

INSTYTUT BUDOWNICTWA
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ
Raport Serii PRE52...../99

**ANALIZA TEORETYCZNO-DOŚWIADCZALNA
NOŚNOŚCI STALOWYCH SŁUPÓW
SKRZYNKOWYCH
Z KSZTAŁTOWNIKÓW GIĘTYCH NA ZIMNO**

Rajmund Leszek Ignatowicz

Praca doktorska

Promotor:

Dr hab. inż. Ernest Kubica, prof. PWr.

Słowa kluczowe:

słupy stalowe, kształtowniki gięte, lokalna stateczność, stan nadkrytyczny, nośność graniczna

Wrocław, 1999

1. WSTĘP

1.1. Geneza tematu

W ostatnich latach obserwuje się duże zapotrzebowanie na kształtowniki gięte na zimno. Korzystne cechy wytrzymałościowe, duża stabilność kształtu, duża dokładność wymiarowa, możliwość formowania kształtowników z materiału uprzednio uszlachetnionego, to tylko niektóre zalety tych profili. Zachowanie się profili formowanych na zimno różni się od zachowania konstrukcji o przekrojach zwartych. Różnica ta wynika z cienkościenności profili formowanych na zimno. Często doznają one lokalnej utraty stateczności, jednocześnie nie wyczerpując do końca swej nośności.

Pierwsze badania rozpoczęto w Wielkiej Brytanii i USA już na początku lat 40-tych XX wieku. Obecnie wiele krajów ma w swoich normach przepisy dotyczące projektowania konstrukcji z profili cienkościennych np. BS-5950 [13], CSA -136 [14], a w krajach Unii Europejskiej-EC3 [29]. We wszystkich normach wyznacza się nośność graniczną w oparciu o pojęcie szerokości efektywnej, natomiast nie podaje się zależności szerokości efektywnej od przyłożonego obciążenia. Nie można wyznaczyć zmian sztywności elementu w zależności od obciążenia, która ma ogromny wpływ na wartości skróceń i zachowania się np. słupa skrzynkowego (Kubica [74], Davison i Birkemoe [19]).

W Polsce brak jest kompleksowej normy dotyczącej projektowania konstrukcji z profili formowanych na zimno. Można, co prawda, sięgnąć do wytycznych Mostostalu [147], jednak są one oparte na badaniach z lat 1960-1970. W pracy [147] stwierdza się, że nie występują naprężenia własne pochodzące od procesu formowania na zimno; to stwierdzenie jest w jawnej sprzeczności z badaniami np. Wenga i Pekoza [139-140], Davisona i Birnemoe [19].

Możliwość łączenia profili giętych na zimno za pomocą spawania wprowadza naprężenia spawalnicze zależne od technologii i od kształtu profili. Rykaluk [117] stwierdza, że przy współzależnym projektowaniu wytrzymałościowym i technologicznym można zminimalizować ujemny wpływ imperfekcji i obecności naprężeń własnych lub też wykorzystać ich efekty dodatnie w stanach normowych granicznych. Dlatego tak ważna jest znajomość wpływu poszczególnych imperfekcji i naprężeń własnych na zachowanie elementów konstrukcji, w tym przypadku słupów rurowych z kształtowników giętych na zimno.

1.2. Przedmiot, cel i zakres pracy

Celem pracy jest opracowanie metody wyznaczania ścieżek równowagi statycznej słupów stalowych o przekrojach rurowych z kształtowników giętych na zimno. Rozpatruje się słupy pryzmatyczne ściskane osiowo siłami wywołanymi obciążeniami nieprzemiennymi i niecyklicznymi.

Cele cząstkowe:

- analiza charakterystyk materiałowych i technologicznych kształtowników giętych na zimno i słupów złożonych z tych kształtowników,
- analiza wpływu gięcia na zimno i spawania na stateczność miejscową ścian słupów,
- rozdzielcza identyfikacja parametrów wpływowych na podatność ścianek, naroży wyokrąglonych i całych słupów,
- określenie nośności i podatności krótkiego odcinka słupa,
- badania nośności słupów i ich zachowania się w całym zakresie obciążeń.

