

Filip Chybalski

Politechnika Łódzka

PROGNOZOWANIE TRANSFERÓW NA RYNKU OTWARTYCH FUNDUSZY EMERYTALNYCH

1. Wstęp

Wybór otwartego funduszu emerytalnego przez osoby pracujące nie jest wyborem ostatecznym, ustawodawca dopuścił bowiem możliwość zmiany funduszu. To sprawia, że na rynku OFE mamy do czynienia z przepływami osób z jednych funduszy do innych, zwanymi transferami. Warto zaznaczyć, że transferem nie jest pierwsze przystąpienie do funduszu emerytalnego.

Czynniki kształtujące zjawisko transferów na rynku OFE można podzielić na trzy rodzaje [Żmudzin 2002, s. 45]:

- czynniki ogólnorynkowe, będące zazwyczaj skutkiem konkurencji pomiędzy OFE, np. osiągnięte stopy zwrotu, wysokości pobieranych opłat, działalność akwizycyjna, wielkości funduszy mierzone liczbą członków lub wartością aktywów,
- czynniki ogólnosystemowe, czyli koszty zmiany funduszu,
- czynniki psychologiczne, czyli indywidualne oceny członków OFE mające charakter wyłącznie subiektywny.

Liczbę transferów dokonanych z i do poszczególnych OFE w danym okresie (kwartale) można przedstawić w postaci tablicy przepływów, którą nazwiemy macierzą transferów. **Macierz transferów** to macierz, której poszczególne wyrazy x_{ij} są równe wielkości przepływu osób z j -tego OFE do i -tego OFE. Ogólną postać macierzy transferów przedstawiono w tab. 1.

Celem artykułu jest zaproponowanie modelu szeregu czasowego, za pomocą którego można byłoby prognozować całą macierz transferów.

Tabela 1. Macierz transferów na rynku OFE

j -ty OFE (odpływ) i -ty OFE (napływ)	1	2	3	n	$\sum_{j=1}^n x_{ij} = x_i$
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{1n}	x_1
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{2n}	x_2
n	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	x_{nn}	x_n
$\sum_{i=1}^n x_{ij} = x_j$	x_1	x_2	x_3	x_n	$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} = x$

x_{ij} – wielkość napływu do i -tego OFE z j -tego OFE lub wielkość odpływu z j -tego OFE do i -tego OFE ($x_{ij} = 0$ dla $i = j$),

x_i – całkowity napływ do i -tego OFE,

x_j – całkowity odpływ z j -tego OFE,

x – liczba transferów ogółem.

Źródło: opracowanie własne.

2. Funkcje oraz metody wyznaczania prognoz transferów

Prognozy transferów mogą odgrywać ważną rolę, zarówno z punktu widzenia Komisji Nadzoru Ubezpieczeń i Funduszy Emerytalnych (KNUiFE), jak i z punktu widzenia powszechnych towarzystw emerytalnych zarządzających funduszami. Jeżeli chodzi o KNUiFE, to prognozy transferów stanowić mogą dla tej instytucji bardzo ważne źródło danych prospektywnych. Na ich podstawie organ nadzoru może:

- przewidywać, jak w przyszłości będzie kształtować się koncentracja na rynku funduszy,
- przewidywać, jak ubezpieczeni będą migrować pomiędzy funduszami, zarówno pod względem wielkości tej migracji, jak i jej struktury, co w razie potrzeby pozwoli na czas podjąć działania zmierzające do zwiększenia racjonalizmu w podejmowaniu przez ubezpieczonych decyzji o zmianie funduszu,
- pozwolić KNUiFE informować Krajowy Depozyt Papierów Wartościowych, odpowiedzialny za rozliczenie sald transferów, o przewidywanej liczbie transferów, a co za tym idzie, o wartości przelewów aktywów, która będzie musiała zostać rozliczona w danym kwartale.

