

METODA KRÓTKOTERMINOWEGO PROG-
NOZOWANIA ZAPOTRZEBOWANIA MOCY
W WĘZŁACH SIECIOWYCH 110 kV
DLA POTRZEB KIEROWANIA PRACĄ
SIECI ELEKTROENERGETYCZNEJ

Artur Wilczyński

Rozprawa doktorska przedstawiona do oceny
Radzie Naukowo-Dydaktycznej Instytutu
Energoelektryki Politechniki Wrocławskiej

Promotor : doc.dr hab.inż. Kazimierz Kinsner

Słowa kluczowe : prognoza, węzeł elektroenergetyczny,
sieć elektroenergetyczna

Mgr inż. ARTUR WILCZYŃSKI

Instytut Energoelektryki
Politechniki Wrocławskiej
Pl. Grunwaldzki 13
50-377 Wrocław

S T R E S Z C Z E N I E

Przedstawiono wyniki identyfikacji procesu zapotrzebowania mocy w węzłach sieciowych 110 kV oraz podano metodę predykcji tego procesu z tygodniowym wyprzedzeniem. Model predykcji zawiera trzy składowe: trendową, zero-jedynkową i losową /zakłócającą/. W rozprawie podano sposoby szacowania każdego z tych składników.

Ponadto zamieszczono wyniki analizy zależności między obciążeniami mocą czynną i bierną. Posłużyły one do opracowania metody predykcji mocy biernej w węzłach 110 kV.

Wykonano przykładowe obliczenia oraz badania mające na celu weryfikację prezentowanego modelu perspektywicznego wyznaczania zapotrzebowania mocy.

SPIS TREŚCI

Str.

1. WSTĘP	3
2. CZYNNIKI KSZTAŁTUJĄCE ZMIENNOŚĆ ZAPOTRZEBOWANIA MOCY W WĘZŁACH SIECIOWYCH 110 kV	6
3. OCENA DOTYCHCZASOWEGO STANU BADAŃ NAD ZAGADNIENIEM SZACOWANIA OBCIĄŻEŃ W WĘZŁACH 110 kV	13
4. TEŻĄ I CEL PRACY	18
5. MODEL TYGODNIOWEJ PROGNOZY ZAPOTRZEBOWANIA MOCY CZYNNEJ W WĘZŁACH 110 kV	19
5.1. Opis modelu zmiennej prognozowanej	19
5.2. Wyznaczanie funkcji trendu	20
5.3. Wyznaczanie składnika zero-jedynkowego	24
5.4. Szacowanie składnika losowego za pomocą autoregresyjnych modeli Markowa.....	25
5.5. Model predykcji	27
6. ANALIZA STABILNOŚCI STRUKTURY PROCESU ZAPOTRZEBOWANIA MOCY W WĘZŁACH SIECIOWYCH 110 kV	29
7. WERYFIKACJA MODELU PREDYKCJI ORAZ METODY POPRAWIENIA ZGODNOŚCI MODELU Z DANYMI EMPIRYCZNYMI	34
7.1. Weryfikacja hipotezy o istnieniu autokorelacji błędów prognozy	35
7.2. Weryfikacja hipotezy, że predykcja jest nieobciążona	36
8. PROGNOZA ZAPOTRZEBOWANIA MOCY BIERNEJ	37
8.1. Badanie zmienności $\text{tg } \varphi$	40
8.1.1. Dobowa zmienność $\text{tg } \varphi$	41
8.1.2. Roczna zmienność $\text{tg } \varphi$	44

8.2. Analiza korelacji i regresji między mocą czynną a bierną	47
8.2.1. Losowanie próby	47
8.2.2. Oszacowanie współczynników korelacji...	48
8.2.3. Wyznaczanie regresji krzywoliniowej między mocą czynną a bierną	49
8.2.4. Porównanie aproksymacji liniowej zależności między mocą czynną a bierną z innymi podstawowymi funkcjami regresji ...	50
8.3. Szacowanie mocy biernej z tygodniowym wyprzedzeniem	52
9. WNIOSKI	53
DODATEK 1 - Przykłady prognozy zapotrzebowania mocy czynnej w węzłach sieciowych 110 kV	54
Ocena dokładności predykcji	66
DODATEK 2 - Badanie rozkładu błędów prognozy	68
DODATEK 3 - Estymacja współczynnika autokorelacji błędów prognozy	76
Wykorzystanie estamatora współczynnika autokorelacji reszt do poprawienia jakości predykcji	85
DODATEK 4 - Badanie autokorelacji błędów prognozy testem von Neumana	92
Sprawdzenie hipotezy, że predykcja jest nieobciążona	100
DODATEK 5 - Przykłady szacowania obciążeń biernych..	108
SPIS LITERATURY	117

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- A_p - energia elektryczna czynna,
- A_Q - energia elektryczna bierna,
- a - współczynnik funkcji regresji opisującej zależność między P i Q ,
- a_t - wielkość efektu oddziaływania wyróżnionego czynnika na wartość zapotrzebowania mocy,
- $a_{i,j}$ - współczynnik modelu aproksymującego proces obciążenia szacowany metodą najmniejszych kwadratów,
- $\hat{a}_{i,t}$ - współczynnik modelu predykcji wyznaczany rekurencyjnie,
- b - współczynnik funkcji regresji opisującej zależność między P a Q ,
- C_T - stała Trügera,
- C_i - współczynnik modelu aproksymującego proces obciążenia szacowany metodą najmniejszych kwadratów,
- d_i - współczynnik modelu aproksymującego proces obciążenia szacowany metodą najmniejszych kwadratów,
- $E_{p,t}$ - błąd pomiaru mocy czynnej w chwili t ,
- $E_{Q,t}$ - błąd pomiaru mocy biernej w chwili t ,
- $F/x/$ - dystrybuanta teoretyczna zmiennej losowej X ,
- $F_n/x/$ - dystrybuanta empiryczna zmiennej losowej X ,
- f_t - funkcja trendu,
- G - statystyka obliczeniowa testu Cochрана,
- g - stabilizowana statystyka testu Cochрана,
- g_t - składnik zero-jedynkowy,
- h - średni względny błąd prognozy
- I^2 - współczynnik rozbieżności Theila,

- I_p - przedział predykcji,
- m_t - chwilowy stopień obciążenia mocą czynną,
- P - moc czynna,
- P_s - szczytowe obciążenie mocą czynną,
- P_t - realizacja mocy czynnej w chwili t ,
- $P_t^{/P/}$ - prognoza mocy czynnej w chwili t ,
- $\bar{P}$ - estymator średniej wartości mocy czynnej,
- Q - moc bierna,
- Q_s - szczytowe obciążenie mocą bierną,
- Q_t - realizacja mocy biernej w chwili t ,
- $Q_t^{/P/}$ - prognoza mocy biernej w chwili t ,
- Q^* - statystyka obliczeniowa testu von Neumana,
- Q_α^* - stabilizowana statystyka testu von Neumana,
- r_1 - estymator współczynnika autokorelacji rzędu pierwszego,
- $r_{p,Q}$ - estymator współczynnika korelacji liniowej Pearsona między mocą czynną a bierną,
- S - estymator dyspersji,
- S_p - średniokwadratowy błąd prognozy /estymator dyspersji predykcji/,
- S_p^2 - estymator wariancji predykcji,
- S_u^2 - estymator wariancji błędów prognozy,
- $\hat{S}_t^{-1}$ - operator wyrównania rzędu pierwszego w chwili t ,
- u_t - realizacja składnika losowego /błąd prognozy/,
- $\bar{u}$ - estymator średniej wartości błędów prognozy,
- w_t - ocena funkcji trendu w chwili t ,
- X_t^* - zmienna zero-jedynkowa,
- Y_t - zmienna prognozowana,
- $\bar{Y}$ - estymator średniej wartości zmiennej prognozowanej Y_t ,

- Y_t, τ_j - realizacja zmiennej prognozowanej dla godziny t
w dniu τ_j ,
- $Y_{t+\tau}/P$ - prognoza zmiennej Y_t z wyprzedzeniem τ ,
- $\tilde{Y}_t$ - teoretyczna wartość zmiennej Y_t ,
- $\tilde{Y}_t, \tau_j$ - teoretyczna wartość zmiennej Y_t, τ_j ,
- Y_t/P^* - prognoza skorygowana,
- $\mathcal{J}$ - parametr wyrównania,
- ΔP_t - wartość poprawki do prognozy w chwili t ,
- Δw_t - przyrost oceny funkcji tventu,
- δ_i - parametr wyznaczany metodą najmniejszych kwadratów,
- δ_1 - parametr modelu Markowa,
- ξ_t - składnik losowy,
- ϱ_k - współczynnik autokorelacji rzędu k ,
- $\varrho_{P,Q}$ - współczynnik korelacji między mocą czynną P
a bierną Q ,
- σ^2 - wariancja predykcji,
- φ_t - wartość kąta przesunięcia fazowego,
- χ_t - składnik czysto losowy.

1. W S T Ę P

Polepszenie jakości energii elektrycznej, ekonomii jej wytwarzania, przesyłu a także zwiększenie pewności pracy systemu energetycznego wymaga rozwiązania wielu problemów.

Jednym z podstawowych zagadnień jest konstrukcja modeli krótkoterminowego /od kilkunastu minut do tygodnia/ prognozowania zapotrzebowania mocy przeznaczonych dla różnych obszarów elektroenergetycznych /system krajowy, system okręgowy lub obszary zasilane z węzłów 110 kV/. Prawie 80% energii elektrycznej krajowej przepływa przez stacje 110 kV, są one zatem niezwykle istotnym elementem w systemie. Oszacowanie obciążeń w węzłach sieciowych 110 kV z odpowiednio dużym prawdopodobieństwem i z określonym wyprzedzeniem czasowym jest konieczne przy rozwiązywaniu szeregu problemów związanych z bieżącym prowadzeniem ruchu, planowaniem eksploatacji i projektowaniem sieci. Znajomość pobieranej mocy w węzłach 110 kV z wyprzedzeniem tygodniowym i w określonych godzinach umożliwi wykonanie obliczeń optymalizacyjnych, związanych z ekonomicznym rozdziałem obciążeń, rozpiływami mocy, wyborem najkorzystniejszych układów pracy sieci itp.

W niniejszej pracy zapotrzebowaniem mocy w węźle sieciowym autor będzie nazywał sumę mocy pobieranych

przez odbiory zasilane z węzła elektroenergetycznego. Zadaniem prognozy jest zatem oszacowanie zapotrzebowania mocy węzła rozumianego jako określony obszar zasilania, a nie traktowanego jako rozdzielnia systemowa.

Analogicznie jak dla systemu elektroenergetycznego również w przypadku węzłów można wyróżnić trzy podstawowe typy prognoz: krótkoterminowe, charakteryzujące się wyprzedzeniem od kilku minut do tygodnia, średnioterminowe, dla których okres wyprzedzenia waha się od tygodnia do jednego roku oraz długoterminowe o wyprzedzeniu wynoszącym kilka do kilkunastu lat.

Brak efektywnych metod predykcji poboru mocy w węzłach 110 kV można uzasadnić trudnością w znalezieniu adekwatnego modelu matematycznego obciążenia. Trudność ta tkwi w charakterze procesu zapotrzebowania mocy, cechującego się dużą wariancją i niestacjonarnością, a także w dużej różnorodności węzłów sieciowych.

Wydaje się, że jedynie model probabilistyczny i adaptacyjny może mieć w tym przypadku zastosowanie. Adaptacja musi być dwójakiego rodzaju: model powinien przystosowywać się do charakteru obciążenia w każdym węźle oraz reagować na zmiany w procesie obciążenia danego węzła.

Zastosowanie mogą tu również znaleźć metody symulacyjne; prace w tym zakresie prowadzone są w różnych ośrodkach naukowych.

W pracy przedstawiono model predykcji zapotrzebowania mocy z tygodniowym wyprzedzeniem, który bazuje na metodzie wyrównania wykładniczego [3,4,16] . Model ten generuje wartości prognozy na podstawie bardzo krótkiej historii rozważanego procesu. Szybkie reagowanie na nagłe wahania obciążenia oraz zastosowanie procedury, powodującej samouczenie się, która umożliwia reakcję na powolne zmiany strukturalne w procesie zapotrzebowania mocy, stanowią zasadnicze zalety modelu.

Przeprowadzone badania diagnostyczne wykazały, że prezentowany model predykcji można zastosować w dyspozycjach mocy przy planowaniu pracy sieci z tygodniowym wyprzedzeniem.

W literaturze nie napotkano żadnych pozycji zajmujących się metodami oceny perspektywicznej mocy biernej w węzłach 110 kV. Brak takich metod stwarza konieczność równorzędnego traktowania mocy biernej i czynnej, bądź też oceny ich współzależności.

W niniejszej pracy podano metodę badania zmienności współczynnika mocy i wyniki przeprowadzonych badań. Ponadto zamieszczono wyniki analizy korelacji i regresji, które umożliwiają wybranie odpowiedniego typu funkcji do opisanía zależności między pobieraną mocą

czynną i bierną. Wykonane badania pozwoliły autorowi na zaproponowanie odpowiedniej metody predykcji obciążeń mocą bierną.

Przedstawiona metoda prognozy wypełnia lukę w problematyce prognostycznej dotyczącej obciążeń w węzłach sieciowych 110 kV i może stanowić podstawę do prognozy bilansów mocy w tych węzłach.

2. CZYNNIKI KSZTAŁTUJĄCE ZMIENNOŚĆ ZAPOTRZEBOWANIA MOCY W WĘZŁACH SIECIOWYCH 110 kV

Na podstawie przeprowadzonych badań [21,23,24] można stwierdzić, że obciążenie typowych węzłów 110 kV waha się w granicach 10-50 MW. Górna granica wartości mocy dotyczy z reguły węzłów zasilających odbiorców o charakterze przemysłowym, zaś dolna - węzłów z odbiorami komunalno-bytowymi. Jedynie w nielicznych stacjach rozdzielczych zasilających duże zakłady przemysłowe obciążenie przekracza 100 MW.

Wielkość zapotrzebowania mocy w węźle, będąca sumą mocy zapotrzebowanej dużej liczby elementarnych odbiorów, znajdujących się na określonym obszarze zasilania, zależy od wielu czynników /deterministycznych i losowych/, których oddziaływanie nie jest jeszcze dostatecznie rozpoznane. Gwałtowne i częste wahania pobieranej mocy powodują dużą wariancję tego procesu, co stanowi zasadniczą trudność w zapewnieniu odpowiedniego stopnia trafności prognozy.

Do najistotniejszych czynników decydujących o zmienności obciążenia w węźle 110 kV należą:

- struktura odbiorów na określonym obszarze zasilania,
- zmienność i charakter procesu technologicznego zakładów przemysłowych,
- struktura demograficzna i poziom stopy życiowej mieszkańców na danym obszarze zasilania,
- sezonowość o różnym okresie, wynikająca z czynników astronomiczno-klimatycznych /np. pory dnia, roku itp/.

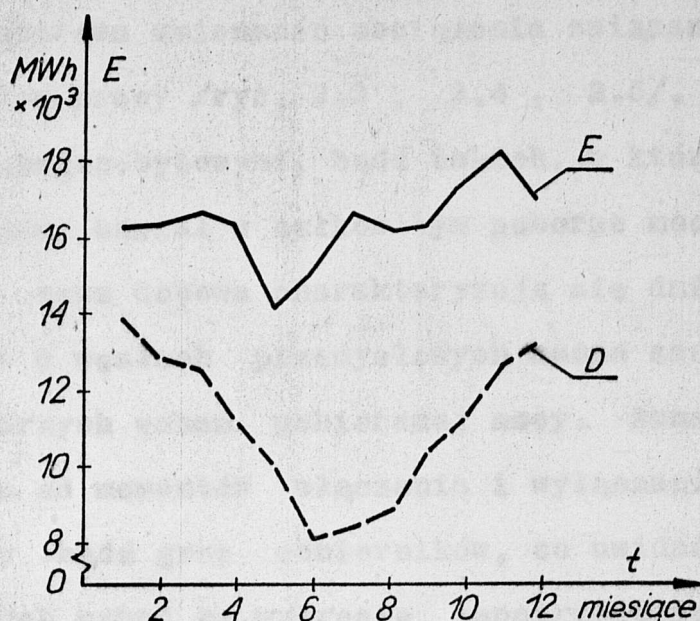
Są to czynniki nieprzypadkowe, kształtujące zmienność zapotrzebowania mocy w sensie średniej tego procesu.

W poważnym stopniu na wahania mocy w węzłach 110 kV wpływają również czynniki przypadkowe. Można tu wymienić:

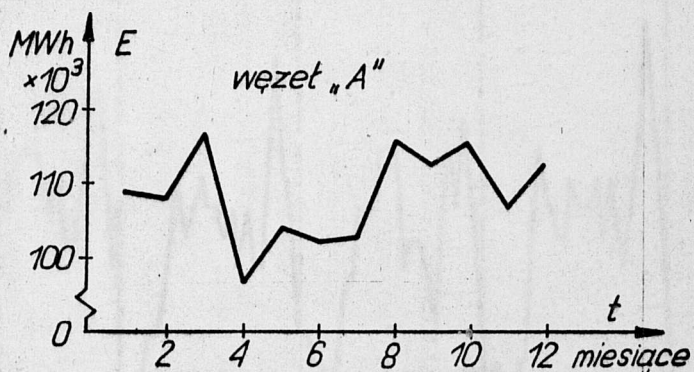
- parametry pogody,
- awarie urządzeń odbiorczych i zasilających,
- przypadkowe fluktuacje procesów technologicznych i inne.

Przeanalizowanie wykresów zmienności zużycia energii oraz zapotrzebowania mocy elektrycznej w różnych horyzontach czasowych pozwala na zaobserwowanie pewnych tendencji w zachowaniu się tych przebiegów. Roczne zmiany zużycia energii elektrycznej wykazują wahania spowodowane sezonowością.

Dostrzega się jednak, że w węzłach o dużej przewadze odbiorów komunalno-bytowych rozważane przebiegi mają charakter zbliżony do analogicznego wykresu energii dla całego krajowego systemu /np. węzeł „D” - rys. 2.1 /. W węzłach zasilających, oprócz odbiorów komunalno-bytowych, większe zakłady przemysłowe /węzeł „E” - rys. 2.1 / oraz w węzłach z odbiorami czysto przemysłowymi /węzeł „A” - rys. 2.2 / przebieg zużycia energii cechuje się już mniejszą regularnością.



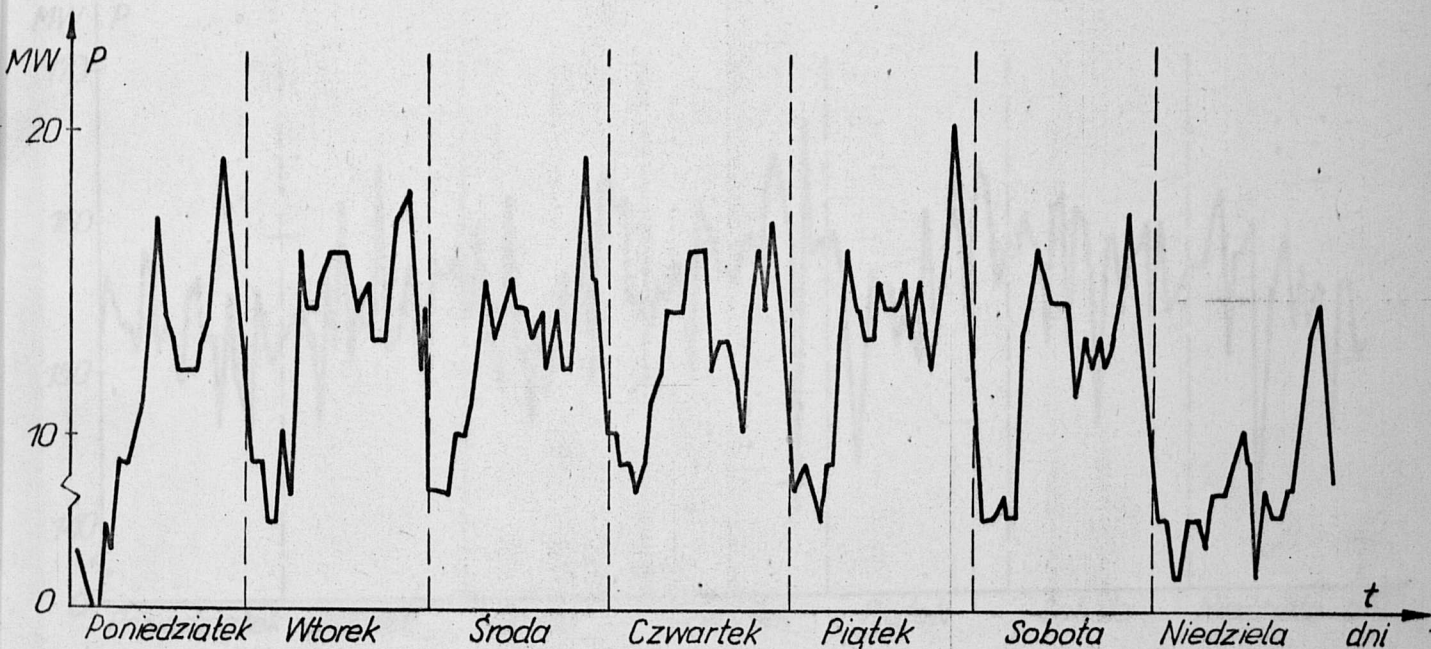
Rys. 2.1. Zmienność zużycia energii w węzłach „D” i „E” w 1972r.



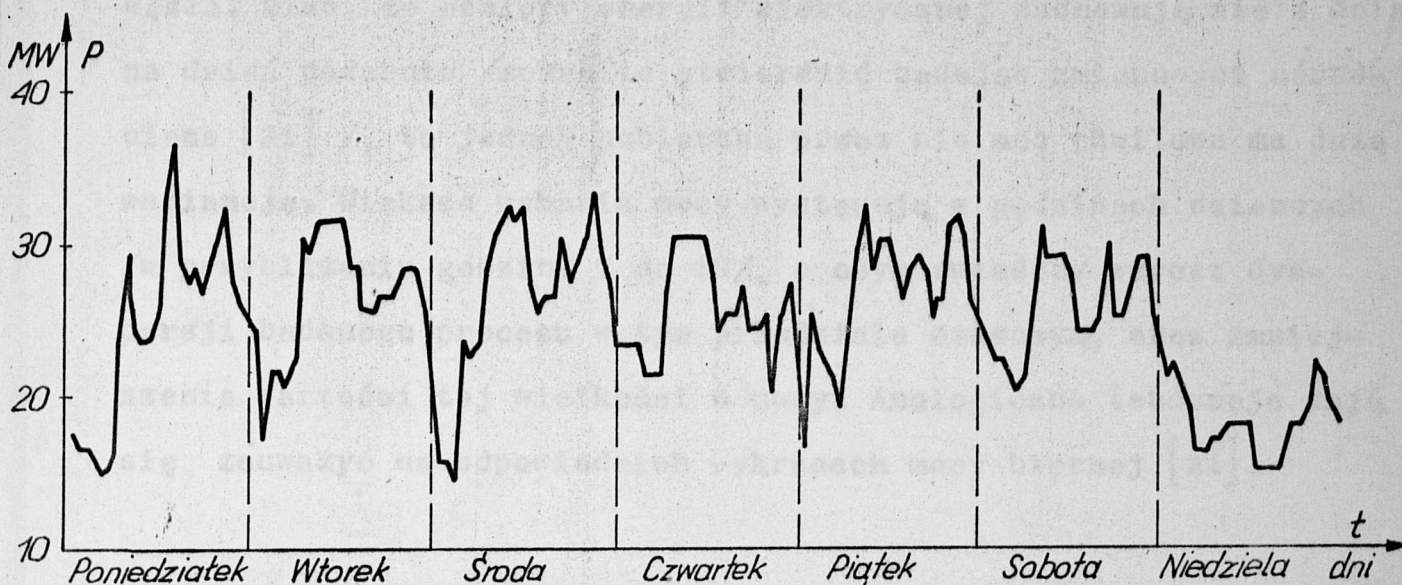
Rys. 2.2. Zmienność zużycia energii w węźle „A” w 1972r.

