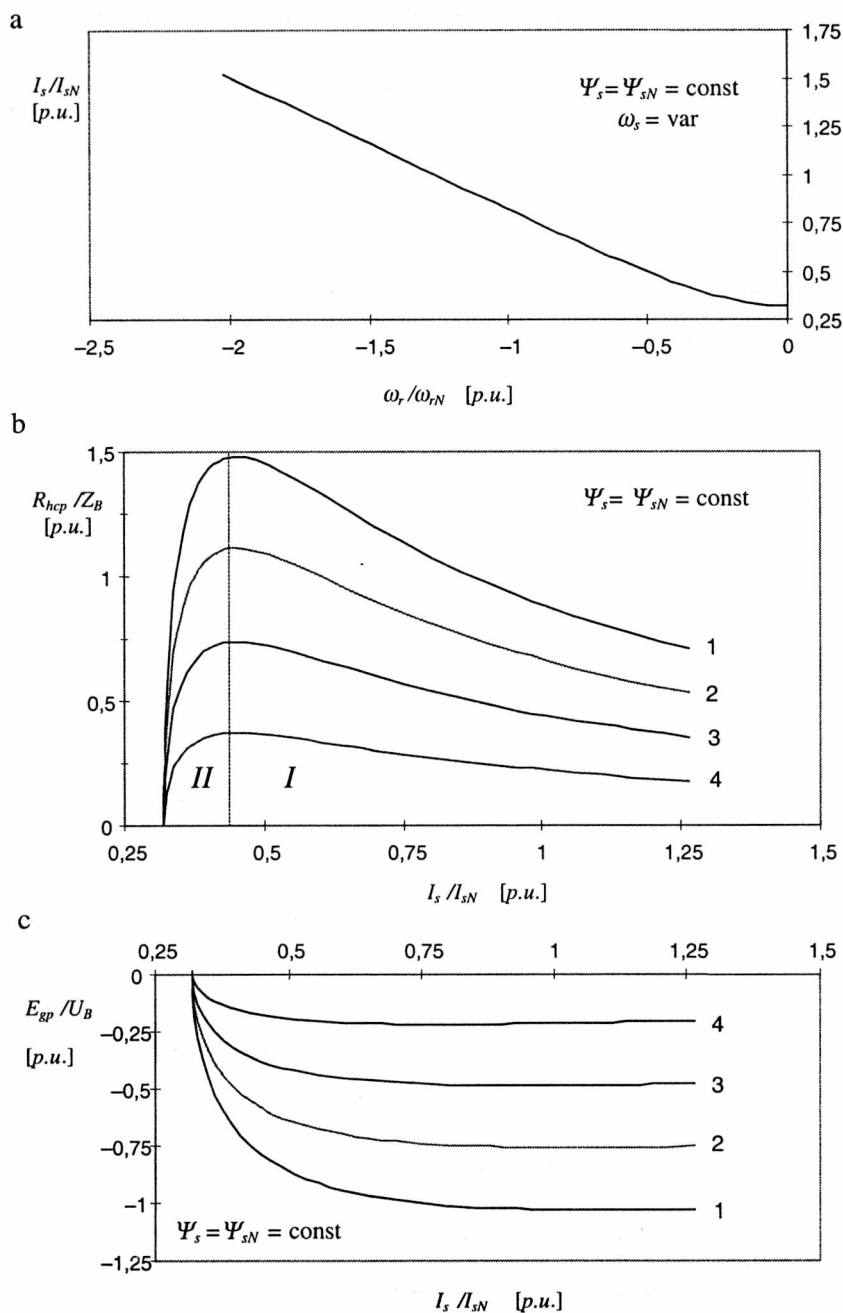
$$M_e = p_b (1 - \sigma) \left\{ \omega_r T_r / [1 + (\sigma \omega_r T_r)^2] \right\} \Psi_s^2 / L_s. \quad (5.38)$$



Rys. 5.7. Charakterystyki statyczne momentu elektromagnetycznego w funkcji pulsacji poślizgu wirnika $M_e = f(\omega_r)$ dla stanu hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu i sterowania z zachowaniem stałej wartości modułu wektora:

a) prądu stojana $I_s = \text{const}$ ($1 - I_s/I_{sN} = 1,5$, $2 - I_s/I_{sN} = 1,0$, $3 - I_s/I_{sN} = 0,5$, linia gruba – uwzględnienie zmienności $L_m = f(I_m)$, linia cienka – $L_m = \text{const}$),

b) strumienia sprzężonego stojana $\Psi_s = \Psi_{sN} = \text{const}$



Rys. 5.8. Charakterystyki dla sterowania hamowaniem silnika indukcyjnego z falownikiem prądu z zachowaniem warunku $\Psi_s = \text{const}$: a) $I_s = f(\omega_r)$, b) $R_{hcr} = f(I_s)$, c) $E_{gp} = f(I_s)$,
(1 - $\omega_s/\omega_{1N} = 1,0$; 2 - $\omega_s/\omega_{1N} = 0,75$; 3 - $\omega_s/\omega_{1N} = 0,50$; 4 - $\omega_s/\omega_{1N} = 0,25$)

Porównanie charakterystyk statycznych momentu elektromagnetycznego w funkcji pulsacji poślizgu wirnika $M_e = f(\omega_r)$ wyznaczonych dla sterowania z zachowaniem warunku $I_s = \text{const}$ oraz warunku $\Psi_s = \text{const}$ przedstawiono na rys. 5.7. Dla sterowania z zachowaniem stałej wartości modułu wektora prądu stojana, w przedziale wartości bezwzględnych pulsacji poślizgu wirnika mniejszych od wartości znamionowej, widoczny jest wpływ zjawiska nasycenia obwodu magnetycznego silnika, które powoduje znaczne zmniejszenie wartości bezwzględnej momentu elektromagnetycznego wytwarzanego podczas hamowania. W sterowaniu natomiast z utrzymaniem stałej wartości strumienia sprzężonego stojana wpływ nasycenia obwodu magnetycznego silnika praktycznie nie występuje, a moment elektromagnetyczny wytwarzany podczas hamowania jest w przybliżeniu liniową funkcją pulsacji poślizgu wirnika.

Utrzymywanie stałej wartości strumienia sprzężonego stojana $\Psi_s = \text{const}$ można zapewnić w sposób pośredni, przez sterowanie modułu wektora prądu stojana w funkcji pulsacji poślizgu wirnika, według charakterystyki przedstawionej na rys. 5.8a. Z charakterystyki tej wynika, że podczas zmniejszania wartości bezwzględnej pulsacji poślizgu wirnika do zera, wartość modułu wektora prądu stojana powinna być odpowiednio zmniejszana, aż do wartości minimalnej, równej wartości modułu wektora prądu magnesowania silnika. W stanach hamowania rezystorowego sterowanie wartością modułu wektora prądu stojana uzyskuje się przez nastawianie przez układ sterowania odpowiedniej wartości rezystancji hamującej w obwodzie pośredniczącym falownika prądu. Podczas hamowania odzyskowego sterowanie to uzyskuje się przez nastawianie odpowiedniej wartości średniej napięcia stałego wprowadzanego do obwodu pośredniczącego falownika przez prostownik sterowany. Charakterystyki na rys. 5.8b,c przedstawiają odpowiednio jak należy zmieniać wartości rezystancji hamowania $R_{hcp} = f(I_s)$ i napięcia źródłowego $E_{gp} = f(I_s)$ w funkcji modułu wektora prądu stojana I_s , w celu zapewnienia warunku $\psi_s = \text{const}$. Na wykresie tych charakterystyk dla hamowania rezystorowego na rys. 5.8b wyróżniono dwa przedziały wartości modułu wektora prądu stojana (*I* i *II*), którym odpowiadają odmienne zasady sterowania wartością rezystancji hamowania. Granica tych przedziałów występuje przy wartości modułu wektora prądu stojana, odpowiadającej wartości krytycznej pulsacji poślizgu wirnika $\omega_{rk} = -1/T_r$ w sterowaniu z wymuszeniem stałej wartości modułu wektora prądu stojana. Odmienność sterowania w tych przedziałach polega na tym, że dla zmniejszenia wartości modułu wektora prądu stojana w przedziale *I* konieczne jest zwiększanie wartości rezystancji hamowania, w przedziale *II* natomiast zmniejszanie wartości rezystancji hamowania. Ponadto w przedziale *II* charakterystyki zmienności rezystancji hamowania w funkcji prądu stojana mają bardzo stromy przebieg, co w technicznej realizacji wymagałoby zastosowania układu sterowania o dużej dokładności i szybkości działania. Niekorzystne właściwości pracy w przedziale *II* mogą zostać wyeliminowane przez ograniczenie dopuszczalnego zakresu zmienności bezwzględnych pul-

sacji poślizgu wirnika podczas hamowania do wartości mniejszych od ω_{rk} lub przez wybór punktu pracy układu hamowania odpowiadającego stałej, zadanej wartości pulsacji poślizgu wirnika.

Charakterystyki zmienności wartości średniej napięcia stałego $E_{gp} = f(I_s)$, wprowadzanego do obwodu pośredniczącego falownika, rozpatrywane w szerokim zakresie zmienności wartości modułu wektora prądu stojana, mają bardziej łagodny przebieg (rys. 5.8c). Z przebiegów tych charakterystyk wynika, że przy zmniejszaniu wartości pulsacji prądów falownika, czyli częstotliwości wyjściowej falownika dla zadanej wartości modułu wektora prądu stojana konieczne jest zmniejszanie wartości bezwzględnej napięcia źródłowego E_{gp} wprowadzanego do obwodu pośredniczącego falownika.

5.4. Analiza stanów quasi-ustalonych podczas hamowania elektrycznego

Dokładniejsze zależności występujące między wielkościami elektromagnetycznymi w stanach hamowania silnika indukcyjnego z falownikiem prądu mogą być wyznaczone na podstawie analizy stanów quasi-ustalonych hamowania. W analizie tych stanów założono stałą wartość prędkości kątowej wirnika silnika, liniowość obwodu magnetycznego silnika oraz przyjęto, że moduł wektora prądu stojana w przedziałach międzykomutacyjnych falownika ma stałą wartość $i_s = \text{const}$. W okresach komutacji położenie tego wektora na płaszczyźnie zespolonej zmienia się cyklicznie o kąt $(\pi/3)$ po każdym upływie przedziału czasu $\tau_s = T_s/6$ równego $(1/6)$ -okresu prądu falownika, gdzie $\tau_s = 1/(6f_s) = \pi/(3\omega_s)$.

Wektorowe równanie napięciowe wirnika wyznaczone z układu równań (5.6)–(5.8) wynosi wtedy:

$$p\underline{\psi}_r = k_r R_r \underline{i}_s + (-1/T_r + j\omega_e) \underline{\psi}_r = k_r R_r i_s \exp(j\delta_k) + (-1/T_r + j\omega_e) \underline{\psi}_r. \quad (5.39)$$

Rozwiązanie równania (5.39) w przedziale czasu $0 \leq t < \tau_s$, odpowiadającym stałemu położeniu wektora prądu stojana na płaszczyźnie zespolonej ma następującą postać:

$$\underline{\psi}_r(t) = \underline{\psi}_{ru} + (\underline{\psi}_{r0} - \underline{\psi}_{ru}) \cdot \exp[(-1/T_r + j\omega_e)t], \quad (5.40)$$

gdzie

$$\underline{\psi}_{ru} = [k_r R_r / (-1/T_r + j\omega_e)] \cdot i_s \exp(j\delta_k). \quad (5.41)$$

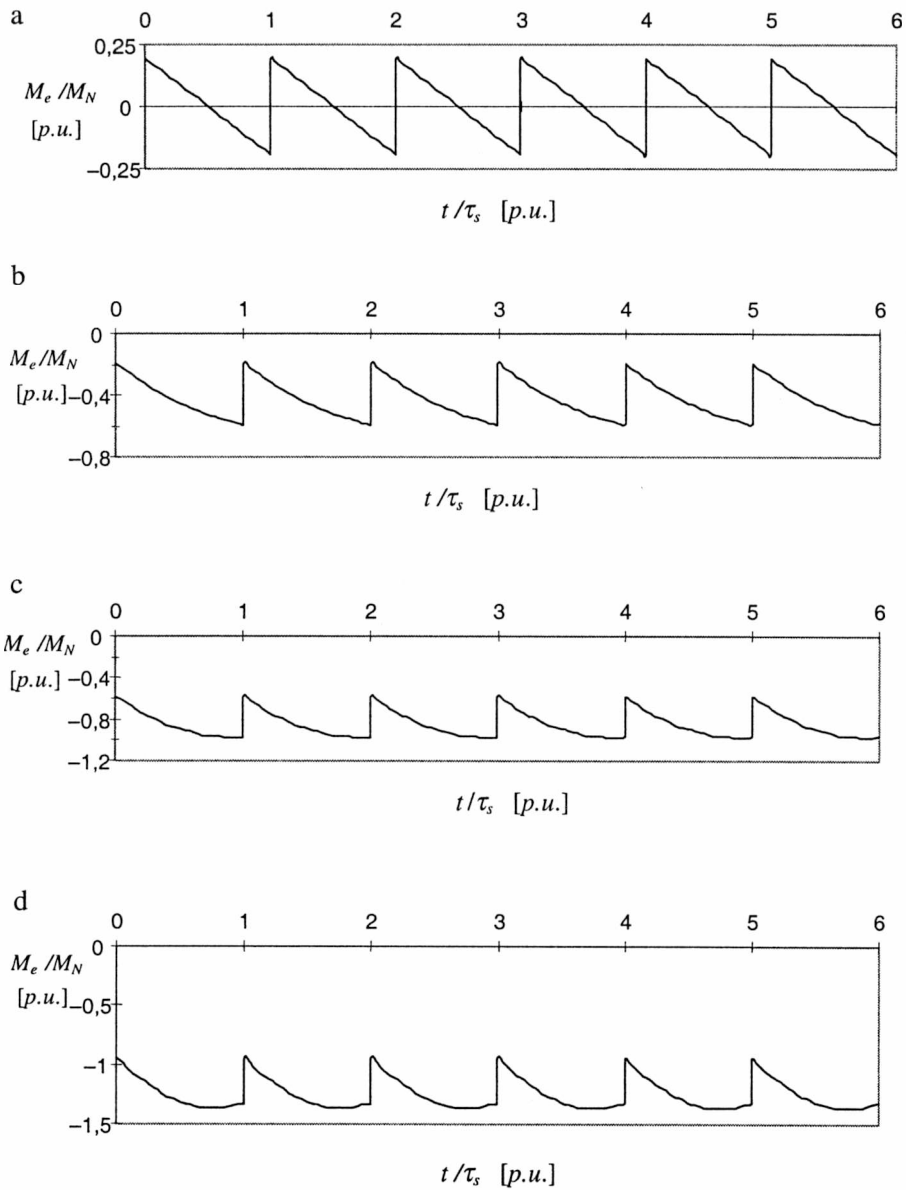
Z wyrażenia (5.40) wynika, że wektor strumienia sprzężonego wirnika $\underline{\psi}_r(t)$ w tym przedziale czasu zawiera dwie składowe: składową ustaloną $\underline{\Psi}_{r0}$ o stałej wartości i położeniu oraz składową przejściową, zanikającą wykładniczo ze stałą czasową wirnika T_r i wirującą względem stojana z prędkością kątową równą elektrycznej prędkości kątowej wirnika ω_e . Stała $\underline{\Psi}_{r0}$ jest równa wartości chwilowej wektora strumienia sprzężonego wirnika na początku każdego kolejnego przedziału czasowego τ_s , czyli w momencie przejścia wektora prądu stojana do następnego m -tego położenia $\underline{\Psi}_{r0} = \underline{\psi}_r(m\tau_s)$, ($m = 0, 1, 2, \dots$). Wartość tej stałej, wyznaczona z warunku ciągłości wartości wektora strumienia wirnika $\underline{\psi}_r$ na granicach tych przedziałów, wynosi:

$$\underline{\Psi}_{r0} = - \left[\frac{k_r R_r}{(-1/T_r) + j\omega_e} \right] \cdot \left[\frac{1 - \exp(-1/T_r) \cdot \exp(j\omega_e \tau_s)}{1 - \exp(-\tau_s/T_r) \cdot \exp[-j(\pi/3 - \omega_e \tau_s)]} \right] \quad (5.42)$$

$$\cdot \underline{i}_s \exp(-j\pi/3) = \underline{\Psi}_{r0} \cdot \exp[j(\delta_k + \gamma_{f0})].$$

Kąt γ_{f0} , zdefiniowany w równaniu (5.42), jest kątem występującym między położeniem wektora strumienia sprzężonego wirnika $\underline{\psi}_r$ a położeniem wektora prądu stojana $\underline{i}_s$ w chwilach czasu odpowiadających momentom skokowego przejścia wektora prądu stojana do nowego położenia kąтового δ_k . Wartości kąta γ_{f0} są złożoną funkcją pulsacji poślizgu wirnika oraz parametrów elektromagnetycznych silnika. Wyznaczając wartości tego kąta można wykazać, że podczas pracy silnikowej, gdy wartości pulsacji poślizgu wirnika są dodatnie oraz podczas hamowania elektrycznego, gdy wartości ujemne pulsacji poślizgu wirnika spełniają warunek $\omega_r \geq -1/(\sqrt{3}T_r)$, wektor strumienia sprzężonego wirnika $\underline{\Psi}_{r0}$ jest opóźniony względem wektora prądu stojana $\underline{i}_s$. W stanach hamowania elektrycznego, w których wartości pulsacji poślizgu wirnika spełniają warunek $\omega_r < -1/(\sqrt{3}T_r)$ wektor $\underline{\Psi}_{r0}$ zawsze wyprzedza wektor prądu stojana $\underline{i}_s$. W stanach elektromagnetycznych quasi-ustalonych można praktycznie przyjąć, że wektor strumienia sprzężonego wirnika $\underline{\psi}_r(t)$ jest wektorem o stałej amplitudzie, wirującym względem stojana z prędkością kątową równą pulsacji prądów falownika ω_s . W przedziale czasu równym τ_s wektor ten dokonuje obrotu względem uzwojenia stojana o kąt elektryczny równy $(\pi/3)$. Wartość chwilowa momentu elektromagnetycznego, rozwijanego przez silnik indukcyjny w każdym przedziale czasu τ_s jest proporcjonalna do wartości modułu wektora prądu stojana i_s oraz do składowej wektora strumienia wirnika Ψ_{ry} , która jest prostopadła do wektora prądu stojana $\underline{i}_s$. Otrzymuje się wtedy następujące równanie, określające wartość chwilową momentu elektromagnetycznego silnika:

$$M_e(t) = -p_b k_r i_s \psi_{ry} = -p_b k_r i_s \psi_r \sin(\gamma_f). \quad (5.43)$$



Rys. 5.9. Przebiegi chwilowe momentu elektromagnetycznego w stanach quasi-ustalonych podczas hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu

$$(\Psi_s = \Psi_{sN} = \text{const}, f_s = f_{sN} = \text{const})$$

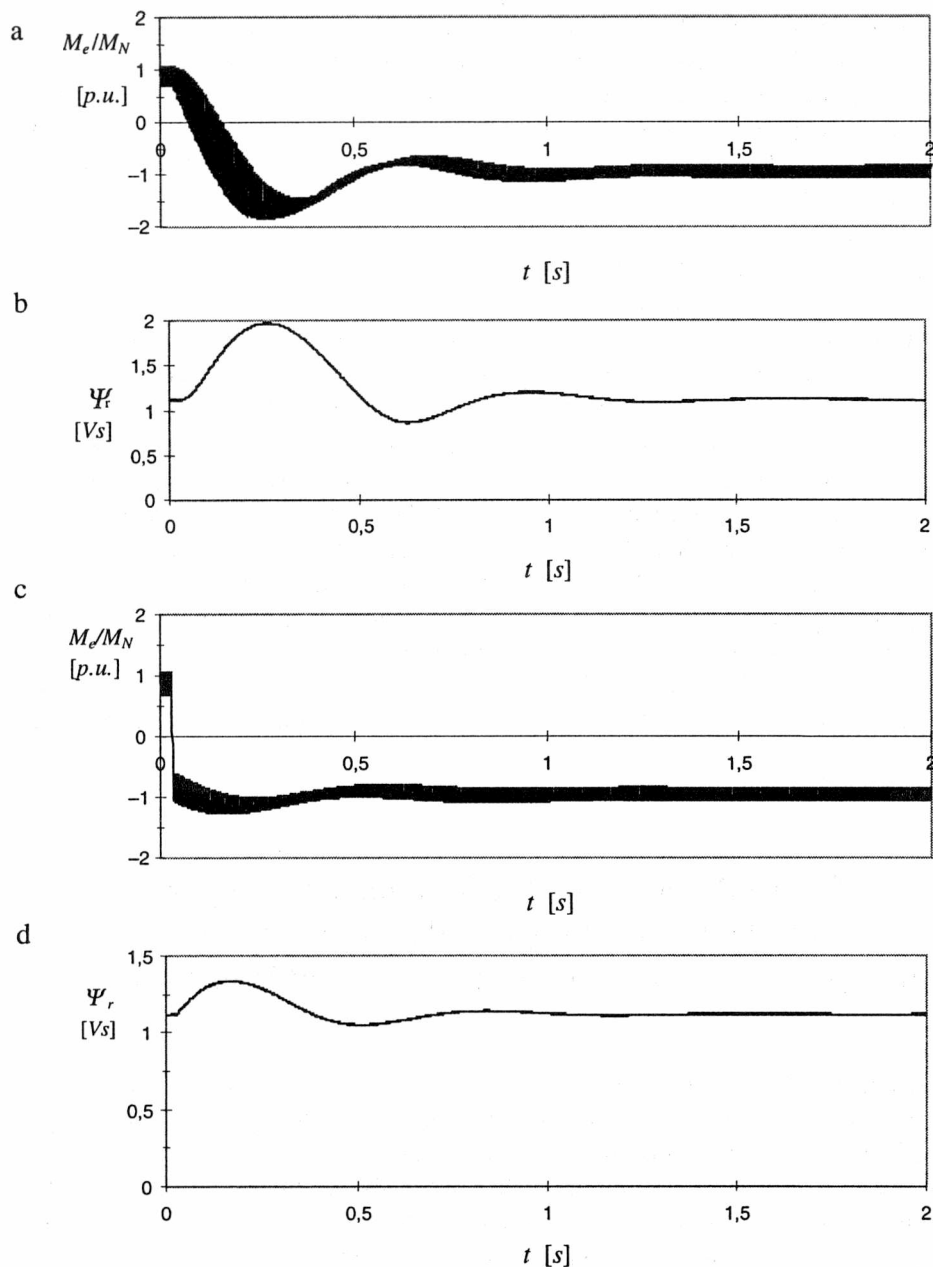
a) $\omega_r/\omega_{rN} = 0,0$, b) $\omega_r/\omega_{rN} = -0,5$, c) $\omega_r/\omega_{rN} = -1,0$, d) $\omega_r/\omega_{rN} = -1,5$

Równania (5.40)–(5.43) są równaniami ogólnymi, które mogą być zastosowane do określenia przebiegów chwilowych momentu elektromagnetycznego $M_e(t)$ w stanach quasi-ustalonych podczas pracy silnikowej oraz hamowania odzyskowego i rezystorowego. Wartości chwilowe momentu elektromagnetycznego silnika, wyznaczone dla tych samych wartości wielkości elektromagnetycznych i pulsacji poślizgu wirnika, są dla stanu hamowania odzyskowego i rezystorowego takie same. Na rysunku 5.9 przedstawiono obliczone przebiegi chwilowe momentu elektromagnetycznego silnika w stanach hamowania dla różnych wartości pulsacji poślizgu wirnika. W obliczeniach tych przebiegów przyjmowano wartości modułu wektora prądu stojana i_s wyznaczone dla zadanej wartości poślizgu wirnika z warunku utrzymania stałej wartości modułu wektora strumienia stojana $\Psi_s = \text{const.}$ Z otrzymanych przebiegów wynika, że moment elektromagnetyczny silnika, wytwarzany podczas hamowania elektrycznego, jest złożony ze składowej stałej o działaniu hamującym oraz ze składowej oscylacyjnej o okresie τ_s . Składowa oscylacyjna momentu elektromagnetycznego jest wywołana zmiennością chwilowej wartości kąta γ_f położenia wektora strumienia sprzężonego wirnika względem wektora prądu stojana.

Wartości uśrednione wielkości elektromagnetycznych, wyznaczone na podstawie analizy stanów quasi-ustalonych mogą być zastosowane do obliczania charakterystyk statycznych hamowania. Obliczone w ten sposób wartości średnie momentu elektromagnetycznego są dokładniejsze od otrzymanych na podstawie równań statycznych, ponieważ ta metoda obliczeń uwzględnia również składowe momentu elektromagnetycznego, wywołane przez wyższe harmoniczne prostokątnego przebiegu prądów w uzwojeniu stojana.

5.5. Badanie stanów elektromagnetycznych silnika indukcyjnego podczas przełączeń ze stanu pracy silnikowej do stanu hamowania elektrycznego

Przełączenia silnika indukcyjnego sterowanego częstotliwościowo przez falownik prądu ze stanu pracy silnikowej do stanu hamowania elektrycznego są związane z wystąpieniem elektromagnetycznych procesów przejściowych. Badanie tych procesów ma na celu wyznaczenie chwilowych przebiegów wielkości elektromagnetycznych w tych stanach oraz poznanie czynników determinujących zdolność układu napędowego do szybkiej zmiany stanu pracy. Do badań symulacyjnych przyjęto metodę analizy z zastosowaniem orientacji prostokątnego układu współrzędnych względem chwilowego położenia wektora prądu stojana, która została omówiona w rozdz. 5.2.3. W badaniach założono, że przejście ze stanu pracy silnikowej do stanu hamowania elektrycznego jest wymuszane przez układ sterowania falownika prądu przez skokowe



Rys. 5.10. Przebiegi chwilowe momentu elektromagnetycznego $M_e = f(t)$ i modułu wektora strumienia sprzężonego wirnika $\Psi_r = f(t)$ po przełączeniu silnika indukcyjnego ze stanu pracy silnikowej do stanu hamowania elektrycznego: a), b) – z zachowaniem normalnej sekwencji zmian wektora prądu stojana, c), d) – z opóźnieniem wektora prądu stojana o kąt $(-2\pi/3)$

zmniejszenie pulsacji prądów wyjściowych falownika z wartości ω_s (dla stanu pracy silnikowej) do wartości ω_{sh} (dla stanu hamowania elektrycznego). Przyjęto, że bezwładność układu mechanicznego jest dostatecznie duża i zmiany te występują gdy wartość prędkości kątowej wirnika ω_e jest stała. Badania symulacyjne wykonano dla przypadku utrzymywania stałej znamionowej wartości strumienia sprzężonego stojana i skokowej zmiany wartości pulsacji poślizgu wirnika ω_r ze znamionowej wartości dodatniej ($+\omega_{rN}$) do znamionowej wartości ujemnej ($-\omega_{rN}$).

Na rysunku 5.10a, b przedstawiono przebiegi chwilowe momentu elektromagnetycznego $M_e(t)$ i modułu wektora strumienia sprzężonego wirnika $\Psi_r(t)$, wyznaczone dla procesu przejścia ze stanu pracy silnikowej do stanu hamowania elektrycznego, z zachowaniem normalnej kolejności przełączeń zaworów energoelektronicznych falownika, czyli normalnej sekwencji zmian położenia wektora prądu stojana silnika. W przebiegu chwilowym momentu elektromagnetycznego silnika można wyróżnić składową stałą, która jest wartością średnią momentu oraz składowe oscylacyjne wymuszone przez prostokątny kształt prądów wyjściowych z falownika prądu. Z badań symulacyjnych wynika, że proces przejścia do stanu ustalonego hamowania trwa wtedy stosunkowo długo. Podczas tego procesu następuje zmiana wartości średniej momentu elektromagnetycznego $M_e(t)$ z ustalonej wartości dodatniej dla stanu pracy silnikowej do ustalonej wartości ujemnej dla stanu hamowania. W przedziale tym występuje stosunkowo duże zwiększenie wartości chwilowej modułu wektora strumienia sprzężonego wirnika $\Psi_r(t)$, które w znacznym stopniu jest spowodowane przyjęciem w analizie założenia liniowości obwodu magnetycznego. W rzeczywistym układzie napędowym zwiększenie tego strumienia byłoby ograniczone przez nieliniowość rzeczywistego obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej.

Zmiany chwilowych wartości wielkości elektromagnetycznych podczas przejścia ze stanu pracy silnikowej do hamowania elektrycznego następują stosunkowo wolno. Interpretacji fizycznej przebiegu tych stanów można dokonać na podstawie uwzględnienia właściwości układu napędowego z silnikiem indukcyjnym, sterowanym przez falownik prądu. Podczas pracy silnikowej układu wektor strumienia wirnika silnika $\underline{\Psi}_r$ jest opóźniony względem wektora prądu stojana $\underline{i}_s$. Natomiast podczas stanów hamowania elektrycznego, realizowanych wtedy, gdy bezwzględne wartości pulsacji poślizgu wirnika są większe od wartości odpowiadających dla pracy w stanie jałowym – wektor strumienia $\underline{\Psi}_r$ wyprzedza wektor prądu $\underline{i}_s$. Wynika z tego, że przejście ze stanu ustalonego pracy silnikowej do stanu ustalonego hamowania elektrycznego jest związane z procesem przejściowym, w którym występuje zmiana wzajemnego położenia wektorów $\underline{\Psi}_r$ i $\underline{i}_s$. Proces ten trwa dość wolno, z powodu wymuszonej przez układ sterowania falownika prądu ustalonej sekwencji przełączeń wektora prądu stojana $\underline{i}_s$ oraz małej zdolności wektora strumienia wirnika $\underline{\Psi}_r$, sprzężonego ze zwartym uzwojeniem wirnika, do szybkiej zmiany swego położenia.

Z równania (5.43) wynika, że jeśli wartości modułów wektora prądu stojana i wektora strumienia sprzężonego wirnika są stałe, to moment elektromagnetyczny

silnika jest funkcją chwilowej wartości kąta $\gamma_f(t)$ między tymi wektorami. Wskazuje to na możliwość uzyskania szybkiej i bezinercyjnej zmiany momentu elektromagnetycznego, przez wymuszenie przez układ sterowania falownika skokowej zmiany kąta między tymi wektorami. Warunek ten może być spełniony przez odpowiednie sterowanie zaworami energoelektronicznymi falownika prądu. W tym celu, podczas przełączenia silnika indukcyjnego do stanu hamowania elektrycznego, powinno nastąpić wymuszenie przez układ sterowania falownika częstotliwości wyjściowej prądów falownika, odpowiadającej ujemnej wartości pulsacji poślizgu wirnika i odpowiedniej zmiany położenia kąтового wektora prądu stojana.

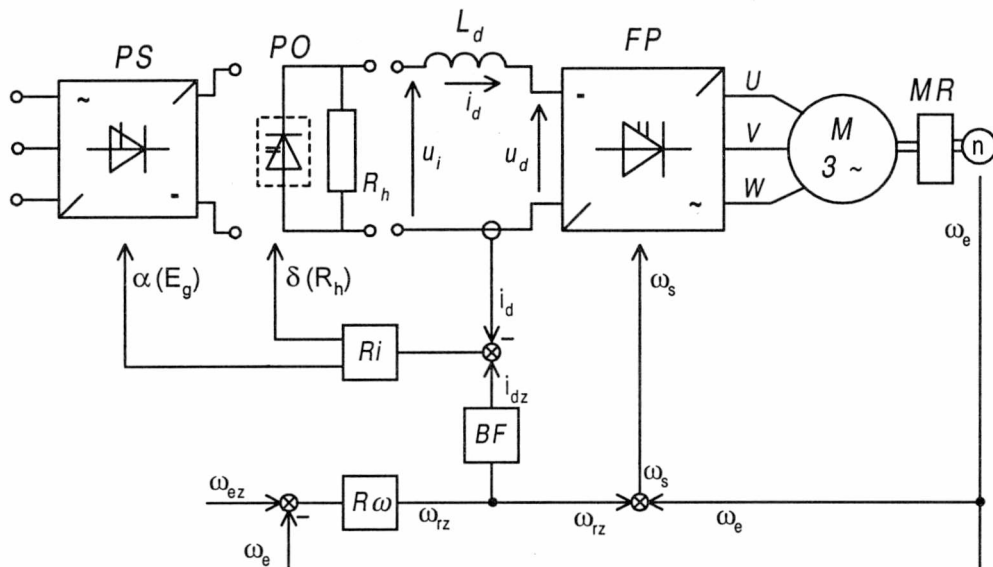
W badaniach symulacyjnych stanów hamowania rozpatrywano przypadki, gdy w chwili przełączenia ze stanu pracy silnikowej do hamowania elektrycznego zamiast wektora prądu stojana wynikającego z zachowania normalnej kolejności sekwencji przełączeń był wymuszony jednorazowo wektor prądu przesunięty wstecz o zadaną wartość kąta $\delta_i = -k_p \cdot \delta_s$, ($k_p = 1, 2, 3, \dots$). W następnych chwilach była kontynuowana normalna sekwencja przełączeń zaworów falownika, odpowiadająca kolejnym zmianom położenia wektora prądu stojana o kąt $(\pi/3)$. Na podstawie badań stwierdzono, że najbardziej celowe jest opóźnienie wektora prądu stojana o kąt δ_i równy odpowiednio $(-2\pi/3)$ lub $(-\pi/3)$. Przebiegi chwilowe momentu elektromagnetycznego $M_e(t)$ i modułu wektora strumienia sprzężonego wirnika $\Psi_r(t)$, otrzymane dla kąta opóźnienia wektora prądu stojana, równego $(-2\pi/3)$ przedstawiono na rys. 5.10c,d. W tym przypadku uzyskano prawie bezinercyjną zmianę momentu elektromagnetycznego silnika z dodatniej wartości znamionowej do ujemnej wartości znamionowej. W przebiegu zmienności wartości wektora strumienia sprzężonego wirnika występuje jedynie nieznaczne chwilowe zwiększenie wartości jego modułu. Na podstawie badań symulacyjnych stwierdzono, że dla wartości kątów $\delta_i \geq -\pi$ występuje albo znaczne zmniejszenie wartości chwilowej modułu wektora strumienia wirnika, grożące powstaniem niepożądanego stanu zaniku pola magnetycznego w maszynie indukcyjnej (stanu odwzbudzenia) lub nie uzyskuje siężądanego skrócenia czasu procesu przejściowego i przyspieszenia wytwarzania momentu elektromagnetycznego o działaniu hamującym.

5.6. Sterowanie silnikiem indukcyjnym z falownikiem prądu podczas hamowania elektrycznego

5.6.1. Opis układu sterowania

Schemat ogólny układu sterowania silnikiem indukcyjnym z falownikiem prądu podczas stanów pracy silnikowej oraz hamowania odzyskowego i rezystorowego przedstawiono na rys. 5.11. W układzie tym zastosowano zasadę sterowania wewnętrznego

częstotliwości falownika prądu z pośrednią stabilizacją wartości modułu wektora strumienia skojarzonego stojana $\Psi_s = \text{const}$. Regulator prędkości $R\omega$, na podstawie porównania sygnału zadanej prędkości elektrycznej wirnika ω_{ez} i sygnału rzeczywistej prędkości elektrycznej wirnika ω_e , wyznacza zadaną wartość pulsacji poślizgu wirnika ω_{rz} , która ma decydujący wpływ na wartość wytwarzanego momentu elektromagnetycznego silnika M_e . Sygnał ω_{rz} nastawia przez blok funkcyjny BF zadaną wartość



Rys. 5.11. Układ energoelektroniczny i układ sterowania do hamowania odzyskowego i rezystorowego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu

prądu i_{dz} w obwodzie pośredniczącym falownika, która jest proporcjonalna do zadawanej wartości modułu wektora prądu stojana i_s . Blok BF odwzorowuje statyczną charakterystykę zależności modułu wektora prądu stojana od pulsacji poślizgu wirnika $i_s = f(\omega_r)$, z utrzymaniem stałej wartości modułu wektora strumienia stojana $\Psi_s = \text{const}$. Wartość zadana prądu i_{dz} jest porównywana z sygnałem pomiarowym prądu w obwodzie pośredniczącym falownika i_d , a sygnał odchyłki tych prądów jest podawany do wejścia regulatora prądu Ri . W układzie hamowania odzyskowego sygnał wyjściowy z regulatora Ri steruje nastawieniem wartości kąta wysterowania α prostownika sterowanego PS , czyli nastawieniem wartości napięcia wyjściowego E_g z prostownika podczas jego pracy falownikowej. W układzie hamowania rezystorowego natomiast sygnał wyjściowy z regulatora Ri steruje nastawieniem wartości współczynnika wypełnienia δ przerywacza okresowe-

go PO , czyli nastawieniem wartości średniej rezystancji hamowania R_h . Sygnał wartości zadanej pulsacji poślizgu wirnika ω_{rz} , po zsumowaniu z sygnałem chwilowej elektrycznej prędkości kątowej wirnika ω_e , wyznacza żadaną wartość pulsacji ω_s prądów wyjściowych z falownika prądu. Sygnał ten jest wykorzystywany do sterowania częstotliwości impulsów wyzwalających zawory energoelektroniczne falownika prądu.

5.6.2. Schemat strukturalny układu sterowania

W analizie układu sterowania pominięto pulsacje prądu występujące w obwodzie pośredniczącym falownika prądu, opóźnienia wnoszone przez falownik prądu, czujniki pomiarowe oraz układ sterowania prostownika sterowanego lub sterownika rezystancji hamowania. Za równania wyjściowe do syntezy podstawowych parametrów układu regulacji przyjęto równania napięciowe (5.25) sformułowane dla zmiennych stanu rozpatrywanych w prostokątnym układzie współrzędnych (x, y) , o osi x zorientowanej względem wektora prądu stojana. Równania te przekształcono do zlinearyzowanej postaci przyrostowej w otoczeniu statycznego punktu pracy układu napędowego dla danej pulsacji prądów wyjściowych z falownika ω_s i pulsacji poślizgu ω_r . Po przekształceniach otrzymano następujące układy równań:

– dla układu hamowania odzyskowego:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} L_s + L_{dp} & L_m & 0 \\ L_m & L_r & 0 \\ 0 & 0 & L_r \end{bmatrix} \cdot p \begin{bmatrix} \Delta i_s \\ \Delta i_{rx} \\ \Delta i_{ry} \end{bmatrix} \\
 &= - \begin{bmatrix} R_s + R_{dp} & 0 & -\omega_{s0} L_m \\ 0 & R_r & -\omega_{r0} L_r \\ \omega_{r0} L_m & \omega_{r0} L_r & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_s \\ \Delta i_{rx} \\ \Delta i_{ry} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 1 & L_m I_{ry0} & 0 \\ 0 & L_r I_{ry0} & -L_r I_{ry0} \\ 0 & -(L_m I_{s0} + L_r I_{rx0}) & (L_m I_{s0} + L_r I_{rx0}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e_{gp} \\ \Delta \omega_s \\ \Delta \omega_e \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{5.44}$$

– dla układu hamowania rezystorowego:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} L_s + L_{dp} & L_m & 0 \\ L_m & L_r & 0 \\ 0 & 0 & L_r \end{bmatrix} \cdot p \begin{bmatrix} \Delta i_s \\ \Delta i_{rx} \\ \Delta i_{ry} \end{bmatrix} \\
 &= - \begin{bmatrix} R_s + R_{dp} + R_{hp0} & 0 & -\omega_{s0} L_m \\ 0 & R_r & -\omega_{r0} L_r \\ \omega_{r0} L_m & \omega_{r0} L_r & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_s \\ \Delta i_{rx} \\ \Delta i_{ry} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -I_{s0} & L_m I_{ry0} & 0 \\ 0 & L_r I_{ry0} & -L_r I_{rx0} \\ 0 & -(L_m I_{s0} + L_r I_{rx0}) & (L_m I_{s0} + L_r I_{rx0}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta R_{hp} \\ \Delta \omega_s \\ \Delta \omega_e \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{5.45}$$

Równania przyrostowe określające moment elektromagnetyczny i przyrostowe równanie równowagi mechanicznej są następujące wynoszą:

$$\Delta m_e = -p_b L_m (I_{s0} \cdot \Delta i_{ry} + I_{ry0} \cdot \Delta i_s), \tag{5.46}$$

$$\Delta m_e - \Delta m_m = (1/p_b) (J_m \cdot p \Delta \omega_e + B_m \cdot \Delta \omega_e). \tag{5.47}$$

W równaniach (5.44)–(5.46) dodatkowym dolnym indeksem 0 oznaczono wielkości elektromagnetyczne, wyznaczone dla punktu pracy, w którego otoczeniu są rozpatrywane małe odchylenia od stanu równowagi.