Dla osiągnięcia postawionych celów wykonano:

- a) **w badaniach analitycznych i numerycznych:** opisano zachowanie się ścian słupa w obszarze dokrytycznym, z uwzględnieniem różnego typu naprężeń własnych i obszaru nieliniowości materiałowej. Przeanalizowano różne rozkłady naprężeń własnych, występujących w elementach giętych na zimno. Przeprowadzono analizę zachowania się ścian słupa w obszarze nadkrytycznym z uwzględnieniem nieliniowości fizycznych i materiałowych. Analizowano wydzielone pasmo płytowe, poddane równomiernemu i nierównomiernemu skróceniu. Określono rozkład i propagację stref plastycznych płyty, sztywność i nośność graniczną ściany słupa. Na podstawie analizy pasma płytowego określono nośność i zachowanie krótkiego odcinka słupa. Określono nośność i sztywność całego słupa.
- b) **w badaniach doświadczalnych:** określono rzeczywisty rozkład naprężeń własnych w słupie rurowym z kształtowników giętych na zimno, wyznaczono charakterystyki wytrzymałościowe materiału naroży i ścian słupa, zbadano zachowanie ścian słupa w obszarze dokrytycznym i nadkrytycznym, wyznaczono nośności graniczne słupów.

1.3. Ważniejsze oznaczenia

- A , $A_{\text{naroż}}$, A_{eff} , A_e , A_p – pole przekroju, pole przekroju naroża, pole przekroju zredukowanego, pole części sprężystej, pole części plastycznej,
- b , b_i – szerokość płyty,
- b_e – szerokość współpracująca (efektywna),
- c – szerokość strefy rozciąganej w rozkładach naprężeń własnych,
- D – sztywność walcowa płyty,
- D_{pl} – sztywność walcowa płyty w strefie uplastycznionej,
- e – mimośród,
- E – moduł sprężystości podłużnej,
- E_s , E_t – moduły; odpowiednio sieczny i styczny,
- f , f_0 – strzałka wygięcia płyty, wygięcia wstępnego,
- F_i , F_0 – funkcja naprężeń, funkcja naprężeń własnych,
- G – moduł odkształcalności poprzecznej,
- i – promień bezwładności,
- J_e – moment bezwładności przekroju efektywnego,
- J_0 – biegunowy moment bezwładności,
- J_d – moment bezwładności Saint-Venanta,
- J_ω – wycinkowy moment bezwładności,
- l – długość odcinka słupa, odległość między liniami węzłowymi odkształconej powierzchni ściany słupa
- L – długość wyboczeniowa słupa,
- m_x , m_y – momenty zginające płytę,
- n – liczba naroży,
- O , O' – środek ciężkości przekroju poprzecznego pręta, układu odpowiednio sprężystego i sprowadzonego,
- P – siła ściskająca słup,
- P_{gr} , P_E – siła ściskająca, graniczna, krytyczna Eulera,
- P_t , P_{pl} – nośność bifurkacyjna wg teorii modułu stycznego, przekroju całkowicie efektywnego,
- O_s , O_s' – środek ścinania przekroju poprzecznego pręta, układu odpowiednio sprężystego i sprowadzonego,
- r – promień naroża,

R_{ac} , ΔR_{ac} – średnia granica plastyczności dla całego przekroju, przyrost średniej granicy plastyczności przekroju
 R_e – granica plastyczności,
 $R_{0,2}$ – umowna granica plastyczności dla odkształcenia 0,2%,
 $R_e^{naroż}$, $\Delta R_e^{naroż}$ – granica plastyczności naroża, przyrost granicy plastyczności w narożu,
 R_m – wytrzymałość doraźna,
 R_p – granica proporcjonalności,
 s_A – odchylenie standardowe,
 $s_c = \Delta l/l$ – względne skrócenie odcinka słupa,
 t , t_i – ściay słupa,
 w , w_0 – funkcje wygięć płyty,
 u, v – przemieszczenia punktu odpowiednio wzdłuż osi x , y ,
 $\bar{X}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$ – składowe siły masowej od obciążenia zewnętrznego,
 $\bar{X}_w$, $\bar{Y}_w$, $\bar{Z}_w$ – składowe siły masowej od naprężeń własnych typu membranowego,
 x , y , z – współrzędne,
 ε – odkształcenie,
 ε_i – intensywność odkształceń,
 ν – współczynnik Poissona,
 ν_A – współczynnik zmienności,
 κ – wskaźnik uwiedzenia,
 σ – naprężenie normalne,
 σ_i – intensywność naprężeń,
 $\sigma_{gr} = P_{gr}/A$ – osiowe naprężenie graniczne słupa,
 σ_{kr} – naprężenie krytyczne dla płyty idealnej,
 σ_{kr}^u – naprężenie krytyczne ściany słupa w obszarze niesprężystym,
 σ_a – naprężenie średnie dla płyty ściskanej,
 σ_m – maksymalne naprężenie na krawędzi płyty ściskanej,
 σ_{rm} , σ_{rt} – naprężenia własne typu membranowego, zgięciowego,
 σ_w , σ_{wr} , σ_{wc} – pozostające naprężenia spawalnicze, rozciągające, ściskające,
 σ_x , σ_y , τ_{xy} – naprężenia równoległe do osi x , y i w płaszczyźnie xy ,
 σ_r , σ_φ , $\sigma_{r\varphi}$ – naprężenia w układzie biegunowym,
 S_x , S_y – liniowe momenty statyczne odpowiednio względem osi x , y ,
 S_ω – wycinkowy moment statyczny odciętej części przekroju,
 $\lambda = b/t$ – smukłość płytowa,
 θ – kąt obrotu,
 χ – funkcja plastyczności Iliuszina,
 χ' , χ'' – funkcje plastyczności Mieźlumianna,
 ω – współrzędna wycinkowa,
 S_{ij} , e_{ij} – odpowiednio dewiator tensora naprężenia, dewiator tensora odkształcenia