Natomiast funkcje, jakie prognozy transferów mogą pełnić z punktu widzenia powszechnych towarzystw emerytalnych zarządzających funduszami, można ująć w następujących punktach:

- przewidywana wielkość napływu i odpływu członków powinna stanowić jeden z czynników wpływających na politykę informacyjną oraz akwizycyjną funduszu,
- przewidywana wielkość napływu i odpływu, a co za tym idzie – przewidywana zmiana wartości aktywów funduszu jest ważną informacją dla osób zarządzających jego działalnością lokacyjną, gdyż pozwala z odpowiednim wyprzedzeniem poszukiwać optymalnej struktury portfela inwestycyjnego,
- prognozy transferów pomogą odpowiedzieć na pytanie, jak w przyszłości będzie się kształtować liczba członków danego OFE.
Prognozy transferów mogą się odnosić do:
- liczby transferów ogółem, czyli całkowitej liczby dokonanych zmian funduszy w danym kwartale,
- liczby transferów dla danego OFE, tj. liczby osób napływających (odpływających) do (z) danego funduszu bez uwzględniania, z którego (do którego) funduszu osoby odpłynęły (napłynęły),
- struktury transferów, tj. współczynników udziału w transferach ogółem b_{ij} , obliczanych jako stosunek między przepływem osób z j -tego do i -tego funduszu a liczbą transferów ogółem.

W trakcie badań zauważono, że Polacy nie uwzględniają w decyzjach o zmianie otwartego funduszu emerytalnego wartości miar charakteryzujących OFE. Uniemożliwia to wykorzystanie modeli przyczynowo-skutkowych w prognozowaniu transferów. Można jednak każdemu funduszowi przyporządkować przynajmniej jeden fundusz, z którym jest on istotnie skorelowany pod względem transferów. Zauważono także, że wielkość napływu do i -tego OFE w okresie t jest istotnie skorelowana z wielkością odpływu z j -tego OFE w okresie $t - 1$, co pozwala na prognozowanie wielkości napływu do i -tego OFE za pomocą modeli regresji, bez konieczności prognozowania wartości zmiennej (zmiennych) objaśniającej. Natomiast wielkość odpływu z j -tego OFE w okresie t jest istotnie skorelowana z wielkością napływu do i -tego OFE w okresie $t - 1$, co pozwala także wyznaczyć prognozę odpływu osób z j -tego OFE [Chybalski 2002, s. 111-114]. W ten sposób uzyskać można prognozę wielkości odpływu i napływu osób z i do poszczególnych funduszy, lecz bez uwzględniania, do którego funduszu osoby odpłynęły bądź z którego napłynęły.

Do wyznaczenia prognozy struktury transferów można wykorzystać metody stosowane w prognozowaniu macierzy przepływów w handlu zagranicznym, bazujące na współczynnikach udziału b_{ij} , gdzie w pierwszej kolejności wyznacza się prognozy rozkładów brzegowych tabeli przepływów. Następnie, przyjmując założenie o niezależności bądź quasi-niezależności (w przypadku, gdy z budowy macierzy wynika, że na jej głównej przekątnej występują zera) zdarzeń polegających na wystąpieniu i -tego kraju jako eksportera oraz j -tego kraju jako importera, wyznacza się prognozę teoretycznej tabeli przepływów. Tabela ta jednak spełnia założenie, iż wielkość przepływu między dwoma krajami jest zdeterminowana wyłącznie przez udziały tych krajów w obrotach globalnych. Dlatego też musi ona zostać skorygowana o prognozę współczynników

zgodności, będących miarą podobieństwa macierzy empirycznej i teoretycznej przepływów ([*Kraje Europy...* 1990; *Metody statystyki...* 1988; Maciejewski 1976]).

Opisane postępowanie zmodyfikowano i zastosowano do prognozowania struktury transferów na rynku OFE, wykorzystując do wyznaczenia teoretycznej macierzy struktury transferów założenie o quasi-niezależności zdarzeń polegających na wystąpieniu i -tego OFE jako funduszu, do którego napływają członkowie, oraz wystąpieniu j -tego OFE jako funduszu, z którego odpływają członkowie. Zastosowano tu algorytm iteracyjny Gaussa-Seidela, za pomocą którego wartości teoretyczne z głównej przekątnej macierzy transferów rozłożono proporcjonalnie na pozostałe elementy macierzy tak, aby na głównej przekątnej występowały wyłącznie wartości zerowe. Jednak w ten sposób można otrzymać tylko prognozę struktury transferów. Chcąc natomiast wyznaczyć prognozę macierzy transferów, należy wyznaczyć dodatkowo prognozę całkowitej liczby transferów i pomnożyć przez nią macierz współczynników struktury b_{ij} [Chybalski 2004, s. 114-125].