Po transformacji Laplace'a równań (5.44)–(5.47) i dalszych przekształceniach otrzymuje się następujące równania operatorowe:

$$\Delta i_s(s) = Fi(s) \cdot \Delta e_{gp}(s) + F\omega(s) \cdot \Delta \omega_r(s), \tag{5.48a}$$

$$\Delta i_s(s) = Fi(s) \cdot I_{s0} \cdot [-\Delta R_{hp}(s)] + F\omega(s) \cdot \Delta \omega_r(s), \tag{5.48b}$$

$$\Delta m_e(s) = Gi(s) \cdot \Delta i_s(s) + G\omega(s) \cdot \Delta \omega_r(s), \tag{5.49}$$

$$\Delta \omega_e(s) = Gm(s) \cdot (\Delta m_e(s) - \Delta m_m(s)). \tag{5.50}$$

Równanie (5.48a) dotyczy odpowiednio stanu hamowania odzyskowego, a równanie (5.48b) stanu hamowania rezystorowego. Ogólny schemat strukturalny rozpatrywanego układu hamowania, sformułowany na podstawie równań (5.48)–(5.50), z uwzględnieniem układów regulacji przedstawiono na rys. 5.12. Bloki transmitancyjne występujące na tym schemacie strukturalnym i w równaniach (5.48)–(5.50) są określone następująco:

$$Fi(s) = W_2(s)/W_3(s), \tag{5.51}$$

$$F\omega(s) = L\omega(s)/W_3(s), \tag{5.52}$$

$$Gi(s) = Ni(s)/W_2(s), \quad (5.53)$$

$$G\omega(s) = N\omega(s)/W_2(s), \quad (5.54)$$

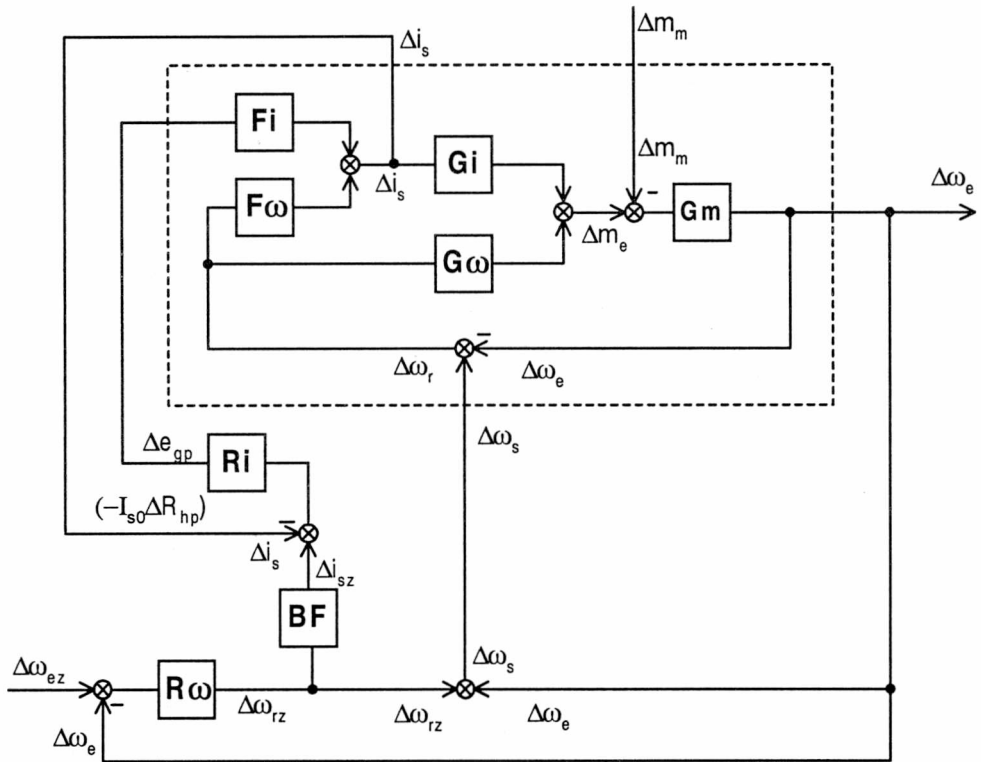
$$Gm(s) = p_b/(sJ_m + B_m), \quad (5.55)$$

gdzie:

$$W_3(s) = s^3 a_3 + s^2 a_2 + s a_1 + a_0, \quad W_2(s) = s^2 b_2 + s b_1 + b_0,$$

$$L\omega(s) = s c_1 + c_0, \quad Ni(s) = K_\omega \omega_{r0} I_{s0} \cdot [s^2 \cdot L_r^2 + s \cdot 2 L_r R_r + 2(R_r^2 + \omega_{r0}^2 L_r^2)], \quad (5.56)$$

$$N\omega(s) = K_\omega I_{s0}^2 \cdot [s \cdot L_r R_r + (R_r^2 - \omega_{r0}^2 L_r^2)].$$



Rys. 5.12. Schemat strukturalny układu sterowania silnikiem indukcyjnym z falownikiem prądu dla stanu hamowania odzyskowego i rezystorowego

Wartości współczynników występujących w zależnościach (5.56) wynoszą:

$$a_3 = L_r^2 L_T, \quad a_2 = L_r (L_r R_T + 2 R_r L_T),$$

$$\begin{aligned}
a_1 &= L_T (R_r^2 + \omega_{r0}^2 L_r^2) + R_r L_r (R_{e0} + R_T), \quad b_2 = L_r^2, \\
b_1 &= 2R_r L_r, \quad b_0 = R_r^2 + \omega_{r0}^2 L_r^2, \\
c_1 &= L_r L_m [R_r I_{ry0} - (\omega_{s0} - \omega_{r0})(L_m I_{s0} + L_r I_{rx0})], \\
c_0 &= [(R_r^2 + \omega_{r0}^2 L_r^2) - \omega_{s0} \omega_{r0} L_r^2] L_m I_{ry0} - R_r \omega_{s0} L_m (L_m I_{s0} + L_r I_{rx0}), \\
L_T &= L_{dp} + \sigma L_s, \quad R_T = R_{e0} + k_r^2 R_r, \quad K_\omega = p_b R_r L_m^2 / (R_r^2 + \omega_{r0}^2 L_r^2).
\end{aligned} \tag{5.57}$$

Współczynniki, których wartości są uzależnione od zastosowanego układu hamowania wynoszą:

– dla hamowania odzyskowego:

$$R_{e0} = R_s + R_{dp} + R_{gp}, \quad a_0 = (R_r^2 + \omega_{r0}^2 L_r^2) \cdot (E_{gp0} / I_{s0}), \tag{5.58a}$$

– dla hamowania rezystorowego:

$$R_{e0} = R_s + R_{dp} + R_{hp0}, \quad a_0 = 0. \tag{5.58b}$$

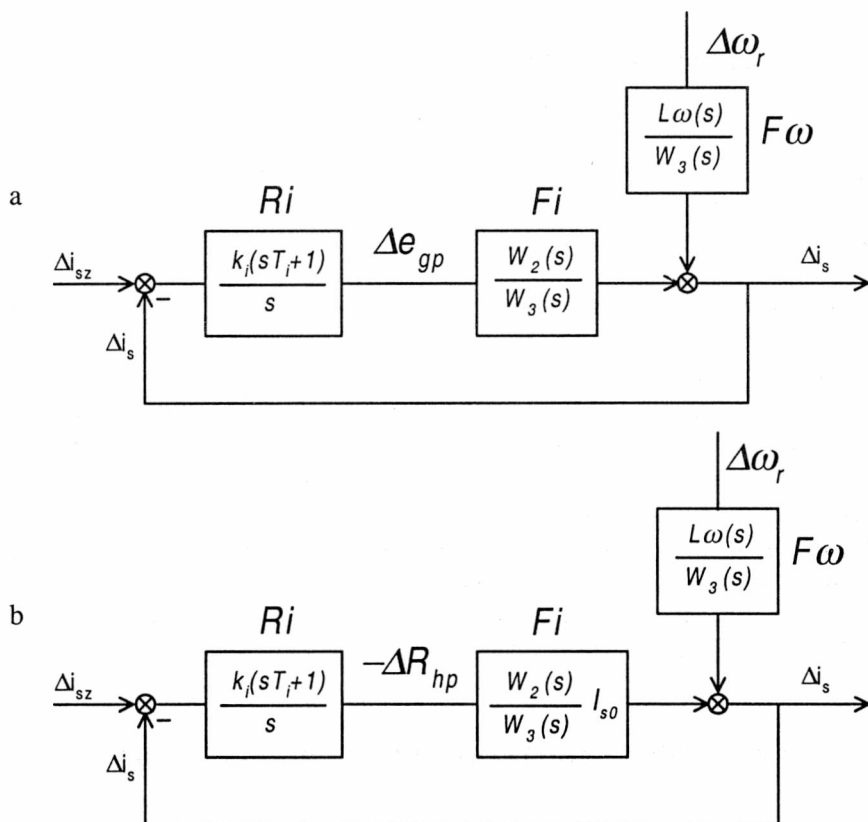
Schematy strukturalne dla układu hamowania odzyskowego i hamowania rezystorowego wykazują znaczne podobieństwo. Różnice między tymi schematami wynikają tylko z uwzględnienia innych sygnałów nastawianych przez regulator prądu Ri oraz z odmiennych zależności (5.58), określających transmitancje niektórych bloków. Na podstawie analizy przepływu sygnałów w tych schematach strukturalnych stwierdzić można, że zmiana wartości modułu wektora prądu stojana może być wywołana albo zmianą wielkości sterującej, wyznaczanej przez regulator prądu (odpowiednio napięcia wyjściowego z prostownika sterowanego lub rezystancji hamowania), albo zmianą pulsacji poślizgu wirnika. Od zmiany wartości modułu wektora prądu stojana i pulsacji poślizgu wirnika jest również uzależniona zmiana wartości momentu elektromagnetycznego silnika. Charakterystyczną właściwością układu sterowania hamowaniem elektrycznym silnika indukcyjnego z falownikiem prądu jest to, że współczynniki transmitancji $Gi(s)$ i $G\omega(s)$, wyznaczających przebieg chwilowy momentu elektromagnetycznego silnika są zależne tylko od parametrów elektromagnetycznych silnika indukcyjnego, pulsacji poślizgu wirnika oraz modułu prądu stojana, nie są natomiast zależne od pulsacji prądów wyjściowych z falownika.

5.6.3. Dobór parametrów i nastaw układu regulacji

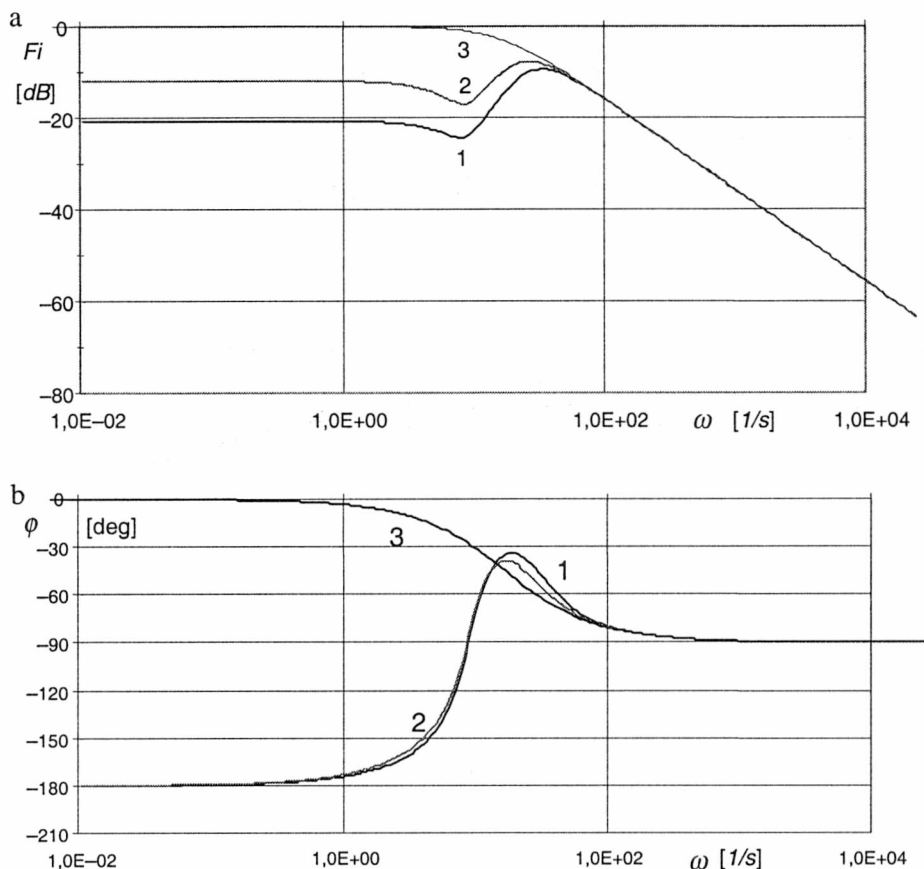
Uwzględniając to, że procesy zmian wielkości elektromagnetycznych przebiegają o wiele szybciej niż procesy mechaniczne, czyli zmian prędkości kątowej, najbardziej istotne znaczenie dla pracy układu sterowania ma dobór parametrów regulatora prądu Ri . Dobierając parametry regulatora prądu przyjęto więc założenie, że podczas regulacji

prądu prędkość kątowna układu napędowego jest stała i zewnętrzna pętla sprzężenia prędkościowego może być traktowana jako rozwartą. Schemat obwodu regulacji prądu, z zastosowaniem regulatora proporcjonalno-całującego typu PI, przyjmuje wtedy, w zależności od rozpatrywanej metody hamowania odpowiednio postać przedstawioną na rys. 5.13. W schemacie tym wpływ pulsacji poślizgu wirnika na zmianę wartości modułu wektora prądu stojana jest rozpatrywany jako sygnał zakłócenia.

Dobór nastaw regulatora prądowego Ri może być oparty na opisanych w literaturze przedmiotu kryteriach doboru regulatora proporcjonalno-całującego, na podstawie znajomości transmitancji obiektu regulacji. Z rysunku 5.13 wynika, że transmitancja ta dla układu hamowania odzyskowego wynosi $Fi(s)$, a dla hamowania rezystorowego $Fi(s) \cdot I_{s0}$. Z równań (5.51) i (5.56)–(5.58), opisujących struktury tych transmitancji wynika, że wyrażenia w liczniku i mianowniku tych transmitancji są odpowiednio wielomianami algebraicznymi drugiego i trzeciego stopnia, których



Rys. 5.13. Schemat strukturalny układu sterowania hamowaniem elektrycznym silnika indukcyjnego z falownikiem prądu przyjęty w celu doboru parametrów regulatora prądu Ri dla stanu hamowania: a) odzyskowego, b) rezystorowego



Rys. 5.14. Charakterystyki amplitudowe (a) i charakterystyki fazowe (b) transmitancji $F_i(\omega)$ dla stanu hamowania odzyskowego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu (obliczenia dla danych: $\omega_r/\omega_{rN} = -1$, $1 - \omega_s/\omega_{sN} = 1$, $2 - \omega_s/\omega_{sN} = 0,4$, 3 – charakterystyka dla aproksymacji członem inercyjnym $1/(sL_T + R_T)$)

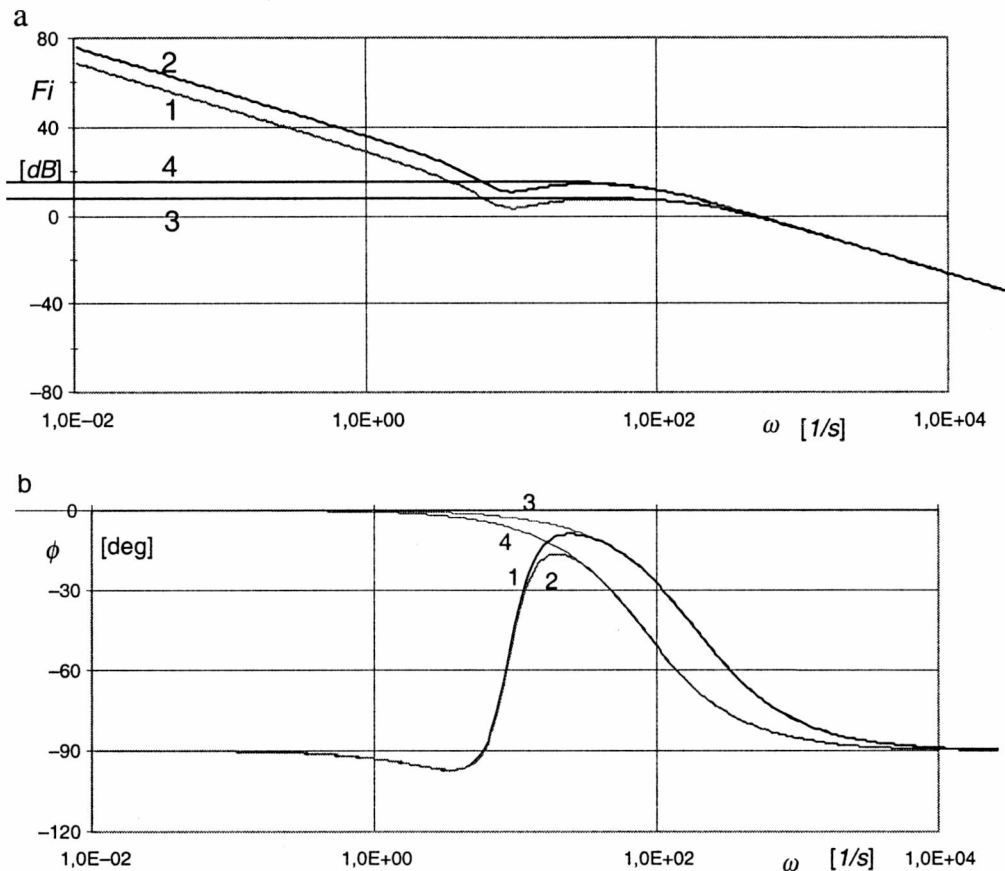
współczynniki są uzależnione od wartości parametrów elektromagnetycznych silnika indukcyjnego oraz parametrów elementów występujących w obwodzie pośredniczącym falownika prądu. Obliczenia nastaw regulatora wykonano dla silnika typu S2 o parametrach podanych w Załączniku 4. Dla danych parametrów tego silnika wyznaczono amplitudowe i fazowe charakterystyki transmitancji $F_i(s)$ dla układu hamowania odzyskowego i rezystorowego. Wybrane przebiegi tych charakterystyk dla stanu hamowania odzyskowego przedstawiono na rys. 5.14, a dla stanu hamowania rezystorowego natomiast na rys. 5.15. Na podstawie przebiegu charakterystyk transmitancji obiektu regulacji stwierdzono, że już od małych wartości pulsacji istnieje możliwość aproksymacji rzeczywistej transmitancji obiektu regulacji przez transmitancję członu inercyjnego pierwszego rzędu, którego transmitancja operatorowa wynosi:

– dla hamowania odzyskowego:

$$Fi(s) = 1/(s L_T + R_T) = (1/R_T)/[s(L_T/R_T) + 1], \quad (5.59a)$$

– dla hamowania rezystorowego:

$$Fi(s) = I_{s0}/(s L_T + R_T) = (I_{s0}/R_T)/[s(L_T/R_T) + 1]. \quad (5.59b)$$



Rys. 5.15. Charakterystyki amplitudowe (a) i charakterystyki fazowe (b) transmitancji $Fi(\omega)$ dla stanu hamowania rezystorowego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu (obliczenia dla danych: $\omega_r/\omega_{rN} = -1$, $1 - \omega_s/\omega_{sN} = 1$, $2 - \omega_s/\omega_{sN} = 0,4$, 3, 4 – aproksymacja członem inercyjnym $1/(sL_T + R_T)$)

Synteza regulatora może być wtedy dokonana na podstawie klasycznej metody, po spełnieniu warunku, aby charakterystyka całkowitej transmitancji układu otwartego $G_0(s)$ regulacji prądu razem z regulatorem PI miała odpowiednio duży zapas fazy $\Delta\phi_f$.

$$G_0(s) = G_{PI}(s) \cdot F_i(s) = k_I [(sT_I + 1)/s] \cdot F_i(s). \quad (5.60)$$

Przyjmując, że warunek $|G_0(j\omega)|=1$ zostanie spełniony dla założonej podczas projektowania wartości pulsacji ω_p i układ ma wtedy żądany zapas fazy $\Delta\phi$, otrzymuje się zależności określające wartości nastaw stałych k_I i T_I dla regulatora prądu typu PI. Stała T_I jest taka sama dla obu rodzajów hamowania, a stała k_I jest zależna od rodzaju stanu hamowania. Wartości tych stałych wynoszą:

$$T_I = (1/\omega_p) \cdot \text{tg}[\Delta\varphi_f + \text{arc tg}(\omega_p L_T / R_T) - \pi/2], \quad (5.61)$$

– stała k_I dla hamowania odzyskowego:

$$k_I = \omega_p \sqrt{[R_T^2 + (\omega_p L_T)^2] / [1 + (\omega_p T_I)^2]}, \quad (5.62a)$$

– stała k_I dla hamowania rezystorowego:

$$k_I = (\omega_p / I_{s0}) \sqrt{[R_T^2 + (\omega_p L_T)^2] / [1 + (\omega_p T_I)^2]}. \quad (5.62b)$$

Dla układu hamowania odzyskowego parametry zastępcze L_T i R_T mają wartości stałe, dlatego wyznaczone nastawy regulatora prądowego będą też miały stałe wartości. Dla układu hamowania rezystorowego natomiast parametr R_T jest funkcją wartości rezystancji hamowania R_{hp0} , która jest funkcją pulsacji synchronicznej ω_s i pulsacji poślizgu ω_r , czyli wielkości elektromagnetycznych falownika prądu i silnika indukcyjnego. Powoduje to, że również nastawy regulatora prądu, zwłaszcza wzmocnienie tego regulatora k_I , powinny się zmieniać wraz ze zmianami tych wielkości. W odniesieniu do układu hamowania rezystorowego, pracującego w zakresie dużych zmian prędkości kątowej wirnika, celowe może być zastosowanie regulatora prądu z zapewnieniem możliwości adaptacji jego nastaw do aktualnych wartości wielkości elektromagnetycznych w układzie sterowania.

6. Analiza układów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia

6.1. Wprowadzenie i klasyfikacja układów hamowania

Układy napędowe z silnikami indukcyjnymi klatkowymi, sterowanymi przez falowniki napięcia, stanowią obecnie największą grupę regulowanych napędów prądu przemiennego, stosowanych w stanach pracy silnikowej i hamowania elektrycznego. W rozdziale tym są rozpatrywane układy hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem na-

pięcia, w których falownik stanowi istotną część topologiczną układu hamowania oraz zapewnia podczas hamowania możliwość sterowania przepływem energii elektrycznej i momentu elektromagnetycznego silnika. Najbardziej ogólne kryterium podziału tych układów hamowania oparto na sposobie wymuszania stanu hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego. Wyróżnić można wtedy następujące metody hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia:

- a) częstotliwościowe,
- b) dynamiczne prądem stałym,
- c) przeciwwłączeniem.

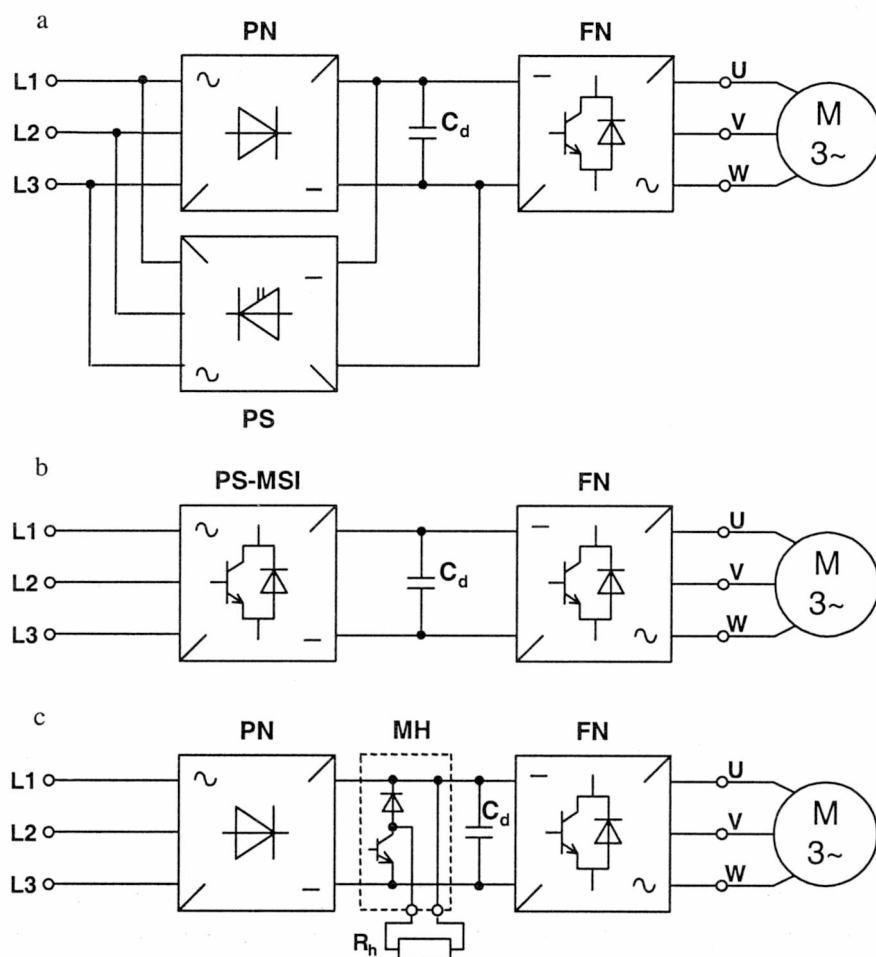
Do układów hamowania częstotliwościowego należą układy, w których falownik napięcia przez sterowanie częstotliwościowe silnika indukcyjnego powoduje wymuszenie stanu pracy generatorowej silnika. W tej metodzie hamowania wykorzystywana jest zdolność maszyny indukcyjnej i falownika napięcia do dwukierunkowego przepływu energii elektrycznej. Podczas hamowania energia mechaniczna po zamianie w silniku na energię elektryczną jest przekazywana do obwodu pośredniczącego falownika i gromadzona w kondensatorze dołączonym do tego obwodu. Gdy wartości tej energii są duże, to z powodu ograniczonej zdolności kondensatora do jej gromadzenia konieczne jest wytracenie tej energii lub przekazanie jej do innych obwodów. W przeciwnym wypadku może wystąpić nadmierny i niebezpieczny dla elementów układu przekształtnikowego i obwodów silnika wzrost napięcia w obwodzie pośredniczącym falownika. W zależności od dalszego sposobu wykorzystania energii elektrycznej przekazywanej do obwodu pośredniczącego falownika, wyróżnia się następujące metody hamowania częstotliwościowego:

- **odzyskowe** – gdy układ hamowania zapewnia zwrot energii elektrycznej hamowania do źródła zasilania lub do innych silników napędowych,
- **rezystorowe** – gdy energia hamowania jest wytracana w postaci strat mocy na rezystorze hamowania i rezystancjach uzwojeń silnika.

W układzie napędowym z silnikiem indukcyjnym i falownikiem napięcia podczas zmiany kierunku przepływu energii elektrycznej występuje zmiana zwrotu składowej stałej prądu w obwodzie pośredniczącym falownika, natomiast zwrot składowej stałej napięcia na zaciskach wejściowych falownika w tym obwodzie pozostaje stale taki sam. Te właściwości falownika napięcia decydują o możliwości wyboru topologii oraz sposobu sterowania układu hamowania. Przykłady wybranych układów hamowania odzyskowego przedstawiono na rys. 6.1a,b, układu hamowania rezystorowego natomiast na rys. 6.1c.

W klasycznych układach hamowania odzyskowego (rys. 6.1a) jest przeważnie stosowany dodatkowy prostownik sterowany *PS* o komutacji sieciowej. Prostownik ten,ysterowany do pracy falownikowej, jest dołączany podczas hamowania przeciwsobnie do głównego prostownika niesterowanego. Obecnie są również rozwijane układy z zastosowaniem tylko jednego prostownika sieciowego. Prostownik ten jest wykonywany jako przekształtnik AC/DC (*PS-MSI*) o komutacji wymuszonej zaworów i sterowanych metodą modulacji *MSI* (rys. 6.1b). Zaletą tego rodzaju przekształtnika

jest jego zdolność do dwukierunkowego przepływu energii elektrycznej i możliwość realizacji stanów pracy silnikowej i hamowania elektrycznego, bez konieczności dokonywania zmian w topologii układu i stosowania dodatkowych układów energoelektronicznych [10, 21, 33].



Rys. 6.1. Wybrane układy hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia:

- a) odzyskowe z zastosowaniem dodatkowego prostownika sterowanego PS,
- b) odzyskowe z przekształtnikiem PS-MSI o dwukierunkowym przepływie energii elektrycznej,
- c) układ hamowania rezystorowego

Metoda hamowania rezystorowego jest stosowana w razie braku możliwości zwrotu energii elektrycznej hamowania do sieci zasilającej lub gdy zastosowanie bardziej złożonych układów hamowania odzyskowego nie jest celowe ze względów eko-

nomicznych. W układzie hamowania rezystorowego (rys. 6.1c) energia hamowania jest wytracana w postaci elektrycznych strat mocy na rezystorze hamowania R_h oraz w rezystancjach uzwojeń silnika. Do sterowania wartości wytracanej mocy hamowania stosowany jest energoelektroniczny moduł hamowania MH . Obwód główny modułu MH zawiera przerywacz okresowy, który jest połączony szeregowo z rezystorem hamowania R_h i jest przeznaczony do impulsowego sterowania wartością mocy hamowania, wytracanej na tym rezystorze. W typowych wykonaniach moduł ten jest albo zintegrowany z obwodami mocy falownika napięcia, albo jest wykonany jako dodatkowy układ zewnętrzny dołączany do falownika.

W wielu przemysłowych wykonaniach falowników napięcia istnieje możliwość realizacji regulowanego hamowania dynamicznego prądem stałym silnika indukcyjnego, z zastosowaniem układu energoelektronicznego i układu sterowania falownika. Zasada tego hamowania jest oparta na wymuszeniu przez sterowanie wybranych zaworów energoelektronicznych falownika przepływu składowej prądu stałego przez uzwojenie stojana silnika indukcyjnego.

Mimo prostej możliwości realizacji technicznej powszechnie znanej metody hamowania przeciwwłączeniem, nie jest ona praktycznie stosowana w układach napędowych z silnikami indukcyjnymi klatkowymi i falownikami napięcia. Jest to spowodowane koniecznością wytracania wielokrotnie większych strat mocy w silniku, w porównaniu do innych metod hamowania.

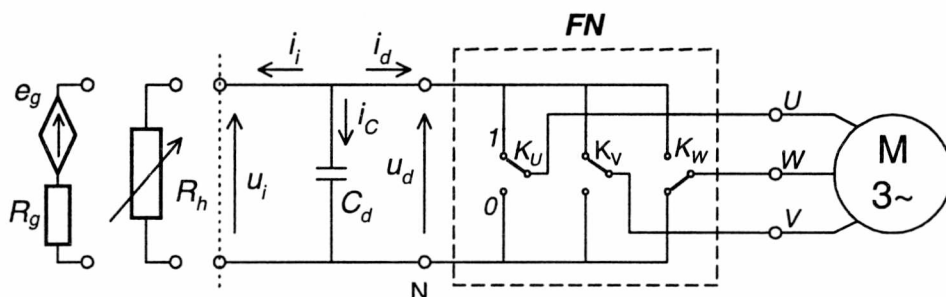
W dalszej części rozdziału przedstawiono zagadnienia dotyczące analizy teoretycznej, modelowania matematycznego oraz badań symulacyjnych wybranych układów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia. Opracowano metody i modele matematyczne przeznaczone do analizy stanów elektromagnetycznych występujących w tych układach hamowania, wyznaczono zależności umożliwiające racjonalny dobór parametrów układu i algorytmu sterowania oraz podano interpretację fizyczną zjawisk elektromagnetycznych występujących podczas stanów hamowania.

6.2. Modele matematyczne układów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia

6.2.1. Założenia upraszczające i równania wyjściowe

Analiza teoretyczna stanów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia wymaga przyjęcia odpowiedniego modelu matematycznego silnika i układu przekształtnikowego. Model układu przekształtnikowego powinien zapewniać możliwość uwzględnienia dodatkowych obwodów lub układów energoelektronicznych dołączanych podczas hamowania.

Ogólny model obwodowy przyjęty do analizy stanów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia przedstawiono na rys. 6.2.



Rys. 6.2. Model obwodowy do analizy stanów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia

W modelu tym falownik napięcia *FN* jest rozpatrywany jako idealny, bezstratny przekształtnik częstotliwości, który dokonuje cyklicznych połączeń poszczególnych uzwojeń fazowych stojana silnika z obwodem pośredniczącym falownika. Rzeczywisty układ energoelektroniczny falownika napięcia zastąpiono równoważnym modelem łącznikowym, złożonym z trzech dwustanowych kluczy K_U , K_V , K_W . Pominięto wpływ komutacji zaworów falownika i założono, że przełączenia tych kluczy następują natychmiastowo. W modelu przyjęto, że do obwodu pośredniczącego falownika jest dołączona albo gałąź ze sterowanym źródłem napięcia o napięciu źródłowym e_g i rezystancji wewnętrznej R_g , albo gałąź z rezystorem R_h o sterowanej wartości rezystancji. Sterowane źródło napięcia e_g umożliwia zamodelowanie wartości chwilowej napięcia wprowadzanego do obwodu pośredniczącego falownika przez przekształtnik sieciowy, a sterowana rezystancja R_h zamodelowanie wartości chwilowej rezystancji hamowania nastawianej przez układ sterowania. Taki model układu ma charakter ogólny i może być stosowany do analizy zarówno stanów hamowania odzyskowego, jak i rezystorowego oraz stanów pracy silnikowej.

Dla przyjętego modelu ogólne równanie uwzględniające wzajemne powiązania wielkości elektromagnetycznych obwodu pośredniczącego falownika ma następującą postać:

$$p u_d + (u_d - e_i) / (R_i C_d) + i_d / C_d = 0, \quad (i = g, h). \quad (6.1)$$

W równaniu (6.1) i w dalszej części tego rozdziału indeksem dolnym i są oznaczane wielkości i parametry elektromagnetyczne, które są zależne od rozpatrywanego stanu pracy układu. W analizie szczegółowej indeks ten jest zastępowany odpowiednio indeksem g dla oznaczenia wielkości i parametrów dotyczących stanu hamowania odzyskowego i pracy silnikowej, a indeksem h dla stanu hamowania rezystorowego. Otrzymuje się wtedy:

– dla pracy silnikowej i hamowania odzyskowego ($i = g$):

$$e_i = e_g = e_g(t) \neq 0, \quad R_i = R_g, \quad (6.2a)$$

– dla hamowania rezystorowego ($i = h$):

$$e_i = e_h = 0, \quad R_i = R_h = R_h(t). \quad (6.2b)$$

Zmienność wartości chwilowych napięcia źródłowego $e_g(t)$ lub rezystancji hamowania $R_h(t)$ może być wyznaczona na podstawie uwzględnienia w analizie modeli układów sterowania tych wielkości lub w analizie uproszczonej przyjęta za znaną.

Model matematyczny opisujący przekształtnikowy układ napędowy, przedstawiony na rys. 6.2 jest złożony z układu równań różniczkowych zwyczajnych i równań algebraicznych, sformułowanych dla obwodów silnika indukcyjnego, układu energoelektronicznego falownika napięcia, obwodu pośredniczącego falownika oraz układów sterowania. Szczegółowa postać równań tego modelu jest uzależniona od sposobu zamodelowania układu topologicznego falownika napięcia i układów sterowania oraz ujęcia powiązań występujących między wielkościami elektromagnetycznymi obwodu pośredniczącego, falownika i silnika indukcyjnego. W dalszej części rozdziału przedstawiono opracowane przez autora modele rozpatrywanego przekształtnikowego układu napędowego, przeznaczone do analizy stanów pracy silnikowej i różnych stanów hamowania elektrycznego. Opisano metody analizy z zastosowaniem funkcji przełączających falownika napięcia lub odpowiedniej orientacji układu współrzędnych względem położenia wektora napięcia stojana silnika.

6.2.2. Analiza z zastosowaniem funkcji przełączających falownika napięcia

Metoda analizy stanów hamowania silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia, z zastosowaniem funkcji przełączających falownika napięcia została oparta na zastosowaniu przedstawionego na rys. 6.2 modelu łącznikowego falownika napięcia. W celu matematycznego opisu chwilowego stanu przewodzenia kluczy w tym modelu wprowadzono funkcje przełączające falownika napięcia [44, 49, 73, 74, 89]. Funkcja przełączająca $S_K(t)$ każdego klucza została zdefiniowana jako stosunek wartości chwilowej napięcia wyjściowego u_{KN} dla danej fazy falownika (określonego względem punktu odniesienia N) do wartości chwilowej napięcia u_d w obwodzie pośredniczącym falownika:

$$S_K = S_K(t) = u_{KN}(t) / u_d(t), \quad (K = U, V, W). \quad (6.3)$$

W zależności od stanu położenia styków kluczy wartości chwilowe funkcji przełączających falownika napięcia są równe odpowiednio (1) lub (0). Z uwzględnienia warunku bezstratności mocy falownika otrzymuje się następujący układ równań algebraicznych, przedstawiający zależności występujące między wielkościami elektromagnetycznymi

w obwodzie pośredniczącym falownika i w obwodach trójfazowego uzwojenia stojana silnika indukcyjnego:

$$u_{UN} = S_U u_d, \quad u_{VN} = S_V u_d, \quad u_{WN} = S_W u_d, \quad (6.4a)$$

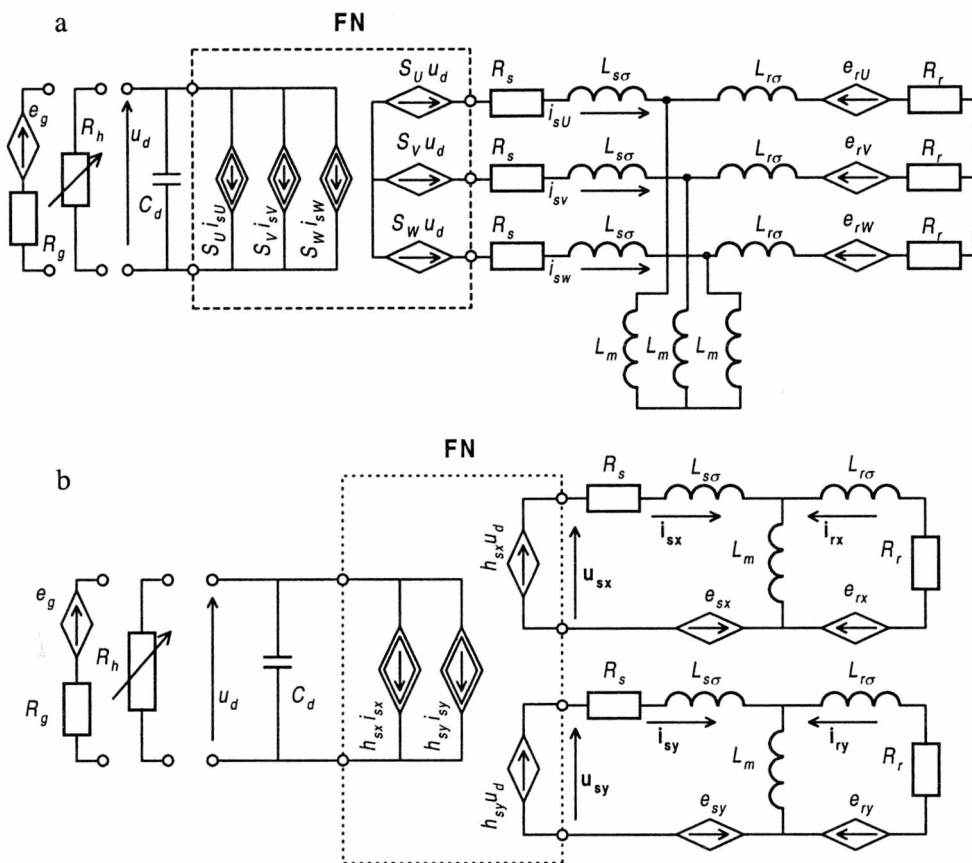
$$i_d = S_U i_{sU} + S_V i_{sV} + S_W i_{sW}. \quad (6.4b)$$

Współczynniki tego układu równań algebraicznych są równe wartościom chwilowym funkcji przełączających. Równania (6.4) można przedstawić w postaci obwodowego makromodelu falownika napięcia, złożonego z wzajemnie z sobą powiązanych sterowanych źródeł napięcia i prądu, reprezentujących działanie modelu łącznikowego falownika napięcia [44, 73, 74, 89]. Wartości chwilowe napięć fazowych stojana silnika indukcyjnego są uzależnione w następujący sposób od wartości funkcji przełączających falownika oraz napięcia w obwodzie pośredniczącym falownika u_d :

$$\begin{bmatrix} u_{sU} \\ u_{sV} \\ u_{sW} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_U \\ S_V \\ S_W \end{bmatrix} u_d = \begin{bmatrix} S_U \\ S_V \\ S_W \end{bmatrix} u_d - \frac{1}{3} (S_U + S_V + S_W) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u_d. \quad (6.5)$$

Na rysunku 6.3a przedstawiono model obwodowy rozpatrywanego przekształtnikowego układu napędowego, przeznaczony do analizy stanów pracy silnikowej i hamowania elektrycznego tego układu. Model ten otrzymano przez odpowiednie połączenie z sobą modeli układów składowych: makromodelu falownika napięcia, modelu silnika indukcyjnego oraz modelu obwodu pośredniczącego falownika napięcia i innych układów dołączanych do tego obwodu. Model ten przedstawia interpretację obwodową równań modeli matematycznych, opisujących poszczególne układy składowe oraz powiązania występujące między wielkościami elektromagnetycznymi w tych układach. W modelu obwodowym na rys. 6.3a uwzględniono model silnika indukcyjnego o liniowym obwodzie magnetycznym, sformułowany w trójosiowym układzie współrzędnych, nieruchomym względem stojana. Wybór takiego układu współrzędnych zapewnia możliwość bezpośredniego ujęcia powiązań wielkości trójfazowych na wyjściu falownika napięcia i wielkości trójfazowych uzwojenia stojana silnika. Najczęściej założenie liniowości obwodów magnetycznych silnika jest wystarczające dla wymaganej dokładności analizy stanów pracy silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia. W analizie stanów pracy związanych z występowaniem dużej zmienności nasycenia obwodu magnetycznego silnika należy przyjąć bardziej ogólny model obwodowy silnika indukcyjnego o nieliniowym obwodzie magnetycznym. Pominięto przedstawienie modeli obwodów układów sterowania, gdyż ich postać jest uzależniona od przyjętego algorytmu sterowania zaworów falownika napięcia oraz od rozpatrywanego stanu pracy układu. Otrzymany model przekształtnikowego układu napędowego jest złożony ze sterowanych źródeł prądu i napięcia oraz elementów biernych. Model ten może być łatwo dostosowany do analizy i badań symulacyjnych stanów hamowania odzyskowego i rezystor-

wego oraz stanów pracy silnikowej, z zastosowaniem komputerowych symulatorów obwodów elektrycznych i energoelektronicznych.