Uwaga:

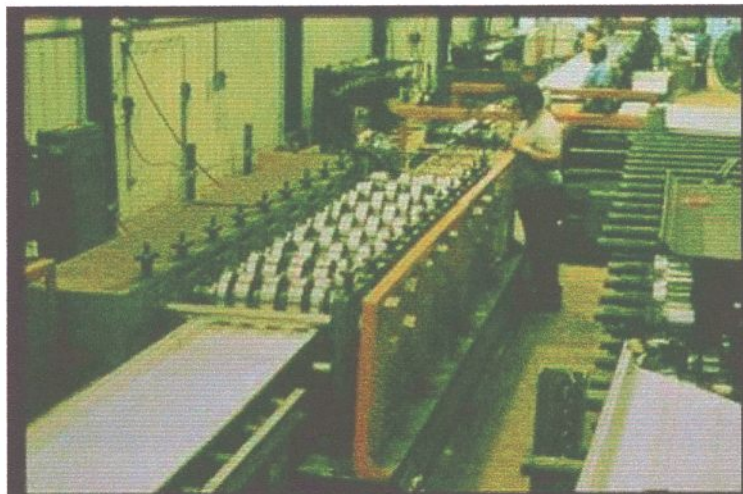
1. Wszystkie wielkości geometryczne i statyczne ze znakiem prim (') odnoszą się do sprowadzonego układu współrzędnych.

2. AKTUALNY STAN WIEDZY

2.1. Wytwarzanie i właściwości materiału kształtowników giętych na zimno

Kształtowniki gięte na zimno są wytwarzane na:

1. ciągarkach rolkowych. Na tym urządzeniu powstają mniej skomplikowane kształty, natomiast dla bardziej skomplikowanego kształtu konieczne jest przeprowadzenie kilku operacji ciągnięcia,
2. walcarkach rolkowych (giętarkach rolkowych). Ostateczny przekrój uzyskuje się przez nacisk stempla na blachę ułożoną na listwie profilującej. W ten sposób można produkować kształtowniki z grubszych blach, nawet do 16 mm. Dzięki prostej wymianie listwy profilującej, jak i stempla, można łatwo zmieniać kształty przekrojów. Jedyne ograniczenie dotyczy długości profilowanych przekrojów, tylko do 6 m,
3. krawędziarkach. Służą one do produkcji jedynie drobnych elementów, ale obsługa musi być bardzo dobrze wykwalifikowana.