3. Propozycja metody prognozowania macierzy transferów

Macierz transferów zawiera n^2 równe obecnie 225 elementów opisujących przepływ osób pomiędzy funduszami (n – liczba funduszy). Wykorzystanie do prognozowania macierzy transferów modeli szeregów czasowych, wymagających wcześniejszej identyfikacji postaci składowej systematycznej szeregu czasowego każdego jej elementu, byłoby bardzo czasochłonne, gdyż konieczna byłaby analiza szeregów czasowych 210 zmiennych (wiadomo, że 15 elementów z głównej przekątnej macierzy przyjmuje wartość 0). Dlatego też efektywnym rozwiązaniem byłoby zastosowanie modelu szeregu czasowego niewymagającego wcześniejszej identyfikacji postaci jego składowej systematycznej, dającego dobre prognozy zarówno dla szeregów czasowych ze stałym poziomem, jak i z tendencją rozwojową. Brakuje przesłanek, aby przypuszczać, iż w szeregach czasowych opisujących przepływ członków pomiędzy dwoma wybranymi funduszami występuje składowa systematyczna w postaci wahań sezonowych. Wobec tego można zaproponować uniwersalny model prognostyczny szeregu czasowego o następującej postaci:

$$x_{ij, T}^* = x_{ij, T-1} + \sum_{m=T-k}^{T-1} w_i \Delta_{ij, m}, \quad (1)$$

gdzie: $x_{ij, T}^*$ – prognozowana wielkość przepływu między j -tym a i -tym OFE w okresie T ,

$x_{ij, T-1}$ – wielkość przepływu między j -tym a i -tym OFE w okresie poprzedzającym okres prognozy ($T - 1$),

k – stała wygładzania,

$\Delta_{ij, m}$ – przyrost wielkości przepływu między j -tym a i -tym OFE z okresu $m - 1$ na okres m , obliczony według wzoru:

$$\Delta_{ij, m} = x_{ij, m} - x_{ij, m-1}, \quad (2)$$

w_m – waga nadana wartości przyrostu Δ z okresu $i-1$ na okres i , spełniająca warunki:

$$w_m \geq 0, \quad (3)$$

$$w_{m-1} \leq w_m. \quad (4)$$

Stała wygładzania oraz wagi mogą być dobierane na podstawie różnych kryteriów. Może to być:

- minimalizacja średniego błędu *ex post*, obliczonego dla wszystkich elementów macierzy transferów odpowiadających przepływowi członków pomiędzy wszystkimi parami funduszy, gdy odbiorcy prognozy zależy na predykcji całej macierzy,
- minimalizacja średniego błędu *ex post*, obliczonego dla prognoz napływów lub odpływów osób z poszczególnych funduszy, gdy odbiorcy prognozy zależy na rozkładach brzegowych macierzy,
- maksymalizacja liczby dopuszczalnych prognoz wszystkich elementów macierzy transferów, odpowiadających przepływowi członków pomiędzy wszystkimi parami funduszy lub liczby dopuszczalnych prognoz napływów bądź odpływów osób z poszczególnych funduszy, gdy odbiorcy prognozy zależy na jak największej liczbie prognoz dopuszczalnych, a nie na jak najmniejszym ich przeciętnym błędzie.

Przedstawiony model może mieć zastosowanie do prognozowania szeregów czasowych zarówno ze stałym poziomem, jak i z tendencją rozwojową, co wynika z jego własności, gdyż:

- jeżeli szereg czasowy ma składową systematyczną w postaci stałego, przeciętnego poziomu, wartość średnia z przyrostów powinna być w przybliżeniu równa 0,
- jeżeli szereg czasowy ma składową systematyczną w postaci tendencji rozwojowej, wartość średnia z przyrostów powinna być znacząco różna od 0 (dodatnia w przypadku rosnącej tendencji rozwojowej bądź malejąca w przypadku malejącej tendencji rozwojowej).