Rys. 6.3. Modele obwodowe do analizy i symulacji układów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia z zastosowaniem:

- funkcji przełączających falownika napięcia i modelu silnika indukcyjnego w trójosiowym układzie współrzędnych (U, V, W),
- przekształconych funkcji przełączających falownika napięcia i modelu silnika indukcyjnego w prostokątnym układzie współrzędnych (x, y)

Na rysunku 6.3b przedstawiono zmodyfikowaną postać modelu obwodowego rozpatrywanego przekształtnikowego układu napędowego z zastosowaniem modelu silnika indukcyjnego, sformułowanego dla zmiennych stanu, wyrażonych w ogólnym, prostokątnym układzie współrzędnych, wirującym względem stojana z dowolną prędkością kątową. W celu prostego powiązania wielkości elektromagnetycznych stojana silnika i falownika napięcia wprowadzono tu przekształcone funkcje przełączające

falownika napięcia, oznaczone jako h_{sx} i h_{sy} . Funkcje h_{sx} , h_{sy} można otrzymać przez transformację wartości chwilowych funkcji przełączających S_U , S_V , S_W . Transformacja ta ma taką samą postać jak transformacja stosowana do przekształcania trójfazowych wielkości elektromagnetycznych stojana silnika do tego układu współrzędnych prostokątnych. Po założeniu symetrii trójfazowej napięć wyjściowych z falownika i przyjęciu transformacji zmiennych stanu do ogólnego prostokątnego układu współrzędnych (x, y) wirującego względem stojana z dowolną prędkością kątową ω_k , z warunku inwariantności mocy falownika napięcia otrzymuje się następujące zależności:

$$u_{sx} = h_{sx} \cdot u_d, \quad u_{sy} = h_{sy} \cdot u_d, \quad i_d = h_{sx} \cdot i_{sx} + h_{sy} \cdot i_{sy}. \quad (6.6)$$

Równania (6.6) przedstawiają powiązania rzeczywistych wielkości elektromagnetycznych obwodu pośredniczącego falownika napięcia i przetransformowanych wielkości elektromagnetycznych uzwojenia stojana silnika indukcyjnego. Równania te zastosowano do opracowania przedstawionego na rys. 6.3b modelu obwodowego układu z modelem falownika napięcia i silnika indukcyjnego, sformułowanych z zastosowaniem przekształconych funkcji przełączających h_{sx} , h_{sy} oraz zmiennych stanu, wyrażonych w prostokątnym układzie współrzędnych (x, y) , [73, 74]. Zaletą tego modelu jest mniejsza liczba obwodów i występujących w nich elementów, a więc mniejsza też złożoność programu symulacyjnego.

6.2.3. Analiza z zastosowaniem orientacji układu współrzędnych przetransformowanych względem wektora napięcia stojana

Metoda analizy została oparta na zastosowaniu odpowiedniej orientacji układu współrzędnych przetransformowanych względem wektora napięcia stojana silnika indukcyjnego, wymuszanego przez układ napięć wyjściowych z falownika napięcia. Rzeczywisty układ energoelektroniczny falownika napięcia zastąpiono modelem łącznikowym o pomijalnym czasie przełączania zaworów. W analizie wielkości elektromagnetyczne są rozpatrywane odpowiednio w dwóch ortogonalnych prostokątnych układach współrzędnych:

- w nieruchomym układzie (α, β) o osi α usytuowanej stale współliniowo, względem osi fazy U stojana silnika indukcyjnego,
- w układzie (x, y) o osi x usytuowanej stale współliniowo, względem wektora napięcia stojana silnika indukcyjnego.

Wektor napięć fazowych stojana $\underline{u}_s$ na płaszczyźnie zespolonej w układzie współrzędnych (α, β) można przedstawić następująco:

$$\underline{u}_s = \sqrt{2/3} \cdot (u_{sU} + \underline{a} \cdot u_{sV} + \underline{a}^2 \cdot u_{sW}) = u_s \cdot \exp(j\delta_k), \quad (6.7)$$

gdzie:

$$u_s = \sqrt{(2/3)} u_d, \quad \delta_k = (k-1) \cdot \pi/3, \quad (k = 1, 2, \dots, 6). \quad (6.8)$$

Wektor $\underline{u}_s$ może przyjmować na płaszczyźnie zespolonej tylko sześć położeń, określonych przez wartość kąta δ_k , a wartość chwilowa modułu wektora u_s jest proporcjonalna do wartości chwilowej napięcia u_d w obwodzie pośredniczącym falownika napięcia.

W dalszej analizie rzeczywisty obwód pośredniczący falownika napięcia zastąpiono przez identyczny topologicznie, równoważny obwód zastępczy o przeliczonych wartościach wielkości i parametrów elektromagnetycznych. Przeliczone wielkości i parametry elektromagnetyczne są dalej oznaczane dodatkowym indeksem dolnym p . Przekształcenie tego obwodu oparto na zachowaniu inwariantności mocy oraz przyjęciu warunku, że wartość chwilowa napięcia w równoważnym obwodzie pośredniczącym u_{dp} jest równa wartości chwilowej modułu wektora napięcia stojana u_s . Warunek ten wyznacza wartość współczynnika przeliczania k_U wielkości i parametrów elektromagnetycznych obwodu pośredniczącego falownika napięcia:

$$k_U = u_s / u_d = u_{dp} / u_d = \sqrt{2/3}. \quad (6.9)$$

Równanie (6.1) dla równoważnego, zastępczego obwodu pośredniczącego falownika napięcia przyjmuje wtedy następującą postać:

$$p u_{dp} + (u_{dp} - e_{ip}) / (R_{ip} C_{dp}) + i_{dp} / C_{dp} = 0, \quad i = g, h \quad (6.10)$$

Przeliczanie wielkości i parametrów elektromagnetycznych obwodu pośredniczącego dokonywane jest według zależności:

$$\begin{aligned} u_{dp} &= k_U \cdot u_d, & i_{dp} &= u_d / k_U, & C_{dp} &= C_d / k_U^2, \\ e_{ip} &= k_U \cdot e_i, & R_{ip} &= k_U^2 \cdot R_i, & (i &= g, h). \end{aligned} \quad (6.11)$$

Po uwzględnieniu przeliczonych wielkości obwodu pośredniczącego falownika składowe wektora napięcia stojana $\underline{u}_s$ w układzie współrzędnych (α, β) wynoszą:

$$u_{s\alpha} = u_s \cdot \cos \delta_k = u_{dp} \cdot \cos \delta_k, \quad u_{s\beta} = u_s \cdot \sin \delta_k = u_{dp} \cdot \sin \delta_k. \quad (6.12)$$

W dalszych rozważaniach wektory wielkości elektromagnetycznych są również rozpatrywane w układzie współrzędnych (x, y) . Przyjęto, że układ (x, y) jest usytuowany w ten sposób, że jego oś x jest zawsze współliniowa z kierunkiem wektora napięcia stojana $\underline{u}_s$. Oznacza to, że układ ten jest przesunięty względem nieruchomego układu współrzędnych (α, β) o wartość kąta δ_k i zmienia skokowo swe położenie w momentach komutacji zaworów falownika. W układzie (x, y) składowa u_{sx} wektora napięcia jest równa wartości chwilowej modułu wektora napięcia stojana, a składowa u_{sy} jest stale równa zeru:

$$u_{sx} = u_s = u_{dp}, \quad u_{sy} = 0. \quad (6.13)$$

Z warunku bezstratności falownika napięcia otrzymuje się, że:

$$i_{dp} = i_{s\alpha} \cos \delta_k + i_{s\beta} \sin \delta_k = i_{sx}. \quad (6.14)$$

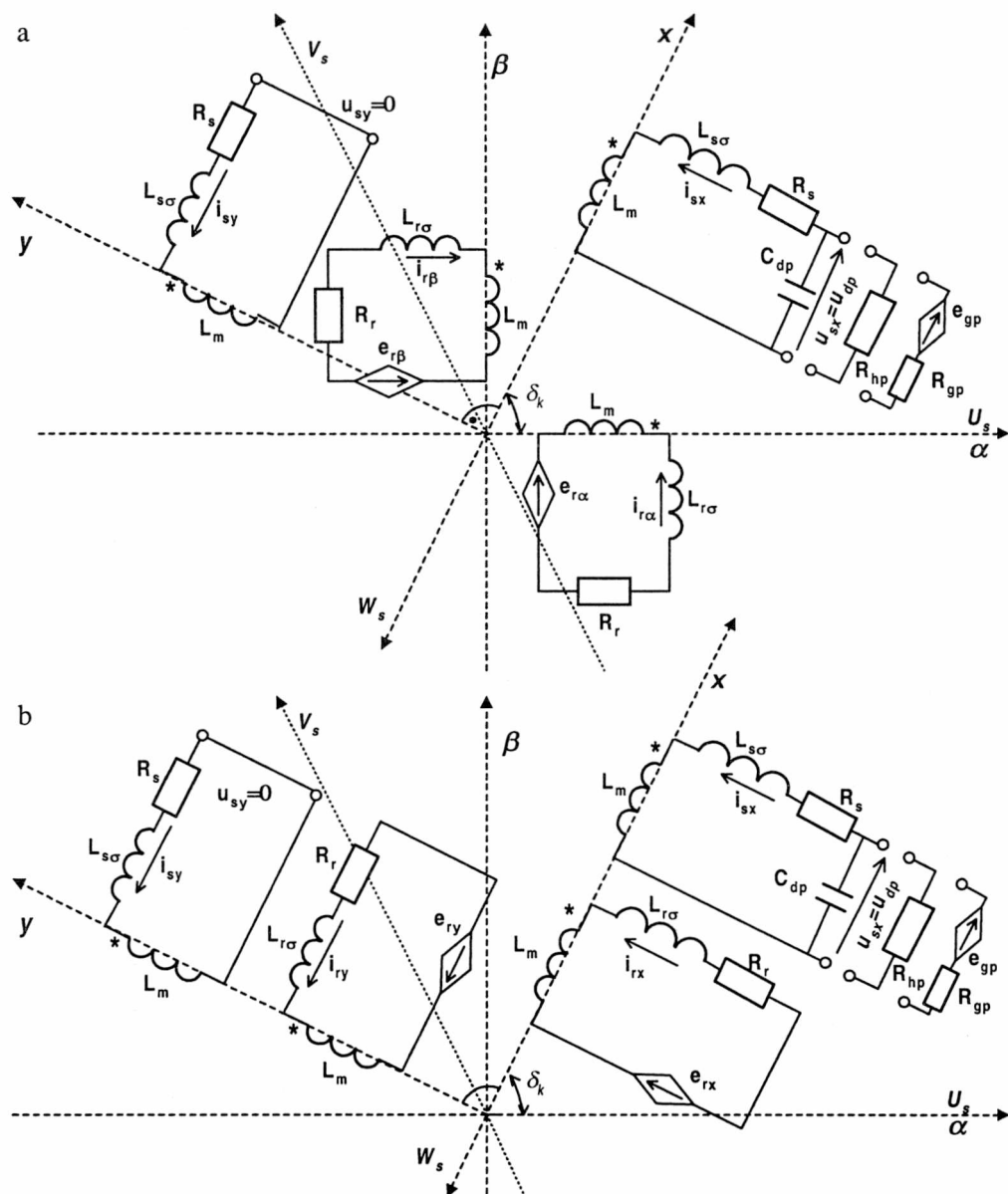
Równanie (6.14) przedstawia powiązanie prądu i_{dp} w równoważnym obwodzie pośredniczącym falownika napięcia ze składowymi wektora prądu stojana wyrażonymi w układach współrzędnych (α, β) i (x, y) . Z równania tego wynika, że w przyjętym prostokątnym układzie współrzędnych (x, y) prąd i_{dp} jest bezpośrednio równy składowej i_{sx} wektora prądu stojana.

Przyjmując za zmienne stanu: wektor prądu stojana $\underline{i}_s$ oraz wektor strumienia sprzężonego wirnika $\underline{\psi}_r$ rozpatrywane w układzie współrzędnych (α, β) , otrzymuje się następujące równania stanu maszyny indukcyjnej:

$$p \begin{bmatrix} \underline{i}_s \\ \underline{\psi}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(R_s + k_r^2 R_r) / \sigma L_s & -(1/T_r + j\omega_e) k_r / \sigma L_s \\ k_r R_r & -1/T_r + j\omega_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{i}_s \\ \underline{\psi}_r \end{bmatrix} + (1/\sigma L_s) \begin{bmatrix} \underline{u}_s \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6.15)$$

Równania wektorowe (6.15) przekształcono do postaci, w której wektor napięcia i prądu stojana są wyrażone przez składowe w układzie (x, y) . Uwzględnienie zależności (6.13)–(6.14) umożliwia dołączenie równania (6.10), dla obwodu pośredniczącego falownika, do pierwszego równania wektorowego dla składowej x . Po przedstawieniu wszystkich wektorów przez ich składowe otrzymuje się następujący układ równań stanu:

$$p \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \\ u_{dp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_z/L_z & 0 & w_\alpha/L_z & w_\beta/L_z & 1/L_z \\ 0 & -R_z/L_z & -w_\beta/L_z & w_\alpha/L_z & 0 \\ w_c & -w_s & -1/T_r & -\omega_e & 0 \\ w_s & w_c & \omega_e & -1/T_r & 0 \\ -1/C_{dp} & 0 & 0 & 0 & -1/(R_{ip} C_{dp}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \\ u_{dp} \end{bmatrix} + \frac{1}{R_{ip} C_{dp}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ e_{ip} \end{bmatrix}. \quad (6.16)$$



Rys. 6.4. Modele obwodowe do analizy układów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia, z zastosowaniem orientacji prostokątnego układu współrzędnych (x, y) względem wektora napięcia stojana ze zmianą usytuowania:

a) tylko obwodów stojana silnika, b) obwodów stojana i wirnika silnika

Wartości współczynników występujących w macierzy stanu układu równań (6.16) wynoszą:

$$\begin{aligned} L_z &= \sigma L_s, & R_z &= R_s + k_r^2 R_r, \\ w_c &= k_r R_r \cdot \cos \delta_k, & w_s &= k_r R_r \cdot \sin \delta_k, \\ w_\alpha &= k_r (1/T_r \cdot \cos \delta_k - \omega_e \cdot \sin \delta_k), & w_\beta &= k_r (1/T_r \cdot \sin \delta_k + \omega_e \cdot \cos \delta_k). \end{aligned} \quad (6.17)$$

Moment elektromagnetyczny silnika indukcyjnego, określony przez przyjęte zmienne stanu, opisuje równanie:

$$M_e = p_b k_r [\psi_{r\alpha} (i_{sx} \sin \delta_k + i_{sy} \cos \delta_k) - \psi_{r\beta} (i_{sx} \cos \delta_k - i_{sy} \sin \delta_k)]. \quad (6.18)$$

Zmienne stanu występujące w równaniach (6.16) i równaniu określającym moment elektromagnetyczny (6.18) są wyrażone odpowiednio w dwóch różnych układach współrzędnych (α, β) i (x, y) . Interpretację obwodową równań stanu (6.16) rozpatrywanego przekształtnikowego układu napędowego przedstawiono na rys. 6.4a w postaci modelu obwodowego. W modelu tym obwody zastępcze uzwojenia wirnika silnika indukcyjnego są stale usytuowane w osiach nieruchomego układu współrzędnych (α, β) , a obwody zastępcze uzwojenia stojana w osiach układu współrzędnych (x, y) , o skokowo zmiennym położeniu. Taki wybór układów współrzędnych zapewnia uzyskanie odpowiednio równości napięć u_{dp} i u_{sx} oraz prądów i_{dp} i i_{sx} . W modelu obwodowym warunki te umożliwiają wprowadzenie umyślnego połączenia galwanicznego, bezpośrednio między zastępczym obwodem pośredniczącym falownika napięcia i obwodem zastępczym uzwojenia stojana dla składowej x . Obwód natomiast zastępczy stojana dla składowej y jest rozpatrywany jako obwód zwarty, gdyż zachodzi zawsze warunek $u_{sy} = 0$.

Równania stanu (6.16) obowiązują tylko w przedziałach międzykomutacyjnych, w których wektor napięcia stojana utrzymuje na płaszczyźnie zespolonej stałe położenie. W momentach komutacji zaworów falownika napięcia następują skokowe zmiany wartości kąta δ_k , czyli położenia zastępczych obwodów stojana względem nieruchomych zastępczych obwodów wirnika. Zmiany te wprowadzają skokowe zmiany wartości współczynników sprzężenia magnetycznego, występujących między zastępczymi obwodami uzwojenia stojana i wirnika. W analizie na podstawie tego modelu należy po każdej komutacji zaworów falownika dokonywać przeliczania wartości tych współczynników macierzy stanu układu równań (6.16), które zgodnie z równaniami (6.17) są zależne od kąta δ_k . Ponadto po każdej skokowej zmianie położenia obwodów zastępczych stojana konieczne jest również przeliczenie wartości elektromagnetycznych zmiennych stanu. Podczas przeliczania zmiennych stanu, z wartości w chwili t_{p-0} przed przełączeniem do wartości w chwili t_{p+0} po przełączeniu, obowiązują następujące zależności, wynikające z zachowania ciągłości wartości zmiennych stanu:

$$\psi_{r\alpha}(t_{p+0}) = \psi_{r\alpha}(t_{p-0}), \quad \psi_{r\beta}(t_{p+0}) = \psi_{r\beta}(t_{p-0}), \quad u_{dp}(t_{p+0}) = u_{dp}(t_{p-0}),$$

$$\begin{bmatrix} i_{sx}(t_{p+0}) \\ i_{sy}(t_{p+0}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\pi/3) & \sin(\pi/3) \\ -\sin(\pi/3) & \cos(\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx}(t_{p-0}) \\ i_{sy}(t_{p-0}) \end{bmatrix}. \quad (6.19)$$

Wyeliminowanie występujących w równaniach (6.16) zależności współczynników macierzy stanu od kąta δ_k można otrzymać wtedy, gdy wszystkie wektorowe zmienne stanu w tych równaniach zostaną wyrażone przez składowe w układzie współrzędnych (x, y) , zorientowanym względem wektora napięcia stojana $\underline{u}_s$. Po przekształceniach otrzymuje się następujące macierzowe równanie stanu:

$$p \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ \psi_{rx} \\ \psi_{ry} \\ u_{dp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_z/L_z & 0 & k_r/(T_r L_z) & k_r \omega_e/L_z & 1/L_z \\ 0 & -R_z/L_z & -k_r \omega_e/L_z & k_r/(T_r L_z) & 0 \\ k_r R_r & 0 & -1/T_r & -\omega_e & 0 \\ 0 & k_r R_r & \omega_e & -1/T_r & 0 \\ -1/C_{dp} & 0 & 0 & 0 & -1/(R_{ip} C_{dp}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ \psi_{rx} \\ \psi_{ry} \\ u_{dp} \end{bmatrix} +$$

$$+ \frac{1}{R_{ip} C_{dp}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ e_{ip} \end{bmatrix}. \quad (6.20)$$

Moment elektromagnetyczny silnika indukcyjnego dla zmiennych stanu w tym układzie współrzędnych wynosi:

$$M_e = p_b k_r (\psi_{ry} i_{sx} - \psi_{rx} i_{sy}). \quad (6.21)$$

Interpretację obwodową równań stanu (6.20) przedstawiono na rys.6.4b. W tym modelu po każdej cyklicznej zmianie kąta położenia wektora napięcia stojana $\underline{u}_s$ następuje skokowa zmiana położenia wszystkich obwodów zastępczych uzwojenia stojana i wirnika, co eliminuje zmienność współczynników sprzężenia magnetycznego między tymi obwodami. Równania stanu (6.20) obowiązują tylko w przedziałach międzykomutacyjnych, w których wektor napięcia stojana utrzymuje na płaszczyźnie zespolonej stałe położenie. Po każdej komutacji zaworów falownika występującej w chwili przełączenia $t = t_p$ należy dokonać przeliczenia wartości elektromagnetycznych zmiennych stanu z poprzedniego położenia układu współrzędnych do nowego położenia tego układu współrzędnych według następujących zależności:

$$i_{sx}(t_{p+0}) = i_{sx}(t_{p-0}), \quad i_{sy}(t_{p+0}) = i_{sy}(t_{p-0}), \quad u_{dp}(t_{p+0}) = u_{dp}(t_{p-0}),$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{rx}(t_{p+0}) \\ \psi_{ry}(t_{p+0}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\pi/3) & \sin(\pi/3) \\ -\sin(\pi/3) & \cos(\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rx}(t_{p-0}) \\ \psi_{ry}(t_{p-0}) \end{bmatrix}. \quad (6.22)$$

Równania stanu (6.16) lub (6.20) mogą być stosowane do analizy i obliczeń stanów elektromagnetycznych, występujących podczas hamowania odzyskowego i rezystorowego. Układ równań różniczkowych stanu, dla stanów hamowania odzyskowego, jest układem niejednorodnym, a dla analizy stanów hamowania rezystorowego jest układem jednorodnym równań. Ze względu na duży rozmiar macierzy stanu rozwiązywanie tych równań stanów metodami analitycznymi jest niecelowe, gdyż prowadzi do otrzymania złożonych zależności. Najkorzystniejszą metodą jest rozwiązywanie tych równań z zastosowaniem odpowiednich procedur numerycznych.

6.3. Analiza stanów statycznych hamowania

6.3.1. Równania dla stanów statycznych hamowania

Analiza stanów statycznych hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia ma na celu określenie wpływu podstawowych wielkości i parametrów elektromagnetycznych układu na przebieg statycznych charakterystyk hamowania oraz sformułowanie zależności umożliwiających wstępny dobór parametrów układu hamowania. Równania obowiązujące dla tych stanów wyznaczono na podstawie analizy z zastosowaniem funkcji przełączających falownika napięcia podanej w rozdz. 6.2.2.

W analizie stanów statycznych hamowania założono symetrię napięć wyjściowych z falownika napięcia, ustalone wartości wielkości elektromagnetycznych oraz stałą wartość prędkości kątowej wirnika. Dla uproszczenia złożoności analizy przyjęto, że napięcia wyjściowe z falownika nie są modulowane, a napięcia międzyfazowe mają postać przebiegów prostokątnych o pulsacji ω_s i amplitudzie U_d . Dla założonego kształtu napięć wyjściowych funkcje przełączające falownika są funkcjami okresowymi, które można przedstawić w postaci rozkładu na szereg Fouriera. Wyrażenie określające funkcję przełączającą w fazie U falownika można wtedy zapisać następująco:

$$S_U(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos[(2k-1)(\pi/6)]}{2k-1} \cdot \cos[(2k-1)\omega_s t], \quad (6.23)$$

gdzie:

$$k = 2n + 1, \quad 2k - 1 \neq 3n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Wyrażenia opisujące funkcje przełączające dla faz V i W falownika można otrzymać z (6.23) po uwzględnieniu warunków symetrii trójfazowej. Do dalszej analizy wybrano prostokątny układ współrzędnych (x, y) , wirujący względem stojana silnika z prędkością kątową ω_s , równą pulsacji napięć wyjściowych z falownika. Przyjęto, że oś x tego prostokątnego układu współrzędnych jest usytuowana stale współliniowo z kierunkiem wektora napięcia stojana $\underline{u}_{s1}$. Wektor napięcia $\underline{u}_{s1}$ jest wyznaczony tylko przez składowe podstawowe napięcie fazowych falownika. Po transformacji funkcji przełączających wszystkich faz falownika do układu współrzędnych (x, y) otrzymuje się następujące zależności określające przekształcone funkcje przełączające h_{sx} , h_{sy} :

$$h_{sx}(t) = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(6k-1) - (6k+1)}{(6k-1) \cdot (6k+1)} (-1)^{k+1} \cdot \cos(6k\omega_s t) \right], \quad (6.24a)$$

$$h_{sy}(t) = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \left[0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(6k-1) + (6k+1)}{(6k-1) \cdot (6k+1)} (-1)^{k+1} \cdot \sin(6k\omega_s t) \right]. \quad (6.24b)$$

W dalszej analizie w wyrażeniach (6.24) pominięto wszystkie składniki okresowe z powodu małych wartości amplitud tych składników. Oznacza to ograniczenie analizy stanów statycznych tylko do uwzględnienia składowych podstawowych napięć wyjściowych z falownika o pulsacji ω_s . Funkcje przełączające h_{sx} i h_{sy} są wtedy funkcjami o stałych wartościach, które wynoszą odpowiednio:

$$h_{sx} = \sqrt{6}/\pi, \quad h_{sy} = 0. \quad (6.25)$$

Po przekształceniach równań ogólnych, sformułowanych na podstawie modelu obwodowego układu z rys. 6.3b otrzymuje się następujący układ równań różniczkowych stanu:

$$\begin{bmatrix} -(R_{ip} C_{dp}) \cdot p u_{dp} + e_{ip} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + R_{ip} & -\omega_s L_s & 0 & -\omega_s L_m \\ \omega_s L_s & R_s & \omega_s L_m & 0 \\ 0 & -\omega_r L_m & R_r & -\omega_r L_r \\ \omega_r L_m & 0 & \omega_r L_r & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \cdot p \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix}. \quad (6.26)$$

W równaniach stanu (6.26) dolnym indeksem p oznaczono wielkości i parametry elektromagnetyczne, równoważnego obwodu pośredniczącego falownika napięcia,

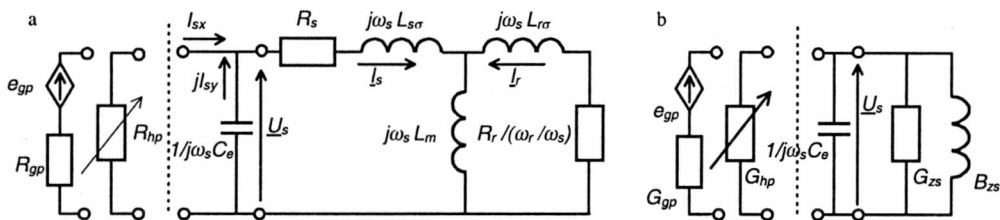
o parametrach przeliczonych na podstawie zależności (6.11). Wartość współczynnika przeliczenia k_U jest w tym przypadku wyznaczana z warunku inwariantności mocy elektrycznej rzeczywistego i przeliczonego obwodu pośredniczącego falownika, z pominięciem składowych mocy od wyższych harmonicznych napięć wyjściowych z falownika i wynosi:

$$k_U = U_s / U_d = U_{dp} / U_d = \sqrt{6} / \pi. \quad (6.27)$$

W stanach statycznych wielkości elektromagnetyczne w rozpatrywanym synchronicznym układzie współrzędnych (x, y) są wielkościami ustalonymi o stałych wartościach, równych wartościom modułów wektorów tych wielkości. Równania (6.26) można przekształcić wtedy do następującego układu równań algebraicznych:

$$\begin{bmatrix} E_{ip} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + R_{ip} & -\omega_s L_s & 0 & -\omega_s L_m \\ \omega_s L_s & R_s & \omega_s L_m & 0 \\ 0 & -\omega_r L_m & R_r & -\omega_r L_r \\ \omega_r L_m & 0 & \omega_r L_r & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sx} \\ I_{sy} \\ I_{rx} \\ I_{ry} \end{bmatrix} = [Z][I]. \quad (6.28)$$

Interpretację obwodową algebraicznego układu równań napięciowych (6.28) dla stanów statycznych hamowania przedstawiono w postaci schematu zastępczego na rys. 6.5a. W schemacie tym wprowadzono umyślną pojemność C_e , której nie należy identyfikować jako pojemności kondensatora C_d w obwodzie pośredniczącym falownika napięcia. Dla przyjętej orientacji układu współrzędnych prostokątnych (x, y) o osi x , współliniowej z kierunkiem wirującego wektora składowej podstawowej napięcia stojana $\underline{U}_s$, prąd płynący przez element C_e stanowi składową bierną I_{sy} wektora prądu stojana $\underline{I}_s$, a prąd płynący przez sterowaną rezystancję hamowania lub sterowane źródło napięcia jest składową czynną I_{sx} wektora prądu stojana $\underline{I}_s$. W interpretacji fizycznej element pojemnościowy C_e reprezentuje zachowanie bilansu wymiany mocy biernej między silnikiem indukcyjnym a falownikiem napięcia podczas pracy ustalonej przekształtnikowego układu napędowego.



Rys. 6.5. Schematy zastępcze dla stanów statycznych hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia: a) ogólny, b) przekształcony do zastępczego obwodu rezonansowego

Na podstawie układu równań (6.28) można wyznaczyć statyczną wartość napięcia źródłowego, które powinno być wprowadzone do obwodu pośredniczącego falownika podczas hamowania odzyskowego lub statyczną wartość rezystancji hamowania, która powinna być dołączona do obwodu pośredniczącego falownika podczas hamowania rezystorowego.

6.3.2. Analiza warunków równowagi statycznej

Warunek równowagi statycznej dla stanu ustalonego hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia, zdefiniowano jako warunek istnienia niezerowych i rzeczywistych pod względem fizycznym rozwiązań równań napięciowych (6.28) dla stanów statycznych hamowania. Najbardziej celowe jest wyznaczenie warunków koniecznych dla możliwości zapewnienia stanu ustalonego hamowania rezystorowego, gdyż dla tego stanu układ równań napięciowych (6.28) jest układem jednorodnym. Warunkiem równowagi statycznej jest wtedy równość zera wyznacznika macierzy impedancji $[Z]$ tego układu równań. Warunek ten można przedstawić w następującej równoważnej postaci:

$$\det[Z]=0 \quad \text{lub} \quad G_{hp} + G_{zs} = 0, \quad (6.29)$$

w której:

$$G_{hp} = 1/R_{hp}, \quad (6.30)$$

$$G_{zs} = \operatorname{Re}(Y_{zs}) = (1/R_s) \frac{(1 - \sigma \omega_s \omega_r T_s T_r) + \omega_r T_r (\omega_s T_s + \omega_r T_r)}{(1 - \sigma \omega_s \omega_r T_s T_r)^2 + (\omega_s T_s + \omega_r T_r)^2}. \quad (6.31)$$

$T_s = L_s/R_s$ – stała czasu obwodu stojana; G_{zs} – przewodność zastępcza silnika indukcyjnego, równa części rzeczywistej zespolonej admitancji zastępczej silnika indukcyjnego $\underline{Y}_{zs}$:

$$\underline{Y}_{zs} = 1/\underline{Z}_{zs} = G_{zs} + jB_{zs}. \quad (6.32)$$

Z równań (6.29) i (6.31) otrzymuje się następującą zależność określającą wartość statycznej przewodności rezystora hamowania G_{hp} :

$$G_{hp} = -(1/R_s) \frac{(1 - \sigma \omega_s \omega_r T_s T_r) + \omega_r T_r (\omega_s T_s + \omega_r T_r)}{(1 - \sigma \omega_s \omega_r T_s T_r)^2 + (\omega_s T_s + \omega_r T_r)^2}. \quad (6.33)$$

Dla zapewnienia warunku (6.29) jest konieczne, aby w stanie statycznym hamowania rezystorowego suma algebraiczna przewodności rezystancji hamowania G_{hp} i zastępczej przewodności silnika indukcyjnego G_{zs} była równa zero. Ponieważ fi-

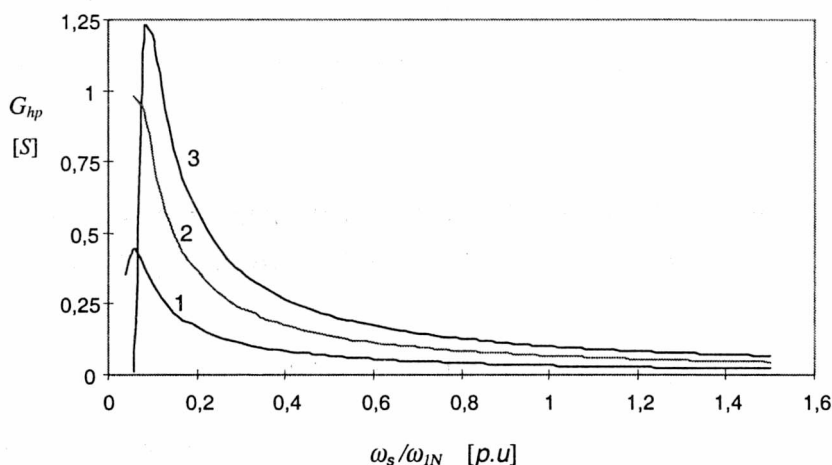
zyczne wartości przewodności są zawsze dodatnie, więc równość zera sumy przewodności uzyskuje się tylko wtedy, gdy wartość zastępcza przewodności silnika G_{zs} jest ujemna. Zakres występowania ujemnych wartości przewodności G_{zs} wyznacza zatem zakres możliwej pracy układu hamowania rezystorowego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia w stanach statycznych. Z równania (6.33) wynika, że wartość przewodności hamowania G_{hp} jest funkcją pulsacji napięcia wyjściowego falownika ω_s , pulsacji poślizgu wirnika ω_r oraz parametrów elektromagnetycznych silnika indukcyjnego. Na podstawie szczegółowej analizy wyrażenia (6.33) można stwierdzić, że realizowane technicznie wartości dodatnie statycznej przewodności $G_{hp} > 0$ otrzymuje się wtedy, gdy wartości pulsacji poślizgu wirnika są zawarte w przedziale wartości granicznych $\omega_{rg2} \leq \omega_r \leq \omega_{rg1}$ i są ujemne, oraz gdy pulsacja napięcia wyjściowego z falownika ω_s spełnia warunek $\omega_s \geq \omega_{s \min}$, gdzie:

$$\omega_{rg1} = -0,5(1-\sigma)\omega_s(T_s/T_r)(1-c) \approx -1/[(1-\sigma)\omega_s T_s T_r] \approx 0, \quad (6.34a)$$

$$\omega_{rg2} = -0,5(1-\sigma)\omega_s(T_s/T_r)(1+c) \approx -(1-\sigma)\omega_s(T_s/T_r) \approx -\omega_s, \quad (6.34b)$$

$$\omega_{s \min} = -[1 + (\omega_r T_r)^2] / [(1-\sigma)\omega_r T_r T_s] \approx -\omega_r, \quad (6.34c)$$

$$c = \sqrt{1 - [2/(1-\sigma)\omega_s T_s]^2}. \quad (6.35)$$



Rys. 6.6. Zależność statycznej przewodności rezystora hamowania $G_{hp} = 1/R_{hp} = f(\omega_s, \omega_r)$ w funkcji pulsacji synchronicznej napięcia wyjściowego z falownika napięcia i pulsacji poślizgu wirnika:
 1 - $\omega_r/\omega_N = -0,5$, 2 - $\omega_r/\omega_N = -1,0$, 3 - $\omega_r/\omega_N = -1,5$

Wyznaczone na podstawie równania (6.33) charakterystyki przedstawiające zależność statycznej przewodności rezystora hamowania G_{hp} w funkcji pulsacji synchronicznej

nej ω_s dla różnych ujemnych wartości pulsacji poślizgu wirnika ω_r przedstawiono na rys. 6.6. Z przebiegów tych wynika, że uzyskanie stanu hamowania rezystorowego przy zadanej pulsacji napięcia wyjściowego z falownika i zmniejszaniu wartości bezwzględnej pulsacji poślizgu wirnika wymaga zmniejszenia przez układ sterowania statycznej przewodności rezystora hamowania czyli zwiększenia wartości rezystancji rezystora hamowania. Najmniejsze wartości rezystancji hamowania występują przy częstotliwości wyjściowej falownika odpowiadającej pulsacji ω_{sm} . Wartość pulsacji ω_{sm} może być wyznaczona na podstawie obliczenia ekstremum funkcji (6.33). Analityczne wyrażenie określające zależność ω_{sm} ma złożoną postać; po wprowadzeniu pewnych uproszczeń można przyjąć, że w przybliżeniu zachodzi warunek $\omega_{sm} \approx |2\omega_m|$.

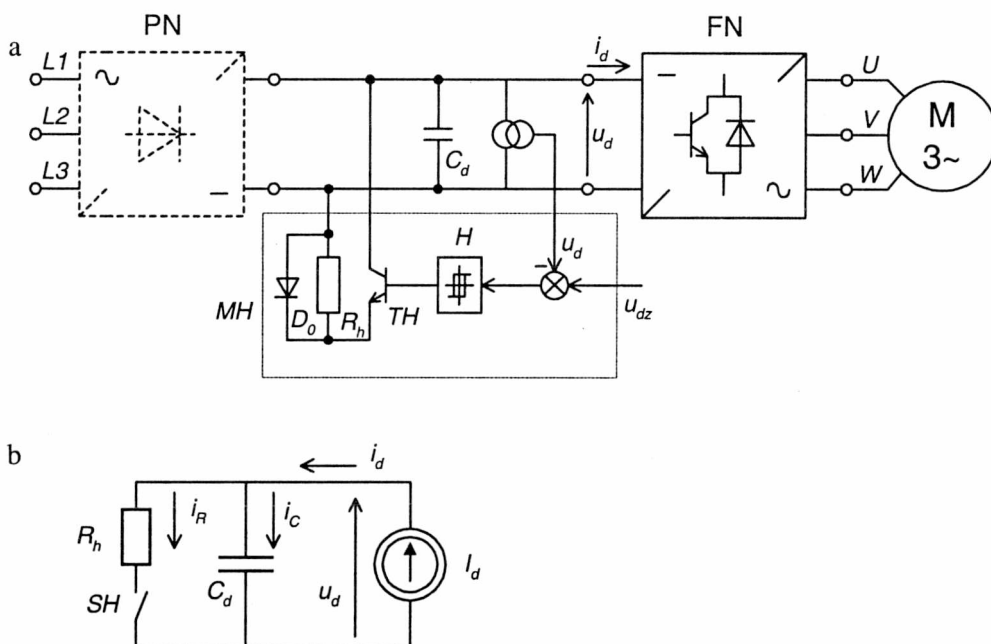
Przedstawione rozważania umożliwiają również interpretację fizyczną zjawiska występowania nietłumionych przebiegów elektromagnetycznych podczas pracy ustalonej w autonomicznym układzie hamowania rezystorowego. Schemat zastępczy układu, podany na rys. 6.5a można przekształcić do postaci admitancyjnej, jak na rys. 6.5b. Po uwzględnieniu warunku (6.29) schemat ten może być sprowadzony do bezstratnego równoległego układu rezonansowego, który ilustruje możliwość generowania w układzie hamowania rezystorowego nietłumionych przebiegów elektromagnetycznych. Warunki pracy tego zastępczego układu rezonansowego są odmienne od występujących w rzeczywistym, równoległym obwodzie rezonansowym. W rzeczywistym obwodzie rezonansowym pulsacja wielkości elektromagnetycznych jest wyznaczona tylko przez wartości parametrów elektromagnetycznych obwodu, a w obwodzie zastępczym dla układu hamowania pulsacja wielkości elektromagnetycznych jest wymuszana przez układ sterowania zaworów falownika napięcia i jest równa pulsacji napięć wyjściowych z falownika.