Podobne tendencje przejawiają się w rocznej zmienności energii standardowych miesięcy oraz w rocznej zmienności średniomiesięcznej wartości zapotrzebowania mocy dla określonej godziny [23,26].

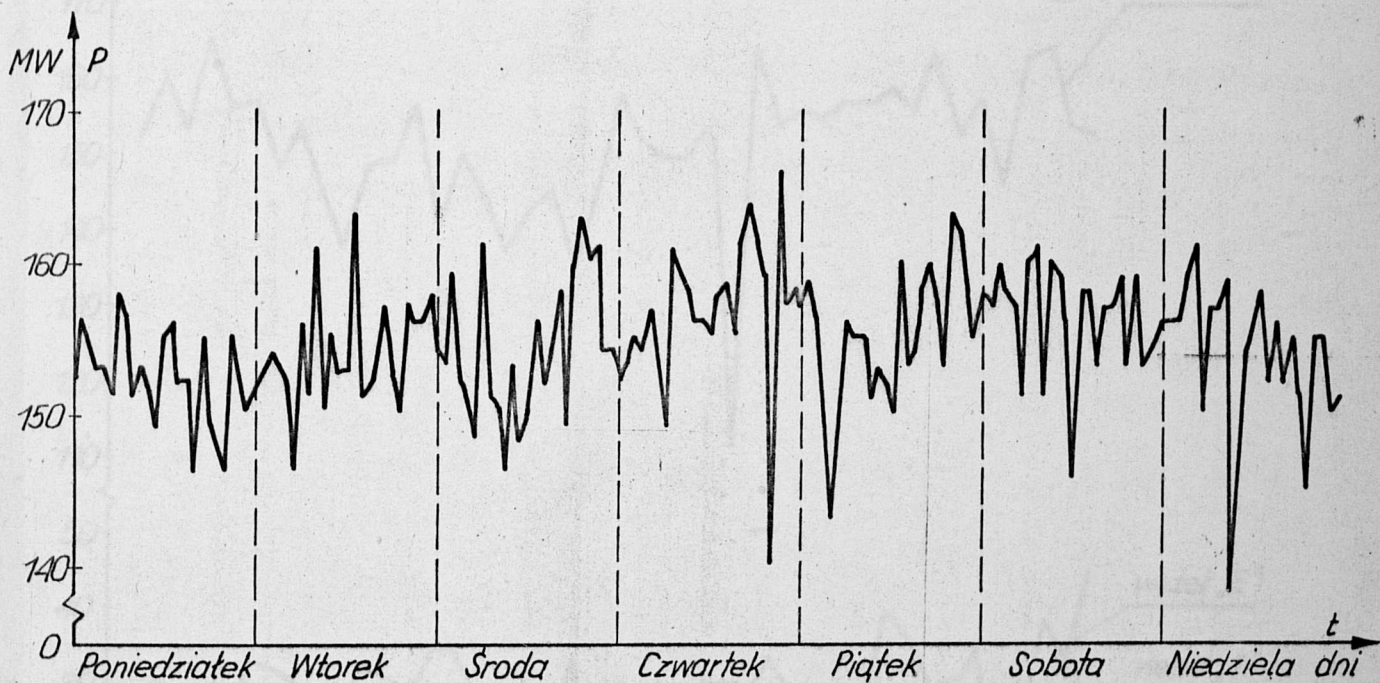
Tygodniowa zmienność obciążenia związana jest z tygodniowym cyklem pracy /rys. 2.3 , 2.4 , 2.5/. W węzłach z odbiorami komunalno-bytowymi, bądź takich, w których odbiory te mają znaczny udział w ogólnym poborze mocy, cykliczność tygodniowa oraz dobową charakteryzują się dużą regularnością. Natomiast w węzłach przemysłowych można zauważyć występowanie nieregularnych wahań pobieranej mocy. Sumaryczne obciążenie zależy tu od momentów włączania i wyłączania odbiorników o dużej mocy bądź grup odbiorników, co uwiadamia się w postaci gwałtownych wahań na wykresie zapotrzebowania mocy czynnej.



Rys. 2.3. Tygodniowa zmienność zapotrzebowania mocy czynnej w węźle "D" /3.07-9.07.1972r./



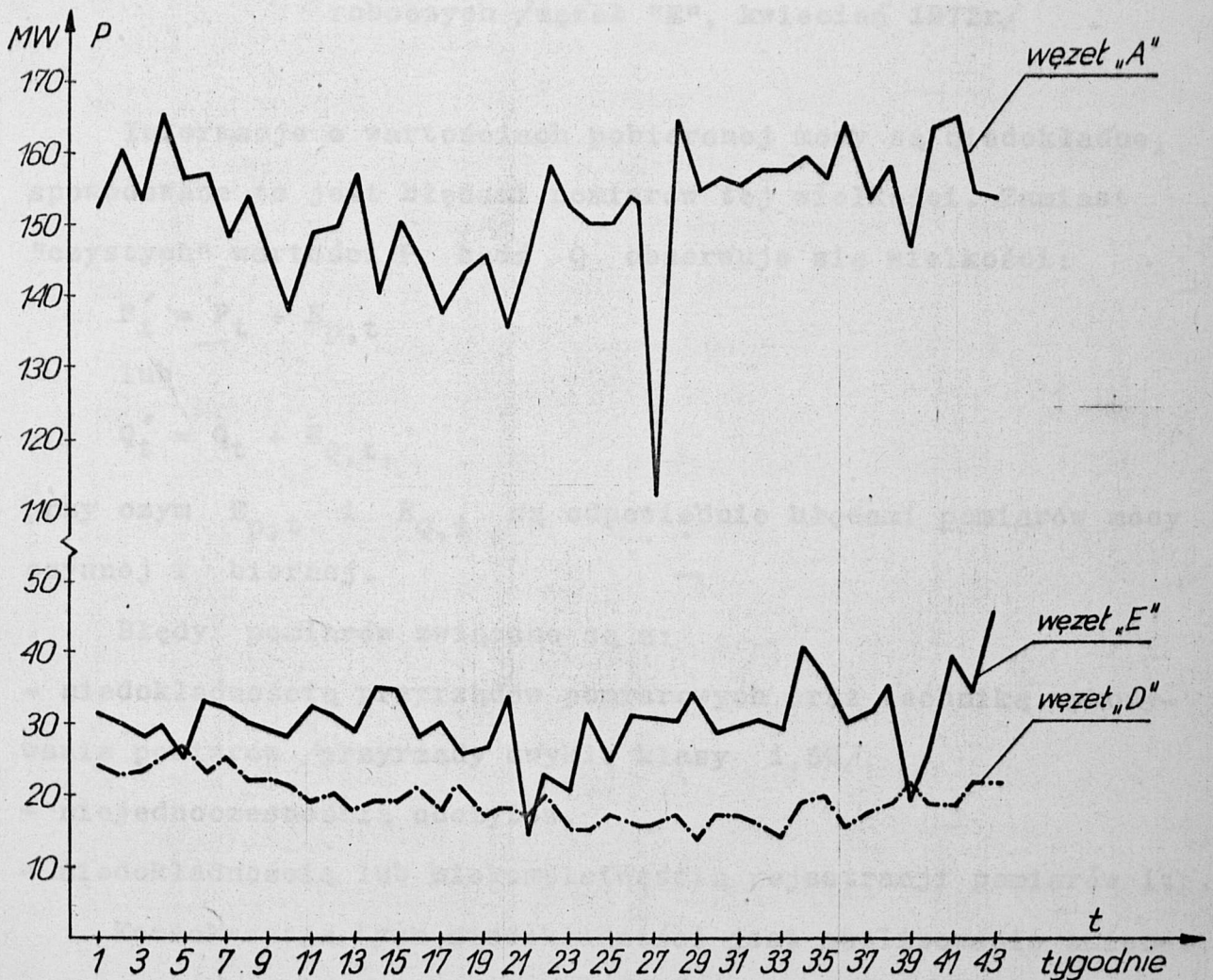
Rys. 2.4. Tygodniowa zmienność zapotrzebowania mocy czynnej w węźle „E” /3.07-9.07.1972r./



Rys. 2.5. Tygodniowa zmienność zapotrzebowania mocy czynnej w węźle „A” /24.07-30.07.1972r./

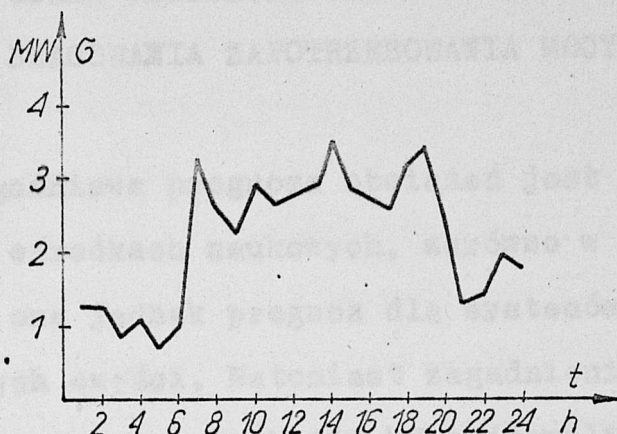
Na rys. 2.6 przedstawiono wykresy obciążeń w środy o godzinie 11⁰⁰. O wszystkich tych przebiegach traktowanych jako szeregi czasowe, można powiedzieć, że cechują się gwałtownymi załamaniem trendu. Fluktuacje przypadkowe oraz inne czynniki

losowe powodują znaczne wahania wokół średniego obciążenia węzła. Mimo, że odbiory energii elektrycznej zachowują się z dnia na dzień podobnie /można to stwierdzić badając zmienności uśrednione [21] /, to jednak pobierana przez nie moc chwilowa ma dużą wariancję. Większe wahania mocy występują w godzinach dziennych /w przybliżeniu godziny 7 do 19/, o czym świadczy wzrost dyspersji badanego procesu w tym przedziale czasowym, oraz zmniejszenie wartości tej wielkości w nocy. Analogiczne tendencje dają się zauważyć na odpowiednich wykresach mocy biernej [21].



Rys. 2.6. Wykres zmienności zapotrzebowania mocy czynnej w środy o godz. 11⁰⁰ /9.02-13.12.1972r./

Na rys. 2.7 pokazano przykład zmienności dyspersji mocy czynnej w węźle "E" dla dni roboczych miesiąca kwietnia 1972r.



Rys. 2.7. Zmienność dyspersji mocy czynnej dla dni roboczych /węzeł "E", kwiecień 1972r./

Informacje o wartościach pobieranej mocy są niedokładne, spowodowane to jest błędami pomiarów tej wielkości. Zamiast "czystych" wartości P bądź Q obserwuje się wielkości:

$$P'_t = P_t + E_{p,t}$$

lub

$$Q'_t = Q_t + E_{Q,t},$$

przy czym $E_{p,t}$ i $E_{Q,t}$ są odpowiednio błędami pomiarów mocy czynnej i biernej.

Błędy pomiarów związane są z:

- niedokładnością przyrządów pomiarowych oraz techniką wykonywania pomiarów /przyrządy zwykle klasy 1,5%/,
- niejednoczesnością odczytów,
- niedokładnością lub niekompletnością rejestracji pomiarów itp.

Konsekwencją tych niedokładności jest analizowanie zmienności procesu, którego realizacje obarczone są błędami, ma to swoje odbicie również przy perspektywicznej ocenie zapotrzebowania mocy.

3. OCENA DOTYCHCZASOWEGO STANU BADAŃ NAD ZAGADNIENIEM SZACOWANIA ZAPOTRZEBOWANIA MOCY W WĘZŁACH 110 kV.

Tygodniowa prognoza obciążeń jest przedmiotem badań w wielu ośrodkach naukowych, zarówno w kraju jak i za granicą. Dotyczy ona jednak prognoz dla systemów krajowych, bądź ich wydzielonych części. Natomiast zagadnieniem szacowania zapotrzebowania mocy w węzłach 110 kV zajmowali się nieliczni autorzy, jakkolwiek w literaturze można znaleźć wzmianki o celowości podjęcia takich prac. Potrzebę prowadzenia badań prognostycznych dotyczących węzłów 110 kV podkreślił także w swoim wystąpieniu przedstawiciel Państwowej Dyspozycji Mocy na konferencji na temat "Analiza wybranych stanów pracy systemów elektroenergetycznych" /Świeradów wrzesień 1976 r./. Stwierdził on, że do pilnych obecnie zadań należy opracowanie i wdrożenie metody bilansów mocy dla węzłów 110 kV.

Zasadniczą trudnością w opracowaniu prognozy z odpowiednio dużym prawdopodobieństwem jest charakter procesu zapotrzebowania mocy w węzłach, cechującego się dużą nieregularnością i znaczną zależnością od czynników przypadkowych.

W Okręgowych Dyspozycjach Mocy wyznacza się prognozy obciążeń w węzłach, które wykorzystuje się do obliczeń rozpiływów normalnych. Opracowuje się je dla dwóch okresów: "doliny letniej" /dla określonej środy w lipcu/ oraz "szczytu zimowego" /dla określonej środy w grudniu/ i dla charakterystycznych godzin doby /3⁰⁰, 11⁰⁰ i godziny szczytu wieczornego/. W celu obliczenia prognozy dzieli się obciążenie przewidziane dla okręgów

na Zakłady Energetyczne, kierując się przy tym wartością zapotrzebowania mocy w określonych punktach czasowych z poprzedniego roku, uwzględnia się przy tym przewidziany przyrost obciążenia. W analogiczny sposób zapotrzebowanie mocy Zakładu Energetycznego rozdziela się między węzły sieciowe.

Jeśli istnieje potrzeba oszacowania obciążenia dla innych momentów czasowych, procedura postępowania jest następująca: od całkowitego zapotrzebowania mocy systemu odejmuje się moc tych węzłów, dla których istnieją dokładniejsze dane. Pozostałą część mocy dzieli się między pozostałe węzły, proporcjonalnie do współczynników udziału mocy węzłów w całkowitym obciążeniu systemu, przy czym na ogół przyjmuje się, że współczynniki te są stałe w czasie, co stanowi założenie wprowadzające znaczny błąd.

Szacowanie obciążeń węzłów opiera się głównie na intuicji pracowników ODM. Dla zalgorytmizowania metod i automatyzacji obliczeń opracowano w Instytucie metodę prognozowania zapotrzebowania mocy w węzłach 110 kV do obliczeń rozpiływów normalnych zwaną "Peripon" [20], jednak nie została ona dotychczas wdrożona.

W Instytucie Automatyki Systemów Energetycznych podejmowane są próby opracowania modelu predykcji zapotrzebowania mocy w węzłach 110 kV [12,13,14]. Proponuje się, aby dobową i roczną zmienność obciążenia /dla ustalonego rodzaju dnia/ odwzorować funkcją ciągłą dwóch zmiennych, a następnie ekstrapolować ją w przyszłości. Zmienną prognozowaną opisano następującą funkcją:

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{t,\tau} = & a_{00} + a_{01}t + a_{02}t^2 + a_{03}t^3 + c_0 \sin \omega_t t + d_0 \cos \omega_t t + \\ & + /a_{10} + a_{11}t + a_{12}t^2 + a_{13}t^3 + c_1 \sin \omega_t t + d_1 \cos \omega_t t / \tau \\ & + /a_{20} + a_{21}t + a_{22}t^2 + a_{23}t^3 + \\ & + c_2 \sin \omega_t t + d_2 \cos \omega_t t / \cos \omega_\tau \tau, \end{aligned} \quad /3.1/$$

przy czym

a_{ij} , c_i , d_i - stałe współczynniki, wyznaczone metodą najmniejszych kwadratów,

t - czas w godzinach,

τ - czas w dniach,

$$\omega_t = \frac{4\pi}{24} = \frac{\pi}{6}, \quad \omega_\tau = \frac{2\pi}{365}.$$

Współczynniki występujące w zależności /3.1/ wyznacza się na podstawie codziennych wartości mocy w okresie statystycznym, wynoszącym 1 rok. Teoretycznie na podstawie wzoru /3.1/ można prognozować zapotrzebowanie mocy z wyprzedzeniem od 1 godziny do 1 roku, a uwzględnienie trendu wieloletniego pozwala wydłużyć jeszcze bardziej okres wyprzedzania. Wykonano między innymi prognozę mocy dla dwóch węzłów, a średni błąd prognozy obliczono według zależności /3.2/ [14] :

$$h = \frac{1}{24 m \bar{Y}} \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^{24} |\tilde{Y}_{t,\tau_j} - Y_{t,\tau_j}| / 100\%, \quad /3.2/$$

przy czym

m - liczba dni, dla których liczonego wartość błędu h ,

$\bar{Y}$ - wartość średnia zmiennej prognozowanej, w MW,

$\tilde{Y}_{t, \tau_j}$ - teoretyczna wartość zmiennej prognozowanej dla godziny t
w dniu τ_j , w MW,

Y_{t, τ_j} - realizacja zmiennej prognozowanej dla godziny t
w dniu τ_j , w MW.

Błąd globalny dla prognoz z różnym wyprzedzeniem czasowym wahał się w granicach 20%.

W przypadku prognozy krótkoterminowej, wyznaczanej z dużą częstotliwością dla procesu dynamicznego, charakteryzującego się dużą nieregularnością oraz dla znacznej liczby węzłów, model predykcji winien być prostszy w użyciu. Efektywną prognozę, tj. wyznaczoną z minimalnym błędem, może dać model adaptacyjny, który mógłby reagować na ewentualne zmiany strukturalne w procesie obciążenia.

Z innych prac dotyczących krótkoterminowej prognozy zapotrzebowania mocy w węzłach należy wymienić metodę dobowej prognozy bilansów mocy w węzłach 220 kV [6]. Metoda ta bazuje na współczynnikach udziału obciążeń węzłów w całkowitym obciążeniu okręgu energetycznego. Przedstawiony model może znaleźć zastosowanie w sieci 110 kV.

W pracy [11] przedstawione zostały dwa modele tygodniowej predykcji, które wykazują cechy metody dynamicznej - adaptującej się do nowych warunków. Proces obciążenia aproksymuje się za pomocą wielomianu - ogólnie n -tego stopnia:

$$\tilde{Y}_t = \sum_{k=0}^n a_{k,t} t^k.$$

/3.3/

Współczynniki $a_{k,t}$ wyznacza się metodą najmniejszych kwadratów, przy czym jako kryterium optymalności przyjęto minimum odległości /błędu średniokwadratowego ważonego/ między przebiegiem procesu a jego aproksymantą. Model predykcji w tygodniu t na τ kroków wprzód, w przypadku zastosowania funkcji liniowej, ma postać:

$$y_{t+\tau}^{(p)} = a_{0,t} + a_{1,t} \tau \quad /3.4/$$

Dla oszacowania współczynników $a_{0,t}$ i $a_{1,t}$ wymagane jest w każdym kroku $N + 1$ informacji / N jest długością historii prognozowanego procesu/.

Pewną odmianą tej metody, dostosowaną do automatyzacji obliczeń jest model adaptacyjny, w którym współczynniki występujące w równaniu /3.4/ wyznacza się rekurencyjnie:

$$\hat{a}_{0,t} = y_t - q^2 u_t, \quad /3.5/$$

$$\hat{a}_{1,t} = \hat{a}_{1,t-1} + p^2 u_t, \quad /3.6/$$

gdzie

$$u_t = y_t - \hat{y}_t^{(p)}, \quad /3.7/$$

jest błędem prognozy w poprzednim kroku, a $p+q = 1$.

Liczba informacji potrzebnych do bieżącego szacowania obciążenia jest mała, ale wstępne wyznaczanie współczynników /3.5/ i /3.6/ wymaga dłuższej historii procesu /1 rok/, co w przypadku węzłów 110 kV jest kłopotliwe, a niejednokrotnie niemożliwe.

4. TEZA I CEL PRACY

Tezę i cel pracy sformułowano następująco:

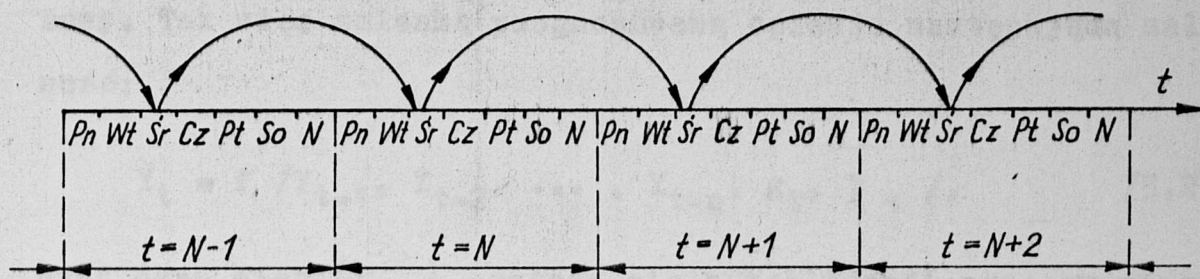
Zapotrzebowanie mocy w węzłach sieciowych 110 kV, traktowane jako szereg czasowy, może być szacowane z wyprzedzeniem tygodniowym przy zastosowaniu metody "wyrównania wykładniczego", co pozwoli zapewnić odpowiedni stopień trafności prognozy, prostotę obliczeń oraz wymaga niewielkiej liczby danych, potrzebnych do jej wyznaczenia.

Celem prezentowanej pracy jest zatem podanie metody tygodniowego prognozowania zapotrzebowania mocy w węzłach sieciowych 110 kV, na podstawie historii procesu obciążenia z niezbyt odległej przeszłości, w określonych dniach tygodnia i momentach doby.

5. MODEL TYGODNIOWEJ PROGNOZY ZAPOTRZEBOWANIA MOCY CZYNNEJ W WĘZŁACH 110 kV

5.1. Opis modelu zmiennej prognozowanej

Tygodniowa prognoza polega na oszacowaniu zapotrzebowania mocy $P_{d,h,t}$ w kolejnych krokach tygodniowych $/t \in T - \text{zbioru } T \text{ tygodni w roku}/$, dla określonego dnia tygodnia d i dowolnej godziny h . Schemat tygodniowej prognozy, dla wybranego dnia d i godziny h , przedstawiono na rys. 5.1.



Rys. 5.1. Schemat prognozy w kolejnych krokach tygodniowych dla określonej godziny h w środy

W zmienności zapotrzebowania mocy wyróżnia się przeważnie trzy składowe: trendową, sezonową i losową. Ze względu na to, że w rozważanym procesie /na który składają się wartości mocy odbieranej w odpowiednim dniu d i godzinie h /nie występuje zjawisko wahań cyklicznych, pominięto w modelu prognozy składową sezonową. Zatem model zmiennej prognozowanej można przedstawić w następującej postaci:

$$\tilde{Y}_t = f_t + g_t + \xi_t, \quad /5.1/$$

gdzie f_t jest funkcją trendu, g_t - składnikiem uwzględniającym wpływ czynników deterministycznych, nie wynikających z historii procesu, a ξ_t - składnikiem losowym /szumowym/ o średniej równej zero i nieznanej wariancji.

Pewne ograniczenia a priori - trudności w określeniu związku między obciążeniami węzłów a czynnikami zewnętrznymi, kształtującymi te obciążenia /brak danych statystycznych/-spowodowały konieczność zastosowania modelu predykcji, który generuje wartości prognozy na bazie danych o zapotrzebowaniu mocy w przeszłości.