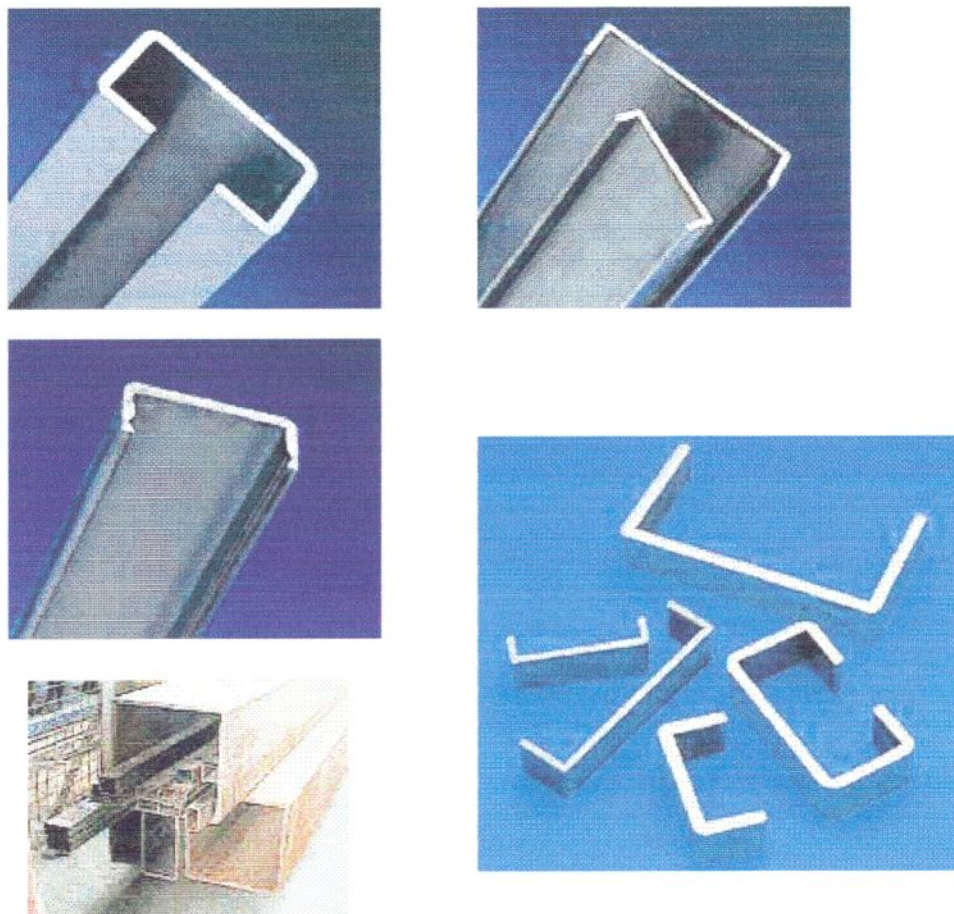


Rys. 2.1. Kształtowanie na walcarce rolkowej

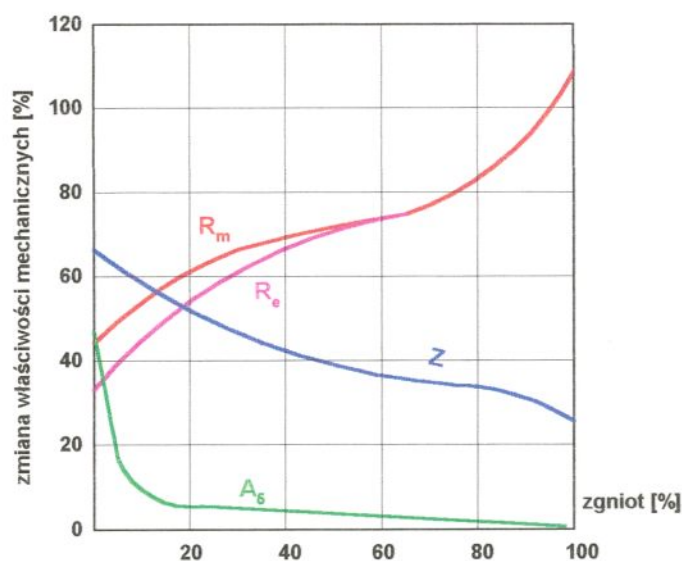


Rys. 2.2. Kształtowanie na krawędziarce

Kształtowniki gięte na zimno wytwarza się z blach cienkich stalowych o grubości od około 1 mm do 12mm. Blachy i taśmy przeznaczone do produkcji kształtowników giętych na zimno powinny charakteryzować się wydłużalnością przed profilowaniem nie mniejszą niż $A_5 = 20\%$. Należy stosować blachy i taśmy walcowane na gorąco.