6.4. Analiza układu hamowania rezystorowego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia

6.4.1. Wprowadzenie

Do analizy przyjęto układ hamowania rezystorowego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia i z impulsowym sterowaniem rezystancji hamowania włączonej do obwodu pośredniczącego falownika. Rozpatrywany układ hamowania z zastosowaniem energoelektronicznego modułu hamowania MH przedstawiono na rys. 6.7a. Obwód główny modułu MH stanowi przerywacz okresowy, wykonany jako tranzystorowy lub tyrystorowy łącznik energoelektroniczny TH , połączony szeregowo z rezystorem hamowania R_h . Dioda zerowa D_0 zapobiega ewentualnym przepięciom, które mogą powstawać podczas przerywania przez łącznik TH indukcyjności rezystora hamowania. Zadaniem

modułu *MH* jest impulsowe sterowanie wartości rezystancji hamowania R_h w obwodzie pośredniczącym falownika napięcia. W analizie rozpatrzono zasadę sterowania z zastosowaniem algorytmu opartego na regulacji histerezy wartości chwilowej napięcia $u_d(t)$ w obwodzie pośredniczącym falownika napięcia. Energia hamowania przekazywana do obwodu pośredniczącego powoduje wzrost napięcia u_d na zaciskach kondensatora C_d . Jeśli napięcie chwilowe u_d przekroczy przyjętą w układzie sterowania wartość zadaną U_{dz} , to regulator histerezy napięcia przezysterowanie łącznika *TH* dokonuje załączenia do obwodu rezystora hamowania R_h . Kondensator rozładowuje się przez rezystor hamowania aż do momentu zmniejszenia się napięcia u_d poniżej wartości zadanej o wartość strefy histerezy. Przewodzenie łącznika *TH* w module *MH* jest wtedy przerywane i rezystor hamowania zostaje odłączony od obwodu pośredniczącego falownika napięcia.



Rys. 6.7. Schemat układu hamowania rezystorowego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia:
a) ideowy, b) uproszczony model obliczeniowy układu

6.4.2. Analiza pracy układu hamowania rezystorowego

Do racjonalnego doboru wielkości nastawianych w układzie sterowania i parametrów modułu hamowania jest konieczna znajomość zależności określających wpływ tych wielkości na wartość mocy wytracanej w module hamowania, wartość wytwarzanego

momentu hamowania oraz częstotliwość łążeń przerywacza okresowego. W celu uzyskania użytecznych zależności analitycznych rzeczywisty układ hamowania zastąpiono obwodowym modelem obliczeniowym, który przedstawiono na rys. 6.7b. W modelu tym działanie rzeczywistego prądu i_d w obwodzie pośredniczącym falownika zastąpiono działaniem równoważnego prądu o wartości średniej I_d , reprezentowanego przez źródło prądu. Przerywacz okresowy w obwodzie rezystancji hamowania jest rozpatrywany jako idealny klucz SH , połączony szeregowo z rezystorem hamowania R_h . Klucz SH jest załączany przez sygnał z regulatora histerezy napięcia u_d na pojemności C_d w obwodzie pośredniczącym falownika. Wartości chwilowe napięcia u_d są utrzymywane przez regulator napięcia między wartością maksymalną $U_{d \max}$ i wartością minimalną $U_{d \min}$, a różnica tych napięć jest równa szerokości strefy histerezy napięciowej ΔU_H :

$$U_{d \min} \leq u_d(t) \leq U_{d \max}, \quad \Delta U_H = U_{d \max} - U_{d \min}. \quad (6.36)$$

Po uwzględnieniu warunku, że wartość strefy histerezy ΔU_H nie jest duża w analizie energetycznej tego układu można przyjąć, że wartość średnia napięcia chwilowego u_d jest w przybliżeniu równa wartości zadanej napięcia U_{dz} :

$$u_d(t) \approx U_{dz} = \text{const}. \quad (6.37)$$

Jeśli się pominie straty mocy w silniku indukcyjnym i w falowniku napięcia, to wartości bezwzględne mocy elektromagnetycznej silnika i mocy elektrycznej hamowania P_h przekazywanej przez falownik do obwodu pośredniczącego są sobie równe:

$$P_h = u_d \cdot i_d = M_{eh} \cdot \omega_s \approx U_{dz} \cdot I_d. \quad (6.38)$$

Równanie (6.38) określa wartość średnią prądu I_d w obwodzie pośredniczącym falownika napięcia, odpowiadającą danej wartości mocy hamowania P_h i napięcia zadanej U_{dz} , która wynosi:

$$I_d = P_h / U_{dz} = (M_{eh} \omega_s) / U_{dz}. \quad (6.39)$$

Przedstawiony uproszczony model układu hamowania zastosowano do wstępnej analizy i sformułowania zależności analitycznych opisujących przebiegi chwilowe wielkości elektromagnetycznych w stanach quasi-ustalonych hamowania rezystorowego. Dla przyjętych uproszczeń rozpatrywane wielkości elektromagnetyczne mają przebieg okresowy, wyznaczony przez okres impulsowania T_p przerywacza w module hamowania. Okres T_p jest złożony z przedziału przewodzenia T_z i przedziału wyłączenia T_w przerywacza okresowego (łącznika TH). Równania napięciowe określające przebiegi chwilowe napięcia u_d w poszczególnych przedziałach pracy łącznika TH mają następującą postać:

– dla przedziału przewodzenia łącznika TH ($0 \leq t \leq T_z$):

$$p u_d = -u_d / (R_h C_d) + I_d / C_d, \quad u_d(0) = U_{d \max}, \quad (6.40a)$$

– dla przedziału wyłączenia łącznika TH ($T_z \leq t \leq T_p = T_z + T_w$):

$$p u_d = I_d / C_d, \quad u_d(T_z) = U_{d \min}. \quad (6.40b)$$

Rozwiązanie równania (6.40a) w przedziale przewodzenia przerywacza ($0 \leq t \leq T_z$) wynosi:

$$u_d = u_{dz}(t) = I_d R_h \cdot [1 - \exp(-t/R_h C_d)] + U_{d \max} \cdot \exp(-t/R_h C_d). \quad (6.41a)$$

Rozwiązanie równania (6.40b) w przedziale wyłączenia przerywacza ($T_z \leq t \leq T_p = T_z + T_w$) wynosi:

$$u_d = u_{dw}(t) = U_{d \min} + (I_d / C_d) \cdot (t - T_z). \quad (6.41b)$$

Z równania (6.41a), na podstawie warunku $u_{dz}(T_z) = U_{d \min}$, otrzymuje się wyrażenie określające długość przedziału przewodzenia T_z :

$$T_z = R_h C_d \cdot \Delta U_H / (U_{dz} - R_h I_d). \quad (6.42a)$$

Z równania (6.41b), na podstawie warunku $u_{dw}(T_p) = U_{d \max}$ otrzymuje się wyrażenie określające długość przedziału wyłączenia T_w :

$$T_w = R_h C_d \cdot \Delta U_H / (R_h I_d). \quad (6.42b)$$

Z zależności określających długości przedziałów T_z i T_w otrzymuje się wyrażenie wyznaczające częstotliwość przełączeń f_p przerywacza okresowego w module hamowania:

$$f_p = 1/(T_z + T_w) = [(U_{dz} - R_h I_d) I_d] / (C_d \Delta U_H U_{dz}). \quad (6.43)$$

Po uwzględnieniu w równaniu (6.43) zależności (6.39) wartość częstotliwości przełączeń f_p przerywacza okresowego można wyrazić jako funkcję zależną albo od wartości bezwzględnej mocy hamowania P_h , albo od wartości bezwzględnej elektromagnetycznego momentu hamowania M_{eh} , wytwarzanego przez silnik indukcyjny podczas hamowania rezystorowego:

$$f_p = f_p(P_h) = -A_P \cdot P_h^2 + B_P \cdot P_h, \quad (6.44a)$$

$$f_p = f_p(M_{eh}) = -A_M \cdot M_{eh}^2 + B_M \cdot M_{eh}, \quad (6.44b)$$

gdzie wartości współczynników wynoszą:

$$A_P = R_h / (C_d \Delta U_H U_{dz}^3), \quad B_P = 1 / (C_d \Delta U_H U_{dz}), \quad (6.45a)$$

$$A_M = A_P \cdot \omega_s^2, \quad B_M = B_P \cdot \omega_s. \quad (6.45b)$$

Z równań (6.44) wynika, że częstotliwość przełączeń przerywacza okresowego f_p w układzie hamowania rezystorowego z regulatorem histerezy napięcia u_d jest odpowiednio paraboliczną funkcją mocy wytracanej w układzie hamowania P_h lub elektromagnetycznego momentu hamowania silnika indukcyjnego M_{eh} . Wartości mocy i momentu hamowania, dla których częstotliwość przełączeń przerywacza wynosi $f_p = 0$, wyznaczają wartości graniczne, określające zakres sterowania układem hamowania rezystorowego. Pierwszej wartości granicznej odpowiada stan stałego blokowania przerywacza okresowego i wyłączenia rezystora hamowania R_h . Dla tego stanu wartość mocy hamowania $P_h = 0$ i momentu hamowania $M_{eh} = 0$. Drugiej wartości granicznej odpowiada stan stałego załączenia przerywacza okresowego i rezystora hamowania R_h . Stan ten występuje podczas przekazywania maksymalnej wartości bezwzględnej mocy hamowania $P_{h \max}$ do obwodu pośredniczącego falownika, czyli wtedy, gdy wartość bezwzględna momentu elektromagnetycznego hamowania $M_{eh \max}$ jest maksymalna. Wartości maksymalnej mocy hamowania $P_{h \max}$ i maksymalnego momentu hamowania $M_{eh \max}$, odpowiadające stanowi stale załączonej rezystancji hamowania są określone przez następujące zależności:

$$P_{h \max} = U_{dz}^2 / R_h, \quad M_{eh \max} = P_{h \max} / \omega_s = U_{dz}^2 / (R_h \omega_s). \quad (6.46)$$

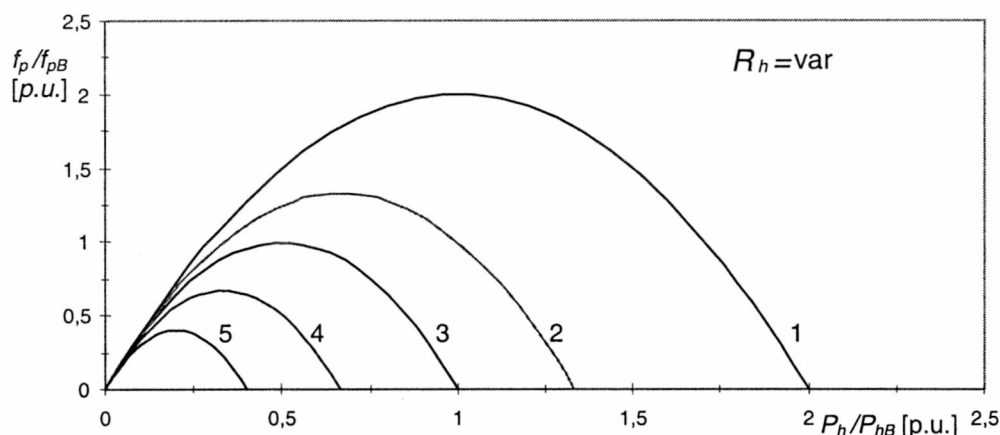
Z wyznaczenia ekstremum funkcji (6.44) otrzymuje się wyrażenie określające maksymalną wartość częstotliwości przełączeń przerywacza okresowego $f_{p \max}$:

$$f_{p \max} = U_{dz} / (4 R_h C_d \Delta U_H) = P_{h \max} / (4 C_d \Delta U_H U_{dz}). \quad (6.47)$$

Z zależności (6.47) wynika, że maksymalna wartość częstotliwości przełączeń przerywacza okresowego $f_{p \max}$ jest wprost proporcjonalna do wartości zadanej napięcia U_{dz} , utrzymywanego w obwodzie pośredniczącym falownika przez układ sterowania, a odwrotnie proporcjonalna do wartości szerokości strefy histerezy ΔU_H regulatora histerezy napięcia, pojemności kondensatora C_d i rezystancji rezystora hamowania R_h . Maksymalna wartość częstotliwości przełączeń przerywacza okresowego $f_{p \max}$ występuje wtedy, gdy moc hamowania jest równa połowie maksymalnej mocy hamowania $P_h = P_{he} = 0,5 P_{h \max}$, czyli gdy wartość wytwarzanego momentu hamowania jest równa połowie maksymalnego momentu hamowania $M_h = M_{he} = 0,5 M_{h \max}$.

Na rysunkach 6.8–6.11 przedstawiono charakterystyki ilustrujące wpływ parametrów układu hamowania oraz wielkości zadawanych w układzie sterowania na częstotliwość przełączeń przerywacza okresowego w module hamowania oraz na zakres wartości mocy i momentu hamowania wytwarzanych przez układ hamowania. Z charakterystyk na rys. 6.8 wynika, że zwiększenie wartości rezystancji rezystora hamowania R_h dołączanego do modułu hamowania powoduje zmniejszenie maksymalnej wartości mocy hamowania, która może być wytracona w obwodzie pośredniczącym falownika i odpowiednio zmniejszenie maksymalnej wartości bezwzględnej wytwarzanego momentu hamowania. Zastosowanie w układzie hamowania rezystora hamowania R_h

o zbyt dużej wartości rezystancji może być zatem przyczyną braku zdolności układu do wytracenia pożądanej mocy hamowania, czyli wytworzenia pożądanej wartości momentu hamowania. Dla danej wartości mocy hamowania zmniejszenie wartości rezystancji R_h powoduje wzrost częstotliwości łączeń przerywacza f_p . Jednym z głównych czynników wyznaczających częstotliwość łączeń przerywacza f_p jest szerokość strefy histerezy napięciowej ΔU , zadawanej w układzie sterowania (rys. 6.9). Zmniejszanie wartości szerokości strefy histerezy napięciowej ΔU powoduje odwrotnie proporcjonalny wzrost częstotliwości f_p . Wartość strefy histerezy ΔU_h regulatora histerezy nie ma natomiast wpływu na wartość maksymalną mocy i momentu hamowania. Pewne możliwości zwiększenia mocy hamowania zapewnia przyjęcie w układzie sterowania większej wartości zadanej napięcia U_{dz} (rys. 6.10). Ograniczeniem jest tu możliwość zwiększania napięcia w obwodzie pośredniczącym falownika napięcia do wartości dopuszczalnej ze względów bezpieczeństwa i wytrzymałości napięciowej elementów układu. Z zależności i obliczeń przedstawionych na rys. 6.11 wynika, że wartość pojemności kondensatora C_d w obwodzie pośredniczącym falownika nie ma wpływu na wartość maksymalnej mocy wytracanej w układzie hamowania. Częstotliwość łączeń przerywacza f_p jest natomiast odwrotnie proporcjonalna do wartości pojemności kondensatora C_d .

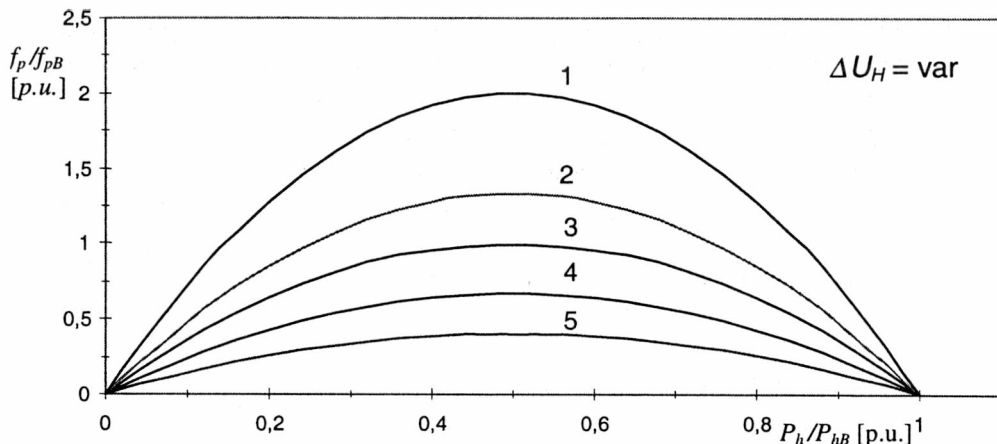


Rys. 6.8. Charakterystyki częstotliwości przełączeń przerywacza okresowego w funkcji mocy hamowania $f_p = f(P_h)$

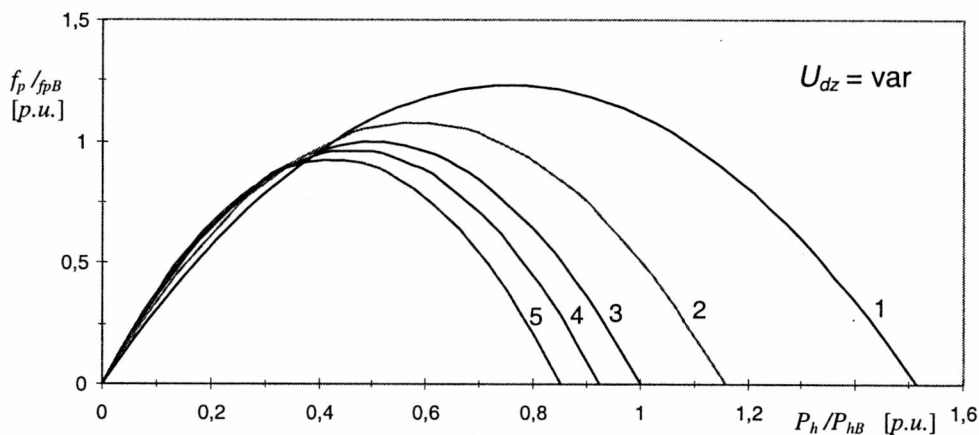
dla różnych wartości rezystancji rezystora hamowania R_h

(obliczenia dla danych: $R_h = 1 - 10 \Omega$; 2 - 15 Ω ; 3 - 20 Ω ; 4 - 30 Ω ; 5 - 50 Ω ;

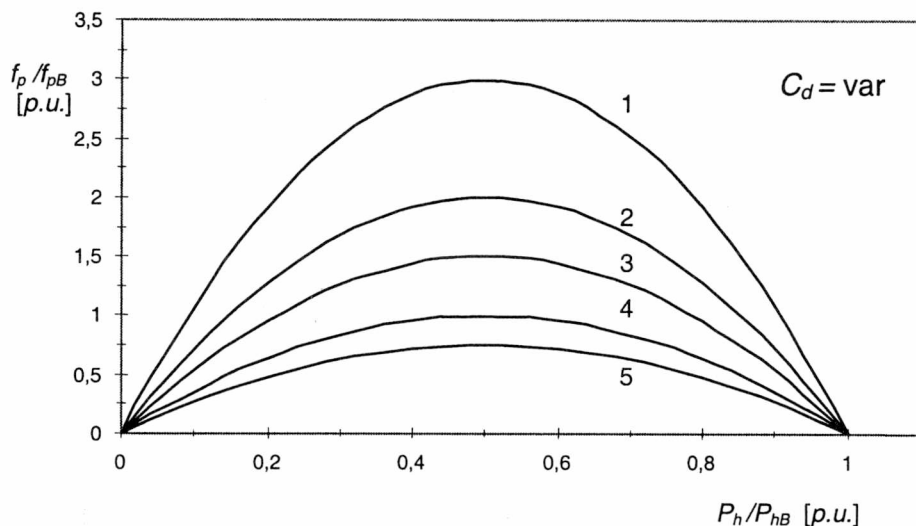
$U_{dz} = 650 \text{ V}$, $\Delta U_H = 20 \text{ V}$; $C_d = 1500 \mu\text{F}$; $f_{PB} = 270,8 \text{ Hz}$; $P_{hB} = 21,125 \text{ kW}$)



Rys. 6.9. Charakterystyki częstotliwości przełączeń przerywacza okresowego w funkcji mocy elektrycznej hamowania $f_p = f(P_h)$ dla różnych wartości strefy histerezy ΔU_H (obliczenia dla danych: $\Delta U_H = 1 - 10$ V; 2 - 15 V; 3 - 20 V; 4 - 30 V; 5 - 50 V; $U_{dz} = 650$ V, $R_h = 20$ Ω ; $C_d = 1500$ μ F; $f_{pB} = 270,8$ Hz; $P_{hB} = 21,125$ kW)



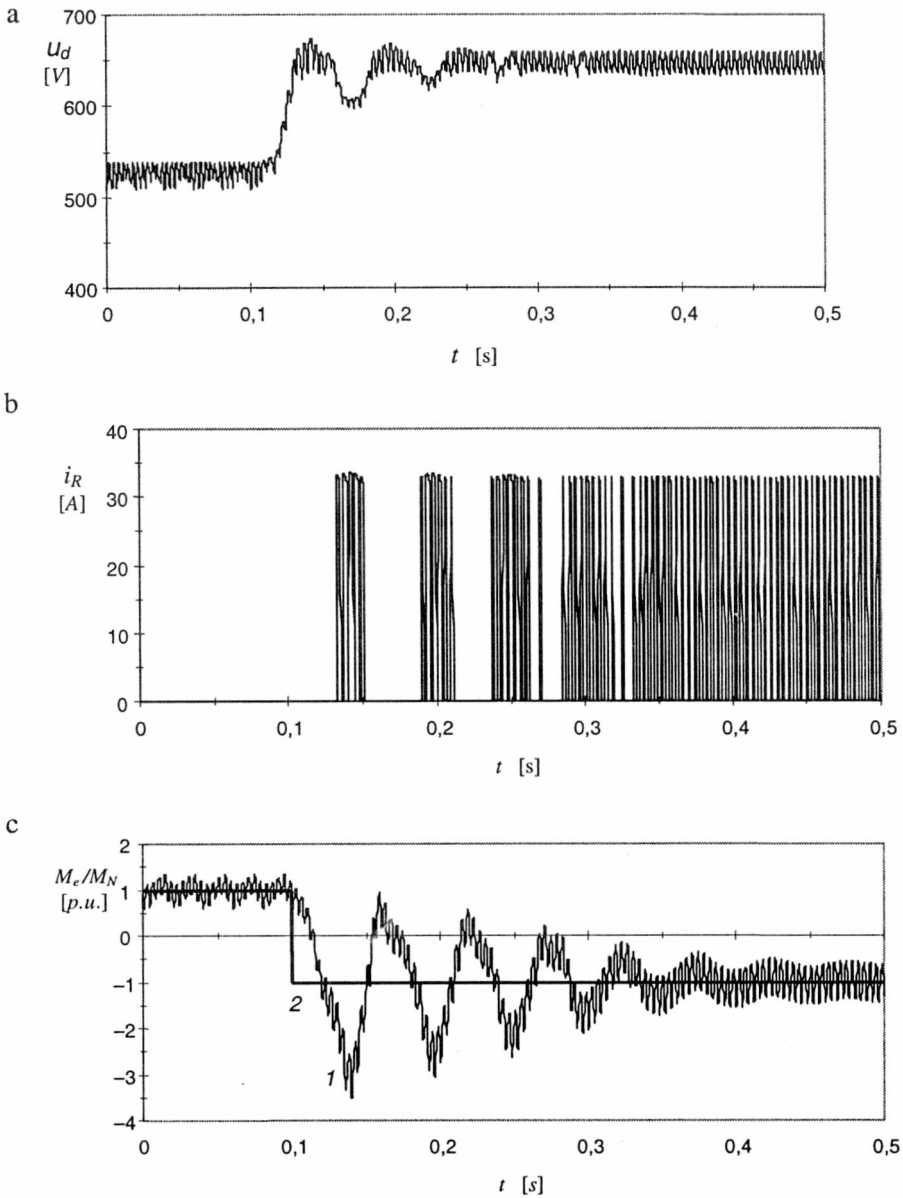
Rys. 6.10. Charakterystyki częstotliwości przełączeń przerywacza okresowego w funkcji mocy hamowania $f_p = f(P_h)$ dla różnych wartości napięcia U_{dz} zadawanego w układzie sterowania (obliczenia dla danych: $U_{dz} = 1 - 800$ V; 2 - 750 V; 3 - 650 V; 4 - 625 V; 5 - 600 V; $R_h = 20$ Ω ; $C_d = 1500$ μ F; $\Delta U_H = 20$ V; $f_{pB} = 270,8$ Hz; $P_{hB} = 21,125$ kW)



Rys. 6.11. Charakterystyki częstotliwości przełączeń przerywacza okresowego w funkcji mocy hamowania $f_p = f(P_h)$ dla różnych wartości pojemności kondensatora C_d w obwodzie pośredniczącym falownika napięcia (obliczenia dla danych: $U_{dc} = 650$ V; $\Delta U_H = 20$ V; $R_h = 20$ Ω ; $f_{pB} = 270.8$ Hz; $P_{hB} = 21,125$ kW; $C_d = 1 - 500$ μ F; 2 – 750 μ F; 3 – 1000 μ F; 4 – 1500 μ F; 5 – 2500 μ F)

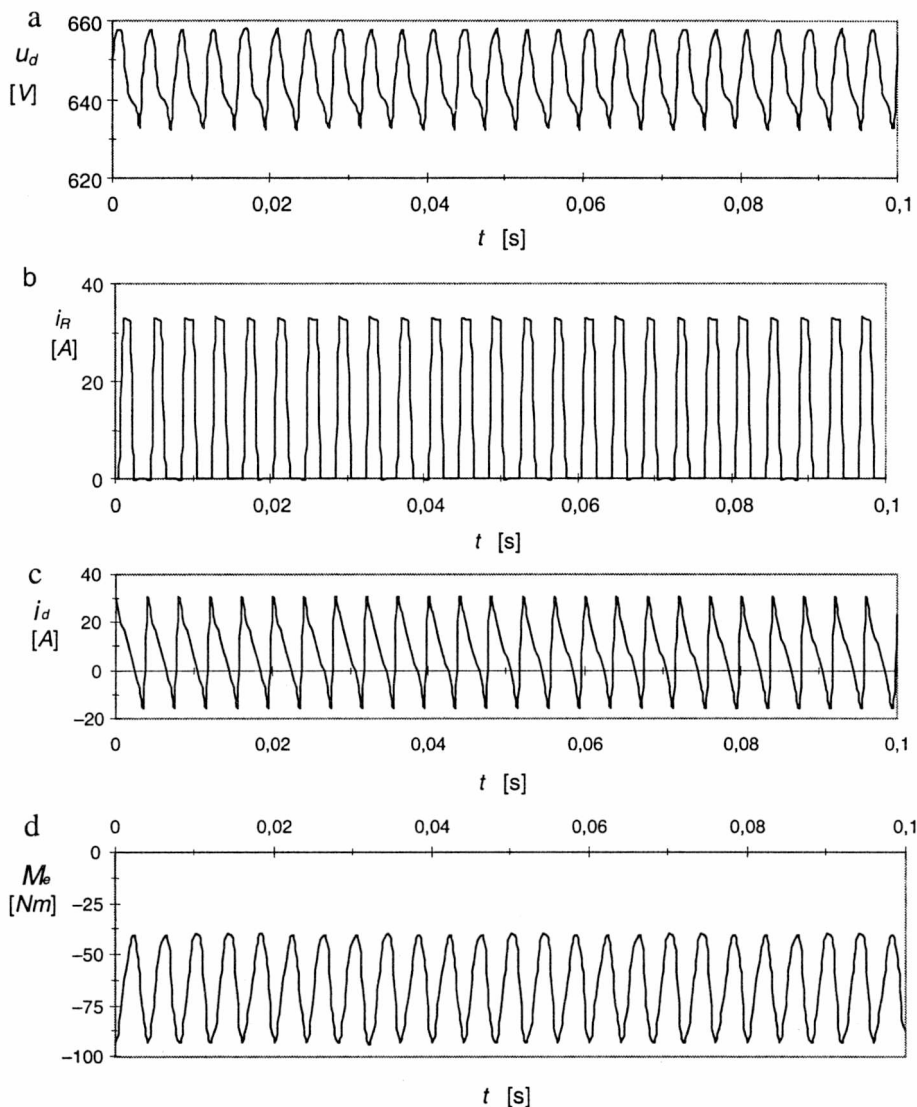
6.4.3. Badania symulacyjne stanów elektromagnetycznych podczas hamowania rezystorowego

Wyniki analizy otrzymane na podstawie uproszczonego modelu układu hamowania zostały zweryfikowane przez badania symulacyjne układu hamowania rezystorowego. Badania te wykonano z zastosowaniem pakietu symulacyjnego TCAD, z uwzględnieniem rzeczywistej topologii i parametrów przekształtnikowego układu napędowego z silnikiem indukcyjnym, falownikiem napięcia i modułem hamowania. Na rysunku 6.12 przedstawiono wybrane wyniki badań symulacyjnych, ilustrujące przebiegi wielkości elektromagnetycznych, procesu przejścia ze stanu pracy silnikowej do stanu hamowania rezystorowego i stanu ustalonego hamowania. W badaniach symulacyjnych przyjęto, że stan hamowania rezystorowego został wymuszony przez skokową zmianę momentu obciążenia mechanicznego z wartości dodatniej na ujemną, z zachowaniem stałej częstotliwości napięcia wyjściowego z falownika napięcia. Z otrzymanych przebiegów wynika, że działanie czynnego momentu obciążenia powoduje przekazywanie energii elektrycznej do obwodu pośredniczącego falownika i szybki wzrost napięcia w tym obwodzie. Po zmianie momentu układ hamowania rezystorowego nie jest wysterowany, aż do chwili przekroczenia przez napięcie



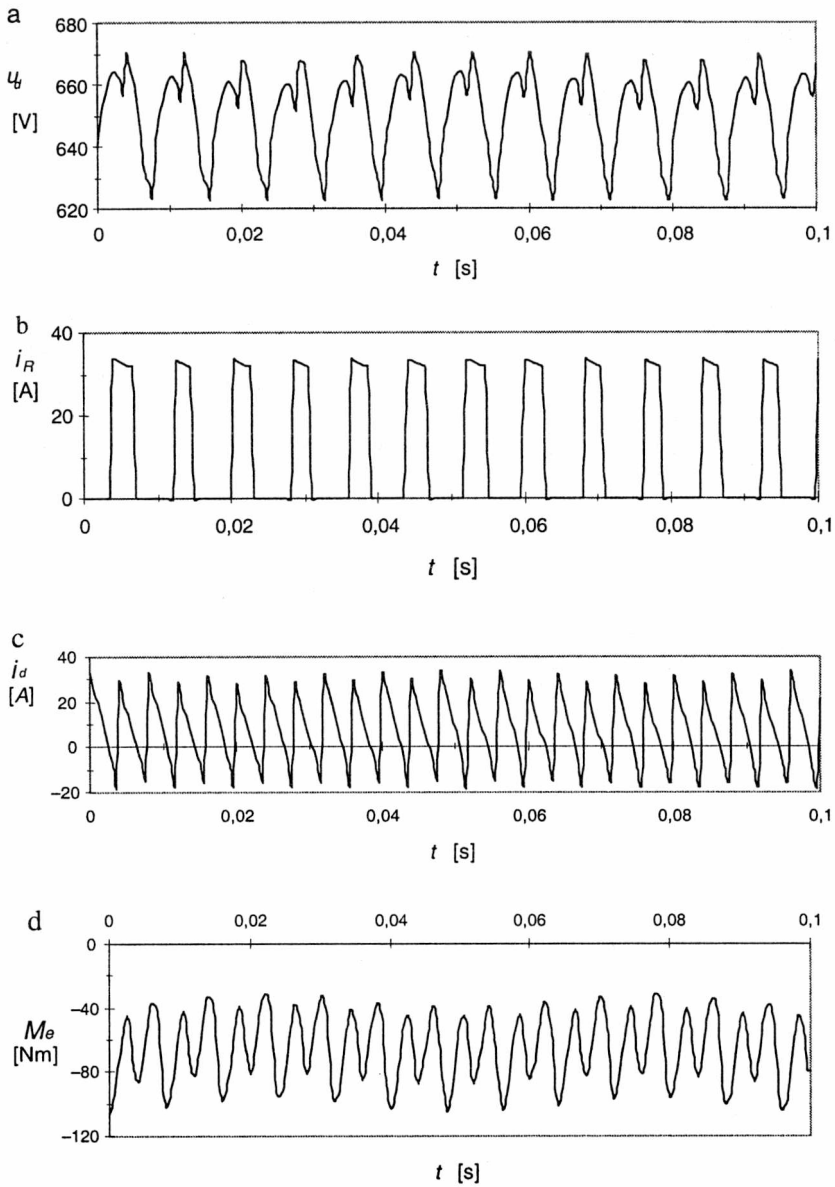
Rys. 6.12. Przebiegi elektromagnetyczne podczas procesu przełączenia silnika indukcyjnego ze stanu pracy silnikowej do stanu hamowania rezystorowego (dla $U_{dz} = 650$ V):

- a) przebieg chwilowy napięcia $u_d(t)$ w obwodzie pośredniczącym falownika,
- b) przebieg chwilowy prądu $i_R(t)$ w rezystorze hamowania,
- c) przebiegi chwilowe: 1 – momentu elektromagnetycznego silnika $M_e(t)$,
2 – momentu mechanicznego $M_m(t)$



Rys. 6.13. Przebiegi elektromagnetyczne podczas stanu ustalonego hamowania rezystorowego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia:

- a) przebieg chwilowy napięcia $u_d(t)$ w obwodzie pośredniczącym falownika,
 - b) przebieg chwilowy prądu $i_R(t)$ w rezystorze hamowania,
 - c) przebieg chwilowy prądu $i_d(t)$ w obwodzie pośredniczącym falownika,
 - d) przebieg chwilowy momentu elektromagnetycznego $M_e(t)$ silnika indukcyjnego
- (obliczenia dla danych: $T_1 = 1/f_1 = 0,024$ s, $U_{dz} = 650$ V, $R_h = 20$ Ω ; $C_d = 1500$ μ F; $\Delta U_H = 20$ V)



Rys. 6.14. Przebiegi elektromagnetyczne podczas stanu ustalonego hamowania rezystorowego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia:

- a) przebieg chwilowy napięcia $u_d(t)$ w obwodzie pośredniczącym falownika,
 b) przebieg chwilowy prądu $i_R(t)$ w rezystorze hamowania, c) przebieg chwilowy prądu $i_d(t)$ w obwodzie pośredniczącym falownika, d) przebieg chwilowy momentu elektromagnetycznego $M_e(t)$ silnika indukcyjnego (obliczenia dla danych: $T_1 = 1/f_1 = 0,024$ s, $U_{d\bar{c}} = 650$ V, $R_h = 20$ Ω ; $C_d = 1500$ μ F; $\Delta U_H = 40$ V)

chwilowe obwodu pośredniczącego falownika wartości zadanej napięcia. Przebiegi elektromagnetyczne w tym przedziale czasu charakteryzują się znacznymi oscylacjami wartości chwilowych momentu elektromagnetycznego i napięcia w obwodzie pośredniczącym. Powoduje to, że załączanie impulsowe rezystora hamowania ma początkowo przebieg nieregularny, aż do uzyskania stanu pracy quasi-ustalonej, w którym rezystor hamowania jest załączany z określoną stałą częstotliwością. Chwilowe wartości bezwzględne momentu elektromagnetycznego w stanach przejściowych mogą kilkakrotnie przekraczać wartość momentu znamionowego oraz przyjmować krótkotrwale również wartości dodatnie, czyli o działaniu napędowym. Stany przejściowe są dosyć szybko tłumione i po upływie kilkuset milisekund od chwili rozpoczęcia procesu hamowania uzyskuje się regularne przebiegi wielkości elektromagnetycznych, odpowiadające stanom quasi-ustalonym hamowania.

Na podstawie badań symulacyjnych stwierdzono, że znaczny wpływ na przebiegi wielkości elektromagnetycznych podczas hamowania rezystorowego ma wartość przyjętej szerokości strefy histerezy ΔU_H regulatora histerezy napięcia. Na rysunkach 6.13 i 6.14 przedstawiono odpowiednio przebiegi chwilowe napięcia w obwodzie pośredniczącym falownika napięcia $u_d(t)$, prądu w rezystorze hamowania $i_R(t)$, prądu w obwodzie pośredniczącym falownika napięcia $i_d(t)$ oraz momentu elektromagnetycznego silnika indukcyjnego $M_e(t)$. Przebiegi te wyznaczono dla stanów quasi-ustalonych hamowania rezystorowego dla dwóch różnych wartości strefy histerezy napięcia ΔU_H zadawanej w układzie sterowania. Badania te umożliwiły dokładniejsze poznanie wpływu parametrów układu hamowania i układu sterowania na wartości chwilowe wielkości elektromagnetycznych oraz potwierdziły wyniki otrzymane na podstawie analizy uproszczonej. Z badań symulacyjnych wynika, że zwiększanie szerokości strefy histerezy ΔU_H wpływa niekorzystnie na charakter zmienności wielkości elektromagnetycznych w układzie hamowania. Stwierdzono, że zwiększanie szerokości strefy histerezy powoduje znaczne zwiększenie amplitudy oscylacji momentu elektromagnetycznego, wytwarzanego podczas hamowania i powstawanie składowych oscylacyjnych prądów i momentu o małych częstotliwościach.

6.5. Analiza hamowania dynamicznego prądem stałym silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia

6.5.1. Układy hamowania prądem stałym i metody ich sterowania

W rozdziale tym jest rozpatrywana metoda hamowania dynamicznego prądem stałym silnika indukcyjnego, w której przepływ prądu stałego w uzwojeniu stojana silnika jest wymuszany przez sterowanie impulsowe napięcia stałego zasilającego

uzwojenie stojana za pośrednictwem wybranych zaworów energoelektronicznych falownika napięcia. Wartość średnia napięcia stałego, w obwodzie pośredniczącym falownika, jest zwykle wielokrotnie większa od wartości średnich napięcia stałego, wymaganych podczas hamowania dynamicznego. Z tych względów, w celu zapewnienia możliwości zastosowania tej metody hamowania, konieczne jest przyjęcie odpowiedniej strategii sterowania zaworami falownika.

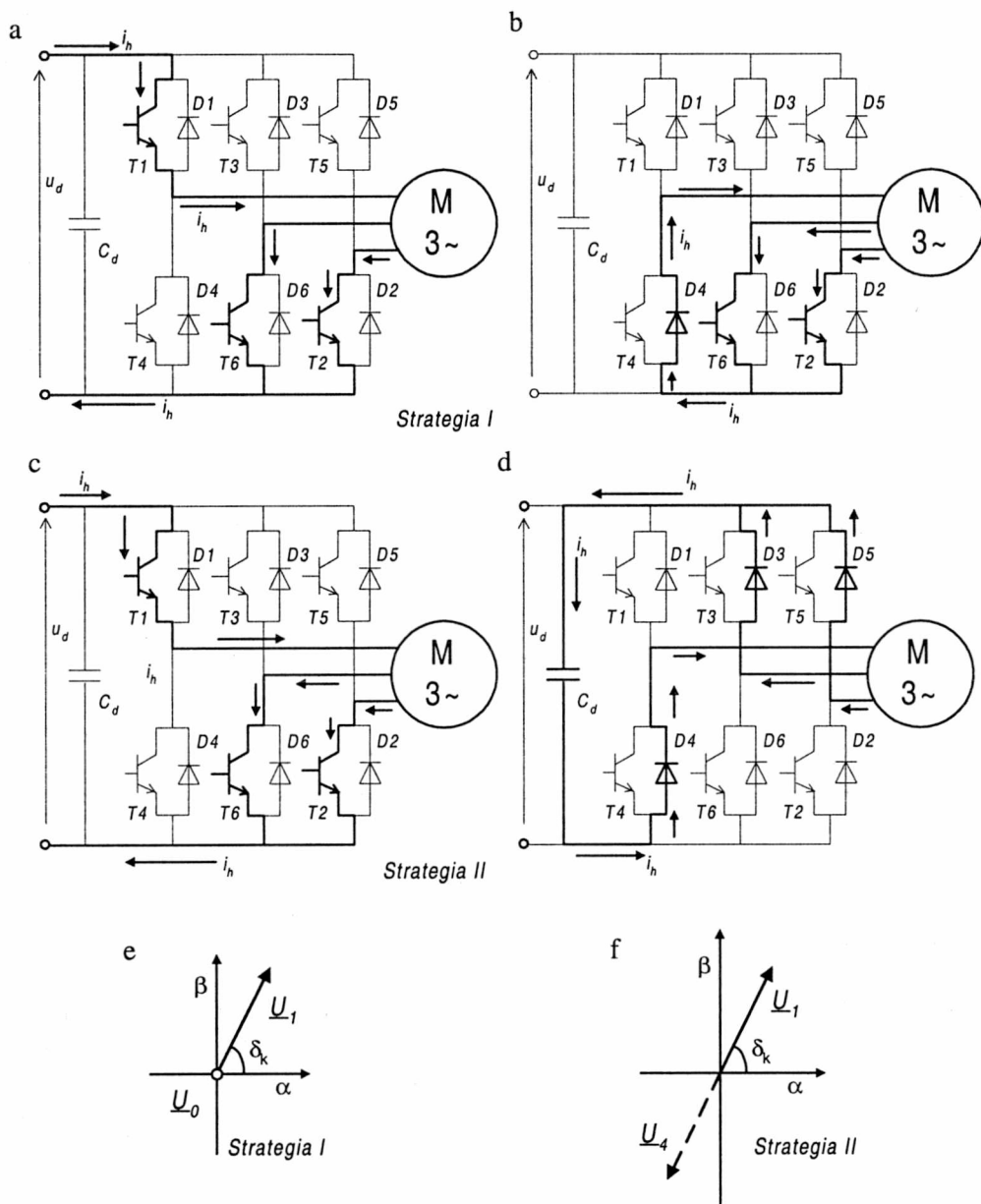
W zależności od wysterowania wybranych zaworów energoelektronicznych falownika na wyjściu falownika napięcia może być wymuszony wektor aktywny napięcia (o module różnym od zera) lub wektor zerowy napięcia (o module równym zero). W dalszej analizie są rozpatrywane następujące możliwe strategie przełączeń zaworów falownika napięcia:

I – z sekwencyjnym wymuszaniem wektora aktywnego napięcia i wektora zerowego napięcia,

II – z sekwencyjnym wymuszaniem wektora aktywnego napięcia i wektora aktywnego o przeciwnym zwrocie.