Proces zapotrzebowania mocy potraktowano zatem jako szereg czasowy. Tak więc zmienną prognozowaną opisuje następująca zależność:

$$\tilde{Y}_t = f / Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-n}, g_t, \xi_t /, \quad /5.2/$$

przy czym ciąg $\{Y_{t-i}\}$ składa się z realizacji procesu zapotrzebowania mocy w bezpośrednio poprzedzającej moment t historii.

5.2. Wyznaczanie funkcji trendu

Proces zapotrzebowania mocy charakteryzuje się dużą nieregularnością i zachodzącymi zmianami strukturalnymi /rozdział 6/. Są to przyczyny, które uniemożliwiają aproksymowanie zmienności obciążenia pewną funkcją o współczynnikach stałych w czasie i ekstrapolowanie jej nawet na niezbyt odległą przyszłość. Funkcję trendu w zależności /5.1/ aproksymuje się zwykle wielomianem /ogólnie n -tego stopnia/,

$$\tilde{Y}_t = \sum_{i=0}^{i=p} a_i t^i + g_t + \xi_t, \quad /5.3/$$

przy czym współczynniki a_i wyznaczone są metodą najmniejszych kwadratów.

Uzależnienie współczynników a_i od czasu t umożliwia adaptację modelu /5.3/, w warunkach zmieniającej się struktury procesu zapotrzebowania mocy. Otrzymuje się wówczas:

$$\tilde{Y}_t = \sum_{i=0}^{i=p} a_{i,t} t^i + g_t + \xi_t. \quad /5.4/$$

Taki model wielomianowy nie jest jednak właściwy dla prognozy tygodniowej, mającej charakter predykcji bieżącej. Należy tu zastosować model, który najlepiej będzie aproksymował badany proces lokalnie /na krótkich odcinkach tego procesu/. Najlepszą metodę stanowi w tym przypadku zasada predykcji ruchomej /np. o ślizgającym się trendzie/ z adaptacyjnym modelem, generującym bieżące estymatory współczynników modelu w kolejnych krokach tygodniowych.

Stosowanie metody najmniejszych kwadratów przy wyznaczaniu współczynników $a_{i,t}$ w przypadku predykcji powtarzalnej i z krótkim cyklem, byłoby zbyt kłopotliwe. Dążenie do ograniczenia liczby danych, związanych z historią procesu zapotrzebowania mocy i koniecznych do estymacji współczynników modelu, wyklucza efektywność metody najmniejszych kwadratów. Liczba obiektów /węzłów 110 kV/, dla których będzie się wyznaczać prognozę obciążenia jest bardzo duża, a mianowicie kilkadziesiąt w każdym okręgu. Zatem podstawową cechą modelu predykcji powinna być prostota w użyciu, a więc brak skomplikowanych procedur obliczeniowych.

Wymienione warunki spełnia metoda wyrównania wykładniczego [2, 3, 4, 16, 27], zastosowana do wyznaczania funkcji trendu w modelu /5.1/. Metoda ta bazuje na założeniu, że funkcję f_t w /5.1/ można ekstrapolować w otoczeniu punktu t szeregiem Taylora.

Funkcję trendu z wyprzedzeniem τ okresów można zatem przedstawić w następujący sposób:

$$f_{t+\tau} = \sum_{i=0}^{i=p} \frac{\tau^i}{i!} f_t^{(i)} = f_t + \frac{1}{1!} \frac{d f_t}{dt} \tau +$$

$$+ \frac{1}{2!} \frac{d^2 f_t}{dt^2} \tau^2 + \dots + \frac{1}{p!} \frac{d^p f_t}{dt^p} \tau^p, \quad /5.5/$$

przy czym pochodne $f_t^{(i)}$ należy obliczać w momencie t , tj. w punkcie wyznaczania prognozy. Wprowadza się tu założenie ciągłości funkcji trendu w momencie t .

Właściwym przybliżeniem wartości pochodnych funkcji f_t przy założeniu, że przyrosty zmiennej niezależnej są małe, może być wyrażenie $\frac{\Delta^i f_t}{(\Delta t)^i}$ [16]. W omawianym przypadku $t = \tau = 1$, wyżej wymienione założenie jest więc prawdziwe. Za wartości pochodnych funkcji trendu można przyjąć kolejne różnice ocen trendu

$$\frac{d^i f_t}{dt^i} \approx \frac{\Delta^i w_t}{(\Delta t)^i}, \quad /5.6/$$

przy czym Δw_t stanowi przyrost oceny trendu.

Równanie funkcji trendu w okresie $t + \tau$ przyjmie postać:

$$f_{t+\tau} \approx w_t + \frac{\Delta w_t}{1!} \tau + \frac{\Delta^2 w_t}{2!} \tau^2 + \dots + \frac{\Delta^p w_t}{p!} \tau^p, \quad /5.7/$$

gdzie:

$$\Delta w_t = w_t - w_{t-1},$$

$$\Delta^2 w_t = \Delta / \Delta w_t / = / w_t - w_{t-1} / - / w_{t-1} - w_{t-2} / \text{ itd.}$$

Do wyznaczania oceny trendu użyto operatora wyrównania.

Operator wyrównania $\hat{S}_t^1$ rzędu pierwszego w momencie t wyznacza się w sposób rekurencyjny z następującej zależności:

$$\hat{S}_t^1 /Y/ = \gamma Y_t + /1 - \gamma / \hat{S}_{t-1}^1 /Y/, \quad /5.8/$$

gdzie γ jest parametrem wyrównania i zawiera się w przedziale $/0,1/$. Podstawiając

$$w_t = \hat{S}_t^1 /Y/, \quad /5.9/$$

otrzymuje się zależność generującą oceny m_t ,

$$w_t = \gamma Y_t + /1 - \gamma / \hat{S}_{t-1}^1 /Y/, \quad /5.10/$$

a zatem w konsekwencji

$$w_t = \gamma Y_t + /1 - \gamma / w_{t-1}. \quad /5.11/$$

Z równania $/5.11/$ wynika, że ocena trendu stanowi liniową interpolację między ostatnią obserwacją $/wartością$ zapotrzebowania mocy/, a poprzednią oceną trendu. Współczynnik γ określa wagę wielkości, na podstawie których szacuje się ocenę trendu.

W celu oszacowania parametru wyrównania stosuje się metodę prób i błędów. Wybiera się taką wartość γ , przy której średniokwadratowy błąd ex post prognozy S_p jest najmniejszy. Błąd ten oblicza się według następującego wzoru:

$$S_p = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^{t=n} /Y_t - Y_t /P/ /2}. \quad /5.12/$$

Wartość parametru γ powinna być uaktualniana na bieżąco, tj. w krótkich odstępach czasu. Analizie zmienności parametru γ w warunkach zmian strukturalnych procesu obciążenia poświęcono rozdział 6. Prognozy zapotrzebowania mocy wyznaczono na maszynie cyfrowej według programu obliczeń, do którego wprowadzono procedurę ustalającą wartość γ co 5 tygodni.

Z metody wyrównania wykładniczego korzystano już w różnych modelach stosowanych do prognozowania zapotrzebowania mocy. W pracy [5] przedstawiono model prognozy z wyprzedzeniem 1 - 24 godzin, który opiera się również na metodzie wyrównania wykładniczego. Operator wyrównania użyto do estymacji wariancji błędów. W tygodniowym modelu prognozy [8] szacowano jedną z funkcji składowych, stosując operator wyrównania. Modele opisane w cytowanych pracach zostały opracowane dla dużych systemów i nie znajdują zastosowania w przypadku węzłów sieciowych ze względu na złożoną strukturę tych metod i konieczność wprowadzenia dodatkowych informacji /m.in. o parametrach pogody/.

5.3. Wyznaczanie składnika zero-jedynkowego

Składnik g_t w modelu predykcji /5.1/, nazywany przez ekonometryków składnikiem uwzględniającym wpływ czynników niemierzalnych, zawiera zmienną zero-jedynkową X_t^* oraz zmienną a_t , określającą wielkość efektu oddziaływania wyróżnionego czynnika na wartość zapotrzebowania mocy, Opisuje to zależność /5.13/

$$g_t = a_t \cdot X_t^*, \quad /5.13/$$

przy czym zmienną zero-jedynkową X_t^* można zdefiniować następująco:

$$X_t^* = \begin{cases} 0, & \text{gdy wyróżniony czynnik nie występuje;} \\ 1, & \text{gdy wyróżniony czynnik występuje.} \end{cases}$$

Składnik g_t umożliwia uwzględnienie wpływu takich czynników jak: planowe odstawianie urządzeń energetycznych do remontu, likwidację skutków awarii oraz inne gwałtowne załamania się trendu o charakterze nieprzypadkowym.

5.4. Szacowanie składnika losowego za pomocą autoregresyjnych modeli Markowa

Błędy prognozy wykazują wzajemną zależność stochastyczną /współczynnik autokorelacji błędów prognozy jest różny od zera/ wówczas, jeśli postać analityczna modelu predykcji nie jest właściwa. Występowanie zjawiska autokorelacji reszt można wykorzystać do poprawienia dokładności wnioskowania [2, 15, 17] .

Jako realizacje składnika losowego ξ_t w /5.1/ przyjmuje się reszty prognozy

$$u_t = Y_t - \hat{Y}_t / P/. \quad /5.14/$$

Zależność między błędami prognozy u_t przedstawić można za pomocą następującej relacji autoregresyjnej:

$$\xi_t = \sum_{i=1}^L \delta_i \xi_{t-1} + \chi_t, \quad /5.15/$$

w której parametry δ_i są a priori nieznane, zaś χ_t jest składnikiem czysto losowym o średniej równej zero i nieznanej wariancji, który można traktować jako proces białego szumu.

W szczególnym przypadku, gdy wszystkie parametry δ_1 , z wyjątkiem δ_1 , są równe zeru, szereg $\{\xi\}$ jest stacjonarnym procesem stochastycznym typu Markowa. Wzór /5.15/ przyjmie wówczas postać:

$$\xi_t = \delta_1 \xi_{t-1} + \chi_t. \quad /5.16/$$

Jako cenę parametru δ_1 przyjmuje się wartość współczynnika autokorelacji rzędu pierwszego, zaś za ξ_{t-1} - ostatnią wartość błędu prognozy. Estymacji współczynnika autokorelacji poświęcono więcej miejsca w dodatku 3.

W praktyce można stosować inną postać modelu autoregresyjnego /5.16/. Przy uwzględnieniu dwóch pierwszych wyrazów sumy w zależności /5.15/ otrzyma się następującą relację:^{1/}

$$\xi_t = \delta_1 \xi_{t-1} + \delta_2 \xi_{t-2} + \chi_t, \quad /5.17/$$

lub wprowadzając poprawkę na ewentualne obciążenie predykcji δ_2 , otrzyma się

$$\xi_t = \delta_1 \xi_{t-1} + \delta_2 + \chi_t, \quad /5.18/$$

przy czym parametry δ_1 i δ_2 szacuje się metodą najmniejszych kwadratów.

Czysto losowy charakter ξ_t świadczy o zgodności modelu predykcji z danymi empirycznymi. W takim przypadku proces ξ_t można traktować jako proces białego szumu, składający się z kolejno po sobie następujących nieskorelowanych realizacji reszt o wartości oczekiwanej $E \xi_t = 0$ i wariancji $\text{var} [\xi_t] = s_\xi^2$.

^{1/} Modele /5.17/ i /5.18/ nie należą oczywiście do klasy modeli typu Markowa.

Funkcja autokorelacyjna takiego procesu ma prostą postać

$$\rho_k = \begin{cases} 1, & \text{dla } k = 0; \\ 0, & \text{dla } k \neq 0. \end{cases} \quad /5.19/$$

Jeżeli powyższy warunek nie jest spełniony, zależność pomiędzy błędami można wykorzystać do poprawienia jakości predykcji. W rozdziale 7 zweryfikowano hipotezę o istnieniu autokorelacji błędów prognozy.

5.5. Model predykcji

Wychodząc z zależności /5.1/, opisującej zmienną prognozowaną, można przedstawić model predykcji z wyprzedzeniem τ okresów w następującej postaci:

$$\overset{/P/}{Y}_{t+\tau} = f_{t+\tau} + g_{t+\tau} + \xi_{t+\tau} \quad . \quad /5.20/$$

W przypadku gdy składniki $g_{t+\tau}$ i $\xi_{t+\tau}$ nie występują, model predykcji jest równy funkcji trendu. Na podstawie omawianego modelu /bez uwzględnienia składników $g_{t+\tau}^{1/}$ oraz $\xi_{t+\tau}^{2/}$ / obliczono prognozy zapotrzebowania mocy dla 7 węzłów sieciowych /dodatek 1/. Do wyznaczania prognoz zastosowano wzór /5.7/, w którym wystarczy uwzględnić tylko dwa pierwsze wyrazy [25,27]. Przy wnioskowaniu o wartości mocy

1/ Składnik $g_{t+\tau}$ został pominięty w modelu predykcji na skutek braku odpowiednich danych. Uwzględnienie tego składnika nie nastrocza większych trudności. Sprowadzało by, się to do pomniejszenia bądź powiększenia prognozy o przewidywaną wartość mocy w przypadku wystąpienia czynnika determinującego wartość mocy w węźle.

2/ W dodatku 3 podano przykłady prognoz przy uwzględnieniu w modelu predykcji składników $f_{t+\tau}$ oraz $\xi_{t+\tau}$.

z tygodniowym wyprzedzeniem wymagana jest niewielka liczba danych, a mianowicie przedostatnia i ostatnia ocena trendu $/w_{t-1}, w_t /$, które otrzymuje się rekurencyjnie z zależności $/5.11/$. Do uzyskania oceny trendu potrzebna jest ponadto znajomość optymalnej wartości parametru γ i ostatniej realizacji obciążenia Y_t . W programie obliczeń na maszynę cyfrową, opracowanym do obliczania prognoz, optymalna wartość parametru γ szacowana jest co 5 tygodni $/rozdz. 5.2./$, gdyż skrócenie tego cyklu nawet do 1 tygodnia nie poprawiło jakości predykcji. Wyznaczenie prognozy wymaga zatem znajomości danych historycznych, obejmujących okres pięciu tygodni.

Czasami oprócz wartości oczekiwanej $E /Y_t/$ zmiennej prognozowanej wymagane jest określenie przedziału, w którym ta wartość będzie się zawierała. Oznaczając przez S_p^2 - wariancję predykcji, przedział prognozy buduje się następująco [17]:

$$E /Y_t/ - u^* S_p < Y_t < E /Y_t/ + u^* S_p, \quad /5.21/$$

przy czym $E / Y_t /$ wyznacza się na podstawie modelu predykcji, zaś u jest liczbą tak dobraną, by zachodziła następująca relacja:

$$P^* \{ Y_t^P \in I_p \} = \mu, \quad /5.22/$$

gdzie μ jest z góry zadana liczbą /np. 0,95/, a I_p jest przedziałem predykcji. Jeśli Y_t ma rozkład normalny i znana jest dyspersja predykcji, wówczas u można odczytać z tablic dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego. Należy szukać wówczas takiej wartości u^* , aby było $F(z) = 0,5 + \frac{\mu}{2}$.

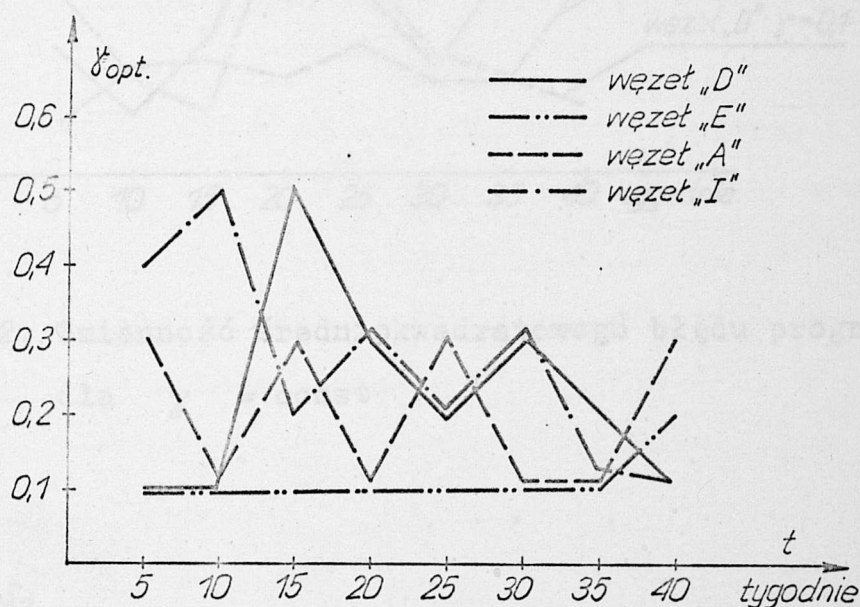
Przy obliczaniu prognoz dla węzłów 110 kV należy się liczyć ze znaczną szerokością przedziału predykcji.

6. ANALIZA STABILNOŚCI STRUKTURY PROCESU ZAPOTRZEBOWANIA MOCY W WĘZŁACH SIECIOWYCH 110 kV

Założenie a priori stałości parametru wyrównania γ w modelu predykcji oznacza przyjęcie hipotezy o niezmienności rozkładu składnika losowego ξ_t . Jednakże w przypadku zaistnienia zmian strukturalnych w rozważanym procesie przyjęcie powyższego założenia może spowodować zdezaktualizowanie się postaci modelu predykcji, a w konsekwencji prowadzić do pojawienia się błędu systematycznego oraz zwiększenia średniokwadratowego błędu prognozy. Należy więc sprawdzić, czy wariancja składnika losowego ξ_t oraz parametr γ nie ulegają zmianom w czasie.

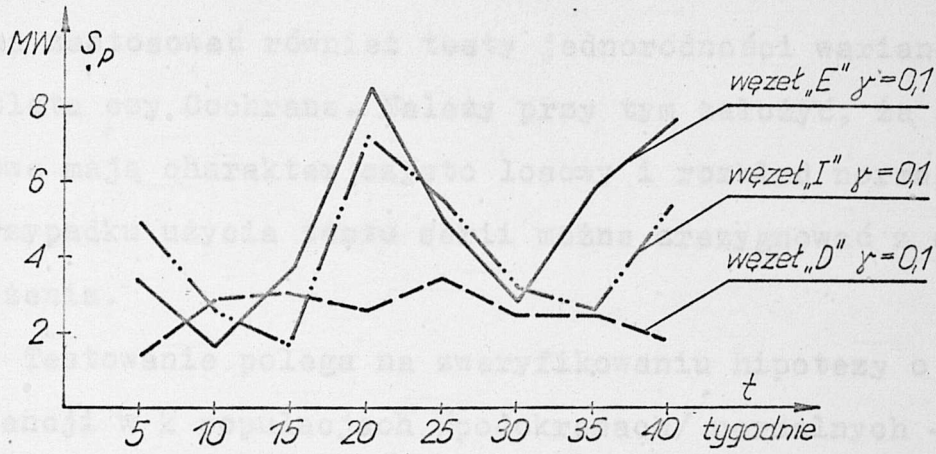
Zmienność γ_{opt} /przy którym średniokwadratowy błąd predykcji $S_p = S_{p \min}$ /, można oceniać badając, czy jego wartość nie ulega zmianie na odcinku czasowym T , w którym wyznaczono

prognozę. W tym celu okres T podzielono na podokresy $t_1, t_2, \dots, t_n / \in T$, a następnie oszacowano γ_{opt} w każdym z tych podokresów. Przyjęto, że długość podokresów t_1 wynosi 5 tygodni. Na rys. 6.1 przedstawiono zmiany γ_{opt} w czasie.

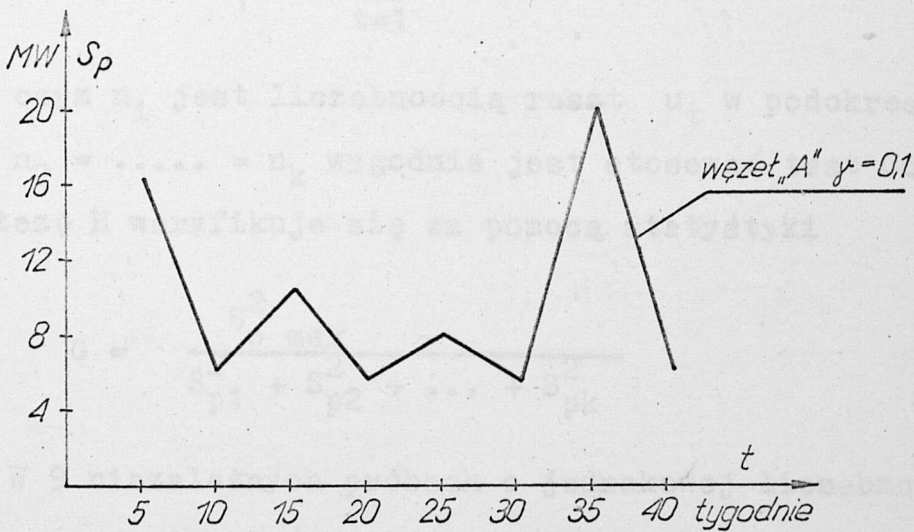


Rys. 6.1. Zmienność optymalnej wartości parametru wyrównania
/ γ_{opt} /

Z rys. 6.1 wynika, że dla węzła "E" γ_{opt} przyjmuje w większości przypadków wartość 0,1, a tylko w jednym osiągnął wartość 0,2. W pozostałych węzłach zmienność parametru wyrównania jest znacznie większa, co implikuje konieczność zastosowania procedury optymalizującej parametr wyrównania.



Rys. 6.2. Zmienność średniokwadratowego błędu prognozy
dla $\gamma = \text{const}$



Rys. 6.3. Zmienność średniokwadratowego błędu prognozy
dla $\gamma = \text{const}$

Na rys. 6.2 i 6.3 podano wykresy zmienności średniokwadratowego błędu prognozy S_p , wyznaczonego dla podokresów 5 tygodniowych i ustalonej wartości parametru γ . Na wykresach dostrzega się występowanie znacznych oscylacji dyspersji predykcji.

Do zbadania stabilności rozkładu składnika losowego ξ_t można zastosować również testy jednorodności wariancji [16, 28] Bartleeta czy Cochрана. Należy przy tym założyć, że składniki losowe mają charakter czysto losowy i rozkład normalny, zaś w przypadku użycia testu serii można zrezygnować z ostatniego założenia.

Testowanie polega na zweryfikowaniu hipotezy o równości wariancji w k populacjach /podokresach/ normalnych - $H : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$.

Estymatorami niezależnymi wariancji predykcji są $S_{p1}^2, S_{p2}^2, \dots, S_{pk}^2$, obliczone według wzoru:

$$S_{pi}^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{t=1}^{t=n_i} u_t^2, \quad /6.1/$$

przy czym n_i jest liczebnością reszt u_t w podokresie i . Gdy $n_1 = n_2 = \dots = n_k$ wygodnie jest stosować test Cochрана. Hipotezę H weryfikuje się za pomocą statystyki

$$G = \frac{S_{p \max}^2}{S_{p1}^2 + S_{p2}^2 + \dots + S_{pk}^2} \quad /6.2/$$

W 9 niezależnych próbach o jednakowej liczebności $n_i = 5$, obliczono wariancje reszt dla ustalonego parametru γ /wybrano taką wartość γ , która jest najczęściej równa γ_{opt} /.