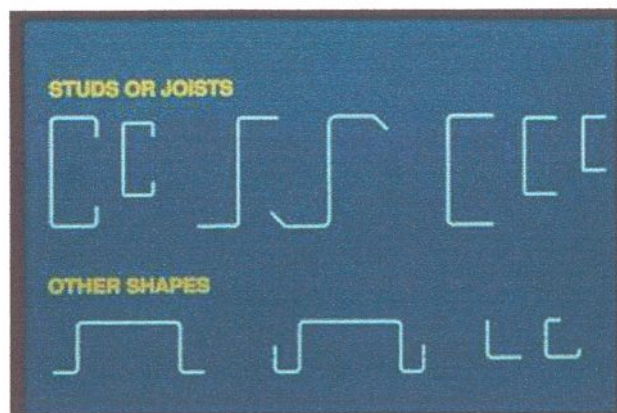


Rys. 2.3. Przykłady kształtowników formowanych na zimno



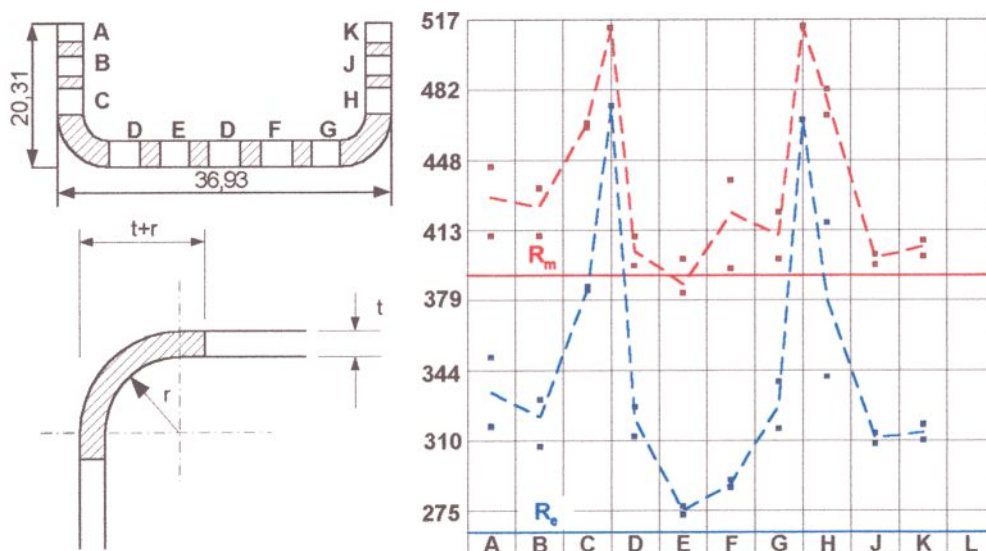
Rys. 2.4. Zależność właściwości mechanicznych od wielkości zgniotu wg [12], [147]

Odkształcenie na zimno przez rozciąganie lub zagięcie zmienia właściwości mechaniczne w strefie odkształconej, powodując zgniot materiału stali (Bródka [12], Jankowiak [48], Wien-Wen [136], Szapiro [124], Mostostal [147]). Zmniejsza się wydłużalność, zmierzona w próbie na rozciąganie. Zależność właściwości mechanicznych od zgniotu pokazano na rysunku 2.4.



Rys. 2.5. Przykłady profili kształtowników giętych na zimno

Rozkład stref plastycznych (przy formowaniu na zimno), jak i wartość odkształceń, są uzależnione od kształtu profilu i metody formowania. Formowanie na prasie krawędziowej nie powoduje odkształceń plastycznych ścian płaskich kształtownika; efekt zgniotu koncentruje się w narożu. Profilowanie na giętarcie rolkowej powoduje pewne odkształcenia ścianek płaskich, oczywiście największe odkształcenia plastyczne występują w narożu. W najprostszym wypadku, gdy występuje wydłużenie blachy w jednym kierunku, to dodatkowe wydłużenie materiału w tym samym kierunku, w którym materiał został poprzednio rozciągnięty plastycznie, powoduje wzrost granicy plastyczności R_e i nieco mniejszy przyrost wytrzymałości doraźnej R_m .



Rys. 2.6. Rozkład granicy plastyczności R_e i wytrzymałości doraźnej R_m w różnych częściach przekroju ceowego wg [54, 55]

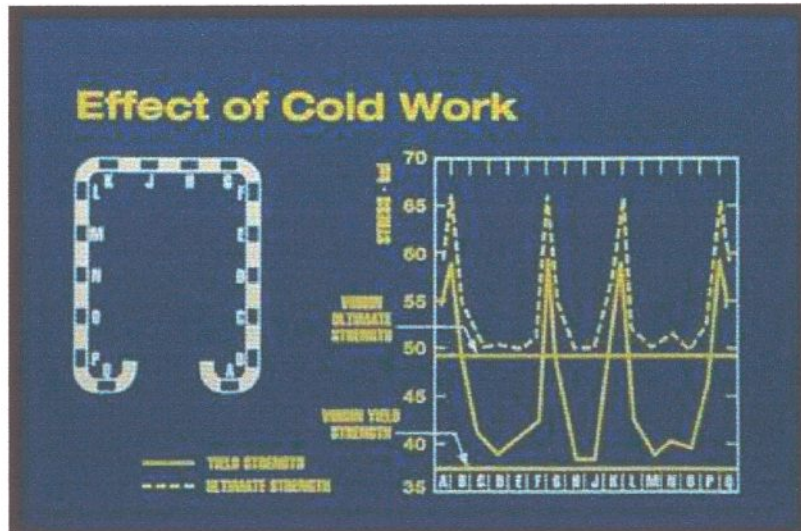
Dodatkowe skrócenie w kierunku poprzedniego wydłużenia podnosi nieznacznie granicę plastyczności R_e . Jest to tzw. efekt Bauschinger'a. Dodatkowe skrócenie w kierunku prostopadłym do uprzedniego rozciągania powoduje wyraźne podniesienie granicy plastyczności R_e , zaś dodatkowe wydłużenie w kierunku prostopadłym do uprzedniego wydłużenia wprowadza

niewielkie zmiany granicy plastyczności R_e , albo nie zmienia jej wcale. Jest to tzw. odwrotny efekt Bauschinger'a.