Zasady strategii I i II przełączeń zaworów falownika napięcia podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego przedstawiono na rys. 6.15. Linia pogrubioną zaznaczono zawory energoelektroniczne i obwody falownika uczestniczące w procesie hamowania, linią cienką zaś zawory i obwody pozostające stale w stanie bezprądowym. Dla każdej strategii przełączeń wyróżnić można dwa przedziały pracy (aktywny i bierny), którym odpowiadają odmienne układy topologiczne przewodzenia zaworów energoelektronicznych falownika. Przełączenia zaworów falownika mogą następować w otwartym układzie sterowania w funkcji czasu na podstawie sygnałów sterujących, o zadanej częstotliwości i współczynniku wypełnienia. Bardziej korzystne jest jednak sterowanie w układzie zamkniętym. Najprostszy układ sterowania otrzymuje się po zastosowaniu regulacji histerezy prądu w obwodzie pośredniczącym falownika lub jednej z faz uzwojenia stojana silnika indukcyjnego.

Na rysunku 6.15a, b przedstawiono układy topologiczne, odpowiadające kolejnym przedziałom pracy układu hamowania prądem stałym podczas sterowania z zastosowaniem strategii I przełączeń, a na rys. 6.15e wektory napięcia stojana wymuszane przez falownik napięcia w tych przedziałach pracy. Dla strategii I sterowania przedział aktywny stanu hamowania uzyskuje się po załączeniu jednego tranzystora mocy w dowolnej gałęzi górnej falownika i dwóch tranzystorów mocy w dwóch gałęziach dolnych innych faz. W uzwojeniu stojana jest wtedy wymuszany przepływ prądu stałego o rosnącej wartości chwilowej otrzymywanego z układu zasilającego obwód pośredniczący falownika napięcia (prostownika). Wektor napięcia uzwojenia stojana jest wektorem aktywnym o amplitudzie proporcjonalnej do wartości napięcia w obwodzie pośredniczącym falownika i o stałym położeniu na płaszczyźnie zespolonej. W zależności od sposobu sterowania, po przekroczeniu przez prąd w uzwojeniu stojana wartości zadanej prądu (lub po upływie zadanego przedziału czasu) następuje przełączenie do drugiego prze-



Rys. 6.15. Układy i strategie przełączeń zaworów podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia:

- a), b) układy odpowiadające kolejnym stanom pracy w strategii I,
- c), d) układy odpowiadające kolejnym stanom pracy w strategii II,
- e) wektory napięcia stojana wymuszane w strategii I sterowania,
- f) wektory napięcia stojana wymuszane w strategii II sterowania

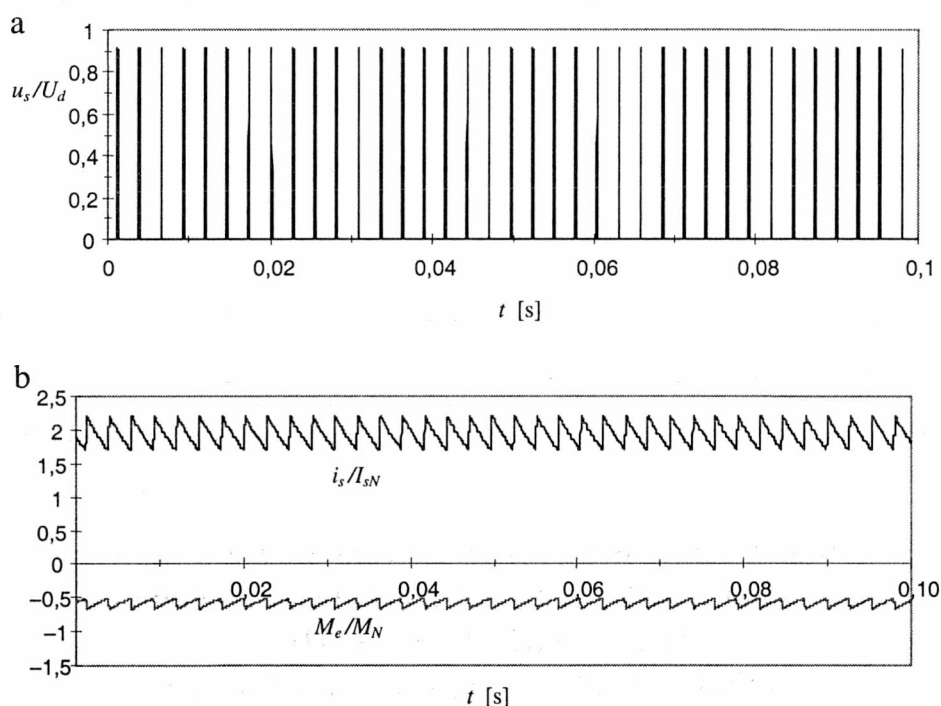
działu pracy. Przełączenie to polega na wyłączeniu tylko tranzystora mocy w gałęzi górnej falownika. Przewodzenie prądu przejmuje wtedy dioda zwrotna w gałęzi dolnej tej fazy falownika, w której uprzednio był załączony tranzystor mocy. Występuje wtedy stan zwarcia uzwojenia stojana przez przewodzące zawory falownika, a wektor napięcia stojana jest wektorem zerowym. Prąd w uzwojeniu stojana zanika wtedy z odpowiednią stałą czasową i po zmniejszeniu się tego prądu poniżej wartości zadanej (lub upływie zadanego przedziału czasu) jest ponownie rozpoczynany przedział aktywny.

Układy topologiczne, odpowiadające poszczególnym przedziałom pracy układu hamowania prądem stałym dla strategii II przełączeń przedstawiono na rys. 6.15c,d. Przedział aktywny stanu hamowania jest wymuszany w taki sam sposób jak opisano wcześniej dla strategii I. Odmienność strategii II polega na tym, że w drugim przedziale pracy są wyłączane wszystkie tranzystory mocy falownika. Następuje wtedy przepływ prądów fazowych stojana przez obwody utworzone przez diody zwrotne falownika oraz przez pojemność kondensatora w obwodzie pośredniczącym falownika. Wektor napięcia stojana jest wtedy wektorem o zwrocie przeciwnym do zwrotu wektora napięcia stojana wymuszanego w poprzednim przedziale. Ten wektor napięcia stojana powoduje szybkie zmniejszanie wartości prądu hamowania wymuszanego w uzwojeniu stojana. Po zmniejszeniu się tego prądu poniżej zadanej wartości (lub po upływie zadanego czasu) następuje ponowne przełączenie do poprzedniego stanu przewodzenia zaworów falownika.

6.5.2. Badania symulacyjne stanów elektromagnetycznych podczas hamowania prądem stałym

Na rysunkach 6.16 i 6.17 przedstawiono wybrane wyniki badań symulacyjnych przebiegów wielkości elektromagnetycznych podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia. Symulacje wykonano stosując pakiet symulacyjny TCAD. W badaniach symulacyjnych założono, że sterowanie przełączeniami zaworów falownika następuje w zamkniętym układzie sterowania, z zastosowaniem histerezy regulacji prądu stałego, zasilającego uzwojenie stojana. Rozpatrzono sterowanie prądu hamowania w uzwojeniu stojana z zastosowaniem I i II strategii przełączania zaworów falownika napięcia. Na rysunkach 6.16 i 6.17 przedstawiono odpowiednio przebiegi chwilowe napięcia zasilającego uzwojenie stojana $u_s(t)$, prądu zasilającego uzwojenie stojana $i_s(t)$ oraz momentu elektromagnetycznego silnika indukcyjnego $M_e(t)$, wyznaczone dla stanów quasi-ustalonych hamowania. Z badań tych wynika, że najbardziej charakterystyczna różnica między rozpatrywanymi strategiami sterowania dotyczy zmienności napięcia chwilowego zasilania uzwojenia stojana oraz częstotliwości przełączeń zaworów falownika. Dla strategii I napięcie zasilające uzwojenie stojana podczas hamowania ma postać jednokierunkowych prostokątnych impulsów napięcia o bardzo małym współczynniku wypełnienia i amplitudzie równej napięciu w obwodzie pośred-

niczącym falownika napięcia. Dla strategii II natomiast napięcie zasilające uzwojenie stojana podczas hamowania przyjmuje na przemian wartości dodatnie i ujemne, o nieznacznie większych długościach przedziałów czasu, odpowiadających dodatnim wartościom napięć. Po założeniu takiej samej wartości średniej prądu stałego wymuszanego w uzwojeniu stojana można stwierdzić, że po wybraniu strategii II sterowania jest konieczne zastosowanie wielokrotnie większej częstotliwości przełączeń zaworów falownika, w porównaniu do częstotliwości przełączeń dla strategii I. W sterowaniu z zastosowaniem regulacji histerezy prądu uzyskano dla obu strategii podobne, pod względem jakościowym przebiegi chwilowe prądu hamowania i momentu elektromagnetycznego. Różnice między tymi strategiami sterowania dotyczą występowania różnych częstotliwości składowych oscylacyjnych przebiegów wielkości elektromagnetycznych, wywołanych przez różne częstotliwości przełączeń zaworów falownika napięcia.

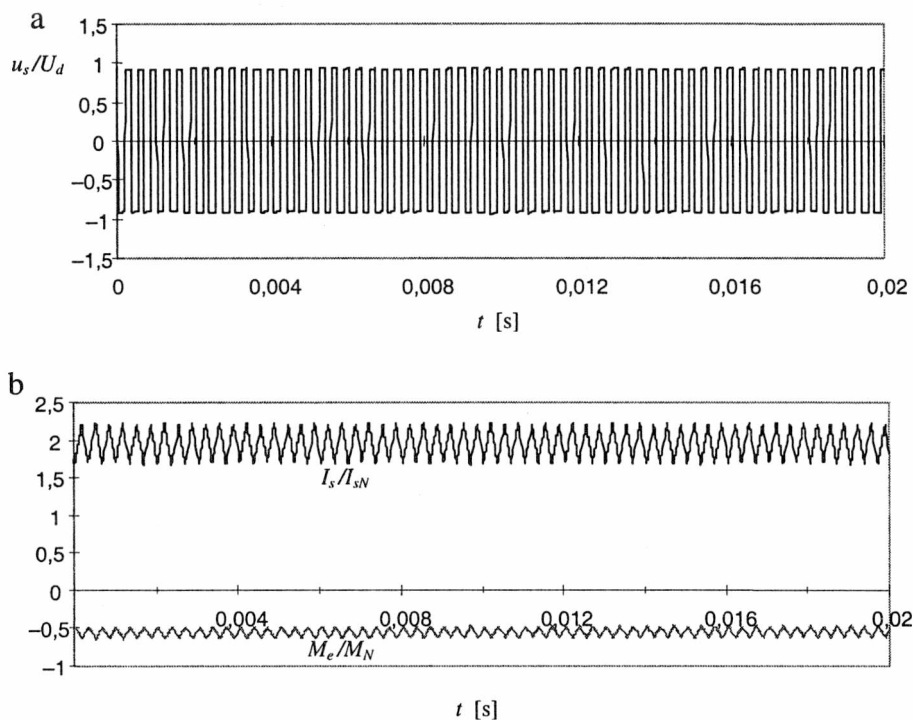


Rys. 6.16. Przebiegi chwilowe wielkości elektromagnetycznych podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego

z falownikiem napięcia z zastosowaniem strategii I przełączeń zaworów falownika:

a) przebiegi napięcia $u_s(t)$ zasilającego uzwojenie stojana,

b) przebiegi prądu zasilającego uzwojenie stojana $i_s(t)$ i momentu elektromagnetycznego silnika $M_e(t)$



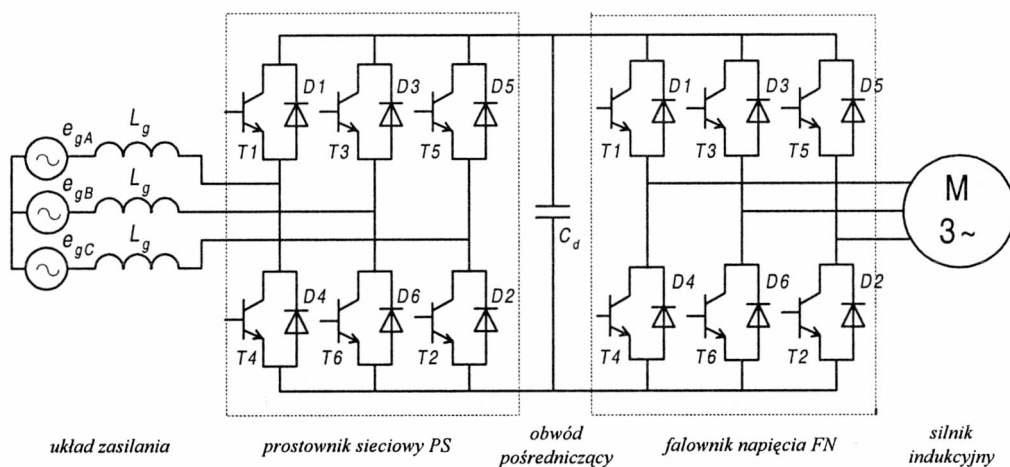
Rys. 6.17. Przebiegi chwilowe wielkości elektromagnetycznych podczas hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia z zastosowaniem strategii II przełączeń zaworów falownika:
 a) przebiegi napięcia $u_s(t)$ zasilającego uzwojenie stojana,
 b) przebiegi prądu zasilającego uzwojenie stojana $i_s(t)$ i momentu elektromagnetycznego silnika $M_e(t)$

6.6. Analiza stanów hamowania odzyskowego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia i przekształtnikiem AC/DC o dwukierunkowym przepływie energii

6.6.1. Wprowadzenie

W powszechnie stosowanych falownikach napięcia MSI obwód pośredniczący prądu stałego falownika jest zasilany z sieci prądu przemiennego przez prostownik niestero- wany. Taka topologia przekształtnikowego układu napędowego nie zapewnia możliwo-

ści uzyskania hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego ze zwrotem energii elektrycznej do sieci zasilającej. W klasycznych układach hamowania odzyskowego jest stosowany dodatkowy prostownik sterowany, który podczas hamowania jest wystero- wany do pracy falownikowej. Układ taki jest droższy i bardziej złożony, wymaga roz- budowy układu sterowania oraz charakteryzuje się dużym poborem mocy biernej i wprowadzaniem niekorzystnego oddziaływania do sieci zasilającej. Bardziej korzyst- nym rozwiązaniem – z technicznych i ekonomicznych względów – jest zastosowanie zasilania obwodu pośredniczącego falownika przez przekształtnik sieciowy AC/DC, zapewniający możliwość dwukierunkowego przepływu energii elektrycznej. Przez odpowiednie sterowanie tego rodzaju przekształtnika można uzyskać możliwość wy- muszenia sinusoidalnego kształtu prądów w sieci zasilającej i pracę bez poboru mocy biernej. Schemat obwodów głównych układu napędowego z przekształtnikiem sieci- wym AC/DC i silnikiem indukcyjnym klatkowym sterowanym częstotliwościowo przez trójfazowy falownik napięcia przedstawiono na rys. 6.18. Przekształtnik sieciowy AC/DC ma identyczną strukturę topologiczną jak falownik napięcia i jest zasilany z sieci trójfazowej prądu przemiennego przez trzy symetryczne dławiki sieciowe o in- dukcyjnościach L_g .



Rys. 6.18. Schemat przekształtnikowego układu napędowego z przekształtnikiem AC/DC jako prostownikiem sieciowym i silnikiem indukcyjnym klatkowym sterowanym trójfazowym falownikiem napięcia

W literaturze przedmiotu opisano różne metody sterowania przekształtników sieciowych AC/DC [10, 21, 33, 43, 98]. Ze względu na podobieństwo topologii układu przekształtnika AC/DC i falownika napięcia jest celowe zastosowanie podobnych metod sterowania do obu przekształtników. Do intensywnie obecnie rozwijanych

metod sterowania częstotliwością silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia należy metoda bezpośredniego sterowania momentu i strumienia, znana jako metoda DTC (*Direct Torque Control*) [13, 28, 79, 95]. Istotnymi zaletami tej metody są: prosty algorytm sterowania, możliwość uzyskania dużej dokładności i szybkości regulacji oraz mała wrażliwość układu sterowania na zmiany parametrów obwodów. Zasada sterowania przekształtnika AC/DC może być oparta na zastosowaniu algorytmu sterowania wykorzystywanego w metodzie DTC. Dla odróżnienia pewnej odmienności metoda sterowania DTC przekształtnika AC/DC będzie nazywana dalej metodą bezpośredniego sterowania mocy lub metodą DPC (*Direct Power Control*).

W dalszej części tego rozdziału przedstawiono zasadę sterowania przekształtnika AC/DC z zastosowaniem algorytmu sterowania, opartego na zastosowaniu metody DPC. Opisano model matematyczny układu energoelektronicznego przekształtnika AC/DC oraz sformułowano algorytm sterowania wartości mocy elektrycznej i kierunku przepływu tej mocy przez przekształtnik. Przedstawiono wybrane wyniki badań symulacyjnych stanów hamowania odzyskowego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia i przekształtnikiem AC/DC o dwukierunkowym przepływie energii sterowanego metodą DPC.

6.6.2. Model obliczeniowy i zasada sterowania przekształtnika AC/DC z zastosowaniem metody DPC

Do analizy teoretycznej pracy przekształtnika sieciowego AC/DC przyjęto model obliczeniowy przekształtnika, który ma podobną postać do modelu łącznikowego falownika napięcia przedstawionego na rys. 6.2. W modelu tym zawory energoelektroniczne przekształtnika są traktowane jak zawory idealne, a układ energoelektroniczny przekształtnika jest złożony z trzech dwustanowych kluczy K_A , K_B , K_C . Poszczególnym kluczom przekształtnika AC/DC przyporządkowano funkcje przełączające S_A , S_B , S_C , zdefiniowane w taki sam sposób jak funkcje przełączające w modelu łącznikowym falownika napięcia. Obwody trójfazowej sieci zasilającej przedstawiono jako układ trzech idealnych źródeł napięcia przemiennego, spełniających warunek symetrii trójfazowej. W dalszej analizie wielkości elektromagnetyczne przekształtnika AC/DC, falownika napięcia i silnika indukcyjnego wyrażono w postaci wektorowej w nieruchomym względem płaszczyzny zespolonej ortogonalnym, prostokątnym układzie współrzędnych (α, β) .

Wektor napięcia sieci zasilającej prądu przemiennego $\underline{e}_g$ jest wektorem o stałej długości, wirującym z prędkością kątową równą pulsacji napięcia sieci zasilającej ω_1 :

$$\underline{e}_g = \sqrt{3/2} E_{gm} \cdot \exp[j(\omega_1 t + \gamma_g)]. \quad (6.48)$$

Wektor napięcia $\underline{u}_p$ generowany przez przekształtnik sieciowy AC/DC po stronie sieci zasilającej może przyjmować odpowiednio sześć wartości niezerowych ($k = 1, \dots, 6$) i dwie wartości zerowe ($k = 0, 7$). Wektor ten można przedstawić jako wektor wyzna-

czony przez wartości funkcji przełączających przekształtnika (S_A , S_B , S_C) i chwilową wartość napięcia u_d w obwodzie pośredniczącym prądu stałego:

$$\underline{u}_P = \begin{cases} \sqrt{2/3} \cdot (S_A + \underline{a} S_B + \underline{a}^2 S_C) \cdot u_d = \sqrt{2/3} \cdot u_d \cdot \exp(jk\pi/3), & k = 1, \dots, 6, \\ 0, & k = 0, 7. \end{cases} \quad (6.49)$$

Dla obwodów po stronie sieci zasilającej przekształtnik AC/DC obowiązuje następujące wektorowe równanie napięciowe:

$$\underline{e}_g = L_g \cdot p \underline{i}_g + R_g \cdot \underline{i}_g + \underline{u}_P. \quad (6.50)$$

W celu zapewnienia możliwości zastosowania metody DTC do sterowania przekształtnika AC/DC wprowadza się pewne umyślne (wirtualne) wektory strumienia sprzężonego sieci $\underline{\psi}_g$ i strumienia sprzężonego przekształtnika $\underline{\psi}_P$, które są następująco zdefiniowane:

$$\underline{e}_g = p \underline{\psi}_g, \quad (6.51)$$

$$\underline{u}_P = p \underline{\psi}_P. \quad (6.52)$$

W przypadku symetrycznej, trójfazowej sieci o napięciu sinusoidalnym wektor $\underline{\psi}_g$ jest wektorem o stałej długości, wirującym synchronicznie z wektorem napięcia sieci $\underline{e}_g$. Powiązanie między wektorami $\underline{\psi}_g$ i $\underline{e}_g$ opisuje równanie:

$$\underline{e}_g = j \omega_l \underline{\psi}_g. \quad (6.53)$$

Jeśli się pominie spadek napięcia na rezystancji dławika sieciowego to jest spełniony warunek:

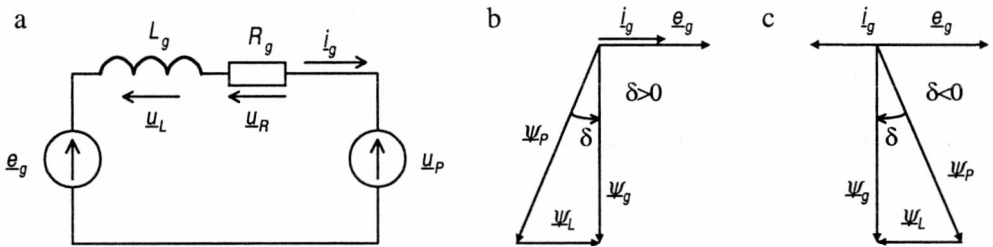
$$\underline{i}_g = (\underline{\psi}_g - \underline{\psi}_P) / L_g = \underline{\psi}_L / L_g. \quad (6.54)$$

Na podstawie zależności (6.51), (6.53), (6.54) otrzymuje się następujące wyrażenie określające wartość chwilową mocy elektrycznej $p_e(t)$, przenoszanej przez przekształtnik AC/DC:

$$p_e = p_e(t) = \operatorname{Re}(\underline{e}_g^* \underline{i}_g) = (\omega_l / L_g) \cdot \operatorname{Re}(j \underline{\psi}_g^* \underline{\psi}_P) = (\omega_l / L_g) \psi_g \psi_P \cdot \sin \delta. \quad (6.55)$$

Wyrażenie (6.55) przedstawia podobieństwo do zależności zastosowanej w metodzie DTC sterowania momentu elektromagnetycznego silnika indukcyjnego przez zmianę kąta między wektorami strumieni sprzężonych stojana i wirnika silnika indukcyjnego [13, 28, 95]. Z analizy tego wyrażenia wynika, że wartość chwilowej mocy elektrycznej oraz kierunek przepływu tej mocy przez przekształtnik AC/DC mogą być sterowane przez wymuszanie odpowiedniej wartości kąta mocy δ . Dla wartości kąta $0 < \delta < \pi$ moc elektryczna $p_e > 0$, czyli jest pobierana przez przekształtnik z sieci zasilającej, a dla wartości kąta $(-\pi) < \delta < 0$

moc $p_e < 0$, czyli następuje zwrot mocy elektrycznej do sieci. Szybka zmiana kąta mocy δ może być wymuszona przez zmianę kąta położenia wektora strumienia sprzężonego przekształtnika, którą można otrzymać przez generację odpowiednich wektorów napięcia $\underline{u}_P$ przez przekształtnik AC/DC. Schemat zastępczy dla obwodów po stronie sieci przekształtnika AC/DC oraz wykresy wektorowe ilustrujące wzajemne usytuowanie umyślnych wektorów strumieni sprzężonych sieci i przekształtnika, wektora prądu i wektora napięcia sieci dla obu kierunków przekazywania mocy elektrycznej przez przekształtnik AC/DC przedstawiono na rys. 6.19.



Rys. 6.19. (a) uproszczony schemat zastępczy do analizy układu z przekształtnikiem AC/DC, (b) wykresy wektorowe dla stanu pracy z poborem mocy elektrycznej z sieci, (c) stanu pracy ze zwrotem mocy elektrycznej do sieci

Zależność wektora strumienia sprzężonego przekształtnika $\underline{\psi}_P$ od wektora napięcia przekształtnika $\underline{u}_P$ przedstawia równanie:

$$\underline{\psi}_P = \int_{t_p}^{t_k} [\underline{u}_P(S_A, S_B, S_C)] dt + \underline{\psi}_P(t_p) = \int_{t_p}^{t_k} [\sqrt{2/3} \cdot u_d \cdot \exp(jk\pi/3)] dt + \underline{\psi}_P(t_p). \quad (6.56)$$

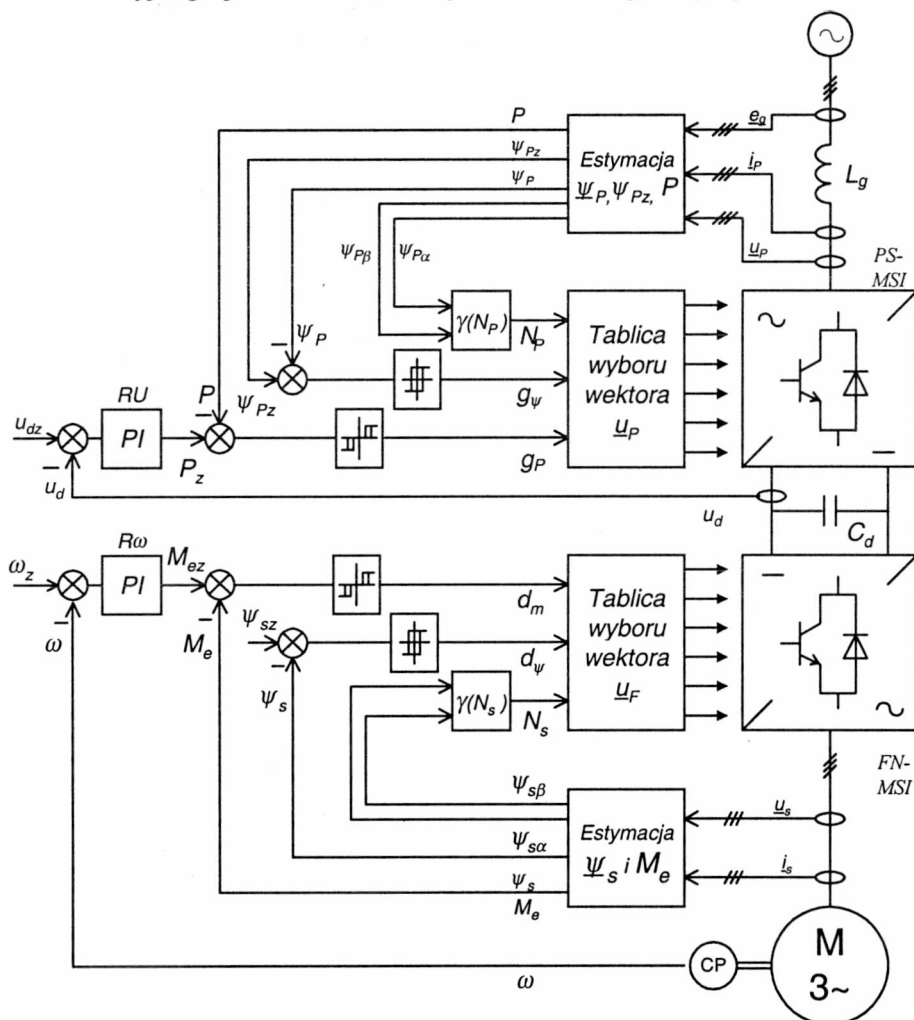
Z równań (6.52) i (6.56) wynika możliwość zapewnienia stałej wartości napięcia u_d na wyjściu przekształtnika przez utrzymywanie przez układ sterowania stałej wartości modułu umyślnego wektora strumienia ψ_P równej wartości zadanej ψ_{Pz} . Wartość zadana modułu strumienia ψ_{Pz} może być obliczona na podstawie dodatkowego warunku wymaganego dla zapewnienia żądanej wartości kąta przesunięcia fazowego między wektorem napięć fazowych a wektorem prądów fazowych sieci zasilającej, czyli wartości współczynnika mocy $\cos\varphi$. Dla najbardziej pożądanej w praktyce wartości współczynnika mocy $\cos\varphi = 1$ położenia wektorów umyślnych strumieni sprzężonych $\underline{\psi}_g$ i $\underline{\psi}_P$ powinny spełniać warunki geometryczne, które dla obu rodzajów stanów pracy przekształtnika przedstawiono na rys. 6.19b, c. Warunki te mogą być zapisane analitycznie w postaci następującego wyrażenia:

$$\psi_{Pz} = \psi_P = \sqrt{\psi_g^2 + \psi_L^2} = \sqrt{\psi_g^2 + (L_g I_g)^2}. \quad (6.57)$$

Wartość modułu wektora strumienia sprzężonego ψ_{Pz} jest wyznaczana w bloku obliczeniowym układu sterowania na podstawie zależności (6.57) i stanowi wartość zadawaną dla układu sterowania wartości strumienia sprzężonego przekształtnika ψ_P .

6.6.3. Opis układu sterowania DPC przekształtnika AC/DC

Schemat ogólny układu sterowania przekształtnika AC/DC, falownika napięcia i silnika indukcyjnego przedstawiono na rys. 6.20. Szczegółowy opis układu sterowa-



Rys. 6.20. Schemat blokowy układu sterowania przekształtnika AC/DC i silnika indukcyjnego klatkowego zasilanego z falownika napięcia FN-MSI z zastosowaniem metod sterowania DPC i DTC

nia DTC silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia podano w wielu publikacjach, np. [28]. Podobna zasada sterowania została zastosowana do sterowania przekształtnika AC/DC z zastosowaniem metody DPC. Właściwy wybór wektorów napięcia przekształtnika jest uwarunkowany wartościami sygnałów wyjściowych, otrzymywanych z regulatorów histerezowych strumienia przekształtnika oraz mocy elektrycznej i następuje na podstawie tablicy wyboru wprowadzanej do pamięci mikroprocesorowego układu sterowania.

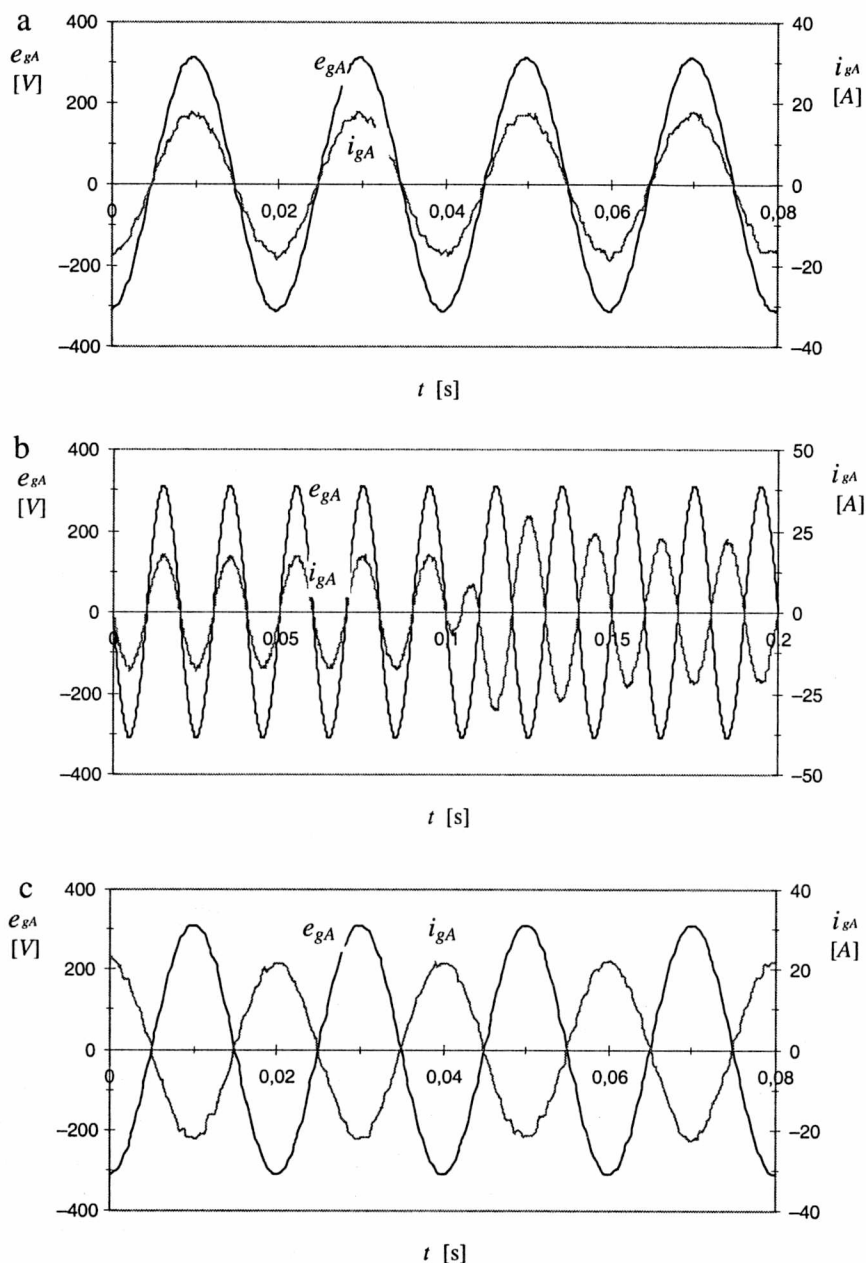
6.6.4. Badania symulacyjne układu sterowania przekształtnika AC/DC i silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia

W celu poznania właściwości metody DPC, zastosowanej do sterowania przekształtnika sieciowego AC/DC wykonano badania symulacyjne dla różnych stanów pracy przekształtnika. W opracowanym w języku Pascal programie symulacyjnym uwzględniono pełną strukturę topologiczną przedstawionego na rys. 6.20 przekształtnikowego układu napędowego złożonego z obwodów sieci zasilającej prądu przemiennego, dławików sieciowych, przekształtnika AC/DC, obwodu pośredniczącego, falownika napięcia, silnika indukcyjnego klatkowego, maszyny roboczej oraz obwodów pomiarowych, bloków obliczeniowych, regulatorów i układów sterowania zaworów energoelektronicznych przekształtnika i falownika napięcia. Celem badań było poznanie zachowania się tego układu w stanach pracy silnikowej napędu, w stanach hamowania elektrycznego ze zwrotem energii elektrycznej do sieci zasilającej oraz podczas zmian tych stanów pracy.

Badania symulacyjne wykonano dla następujących danych przekształtnikowego układu napędowego i układu sterowania:

- sieć zasilająca i przekształtnik AC/DC: $E_g = 220 \text{ V}$, $f_1 = 50 \text{ Hz}$, $L_g = 0,03 \text{ H}$, $C_d = 0,001 \text{ F}$; $U_{dz} = 660 \text{ V}$;
- silnik indukcyjny o danych znamionowych i parametrach podanych w Załączniku 4 dla typu silnika oznaczonego jako S2.

Wybrane przebiegi chwilowe wielkości elektromagnetycznych otrzymane z symulacji rozpatrywanego układu przedstawiono na rys. 6.21–6.24. W badaniach tych przyjęto, że silnik indukcyjny był najpierw obciążony momentem mechanicznym biernym o wartości momentu znamionowego silnika. Występował wtedy stan pracy silnikowej maszyny indukcyjnej i stan pracy prostownikowej przekształtnika AC/DC. Następnie przyjęto, że w zadanej chwili czasu nastąpiła skokowa zmiana momentu mechanicznego na wale silnika na moment o działaniu czynnym, z zachowaniem takiej samej wartości bezwzględnej momentu. Dla tego rodzaju obciążenia występowało przejście do stanu pracy generatorowej silnika, ze zwrotem energii elektrycznej przez falownik napięcia i przekształtnik AC/DC do sieci zasilającej prądu przemiennego.

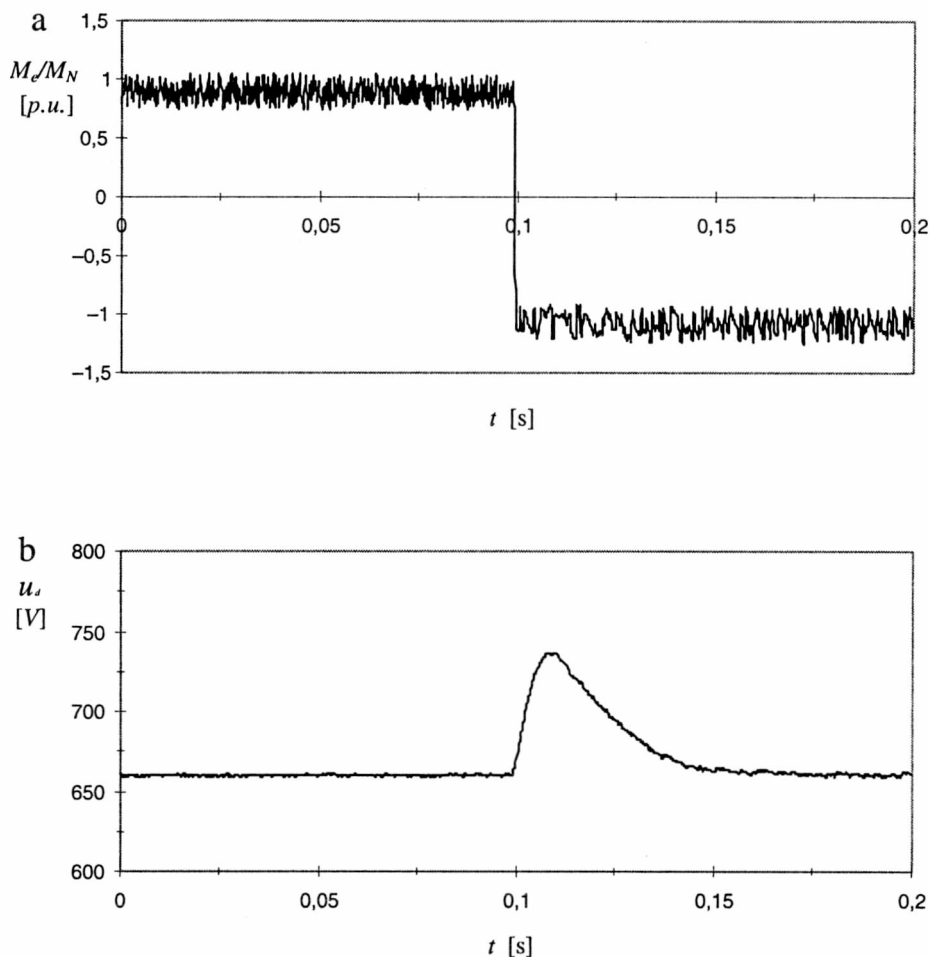


Rys. 6.21. Przebiegi chwilowe napięcia fazowego $e_{gA}(t)$ i prądu fazowego $i_{gA}(t)$ sieci zasilającej przekształtnik AC/DC sterowany z zastosowaniem metody DPC:

- a) dla stanu ustalonego pracy prostownikowej przekształtnika AC/DC,
- b) dla procesu przejścia od stanu pracy prostownikowej do stanu pracy ze zwrotem energii do sieci,
- c) dla stanu ustalonego pracy przekształtnika AC/DC ze zwrotem energii do sieci

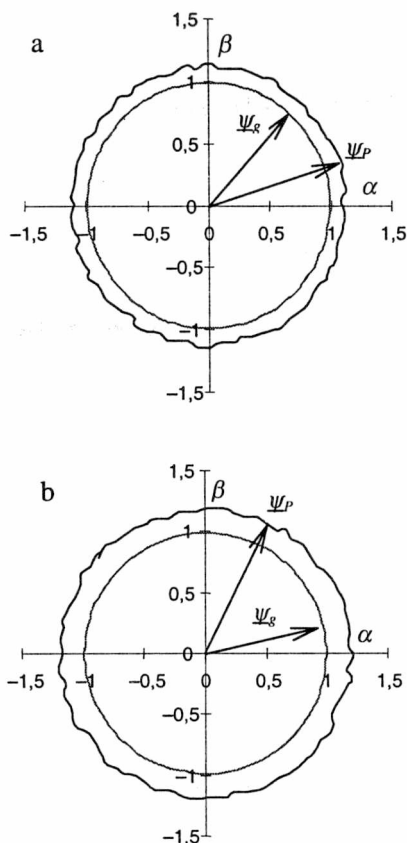
Na rysunku 6.21 przedstawiono otrzymane z badań symulacyjnych przebiegi chwilowe napięcia fazowego $e_{gA}(t)$ i prądu fazowego $i_{gA}(t)$ w jednej z faz sieci zasilającej przekształtnik AC/DC, sterowany z zastosowaniem metody DPC. Poszczególne wykresy z rys. 6.21a–c przedstawiają odpowiednio przebiegi chwilowe tych wielkości dla stanu pracy prostownikowej przekształtnika AC/DC, dla stanu przejścia od stanu pracy prostownikowej do stanu ze zwrotem energii elektrycznej do sieci oraz dla stanu długotrwałej pracy przekształtnika AC/DC ze zwrotem energii elektrycznej do sieci. Charakterystyczną właściwością zastosowanej metody sterowania przekształtnika jest zapewnienie praktycznie sinusoidalnego kształtu prądu wymuszanego w sieci zasilającej, z zachowaniem wartości bezwzględnej współczynnika mocy wynoszącej jedność dla obu kierunków przepływu mocy przez przekształtnik. Z przebiegów na rysunku 6.21b wynika również, że przekształtnik AC/DC, sterowany z zastosowaniem metody DPC charakteryzuje zdolność do szybkiej zmiany rodzaju stanu pracy. Czas trwania procesów elektromagnetycznych, wymagany do przejścia z pracy prostownikowej do pracy ze zwrotem energii do sieci, praktycznie nie przekracza jednego półokresu napięcia sieci zasilającej.