Wartości S_{pi}^2 oraz statystyki G dla poszczególnych węzłów przedstawiają się następująco:

węzeł "E" / $\gamma = 0,1/$: 10,5963; 2,3415; 12,0034; 70,7264;
24,8332; 7,9270; 34,5121; 59,5891;
68,9199,

$$G = \frac{70,7264}{291,4489} = 0,2427;$$

węzeł "D" / $\gamma = 0,2/$: 1,8123; 4,5595; 4,1878; 4,1718;
5,2941; 3,8072; 7,0214; 3,7160;
22,6462,

$$G = \frac{22,6462}{57,2163} = 0,3958;$$

węzeł "I" / $\gamma = 0,1/$: 23,9708; 5,9731; 2,4574; 51,3788;
31,0461; 10,9402; 6,7725; 30,6263;
107,3213,

$$G = \frac{107,3213}{270,4865} = 0,3968;$$

węzeł "A" / $\gamma = 0,1/$: 267,1100; 37,0930; 110,3424;
33,3414; 64,2450; 29,4600;
404,1226; 40,0157; 53,4551,

$$G = \frac{404,1226}{1039,1852} = 0,3889.$$

Dla przyjętego poziomu istotności $\alpha = 0,05$ liczby próbek $k = 9$ oraz $\nu = n_1 - 1$, krytyczna wartość statystyki Cochra $g/\alpha, k, \nu / = g / 0,05; 9; 4 / = 0,3584$. W przypadku węzła "E" zachodzi nierówność $G < g$, zaś dla pozostałych węzłów mamy $G > g$. Zatem dla trzech spośród czterech węzłów weryfikowaną hipotezę należy odrzucić. Wypływa stąd wniosek, że w procesie obciążenia w węzłach 110 kV zachodzą zmiany strukturalne.

Przedstawiona powyżej analiza zmian strukturalnych zapotrzebowania mocy uzasadnia konieczność optymalizacji parametru wyrównania w modelu predykcji co kilka tygodni.

7. WERYFIKACJA MODELU PREDYKCJI ORAZ METODY POPRAWIENIA ZGODNOŚCI MODELU Z DANYMI EMPIRYCZNYMI

Przy szacowaniu obciążeń w modelu predykcji /dodatek 1/ nie uwzględniano składnika losowego ξ_t . Zbadanie podstawowych charakterystyk rozkładu zmiennej losowej ξ_t umożliwi ocenę dokładności prognozowania na podstawie przyjętego modelu.

W rozważaniach przyjęto jako realizację ξ_t reszty prognozy

$$u_t = Y_t - \hat{Y}_t / P. \quad /7.1/$$

Analiza ciągu $\{u_t\}$ pozwoli na zweryfikowanie predykcji i ewentualnie poprawienie jej jakości.

Charakter ξ_t można zbadać przez zastosowanie odpowiednich testów.

7.1. Weryfikacja hipotezy o istnieniu autokorelacji błędów prognozy

Dla zweryfikowania hipotezy zerowej $H_0 : \rho = 0$ /brak autokorelacji/ wobec hipotezy $H_1 : \rho \neq 0$, można zastosować test von Neumana. W tym celu obliczono statystykę Q^* , określoną następującą zależnością:

$$Q^* = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{\sum_{t=2}^{t=n} /u_t - u_{t-1}/^2}{\sum_{t=1}^{t=n} /u_t/^2} \quad . \quad /7.2/$$

Na podstawie błędów prognozy, wyznaczonej w dodatku 1, obliczono wartości statystyki Q^* . Niezbędne obliczenia przeprowadzono w dodatku 4. We wszystkich przypadkach zachodzi nierówność $Q^* > Q_{\alpha}^*$ co świadczy o tym, że nie mamy do czynienia z istotną autokorelacją reszt.

Do zbadania charakteru składnika losowego autor dodatkowo zastosował test serii. Przeprowadzony test potwierdził losowy charakter odchyłek wartości empirycznych od wartości prognoz.

O istnieniu bardzo słabej autokorelacji reszt świadczą również niewielkie wartości estymatora współczynnika autokorelacji /dodatek 3/. Estymator ten wykazuje największą wartość w przypadku węzła "A", ale i tutaj jest on mniejszy od 0,2. Próba uwzględnienia autokorelacji błędów do poprawienia jakości prognozy nie przyniosła pozytywnych rezultatów.

7.2. Weryfikacja hipotezy, że predykcja jest nieobciążona

W praktyce może zdarzyć się, że wartość średnia z błędów prognozy $\bar{u}$ będzie się znacznie różniła od zera,

$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{t=n} u_t, \quad /7.3./$$

co oznacza, że predykcja jest obciążona błędem systematycznym.

W takim przypadku należy skorygować ocenę trendu o wartości

$\bar{u}$. Otrzyma się wtedy predykcję nieobciążoną, z reguły dokładniejszą w sensie średniokwadratowego błędu. Prognozy skorygowane wyznacza się według wzoru:

$$Y_t/P/* = Y_t/P/ + \bar{u}. \quad /7.4/$$

Sprawdzenie czy predykcja jest nieobciążona, polega na zweryfikowaniu hipotezy zerowej $H_0 : E / \xi_i / = 0$ /wartość oczekiwana składnika losowego jest równa zero/ przy hipotezie alternatywnej $H_1 : E / \xi_i / \neq 0$.

Zweryfikowano hipotezę H_0 , stosując jako sprawdzian statystykę t :

$$t = \frac{\bar{u} - 0}{S_u} \sqrt{n}, \quad /7.5/$$

przy czym $\bar{u}$ jest średnią arytmetyczną reszt u_i , a S_u - odchyleniem standardowym reszt.

Jeżeli spełniona jest następująca nierówność:

$$|t| < t_{\alpha}$$

to na poziomie istotności α nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej H_0 . Wartość krytyczną t_{α} odczytano z tablic rozkładu Studenta.

Średnią $\bar{u}$ oraz odchylenie standardowe obliczono posługując się tabelami D.4.5 - D.4.8 /dodatek 4/. Do obliczenia S_u zastosowano nieobciążony estymator wariancji dla małej próbki:

$$S_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} /u_i - \bar{u}/^2}{n - 1} \quad . \quad /7.6/$$

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że we wszystkich rozważanych węzłach zachodzi nierówność $|t| < t_{\alpha}$. Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. We wszystkich przypadkach otrzymano zatem predykcję nieobciążoną.

8. PROGNOZA ZAPOTRZEBOWANIA MOCY BIERNEJ

W dotychczasowych badaniach prognostycznych szczególną uwagę poświęcono procesowi zapotrzebowania mocy czynnej. Proces obciążenia mocą bierną traktowano jako zagadnienie drugorzędne, stąd w literaturze zauważa się znikomą liczbę prac poświęconych temu problemowi.

Konieczność równorzędnego traktowania mocy biernej i mocy czynnej przyczyniła się do podjęcia próby rozwiązania przez autora tego problemu, a w konsekwencji do opracowania metody prognozowania tej mocy.

Proces zapotrzebowania mocy biernej charakteryzuje się większą nieregularnością od procesu zapotrzebowania mocy czynnej. Zatem usiłowania prognozowania tego procesu z odpowiednio dużym stopniem trafności muszą spotkać się z niepowodzeniem.

Prognozę mocy biernej można otrzymać postępując analogicznie jak w przypadku mocy czynnej, lub wykorzystując model opisujący zależność między mocą czynną a bierną. Ta druga alternatywa jest jak się wydaje dogodniejsza w praktyce.

Podobieństwo przebiegów obciążenia mocą czynną i bierną pozwoliło na opracowanie hipotez, wiążących te procesy [9]. Według hipotezy Holmgreen - Runge'go, zmienność współczynnika mocy wyraża się następującą zależnością:

$$\operatorname{tg} \varphi_t = \frac{\operatorname{tg} \varphi_s}{\sqrt{m_t}}, \quad /8.1/$$

przy czym $\operatorname{tg} \varphi_s$ jest wartością współczynnika mocy w szczycie obciążenia a $m_t = \frac{P_t}{P_s}$ - chwilowym stopniem obciążenia mocą czynną $/P_t$ i P_s - odpowiednio chwilowe i szczytowe obciążenia mocą czynną/, zatem

$$Q_t = P_t \cdot \operatorname{tg} \varphi_t = Q_s \sqrt{m_t}. \quad /8.2/$$

Według hipotezy Trögera

$$\operatorname{tg} \varphi_t = \operatorname{tg} \varphi_s / 1 - C_T + \frac{C_T}{m_t} / , \quad /8.3/$$

gdzie C_T jest stałą Trögera $/C_T = 0,20 - 0,25/$.

W konsekwencji

$$Q_t = P_t \operatorname{tg} \varphi_t = Q_s C_T + Q_s m_t / 1 - C_T / . \quad /8.4/$$

Trzecia hipoteza zakłada, że

$$\cos \varphi_t = \cos \varphi_s = \text{const}, \quad /8.5/$$

a zatem

$$Q_t = P_s m_t \operatorname{tg} \varphi_s . \quad /8.6/$$

Hipoteza Gatnarzik'a zakłada, że proces zapotrzebowania mocy biernej można aproksymować wielomianem stopnia drugiego.

Przedstawione hipotezy zakładają podobieństwo zmian obciążeń czynnych i biernych, co oznacza założenie występowania ekstremów obu procesów w tym samym momencie.

Z przeprowadzonych badań wynika, że powyższe założenia nie są w pełni spełnione [9]. Z drugiej strony duża nieregularność procesu zapotrzebowania mocy biernej w węzłach 110 kV, zależnego w znacznej mierze od wpływu czynnika losowego, wyklucza możliwość dokładniejszego opisanie tego procesu określoną funkcją. Z tych też powodów autor poświęcił w swoich pracach dużo miejsca badaniom zmienności współczynnika mocy i zastosowania estymatora średniej wartości $\operatorname{tg} \varphi$ do prognozowania mocy biernej [21, 23, 24].

Dla ściślejszego określenia mocy i kształtu zależności między mocą czynną a bierną posłużono się analizą korelacji i regresji. Wyniki tej analizy przedstawiono w dalszej części rozdziału,

8.1. Badanie zmienności $\operatorname{tg} \varphi$

Podstawę do badań stanowiły dwa szeregi czasowe $\{P_t\}$ oraz $\{Q_t\}$, gdzie P_t i Q_t / $t \in T$ - zbioru T godzin w roku/ są odpowiednio wartościami obciążenia czynnego i biernego w momencie t . Zbiory codziennych wartości P_t i Q_t w danym roku można wykorzystać do oszacowania szeregu czasowego $\operatorname{tg} \varphi_t$, przy czym $\operatorname{tg} \varphi_t$ jest funkcją zmiennych P_t i Q_t i równa się:

$$\operatorname{tg} \varphi_t = f(P_t, Q_t) = \frac{Q_t}{P_t}. \quad /8.7/$$

W zależności /8.7/ występują dwie zmienne P_t, Q_t , których pomiary są obarczone błędami $U_{P,t}$ i $U_{Q,t}$ /Rozdz. 3/. W rezultacie badana próbka będzie zawierała zamiast "czystych" wartości P_t i Q_t , następujące wielkości:

$$P'_t = P_t + E_{P,t} \quad \text{oraz} \quad Q'_t = Q_t + E_{Q,t}.$$

W konsekwencji zamiast relacji /8.7/ można napisać:

$$\operatorname{tg} \varphi_t = \frac{Q_t}{P_t} + E_t. \quad /8.8/$$

Dokładną analizę zmienności $\operatorname{tg} \varphi$ można przeprowadzić, badając ją w różnych przekrojach czasowych. W tym celu należy wyznaczyć przebiegi roczne średniomiesięcznych /lub średnich z dni roboczych/ wartości $\operatorname{tg} \varphi$, przebiegi roczne $\operatorname{tg} \varphi$ dla wybranej godziny h i rodzaju dnia d oraz przebiegi dobowe średniomiesięcz-

nych wartości $\operatorname{tg} \varphi$ dla każdej godziny h . Wymienione charakterystyki wyznaczono dla 13 węzłów 110 kV i zamieszczono w cytowanych pracach.

8.1.1. Dobowa zmienność $\operatorname{tg} \varphi$

Niech $P_{h,d,m}$, $Q_{h,d,m}$ będą odpowiednio obciążeniem czynnym i biernym dla godziny h , dnia d w miesiącu m , przy czym $h = 1, 2, \dots, 24$ - godzina doby, $d = 1, 2, \dots, 5$ - numer rodzaju dnia /1- poniedziałek, lub dzień poświęcony, 2- standardowy roboczy, 3-sobota, 4-niedziela, 5- święto/, $m = 1, 2, \dots, 12$ - numer miesiąca w roku.

Stąd na podstawie /8.8/ uzyskuje się zbiór wartości $\operatorname{tg} \varphi_{h,d,m}$ przedstawiających zmienność współczynnika mocy w różnych przekrojach czasowych. W dalszym postępowaniu dla uproszczenia zapisu pominięto wskaźniki h, d, m , a w zamian użyto wskaźnika t .

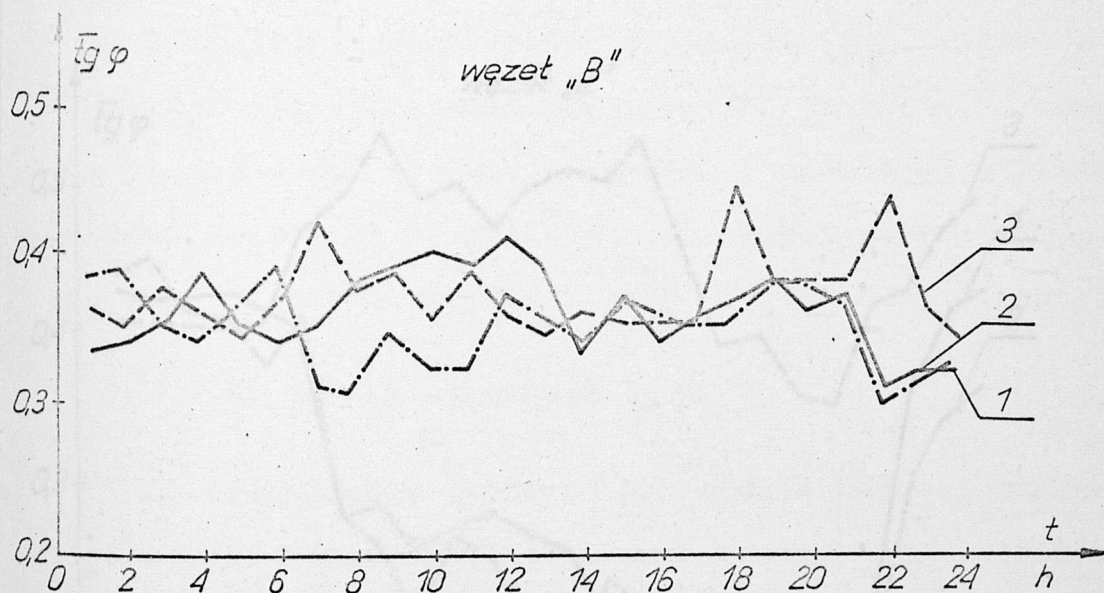
Wielkości P_t , Q_t zależą w dużej mierze od wpływu czynnika losowego, zatem w celu ograniczenia przypadkowości bada się przebiegi uśrednione. Do wyznaczenia zmienności dobowej $\operatorname{tg} \varphi_t$ korzysta się z wartości średnich $\operatorname{tg} \varphi_t$ dla ustalonej godziny h , rodzaju dnia d oraz miesiąca m , można zatem napisać:

$$\overline{\operatorname{tg} \varphi}_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{Q_{i,t}}{P_{i,t}}, \quad /8.9/$$

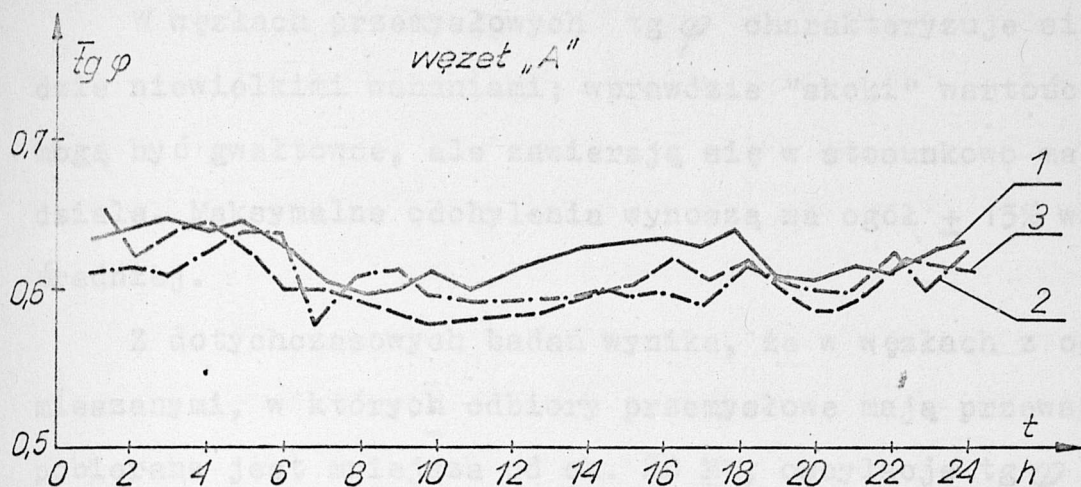
przy czym n oznacza liczbę dni określonego rodzaju w miesiącu m .

W ten sposób wyznaczone wartości $\operatorname{tg} \varphi_t$ służą do wykreślenia przebiegów dobowych tej wielkości. Na rysunkach 8.1-8.3 pokazano przykładowo kształtowanie się $\operatorname{tg} \varphi_t$ w przekroju doby

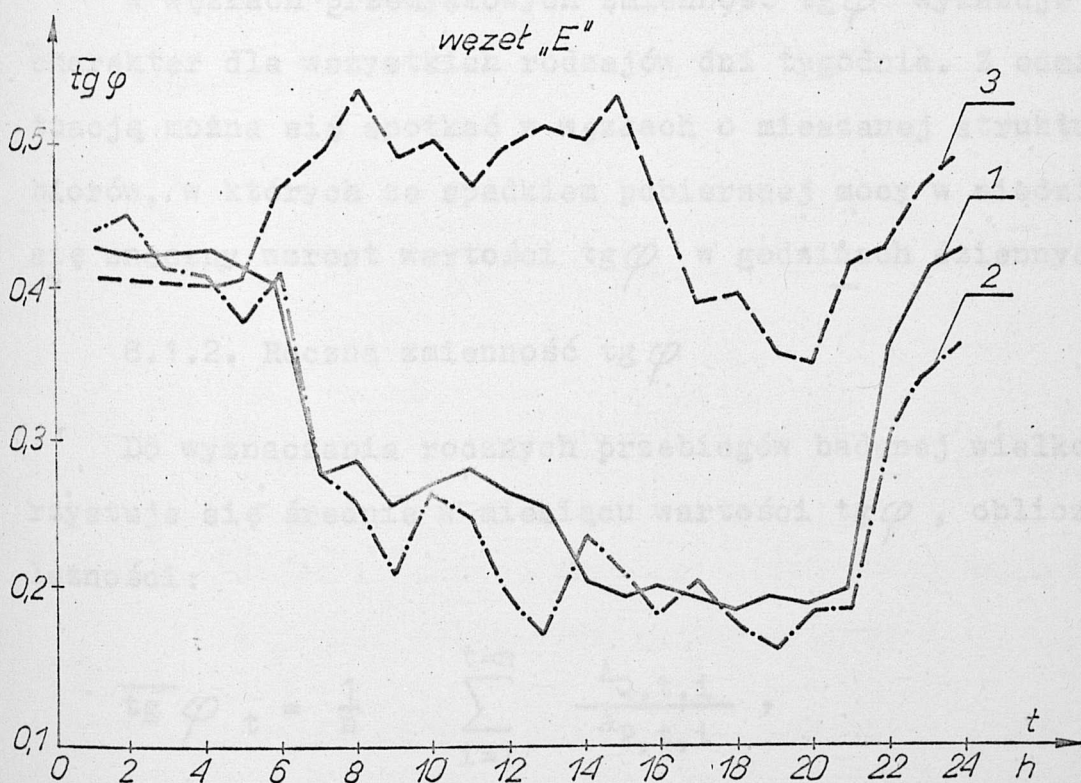
dla dni roboczych, sobót i niedziel. Wykresy na rysunkach 8.1 i 8.2 dotyczą węzłów o charakterze czysto przemysłowym, zaś na rysunku 8.3 - węzła o mieszanej strukturze odbiorów. Obserwuje się, że wahania współczynnika mocy kształtują się różnie w zależności od badanego węzła. W węzłach zawierających odbiory mieszane rozrzut $\operatorname{tg} \varphi$ jest większy niż w węzłach przemysłowych /wyjątek stanowią węzły, w których przeważają odbiory komunalno-bytowe/.



Rys. 8.1. Zmienność dobową średniej wartości $\operatorname{tg} \varphi$;
1 - dni robocze, 2 - soboty, 3 - niedziele



Rys. 8.2. Zmienność dobową średniej wartości $\text{tg } \varphi$;
1-dni robocze, 2-soboty, 3-niedziele



Rys. 8.3. Zmienność dobową średniej wartości $\text{tg } \varphi$;
1-dni robocze, 2-soboty, 3-niedziele.

W węzłach przemysłowych $\operatorname{tg} \varphi$ charakteryzuje się w zasadzie niewielkimi wahaniami; wprowadzanie "skoki" wartości $\operatorname{tg} \varphi$ mogą być gwałtowne, ale zawierają się w stosunkowo małym przedziale. Maksymalne odchylenia wynoszą na ogół $\pm 15\%$ wartości średniej.

Z dotychczasowych badań wynika, że w węzłach z odbiorami mieszanymi, w których odbiory przemysłowe mają przewagę, a moc pobierana jest mniejsza od ok. 20 MW, oscylacje $\operatorname{tg} \varphi$ są bardzo duże. Estymator dyspersji $\operatorname{tg} \varphi$ niejednokrotnie w takich stacjach przekracza wartość 100% średniego $\operatorname{tg} \varphi$, a zawsze jest większy od 30%. Można więc zauważyć istnienie korelacji pomiędzy wielkością wahań $\operatorname{tg} \varphi$ a strukturą odbiorów i sumaryczną mocą tych odbiorów.

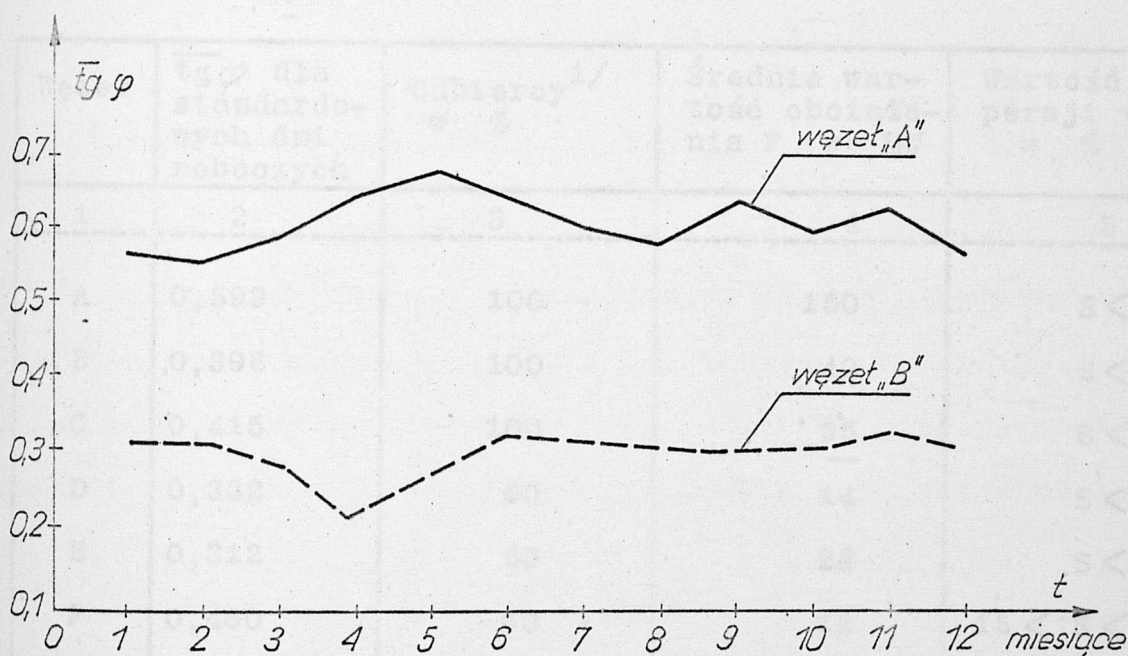
W węzłach przemysłowych zmienność $\operatorname{tg} \varphi$ wykazuje podobny charakter dla wszystkich rodzajów dni tygodnia. Z odmienną sytuacją można się spotkać w węzłach o mieszanej strukturze odbiorów, w których ze spadkiem pobieranej mocy w niedzielę wiąże się znaczny wzrost wartości $\operatorname{tg} \varphi$ w godzinach dziennych.