Warto zauważyć, iż przyjęcie wysokiej startowej wartości stałej wygładzania k pozwala na optymalne jej dobranie, gdyż w przypadku większej trafności charakteryzującej prognozy wygasłe wyznaczone dla mniejszej wartości k automatycznie wagi przyporządkowane początkowym okresom będą równe 0. Dodatkowo warunek (4) sprawia, że spośród dwóch modeli: spełniającego postulat postarzania informacji ($w_{m-1} < w_m$) oraz niespełniającego tego postulatu ($w_{m-1} = w_m$), zostaje automatycznie wybrany ten, który daje lepsze prognozy w świetle przyjętych kryteriów. Jeżeli natomiast największą trafnością charakteryzują się prognozy wyznaczone metodą naiwną, wszystkie wagi będą równe 0, co jest zgodne z warunkiem (3).

Proces prognostyczny z wykorzystaniem modelu (1) przebiega zgodnie z następującymi punktami:

- 1) obliczenie przyrostów,
- 2) ustalenie wartości startowych dla wag oraz stałej wygładzania,
- 3) wyznaczenie prognoz wygasłych z zastosowaniem jednego z kryteriów optymalizacji wag oraz stałej wygładzania,

4) wyznaczenie prognoz właściwych z wykorzystaniem optymalnego zestawu wag.

Zaproponowany model prognostyczny został sprawdzony na szeregach teoretycznych i empirycznych, zawierających składową systematyczną zarówno w postaci trendu, jak i stałego poziomu. Dotychczas udało się zauważyć, iż wyznaczone w ten sposób prognozy charakteryzują się nie gorszą, a często lepszą trafnością aniżeli te wyznaczone analitycznymi liniowymi funkcjami trendu czy też średnimi ruchomymi. Należy jednak dodać, iż przedstawiony model w toku dalszych badań zostanie porównany także z innymi modelami szeregów czasowych. Można natomiast już teraz przypuszczać, iż model ten będzie mniej efektywny w przypadku trendów nieliniowych (np. potęgowych, wykładniczych, logarytmicznych), charakteryzujących się rosnącymi lub malejącymi w czasie przyrostami.

Dla przykładu zastosowano zaproponowany model do wyznaczenia prognozy macierzy transferów na rynku OFE w I kwartale 2005 r. Dane, które wykorzystano, pochodziły z poszczególnych kwartałów lat 2000-2004. Postępując zgodnie z punktami 1 – 4, obliczono przyrosty, ustalono wartości startowe dla wag oraz stałej wygładzania ($k = 18$), wyznaczono prognozy wygaśnię, stosując kryterium minimalizacji średniego błędu *ex post*, obliczonego dla wszystkich elementów macierzy transferów odpowiadających przepływom członków pomiędzy wszystkimi parami funduszy. Otrzymano następujący wektor wag w :

$$w = \begin{bmatrix} 0,000000 \\ 0,000000 \\ 0,000000 \\ 0,000000 \\ 0,000000 \\ 0,000000 \\ 0,000000 \\ 0,000000 \\ 0,000000 \\ 0,000000 \\ 0,000774 \\ 0,000774 \\ 0,001862 \\ 0,001863 \\ 0,001863 \\ 0,001863 \\ 0,001863 \\ 0,001863 \\ 0,001863 \end{bmatrix}$$

Tabela 2. Prognoza macierzy transferów na I kwartał 2005 r.