Na rysunku 6.22a przedstawiono przebieg chwilowy momentu elektromagnetycznego $M_e(t)$ dla stanu pracy silnikowej i generatorowej silnika indukcyjnego, z uwzględnieniem procesu przejścia ze stanu poprzedniego do stanu następnego. Z badań tych wynika, że rozpatrywana metoda sterowania przekształtnika sieciowego i silnika z falownikiem napięcia zapewnia możliwość uzyskania szybkiego dostosowania momentu elektromagnetycznego silnika do zmian momentu obciążenia, a występujące wtedy czasy reakcji na skokowe zmiany wielkości elektromagnetycznych nie przekraczają wartości kilku milisekund. Na rysunku 6.22b przedstawiono przebieg napięcia $u_d(t)$ w obwodzie pośredniczącym, wyznaczony dla przedziału czasu, w którym występuje skokowa zmiana momentu obciążenia silnika indukcyjnego i przejście od stanu pracy prostownikowej przekształtnika do pracy ze zwrotem energii do sieci. Przebieg chwilowy napięcia w momencie zmiany stanu pracy przekształtnika charakteryzuje się pewnym przeregulowaniem, którego wartość nie przekracza kilkunastu procent wartości zadanej napięcia i które jest spowodowane przez ograniczoną szybkość działania regulatora napięcia w obwodzie pośredniczącym. W pozostałych chwilach układ sterowania zapewnia zadowalającą stabilizację tego napięcia, z dużą dokładnością dla obu stanów pracy przekształtnika. Wartości chwilowe napięcia u_d są proporcjonalne do wartości chwilowych modułu umyślnego wektora strumienia przekształtnika $\underline{\psi}_P$, regulowanego w układzie sterowania. Trajektorie określone przez chwilowe położenia umyślnego wektora strumienia sprzężonego sieci $\underline{\psi}_g$ i przekształtnika $\underline{\psi}_P$ dla obu kierunków przepływu mocy przez przekształtnik przedstawiono na rys. 6.23a, b. W przypadku symetrycznej sieci trójfazowej o sinusoidalnej zmienności napięć fazowych trajektoria umyślnego wektora strumienia sieci $\underline{\psi}_g$ jest trajekcją kołową. Trajektoria wyznaczona przez wektor strumienia przekształtnika $\underline{\psi}_P$ jest trajekcją zbliżoną do prze-



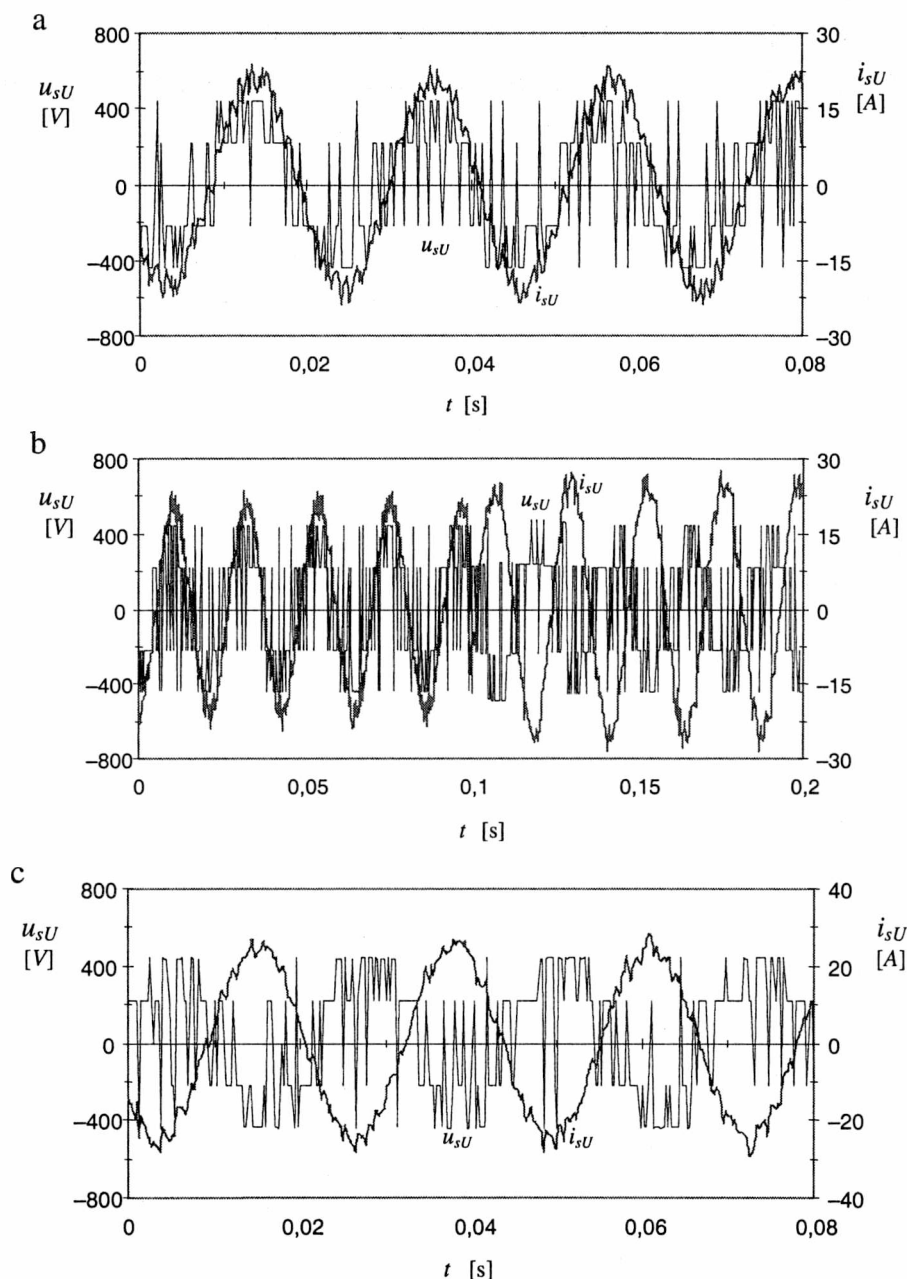
Rys. 6.22. Przebiegi elektromagnetyczne występujące w układzie sterowania przekształtnika AC/DC i silnika indukcyjnego podczas skokowej zmiany wartości momentu mechanicznego: a) moment elektromagnetyczny $M_e(t)$ silnika indukcyjnego sterowanego z zastosowaniem metody DTC, b) napięcie w obwodzie pośredniczącym $u_d(t)$ wytwarzanego przez przekształtnik AC/DC sterowany z zastosowaniem metody DPC

biegu kołowego. Dokładniejsze przybliżenia przebiegu tej trajektorii do trajektorii kołowej można otrzymać przez zmniejszenie szerokości strefy histerezy regulatora strumienia w układzie sterowania, co prowadzi jednak do zwiększenia częstotliwości łączeń zaworów energoelektronicznych przekształtnika AC/DC.



Rys. 6.23. Trajektorie umyślnego wektora strumienia sprzężonego $\underline{\Psi}_g$ sieci zasilającej i umyślnego wektora strumienia sprzężonego $\underline{\Psi}_P$ przekształtnika AC/DC dla stanu pracy:
a) prostownikowej przekształtnika, b) przekształtnika ze zwrotem energii do sieci

Na rysunku 6.24a–c przedstawiono odpowiednio przebiegi chwilowe napięcia fazowego $u_{sU}(t)$ i prądu fazowego $i_{sU}(t)$ w uzwojeniu stojana silnika indukcyjnego, sterowanego z zastosowaniem metody DTC przez falownik napięcia, którego obwód pośredniczący jest zasilany przez przekształtnik AC/DC, sterowany z zastosowaniem metody DPC. Przebiegi te przedstawiono dla przedziałów czasu dotyczących stanu ustalonego podczas pracy silnikowej napędu, stanu przejścia od stanu pracy silnikowej do pracy generatorowej oraz dla stanu ustalonego podczas pracy generatorowej napędu. Otrzymane wyniki badań potwierdzają, że rozpatrywana metoda sterowania zapewnia szybkie dopasowanie wielkości elektromagnetycznych silnika indukcyjnego do aktualnego stanu pracy układu napędowego.



Rys. 6.24. Przebiegi elektromagnetyczne napięcia fazowego $u_{sU}(t)$ i prądu fazowego $i_{sU}(t)$ w uzwojeniu stojana silnika indukcyjnego sterowanego w układzie z falownikiem napięcia i przekształtnikiem AC/DC z zastosowaniem metody DPC i DTC: a) dla stanu pracy silnikowej, b) dla przejścia od stanu pracy silnikowej do stanu pracy generatorowej silnika, c) dla stanu pracy generatorowej silnika

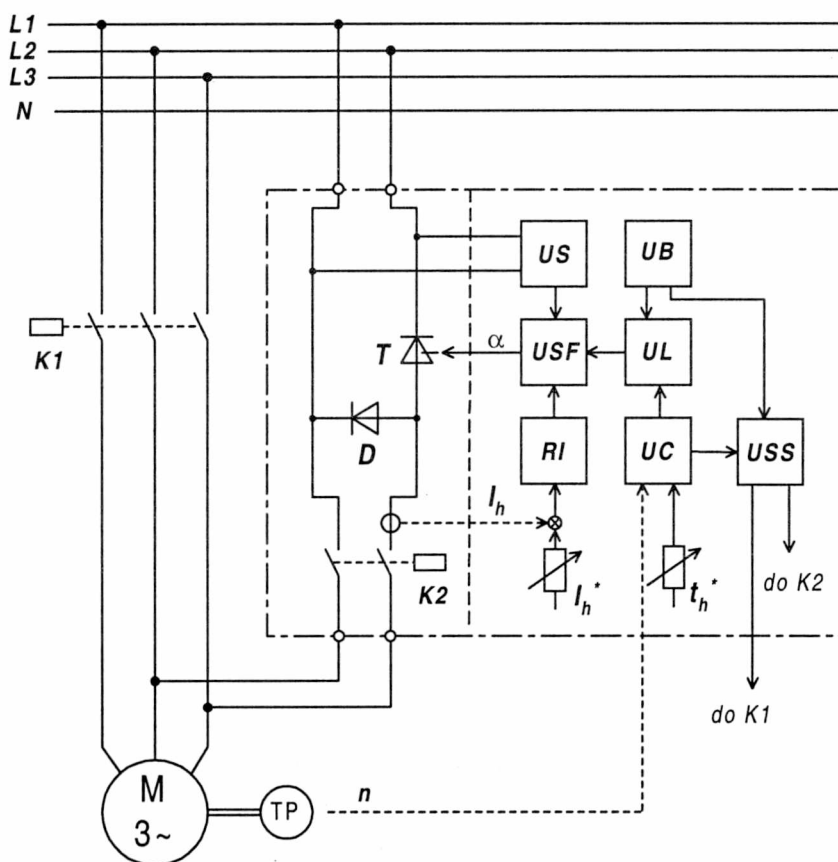
7. Opis budowy i badania eksperymentalne wybranych przekształtnikowych układów hamowania silników indukcyjnych

7.1. Opis urządzenia tyrystorowego o sterowaniu fazowym do hamowania dynamicznego silników indukcyjnych

W Instytucie Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej autor zaprojektował i wykonał urządzenie tyrystorowe o sterowaniu fazowym do hamowania dynamicznego prądem stałym silników indukcyjnych. Podstawowy schemat tego urządzenia energoelektronicznego przedstawiono na rys. 7.1. Dla zapewnienia uniwersalności wykonania zastosowano konstrukcję modułową urządzenia. Urządzenie składa się z podstawowego modułu energoelektronicznego oraz z elektronicznego modułu sterowania. Moduł podstawowy zawiera obwody główne przekształtnikowego układu hamowania, którego topologia i parametry są dobierane odpowiednio do wielkości mocy znamionowej silnika i wymaganego prądu hamowania. W wykonanym urządzeniu zastosowano układ jednofazowego, tyrystorowego prostownika sterowanego, złożonego z tyrystora T i diody zerowej D . Układ jest przystosowany do bezpośredniego zasilania napięciem fazowym lub międzyprzewodowym z sieci prądu przemienneo o niskim napięciu.

Elektroniczny moduł sterowania generuje impulsy do sterowania fazowego załączaniem tyrystorów w module energoelektronicznym oraz realizuje wykonywanie odpowiednich funkcji czasowo-logicznych i łączeniowych, zapewniających automatyzację pracy urządzenia. Wartość wytwarzanego podczas hamowania momentu elektromagnetycznego silnika jest nastawiana za pośrednictwem potencjometru I_h^* , który przez układ elektroniczny sterowania fazowego USF steruje wartością kąta załączania tyrystora T . Sterowanie wartości prądu hamowania odbywa się w otwartym układzie sterowania. W razie potrzeby istnieje możliwość zastosowania sterowania tego prądu w zamkniętym układzie regulacji przez zastosowanie sygnału sprzężenia od rzeczywistego prądu hamowania wymuszanego w uzwojeniu stojana. Elektroniczny układ czasowy UC wyznacza czas przyłączenia urządzenia do silnika napędowego podczas hamowania. Żądany czas trwania procesu hamowania jest nastawiany za pomocą potencjometru t_h^* , w zakresie od jednej sekundy do kilkudziesięciu sekund. Nastawa czasu hamowania jest dobierana zwykle drogą prób w taki sposób, aby czas przyłączenia urządzenia do hamowania do silnika był nieznacznie dłuższy od czasu, w którym następuje zatrzymanie układu napędowego. Taki sposób sterowania ma na celu

wyeliminowanie zbytecznego nagrzewania silnika przez prąd hamowania, płynący przez uzwojenie stojana po zatrzymaniu silnika. W urządzeniu przewidziano również możliwość dołączenia czujnika prędkości, którego sygnał zapewnia wyłączenie urządzenia na podstawie sygnału odpowiadającego zatrzymaniu silnika. Stosowanie takiego sposobu sterowania jest uzasadnione w układach napędowych o dużej zmienności momentu bezwładności lub momentu mechanicznego maszyny roboczej. W celu zakończenia procesu hamowania układ logiczny *UL* dokonuje blokady impulsów sterowania zaworów przekształtnika, a następnie generuje sygnały w celu odłączenia przekształtnikowego układu hamowania od uzwojenia stojana silnika.



Rys. 7.1. Schemat urządzenia tyrystorowego o sterowaniu fazowym do hamowania dynamicznego silników indukcyjnych

Moduł sterowania za pośrednictwem układu *USS* stycznikowo-przełącznikowego sterowania styczników K1 i K2 zapewnia automatyzację wszystkich czynności łączeniowych silnika napędowego i urządzenia do hamowania. Po otrzymaniu sygnału

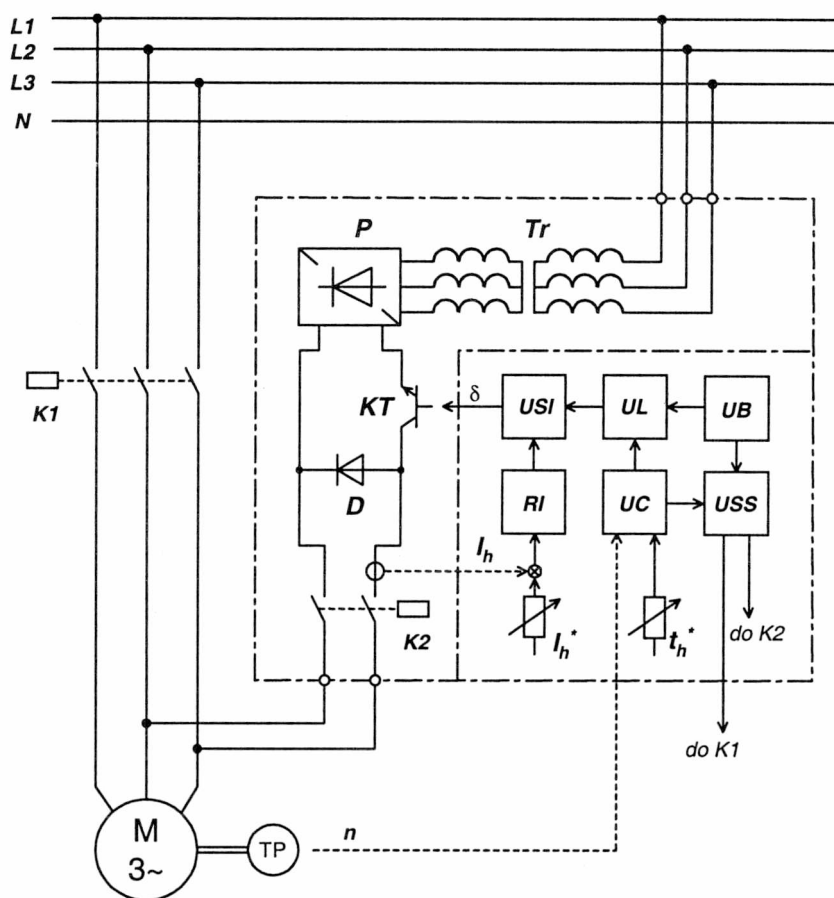
inicjującego rozpoczęcie procesu hamowania (np. naciśnięcie przycisku STOP) układ dokonuje kolejno wyłączenia silnika z sieci prądu przemiennego przez otwarcie stycznika K1, przyłączenia urządzenia do hamowania na czas potrzebny do zatrzymania układu napędowego, a następnie wyłączenia urządzenia po zakończeniu procesu hamowania. Załączanie i wyłączanie obwodów głównych urządzenia do hamowania odbywa się przez stycznik K2, dokonujący wszystkich łączeń w stanie bezprądowym. Uzyskano to przez wprowadzenie w układzie sterowania odpowiednich blokad i zwłok czasowych, które zapewniają, że impulsy sterowania zaworów układu tyrystorowego są odblokowywane dopiero po zamknięciu stycznika K2, a jego otwarcie następuje dopiero po zablokowaniu tych impulsów. Umożliwia to wyeliminowanie trudności z łączeniem stycznika hamowania K2, związanych z przerywaniem prądu stałego o dużym natężeniu. Dodatkową zaletą wprowadzenia zwłoki czasowej podczas załączania układu hamowania jest ograniczenie wpływu niekorzystnego oddziaływania napięcia resztkowego, indukowanego przez pole niestłumione wirnika w uzwojeniu stojana silnika odłączonego od sieci.

Opisane urządzenie tyrystorowe do hamowania zostało zastosowane w przemyśle w prototypowych układach napędowych kutrów masarniczych. Zadaniem układu hamowania było zapewnienie szybkiego zatrzymania wirnika silnika indukcyjnego, napędzającego wał nożowy podczas próby realizacji czynności manipulacyjnych w strefie działania tych noży oraz po wyłączeniu silnika napędowego [65]. Układ napędowy kutra masarniczego był wyposażony w dwubiegowy silnik indukcyjny klatkowy o mocy i prędkości znamionowej zależnych od typu kutra i wynoszących odpowiednio: 9/11 kW i 1465/2930 obr./min oraz 17/27 kW i 740/1470 obr./min. Zastosowanie układu hamowania elektrycznego umożliwiło wyeliminowanie złożonego układu hamowania mechanicznego, realizowanego za pośrednictwem hamulców ciernych, uruchamianych przez układ dźwigni podczas podnoszenia pokrywy osłaniającej wirujący wał nożowy kutra. Ten sposób hamowania mechanicznego był niepewny w działaniu i wymagał częstego sprawdzania nastawień elementów mechanicznych hamulców oraz okresowych przeglądów i wymiany zużywających się części.

7.2. Opis urządzenia tranzystorowego o sterowaniu impulsowym do hamowania dynamicznego silników indukcyjnych

Na rysunku 7.2 przedstawiono schemat tranzystorowego urządzenia o sterowaniu impulsowym, przeznaczonego do hamowania dynamicznego prądem stałym silników indukcyjnych, które zostało przez autora zaprojektowane i wykonane w Instytucie Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej. Podczas projek-

towania tego urządzenia przyjęto podobne założenia konstrukcyjne i zasady sterowania jak w przypadku opisanego urządzenia tyrystorowego o sterowaniu fazowym.



Rys. 7.2. Schemat urządzenia tranzystorowego o sterowaniu impulsowym do hamowania dynamicznego silników indukcyjnych

W celu zapewnienia uniwersalności konstrukcji oraz możliwości stosowania w układach napędowych o różnych mocach, urządzenie do hamowania wykonano w postaci modułowej. Urządzenie składa się z podstawowego modułu energoelektronicznego i elektronicznego modułu sterowania. Moduł energoelektroniczny zawiera transformator Tr obniżający napięcie sieci, niesterowany prostownik mostkowy P oraz sterownik napięcia stałego, złożony z klucza tranzystorowego KT i diody zerowej D . Układ sterowania zapewnia możliwość nastawiania częstotliwości impulsowego załączania klucza tranzystorowego w zakresie od kilkuset herców do kilku kiloherców. Do impulsowego sterowania wartości średniej prądu hamowania, a przez to

momentu hamowania, zastosowano zasadę zmiany względnego czasu przewodzenia klucza KT sterownika tranzystorowego, czyli wartości współczynnika wypełnienia δ . Elektroniczny układ sterowania realizuje funkcje związane ze sterowaniem impulsowym klucza tranzystorowego i dodatkowo wszystkie inne funkcje związane z załączaniem i wyłączaniem urządzenia oraz nastawianiem czasu hamowania i prądu hamowania. Czynności realizowane przez ten elektroniczny układ sterowania są podobne jak w omówionym tyrystorowym układzie hamowania o sterowaniu fazowym i z tych względów ich szczegółowy opis zostanie tu pominięty.

7.3. Badania eksperymentalne przekształtnikowych układów hamowania prądem stałym silników indukcyjnych

7.3.1. Opis stanowiska badawczego

Badania eksperymentalne przekształtnikowych układów hamowania prądem stałym silnika indukcyjnego wykonano na stanowisku laboratoryjnym, złożonym ze sprzężonych ze sobą mechanicznie silnika indukcyjnego pierścieniowego oraz silnika obcowzbudnego prądu stałego. Do układu mechanicznego dołączono masy zamachowe, zapewniające wydłużenie czasu trwania procesów hamowania.

Podstawowe parametry maszyn elektrycznych zainstalowanych na stanowisku badawczym wynosiły:

- silnik indukcyjny: typ SZUe 34b, $P_N = 2,2$ kW, $U_{IN} = 220/380$ V, $I_{IN} = 8,0/4,6$ A, $n_N = 1400$ obr./min,
- silnik prądu stałego: typ PROZc 132SZ, $P_N = 1,5$ kW, $U_{IN} = 220$ V, $I_{IN} = 8,3$ A, $n_N = 1410$ obr./min.

Badania eksperymentalne miały na celu wyznaczenie przebiegów elektromagnetycznych i elektrodynamicznych, występujących podczas stanów hamowania dynamicznego prądem stałym silnika indukcyjnego, podczas wymuszania przepływu prądu stałego w uzwojeniu stojana silnika za pośrednictwem układu przekształtnikowego. Badania wykonano z zastosowaniem jako układu przekształtnikowego, odpowiednio tyrystorowego lub tranzystorowego urządzenia do hamowania.

Podczas badań stanów elektrodynamicznych hamowania najpierw dokonywano rozruchu układu napędowego do pożądanej prędkości kątowej przez rozruch bezpośredni badanego silnika lub korzystanie z maszyny pomocniczej. Następnie po odpowiednich przełączeniach dokonywano przyłączenia badanego urządzenia do hamowania do uzwojenia stojana i wymuszano przepływ prądu stałego w uzwojeniu stojana silnika, aż do całkowitego zatrzymania układu napędowego. Badania natomiast stanów elektroma-

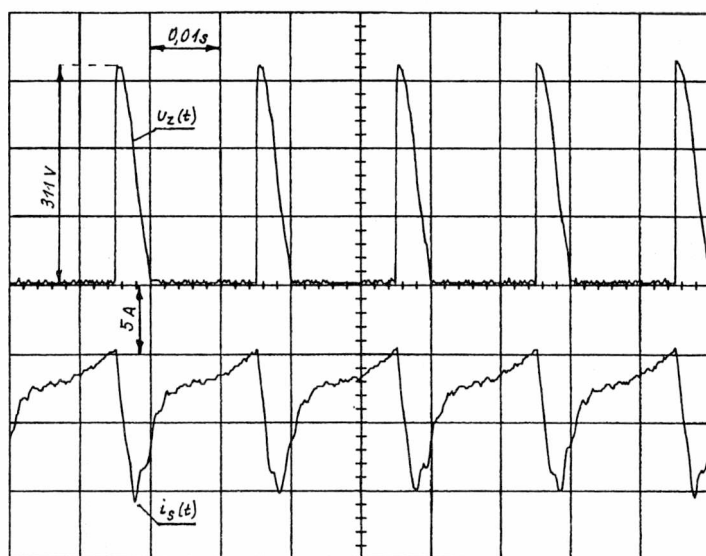
gnetycznych i stanów quasi-ustalonych hamowania wykonywano z utrzymywaniem przez silnik prądu stałego zadanej wartości prędkości kątowej układu napędowego i wymuszaniu przez odpowiednie urządzenie do hamowania przepływu prądu stałego w uzwojeniu stojana.

Rejestracji przebiegów pomiarowych dokonywano z wykorzystaniem oscyloskopu cyfrowego z pamięcią. Do pomiaru momentu hamowania w układzie pomiarowym zainstalowano miernik momentu mechanicznego, działający na zasadzie wałka skrętnego. Do pomiaru prędkości kątowej wału układu napędowego zastosowano tachoprądnice prądu stałego. Pomiaru prądu wymuszanego w uzwojeniu stojana dokonywano za pośrednictwem specjalnego bezindukcyjnego bocznika, włączonego w obwód stojana, a przebiegów napięć z zastosowaniem odpowiednich sond pomiarowych. Ze względu na niezbyt dobrą dokładność pomiaru momentu mechanicznego, otrzymane przebiegi wielkości elektromagnetycznych, otrzymane z badań eksperymentalnych, rozpatrywano pod względem jakościowym, a nie ilościowym.

7.3.2. Badania stanów hamowania silnika indukcyjnego z urządzeniem tyrystorowym o sterowaniu fazowym

Zarejestrowane podczas badań eksperymentalnych wybrane przebiegi elektromagnetyczne otrzymane podczas hamowania dynamicznego prądem stałym silnika indukcyjnego klatkowego z zastosowaniem opisanego w rozdz. 7.1 tyrystorowego urządzenia o sterowaniu fazowym przedstawiono na rys. 7.3–7.8. Badania tych stanów hamowania elektrycznego wykonano dla dwóch układów połączeń uzwojeń fazowych stojana: układu *GI* i układu *GII*. Podczas badań tyrystorowe urządzenie do hamowania było zasilane napięciem fazowym z sieci niskiego napięcia 220/380 V.

Na rysunkach 7.3 i 7.4 przedstawiono zarejestrowane przebiegi chwilowe napięcia wyjściowego $u_z(t)$ z przekształtnika i prądu wyjściowego $i_s(t)$, wymuszanego w uzwojeniu stojana silnika. Przebiegi te wyznaczono dla stanu hamowania silnika, realizowanego z zachowaniem stałej wartości kąta załączania tyrystora w urządzeniu tyrystorowym oraz utrzymywaniem stałej wartości prędkości obrotowej układu mechanicznego. Z przebiegów tych wynika, że prąd wymuszany w uzwojeniu stojana charakteryzuje się dużą zmiennością wartości chwilowej. W przedziałach czasu odpowiadających przewodzeniu tyrystora następuje bardzo szybki wzrost chwilowej wartości tego prądu, a podczas stanu wyłączenia tyrystora i przewodzenia w układzie diody zerowej następuje zbliżone do wykładniczego zmniejszanie się wartości tego prądu. W przebiegu chwilowym tego prądu można wyróżnić składową stałą prądu, której wartość decyduje o wartości średniej momentu elektromagnetycznego wytwarzanego przez silnik podczas hamowania. Składowa prądu stałego jest wymuszana przez składową stałą napięcia zasilania uzwojenia stojana. Przebieg chwilowy napięcia wyjściowego z przekształtnika ma postać impulsów, stanowiących wycinki napię-

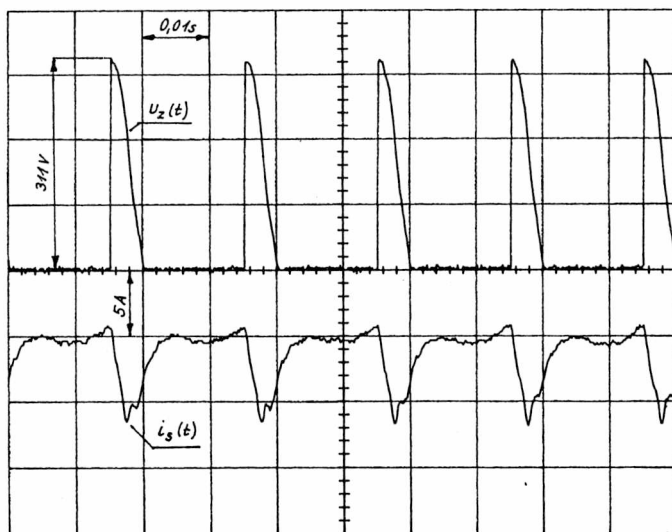


PLOTTED:
Feb 23/99
18: 15: 35

TR1: 5V : 10ms
ACQUIRED:
Feb 23/99
18: 15: 10

TR2: 0.1V : 10ms
ACQUIRED:
Feb 23/99
18: 15: 10

Rys. 7.3. Przebiegi chwilowe napięcia $u_z(t)$ i prądu $i_s(t)$ zasilającego uzwojenie stojana silnika indukcyjnego podczas hamowania z zastosowaniem tyrystorowego urządzenia o sterowaniu fazowym (układ GI, kąt załączenia tyrystora $\alpha_z = 90^\circ$, $n = 1200$ obr./min = const)

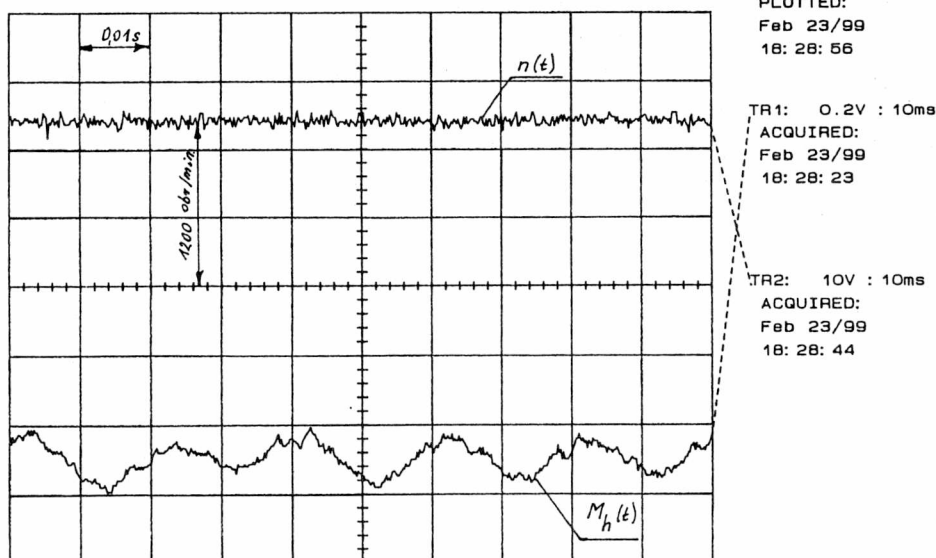


PLOTTED:
Feb 23/99
18: 10: 37

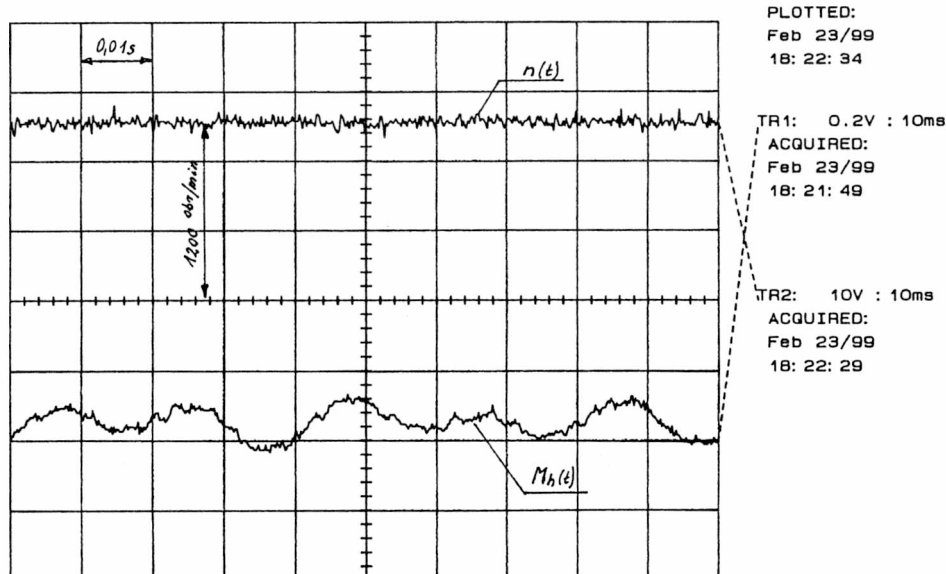
TR1: 5V : 10ms
ACQUIRED:
Feb 23/99
18: 10: 23

TR2: 0.1V : 10ms
ACQUIRED:
Feb 23/99
18: 10: 23

Rys. 7.4. Przebiegi chwilowe napięcia $u_z(t)$ i prądu $i_s(t)$ zasilającego uzwojenie stojana silnika indukcyjnego podczas hamowania z zastosowaniem tyrystorowego urządzenia o sterowaniu fazowym (układ GII, kąt załączenia tyrystora $\alpha_z = 90^\circ$, $n = 1200$ obr./min = const)



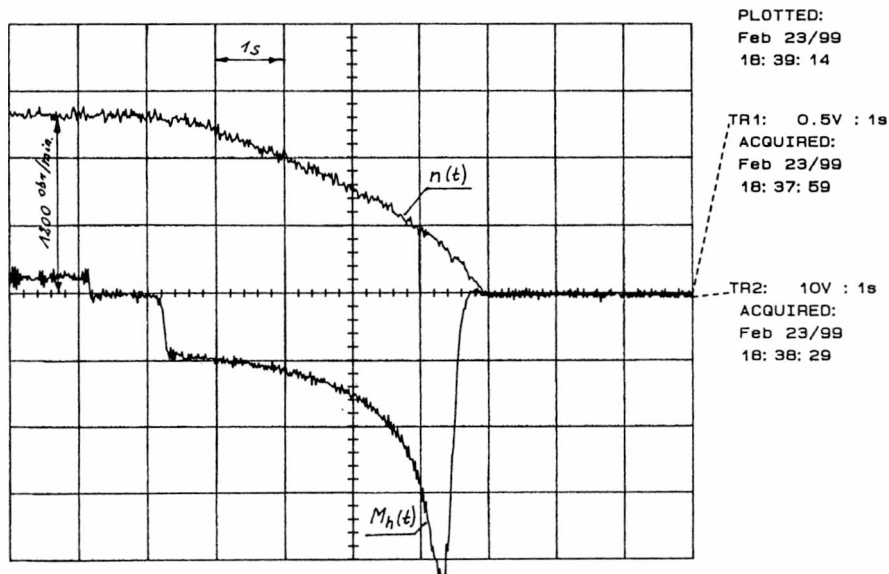
Rys. 7.5. Przebiegi chwilowe prędkości obrotowej $n(t)$ i momentu na wale silnika $M_h(t)$ podczas stanu ustalonego hamowania silnika indukcyjnego z zastosowaniem tyrystorowego urządzenia o sterowaniu fazowym (układ GI, kąt załączenia tyrystora $\alpha_z = 90^\circ$, $n = 1200$ obr./min = const)



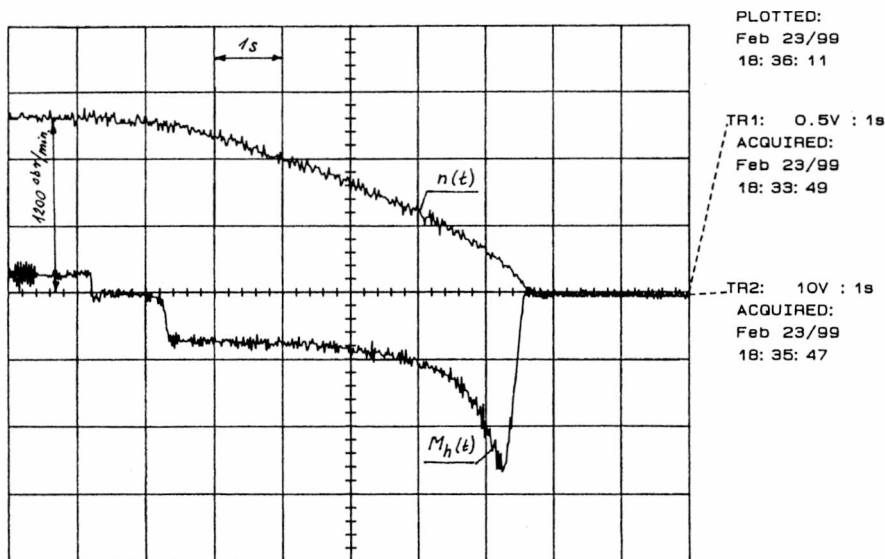
Rys. 7.6. Przebiegi chwilowe prędkości obrotowej $n(t)$ i momentu na wale silnika $M_h(t)$ podczas hamowania silnika indukcyjnego z zastosowaniem tyrystorowego urządzenia o sterowaniu fazowym (układ GII, kąt załączenia tyrystora $\alpha_z = 90^\circ$, $n = 1200$ obr./min = const)

cia przemiennego, zasilającego urządzenie do hamowania. Z porównania przebiegów na rys. 7.3 i 7.4 wynika, że jeśli nastawienia kąta załączania tyrystora w urządzeniu energoelektronicznym dla układu *GI* i *GII* są takie same, to dla układu *GI* otrzymuje się większe niż dla układu *GII* wartości składowej stałej prądu i maksymalnej wartości chwilowej prądu wymuszanego w uzwojeniu stojana. Jest to spowodowane w decydującym stopniu mniejszą rezystancją zastępczą układu połączonych uzwojeń fazowych stojana dla układu *GI* w porównaniu do układu *GII*. Na rysunkach 7.5 i 7.6 przedstawiono zarejestrowane przebiegi chwilowe prędkości obrotowej $n(t)$ i momentu na wale silnika $M_h(t)$, wyznaczone odpowiednio dla układu *GI* i *GII* dla przedstawionych warunków i nastawień w układzie hamowania. Z otrzymanych przebiegów pomiarowych wynika, że moment elektromagnetyczny silnika, wytwarzany podczas rozpatrywanego stanu pracy układu jest momentem o działaniu hamującym. W przebiegu chwilowym tego momentu można wyróżnić składową stałą momentu oraz składowe oscylacyjne momentu. Składowa stała momentu hamującego jest wywołana przez składową stałą prądu wymuszanego w uzwojeniu stojana, a składowe oscylacyjne momentu są spowodowane działaniem składowych oscylacyjnych prądu wymuszanego przez przekształtnik hamowania w uzwojeniu stojana. W przebiegu składowych oscylacyjnych momentu największy udział ma składowa o częstotliwości sieciowej napięcia zasilającego przekształtnik. Z badań wynika, że jeśli nastawienia w układzie sterowania urządzenia dla obu układów są takie same, to dla układu *GI* otrzymuje się większe wartości bezwzględne wytwarzanego momentu hamowania. Jest to spowodowane większą wartością składowej stałej prądu wymuszanego w układzie *GI* w uzwojeniu stojana.