8.1.2. Roczna zmienność $\operatorname{tg} \varphi$

Do wyznaczania rocznych przebiegów badanej wielkości wykorzystuje się średnie w miesiącu wartości $\operatorname{tg} \varphi$, obliczane z zależności:

$$\overline{\operatorname{tg} \varphi}_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{t=n} \frac{A_{Q,t,i}}{A_{P,t,i}}, \quad /8.10/$$

przy czym $A_{Q,t,i}$ i $A_{Pt,i}$ oznaczają odpowiednio dobową energię bierną i czynną określonego rodzaju dnia tygodnia d w miesiącu m . Wartość $\overline{\text{tg } \varphi}$ można wyznaczyć dla miesiąca kalendarzowego, standaryzowanego /składającego się z 16 dni roboczych, 8 dni przejściowych i 4 niedziel/ oraz dla standardowych dni roboczych. Zależność /8.10/ pozwala wyznaczyć średniomiesięczną wartość $\text{tg } \varphi$ i zbadać roczną zmienność tej wielkości. Przykłady rocznych zmian tej wielkości pokazano na rysunku 8.4.



Rys. 8.4. Roczna zmienność średniej miesięcznej wartości $\text{tg } \varphi$ dla standardowych dni roboczych

Dla wyznaczenia wartości $\overline{\text{tg } \varphi}$, zamiast energii można używać codziennych /lub dla losowo wybranych godzin/ odczytów

mocy czynnej i biernej.

Roczne przebiegi średniomiesięcznych wartości $\overline{\text{tg } \varphi}$ charakteryzują się dużą stabilnością; wyjątek stanowią tu jedynie stacje zasilające odbiory mieszane, których sumaryczna moc pobierana jest bardzo mała, nie przekraczająca /w warunkach krajowych/ 10 MW.

Roczne wykresy zmienności $\overline{\text{tg } \varphi}$ dla standardowych dni roboczych, miesięcy standaryzowanych oraz miesięcy kalendarzowych mają bardzo zbliżony kształt.

Tabela 8.1

Ocena estymatorów średnich wartości i dyspersji $\text{tg } \varphi$
w węzłach sieciowych 110 kV

Węzeł	$\overline{\text{tg } \varphi}$ dla standardowych dni roboczych	Odbiorcy ^{1/} w %	Średnia wartość obciążenia P w MW	Wartość dyspersji $\text{tg } \varphi$ w %
1	2	3	4	5
A	0,599	100	150	$S < 15$
B	0,396	100	40	$S < 15$
C	0,415	100	55	$S < 15$
D	0,332	50	14	$S < 15$
E	0,312	60	28	$S < 15$
F	0,480	60	12	$15 < S < 30$
G	0,340	80	25	$15 < S < 30$
H	0,318	50	27	$15 < S < 30$
I	0,344	50	30	$15 < S < 30$
J	0,400	30	9	$15 < S < 30$
K	0,715	80	10	$S > 30$
L	0,352	80	18	$S > 30$
M	0,639	60	10	$S > 30$

^{1/} procentowy udział odbiorców przemysłowych i trakcji elektrycznej.

Z analizy przedstawionej w [23,24] wynika, że w przypadku istnienia dużych wahań $\operatorname{tg} \varphi$ w przebiegach rocznych to samo zjawisko obserwuje się na wykresach zmienności dobowej. Tak więc o sezonowej zmienności współczynnika mocy w roku można wnioskować na podstawie obserwacji zmienności dobowej.

W tabeli 1 dokonano zestawienia rozważanych węzłów z podaniem procentowego udziału poszczególnych grup odbiorców oraz pokazano kształtowanie się estymatorów średnich wartości $\operatorname{tg} \varphi$. W kolumnie 5 tej tabeli znajdują się przedziały, w których zawiera się estymator dyspersji $\operatorname{tg} \varphi$.

8.2. Analiza korelacji i regresji między mocą czynną a bierną

8.2.1. Losowanie próby

Spośród codziennych odczytów obciążeń czynnych i biernych z dni roboczych 1972r. wylosowano za pomocą generatora liczb losowych próbę składającą się z par wartości P_t i Q_t . Liczebność próby wynosiła 280. Na podstawie zastosowanego generatora liczbę losową /LL/ wyznacza się z zależności:

$$LL = \frac{10000 d_i}{2}, \quad /8.11/$$

przy czym liczba 10000 w zależności /8.11/ jest konsekwencją założenia, że populacja składa się z 5000 danych, a d_i jest

pozostałością po przecinku z wyrażenia $\pi + d_{i-1}/^5$, natomiast d_0 należy przyjąć dowolnie.

Badania przeprowadzono na przykładzie obciążeń trzech węzłów sieciowych 110 kV: "A", "D" i "E".

8.2.2. Oszacowanie współczynników korelacji

Do zbadania siły związku między dwiema zmiennymi P oraz Q posłużono się współczynnikiem korelacji liniowej Pearsona ρ , wyrażonym następującą zależnością:

$$\rho_{P,Q} = \frac{\text{cov } P, Q}{\sqrt{\text{var } P \text{ var } Q}}, \quad /8.12/$$

gdzie $\text{cov } P, Q$ jest kowariancją, a $\text{var } P$ i $\text{var } Q$ - wariancjami zmiennych P i Q.

Estymatorem zgodnym współczynnika korelacji w populacji jest statystyka $r_{P,Q}$:

$$r_{P,Q} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (P_i - \bar{P}) (Q_i - \bar{Q})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} (P_i - \bar{P})^2 \sum_{i=1}^{i=n} (Q_i - \bar{Q})^2}}, \quad /8.13/$$

gdzie P_i i Q_i są realizacjami odpowiednio mocy czynnej i biernej zaś $\bar{P}$ i $\bar{Q}$ - wartościami średnimi próby mocy czynnej i biernej.

Wartości estymatora $r_{P,Q}$ dla 3 węzłów 110 kV podano w tabeli 8.2.

Tabela 8.2

Ocena estymatora współczynnika korelacji r_{PQ} między
zapotrzebowaniem mocy czynnej i biernej

Nazwa węzła	Wartość $r_{P,Q}$
"A"	0,44
"D"	0,93
"E"	0,67

Można dostrzec, że jedynie w węźle "D" występuje silna korelacja między P i Q, w pozostałych węzłach zależność między obu rodzajami mocy jest dużo słabsza. Należy tu podkreślić, że w przypadku węzła "E", w przeciwieństwie do pozostałych węzłów, próbę wylosowano spośród cegodzinnych par wartości P i Q dla dni roboczych w godzinach 6 - 21. Estymator r_{PQ} miał znacznie mniejszą wartość dla próby obejmującej wszystkie godziny doby, wynosiła ona wówczas 0,19. W pozostałych węzłach ograniczenie próbki do godzin dziennych nie poprawiło korelacji P i Q.

8.2.3. Wyznaczanie regresji krzywoliniowej między mocą czynną a bierną

Zależność między badanymi zmiennymi aproksymowano wielomianami ogólnie stopnia 0 - 5. W celu otrzymania wielomianu aproksymującego wykorzystano wielomiany ortogonalne i rekursję Steiffel'a. Skorzystano z podprogramu bibliotecznego F4CFORPL dla maszyn serii ODRA 1300 pt.: "Aproksymacja funkcji wielomianami ortogonalnymi metodą najmniejszych kwadratów".

Ogólnie regresję stopnia m można przedstawić następująco:

$$\hat{Y} = \sum_{j=0}^{j=m} b_j x^j . \quad /8.14/$$

Dla każdego stopnia wielomianu oszacowano współczynniki b_j oraz średniokwadratowy błąd aproksymacji.

W tabeli 8.3 podano wartości błędów aproksymacji w zależności od stopnia wielomianu.

Tabela 8.3

Nazwa węzła	Wartość S_p przy aproksymacji wielomianem stopnia:					
	0-go	I-go	II-go	III-go	IV-go	V-go
"A"	5,9	5,6	5,4	5,4	5,4	5,4
"D"	1,6	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
"E"	1,7	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5

Z analizy wynika, że wartość średniokwadratowego błędu aproksymacji ustala się już przy funkcji regresji stopnia pierwszego lub drugiego. Należy przy tym zauważyć, że między błędem S_p , obliczonym dla funkcji liniowej, a S_p dla funkcji kwadratowej różnica jest niewielka.

8.2.4. Porównanie aproksymacji liniowej zależności między mocą czynną a bierną z innymi podstawowymi funkcjami regresji.

Z wyników badań przedstawionych w rozdziale 8.2.3. wynika, że dodanie wyższych stopni zmiennych niezależnych nie poprawia korelacji. Można zatem przypuszczać, że aproksymanta liniowa

stanowi adekwatną postać zależności między zmiennymi.

W rozdziale tym do opisanie badanego związku zastosowano podstawowe funkcje nieliniowe. Obliczone błędy aproksymacji posłużyły do wyznaczenia najlepszej funkcji opisującej zależność między obciążeniami czynnymi a biernymi. Do szacowania obciążeń biernych zastosowano również estymator średniej wartości $\overline{\text{tg } \varphi}$, a następnie porównano dokładność tego szacowania z innymi sposobami. W tabeli 8.4. podano rodzaje zastosowanych funkcji regresji oraz błędy aproksymacji.

Tabela 8.4

Ocena średniokwadratowego błędu aproksymacji dla różnych funkcji regresji

Rodzaj funkcji	S_p w MW w przypadku węzła:		
	"A"	"D"	"E"
$\tilde{Q} = P \overline{\text{tg } \varphi}$	6,69	0,70	1,25
$\tilde{Q} = a_1 P + a_0$	5,61	0,70	1,57
$\tilde{Q} = a e^{bP}$	5,66	0,96	1,61
$\tilde{Q} = a P^b$	5,99	0,72	1,59
$\tilde{Q} = a + b \ln P$	5,57	0,71	1,57

Tylko w przypadku węzła "A" najlepszą funkcją regresji między zapotrzebowaniem mocy czynnej a biernej jest zależność logarytmiczna. W pozostałych zaś węzłach zastosowanie $\overline{\text{tg } \varphi}$ do szacowania obciążeń biernych daje najlepsze rezultaty, przy czym

estymator $\overline{\text{tg } \varphi}$ dla węzła "E" szacowano na podstawie próby obejmującej godziny dzienne z dni roboczych. W pozostałych węzłach ograniczenie próby do godzin dziennych nie przyniosło pozytywnych wyników.

8.3. Szacowanie mocy biernej z tygodniowym wyprzedzeniem

Znaczne wahania $\text{tg } \varphi$ w niektórych węzłach 110 kV pozwalają na stwierdzenie istotnych rozbieżności między procesami obciążenia czynnego i biernego, co wskazywałoby na konieczność ich odrębnego traktowania. Jednakże nieregularne, duże i gwałtowne wahania w procesie mocy biernej powodują trudności wyłaniające się przy próbach dokładnej aproksymacji tego procesu jakąkolwiek funkcją.

Zastosowanie estymatora średniej wartości $\text{tg } \varphi$ do oszacowania obciążeń biernych znacznie upraszcza technikę prognozowania tych wielkości. Model predykcji mocy biernej wyrazi się w tym przypadku zależnością

$$Q_t^{P/} = \overline{\text{tg } \varphi} \cdot P_t^{P/}, \quad /8.15/$$

gdzie $\overline{\text{tg } \varphi}$ stanowi estymator średniej wartości $\text{tg } \varphi$, a $P_t^{P/}$ jest prognozą mocy czynnej w momencie t . Dla porównania, prognozę obciążeń biernych wyznaczono również metodą analogiczną do stosowanej w przypadku szacowania mocy czynnej. Należy jednak tutaj nadmienić, że nie we wszystkich węzłach 110 kV dokonuje się odczytów mocy biernej. Z analizy porównawczej zamieszczonej

w [24] wynika, że w przypadku dwóch węzłów na cztery rozważane, średniokwadratowy błąd prognozy był nieco większy przy użyciu metody współczynnika mocy.

W dodatku 5 przedstawiono przykłady prognoz mocy biernej i błędów prognoz dla czterech węzłów sieciowych 110 kV.

9. W N I O S K I

Analiza procesu zapotrzebowania mocy w węzłach sieciowych 110 kV oraz wyznaczone prognozy wygasłe wykazały, że podana metoda może służyć do oszacowania obciążeń z wyprzedzeniem tygodniowym, a stopień dokładności zależy od wariancji rozważanego procesu w danym węźle.

Przeprowadzona weryfikacja modelu wykazała, że wartości teoretyczne, otrzymane za pomocą modelu predykcji, są w większości przypadków adekwatne do danych empirycznych.

Na podstawie przeprowadzonych wyrywkowych analiz wnioskować można o tym, że trafność prognozy zmniejsza się wraz ze wzrostem stopnia niejednorodności odbiorów oraz ze zmniejszaniem średniej wartości mocy pobieranej z węzła.

Wprowadzenie składnika zero-jedynkowego do modelu predykcji umożliwia uwzględnienie czynników niemierzalnych, a mających duży wpływ na wartość obciążenia w węzłach sieciowych. Dzięki temu składnikowi można wnieść poprawkę do wyznaczonej prognozy w przypadku zaplanowanych remontów bądź przyłączeń odpowiednich urządzeń do sieci elektroenergetycznej. Pozwoli to poprawić jakość predykcji.

Wobec braku jednoznacznie akceptowanych metod prognozy obciążeń w węzłach 110 kV przedstawiony i zweryfikowany model może znaleźć zastosowanie w pracach dyspozycji okręgowych i Państwowej Dyspozycji Mocy.

Dodatek 1

PRZYKŁADY PROGNOZY ZAPOTRZEBOWANIA MOCY CZYNNEJ W WĘZŁACH
SIECIOWYCH 110 kV

Tabela D.1.1

Tygodniowa prognoza zapotrzebowania mocy czynnej w MW w węźle
„I” /środy, godz. 11⁰⁰, 23.02-18.10.1972r./

Nr tyg.	Realizacja $Y_t = P_t$	Prognoza /P/ /P/ $Y_t = P_t$	Błąd u_t	γ
1	2	3	4	5
1	42,0000	42,6172	- 0,6172	0,4
2	45,0000	42,3703	2,6297	
3	42,0000	44,6222	- 2,6222	
4	40,0000	42,3733	- 2,3733	
5	38,0000	40,6240	- 2,6240	
6	40,0000	38,0000	2,0000	0,5
7	40,0000	40,0000	0,0000	
8	43,0000	40,0000	3,0000	
9	42,0000	43,0000	- 1,0000	
10	44,0000	42,0000	2,0000	
11	35,0000	42,5323	- 7,5323	0,2
12	37,0000	39,2258	- 2,2258	
13	35,0000	39,1807	- 4,1807	
14	27,0000	37,9445	-10,9445	
15	35,0000	34,1556	0,8444	
16	29,0000	34,8519	- 5,8519	0,3
17	39,0000	31,2963	7,7037	

e.d. tabeli D.1.1

1	2	3	4	5
18	34,0000	36,6074	- 2,6074	
19	32,0000	34,3252	- 2,3252	
20	31,0000	33,0276	- 2,0276	
21	32,0000	33,1855	- 1,1855	0,2
22	33,0000	33,1484	- 0,1484	
23	32,0000	33,3187	- 1,3187	
24	33,0000	32,8550	0,1450	
25	30,0000	33,0840	- 3,0840	
26	39,0000	31,0709	7,9291	0,3
27	37,0000	36,1496	0,8504	
28	34,0000	35,8047	- 1,8047	
29	33,0000	34,3633	- 1,3633	
30	34,0000	33,6543	0,3457	
31	34,0000	34,6396	- 0,6396	0,1
32	41,0000	34,5756	6,4244	
33	38,0000	35,9181	2,0819	
34	33,0000	35,8263	- 2,8263	
33	45,0000	35,0436	9,9564	

Tabela D.1.2

Tygodniowa prognoza zapotrzebowania mocy czynnej w MW w węźle „A” /środy, godz. 11⁰⁰, 23.02-18.10.1972r./

Nr tyg.	Realizacja $Y_t = P_t$	Prognoza $\frac{Y_t}{P_t} = \frac{P_t}{P_t}$	Błąd u_t	γ
1	2	3	4	5
1	154,0000	156,2269	- 2,2269	0,3
2	166,0000	153,4588	12,5412	
3	157,0000	160,8212	- 3,8212	
4	158,0000	156,9748	1,0252	
5	149,0000	157,5824	- 8,5824	
6	154,0000	154,9780	- 0,9780	0,1
7	146,0000	155,3802	- 9,3802	
8	138,0000	153,6422	-15,6422	
9	152,0000	151,2780	0,7220	
10	138,0000	152,7502	-14,7502	
11	149,0000	142,4213	6,5787	0,3
12	150,0000	147,6949	2,3051	
13	157,0000	148,6864	8,3136	
14	141,0000	143,2805	-12,2805	
15	151,0000	144,7964	6,2036	
16	145,0000	150,6393	- 5,6393	0,1
17	138,0000	149,4754	-11,4754	
18	144,0000	147,6278	- 3,6278	

c.d. tabeli D.1.2

1	2	3	4	5
19	146,0000	147,8650	- 1,8650	
20	136,0000	147,8785	-11.8785	
21	147,0000	139,5750	7,4250	0,3
22	158,0000	145,1025	12,8975	
23	153,0000	152,2717	0,7283	
24	151,0000	150,9902	0,0098	
25	151,0000	150,3932	0,6068	
26	155,0000	149,2134	5,7866	0,1
27	113,0000	150,1920	-37,1920	
28	165,0000	142,2728	22,7272	
29	155,0000	149,7455	5,2545	
30	157,0000	149,2710	7,7290	
31	156,0000	150,2439	5,7561	0,1
32	158,0000	150,7195	7,2805	
33	158,0000	151,6476	6,3524	
34	160,0000	152,2828	7,7172	
35	157,0000	153,2545	3,7455	

Tabela D.1.3

Tygodniowa prognoza zapotrzebowania mocy czynnej w MW w węźle „E” /środy, godz. 11⁰⁰, 19.01-18.10.1972r./

Nr tyg.	Realizacja $Y_t = P_t$	Prognoza /P/ /P/ $Y_t = P_t$	Błąd u_t	γ
1	2	3	4	5
1	28,0000	30,8000	- 2,8000	0,1
2	29,0000	30,3200	- 1,3200	
3	25,0000	30,2880	- 5,2880	
4	33,0000	29,3592	3,6408	
5	32,0000	30,5233	1,4767	
6	30,0000	30,5710	- 0,5710	0,1
7	29,0000	30,3139	- 1,3139	
8	28,0000	30,0825	- 2,0825	
9	32,0000	29,7742	2,2258	
10	31,0000	30,3968	0,6032	
11	28,0000	30,3571	- 2,3571	0,1
12	35,0000	29,8214	5,1786	
13	35,0000	31,0393	3,9607	
14	28,0000	31,4353	- 3,4353	
15	30,0000	30,3918	- 0,3918	
16	25,0000	30,5526	- 5,5526	0,1
17	26,0000	29,4974	- 3,4974	
18	34,0000	29,2476	4,7524	
19	14,0000	30,5229	-16,5229	
20	23,0000	26,8706	- 3,8706	

c.d. tabeli D.1.3

1	2	3	4	5
21	20,0000	27,3835	- 7,3835	0,1
22	32,0000	26,3452	5,6548	
23	24,0000	28,1107	- 4,1107	
24	31,0000	26,8996	4,1004	
25	30,0000	28,0096	1,9904	
26	30,0000	28,1087	1,8913	0,1
27	34,0000	28,2978	5,7022	
28	28,0000	29,2680	- 1,2680	
29	29,0000	28,5412	0,4588	
30	30,0000	28,6871	1,3129	
31	29,0000	28,9184	0,0816	0,1
32	41,0000	28,8265	12,1735	
33	36,0000	31,2439	4,7561	
34	30,0000	31,2195	- 1,2195	
35	31,0000	30,4976	0,5024	
36	35,0000	31,5532	3,4468	0,2
37	19,0000	33,0426	-14,0426	
38	25,0000	27,0340	- 2,0340	
39	39,0000	27,8272	11,1728	
40	34,0000	32,8618	1,1382	

Tabela D1.4

Tygodniowa prognoza zapotrzebowania mocy czynnej w MW
w węźle "D" /środy, godz. 11⁰⁰, 19,01 - 18.10.1972/

Nr tyg.	Realizacja $Y_t = P_t$	Prognoza /P/ /P/ $Y_t = P_t$	Błąd u_t	γ
1	2	3	4	5
1	23,0000	23,8000	- 0,8000	0,1
2	25,0000	23,7200	1,2800	
3	26,0000	24,0480	1,9520	
4	23,0000	24,3432	- 1,3432	
5	24,0000	23,9089	0,0911	
6	22,0000	24,0180	- 2,0180	0,1
7	22,0000	23,6162	- 1,6162	
8	21,0000	23,4546	- 2,4546	
9	19,0000	23,1091	- 4,1091	
10	20,0000	22,4982	- 2,4982	
11	18,0000	20,0000	- 2,0000	0,5
12	19,0000	18,0000	1,0000	
13	19,0000	19,0000	0,0000	
14	21,0000	19,0000	2,0000	
15	18,0000	21,0000	- 3,0000	
16	21,0000	18,7880	2,2120	0,3
17	17,0000	20,3516	- 3,3516	
18	18,0000	18,1461	- 0,1461	
19	17,0000	18,4023	- 1,4023	

c.d. tabeli D1.4

1	2	3	4	5
20	20,0000	17,6816	2,3184	
21	15,0000	19,2572	- 4,2572	0,2
22	15,0000	17,4057	- 2,4057	
23	17,0000	16,9246	0,0754	
24	16,0000	17,3397	- 1,3397	
25	16,0000	16,8717	- 0,8717	
26	17,0000	16,2467	0,7533	0,3
27	13,0000	16,7727	- 3,7727	
28	17,0000	14,4409	2,5591	
29	17,0000	16,4086	0,5914	
30	16,0000	16,5860	- 0,5860	
31	14,0000	16,2756	- 2,2756	0,2
32	19,0000	15,4204	3,5796	
33	20,0000	17,1364	2,8636	
34	15,0000	17,9091	- 2,9091	
35	17,0000	16,3273	0,6727	
36	18,0000	17,2282	0,7718	0,1
37	20,0000	17,4054	2,5946	
38	19,0000	17,8648	1,1352	
39	18,0000	17,8784	0,1216	
40	21,0000	17,7905	3,2095	

Tabela D.1.5

Tygodniowa prognoza zapotrzebowania mocy czynnej w MW
w węźle "B" /środy, godz. 11⁰⁰, 21.06-25.10.1972r./