Owarty fundusz emerytalny	AIG	Allianz Polska	Bankowy	CU	Credit Suisse	„DOM”	Ergo Hestia	Generali	ING NN	Pekao	Pocztylion	Polsat	PZU „Złota Jesień”	SAMPO	Skarb - Emeryt.	Razem przystąpiło
AIG	0	94	158	1153	311	219	554	268	542	179	231	79	690	269	648	5395
Allianz Polska	145	0	30	90	74	19	66	43	77	31	67	23	108	31	102	906
Bankowy	251	113	0	1065	159	109	197	241	595	95	166	45	557	169	440	4202
CU	196	28	67	0	115	85	105	94	87	63	122	32	181	84	277	1536
Credit Suisse	1605	472	337	4174	0	270	470	536	2990	168	347	108	1780	443	1115	14815
„DOM”	45	9	22	82	28	0	36	24	51	33	25	10	92	36	87	580
Ergo Hestia	862	105	123	1049	385	242	0	215	601	115	151	71	669	189	1024	5801
Generali	364	105	68	950	115	48	216	0	338	62	109	21	420	115	861	3792
ING NN	1010	137	210	695	462	159	339	263	0	245	436	42	481	163	938	5580
Pekao	26	2	9	53	12	3	6	10	47	0	10	1	17	10	19	225
Pocztylion	18	2	7	47	9	3	9	7	35	10	0	3	29	13	24	216
Polsat	4	0	2	6	5	1	2	2	1	2	6	0	4	0	13	49
PZU „Złota Jesień”	803	208	359	2350	806	504	1104	508	701	331	820	201	0	578	1671	10944
SAMPO	1323	365	467	2860	684	581	1987	522	665	497	620	295	1627	0	2859	15352
Skarb - Emeryt.	22	4	4	25	3	1	3	1	6	2	4	3	21	2	0	101
Razem opuściło	6674	1644	1864	14599	3168	2244	5094	2734	6736	1833	3114	934	6676	2102	10078	69494

Źródło: obliczenia własne.

Wyznaczając prognozę wygasłą na IV kwartał 2004 r., dysponowano 19-elementowym szeregiem czasowym, dla którego można obliczyć 18 przyrostów. Przyjęta więc wartość startowa stałej wygładzania $k = 18$ była maksymalna. Po optymalizacji wag w świetle przyjętego kryterium wartość startowa $k = 18$ została zredukowana do 9, gdyż tylko dziewięciu najnowszym przyrostom w trakcie optymalizacji przyporządkowano wagi różne od 0. W ostatnim, czwartym punkcie wyznaczono prognozę właściwą macierzy transferów na I kwartał 2005 r., zawierającą przepływy osób pomiędzy funduszami, całkowite odpływy i napływy z i do poszczególnych OFE, a także liczbę transferów ogółem dla całego rynku. Jeżeli wyznaczona wartość przepływu była ujemna, przyjęto za ostateczną prognozę wartość zerową, gdyż transfer pomiędzy funduszami nie może być ujemny. Prognozę macierzy transferów przedstawiono w tab. 2.

Błąd *ex post* zarówno dla prognoz wygasłych, jak i dla prognoz właściwych jest obliczany w następujący sposób:

- jeżeli wartość rzeczywista zmiennej prognozowanej jest różna od 0, szacowany jest absolutny błąd procentowy prognozy *ex post*,
- jeżeli wartość rzeczywista zmiennej prognozowanej jest równa 0 i prognoza jest równa 0, błąd przyjmuje wartość 0.

Nie wystąpił przypadek, kiedy wartość rzeczywista zmiennej prognozowanej była równa 0, a prognoza była różna od 0.

Trafność sporządzonych prognoz oceniono dla różnych wartości krytycznych błędu *ex post*. Wyniki zamieszczono w tab. 3.

Tabela 3. Procent trafnych prognoz elementów macierzy transferów dla różnych krytycznych wartości błędu *ex post*

Wartość krytyczna błędu	Liczba trafnych prognoz		
	$\dot{x}_{ij}$	$\dot{x}_i$	$\dot{x}_j$
5%	41	2	4
10%	67	5	10
15%	81	7	12
20%	107	11	13

Źródło: obliczenia własne.

Z tab. 3 wynika, że przyjmując wartość krytyczną błędu prognoz *ex post*:

- 5%, otrzymano 56 trafnych prognoz zmiennych x_{ij} , co stanowi 20% ogółu tych prognoz,
- 10%, otrzymano 82 trafne prognozy zmiennych x_{ij} (32% ogółu tych prognoz),
- 15%, otrzymano 96 trafnych prognoz zmiennych x_{ij} (39% ogółu prognoz),
- 20%, otrzymano 122 trafne prognozy zmiennych x_{ij} (51% ogółu prognoz).