Na rysunkach 7.7 i 7.8 przedstawiono odpowiednio dla układu *GI* i *GII* zarejestrowane przebiegi chwilowe prędkości obrotowej $n(t)$ i momentu na wale silnika $M_h(t)$, wyznaczone dla przedziału czasu od przełączenia układu z pracy silnikowej do stanu hamowania, aż do zatrzymania układu napędowego. Z otrzymanych przebiegów wynika, że zastosowanie tyrystorowego urządzenia do hamowania zapewnia szybkie zatrzymanie układu napędowego. W porównaniu do czasu wybiegu swobodnego uzyskano kilkukrotne skrócenie czasu zatrzymania. Moment hamowania zmienia swą wartość w zależności od chwilowej prędkości obrotowej wirnika, zgodnie z wynikami analizy teoretycznej. Dla układu *GI* otrzymano większe wartości bezwzględne chwilowego momentu hamowania i krótszy czas zatrzymywania układu mechanicznego. Jest to spowodowane większą wartością składowej stałej prądu wymuszanego w układzie *GI* w uzwojeniu stojana silnika.



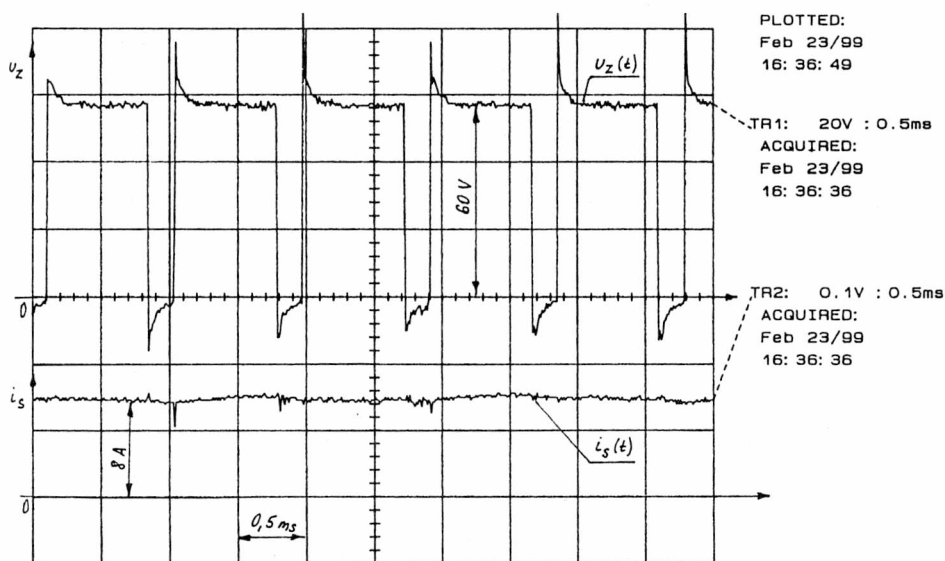
Rys. 7.7. Przebiegi chwilowe prędkości obrotowej $n(t)$ i momentu na wale silnika $M_h(t)$ podczas hamowania silnika indukcyjnego z zastosowaniem tyrystorowego urządzenia o sterowaniu fazowym (układ GI, kąt załączenia tyrystora $\alpha_z = 90^\circ$)



Rys. 7.8. Przebiegi chwilowe prędkości obrotowej $n(t)$ i momentu na wale silnika $M_h(t)$ podczas hamowania silnika indukcyjnego z zastosowaniem tyrystorowego urządzenia o sterowaniu fazowym (układ GII, kąt załączenia tyrystora $\alpha_z = 90^\circ$)

7.3.3. Badania stanów hamowania silnika indukcyjnego z tranzystorowym urządzeniem o sterowaniu impulsowym

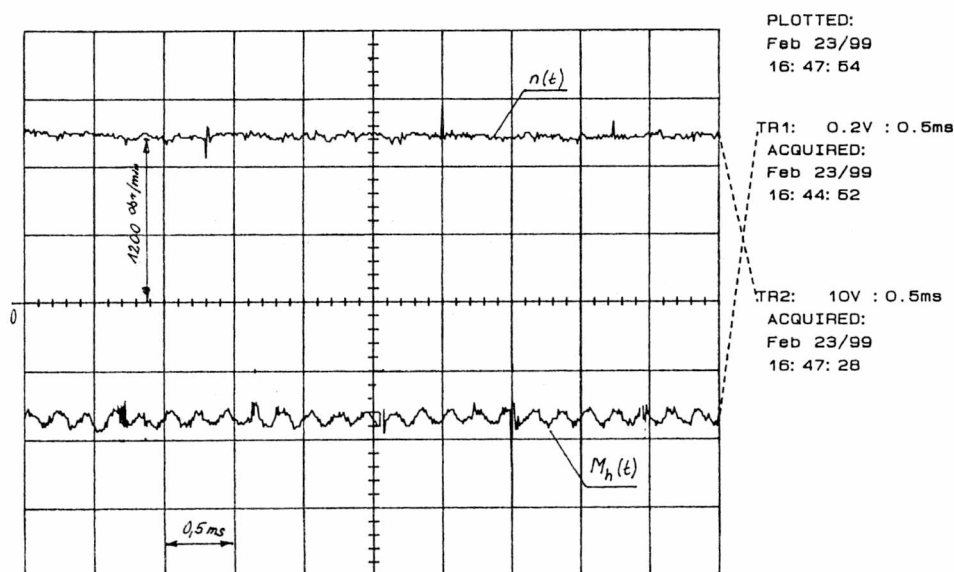
Zarejestrowane podczas badań eksperymentalnych wybrane przebiegi elektromagnetyczne otrzymane podczas hamowania dynamicznego prądem stałym silnika indukcyjnego klatkowego z zastosowaniem opisanego w rozdz. 7.2 tranzystorowego urządzenia o sterowaniu impulsowym, przedstawiono na rys. 7.9–7.11. Badania stanów hamowania wykonano dla dwóch układów połączeń uzwojeń fazowych stojana *GI* i *GII*. Z powodu bardzo mało znaczących różnic w zarejestrowanych przebiegach dla tych układów przedstawiono tylko wyniki badań dla praktycznie częściej stosowanego układu *GII*.



Rys. 7.9. Przebiegi chwilowe napięcia $u_z(t)$ i prądu $i_s(t)$ zasilającego uzwojenie stojana silnika indukcyjnego podczas hamowania z zastosowaniem tyrystorowego urządzenia o sterowaniu impulsowym (układ *GII*, współczynnik wypełnienia $k_w = T_z/T_p = 0,8$, $f_p = 1/T_p \approx 1080$ Hz, $n = 1200$ obr./min = const)

Na rysunku 7.9 przedstawiono zarejestrowane przebiegi chwilowe napięcia wyjściowego $u_z(t)$ i prądu wyjściowego z przekształtnika wymuszanego w uzwojeniu stojana silnika $i_s(t)$, wyznaczone podczas stanu hamowania silnika, z zachowaniem stałej częstotliwości sterowania klucza tranzystorowego, stałej wartości współczynnika wypełnienia k_w , stałej prędkości obrotowej układu mechanicznego. Z otrzymanych przebiegów wynika, że jeśli zastosuje się stosunkowo dużą wartość częstotliwości załączeń klucza tranzystorowego, około 1 kHz, to prąd wymuszany w uzwojeniu stojana jest praktycznie prądem o stałej wartości, mimo stosunkowo dużej zmienności

napięcia wyjściowego z przekształtnika do hamowania. Napięcie wyjściowe z przekształtnika ma postać zbliżoną do prostokątnych impulsów napięcia, których wartość średnia decyduje o wartości składowej stałej prądu wymuszanego w uzwojeniu stojana i wartości wytwarzanego momentu hamowania.



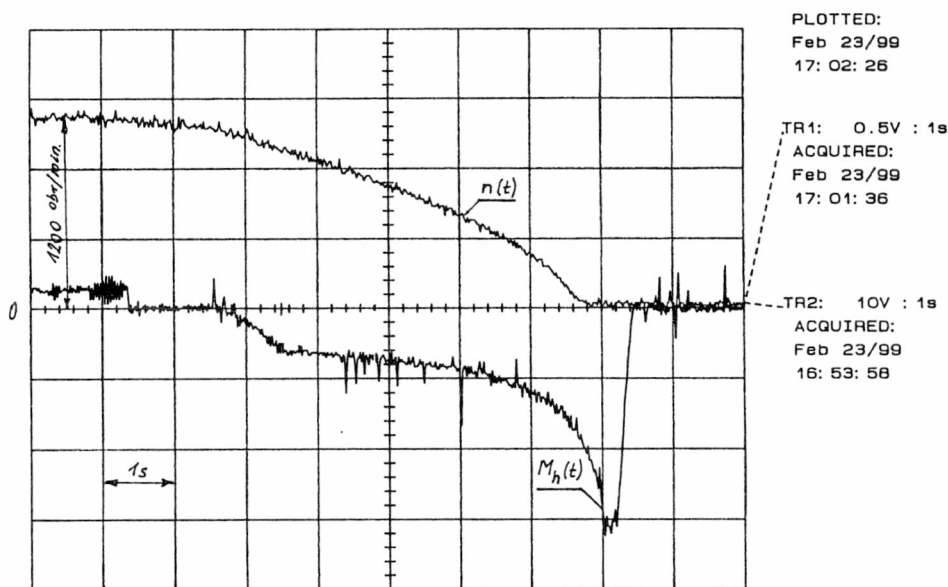
Rys. 7.10. Przebiegi chwilowe prędkości obrotowej $n(t)$ i momentu na wale silnika $M_h(t)$ podczas stanu ustalonego hamowania silnika indukcyjnego z zastosowaniem tranzystorowego urządzenia o sterowaniu impulsowym

(układ *GII*, współczynnik wypełnienia $k_w = T_z/T_p = 0,8$, $f_p = 1/T_p \approx 1080$ Hz, $n = 1200$ obr./min = const)

Na rysunku 7.10 przedstawiono zarejestrowane przebiegi chwilowe prędkości obrotowej $n(t)$ i momentu na wale silnika $M_h(t)$, wyznaczone dla tych samych warunków, przy których wykonano opisane badania. Z zarejestrowanych przebiegów wynika, że moment elektromagnetyczny silnika wytwarzany podczas rozpatrywanego stanu pracy układu jest momentem o działaniu hamującym. W przebiegu chwilowym tego momentu hamowania można wyróżnić dużą składową stałą momentu o działaniu hamującym. Występujące w zarejestrowanym przebiegu składowe oscylacyjne momentu były spowodowane mechanicznymi drganiami własnymi układu napędowego.

Na rysunku 7.11 przedstawiono zarejestrowane przebiegi chwilowej prędkości obrotowej $n(t)$ i momentu na wale silnika $M_h(t)$, wyznaczone po przełączeniu układu z pracy silnikowej do stanu hamowania, aż do zatrzymania układu napędowego. Z otrzymanych przebiegów wynika, że zastosowanie tranzystorowego urządzenia do

hamowania zapewnia szybkie i skuteczne zatrzymywanie układu napędowego, a przebieg chwilowy prądów i momentu hamowania ma charakter płynny.



Rys. 7.11. Przebiegi chwilowe prędkości obrotowej $n(t)$ i momentu na wale silnika $M_h(t)$ podczas hamowania silnika indukcyjnego z zastosowaniem tranzystorowego urządzenia o sterowaniu impulsowym (układ *GII*, współczynnik wypełnienia $k_w = T_z/T_p = 0,8$, $f_p = 1/T_p \approx 1080$ Hz)

8. Podsumowanie i wnioski końcowe

Niniejszy rozdział stanowi podsumowanie pracy i zestawienie najbardziej istotnych wniosków, które były przedmiotem szczegółowych rozważań w poszczególnych rozdziałach. W pracy przedstawiono analizę teoretyczną i badania symulacyjne stanów hamowania elektrycznego maszyny indukcyjnej. Opracowano modele matematyczne wybranych przekształtnikowych układów hamowania silników indukcyjnych klatkowych oraz metody analizy i symulacji stanów elektromagnetycznych, występujących w tych układach hamowania. Rozważania przedstawione w pracy umożliwiają ocenę właściwości poszczególnych metod i układów hamowania oraz poznanie wpływu rodzaju przekształtnika energoelektronicznego, topologii jego obwodów głównych oraz sposobu sterowania zaworami energoelektronicznymi przekształtnika na pracę układu

hamowania. Na podstawie analiz teoretycznych, badań symulacyjnych i eksperymentalnych można stwierdzić, że zastosowanie przekształtników energoelektronicznych rozszerza możliwości realizacji stanów hamowania elektrycznego silników indukcyjnych klatkowych. Zastosowanie przekształtników umożliwia stosowanie różnych metod hamowania silników, sterowanie wartości momentu elektromagnetycznego silnika podczas stanów hamowania oraz kształtowanie charakterystyk hamowania, odpowiednio do potrzeb maszyny roboczej i procesu technologicznego.

Do najważniejszych rezultatów i wniosków pracy można zaliczyć:

1. Opracowanie ogólnych modeli matematycznych maszyny indukcyjnej dla zmiennych stanu, sformułowanych w dowolnych układach współrzędnych i umożliwiających uwzględnienie dowolnego skojarzenia uzwojeń fazowych oraz ujęcie liniowych lub nieliniowych właściwości obwodu magnetycznego maszyny dla przepływu strumienia pola głównego. Wykazano, że różne pod względem topologicznym układy połączeń uzwojeń fazowych maszyny można podzielić na grupy więzów, dla których obowiązuje taki sam model matematyczny i przebieg procesów elektromagnetycznych i elektrodynamicznych.

2. Opracowanie modeli matematycznych do analizy przekształtnikowych układów napędowych dla stanów hamowania elektrycznego oraz przedstawienie różnych metod badania tych układów, z zastosowaniem metod analizy teoretycznej, obliczeń numerycznych oraz badań symulacyjnych.

3. Wyznaczenie zależności analitycznych, które mogą być zastosowane do racjonalnego wyboru struktury topologicznej układu hamowania, doboru parametrów układu hamowania, wyboru rodzaju przekształtnika stosowanego w układzie hamowania, metody jego sterowania, doboru nastaw w układach regulacji.

4. Wykazanie możliwości i celowości stosowania beztransformatorowych układów hamowania dynamicznego silników indukcyjnych klatkowych w układach szybkiego zatrzymywania maszyn roboczych. Układy te charakteryzuje prostota budowy, niski koszt wykonania, łatwość sterowania i duża pewność działania.

5. Wykonanie badań symulacyjnych i eksperymentalnych stanów elektromagnetycznych i elektrodynamicznych występujących w różnego rodzaju przekształtnikowych układach hamowania. Wyznaczenie charakteru zmienności podstawowych wielkości elektromagnetycznych w rozpatrywanych układach hamowania oraz przedstawienie interpretacji zjawisk elektromagnetycznych występujących podczas stanów hamowania.

6. Opracowanie modelu matematycznego i analiza przekształtnikowego układu napędowego z przekształtnikiem sieciowym AC/DC o dwukierunkowym przepływie energii elektrycznej i falownikiem napięcia, z zastosowaniem metody bezpośredniego sterowania mocy elektrycznej do sterowania przekształtnika AC/DC i metody bezpośredniego sterowania momentu elektromagnetycznego do sterowania falownika napięcia i silnika indukcyjnego.

Zagadnienia rozpatrywane w pracy powinny być pomocne w wyborze, projektowaniu i eksploatacji przekształtnikowych układów hamowania. Ze względu na intensywne zwiększenie zastosowań przekształtnikowych układów napędowych jest celowe kontynuowanie dalszych prac, dotyczących analizy teoretycznej i badań przekształtnikowych układów hamowania.

Załącznik 1

Równania bazowe modeli matematycznych maszyny indukcyjnej o liniowym obwodzie magnetycznym dla różnych układów współrzędnych

1. Równania bazowe dla układu współrzędnych fazowych (naturalnych)

Ogólna postać bazowych równań napięciowych dla układu współrzędnych fazowych (U, V, W):

$$[u_F] = [Z_F][i_F]. \quad (Z1.1)$$

Elementy macierzy impedancji maszyny indukcyjnej $[Z_F]$ dla współrzędnych fazowych wynoszą:

$$[Z_F] = [R_F] + [L_F]p + \omega_e [G_F], \quad (Z1.2)$$

$$[R_F] = \text{diag}[[R_s], [R_r]], \quad [R_i] = \text{diag}(R_i, R_i, R_i), \quad i = s, r \quad (Z1.3)$$

$$[L_F] = [L_F(\varphi_e)] = \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [L_{sr}] \\ [L_{rs}] & [L_{rr}] \end{bmatrix}, \quad [G_F] = \frac{\partial}{\partial \varphi_e} [L_F], \quad (Z1.4)$$

$$[L_{ii}] = \begin{bmatrix} L_{i\sigma} + L_\mu & -(1/2)L_\mu & -(1/2)L_\mu \\ -(1/2)L_\mu & L_{i\sigma} + L_\mu & -(1/2)L_\mu \\ -(1/2)L_\mu & -(1/2)L_\mu & L_{i\sigma} + L_\mu \end{bmatrix}, \quad i = s, r \quad (Z1.5)$$

$$[L_{sr}] = [L_{rs}]^T = L_\mu \cdot \begin{bmatrix} \cos \varphi_e & \cos(\varphi_e + \rho) & \cos(\varphi_e - \rho) \\ \cos(\varphi_e - \rho) & \cos \varphi_e & \cos(\varphi_e + \rho) \\ \cos(\varphi_e + \rho) & \cos(\varphi_e - \rho) & \cos \varphi_e \end{bmatrix}, \quad (Z1.6)$$

gdzie:

$$\varphi_e = p_b \cdot \varphi_m, \quad \rho = 2\pi/3. \quad (Z1.7)$$

Moment elektromagnetyczny maszyny, wyrażony przez współrzędne fazowe:

$$M_e = \frac{1}{2} p_b [i_F]^T [G_F] [i_F] = \begin{bmatrix} (i_{sU} i_{rU} + i_{sV} i_{rV} + i_{sW} i_{rW}) \sin \varphi_e + \\ + (i_{sU} i_{rV} + i_{sV} i_{rW} + i_{sW} i_{rU}) \sin(\varphi_e + \rho) + \\ + (i_{sU} i_{rW} + i_{sV} i_{rU} + i_{sW} i_{rV}) \sin(\varphi_e - \rho) \end{bmatrix}, \quad (Z1.8)$$

2. Równania bazowe dla różnych układów współrzędnych przetransformowanych

A. Równania bazowe maszyny indukcyjnej w prostokątnym układzie współrzędnych $(x, y, 0)$:

Transformacja $[T_{ixy0}]$ dokonuje odpowiednio przekształcenia współrzędnych fazowych stojana i wirnika do dwóch składowych prostokątnych (x, y) i składowej zerowej (0) :

$$[w_{ixy0}] = [w_{ix}, w_{iy}, w_{i0}]^T = [T_{ixy0}] [w_{iF}], \quad i = s, r, \quad (Z1.9)$$

$$[T_{ixy0}] = [T_{ixy0}(\gamma_i)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \gamma_i & \cos \gamma_{1i} & \cos \gamma_{2i} \\ -\sin \gamma_i & -\sin \gamma_{1i} & -\sin \gamma_{2i} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}. \quad (Z1.10)$$

Ogólna postać bazowych równań napięciowych dla układu współrzędnych prostokątnych $(x, y, 0)$:

$$[u_{xy0}] = [Z_{xy0}] [i_{xy0}]. \quad (Z1.11)$$

Macierz impedancji maszyny indukcyjnej $[Z_{xy0}]$ dla współrzędnych $(x, y, 0)$ wynosi:

$$\begin{aligned} [Z_{xy0}] &= [R_{xy0}] + [L_{xy0}]p + [K_{xy0}] \cdot [L_{xy0}] = \\ &= [R_{xy0}] + [L_{xy0}]p + \text{diag}(\omega_k [N_{xy0}], (\omega_k - \omega_e) [N_{xy0}]) \cdot [L_{xy0}] = \\ &= \begin{bmatrix} \text{diag}(R_s, R_s, R_s) & \text{diag}(0, 0, 0) \\ \text{diag}(0, 0, 0) & \text{diag}(R_r, R_r, R_r) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} \text{diag}(L_s, L_s, L_{s\sigma}) & \text{diag}(L_m, L_m, 0) \\ \text{diag}(L_m, L_m, 0) & \text{diag}(L_r, L_r, L_{r\sigma}) \end{bmatrix} p + \\ &+ \begin{bmatrix} \omega_k [N_{xy0}] & \text{diag}(0, 0, 0) \\ \text{diag}(0, 0, 0) & (\omega_k - \omega_e) [N_{xy0}] \end{bmatrix} \cdot [L_{xy0}], \end{aligned} \quad (Z1.12)$$

gdzie:

$$L_s = L_{s\sigma} + L_m, \quad L_r = L_{r\sigma} + L_m, \quad L_m = (3/2)L_\mu, \quad [N_{xy0}] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (Z1.13)$$

Moment elektromagnetyczny wyrażony przez współrzędne w układzie $(x, y, 0)$ wynosi:

$$M_e = p_b L_m (i_{sy} i_{rx} - i_{sx} i_{ry}). \quad (Z1.14)$$

B. Równania bazowe maszyny indukcyjnej w ogólnej postaci wektorowej.

Transformacja $[T_{ik0}]$ dokonuje odpowiednio przekształcenia współrzędnych fazowych stojana i wirnika do wektora przestrzennego $\underline{w}_i$ (kompleksora [52]) i składowej zerowej (0):

$$[\underline{w}_{ik0}] = [\underline{w}_i, w_{i0}]^t = [T_{ik0}] [w_{iF}], \quad i = s, r, \quad (Z1.15)$$

$$[T_{ik0}] = [T_{ik0}(\gamma_i)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} e^{-j\gamma_i} & \underline{a} \cdot e^{-j\gamma_i} & \underline{a}^2 \cdot e^{-j\gamma_i} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad i = s, r. \quad (Z1.16)$$

Ogólna wektorowa postać bazowych równań napięciowych maszyny indukcyjnej w postaci wektorowej:

$$[\underline{u}_{sr0}] = [\underline{Z}_{sr0}] [\underline{i}_{sr0}]. \quad (Z1.17)$$

Macierz impedancji maszyny indukcyjnej dla współrzędnych wektorowych wynosi:

$$\begin{aligned} [\underline{Z}_{sr0}] &= [R_{sr0}] + p[L_{sr0}] + [\underline{K}_{sr0}][L_{sr0}] = \\ &= [R_{sr0}] + [L_{sr0}]p + \text{diag}[\omega_k[N_{sr0}], (\omega_k - \omega_e)[N_{sr0}]] [L_{sr0}] = \\ &= \begin{bmatrix} \text{diag}(R_s, R_s) & \text{diag}(0, 0) \\ \text{diag}(0, 0) & \text{diag}(R_r, R_r) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{diag}(L_s, L_{s\sigma}) & \text{diag}(L_m, L_m) \\ \text{diag}(L_m, L_m) & \text{diag}(L_r, L_{r\sigma}) \end{bmatrix} p \\ &\quad + \begin{bmatrix} \omega_k \text{diag}(j, 0) & \text{diag}(0, 0) \\ \text{diag}(0, 0) & (\omega_k - \omega_e) \text{diag}(j, 0) \end{bmatrix} [L_{sr0}]. \end{aligned} \quad (Z1.18)$$

Moment elektromagnetyczny wyrażony przez wektory przestrzenne określa następujące równanie:

$$M_e = p_b L_m \cdot \text{Im}(\underline{i}_s \cdot \underline{i}_r^*). \quad (Z1.19)$$

C. Równania bazowe maszyny indukcyjnej w układzie współrzędnych trójosiowych (X, Y, Z) .

Transformacja $[T_{iXYZ}]$ dokonuje przekształcenia współrzędnych fazowych stojana lub wirnika do składowych trójosiowych (X, Y, Z):

$$[w_{iXYZ}] = [w_{iX}, w_{iY}, w_{iZ}]^T = [T_{iXYZ}][w_{iF}], \quad i = s, r \quad (Z1.20)$$

$$[T_{iXYZ}] = [T_{XYZ}(\gamma_i)] = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} (1/2) + \cos\gamma_i & (1/2) + \cos\gamma_{li} & (1/2) + \cos\gamma_{2i} \\ (1/2) + \cos\gamma_{2i} & (1/2) + \cos\gamma_i & (1/2) + \cos\gamma_{li} \\ (1/2) + \cos\gamma_{li} & (1/2) + \cos\gamma_{2i} & (1/2) + \cos\gamma_i \end{bmatrix} \quad (Z1.21)$$

gdzie: $\gamma_{li} = \gamma_i - \rho, \quad \gamma_{2i} = \gamma_i + \rho, \quad \rho = 2\pi/3, \quad i = s, r. \quad (Z1.22)$

Ogólna postać bazowych równań napięciowych w układzie współrzędnych trójosiowych (X,Y,Z):

$$[u_{XYZ}] = [Z_{XYZ}][i_{XYZ}]. \quad (Z1.23)$$

Macierz impedancji maszyny indukcyjnej dla współrzędnych w układzie (X,Y,Z) wynosi:

$$\begin{aligned} [Z_{XYZ}] &= [R_{XYZ}] + [L_{XYZ}]p + [K_{XYZ}] \cdot [L_{XYZ}] = \\ &= [R_{XYZ}] + [L_{XYZ}]p + \text{diag}[\omega_k [N_{XYZ}], (\omega_k - \omega_e)[N_{XYZ}]] \cdot [L_{XYZ}] = \\ &= \begin{bmatrix} R_s & & \\ & R_s & \\ & & R_s \\ 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \\ R_r & & \\ & R_r & \\ & & R_r \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} L_{s\mu} & -0,5L_{\mu} & -0,5L_{\mu} \\ -0,5L_{\mu} & L_{s\mu} & -0,5L_{\mu} \\ -0,5L_{\mu} & -0,5L_{\mu} & L_{s\mu} \\ L_{\mu} & -0,5L_{\mu} & -0,5L_{\mu} \\ -0,5L_{\mu} & L_{\mu} & -0,5L_{\mu} \\ -0,5L_{\mu} & -0,5L_{\mu} & L_{\mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\mu} & -0,5L_{\mu} & -0,5L_{\mu} \\ -0,5L_{\mu} & L_{\mu} & -0,5L_{\mu} \\ -0,5L_{\mu} & -0,5L_{\mu} & L_{\mu} \\ L_{r\mu} & -0,5L_{\mu} & -0,5L_{\mu} \\ -0,5L_{\mu} & L_{r\mu} & -0,5L_{\mu} \\ -0,5L_{\mu} & -0,5L_{\mu} & L_{r\mu} \end{bmatrix} p + \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{\omega_k}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} & \frac{(\omega_k - \omega_e)}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot [L_{XYZ}], \end{aligned} \quad (Z1.24)$$

gdzie: $L_{s\mu} = L_{s\sigma} + L_{\mu}, \quad L_{r\mu} = L_{r\sigma} + L_{\mu}. \quad (Z1.25)$

Moment elektromagnetyczny wyrażony przez współrzędne trójosiowe (X, Y, Z) wynosi:

$$M_e = (p_b L_m / \sqrt{3}) \cdot [i_{sX}(i_{rZ} - i_{rY}) + i_{sY}(i_{rX} - i_{rZ}) + i_{sZ}(i_{rY} - i_{rX})]. \quad (Z1.26)$$

D. Równania bazowe maszyny indukcyjnej w układzie współrzędnych ($f, b, 0$).

Transformacja $[T_{ifb0}]$ dokonuje przekształcenia współrzędnych fazowych stojana lub wirnika do chwilowych składowych symetrycznych (f, b) i składowej zerowej (0):

$$[w_{ifb0}] = [w_{if}, w_{ib}, w_{i0}]^T = [T_{ifb0}] [w_{iF}], \quad i = s, r, \quad (Z1.27)$$

$$[T_{ifb0}] = [T_{ifb0}(\gamma_i)] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} e^{-j\gamma_i} & \underline{a} e^{-j\gamma_i} & \underline{a}^2 e^{-j\gamma_i} \\ e^{j\gamma_i} & \underline{a}^2 e^{j\gamma_i} & \underline{a} e^{j\gamma_i} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (Z1.28)$$

gdzie: $\underline{a} = \exp(j\rho)$, $\underline{a}^2 = \exp(j2\rho)$, $\rho = 2\pi/3$.

Równania bazowe dla układu chwilowych składowych symetrycznych ($f, b, 0$):

$$[\underline{u}_{fb0}] = [\underline{Z}_{fb0}] [i_{fb0}]. \quad (Z1.29)$$

Wyrażenie określające macierz impedancji maszyny indukcyjnej dla współrzędnych ($f, b, 0$) wynosi:

$$\begin{aligned} [\underline{Z}_{fb0}] &= [R_{fb0}] + p[L_{fb0}] + [K_{fb0}][L_{fb0}] \\ &= [R_{fb0}] + [L_{fb0}]p + \text{diag}\left[\omega_k \left[\underline{N}_{fb0}\right], (\omega_k - \omega_e) \left[\underline{N}_{fb0}\right]\right] \cdot [L_{fb0}] \\ &= \begin{bmatrix} \text{diag}(R_s, R_s, R_s) & \text{diag}(0, 0, 0) \\ \text{diag}(0, 0, 0) & \text{diag}(R_r, R_r, R_r) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{diag}(L_s, L_s, L_{s\sigma}) & \text{diag}(L_m, L_m, 0) \\ \text{diag}(L_m, L_m, 0) & \text{diag}(L_r, L_r, L_{r\sigma}) \end{bmatrix} p \\ &\quad + \begin{bmatrix} \omega_k \text{diag}(j, -j, 0) & \text{diag}(0, 0, 0) \\ \text{diag}(0, 0, 0) & (\omega_k - \omega_e) \text{diag}(j, -j, 0) \end{bmatrix} [L_{fb0}]. \end{aligned} \quad (Z1.30)$$

Moment elektromagnetyczny maszyny wyrażony przez współrzędne ($f, b, 0$) opisuje równanie:

$$M_e = j p_b L_m \left(\underline{i}_{sb} \underline{i}_{rf}^* - \underline{i}_{sf} \underline{i}_{rb}^* \right) = j p_b L_m \left(\underline{i}_{sf}^* \underline{i}_{rf} - \underline{i}_{sb} \underline{i}_{rf}^* \right). \quad (Z1.31)$$

Załącznik 2

Aproksymacja analityczna nieliniowej charakterystyki magnesowania maszyny indukcyjnej

Do aproksymacji analitycznej nieliniowej charakterystyki $\psi_m(i_m)$ przyjęto zmodyfikowaną postać aproksymacji normalnej charakterystyki magnesowania maszyn elektrycznych [97, 101], wyrażoną w wielkościach względnych:

$$e_{mw} = a \cdot \arctg(b \cdot i_{mw}) + c \cdot i_{mw}, \quad (Z2.1)$$

gdzie:

$$e_{mw} = E_f / U_{1fN}, \quad i_{mw} = I_m / I_{mN}, \quad a = 1,12, \quad b = 1,2, \quad c = 0,05. \quad (Z2.2)$$

Modyfikacja stosowanej funkcji aproksymacyjnej polegała na dodaniu składnika proporcjonalnego ($c \cdot i_{mw}$), w celu ujęcia nieliniowych właściwości obwodu magnetycznego maszyny, występujących wtedy, gdy wartości względne prądu magnesowania są duże. Na podstawie wyznaczonych pomiarów charakterystyk magnesowania wybranych maszyn indukcyjnych określono wartość współczynnika c równą 0,05.

Wzór aproksymacyjny (Z2.1) przekształcono do postaci zależności $\psi_m(i_m)$, w której występują wielkości bezwzględne, równe modułom wektorów wielkości elektromagnetycznych w rozpatrywanych układach współrzędnych:

$$\psi_m = A_m \cdot \arctg(B_m \cdot i_m) + C_m \cdot i_m. \quad (Z2.3)$$

Wartości współczynników A_m , B_m i C_m są wyznaczane następująco:

– dla wielkości elektromagnetycznych rozpatrywanych w prostokątnym układzie współrzędnych ($x, y, 0$) i w postaci wektorowej:

$$A_m = (\sqrt{3} U_{1fN} / \omega_{1N}) a, \quad B_m = (1 / \sqrt{3} I_{mN}) b, \quad C_m = (U_{1fN} / \omega_{1N} I_{mN}) c, \quad (Z2.4)$$

– dla wielkości elektromagnetycznych rozpatrywanych w trójosiowym układzie współrzędnych (X, Y, Z):

$$A_m = (\sqrt{2} U_{1fN} / \omega_{1N}) a, \quad B_m = (1 / \sqrt{2} I_{mN}) b, \quad C_m = (U_{1fN} / \omega_{1N} I_{mN}) c. \quad (Z2.5)$$

Zależności aproksymacyjne nieliniowych współczynników indukcyjności maszyny indukcyjnej mają następującą postać:

$$L_m(i_m) = \psi_m(i_m) / i_m = A_m \cdot \arctg(B_m i_m) / i_m + C_m, \quad (Z2.6)$$

$$L_{md}(i_m) = \partial \psi_m(i_m) / \partial i_m = A_m B_m / (1 + B_m^2 i_m^2) + C_m. \quad (Z2.7)$$

Załącznik 3

Równania bazowe modeli matematycznych maszyny indukcyjnej o nieliniowym obwodzie magnetycznym dla różnych układów współrzędnych

1. Równania bazowe modelu nieliniowego maszyny indukcyjnej w układzie współrzędnych $(x, y, 0)$

Równania napięciowe dla nieliniowego modelu maszyny indukcyjnej w układzie współrzędnych prostokątnych $(x, y, 0)$ mają następującą ogólną postać:

$$[u_{xy0}] = [Z_{xy0}(i_m, \mu_m)][i_{xy0}]. \quad (Z3.1)$$

Macierz impedancji nieliniowej maszyny indukcyjnej dla współrzędnych $(x, y, 0)$ wynosi:

$$[Z_{xy0}(i_m, \mu_m)] = [R_{xy0}] + ([L_{\alpha xy0}] + [L_{gxy0}(i_m, \mu_m)])p + [K_{xy0}][L_{xy0}(i_m)]. \quad (Z3.2)$$

Dalej przedstawiono tylko te elementy macierzy impedancji nieliniowej maszyny indukcyjnej, które różnią się od występujących w macierzy impedancji dla modelu liniowego (Załącznik 1):

$$[L_{\alpha xy0}] = \text{diag}(L_{s\sigma}, L_{s\sigma}, L_{s\sigma}, L_{r\sigma}, L_{r\sigma}, L_{r\sigma}), \quad (Z3.3)$$

$$[L_{gxy0}(i_m, \mu_m)] = \begin{bmatrix} [L_{mxy0}] & [L_{mxy0}] \\ [L_{mxy0}] & [L_{mxy0}] \end{bmatrix}, \quad [L_{mxy0}] = \begin{bmatrix} L_{mx} & L_{my} & 0 \\ L_{my} & L_{mx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (Z3.4)$$

Poszczególne współczynniki indukcyjności występujące w tych macierzach opisują następujące zależności:

$$\begin{aligned} L_{mx} &= L_{mx}(i_m, \mu_m) = L_m(i_m) + \Delta L_m(i_m) \cdot \cos^2 \mu_m, \\ L_{my} &= L_{my}(i_m, \mu_m) = L_m(i_m) + \Delta L_m(i_m) \cdot \sin^2 \mu_m, \\ L_{mxy} &= L_{myx} = L_{mxy}(i_m, \mu_m) = (1/2) \cdot \Delta L_m(i_m) \cdot \sin(2\mu_m), \\ \Delta L_m(i_m) &= L_{md}(i_m) - L_m(i_m). \end{aligned} \quad (Z3.5)$$

Moduł wektora prądu magnesowania i_m i kąt jego położenia μ_m w układzie $(x, y, 0)$ wynoszą:

$$i_m = \sqrt{i_{mx}^2 + i_{my}^2}, \quad i_{mK} = i_{sK} + i_{rK}, \quad (K = x, y), \quad \mu_m = \arctg(i_{my} / i_{mx}). \quad (Z3.6)$$

2. Równania bazowe nieliniowego modelu maszyny indukcyjnej w układzie współrzędnych (X, Y, Z)

Równania napięciowe nieliniowego modelu maszyny indukcyjnej w układzie współrzędnych trójosiowych (X, Y, Z) mają następującą ogólną postać:

$$[u_{XYZ}] = [Z_{XYZ}(i_m, \mu_m)] [i_{XYZ}]. \quad (Z3.7)$$

Macierz impedancji nieliniowej maszyny indukcyjnej dla współrzędnych (X, Y, Z) ma postać:

$$[Z_{XYZ}(i_m, \mu_m)] = [R_{XYZ}] + ([L_{\sigma XYZ}] + [L_{gXYZ}(i_m, \mu_m)])p + [K_{XYZ}][L_{XYZ}(i_m)]. \quad (Z3.8)$$

Macierze i parametry macierzy impedancji nieliniowej maszyny indukcyjnej, które różnią się od występujących w macierzy impedancji dla modelu liniowego (Załącznik 1) wynoszą:

$$[L_{\sigma XYZ}] = \text{diag}(L_{s\sigma}, L_{s\sigma}, L_{s\sigma}, L_{r\sigma}, L_{r\sigma}, L_{r\sigma}). \quad (Z3.9)$$

$$[L_{gXYZ}(i_m, \mu_m)] = \begin{bmatrix} [L_{mXYZ}] & [L_{mXYZ}] \\ [L_{mXYZ}] & [L_{mXYZ}] \end{bmatrix}, \quad [L_{mXYZ}] = \begin{bmatrix} L_{mX} & L_{mXY} & L_{mXZ} \\ L_{mYX} & L_{mY} & L_{mYZ} \\ L_{mZX} & L_{mZY} & L_{mZ} \end{bmatrix}. \quad (Z3.10)$$

Współczynniki indukcyjności występujące w modelu nieliniowej maszyny indukcyjnej w układzie (X, Y, Z) opisują zależności:

$$\begin{aligned} L_{mX} &= L_{mX}(i_m, \mu_m) = L_m(i_m) + (2/3) \cdot \Delta L_m(i_m) \cdot \cos^2 \mu_m, \\ L_{mY} &= L_{mY}(i_m, \mu_m) = L_m(i_m) + (2/3) \cdot \Delta L_m(i_m) \cdot \cos^2(\mu_m - \rho), \\ L_{mZ} &= L_{mZ}(i_m, \mu_m) = L_m(i_m) + (2/3) \cdot \Delta L_m(i_m) \cdot \cos^2(\mu_m + \rho), \\ L_{mXY} &= L_{mYX} = L_{mXY}(i_m, \mu_m) = (2/3) \cdot \Delta L_m(i_m) \cdot \cos(\mu_m - \rho) \cdot \cos \mu_m, \\ L_{mXZ} &= L_{mZX} = L_{mXZ}(i_m, \mu_m) = (2/3) \cdot \Delta L_m(i_m) \cdot \cos \mu_m \cdot \cos(\mu_m + \rho), \\ L_{mYZ} &= L_{mZY} = L_{mYZ}(i_m, \mu_m) = (2/3) \cdot \Delta L_m(i_m) \cdot \cos(\mu_m - \rho) \cdot \cos(\mu_m + \rho), \\ \Delta L_m(i_m) &= L_{md}(i_m) - L_m(i_m). \end{aligned} \quad (Z3.11)$$

Moduł wektora prądu magnesowania i_m i kąt położenia μ_m w układzie współrzędnych (X, Y, Z) wynoszą:

$$i_m = \sqrt{(2/3)(i_{mX}^2 + i_{mY}^2 + i_{mZ}^2)}, \quad i_{mK} = i_{sK} + i_{rK}, \quad K = X, Y, Z,$$

$$\cos \mu_m = i_{mX} / i_m, \quad \cos(\mu_m - \rho) = i_{mY} / i_m, \quad \cos(\mu_m + \rho) = i_{mZ} / i_m. \quad (Z3.12)$$

3. Równania bazowe nieliniowej maszyny indukcyjnej w układzie współrzędnych $(f, b, 0)$

Równania napięciowe nieliniowego modelu maszyny indukcyjnej w układzie współrzędnych $(f, b, 0)$ mają następującą ogólną postać:

$$\begin{bmatrix} u_{fb0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{fb0} \end{bmatrix} (i_m, \mu_m) \begin{bmatrix} i_{fb0} \end{bmatrix}. \quad (Z3.13)$$

Macierz impedancji nieliniowej maszyny indukcyjnej dla współrzędnych $(f, b, 0)$ wynosi:

$$\begin{bmatrix} Z_{fb0} \end{bmatrix} (i_m, \mu_m) = \begin{bmatrix} R_{fb0} \end{bmatrix} + (\begin{bmatrix} L_{\sigma fb0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{gfb0} \end{bmatrix} (i_m, \mu_m)) p + \begin{bmatrix} K_{fb0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{fb0} \end{bmatrix} (i_m). \quad (Z3.14)$$

Elementy macierzy impedancji nieliniowej maszyny indukcyjnej dla współrzędnych $(f, b, 0)$, które się różnią od występujących w macierzy impedancji dla modelu liniowego (Załącznik 1) wynoszą:

$$\begin{bmatrix} L_{\sigma fb0} \end{bmatrix} = \text{diag}(L_{s\sigma}, L_{s\sigma}, L_{s\sigma}, L_{r\sigma}, L_{r\sigma}), \quad (Z3.15)$$

$$\begin{bmatrix} L_{gfb0} \end{bmatrix} (i_m, \mu_m) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{mfb} & L_{mfb} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} L_{mbf} & L_{mbf} \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} L_{mfb0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{mf} & L_{mfb} & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} L_{mbf} & L_{mb} & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}. \quad (Z3.16)$$

Współczynniki indukcyjności występujące w modelu nieliniowej maszyny indukcyjnej w układzie $(f, b, 0)$ są równe:

$$L_{mf} = L_{mb} = L_m(i_m) + (1/2) \cdot \Delta L_m(i_m),$$

$$L_{mfb} = L_{mfb}(i_m, \mu_m) = (1/2) \cdot \Delta L_m(i_m) \cdot \exp(j2\mu_m), \quad (Z3.17)$$

$$L_{mbf} = L_{mbf}(i_m, \mu_m) = (1/2) \cdot \Delta L_m(i_m) \cdot \exp(-j2\mu_m),$$

$$\Delta L_m(i_m) = L_{md}(i_m) - L_m(i_m).$$

Moduł wektora prądu magnesowania i_m i kąt jego położenia μ_m w układzie współrzędnych $(f, b, 0)$ wyznaczają zależności:

$$\begin{aligned} i_m &= \sqrt{[\operatorname{Re}(i_{mf})]^2 + [\operatorname{Im}(i_{mf})]^2}, \quad i_{mf} = i_{sf} + i_{rf}, \\ \mu_m &= \arg(i_{mf}) = \arctg[\operatorname{Im}(i_{mf}) / \operatorname{Re}(i_{mf})]. \end{aligned} \quad (Z3.18)$$

Załącznik 4

Dane znamionowe i parametry elektromagnetyczne silników indukcyjnych wykorzystywane w obliczeniach i badaniach symulacyjnych

Oznakowanie silnika	S1	S2
Typ silnika	MTK-31-6	SZJe-54a
Moc znamionowa P_N [kW]	11	10
Znamionowe napięcie fazowe stojana $U_{I/N}$ [V]	220	220
Znamionowy prąd fazowy stojana $I_{I/N}$ [A]	26,4	20,5
Częstotliwość napięcia zasilania f_{IN} [Hz]	50	50
Znamionowa prędkość obrotowa n_N [obr./min]	920	1460
Rezystancja fazowa stojana R_s [Ω]	0,415	0,494
Rezystancja fazowa wirnika (sprowadzona) R_r [Ω]	0,824	0,376
Reaktancja rozproszenia stojana $X_{s\sigma}$ [Ω]	0,467	0,912
Reaktancja rozproszenia wirnika (sprowadzona) $X_{r\sigma}$ [Ω]	0,708	0,912
Reaktancja magnesowania X_m [Ω]	12,534	16,312
Moment bezwładności wirnika J_s [kgm ²]	0,25	0,067

S1 – silnik indukcyjny klatkowy o podwyższonej wartości poślizgu krytycznego (zwiększonej wartości rezystancji fazowej wirnika),

S2 – silnik indukcyjny klatkowy o normalnej budowie.