Nr tyg.	Realizacja $Y_t = P_t$	Prognoza /P/ /P/ $Y_t = P_t$	Błąd u_t	χ
1	2	3	4	5
1	45,0000	50,2000	-5,2000	0,3
2	45,0000	46,8400	-1,8400	
3	48,0000	46,2880	1,7120	
4	38,0000	47,7016	-9,7016	
5	40,0000	41,7911	-1,7911	
6	48,0000	41,8538	6,1462	0,3
7	45,0000	46,0976	-1,0976	
8	44,0000	44,8684	-0,8684	
9	42,0000	44,3078	-2,3078	
10	43,0000	43,0155	-0,0155	
11	47,0000	43,8560	3,1440	0,3
12	46,0000	45,2848	0,7152	
13	42,0000	45,2278	-3,2278	
14	42,0000	43,7823	-1,7823	
15	48,0000	43,4258	4,5742	
16	41,0000	45,5407	-4,5407	0,2
17	42,0000	43,2325	-1,2325	
18	42,0000	43,1860	-1,1860	
19	47,0000	42,9488	4,0512	

Tygodniowa prognoza zapotrzebowania mocy czynnej w MW
w węźle "C" /środy, godz. 11⁰⁰, 21.06 - 25.10.1972r./

Nr tyg.	Realizacja $Y_t = P_t$	Prognoza /P/ /P/ $Y_t = P_t$	Błąd u_t	χ
1	2	3	4	5
1	54,0000	62,2000	-8,2000	0,3
2	57,0000	57,6400	-0,6400	
3	64,0000	58,3480	5,6520	
4	54,0000	62,1436	-8,1436	
5	51,0000	56,7005	-5,7005	
6	55,0000	54,0904	0,9096	0,3
7	54,0000	55,5633	-1,5633	
8	64,0000	54,7943	9,2057	
9	62,0000	60,5560	1,4440	
10	63,0000	60,3892	2,6108	
11	71,0000	60,6072	10,3928	0,1
12	59,0000	62,4465	-3,4465	
13	59,0000	60,9018	-1,9018	
14	64,0000	60,7116	3,2884	
15	71,0000	61,5405	9,4595	
16	57,0000	63,1864	-6,1864	0,1
17	53,0000	61,1678	-8,1678	
18	55,0000	59,9510	-4,9510	
19	54,0000	59,6559	-5,6559	

Tabela D.1.7

Tygodniowa prognoza zapotrzebowania mocy czynnej w MW w węźle "M"
/środy, godz. 11⁰⁰, 19.01 - 11.10.1972r./

Nr tyg.	Realizacja $Y_t = P_t$	Prognoza /P/ /P/ $Y_t = P_t$	Błąd u_t	ρ
1	2	3	4	5
1	10,0000	8,0000	2,0000	0,1
2	4,0000	8,4000	-4,4000	
3	9,0000	7,3600	1,6400	
4	8,0000	8,0240	-0,0240	
5	7,0000	7,9216	-0,9216	
6	8,0000	7,7294	0,2706	0,1
7	7,0000	7,8565	-0,8565	
8	10,0000	7,6708	2,3292	
9	13,0000	8,2038	4,7962	
10	4,0000	8,9834	-4,9834	
11	10,0000	7,5850	2,4150	0,1
12	4,0000	8,4265	-4,4265	
13	7,0000	7,3839	-0,3839	
14	13,0000	7,6455	5,3545	
15	7,0000	8,7809	-1,7809	
16	7,0000	8,0029	-1,0029	0,1
17	6,0000	7,9026	-1,9026	
18	14,0000	7,6123	6,3877	
19	13,0000	9,0511	3,9489	
20	5,0000	9,3460	-4,3460	

c.d. tabeli D.4.7

1	2	3	4	5
21	9,0000	8,1114	0,8886	0,1
22	12,0000	8,6002	3,3998	
23	16,0000	9,2402	6,7598	
24	6,0000	10,3162	-4,3162	
25	5,0000	8,8846	-3,8846	
26	3,0000	8,3961	-5,3961	0,1
27	12,0000	7,6565	4,3435	
28	13,0000	8,9909	4,0091	
29	15,0000	9,4918	5,5082	
30	10,0000	10,2426	-0,2426	
31	5,0000	9,7183	-4,7183	0,1
32	16,0000	8,7465	7,2535	
33	16,0000	10,5718	5,4282	
34	4,0000	11,1147	-7,1147	
35	7,0000	9,2032	-2,2032	
36	15,0000	9,2829	5,7171	0,1
37	5,0000	10,6546	-5,6546	
38	11,0000	9,0891	1,9109	
39	8,0000	9,8802	-1,8802	
40	14,0000	9,3922	4,6078	

Ocena dokładności predykcji

Liczba znanych w literaturze ekonometrycznej mierników dokładności predykcji jest znaczna [16]. Przy stosowaniu, prezentowanej w rozdziale 2 metody obliczania prognoz zapotrzebowania mocy, szczególnego znaczenia nabiera wybór takich mierników dokładności predykcji ex post, które by informowały o rzeczywistym rzędzie dokładności wnioskowania na przyszłość. Podstawowym miernikiem dokładności predykcji ex post jest odchylenie standardowe błędów predykcji, wyrażone zależnością /2.14/

$$S_p = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{t=n} /Y_t - Y_t^{/P/}/^2}{n}}.$$

Wartość tego miernika podaje o ile, średnio rzecz biorąc, realizacje zmiennej Y_t odchodziły się /in plus lub in minus/ od prognoz $Y_t^{/P/}$.

Drugim ważnym miernikiem jest tzw. współczynnik rozbieżności Theila, zdefiniowany następująco:

$$I^2 = \frac{\sum_{t=1}^{t=n} /Y_t - Y_t^{/P/}/^2}{\sum_{t=1}^{t=n} Y_t^2} . \quad /D.1.1/$$

Pierwiastek kwadratowy z wyrażenia /D.1.1/ można interpretować w przybliżeniu jak wartość średniego względnego błędu prognoz. Do oceny dokładności prognoz autor zastosował oba przedstawione mierniki.

W tabeli D.1.8 przedstawiono wartości średniokwadratowego błędu prognozy S_p oraz wartości współczynnika Theila I^2 , które obliczono na podstawie odpowiednich danych z tabel D.1.1, ..., D.1.7.

Tabela D.1.8

Wartości średniokwadratowego błędu prognozy S_p w MW oraz współczynnika Theila I^2

Nazwa węzła	S_p	I^2	I
1	2	3	4
"A"	10,4735	0,0049	0,0700
"B"	3,7036	0,0070	0,0837
"C"	5,9851	0,0101	0,1009
"D"	2,1618	0,0128	0,1131
"E"	5,3713	0,0320	0,1788
"I"	4,1592	0,0124	0,1113
"M"	3,9606	0,1573	0,3967

Najmniejszy błąd prognozy /7-10%/ otrzymano dla węzłów "A", "B", "C", zasilających odbiory o charakterze czysto przemysłowym /tabela 8.1/. W węzłach, w których udział odbiorów komunalno-bytowych w całkowitym obciążeniu, wynosi co najmniej 50%, błąd prognozy również nie jest zbyt duży, zważywszy na znaczną nieregularność procesu zapotrzebowania. Niewiele przekracza on wartość 11%, np. węzły "D" i "I". Znacznie większe błędy obserwuje się w węzłach zasilających odbiory mieszane, ale takie, w których przeważają odbiorcy przemysłowi /węzły "E", "M"/. Błąd wnioskowania osiąga bardzo dużą wartość w węźle "M", wynoszącą prawie 40%. Należy zaznaczyć, że średnie obciążenie w tej stacji jest niewielkie i waha się w granicach 10 MW. Powyższa synteza wyników obliczeń dotyczy jedynie małej próbki, nie ma więc ogólnego charakteru.

Dodatek 2.

BADANIE ROZKŁADU BŁĘDÓW PROGNOZY

Dla zweryfikowania hipotezy, że rozkład błędów prognozy jest normalny, zastosowano z uwagi na małą liczebność próbki test Kołmogorowa [19]. W tym celu należy zweryfikować hipotezę $H_0 : F_n/x/ = F/x/$, gdzie $F/x/$ jest dystrybucją teoretyczną, a $F_n/x/$ - dystrybucją empiryczną.

Całą próbkę podzielono na przedziały, przy czym ilość przedziałów $k = 6$ została wyznaczona według następującej zależności [1] :

$$k = 1 + 3,3 \lg n, \quad /D.2.1/$$

gdzie n jest liczebnością próbki,

Długość przedziału c określa się z zależności:

$$c = \frac{R}{k}, \quad /D.2.2/$$

przy czym R jest różnicą między odchyleniem maksymalnym i minimalnym.

Dla poszczególnych węzłów c wynosi:

dla węzła "A"

$$c = \frac{22,7272 - /-37,1920/}{6} \cong 10 ;$$

dla węzła "D"

$$c = \frac{3,5796 - /-4,2091/}{6} \cong 1,3 ;$$

dla węzła "E"

$$c = \frac{12,1735 - /16,5229/}{6} = 4,8 ;$$

dla węzła "I"

$$c = \frac{9,9564 - /-10,9445/}{6} = 3,5.$$

W tabelach D.2.1 - D.2.4 przedstawiono liczebności próbek w poszczególnych przedziałach.

Tabela D.2.1

Rozkład błędów prognozy w przypadku węzła "A"

Przedział	Zliczanie próbek metodą kreskową	Liczba próbek w przedziale
-37,2 - -27,2		1
-27,2 - -17,2	—	—
-17,2 - - 7,2		7
- 7,2 - +12,8		12
+ 2,8 - +12,8		13
+12,8 - +22,8		2
Razem	35	

Tabela D.2.2

Rozkład błędów prognozy w przypadku węzła "D"

Przedział	Zliczanie próbek metodą kreskową	Liczba próbek w przedziale
-4,10 - -2,80		6
-2,80 - -1,50		8
-1,50 - -0,20		5
-0,20 - +1,10		10
+1,10 - +2,40		6
+2,40 - +3,70		5
Razem	40	

Tabela D.2.3

Rozkład błędów prognozy w przypadku węzła "E"

Przedział	Zliczanie próbek metodą kreskową	Liczba próbek w przedziale
-16,50 - -11,70		2
-11,70 - - 6,90		1
- 6,90 - - 2,10		8
- 2,10 - + 2,70		18
+ 2,70 - + 7,50		9
+ 7,50 - +12,30		2
Razem	40	

Tabela D.2.4

Rozkład błędów prognozy w przypadku węzła "I"

Przedział	Zliczenie próbek metodą kreskową	Liczba próbek w przedziale
-11,0 - - 7,5		2
- 7,5 - - 4,0		2
- 4,0 - - 0,5		16
- 0,5 - + 3,0		11
+ 3,0 - + 6,5		1
+ 6,6 - +10,0		3
Razem	35	

Odpowiednie obliczenia zamieszczono w tabelach D.2.5 - D.2.8, przy czym w kolumnie pierwszej tych tabel przez x_j oznaczone są prawe końce przedziałów. Wartość z występująca w kolumnie drugiej wyznacza się w sposób następujący:

$$z = \frac{x_j - \bar{x}}{S} , \quad /D.2.3/$$

przy czym $\bar{x}$ oznacza wartość średnią, zaś S dyspersję próbki.

Następnie z tablic dystrybuanty rozkładu normalnego $N(0,1)$ odczytuje się dla poszczególnych z , wartości dystrybuanty $\Phi(z) = F(x)$, otrzymując wartości dystrybuanty teoretycznej.

W kolumnie czwartej podano n_i - liczebności w poszczególnych klasach, zaś w kolumnie piątej liczebności skumulowane n_{sk} .

Wartości dystrybuanty empirycznej $F_n/x/$ oblicza się stosując wzór:

$$F_n/x/ = \frac{n_{sk}}{n} . \quad /D.2.4/$$

W kolumnie siódmej omawianych tabel podano różnicę $|F_n/x/ - F/x/|$.

Następnie wyznaczono wartość statystyk

$$D = \sup_x |F_n/x/ - F/x/| \quad /D.2.5/$$

oraz

$$\lambda = D \sqrt{n} . \quad /D.2.6/$$

Tabela D2.5

Wyznaczanie statystyki D w przypadku węzła "A"

x_j	z	$\phi/z/=F/x/$	n_i	n_{sk}	$F_n/x/$	$ F_n/x/-F/x/ $
1	2	3	4	5	6	7
-27,2	-2,53	0,0057	1	1	0,0286	0,0229
-17,2	-1,59	0,0559	0	1	0,0286	0,0273
- 7,2	-0,65	0,2578	7	8	0,2286	0,0292
+ 2,8	0,28	0,6103	12	20	0,5714	0,0389
+12,8	1,22	0,8888	13	33	0,9429	0,0541
+22,8	2,16	0,9846	2	35	1,0000	0,0154

Wartości statystyk D i λ wynoszą odpowiednio:

$$D = 0,0541; \quad \lambda = 0,0541 \sqrt{35} = 0,3201.$$

Dla założonego poziomu istotności $\alpha = 0,05$ wartość

$$\lambda_{\alpha} = 1,358. \text{ Otrzymano zatem nierówność}$$

$$\lambda = 0,3201 < 1,3580 = \lambda_{\alpha}.$$

Tabela D.2.6

Wyznaczanie statystyki D w przypadku węzła "D"

x_j	z	$\Phi(z) = F(x)$	n_i	n_{sk}	$F_n(x)$	$ F_n(x) - F(x) $
1	2	3	4	5	6	7
-2,8	-1,20	0,1151	6	6	0,1500	0,0349
-1,5	-0,60	0,2743	8	14	0,3500	0,0757
-0,2	-0,01	0,4960	5	19	0,4750	0,0210
+1,1	0,59	0,7224	10	29	0,7250	0,0026
+2,4	1,18	0,8810	6	35	0,8750	0,0060
+3,7	1,78	0,9616	5	40	1,0000	0,0384

Wartości statystyki D i λ wynoszą odpowiednio:

$$D = 0,0757; \quad \lambda = 0,0757 \sqrt{40} = 0,4788.$$

Dla założenia poziomu istotności $\alpha = 0,05$ wartość $\lambda_{\alpha} = 1,358$.

Otrzymano zatem nierówność $\lambda = 0,4788 < 1,3580 = \lambda_{\alpha}$.

Tabela D.2.7

Wyznaczenie statystyki D w przypadku węzła "E"

x_j	z	$\phi/z/=F/x/$	n_l	n_{sk}	$F_n/x/$	$ F_n/x/-F/x/ $
1	2	3	4	5	6	7
-11,7	-2,14	0,0162	2	2	0,0500	0,0338
- 6,9	-1,26	0,1038	1	3	0,0750	0,0288
- 2,1	-0,37	0,3557	8	11	0,2750	0,0807
+ 2,7	0,51	0,6950	18	29	0,7250	0,0300
+ 7,5	1,39	0,9177	9	38	0,9500	0,0323
+12,3	2,28	0,9887	2	40	1,0000	0,0113

Wartości statystyk D i λ wynoszą odpowiednio:

$$D = 0,0807; \quad \lambda = 0,0807 \sqrt{40} = 0,5104.$$

Dla założonego poziomu istotności $\alpha = 0,05$ wartość

$\lambda_\alpha = 1,358$. Otrzymano zatem nierówność

$$\lambda = 0,5104 < 1,3580 = \lambda_\alpha.$$

Tabela D.2.8

Wyznaczanie statystyki "D" w przypadku węzła "I"

x_j	z	$\phi/z/=F/x/$	n_l	n_{sk}	$F_n/x/$	$ F_n/x/-F/x/ $
1	2	3	4	5	6	7
- 7,5	-1,72	0,0427	2	2	0,0571	0,0144
- 4,0	-0,87	0,1922	2	4	0,1143	0,0779
- 0,5	-0,03	0,4880	16	20	0,5714	0,0834
+ 3,0	0,82	0,7939	11	31	0,8857	0,0918
+ 6,5	1,66	0,9515	1	32	0,9143	0,0372
+10,0	2,51	0,9938	3	35	1,0000	0,0062

Wartości statystyk D i λ wynoszą odpowiednio:

$$D = 0,0918; \quad \lambda = 0,0918 \sqrt{35} = 0,5431.$$

Dla założonego poziomu istotności $\alpha = 0,05$ wartość

$\lambda_{\alpha} = 1,358$, otrzymano zatem nierówność

$$\lambda = 0,5431 < 1,3580 = \lambda_{\alpha}.$$

We wszystkich rozważanych przypadkach zachodzi nierówność

$\lambda < \lambda_{\alpha}$, zatem na poziomie istotności 0,05 nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 , że rozkład badanej próby jest normalny.

Dodatek 3

ESTYMACJA WSPÓŁCZYNNIKA AUTOKORELACJI BŁĘDÓW PROGNOZY

Współczynnik autokorelacji składnika losowego rzędu k wyraża zależność:

$$\rho_k = \frac{\text{cov} / \xi_t, \xi_{t+k}}{\sqrt{\text{var} \xi_t \text{var} \xi_{t+k}}}, \quad /D.3.1/$$

przy czym var i cov oznaczają odpowiednio wariancję i kowariancję.

Estymator współczynnika autokorelacji rzędu pierwszego r_1 można obliczyć na podstawie reszt u_t w sposób następujący:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^{t=n} u_t \cdot u_{t-1}}{\sqrt{\sum_{t=2}^{t=n} u_t^2 \sum_{t=2}^{t=n} u_{t-1}^2}}. \quad /D.3.2/$$

Odpowiednie obliczenia przeprowadzono w tabelach D.3.1 - D.3.4.

Tabela D.3.1

Wyznaczenie estymatora współczynnika autokorelacji r_1

dla węzła "A"

Lp.	u_t	u_{t-1}	$u_t u_{t-1}$	u_t^2	u_{t-1}^2
1	2	3	4	5	6
1	- 2,2269	-	-	4,9590	-
2	12,5412	-2,2269	-27,9279	157,2816	4,9590
3	- 3,8212	12,5412	-47,9224	14,6015	157,2816
4	1,0252	-3,8212	- 3,9174	1,0510	14,6015
5	- 8,5824	1,0252	- 8,7986	73,6575	1,0510
6	- 0,9780	-8,5824	8,3935	0,9564	73,6575
7	- 9,3802	-0,9780	9,1738	87,9881	0,9564
8	-15,6422	-9,3802	146,7269	244,6784	87,9881
9	0,7220	-15,6422	-10,3429	0,5212	244,6784
10	-14,7502	0,7220	-10,6496	217,5684	0,5212
11	6,5787	-14,7502	-97,0371	43,2792	217,5684
12	2,3051	6,5787	15,1645	5,3134	43,2792
13	8,3136	2,3051	19,1636	69,1159	5,3134
14	-12,2805	8,3136	-102,0951	150,8106	69,1159
15	6,2036	-12,2805	- 76,1833	38,4846	150,8106
16	- 5,6393	6,2036	- 34,9839	31,8017	38,4846
17	-11,4754	- 5,6393	64,7132	131,6848	31,8017
18	- 3,6278	-11,4754	41,6304	13,1609	131,6848
19	- 1,8650	- 3,6278	6,7658	3,4782	13,1609
20	-11,8785	- 1,8650	22,1534	141,0987	3,4782

c.d. tabeli D.3.1

1	2	3	4	5	6
21	7,4250	-11,8785	- 88,1978	55,1306	141,0987
22	12,8975	7,4250	95,7639	166,3455	55,1306
23	0,7283	12,8975	9, 3932	0,5304	166,3455
24	0,0098	0,7283	0,0071	0,0000	0,5304
25	0,6068	0,0098	0,0059	0,3680	0,0000
26	5,7866	0,6068	3,5113	33,4847	0,3680
27	-37,1920	5,7866	-215,2152	1383,2448	33,4847
28	22,7272	-37,1920	-845,2700	516,5256	1383,2448
29	5,2545	22,7272	119,4200	27,6097	516,5256
30	7,7290	5,2545	40,6120	59,7374	27,6097
31	5,7561	7,7290	44,4888	33,1326	59,7374
32	7,2805	5,7561	41,9072	53,0056	33,1326
33	6,3524	7,2805	46,2486	40,3529	53,0056
34	7,7172	6,3524	49,0221	59,5551	40,3529
35	3,7455	7,7172	28,9041	14,0287	59,5551
Σ	-	-	-755,3719	3869,7591	3855,7304

$$r_1 = \frac{- 755,3719}{\sqrt{3869,7591 \cdot 3855,7304}} = - 0,1998.$$

Tabela D.3.2

Wyznaczenie estymatora współczynnika autokorelacji r_1
dla węzła "D"

Lp.	u_t	u_{t-1}	$u_t u_{t-1}$	u_t^2	u_{t-1}^2
1	2	3	4	5	6
1	- 0,8000	-	-	0,6400	-
2	1,2800	0,8000	- 1,0240	1,6384	0,6400
3	1,9520	1,2800	2,4985	3,8103	1,6384
4	- 1,3432	1,9520	- 2,6219	1,8041	3,8103
5	0,0911	-1,3432	- 0,1223	0,0082	1,8041
6	- 2,0180	0,0911	- 0,1838	4,0723	0,0082
7	- 1,6162	-2,0180	3,2614	2,6121	4,0723
8	- 2,4546	-1,6162	3,9671	6,0250	2,6121
9	- 4,1091	-2,4546	10,0861	16,8847	6,0250
10	- 2,4982	-4,1091	10,2653	6,2410	16,8847
11	- 2,0000	-2,4982	4,9964	4,0000	6,2410
12	1,0000	-2,0000	- 2,0000	1,0000	4,0000
13	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	1,0000
14	2,0000	0,0000	0,0000	4,0000	0,0000
15	- 3,0000	2,0000	- 6,0000	9,0000	4,0000
16	2,2120	-3,0000	- 6,6360	4,8929	9,0000
17	- 3,3516	2,2120	- 7,4137	11,2332	4,8929
18	- 0,1461	-3,3516	0,4896	0,0213	11,2332
19	- 1,4023	-0,1461	0,2048	1,9664	0,0213
20	2,3184	-1,4023	- 3,2510	5,3749	1,9664
21	- 4,2572	2,3184	- 9,8698	18,1237	5,3749
22	- 2,4057	-4,2572	10,2415	5,7873	18,1237

1	2	3	4	5	6
23	0,0754	-2,4057	- 0,1813	0,0056	5,7873
24	- 1,3397	0,0754	- 0,1010	1,7947	0,0056
25	- 0,8717	-1,3397	1,1678	0,7598	1,7947
26	0,7533	-0,8717	- 0,6566	0,5674	0,7598
27	- 3,7727	0,7533	- 2,8419	14,2332	0,5674
28	2 ,5591	-3,7727	- 9,6547	6,5489	14,2332
29	0,5914	2,5591	1,5134	0,3497	6,5489
30	- 0,5860	0,5914	- 0,3465	0,3433	0,3497
31	- 2,2756	-0,5860	1,3335	5,1783	0,3433
32	3,5796	-2,2756	- 8,1457	12,8135	5,1783
33	2,8636	3,5796	10,2505	8,2002	12,8135
34	- 2,9091	2,8636	- 8,3304	8,4628	8,2002
35	0,6727	-2,9091	- 1,9569	0,4525	8,4628
36	0,7718	0,6727	0,5191	0,5956	0,4525
37	2,5946	0,7718	2 ,0025	6,7319	0,5956
38	1 ,1352	2,5946	2,9453	1,2886	6,7319
39	0,1216	1,1352	0,1380	0,0147	1,2886
40	3,2095	0,1216	0,3902	10,3008	0,0147
Σ	-	-	- 5,0665	187,7773	177,4765

$$r_1 = \frac{- 5,0665}{\sqrt{187,7773 \quad 177,4765}} = - 0,0277.$$

Tabela D.3.3

Wyznaczanie estymatora współczynnika autokorelacji r_1
dla węzła "E"