Karren [54,55], jako jeden z pierwszych, wyznaczył charakterystyki wytrzymałościowe naroży w kształtownikach formowanych na zimno. Rozpatrzył trzy sposoby formowania:

1. kształtowanie na giętarcie rolkowej,
2. kształtowanie w prasie do gięcia,
3. kształtowanie przez wytłaczanie.

Stwierdził, że obróbka na zimno zwiększa granicę plastyczności R_e i wytrzymałość doraźną R_m , oraz zmniejsza wydłużalność stali. Charakter tych zmian przypisuje: składowi chemicznemu stali, historii procesu formowania, typowi i wielkości deformacji plastycznych.



Rys. 2.7. Rozkład granicy plastyczności R_e i wytrzymałości doraźnej R_m w różnych częściach przekroju wg [54, 55]

W rozważaniach przyjął funkcję wzmocnienia materiału w postaci wykładniczej:

$$\bar{\sigma} = k_1 \cdot (\bar{\epsilon})^{n_1}, \quad (2.1)$$

gdzie:

$\bar{\sigma}$ = uogólnione naprężenie, $\bar{\epsilon}$ - uogólnione odkształcenie, k_1 - współczynnik proporcjonalności, n_1 - paramet wzmocnienia.

Parametry n_1 i k_1 określił empirycznie dla różnych gatunków stali.

Rozpatrywał dwa matematyczne modele naroży:

- a) naroże formowane przez równomiernie rozłożone momenty na krawędziach,
- b) naroże formowane (na giętarcie rolkowej) ciśnieniem zewnętrznym, które jest równoważone przez obwodowe siły rozciągające.

W analizie przyjął następujące założenia:

- a) przekrój płaski przed odkształceniem pozostaje płaski po odkształceniu plastycznym,
- b) zależność σ - ϵ otrzymuje się z próby rozciągania,
- c) odkształcenia sprężyste są małe w porównaniu z odkształceniami plastycznymi,
- d) naprężenia styczne są odpowiedzialne za deformacje plastyczne,
- e) stosunek odkształceń głównych pozostaje stały w całym procesie odkształcenia,
- f) osie główne nie zmieniają się względem elementu dla kolejnych przyrostów odkształceń,
- g) wykresy σ - ϵ dla ściskania i rozciągania pokrywają się,

- h) nie występuje efekt Bauschinger'a,
- i) nie następuje zmiana objętości.

Karren [54,55] zaproponował wyrażenie do wyznaczania granicy plastyczności w narożu:

$$R_e^{\text{naroż}} = B_c \cdot R_e \cdot \frac{1}{\left(\frac{r}{t}\right)^k}, \quad (2.2)$$

gdzie: $B_c = 3,69 \cdot (R_m/R_e) - 0,819 \cdot (R_m/R_e)^2 - 1,79$; $k = 0,192 \cdot (R_m/R_e) - 0,068$. Równanie (2.2) jest prawdziwe przy założeniach: $r/t \leq 7$ i $R_m/R_e \leq 1,2$ i kąt zagięcia naroża nie większy niż 120° .

Lind i Schroff [87] poszerzyli obszar stosowania wzoru (2.2) wychodząc z założenia, że praca wykonana podczas formowania równa się przyłożonemu momentowi, w zależności od kąta zagięcia. Oprócz tego przyjęli założenia dotyczące samego materiału:

- a) materiał jest idealnie sprężysto-plastyczny,
- b) zachowanie się materiału przy rozciąganiu i ściskaniu jest różne,
- c) podczas formowania element jest poddawany czystemu zginaniu,
- d) warstwa o grubości „dz” jest poddawana odkształceniu dwuosiowemu, w zależności od położenia względem powierzchni neutralnej,
- e) naprężenia prostopadłe do tej warstwy są małe i mogą być pomijane.

Uwzględniając wyniki badań z prac [54, 55] oraz różnicę w wykresie rozciągania i ściskania stali, podali wyrażenie na przyrost obciążenia w jednym narożu:

$$\Delta P = \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\theta^0}{90^0} \right) \cdot 3,34 \cdot t^2 \cdot (R_m - R_e) \cong 5 \cdot t^2 \cdot (R_m - R_e) \cdot \left(\frac{\theta^0}{90^0} \right), \quad (2.3)$$

gdzie: θ^0 - miara kąta zagięcia w stopniach, t - grubość naroża.