Największy procent trafnych prognoz udało się wyznaczyć w przypadku wielkości całkowitego odpływu z poszczególnych funduszy (x_j), gdzie przy założeniu 10-procen-

towego błędu udział prognoz trafnych wyniósł 67% (10 trafnych prognoz). Najniższą trafnością charakteryzują się prognozy wielkości całkowitego napływu członków do poszczególnych funduszy (x_i), gdzie przy założeniu 10-procentowego błędu krytycznego udało się wyznaczyć 5 trafnych prognoz (33% ogółu prognoz tych zmiennych). Procentowy błąd prognozy liczby transferów ogółem ($x_{..}$) był bardzo niski i wyniósł 3,13%. Należy zaznaczyć, iż część prognoz została uznana za nietrafną z powodu wad stosowanego miernika oceny trafności. Mianowicie procentowy błąd prognozy w przypadku, gdy prognoza jest równa 0, przyjmuje zawsze wartość równą 100%. Poza tym w odniesieniu do zmiennych osiągających wartości nieznacznie różniące się od 0 błąd ten jest wysoki nawet w przypadku odchylenia prognozy od wartości rzeczywistej transferu o 1 osobę. Przykładem może być prognoza przepływu osób z OFE Allianz do OFE Polsat, w której błąd procentowy wyniósł 100%, natomiast błąd bezwzględny 1 osoba.

4. Podsumowanie

Zaproponowana metoda prognozowania macierzy transferów na rynku OFE nie jest z pewnością pozbawiona wad, które wynikają przede wszystkim z braku uprzedniej analizy prognozowanych szeregów czasowych. Jest to efekt liczby prognozowanych zmiennych, równej kwadratowi liczby funduszy pomniejszonemu o liczbę elementów na głównej przekątnej macierzy transferów ($x_{ii}^* = 0$). Obecnie liczba funduszy wynosi 15, liczba wyznaczanych prognoz jest więc równa 210. Identyfikacja postaci składowej systematycznej tyłu szeregów czasowych oraz dobór odpowiedniego modelu prognostycznego byłoby bardzo czasochłonne, nawet biorąc pod uwagę możliwości obliczeniowe współczesnych komputerów i dostępne oprogramowanie. Za główne zalety prezentowanego modelu należy uznać jego uniwersalność, możliwość zastosowania zarówno do szeregów czasowych z trendem, jak i ze stałym poziomem, a tym samym możliwość wyznaczenia za jego pomocą prognoz macierzy zawierających wiele zmiennych, bez wcześniejszej analizy ich szeregów czasowych. Trafność wyznaczonych prognoz, choć daleka od doskonałości, jest znacznie wyższa od metod stosowanych dotychczas przez autora, opisanych wcześniej. Należy także dodać, iż w przypadku wielu funduszy napływy i odpływy członków charakteryzują się dużą niestabilnością, co utrudnia wyznaczenie trafnych prognoz. Zaproponowany model może znaleźć zastosowanie także w predykcji innych tabeli przepływów, takich jak np. tabele przepływów w handlu zagranicznym.

Literatura

Chybalski F., *Prognozowanie efektów działalności inwestycyjnej otwartych funduszy emerytalnych w Polsce oraz decyzji ich członków*, Praca doktorska, AE, Wrocław 2004.

Kraje Europy Środkowo-Wschodniej w handlu międzynarodowym. Modele i prognozy, red. J. Kotyński, PWN, Warszawa 1990.

Maciejewski W., *Zastosowania ekonometrycznych modeli rozwoju gospodarki narodowej*, PWE, Warszawa 1976.

Metody statystyki międzynarodowej, red. A. Zeliaś, PWE, Warszawa 1988.

Żmudzin K., *Tendencje zmian przynależności do otwartych funduszy emerytalnych*, „Wiadomości Statystyczne” 2002 nr 4, s. 44-56.

FORECASTING TRANSFERS ON THE MARKET OF OPEN PENSION FUNDS

Summary

The main aim of the article is the proposition of time series model which could be applied to predict the matrix of transfers on market of open pension funds. This matrix consist on n^2 elements (n – number of open pension funds) describing the flow of people between funds. Today we have 15 OFE so the number of predicted variables is equal to $225 - 15 = 210$, because $\bar{x}_{ii} = 0$. Presented model is very universal because it can be applied to the prediction time series with trend and constant level which is the most important advantage of it. The forecast for period T is estimated by adding the combination of growths from last k periods multiplied by wages to the empirical value of the variable from period $T - 1$. The optimal wages are found by use of the criterion of minimal ex post error.