Literatura

- [1] Arancij G.V., *Ob ustanovivšejsja reakcii lineinoj cepi na vozdejstve v vide mnogointervalnoj kusočno-nepreryvnoj periodičeskoj funkcii*, Električestvo, nr 4, 1985, s. 48–52.
- [2] Belmans R., Busschots F., Timmer R., *Practical design considerations for braking problems in overhead crane drives*, Proc. of the 28th Ann. Meet. IEEE Ind. Appl. Soc., IAS'93, Toronto, Canada, Oct. 1993, s. 473–479.
- [3] Bisztyga K., *Hamowanie dynamiczne silnika asynchronicznego jako graniczny przypadek regulacji częstotliwościowej*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. XI, z. 2, 1965, s. 287–300.
- [4] Bolognani S., Buja S.G., *Control System Design of a Current Inverter Induction Motor Drive*, IEEE Trans. on Ind. Appl., V. IA-21, nr 5, 1985, s. 1145–1153.
- [5] Braslavskij I.J., Valek V.M., Korostelev V.P., *K analizu režima dinamičeskogo tormoženiya asinchronnykh dvigatelej, upravljajemykh impulsnymi komutatorami v statornych cepjach*, Avtomatizirovannyj elektroprivod, Sverdlovsk 1978, s. 115–121.
- [6] Braslavskij I.J., Zjuzev A.M., *Regulirovanie skorosti tiristornykh asinchronnykh elektroprivodov s parametričeskim upravljeniem*, Električestvo, nr 1, 1985, s. 27–32.
- [7] Braslavskij I.J., *Asinchronnyj poluprovodnikovyy elektroprivod s parametričeskim upravljeniem*, Energoatomizdat, Moskva 1988.
- [8] Brown J.E., Kovacs K.P., Vas P., *A method of including the effects of main flux path saturation in the generalized equations of a.c. machines*, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, V. PAS-102, nr 1, 1983, s. 96–103.
- [9] Chrzastowski P., *Circuit-based model of an asynchronous motor in a phase coordinate system for simulation of converter drives using the ISSPICE program*, Proc. of the Int. Conf. on Electrical Drives and Power Electronics EDPE'96, Stara Lesna, Slovakia, s. 424–429.
- [10] Citko T., Sikorski A., *Warunki wektorowego sterowania predykcyjnego tranzystorowym przekształtnikiem AC/DC o jednostkowym wejściowym współczynniku mocy*, Przegląd Elektrotechniczny, R. LXXII, z. 3, 1996, s. 70–73.
- [11] Danzer J., *Prechodné jevy kmitotcove rízeného asynchrónného motoru*, Elektrotechnický Obzor, 69, c. 10, 1980, s. 605–610.
- [12] Demenko A., *Symulacja dynamicznych stanów pracy maszyn elektrycznych w ujęciu polowym*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1997.
- [13] Depenbrock M., *Direct self-control (DSC) of inverter-fed induction machine*, IEEE Trans. Power Electron., V. 3, nr 4, 1988, s. 420–429.
- [14] Dubey G.K., Agarwal S., Verma A.K., *Analysis and performance of controlled braking of induction motor using single thyristor and diode*, Journal of the Institution of Engineers (India), V. 65, 1985, s. 149–151.
- [15] Filc R.V., *Matematičeskie osnovy teorii elektromechaničeskikh preobrazovatelej*, Naukova Dumka, Kijev 1979.
- [16] Frackiewicz Z., Lettl J., *Model i algorytm sterowania napędu silnikiem asynchronicznym z falownikiem prądu*, Archiwum Elektrotechniki, t. XXXIX, z. 1/4, 1990, s. 353–374.

- [17] Frąckowiak L., *Energoelektroniczne układy hamowania odzyskowego silników spalinowych*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1997.
- [18] Ghani S.N., *An unified approach to the simulation of induction machine dynamics, Part I: Review and modelling, Part II: Simulation along ABC-abc reference frame, Part III: Simulation along ABC-Odq reference frame*, Archiwum Elektrotechniki, t. XXXIX, z. 1/4, s. 43–62, 63–84, 85–107.
- [19] Grantham C., *Dynamic Braking of Induction Motors*, Journal of Electrical and Electronics Engineering (Australia), V. 6, nr 3, 1986, s. 166–171.
- [20] Grantham C., *Zero-sequence dynamic braking and parameter determination*, IEE Proc. V. 130, Pt. B, nr 6, 1983, s. 392–398.
- [21] Habetler T.G., *A Space Vector-Based Rectifier Regulator for AC/DC/AC Converters*, IEEE Trans. on Power Electronics, V. 8, nr 1, 1993, s. 30–36.
- [22] Hannakam L., *Übergangsverhalten des Drehstrom-Schleifringläufers, Teil I: Ableitung der elektromechanischen Systemgleichungen, Regelungstechnik, H. 11, 1959, S. 393–398, Teil II: Aufstellung des Strukturbildes, Regelungstechnik, H. 12, 1959, S. 421–429.*
- [23] Hannakam L., *Gleichstrombremsung von Asynchronmaschinen*, ETZ-A, 87, H. 4, 1966, S. 515–526.
- [24] Harrison D., *The dynamic braking of induction motors*, Proc. of IEEE, 1955, V. 103, Part A, s. 121–133.
- [25] Hebenstreit J., Szymik J., *Hamowanie dynamiczne układów napędowych obrabiarek do drewna*, Wiadomości Elektrotechniczne, R. LVI, 1988, nr 15–16, s. 289–291.
- [26] Inaba H., Hirasawa K., Ando T., Hombu M., Nakazato M., *Development of a high-speed elevator controlled by current source inverter system with sinusoidal input and output*, IEEE Trans. on Industry Appl., V. 28, nr 4, 1992, s. 893–899.
- [27] Jordan H., Schmitt W., *Die Gleichstrombremsung des Asynchronmotors*, AEG-Mitteilungen, 1942, s. 7–11.
- [28] Kaźmierkowski M.P., Kasprowicz A., *Regulacja bezpośrednia momentu i strumienia silnika klatkowego zasilanego z falownika napięcia*, Przegląd Elektrotechniczny, R. LXX, z. 2, 1994, s. 30–33.
- [29] Keyhani A., Tsai H., *IGSPICE Simulation of Induction Machines with Saturable Inductances*, IEEE Trans. on Energy Conversion, v. 4, nr 1, 1989, s. 118–125.
- [30] Kędzior W., Pieńkowski K., *Stany dynamiczne maszyny indukcyjnej podczas hamowania prądem stałym*, Przegląd Elektrotechniczny, R. LVIII, z. 8/9, 1982, s. 226–229.
- [31] Khoei A., Yuvarajan S., *Dynamic braking of induction motors using dc injection*, Electric Machines and Power Systems, nr 10, 1985, s. 417–425.
- [32] Klima J., *Dynamické brzdění asynchronního motoru s pulsními menici*, Elektrotechnický Obzor, 75, c. 9, 1986, s. 525–530.
- [33] Kohlmeier H., Niermeyer O., Schröder D.F., *Highly Dynamic Four-Quadrant AC Motor Drive with Improved Power Factor and On-Line Optimized Pulse Pattern with PROMC*, IEEE Trans. on Industry Appl., V. IA-23, nr 6, 1987, s. 1001–1009.
- [34] Kovacs K.P., *On the theory of cylindrical rotor a.c. machines, including main flux saturation*, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, V. PAS-103, nr 4, 1984, s. 754–761.
- [35] Krause P.C., *Analysis of Electric Machinery*, McGraw-Hill Book Company, 1986.
- [36] Kron G., *Tensor analysis of networks*, John Wiley & Sons, 1965.
- [37] Latek W., *Teoria maszyn elektrycznych*, WNT, Warszawa 1982.
- [38] Lettl J., Zeman K., *Ustalene stavy pohonu s asynchronním motorem a proudovým stridacem při brzdění do odporu*, Elektrotechnický Obzor, 74, c. 7, 1985, s. 379–392.
- [39] Lettl J., Zeman K., *Prechodné jevy pohonu s asynchronním motorem a proudovým stridacem při brzdění do odporu*, Elektrotechnický Obzor, 75, c. 10, 1986, s. 585–598.
- [40] Lettl J., *Analýtický model pohonu s asynchronním motorem, proudovým stridacem a pulsním menicem*, Elektrotechnický Obzor, 76, c. 5–6, 1987, s. 273–282.

- [41] Lettl J., Zeman K., *Simulace trakčního pohonu s asynchronním motorem, proudovým stridacem a pulsním menicem*, Elektrotechnicky Casopis, 39, c. 12, 1988, s. 873–884.
- [42] Lipo T.A., *The analysis of induction motors with voltage control by symmetrically triggered thyristors*, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, V.PAS-90, nr 2, 1971, s. 515–525.
- [43] Manninen V., *Application of direct torque control modulation technology to a line converter*, Proc. of Int. Conf. EPE'95, Sevilla, Spain, 1995, s. 1.292–1.296.
- [44] Maswood A.I., *Computer application in the analysis of rectifiers and converters*, IEE Proc.-Electr. Power Appl., V. 142, nr 4, 1995, s. 233–238.
- [45] Matras A., *Analiza pracy silnika asynchronicznego zasilanego przez antyrównoległy układ tyrystorowy*, Zeszyty Nauk. AGH, Elektryfikacja i Mechanizacja Górnictwa i Hutnictwa, nr 496, z. 69, 1975, s. 203–210.
- [46] Mejstel A.M., Najdis V.A., Chiersonskij Ju.U., *Kompletnye tyrystornye ustrojstva dla upravlenija asynchronnymi elektroprivodami*, Energija, Moskva 1971.
- [47] Melkebeek J.A.A., *Magnetising-field saturation and dynamic behaviour of induction machines*, Part I and II, IEE Proc., V. 130, Pt. B, nr 1, 1983, s. 1–9, 10–17.
- [48] Melkebeek J.A.A., Novotny D.W., *Steady state modelling of regeneration and self-excitation in induction machines*, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, V. PAS-102, nr 8, 1983, s. 2725–2733.
- [49] Novotny D.W., *Steady state performance of inverter fed induction machines by means of time domain complex variables*, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, V. PAS-95, nr 3, 1976, s. 927–935.
- [50] Novotny D.W., Gritter D.J., Studtmann G.H., *Self-excitation in inverter driven induction machines*, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, V. PAS-96, nr 4, 1977, s. 1117–1125.
- [51] Osman R.H., Bange J.B., *A regenerative centrifuge drive using a current-fed inverter with vector control*, IEEE Trans. on Industry Applic., V. IA-27, nr 6, 1991, s. 1076–1080.
- [52] Paszek W., *Stany niestabilne maszyn elektrycznych prądu przemiennej*, WNT, Warszawa 1986.
- [53] Peliš J., Misarek M., *Electrodynamic Braking of Induction Motors*, Czechoslovak Heavy Industry, nr 4, 1977, s. 17–19.
- [54] Petrov L.P., Ladenzon V.A., Podzolov R.G., Jakovlev A.V., *Modelirovanie asinchronnych elektroprivodov s tyrystornym upravljeniem*, Energija, Moskva 1977.
- [55] Petrov L.P., Ladenzon V.A., Zverevic V.E., *Rasčet elektromagnitnych perechodnych procesov pri dinamičeskom tormoženii asinchronnych dvigatelej*, Elektrotehnika, nr 2, 1968, s. 27–30.
- [56] Pieńkowski K., *Właściwości dynamiczne silników asynchronicznych podczas hamowania prądem stałym*, Mat. III Krajowej Konf. Elektroenergetycznej Napędu Elektrycznego i Trakcji, Warszawa, kwiecień 1984, s. 63–81.
- [57] Pieńkowski K., *Numeryczna metoda analizy silnika asynchronicznego podczas hamowania prądem stałym*, Mat. IX Symp. Zastosowanie maszyn matematycznych w elektrotechnice, Łódź, maj 1984, s. 128–132.
- [58] Pieńkowski K., *Analysis of dynamic states in three-phase induction motors during DC dynamic braking*, Proc. of Int. Conf. on Electrical Machines, Lausanne, Switzerland, P. 3, September 1984, s. 1184–1187.
- [59] Pieńkowski K., *Analiza hamowania prądem stałym silników indukcyjnych metodą wektorów przestrzennych*, Mater. Konf. Metody komputerowe w automatyce i elektronice, Częstochowa, wrzesień 1986, s. 198–207.
- [60] Pieńkowski K., *Digital investigation of the influence of electromechanical system parameters on the dynamic states of an induction motor during d.c.braking*, Modelling, Simulation & Control, V. A-8, nr 4, 1986, s. 51–64.
- [61] Pieńkowski K., *Analysis of the rotor field in high power induction motors after disconnection*, Modelling, Simulation & Control, 1987, V. A, nr 1, s. 49–62.

- [62] Pieńkowski K., Brzeziński R, *Analiza układów szybkiego tłumienia strumienia resztkowego wirnika w silnikach indukcyjnych dużej mocy*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1988, t. 34, z. 1, s. 269–289.
- [63] Pieńkowski K., Stankiewicz A., *Urządzenie tyrystorowe do hamowania dynamicznego prądem stałym silników indukcyjnych*, Przegląd Elektrotechniczny, R. LXVI, nr 9, 1990, s. 163–168.
- [64] Pieńkowski K., *Dynamic resistance braking of induction motor with current inverter*, Proc. of XII Symp. on Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits, Poznań, October 1991, s. 151–157.
- [65] Pieńkowski K., *Hamowanie dynamiczne napędu wału nożowego kutra masarniczego*, Wiadomości Elektrotechniczne, R. 60, nr 7, 1992, s. 264–267.
- [66] Pieńkowski K., *Tyrystorowe układy do hamowania dynamicznego silników indukcyjnych*, Mater. Konf. VIII Sympozjum: Mikromaszyny i serwonapędy, Książ, wrzesień 1992, s. 95–103.
- [67] Pieńkowski K., *Analiza i sterowanie silnika indukcyjnego z falownikiem prądowym podczas hamowania rezystorowego*, Prace Nauk. Inst. Układów Elektromaszynowych Polit. Wrocławskiej nr 43, Seria: Studia i Materiały nr 18, 1993, s. 141–154.
- [68] Pieńkowski K., *Zastosowanie całki Duhamela do analizy impulsowych układów hamowania dynamicznego silników indukcyjnych*, Mat. V Symp. Podstawowe problemy energoelektroniki, Ustroń, marzec 1993, s. 272–279.
- [69] Pieńkowski K., *Analiza tyrystorowych układów hamowania dynamicznego prądem stałym silników asynchronicznych*, Mat. XXIX Symp. Maszyn Elektrycznych: Niesymetrie w maszynach elektrycznych i transformatorach, Szklarska Poręba, czerwiec 1993, s. 245–250.
- [70] Pieńkowski K., *Analiza i sterowanie układów hamowania elektrycznego silników indukcyjnych z przekształtnikami energoelektronicznymi*, Mat. Konf. Nowoczesne Metody Sterowania w Energoelektronice i Napędzie Elektrycznym, Dobieszków, t. 2, grudzień 1993, s. 400–410.
- [71] Pieńkowski K., *Application of various state space models to the analysis of induction machine performance*, Proc. of XIII Symp. on Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits, Poznań, May 1994, s. 273–278.
- [72] Pieńkowski K., *Porównanie analizy silników indukcyjnych z przekształtnikami energoelektronicznymi*, Mat. VI Symp. Podstawowe problemy energoelektroniki i elektromechaniki, Ustroń, marzec 1995, s. 77–82.
- [73] Pieńkowski K., *Analiza przekształtnikowych układów napędowych z silnikami indukcyjnymi z wykorzystaniem funkcji przełączających*, Mat. Konf. Zastosowania Komputerów w Elektrotechnice, Kiekrz, kwiecień 1996, s. 145–148.
- [74] Pieńkowski K., *Macromodels for simulation of inverter-fed induction motors*, Proc. of the IEEE Int. Symp. on Industrial Electronics ISIE'96, Warsaw-Poland, V. 2, June 1996, s. 584–589.
- [75] Pieńkowski K., *Układy hamowania napędów przekształtnikowych z silnikami indukcyjnymi*, Prace Nauk. Inst. Maszyn i Napędów Elektr. Polit. Wrocł. nr 45, Studia i Materiały nr 19, Wrocław, 1996, s. 135–152.
- [76] Pieńkowski K., *The performance of resistor-chopper braking of VSI-fed induction motors*, Proc. of the Int. Conf. on Electrical Drives and Power Electronics, EDPE '96, Stara Lesna, Slovakia, Oct. 1996, s. 308–313.
- [77] Pieńkowski K., *Przekształtniki energoelektroniczne do hamowania dynamicznego silników indukcyjnych*, Mat. Konf. Energoelektronika w zastosowaniach przemysłowych, EZP '96, Warszawa, wrzesień 1996, s. 143–148.
- [78] Pieńkowski K., *Nieliniowe modele maszyny indukcyjnej w różnych układach współrzędnych*, Mat. VII Symp.: Podstawowe Problemy Energoelektroniki i Elektromechaniki, PPEE '97, Ustroń, marzec 1997, s. 128–133.
- [79] Pieńkowski K., *Strategie przełączeń w układach bezpośredniego sterowania momentu i strumienia silnika indukcyjnego*, Mat. III Kraj. Konf. Sterowanie w energoelektronice i napędzie elektrycznym, SENE '97, Łódź, listopad 1997, s. 483–488.

- [80] Pieńkowski K., *General models of induction machine for circuit-oriented simulators*, Proc. of the XV Symp. on Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits, EPNC '98, Liege, Belgium, Sept. 1998, s. 143–146.
- [81] Plachetka S., *Anwendungsbereiche verschiedenen Motorbremsgeräte*, Elektro-Anzeiger, 31, nr 8, 1987, s. 49–52.
- [82] Prokop J., *Metoda formułowania równań modelu matematycznego maszyn elektrycznych o cyklicznie przełączanych uzwojeniach*, Archiwum Elektrotechniki, t. XL, z. 2, 1991, s. 253–269.
- [83] Puchała A., *Dynamika maszyn i układów elektromechanicznych*, PWN, Warszawa 1977.
- [84] Ramamoorthy M., Samek M.F., *Steady-State Analysis of Phase Controlled Induction Motor with Isolated Neutral*, IEEE Trans. on Industrial Electronics and Control Instrumentations, V. IECI-23, nr 2, 1976, s. 178–184.
- [85] Rawicki S., *Modele matematyczne trójfazowej maszyny indukcyjnej pierścieniowej z uwzględnieniem wyższych harmoniczných pola*, Rozprawy nr 201, Politechnika Poznańska, Poznań 1989.
- [86] Robertson S.D.T., Hebbar K.M., *A Digital Model for Three-Phase Induction Machines*, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, V. PAS-88, nr 11, 1969, s. 1624–1634.
- [87] Ronkowski M., *Induction machines models for PSPICE simulation*, Materiały XXX Symp. Maszyn Elektrycznych, Kazimierz Dolny, 1994, s. 408–415.
- [88] Ronkowski M., *Circuit-oriented models of electrical machines for simulation of converter systems*, Zeszyty Naukowe Polit. Gdańskiej nr 523, Elektryka nr 78, 1995.
- [89] Salazar L., Joós G., *PSPICE Simulation of Three Phase Inverters by Means of Switching Functions*, IEEE Trans. on Power Electronics, V. 9, nr 1, 1994, s. 35–42.
- [90] Schröcker R., Michelson K., *Transistor-Schaltregler für die schonende Bremsung von hochtourigen Drehstrom-Asynchronmotoren*, Antriebstechnik, 27, nr 11, 1988, s. 42–44.
- [91] Sokolov M.M., Pietrov L.P., Masandilov L.B., Ladienzon W.A., *Elektromagnetyczne procesy przejściowe w asynchronicznym napędzie elektrycznym*, WNT, Warszawa 1970.
- [92] Spatz G., *Gleichstrombremsung von Asynchronmaschinen bei Speisung über einen Drehstromsteller*, ETZ-A, 93, H. 10, 1972, S. 551–555.
- [93] Stepanov A.D., Anders V.I., Bogatin A.A., *Analiz raboty asinchronnogo generatora s inverterom v režime samovozbuzhdenija*, Električestvo, nr 1, 1986, s. 28–33.
- [94] Szczęsny R., *Symulacja komputerowa systemów przekształtnikowych*, Zeszyty Naukowe Polit. Gdańskiej nr 488, Elektryka nr 72, 1992.
- [95] Takahashi I., Noguchi T., *A new quick response and high efficiency control strategy of an induction motor*, IEEE Trans. on Ind. Appl., nr 5, 1986, s. 820–827.
- [96] Tenne U., *Auswirkungen einer welligen Zwischenkreisspannung auf das Betriebsverhalten umrichter gespeister Asynchronmaschinen*, Dissertation, Technische Hochschule, Darmstadt, 1986.
- [97] Turowski J., *Elektrodynamika techniczna*, WNT, Warszawa 1993.
- [98] Valouch V., Škramlík J., *DSC-like control of voltage-source PWM rectifier*, Proc. of the Int. Conf. on Electrical Drives and Power Electronics, EDPE'96, Stara Lesna, Slovakia, Oct. 1996, s. 133–138.
- [99] Vas P., *Generalized Analysis of Saturated AC Machines*, Archiv für Elektrotechnik, 64, 1984, s. 57–62.
- [100] Vas P., Hallenius K.E., *A three phase and a quadrature-phase slip-ring model for saturated smooth-air-gap electrical machines*, Archiv für Elektrotechnik, 72, 1989, s. 59–68.
- [101] Vešenevskij S.N., *Rasčet charakteristik i soprotovlenij dla elektrodvigatelej*, Gosenergoizdat, Moskva 1955.
- [102] Vogel J., *Elektrische Antriebstechnik*, VEB Verlag Technik, Berlin 1988.
- [103] Volkov V.I., *Dinamičeskoe tormożenie asinchronnych dvigatelej s reguljatorom postojannogo napraženija*, Elektrotechnika, nr 11, 1984, s. 21–22.

- [104] Waldmann W., *Drehstromantrieb für Gleichstrombahnen*, Siemens-Zeitschrift, 50, H. 7, 1976, S. 493–497.
- [105] Warzecha A., *Jednoharmoniczny model maszyny asynchronicznej z nieliniowym głównym obwodem magnetycznym*, Elektrotechnika (AGH), t. 5, z. 4, 1986, s. 375–386.
- [106] Weissheimer H., *Die Asynchronmaschine mit Gleichstrom erregt als Bremse*, Archiv für Elektrotechnik, nr 8, 1934.
- [107] White D.C., Woodson H.H., *Electromechanical energy conversion*, John Wiley & Sons, New York 1959.
- [108] Zawalich E., *Wpływ nasycenia na maksymalny moment silnika asynchronicznego w stanie hamowania dynamicznego*, Rozprawy Elektrotechniczne, 16, nr 3, 1970, s. 623–638.
- [109] Žižek F., *Brzdeni asynchronniho trakčniho motoru s proudovým stridacem*, Elektrotechnický Obzor, 73, c. 9, 1984, s. 511–517.

Analysis of electrical braking systems of squirrel-cage induction motors with power electronics converters

The analysis and mathematical modelling of electrical braking systems of three-phase squirrel-cage induction motors are presented. The voltage and torque equations defined with the use of machine variables were transformed to equations with arbitrary reference-frame variables. The general equations of mathematical models of symmetrical induction machine with application of state variables considered in various reference frames are formulated. The formalized principles of including in the equations of the mathematical models of induction machine the electrical constraints, caused by the various ways of connecting phase windings of induction machine, are given. A division of the schemes of connections of induction machine phase windings into groups of electrical constraints has been proposed. The principles of obtaining mathematical model equations of induction machine for selected systems of electrical constraints are described. The general method of including in the equations of the mathematical models of induction machine the influence of non-linear properties of magnetic circuit for the main flux flow are given. The general circuit-oriented models of induction machine that enable to include linear or non-linear properties of machine magnetic circuit and are destined for the analysis and simulation of induction machines with any arrangement of electrical constraints have been formulated.

The analysis of electromagnetic and electrodynamic performances of electromechanical systems with induction motors during dynamic direct current braking has been conducted. The equations of mathematical models for selected, most frequently used schemes of stator phase winding connections have been developed. The analytical relations that describe transient components of phase currents and electromagnetic torque during braking operation have been introduced. The expressions that determine the values of attenuation coefficients and frequencies of the transient components have been determined. The time traces of phase currents and electromagnetic torque during direct braking of induction motor have been presented. The influence of rotor residual flux and parameters of electromechanical system on the braking performance of induction motor has been investigated. The schemes of direct current braking of induction motors with application of power electronics converters have been presented. The

braking converter systems with phase angle control and pulse width modulation control have been presented and the principles of controlled braking have been considered. The methods of analysis of electromagnetic states in these systems based on application of general state-space method or an operational method are given. The selected results of the analysis and digital simulation of electromagnetic transients during direct current braking performances have been presented and discussed.

The systems of electrical braking that are used in the converter systems of frequency controlled induction motors have been considered. The braking systems with application of current source inverters and voltage source inverters have been described. In the case of converter systems of induction motors with current source inverters the schemes of electrical braking systems used during regenerative braking and pulse controlled resistive braking have been analysed. The mathematical models and the method of analysis of power electronics braking systems based on application of special switching functions of the current source inverter or the method based on the appropriate choice of location of transformed system of state coordinates have been considered. The analytical conditions of equilibrium of braking systems have been defined. The functional relations that enable the selection of braking system parameters and the determination of braking torque curves have been described. The transient performances of motor currents, magnetic fluxes and electromagnetic torque obtained from digital simulation are presented. The control schemes of the braking system of induction machine with current source inverter have been considered and the tuning of controllers has been discussed.

In the case of converter systems of induction motors with voltage source inverters the schemes of electrical braking systems used during regenerative braking, controlled resistive braking and controlled direct current braking with using power electronics semiconductor switches of the voltage source inverter has been analysed. The control strategies of electrical braking systems of induction motors with voltage source inverters have been developed and presented. The analysis of controlled resistive braking of induction motor with voltage source inverter has been performed. The influence of control system parameters on the braking performances and the frequency of switching of braking resistance has been analysed. The schemes of controlled direct current braking of induction motor with voltage source inverter have been considered. Two possible control strategies of switching of power electronics semiconductor switches of voltage source inverter have been analysed. The transient performances of currents, and electromagnetic torque obtained from digital simulation of that system have been presented. The modern system of regenerative braking with application of special bi-directional AC/DC converter has been discussed. The principle of control method of direct power control of the AC/DC converter based on the method of direct torque and flux control of induction motor with voltage source inverter has been described. The mathematical model and the analysis of that power and control system has been developed. The selected results of mathematical analysis and digital simulation of the

electromagnetic performances in the braking converter systems have been presented and discussed.

The descriptions of designed and constructed power electronics devices for controlled direct current braking of induction motors have been presented. Two types of braking devices have been designed and investigated: with phase angle control and with pulse width control. The control systems used in these braking devices have been described. The experimental results of performances obtained from braking operation of induction motor with using designed braking devices are presented and discussed. The final conclusions of theoretical considerations, analysis and simulation results are formulated and presented.

Spis rzeczy

Wykaz oznaczeń	4
1. Wstęp	9
1.1. Wprowadzenie	9
1.2. Krytyczny przegląd literatury przedmiotu	11
1.3. Cel pracy	13
1.4. Zakres pracy	14
2. Modele matematyczne maszyny indukcyjnej o liniowym i nieliniowym obwodzie magnetycznym oraz różnych układach więzów elektrycznych	16
2.1. Wprowadzenie	16
2.2. Założenia upraszczające	18
2.3. Równania bazowe maszyny indukcyjnej o liniowym obwodzie magnetycznym	20
2.3.1. Równania maszyny indukcyjnej we współrzędnych fazowych	20
2.3.2. Ogólne transformacje współrzędnych fazowych do układów współrzędnych przetransformowanych	22
2.3.3. Ogólne równania bazowe maszyny indukcyjnej we współrzędnych przetransformowanych	24
2.4. Równania bazowe maszyny indukcyjnej o nieliniowym obwodzie magnetycznym	25
2.5. Równania maszyny indukcyjnej dla różnych układów więzów elektrycznych	28
2.5.1. Równania ogólne maszyny indukcyjnej z więzami elektrycznymi	28
2.5.2. Podział układów więzów elektrycznych uzwojeń na grupy więzów	31
2.5.3. Modele matematyczne maszyny indukcyjnej dla różnych grup więzów elektrycznych	33
2.5.4. Model symulacyjny maszyny indukcyjnej o dowolnych więzach elektrycznych	36
3. Analiza stanów elektrodynamicznych podczas hamowania prądem stałym silników indukcyjnych	38
3.1. Wprowadzenie	38
3.2. Przegląd klasycznych metod analizy stanów hamowania prądem stałym maszyn indukcyjnych	38
3.3. Analiza stanów statycznych maszyny indukcyjnej podczas hamowania prądem stałym	41
3.4. Modelowanie matematyczne stanów elektrodynamicznych maszyny indukcyjnej podczas hamowania prądem stałym	44
3.5. Analiza stanów elektromagnetycznych silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym	51
3.5.1. Analiza stanów elektromagnetycznych hamowania silnika dla układów z I grupy więzów	52
3.5.2. Analiza stanów elektromagnetycznych hamowania silnika dla układów z II grupy więzów	58

3.6. Obliczenia i badania symulacyjne stanów elektromagnetycznych silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym	62
3.7. Badania symulacyjne stanów elektrodynamicznych silnika indukcyjnego podczas hamowania prądem stałym	66
4. Analiza przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego prądem stałym silników indukcyjnych	71
4.1. Wprowadzenie	71
4.2. Klasyfikacja przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego	71
4.3. Sterowanie przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego prądem stałym	75
4.4. Metody analizy przekształtnikowych układów hamowania dynamicznego	77
4.5. Analiza z zastosowaniem metody rozszerzonego wektora stanu	81
4.5.1. Opis metody rozszerzonego wektora stanu	81
4.5.2. Przykłady zastosowania metody	84
4.6. Analiza z zastosowaniem metody całki superpozycyjnej	89
4.6.1. Opis metody całki superpozycyjnej	89
4.6.2. Przykłady zastosowania metody	91
4.7. Badania stanów elektrodynamicznych w przekształtnikowych układach hamowania prądem stałym	97
5. Analiza układów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem prądu	102
5.1. Wprowadzenie i klasyfikacja układów hamowania	102
5.2. Modele matematyczne układów hamowania silnika indukcyjnego z falownikiem prądu	105
5.2.1. Założenia upraszczające i równania wyjściowe	105
5.2.2. Analiza z zastosowaniem funkcji przełączających falownika prądu	106
5.2.3. Analiza z zastosowaniem orientacji układu współrzędnych przetransformowanych względem wektora prądu stojana	109
5.3. Analiza stanów statycznych hamowania rezystorowego i odzyskowego	114
5.3.1. Równania dla stanów statycznych hamowania	114
5.3.2. Analiza warunków równowagi statycznej	117
5.3.3. Charakterystyki statyczne hamowania dla różnych algorytmów sterowania	119
5.4. Analiza stanów quasi-ustalonych podczas hamowania elektrycznego	124
5.5. Badanie stanów elektromagnetycznych silnika indukcyjnego podczas przełączeń ze stanu pracy silnikowej do stanu hamowania elektrycznego	127
5.6. Sterowanie silnikiem indukcyjnym z falownikiem prądu podczas hamowania elektrycznego	130
5.6.1. Opis układu sterowania	130
5.6.2. Schemat strukturalny układu sterowania	132
5.6.3. Dobór parametrów i nastaw układu regulacji	135
6. Analiza układów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia	139
6.1. Wprowadzenie i klasyfikacja układów hamowania	139
6.2. Modele matematyczne układów hamowania elektrycznego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia	142
6.2.1. Założenia upraszczające i równania wyjściowe	142
6.2.2. Analiza z zastosowaniem funkcji przełączających falownika napięcia	144
6.2.3. Analiza z zastosowaniem orientacji układu współrzędnych przetransformowanych względem wektora napięcia stojana	147
6.3. Analiza stanów statycznych hamowania	153
6.3.1. Równania dla stanów statycznych hamowania	153
6.3.2. Analiza warunków równowagi statycznej	156
6.4. Analiza układu hamowania rezystorowego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia ...	158

6.4.1. Wprowadzenie	158
6.4.2. Analiza pracy układu hamowania rezystorowego	159
6.4.3. Badania symulacyjne stanów elektromagnetycznych podczas hamowania rezystorowego	165
6.5. Analiza hamowania dynamicznego prądem stałym silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia	169
6.5.1. Układy hamowania prądem stałym i metody ich sterowania	169
6.5.2. Badania symulacyjne stanów elektromagnetycznych podczas hamowania prądem stałym	172
6.6. Analiza stanów hamowania odzyskowego silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia i przekształtnikiem AC/DC o dwukierunkowym przepływie energii	174
6.6.1. Wprowadzenie	174
6.6.2. Model obliczeniowy i zasada sterowania przekształtnika AC/DC z zastosowaniem metody DPC	176
6.6.3. Opis układu sterowania DPC przekształtnika AC/DC	179
6.6.4. Badania symulacyjne układu sterowania przekształtnika AC/DC i silnika indukcyjnego z falownikiem napięcia	180
7. Opis budowy i badania eksperymentalne wybranych przekształtnikowych układów hamowania silników indukcyjnych	186
7.1. Opis urządzenia tyrystorowego o sterowaniu fazowym do hamowania dynamicznego silników indukcyjnych	186
7.2. Opis urządzenia tranzystorowego o sterowaniu impulsowym do hamowania dynamicznego silników indukcyjnych	188
7.3. Badania eksperymentalne przekształtnikowych układów hamowania prądem stałym silników indukcyjnych	190
7.3.1. Opis stanowiska badawczego	190
7.3.2. Badania stanów hamowania silnika indukcyjnego z urządzeniem tyrystorowym o sterowaniu fazowym	191
7.3.3. Badania stanów hamowania silnika indukcyjnego z urządzeniem tranzystorowym o sterowaniu impulsowym	196
8. Podsumowanie i wnioski końcowe	198
Załącznik 1. Równania bazowe modeli matematycznych maszyny indukcyjnej o liniowym obwodzie magnetycznym dla różnych układów współrzędnych	200
Załącznik 2. Aproksymacja analityczna nieliniowej charakterystyki magnesowania maszyny indukcyjnej	205
Załącznik 3. Równania bazowe modeli matematycznych maszyny indukcyjnej o nieliniowym obwodzie magnetycznym dla różnych układów współrzędnych	206
Załącznik 4. Dane znamionowe i parametry elektromagnetyczne silników indukcyjnych wykorzystywane w obliczeniach i badaniach symulacyjnych	209
Literatura	210
Analysis of electrical braking systems of squirrel-cage induction motors with power electronics converters	216

PRACE NAUKOWE INSTYTUTU MASZYN,
NAPĘDÓW I POMIARÓW ELEKTRYCZNYCH
(wydane w latach 1992–2000)

- Nr 42, Monografie nr 10, J. Dudzikowski, *Silniki komputerowe o magnesach trwałych*, Wrocław 1992
- Nr 43, Studia i Materiały nr 18, *Wybrane zagadnienia maszyn i napędów elektrycznych*, Wrocław 1993
- Nr 44, Monografie nr 11, A. Kordecki, *Dielektromagnetyki magnetowodów maszyn elektrycznych*, Wrocław 1994
- Nr 45, Studia i Materiały nr 19, *Zagadnienia maszyn i napędów elektrycznych*, Wrocław 1996
- Nr 46, Monografie nr 12, P. Zieliński, K. Schoepp, *Prądnice synchroniczne o magnesach trwałych z rozszczepionymi biegunami*, Wrocław 1999
- Nr 47, Monografie nr 13, L. Antal, *Obliczenia elektromagnetyczne bezżłobkowych maszyn synchronicznych z nadprzewodzącym uzwojeniem wzbudzenia*, Wrocław 1999
- Nr 48, Studia i Materiały nr 20, *SME 2000, Badania maszyn elektrycznych*, Wrocław 2000
- Nr 49, Studia i Materiały nr 21, *SME 2000, Diagnostyka maszyn elektrycznych*, Wrocław 2000
- Nr 50, Studia i Materiały nr 22, *SME 2000, Modelowanie maszyn elektrycznych*, Wrocław 2000
- Nr 51, Monografie nr 14, K. Makowski, *Jednofazowe silniki indukcyjne z pomocniczym uzwojeniem zwartym w ujęciu obwodowo-półowym*, Wrocław 2000

**Wydawnictwa Politechniki Wrocławskiej
są do nabycia w następujących księgarniach:
„Politechnika”
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław
budynek A-1 PWr., tel. (0-71) 320 25 34;
„Tech”
plac Grunwaldzki 13, 50-377 Wrocław
budynek D-1 PWr., tel. (0-71) 320 32 52
Prowadzimy sprzedaż wysyłkową**

ISSN 1507-0859