Abdel-Rahman i Sivakumaran [1] przeprowadzili badania naroży ceowników giętych na zimno o wymiarach przekroju 200mm×12,5mm, 200mm×6,25mm, 200mm×1,91mm, 101,5mm×1,22mm. Stwierdzili, że wartości wyznaczone wg wzoru (2.2) są średnio większe o 26% ÷ 51% od wartości otrzymanych eksperymentalnie. Wzór (2.2) modyfikują do postaci:

$$R_e^{\text{naroż}} = 0,60 \cdot \left[\frac{B_c}{\left(\frac{r}{t}\right)^k} \right] \cdot R_e, \quad (2.4)$$

gdzie: B_c i k jak we wzorze (2.2).

W pracach ([12], [48], [147]) proponuje się wyznaczać granicę plastyczności w narożu według wzoru Karren'a [54] (2.2).

Guo [39] i Guo, Fukumoto [41], w pracach dotyczących analizy słupów z kształtowników giętych na zimno w obszarze nadkrytycznym, korzystali z propozycji Karren'a [54,45] do określenia granicy plastyczności w narożach.

W EC3 [28, 29] jak i w pracach Rondal'a [112,113] jest inne wyrażenie, pozwalające wyznaczyć średnią granicę plastyczności dla całego przekroju giętego na zimno:

$$R_{ea} = R_e + \left(k_2 \cdot n \cdot \frac{t^2}{A} \right) \cdot (R_m - R_e), \quad (2.5)$$

gdzie: A – przekrój brutto, k_2 – współczynnik zależny od procesu wytwarzania ($k_2 = 7,0$ dla gięcia na rolkach, lub $k_2 = 5,0$ dla innych metod gięcia), n – liczba naroży o $\alpha = 90^\circ$ oraz $r < 5 t$. Średnia granica plastyczności przekroju R_{ea} , wyznaczona z równania (2.5), nie może być większa niż $1,2R_e$.

Davison i Birkemoe [19] prowadzili badania i analizy teoretyczne słupów o przekrojach rurowych formowanych na zimno, tzw. HSS (ang. Hollow Square Section). Podają oni, że zależność między średnią granicą plastyczności, a granicą plastyczności materiału wyjściowego oraz geometrią przekroju wyraża się wzorem:

$$\frac{R_{ea}}{R_e} = 1,5 - 0,009 \cdot \frac{b}{t}; \quad \left(\frac{b}{t} \right) \leq 40. \quad (2.6)$$

Zależność między granicą plastyczności naroża, a granicą plastyczności ściany i geometrią jest określona zależnością:

$$\frac{R_e^{\text{naroż.}}}{R_e} = 1,5 - 0,011 \cdot \frac{b}{t}. \quad (2.7)$$

Granica plastyczności naroża $R_e^{\text{naroż.}}$, obliczona z równania (2.7), nie może być większa niż $1,5R_e$. Równania (2.6) i (2.7) można traktować jako ogólne trendy wzrostu granicy plastyczności w kształtownikach rurowych formowanych na zimno w giętarekach rolkowych.

Dla ściany o smukłości $b/t = 17,9$ podają wyrażenie na wzrost średniej granicy plastyczności przekroju:

$$\frac{R_{0,2}}{R_e} = 0,85 \cdot e^{0,33 \cdot x}, \quad (2.8)$$

gdzie: $e = 2,1745$, x – względna odległość od środka ściany do naroża ($x = 0,0$ dla środka i $x = 1,0$ dla naroża). Natomiast dla ściany o smukłości $b/t = 32,1$:

$$\begin{cases} \frac{R_{0,2}}{R_e} = 0,96, \text{ dla } x < 0,90, \\ \frac{R_{0,2}}{R_e} = 1,36, \text{ dla } 0,9 \leq x \leq 1,0. \end{cases} \quad (2.9)$$

Bogojawlenskij [8] przytacza kilka propozycji określania przyrostu granicy plastyczności po procesie formowania na zimno.

- Propozycja Winter'a [8] jest dokładnie przeniesieniem formuły Karren'a [54, 55].
- Grunbach i Prudhomme, wg [8], podają następujące wyrażenie na wzrost granicy plastyczności:

$$\Delta R_{ea} = 1,2 \cdot t \cdot \frac{n \cdot b_0}{b}, \quad (2.10)$$

gdzie: $s \in \langle 2\text{mm}, 5\text{mm} \rangle$, t – grubość ścianki, b_0 i b – długość rozwiniętego przekroju odpowiednio przed formowaniem i po formowaniu, n – liczba naroży.