Lp.	u_t	u_{t-1}	$u_t u_{t-1}$	u_t^2	u_{t-1}^2
1	2	3	4	5	6
1	- 2,8000	-	-	7,8400	-
2	- 1,3200	- 2,8000	3,6960	1,7424	7,8400
3	- 5,2880	- 1,3200	6,9801	27,9629	1,7424
4	3,6408	- 5,2880	-19,2525	13,2554	27,9629
5	1,4767	3,6408	5,3763	2,1806	13,2554
6	- 0,5710	1,4767	0,8431	0,3260	2,1806
7	- 1,3139	- 0,5710	0,7502	1,7263	0,3260
8	- 2,0825	- 1,3139	2,7361	4,3368	1,7263
9	2,2258	- 2,0825	- 4,6352	4,9541	4,3368
10	0,6032	2,2258	1,3426	0,3638	4,9541
11	- 2,3571	0,6032	- 1,4218	5,5559	0,3638
12	5,1786	- 2,3571	-12,2064	26,8178	5,5559
13	3,9607	5,1786	20,5108	15,6871	26,8178
14	- 3,4353	3,9607	-13,6061	11,8012	15,6871
15	- 0,3918	- 3,4353	1,3459	0,1535	11,8012
16	- 5,5526	- 0,3918	2,1755	30,8313	0,1535
17	- 3,4974	- 5,5526	19,4196	12,2318	30,8313
18	4,7524	- 3,4974	-16,6210	22,5853	12,2318
19	-16,5229	4,7524	-78,5234	273,5234	22,5853
20	- 3,8706	-16,5229	63,9535	14,9815	273,0062
21	- 7,3835	- 3,8706	28,5785	54,5160	14,9815

1	2	3	4	5	6
22	5,6548	- 7,3835	-41,7522	31,9767	54,5160
23	- 4,1107	5,6548	-23,2451	16,8978	31,9767
24	4,1004	- 4,1107	-16,8555	16,8132	16,8978
25	1,9904	4,1004	8,1614	3,9616	16,8132
26	1,8913	1,9904	3,7644	3,5770	3,9616
27	5,7022	1,8913	10,7845	32,5150	3,5770
28	- 1,2680	5,7022	- 7,2303	1,6078	32,5150
29	0,4588	- 1,2680	- 0,5817	0,2104	1,6078
30	1,3129	0,4588	0,6023	1,7237	0,2104
31	0,0816	1,3129	0,1071	0,0066	1,7237
32	12,1735	0,0816	0,9933	148,1941	0,0066
33	4,7561	12,1735	57,8983	22,6204	138,1941
34	- 1,2195	4,7561	- 5,8000	1,4871	22,6204
35	0,5024	- 1,2195	- 0,6126	0,2524	1,4871
36	3,4468	0,5024	1,7316	11,8804	0,2524
37	-14,0426	3,4468	-48,4020	197,1946	11,8804
38	- 2,0340	-14,0426	28,5626	4,1371	197,1946
39	11,1728	- 2,0340	-22,7254	124,8314	4,1371
40	1,1382	11,1728	12,7168	1,2954	124,8314
Σ	-	-	-32,1269	1154,0386	1152,7432

$$r_1 = \frac{- 32,1269}{\sqrt{1154,0386} \quad 1152,7432} = - 0,0278.$$

Tabela D.3.4

Wyznaczanie estymatora współczynnika autokorelacji r_1
dla węzła "I"

Lp.	u_t	u_{t-1}	$u_t u_{t-1}$	u_t^2	u_{t-1}^2
1	2	3	4	5	6
1	- 0,6172	-	-	0,3809	-
2	2,6297	- 0,6172	- 1,6230	6,9153	0,3809
3	- 2,6222	2,6297	- 6,8955	6,8759	6,9153
4	- 2,3733	- 2,6222	6,2232	5,6325	6,8759
5	- 2,6240	- 2,3733	6,2275	6,8853	5,6325
6	2,000	- 2,6240	- 5,2480	4,0000	6,8853
7	0,0000	2,0000	0,0000	0,0000	4,0000
8	3,0000	0,0000	0,0000	9,0000	0,0000
9	- 1,0000	3,0000	- 3,0000	1,0000	9,0000
10	2,0000	- 1,0000	- 2,0000	4,0000	1,0000
11	- 7,5323	2,0000	-15,0646	56,7355	4,0000
12	- 2,2258	- 7,5323	16,5653	4,9541	56,7355
13	- 4,1807	- 2,2258	9,3054	17,4782	4,9541
14	-10,9445	- 4,1807	45,7556	119,7820	17,4782
15	0,8444	-10,9445	- 9,2415	0,7130	119,7820
16	- 5,8519	0,8444	- 4,9413	34,2447	0,7130
17	7,7037	- 5,8519	- 45,0812	59,3469	34,2447
18	- 2,6074	7,7037	- 20,0866	6,7985	59,3469
19	- 2,3252	- 2,6074	6,0627	5,4065	6,7985
20	- 2,0276	- 2,3252	4,7145	4,1111	5,4065

c.d. tabeli D.3.4

1	2	3	4	5	6
21	- 1,1855	- 2,0276	2,4037	1,4054	4,1111
22	- 0,1484	- 1,1855	0,1759	0,0220	1,4054
23	- 1,3187	- 0,1484	0,1956	1,7389	0,0220
24	0,1450	- 1,3187	- 0,1912	0,0210	1,7389
25	- 3,0840	0,1450	- 0,4471	9,5110	0,0210
26	7,9291	- 3,0840	-24,4533	62,8706	9,5110
27	0,8504	7,9291	6,7429	0,7231	62,8706
28	- 1,8047	0,8504	- 1,5347	3,2569	0,7231
29	- 1,3633	- 1,8047	2,4603	1,8585	3,2569
30	0,3457	- 1,3633	- 0,4712	0,1195	1,8585
31	- 0,6396	0,3457	- 0,2211	0,4090	0,1195
32	6,4244	- 0,6396	- 4,1090	41,2729	0,4090
33	2,0819	6,4244	13,3749	4,3343	41,2729
34	- 2,8263	2,0819	- 5,8840	7,9879	4,3343
35	9,9564	- 2,8263	-28,1397	99,1299	7,9879
Σ	-	-	-58,2255	588, 5404	489,7914

$$r_1 = \frac{- 58,2255}{\sqrt{588,5404 \cdot 489,7914}} = - 0,1084.$$

WYKORZYSTANIE ESTYMATORA WSPÓŁCZYNNIKA AUTOKORELACJI RESZT DO POPRAWIENIA JAKOŚCI PREDYKCJI

Estymator współczynnika autokorelacji reszt przyjmuje największe wartości w przypadku węzła „A” $/r_1 = -0,1998/$ oraz węzła „I” $/r_1 = -0,1084/$.

Na przykładzie wymienionych obiektów pokazano jak kształtuje się średniokwadratowy błąd przy uwzględnieniu w modelu predykcji składnika losowego. Przy wyznaczaniu prognozy błędów posłużono się zależnością /7.3/, zaś skorygowaną prognozę zapotrzebowania mocy obliczono według zależności /7.6/.

W tabelach D.3.5 i D.3.6 przedstawiono przykłady skorygowanych prognoz dla węzłów „A” i „I”. W pierwszej kolumnie tych tabel znajdują się prognozy zamieszczone w tabelach D.1.1 i D.1.2.

Skorygowana prognoza mocy czynnej w MW w węźle sieciowym „A”

/środy, godz. 11⁰⁰, 23.02-18.10.1972r./

Lp.	Prognoza /P/ P_t	Realizacja P_t	Wartość reszt u_{t-1}	Poprawka ΔP_t	Skorygowana prognoza $P_t/P_t + \Delta P_t$	Odechylenie /P/ $P_t/P_t + \Delta P_t$
1	2	3	4	5	6	7
1	156,2269	154,0000	-	-	-	-
2	153,4588	166,0000	-2,2269	0,4449	153,9037	12,0963
3	160,8212	150,0000	12,5412	-2,5047	158,3155	-1,3155
4	156,9748	158,0000	-3,8212	0,7634	157,7382	0,2618
5	157,5824	149,0000	1,0252	-0,2048	157,3776	-8,3776
6	154,9780	154,0000	-8,5824	1,7147	156,6921	-2,6927
7	155,3802	146,0000	-0,9780	0,1954	155,5756	-9,5756
8	153,6422	138,0000	-9,3802	1,8741	155,5163	-17,5163
9	151,2780	152,0000	-15,6422	3,1253	154,4033	-2,4033
10	152,7502	138,0000	0,7220	-0,1442	152,6060	-14,6060
11	142,4213	149,0000	-14,7502	2,9470	145,3683	3,6317
12	147,6949	150,0000	6,5787	-1,3144	146,3805	3,6195

1	2	3	4	5	6	7
13	148,6864	157,0000	2,3051	-0,4605	148,2259	8,7741
14	153,2805	141,0000	8,3136	-1,6610	151,6195	-10,6195
15	154,7964	151,0000	-12,2805	2,4536	147,2500	3,7500
16	150,6393	145,0000	6,2036	-1,2394	149,3399	- 4,3399
17	149,4754	138,0000	-5,6393	1,1267	150,6021	-12,6021
18	147,6278	144,0000	-11,4754	2,2927	149,9205	-5,9205
19	147,8650	146,0000	-3,6278	0,7248	148,5898	-2,5898
20	147,8785	136,0000	-1,8650	0,3726	148,2511	-122511
21	139,5750	147,0000	-11,8785	2,3733	141,9482	5,0517
22	145,1025	158,0000	7,4250	-1,4835	143,6190	14,3810
23	152,2717	153,0000	12,8975	-2,5769	149,7027	3,2973
24	150,9902	151,0000	0,7283	-0,1455	150,8447	0,1553
25	150,3932	151,0000	0,0098	-0,0019	150,3913	0,6087
26	149,2134	155,0000	0,6068	-0,1212	149,0922	5,9078
27	150,1920	113,0000	5,7866	-1,1561	149,0359	-36,0359

1	2	3	4	5	6	7
28	142,2728	165,0000	-37,1920	7,4309	149,7037	15,2963
29	148,7455	155,0000	22,7272	-4,5408	145,2047	9,7953
30	149,2710	157,0000	5,2545	-1,0498	148,2212	8,7788
31	150,2439	156,0000	7,7290	-1,5442	148,6997	7,3003
32	150,7195	158,0000	5,7561	-1,1500	149,5695	8,4305
33	151,6476	158,0000	7,2805	-1,4546	150,1930	7,8970
34	152,2828	160,0000	6,3624	-1,2692	151,0136	8,9864
35	153,2545	157,0000	7,7172	-1,5418	151,7127	5,2873

Tabela D.3.6

Skorygowana prognoza zapotrzebowania mocy czynnej w MW w węźle sieciowym "I"
/środy, godz. 11⁰⁰, 23.02 - 18.10.1972/

Lp.	Prognoza /P/ P_t	Realizacja P_t	Wartość reszt u_{t-1}	Poprawka ΔP_t	Skorygowana prognoza $P_t/P_t + \Delta P_t$	Odchylenie /P/ $P_t - P_t + \Delta P_t /$
1	2	3	4	5	6	7
1	42,6172	42,0000	-	-	-	-
2	42,3703	45,0000	-0,6172	0,0669	42,4372	2,5628
3	44,6222	42,0000	2,6297	-0,2850	44,3372	-2,3372
4	42,3733	40,0000	-2,6222	0,2842	42,6575	-2,6575
5	40,6240	38,0000	-2,3733	0,2572	40,8812	-2,8812
6	38,0000	40,0000	-2,6240	0,2844	38,2844	1,7156
7	40,0000	40,0000	2,0000	-0,2158	39,7832	0,2168
8	40,0000	43,0000	0,0000	-0,0000	40,0000	3,0000
9	43,0000	42,0000	3,0000	-3,3252	39,6748	2,3252
10	42,0000	44,0000	-1,0000	0,1084	42,1084	1,8916
11	42,5323	35,0000	2,0000	-0,2168	42,3155	-7,3155

1	2	3	4	5	6	7
12	39,2258	37,0000	-7,5323	0,8165	40,0423	-3,0423
13	35,1807	35,0000	-2,2258	0,2412	35,4219	-0,4219
14	37,9445	27,0000	-4,1807	0,4531	38,3976	-11,3976
15	34,1556	35,0000	-10,9445	1,1865	35,3419	-0,3419
16	34,8519	29,0000	0,8444	-0,0915	34,7604	-5,7604
17	31,2963	39,0000	-5,8519	0,6343	31,9306	7,0694
18	36,6074	34,0000	7,7037	-0,8350	35,7724	-1,7724
19	34,3252	32,0000	-2,6074	0,2826	34,6078	-2,6078
20	33,0276	31,0000	-2,3252	0,2520	33,2796	-2,2976
21	33,1855	32,0000	-2,0276	0,2197	33,4052	-1,4952
22	33,1484	33,0000	-1,1855	0,1885	33,3369	-0,3369
23	33,3187	32,0000	-0,1484	0,0160	33,3347	-1,3347
24	32,8550	33,0000	-1,3187	0,1429	32,9979	-0,0021
25	33,0840	30,0000	0,1450	-0,0157	33,0683	-3,0683
26	31,0709	39,0000	-3,0840	0,3343	31,4052	7,5948
27	36,1496	37,0000	7,9291	-0,8595	35,2901	1,7099
28	35,8047	34,0000	0,8504	-0,0921	35,7126	-1,7126

1	2	3	4	5	6	7
29	34,3633	33,0000	-1,8047	0,1956	34,5589	-1,5589
30	33,6543	34,0000	-1,3633	0,1477	33,8020	0,1980
31	34,6396	34,0000	0,3457	-0,0374	34,6022	-0,6022
32	34,5756	41,0000	-0,6396	0,0693	34,6449	6,3551
33	35,9181	38,0000	6,4244	-0,6964	35,2217	2,7783
34	35,8263	33,0000	2,0819	-0,2256	36,6007	-2,6007
35	35,0436	45,0000	-2,8263	0,3063	35,3499	9,6501

Średniokwadratowe błędy prognozy przyjmują następujące wartości:

dla węzła „A” - Sp = 10,4613 /wartość błędu nieskorygowanego = 10,4735/,

dla węzła „I” - Sp = 4,0847 /wartość błędu nieskorygowanego = 4,1592 /.

Poprawa jakości predykcji jest zatem nieznaczna.

Dodatek 4

BADANIE AUTOKORELACJI BŁĘDÓW PROGNOZY TESTEM VON NEUMANA

Tabela D.4.1

Badanie autokorelacji błędów prognozy dla węzła „I”

Lp.	u_t	$u_t - u_{t-1}$	$(u_t - u_{t-1})^2$	u_t^2
1	2	3	4	5
1	-0,6172	-	-	0,3809
2	2,6297	3,2469	10,5424	6,9153
3	-2,6222	5,2519	27,5825	6,8759
4	-2,3733	0,2489	0,0619	5,6325
5	-2,6240	-0,2507	0,0629	6,8853
6	2,0000	4,6240	21,3814	4,0000
7	0,0000	-2,0000	4,0000	0,0000
8	3,0000	3,0000	9,0000	9,0000
9	-1,0000	-4,0000	16,0000	1,0000
10	2,0000	3,0000	9,0000	4,0000
11	-7,5323	-9,5323	90,8647	56,7355
12	-2,2258	5,3065	28,1589	4,9541
13	-4,1807	-1,9549	3,8216	17,4782
14	-10,9445	-6,7638	45,7490	119,7820
15	0,8444	11,7889	138,9782	0,7130
16	-5,8519	-6,6963	44,8404	34,2447
17	7,7037	13,5556	183,7543	59,3469
18	-2,6074	-10,3111	106,3188	6,7985
19	-2,3252	0,2822	0,0796	5,4065
20	-2,0276	0,2976	0,0886	4,1111

c.d. tabeli D.4.1

1	2	3	4	5
21	-1,1855	0,8421	0,7091	1,4054
22	-0,1484	1,0371	1,0756	0,0220
23	-1,3187	-1,1703	1,3696	1,7389
24	0,1450	1,4637	2,1424	0,0210
25	-3,0840	-3,2290	10,4264	9,5110
26	7,9291	11,0131	121,2884	62,8706
27	0,8504	-7,0787	50,1080	0,7231
28	-1,8047	-2,6551	7,0495	3,2569
29	-1,3633	0,4414	0,1948	1,8585
30	0,3457	1,7090	2,9207	0,1195
31	-0,6396	-0,9853	0,9708	0,4090
32	6,4244	5,7848	33,4639	41,2729
33	2,0819	-4,3425	18,8573	4,3343
34	-2,8263	-0,7444	0,5541	7,9879
35	9,9564	12,7827	163,3974	99,1299
Σ	-	-	1154,8132	588,9213

$$Q^* = \frac{35}{34} \cdot \frac{1154,8132}{588,9213} = 2,0186.$$

Dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ i $n = 35$ krytyczna wartość $Q_{\alpha}^* = 1,49$, zachodzi więc nierówność $Q^* \approx 2,02 > 1,50 = Q_{\alpha}^*$. Nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

Tabela D.4.2

Badanie autokorelacji błędów prognozy dla węzła „A”

Lp	u_t	$u_t - u_{t-1}$	$/u_t - u_{t-1}/^2$	u_t^2
1	2	3	4	5
1	-2,2269	-	-	4,9590
2	12,5412	14,7681	218,0967	157,2816
3	-3,8212	-16,3624	267,7281	14,6015
4	1,0252	4,8464	23,4875	1,0510
5	-8,5824	9,6074	92,3059	73,6575
6	-0,9780	7,6044	57,8268	0,9564
7	-9,3802	-8,4022	70,5969	87,9881
8	-15,6422	-6,2620	39,2126	244,6784
9	0,7220	16,3642	267,7870	0,5212
10	-14,7502	-15,4722	239,3889	217,5684
11	6,5787	21,3289	454,9219	43,2792
12	2,3051	-4,2736	18,2636	5,3134
13	8,3136	6,0085	36,1020	69,1159
14	-12,2805	-21,5941	466,3051	150,8106
15	6,2036	18,4841	341,6619	38,4846
16	-5,6393	-11,8429	140,2542	31,8017
17	-11,4754	-5,8361	34,0600	131,6848
18	-3,6278	7,8476	61,5848	13,1609
19	-1,8650	1,7628	3,1074	3,4782
20	-11,8785	-10,0135	100,2701	141,0987
21	7,4250	19,3035	373,6251	55,1306
22	12,8975	5,4725	29,9482	166,3455

1	2	3	4	5
23	0,7283	-12,1692	148,0894	0,5304
24	0,0098	-0,7185	0,5162	0,0000
25	0,6068	0,5970	0,3564	0,3680
26	5,7866	5,1798	26,8303	33,4847
27	-37,1920	-42,9786	1847,1600	1383,2448
28	22,7272	59,9192	3590,3105	516,5256
29	5,2545	-17,4727	305,2952	27,6097
30	7,7290	2,4745	6,1231	59,7374
31	5,7561	-1,9729	3,8923	33,1326
32	7,2805	1,5244	2,3237	53,0056
33	6,3524	-0,9281	0,8613	40,3529
34	7,7172	1,3648	1,8626	59,5551
35	3,7455	3,9717	15,7744	14,0287
Σ	-	-	9284,9301	3874,5427

$$Q^* = \frac{35}{34} \cdot \frac{9284,9301}{3874,5427} = 2,4668.$$

Dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ i $n = 35$ wytyczna wartości $Q_{\alpha}^* = 1,50$. Ponieważ zachodzi nierówność $Q^* \approx 2,47 > 1,50 = Q_{\alpha}^*$, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

Tabela D.4.3

Badanie autokorelacji błędów prognozy dla węzła „E”

Lp.	u_t	$u_t - u_{t-1}$	$/u_t - u_{t-1}/^2$	u_t^2
1	2	3	4	5
1	-2,8000	-	-	7,8400
2	-1,3200	1,4800	2,1904	1,7424
3	-5,2880	-3,9680	15,7450	27,9629
4	3,6408	8,9288	79,7234	13,2554
5	1,4767	-2,1641	4,6833	2,1806
6	-0,5710	2,0477	4,1930	0,3260
7	-1,3139	-0,7429	0,5519	1,7203
8	-2,0825	-0,7686	0,5907	4,3368
9	-2,2258	4,3083	18,5614	4,9541
10	0,6032	-1,6226	2,6328	0,3638
11	-2,3571	-2,9603	8,7634	5,5559
12	5,1786	7,5357	56,7868	26,8178
13	3,9607	-1,2179	1,4833	15,6871
14	-3,4353	-7,3960	54,7008	11,8012
15	-0,3918	3,0435	9,2629	0,1535
16	-5,5526	-5,1608	26,6338	30,8313
17	-3,4974	2,0552	4,2238	12,2318
18	4,7524	8,2496	68,0592	22,5853
19	-16,5229	-21,2753	452,6384	273,0062
20	-3,8706	12,6523	160,0807	14,9815
21	-7,3835	-3,5129	12,3405	54,5160
22	5,6548	13,0383	169,9973	31,9767
23	-4,1107	-9,7655	95,3650	16,8978
24	4,1004	8,2111	67,4221	16,8132

1	2	3	4	5
25	1,9904	- 2,1100	4,4521	3,9616
26	1,8913	- 0,0991	0,0098	3,5770
27	5,7022	3,8109	14,5230	32,5150
28	-1,2680	- 6,9702	48,5837	1,6078
29	0,4588	1,7268	2,9820	0,2104
30	1,3129	0,8541	0,7295	1,7237
31	0,0816	-1 ,2313	1,5161	0,0066
32	12,1735	12,0919	146,2140	148,1941
33	4,7561	-7,4174	55,0178	22,6204
34	-1,2195	-5,9756	35,7078	1,4871
35	0,5024	1,7219	2,9649	0,2524
Σ	-	-	1629,3306	814,6997

$$Q^* = \frac{35}{34} \cdot \frac{1629,3306}{814,6997} = 2,0587.$$

Dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ i $n = 35$ krytyczna wartość $Q^*_\alpha = 1,50$ zachodzi więc nierówność $Q^* \approx 2,06 > 1,50 = Q^*_\alpha$. Nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

Tabela D.4.4

Badanie autokorelacji błędów prognozy w węźle "D"

Lp.	u_t	$u_t - u_{t-1}$	$/u_t - u_{t-1}/^2$	u_t^2
1	2	3	4	5
1	-0,8000	-	-	0,6400
2	1,2800	2,0800	4,3264	1,6384
3	1,9520	0,6720	0,4515	3,8103
4	-1,3432	-2,6232	6,8811	1,8041
5	0,0911	1,4343	2,0572	0,0082
6	-2,0180	-2,1091	4,4483	4,0723
7	-1,6162	0,4018	0,1614	2,6121
8	-2,4546	-0,8384	0,7029	6,0250
9	-4,1091	-1,6545	2,7373	16,8847
10	-2,4982	1,6109	2,5949	6,2410
11	-2,0000	0,4982	0,2482	4,0000
12	1,0000	3,0000	9,0000	1,0000
13	0,0000	-1,0000	1,0000	0,0000
14	2,0000	2,0000	4,0000	4,0000
15	-3,0000	-5,0000	25,0000	9,0000
16	2,2120	5,2120	27,1649	4,8929
17	-3,3510	-5,5630	30,9469	11,2332
18	-0,1461	3,2049	10,2713	0,0213
19	-1,4023	-1,2562	1,5780	1,9664
20	2,3184	3,7207	13,8436	5,3743
21	-4,2572	-6,5756	43,2385	18,1237
22	-2,4057	1,8515	3,4280	5,7873
23	0,0754	2,4811	6,1558	0,0056
24	-1,3397	-1,4151	2,0025	1,7947

c.d. tabeli D.4.4

1	2	3	4	5
25	-0,8717	0,4680	0,2190	0,7598
26	0,7533	1,6250	2,6406	0,5674
27	-3,7727	-4,5260	20,4846	14,2332
28	2,5591	6,3318	40,0916	6,5489
29	0,5914	-1,9677	3,8718	0,3497
30	-0,5860	-1,1774	1,3862	0,3433
31	-2,2756	-1,6896	2,8547	5,1783
32	3,5796	5,8552	34,2833	12,8135
33	2,8636	-0,7160	0,5126	8,2002
34	-2,9091	-5,7727	33,3240	8,4628
35	0,6727	3,5818	12,8292	0,4525
Σ	-	-	354,7363	168,8457

$$Q^* = \frac{35}{34} \cdot \frac{354,7363}{168,8457} = 2,1627.$$

Dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ i $n = 35$ krytyczna wartość $Q^*_\alpha = 1,50$, zachodzi więc nierówność $Q^* \cong 2,16 > 1,50$. Nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

Tabela D.4.5

Weryfikacja hipotezy, że predykcja jest nieobciążona /dla węzła „E”/

Lp.	u_i	$u_i - \bar{u}_i$	$(u_i - \bar{u}_i)^2$
1	2	3	4
1	-2,8000	-2,7290	7,4474
2	-1,3200	-1,2490	1,5600
3	-5,2880	-5,2170	27,2170
4	3,6408	3,7118	19,7774
5	1,4767	1,5477	2,3953
6	-0,5710	-0,5000	0,2500
7	-1,3139	-1,2429	1,5444
8	-2,0825	-2,0115	4,0461
9	2,2258	2,2968	5,2752
10	0,6032	0,6742	0,4545
11	-2,3571	-2,2861	5,2262
12	5,1786	5,2496	27,5583
13	3,9607	4,0317	16,2546
14	-3,4353	-3,3643	11,3185
15	-0,3918	-0,3208	0,1029
16	-5,5526	-5,4816	30,0479
17	-3,4974	-3,4264	11,7402
18	4,7524	4,8234	23,2651
19	-16,5229	-16,4519	270,6650
20	-3,8706	-3,7996	14,4369
21	-7,3835	-7,3125	53,4726
22	5,6548	5,7258	32,7847
23	-4,1107	-4,0397	16,3191

1	2	3	4
24	4,1004	4,1714	17,4005
25	1,9904	2,0614	4,2493
26	1,8913	1,9623	3,8506
27	5,7022	5,7732	33,3298
28	-1,2680	-1,1970	1,4328
29	0,4588	0,5298	0,2806
30	1,3129	1,3839	1,9151
31	0,0816	0,1526	0,0232
32	12,1735	12,2445	149,9277
33	4,7561	4,8271	23,3008
34	-1,2195	-1,1485	1,3190
35	0,5024	0,5734	0,3287
36	3,4468	3,3758	11,3960
37	-14,0426	-13,9716	195,2056
38	-2,0340	-1,9630	3,8533
39	11,1728	11,2438	126,4230
40	1,1382	1,2092	1,4621
Σ	-2,8410	-	1152,8578

$$\bar{u} = - \frac{2,8410}{40} = -0,0710,$$

$$t = \frac{-0,0710}{5,4370} \sqrt{40} = -0,0822,$$

$$S_u = \sqrt{\frac{1152,8578}{40 - 1}} = 5,4370.$$

Dla $\alpha = 0,05$ i $n - 1 = 39$ stopni swobody odczytana wartość krytyczna $t_{\alpha} = 2,0227$. Spełniona jest relacja $|t| = -0,0822 < 2,0227 = t_{\alpha}$.

Tabela D.4.6

Weryfikacja hipotezy, że predykcja jest nieobciążona
/dla węzła „D”/

Lp.	u_i	$u_i - \bar{u}_i$	$/u_i - \bar{u}_i/{}^2$
1	2	3	4
1	-0,8000	-0,6157	0,3790
2	1,2800	1,4643	2,1441
3	1,9520	2,1363	4,5637
4	-1,3432	-1,1589	1,3430
5	0,0911	0,2754	0,0758
6	-2,0180	-1,8337	3,3624
7	-1,6162	-1,4319	2,0503
8	-2,4546	-2,2703	5,1542
9	-4,1091	-3,3248	15,4040
10	-2,4980	-2,3139	5,3541
11	-2,0000	-1,8157	3,2967
12	1,0000	1,1843	1,4025
13	0,0000	0,0000	0,0000
14	2,0000	2,1843	4,7711
15	3,0000	3,1843	10,1397
16	2,2120	2,3963	5,7422
17	-3,3516	-3,1673	10,0317
18	-0,1461	+0,0382	0,0014
19	-1,4023	-1,2180	1,4835
20	2,3184	2,5027	6,2635
21	-4,2572	-4,0729	16,5885
22	-2,4057	-2,2214	4,9346
23	0,0754	0,2597	0,0674
24	-1,3397	-1,1554	1,3349
25	-0,8717	-0,6874	0,4725

c.d. tabeli D.4.6

1	2	3	4
26	0,7533	0,9376	0,8790
27	-3,7727	-3,5884	12,8766
28	2,5591	2,7434	7,5262
29	0,5914	0,7757	0,6017
30	-0,5860	-0,4017	0,1613
31	-2,2756	-2,0913	4,3735
32	3,5796	3,7639	14,1669
33	2,8636	3,0479	9,2896
34	-2,9091	-2,7248	7,4245
35	0,6727	0,8570	0,7344
36	0,7718	0,9561	0,9141
37	2,5946	2,7789	7,7222
38	1,1352	1,3195	1,7410
39	0,1216	0,3059	0,0935
40	3,2095	3,3938	11,5178
Σ	-7,3757	-	186,3831

$$\bar{u} = \frac{-7,3757}{40} = -0,1843 ,$$

$$s_u = \sqrt{\frac{186,3831}{40 - 1}} = 2,1861 ,$$

$$t = \frac{-0,1843}{2,1861} \sqrt{40} = -0,5331 .$$

Dla $\alpha = 0,05$ i $n - 1 = 39$ stopni swobody odczytana wartość krytyczna $t_{\alpha} = 2,0227$. Spełniona jest relacja $|t| = 0,5331 < 2,0227 = t_{\alpha}$.

Tabela D.4.7

Weryfikacja hipotezy, że predykcja jest
nieobciążona /dla węzła „A”/

Lp.	u_i	$u_i - \bar{u}_i$	$(u_i - \bar{u}_i)^2$
1	2	3	4
1	-2,2269	-2,0088	4,0352
2	12,5412	12,7593	162,7997
3	-3,8212	-3,6031	12,9823
4	1,0252	1,2433	1,5457
5	-8,5824	-8,3643	69,9615
6	-0,9780	-0,7599	0,5774
7	-9,3802	-9,1621	83,9440
8	-15,6422	-15,4241	237,9028
9	0,7220	0,9401	0,8837
10	-14,7502	-14,5321	211,1819
11	6,5787	6,7968	46,1964
12	2,3051	2,5232	6,3665
13	8,3136	8,5317	72,7899
14	-12,2805	-12,0624	145,5014
15	6,2036	6,4217	41,2382
16	-5,6393	-5,4212	29,3894
17	-11,4754	-11,2573	126,7268
18	-3,6278	-3,4097	11,6260
19	-1,8650	-1,6469	2,7122
20	-11,8785	-11,6604	135,9649
21	7,4250	7,6431	58,4169
22	12,8975	13,1156	172,0189
23	0,7283	0,9464	0,8956

c.d. tabeli D.4.7

1	2	3	4
24	0,0098	0,2279	0,0519
25	0,6068	0,8249	0,6804
26	5,7866	6,0047	36,0564
27	-37,1920	-36,9739	1367,0692
28	22,7272	22,9453	526,4867
29	5,2545	5,4726	29,9493
30	7,7290	7,9471	63,1563
31	5,7561	5,9742	35,6910
32	7,2805	7,4986	56,2290
33	6,3524	6,5705	43,1714
34	7,7172	7,9353	62,9689
35	3,7455	3,9636	15,7101
Σ	-7,6338	-	3872,8779

$$\bar{u} = \frac{-7,6338}{35} = -0,2181 ,$$

$$s_u = \sqrt{\frac{3872,8779}{35 - 1}} = 10,6727 ,$$

$$t = \frac{-0,2181}{10,6727} \sqrt{35} = - 0,1206 .$$

Dla $\alpha = 0,05$ i $n - 1 = 34$ stopnie swobody odczytano wartość krytyczną $t_{\alpha} = 2,0322$. Spełniona jest relacja $|t| = -0,1206 < 2,0322 = t_{\alpha}$.

Tabela D.4.8

Weryfikacja hipotezy, że predykcja jest
nieobciążona /dla węzła „I” /

Lp.	u_i	$u_i - \bar{u}_i$	$(u_i - \bar{u}_i)^2$
1	2	3	4
1	- 0,6172	-0,2346	0,0550
2	2,6297	3,0123	9,0739
3	- 2,6222	-2,2396	5,0158
4	-2,3733	-9,907	3,9628
5	-2,6240	-2,2414	5,0238
6	2,0000	2,3826	5,6767
7	0,0000	0,3826	0,1463
8	3,0000	3,3826	11,4419
9	-1,0000	-0,6174	0,3811
10	2,0000	2,3826	5,6767
11	-7,5323	-7,1497	51,1182
12	-2,2258	-1,8432	3,3973
13	-4,1807	-3,7981	14,4255
14	-10,9445	-10,5619	111,5537
15	0,8444	1,2270	1,5055
16	-5,8519	-5,4693	29,9132
17	7,7037	8,0863	65,3882
18	-2,6074	-2,2248	4,9497
19	-2,3252	-1,9426	3,7736
20	-2,0276	-1,6450	2,7060
21	-1,1855	-0,8029	0,6446
22	-0,1484	0,2342	0,0548

1	2	3	4
23	-1,3187	-0,9361	0,8762
24	0,1450	0,5276	0,2783
25	-3,0840	-2,7014	7,2975
26	7,9291	8,3117	69,0843
27	0,8504	1,2330	1,5202
28	-1,8047	-1,4221	2,0223
29	-1,3633	-0,9807	0,9617
30	0,3457	0,7283	0,5304
31	-0,6396	-0,2570	0,0660
32	6,4244	6,8070	46,3352
33	2,0819	2,4645	6,0737
34	-2,8263	-2,4437	5,9716
35	9,9564	10,3390	106,8949
Σ	-13,3919	-	583,7966

$$\bar{u} = \frac{13,3919}{35} = -0,3826 ,$$

$$S_u = \sqrt{\frac{583,7966}{35 - 1}} = 4,1437 ,$$

$$t = \frac{-0,3826}{4,1437} \sqrt{35} = -0,5460 .$$

Dla $\alpha = 0,05$ i $n-1 = 34$ stopni swobody odczytana wartość krytyczna $t_\alpha = 2,0322$. Spełniona jest relacja

$$\{t\} = -0,5460 < 2,0322 = t_\alpha .$$

Dodatek 5

PRZYKŁADY SZACOWANIA OBCIĄŻEN BIERNYCH

W celu obliczenia tygodniowej prognozy mocy biernej $Q_t^{/P/}$ pomnożono prognozę mocy czynnej /dodatek 1/ przez estymator średniej wartości $\overline{\text{tg}} \varphi$ /wzór 8.15/

$$Q_t^{/P/} = \overline{\text{tg}} \varphi P_t^{/P/}.$$

W tabelach D.5.1 - D.5.4 przedstawiono wyniki obliczeń prognozy dla czterech węzłów sieciowych oraz oszacowano średniokwadratowe błędy predykcji.

Tygodniowa prognoza mocy biernej w MW w węźle „D”
 /środy, godzina 11⁰⁰; 19.01 - 31.05.1972r./

Nr tyg.	Prognoza mocy czynnej $P_t/P/$	$\overline{tg} \varphi$	Realizacja mocy biernej Q_t	Prognoza mocy biernej $Q_t/P/$	$Q_t - Q_t/P/$	$/Q_t - Q_t/P/ / ^2$
1	2	3	4	5	6	7
1	23,8000	0,3408	8,0000	8,1110	-0,1110	0,0123
2	23,7200		8,5000	8,0838	0,4162	0,1732
3	24,0480		9,5000	8,1956	1,3044	1,7016
4	24,3432		8,5000	8,2962	0,2038	0,0415
5	23,9089		10,0000	8,1482	1,8518	3,4293
6	24,0180		8,0000	8,1853	-0,1853	0,0343
7	23,6162		8,0000	8,0489	-0,0484	0,0023
8	23,4546		7,5000	7,9933	-0,4933	0,2433
9	23,1091		6,5000	7,8756	-1,3756	1,8922
10	22,4982		7,5000	7,6674	-0,1674	0,0280
11	20,0000		6,0000	6,8160	-0,8160	0,6659
12	18,0000		6,5000	6,1344	0,3656	0,1337

1	2	3	4	5	6	7
13	19,0000		7,5000	6,4752	1,0248	1,0502
14	19,0000		8,0000	6,4752	-1,5248	2,3250
15	21,0000		6,0000	7,1568	-1,1568	1,3382
16	18,7880		7,0000	6,4030	0,5970	0,3565
17	20,3516		6,0000	6,9358	-0,9358	0,8758
18	18,1461		6,5000	6,1842	0,3158	0,0997
19	18,4023		6,5000	6,2715	0,2285	0,0522
20	17,6816		7,5000	6,0250	1,4741	2,1730
Σ	-		-	-	-	16,6282

$$S_p = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} /Q_t - Q_t/P//^2} = 0,9118.$$

Tygodniowa prognoza mocy biernej w MW w węźle „E”

/środy, godzina 11⁰⁰; 10.01 - 31.05.1972 r./

Nr tyg.	Prognoza mocy czynnej $P_t / P /$	$\overline{t_g} \varphi$	Realizacja mocy biernej Q_t	Prognoza mocy biernej $Q_t / P /$	$Q_t - Q_t^{P/}$	$/Q_t - Q_t^{P/} /^2$
1	2	3	4	5	6	7
1	30,8000	0,2197	11,0000	6,7668	4,2332	17,9203
2	30,3200		10,0000	6,6613	3,3387	11,1469
3	30,2880		12,0000	6,6543	5,3457	28,5768
4	29,3592		9,0000	6,4502	2,5498	6,5014
5	30,5233		12,0000	6,7060	5,2940	28,0264
6	30,5710		9,0000	6,7165	2,2835	5,2143
7	30,3139		7,0000	6,6600	0,3400	0,1156
8	30,0825		6,0000	6,6091	-0,6091	0,3710
9	29,7742		9,0000	6,5414	2,4586	6,0447
10	30,3968		11,0000	6,6782	4,3218	18,6780
11	30,3571		6,0000	6,6695	-0,6695	0,4482
12	29,8214		8,0000	6,5518	1,4482	2,0973

1	2	3	4	5	6	7
13	31,0393		8,0000	6,8193	1,1807	1,3940
14	31,4353		9,0000	6,9063	2,0937	4,3836
15	30,3918		4,0000	6,6771	-2,6771	7,1669
16	30,5526		4,0000	6,7124	-2,7424	7,3571
17	29,4974		4,0000	6,4806	-2,4806	6,1533
18	29,2476		10,0000	6,4257	3,5743	12,7756
19	30,5229		6,0000	6,7059	-0,7059	0,4983
20	26,8706		7,0000	5,9035	1,0965	1,2023
Σ	—		—	—	—	166,0660

$$S_p = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} /Q_t - Q_t^{/P/} /^2} = 2,8815.$$

Tygodniowa prognoza mocy biernej w MW w węźle „A”

/środy, godz. 11⁰⁰, 23.02. - 5,07.1972r/

Nr tyg.	Prognoza mocy czynnej $P_t / P /$	$\overline{\text{tg } \varphi}$	Realizacja mocy biernej Q_t	Prognoza mocy biernej $Q_t / P /$	$Q_t - Q_t / P /$	$/Q_t - Q_t / P / / ^2$
1	2	3	4	5	6	7
1	156,2269	0,5990	88,0000	93,5799	-5,5799	31,1352
2	153,4588		91,0000	91,9218	-0,9218	0,8497
3	160,8212		79,0000	96,3318	-17,3318	300,3912
4	156,9748		105,0000	94,0279	10,9721	120,3869
5	157,5824		104,0000	94,3918	9,6082	92,3175
6	154,9780		104,0000	92,8318	11,1682	124,7286
7	155,3802		87,0000	93,0727	-6,0727	36,8776
8	153,6422		92,0000	92,0316	-0,0316	0,0009
9	151,2780		82,0000	90,6155	-8,6155	74,2268
10	152,7502		85,0000	91,4973	-6,4973	42,2149
11	142,4213		89,0000	85,3103	3,6897	13,6138

1	2	3	4	5	6	7
12	147,6949		93,0000	88,4692	4,5308	20,5281
13	148,6864		98,0000	89,0631	8,9369	79,8681
14	151,2805		99,0000	91,8150	7,1850	51,6242
15	144,7964		102,0000	86,7330	13,2670	233,0812
16	150,6393		93,0000	90,2329	2,7671	7,6568
17	149,4754		97,0000	89,5357	7,4643	55,7157
18	147,6270		89,0000	88,4290	0,5770	0,3260
19	147,8650		98,0000	88,5792	-6,5792	43,2858
20	147,8785		82,0000	88,5792	-6,5792	43,2858
Σ	-		-	-	-	1372,1148

$$S_p = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} \frac{Q_t - Q_t / P}{2}} = 8,2829.$$

Tygodniowa prognoza mocy biernej w MW w węźle „I”

/środy, godz. 11⁰⁰; 23.02 - 5.02.1972r./

Nr tyg.	Prognoza mocy czynnej P_t /P/	$\overline{\text{tg}} \varphi$	Realizacja mocy biernej Q_t	Prognoza mocy biernej Q_t /P/	$Q_t - Q_t$ /P/	$/Q_t - Q_t$ /P/ ²
1	2	3	4	5	6	7
1	42,6172	0,3440	19,0000	14,6603	4,3397	18,8329
2	42,3703		28,0000	14,5753	13,4247	180,2225
3	44,6222		15,0000	15,3500	-0,3500	0,1225
4	42,3733		17,0000	14,5764	2,4236	5,8738
5	40,6240		16,0000	13,9746	2,0254	4,1022
6	38,0000		18,0000	13,0720	4,9280	24,2851
7	40,0000		16,0000	13,7600	2,2400	5,0176
8	40,0000		18,0000	13,7600	4,2400	17,9776
9	43,0000		18,0000	14,7920	3,2080	10,2912
10	42,0000		16,0000	14,4480	1,5520	2,4087
11	42,5323		16,0000	14,6311	1,3689	1,8738
12	39,2258		14,0000	13,4936	0,5064	0,2564

1	2	3	4	5	6	7
13	39,1807		14,0000	13,4781	0,5219	0,2723
14	37,9445		16,0000	13,0529	2,9471	8,6853
15	34,1556		14,0000	11,7495	2,2505	5,0647
16	34,8519		17,0000	11,9890	5,0110	25,1101
17	31,2963		21,0000	10,7659	10,2341	104,7368
18	36,6074		23,0000	12,5929	10,4071	108,3077
19	34,3252		15,0000	11,8078	3,1922	10,1901
20	33,0276		15,0000	11,3614	3,6386	13,2394
Σ	—		—	—	—	546,8707

$$S_p = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} /Q_t - Q_t /P/ ^2} = 5,2291.$$

S P I S L I T E R A T U R Y

- [1] Bielecki J., Jurkiewicz B., Szymanowska Z., Zbiór zadań ze statystyki ogólnej i matematycznej. PWN, Warszawa 1975.
- [2] Box G.E., Jenkins G.H., Time Series Analysis Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco 1970.
- [3] Brown R.G., Statistical Forecasting for Inventory Control, Mc Graw-Hill Book Company, New York 1959.
- [4] Brown R.G., Meyer R.F., The Fundamental Theorem of Exponential Smoothing. Operations Research, t.9, 1961, s. 673-685.
- [5] Christaanse W.R., Short-term load forecasting using general exponential smoothing. IEEE Trans.on Pow.App. and Syst., 1971, nr 2, s. 900-910.
- [6] Gładys H., Metoda dobowej prognozy bilansów mocy w węzłach sieci 220 kV. Energetyka, 1973, nr.4, s.122-124.
- [7] Greń J., Statystyka matematyczna modele i zadania. PWN, Warszawa 1973.
- [8] Lijesen D.P., Rosing J., Adaptive forecasting hourly loads based on load measurements and weather informations. IEEE Trans. on Pow. App. and Syst., 1971, nr 2, s.1757-1767
- [9] Malko J. Zmienność mocy biernej w systemie elektroenergetycznym. Prace Inst.Automat.Energet., 1971, nr.20, s.69-79
- [10] Malko J., Trybuła S., Opracowanie danych statystycznych dotyczących zmienności obciążeń. Zeszyty Naukowe Polit. Wrocł. Elektryka XV, 1962, nr 58, s.35-64.

- [11] Malko J., Skorupski W., Wojnar A., Prognozy zapotrzebowania mocy w systemie elektroenergetycznym. Prace Inst. Automat. Syst. Energet. 1974, nr 28, s.53-87.
- [12] Okenczyk A., Zagadnienia prognozy obciążeń stacji 110 kV. Opracowanie Inst. Automat. Syst. Energet. Wrocław 1972.
- [13] Okenczyk A., Analiza zmienności i prognoza obciążeń stacji 110 kV cz.I. Opracowanie Inst.Automat. Syst. Energet., Wrocław 1973.
- [14] Okenczyk A., Analiza zmienności i prognoza obciążeń stacji 110 kV, cz.II. Opracowanie Inst.Automat. Syst. Energet. Wrocław 1975.
- [15] Pawłowski Z. Modele ekonometryczne równań opisowych. PWN, Warszawa 1971.
- [16] Pawłowski Z. Prognozy ekonometryczne, PWN, Warszawa 1973.
- [17] Pawłowski Z. Ekonometria, PWN, Warszawa 1975.
- [18] Praca zbiorowa, Analiza i prognoza obciążeń elektroenergetycznych. WNT, Warszawa 1971.
- [19] PN-59/N-03031 - Statystyczna kontrola jakości "Odbiór partii produktów sztukowych badanych na wadliwość według oceny właściwości liczbowej sztuk". Określenia i przepisy podstawowe. Wydawnictwo Normalizacyjne, Warszawa 1959.
- [20] Siemianowski J., Jastrzębski A., Metoda prognozowania obciążeń w węzłach sieci 110 kV dla obliczeń rozpiływów normalnych. Oprac. Inst. Energet. Warszawa 1972.
- [21] Sobierajski M., Wilczyński A., Analiza przepływów mocy w węzłach wysokiego napięcia. Raport nr 97, Inst.Energ. P Wr., 1973.

- [22] Volk W., Statystyka stosowana dla inżynierów. WNT Warszawa 1973.
- [23] Wilczyński A., Analiza zależności między mocą czynną i bierną w węzłach sieci 110 kV. Raport Inst. Energoelektr. PWr., nr 156, 1974.
- [24] Wilczyński A., Analiza zależności między mocą czynną i bierną w węzłach sieci 110 kV, cz.II, Raport Inst. Energoelektr. PWr., nr 219, 1975.
- [25] Wilczyński A., Badania modeli krótkoterminowej prognozy obciążeń w węzłach sieciowych 110 kV. Raport Inst. Energoelektr. PWr., nr 211, 1975.
- [26] Wilczyński A., Analiza zależności między mocą czynną a bierną w węźle sieciowym 110 kV. Prace Inst. Automat. Syst. Energet. Wrocław 1974, nr 29, s. 79-85.
- [27] Wilczyński A., Krótkoterminowa prognoza obciążeń w węzłach sieciowych 110 kV. Prace Naukowe Inst. Energoelektr. PWr., Seria Konferencje, 1976, nr 34 /3/, s. 113-126.
- [28] Yule G.U., Kendall M.G. Wstęp do teorii statystyki, PWN, Warszawa 1966.
- [29] Zadora K., Predykcja szeregów czasowych metodą wyrównania wykładniczego. Przegląd statystyczny nr 2, 1969.
- [30] Zieliński R., Tablice statystyczne PWN. Warszawa 1972.