- Trischewskij, wg [8], dla ceowników formowanych na zimno podaje formułę:

$$R_e^{\text{naroż.}} = R_e + \frac{R_m - R_e}{\alpha_{\text{naroż.}}} \cdot \alpha_n, \quad (2.11)$$

gdzie: α_n - kąt zagięcia każdorazowej obróbki plastycznej, $\alpha_{\text{naroż.}}$ - kąt naroża.

- Stukalow, wg [8], proponuje dla stali, $R_m = 410 \text{ MPa}$, $R_e = 250 \text{ MPa}$ wyrażenia:

$$R_m^{\text{naroż.}} = R_m + 1,49 \cdot \alpha_{\text{naroż.}} + 1,41 \cdot \alpha_{\text{naroż.}}^2, \quad (2.12)$$

$$R_e^{\text{naroż.}} = R_e + 6,63 \cdot \alpha_{\text{naroż.}} + 0,91 \cdot \alpha_{\text{naroż.}}^2, \quad \alpha_{\text{naroż.}} \in \langle 0^0, 120^0 \rangle. \quad (2.13)$$

Szapiro [124] zauważa, że wzmocnienie profili giętych na zimno, można uwzględnić na dwa sposoby:

- 1) przekrój rozpatruje się jako złożony z wielu przekrojów o różnych charakterystykach $\sigma - \varepsilon$,
- 2) przekrój traktuje się jako jednorodny o jednakowych właściwościach otrzymanych z badań statystycznych $\sigma - \varepsilon$.

Statystyczne określenie właściwości można przeprowadzić dwoma sposobami:

- 1) za pomocą rozciągania całych przekrojów,
- 2) za pomocą badania właściwości poszczególnych subprzekrojów.

Badania eksperymentalne wzmocnienia materiału w przekrojach formowanych na zimno prowadzili m.in. Tichenko i Nowikow [124]. Otrzymali maksymalny wzrost granicy plastyczności w narożu rzędu 90 %.

Nowikow [104] zwrócił uwagę, że dane eksperymentalne Karren'a i Winter'a [54, 55] dają mniejszą zgodność dla stali o wysokiej wytrzymałości. Średnią ważoną granicę plastyczności całego przekroju można wyrazić wzorem:

$$R_{ea} = c_1 \cdot R_e^{\text{naroż.}} + (1 - c_1) \cdot R_e, \quad (2.14)$$

$$c_1 = \frac{0,25 \cdot \pi \cdot ((r + t)^2 - r^2) \cdot n}{a \cdot t}. \quad (2.15)$$

Weiss i Ledzion-Trojanowska [134] proponują algorytm zunifikowanych obliczeń na wyboczenie profili giętych na zimno z uwzględnieniem wzmocnienia materiału w narożach. Dla danych charakterystyk wytrzymałościowych materiału wyjściowego R_m , R_e , E , R_p oraz parametru charakteryzującego krzywiznę naroża r/t , można określić wg (2.2), granicę plastyczności w narożu.

Granicę plastyczności ścian przyjmują większą o 20% od granicy plastyczności materiału rodzimego, wtedy gdy kształtownik był formowany na prasie rolkowej, w innym przypadku granica plastyczności ścian pozostaje bez zmian. Następnie określają granicę plastyczności dla całego przekroju ze wzorów (2.14) i (2.15).

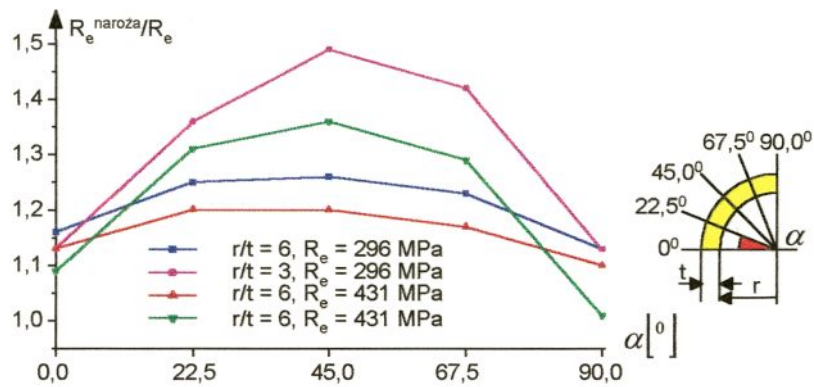
W celu porównania wszystkich propozycji przeprowadzono obliczenia wzrostu granicy plastyczności dla rury kwadratowej $152 \text{ mm} \times 152 \text{ mm} \times 4,9 \text{ mm}$, $R_e = 416 \text{ MPa}$, $R_m = 475 \text{ MPa}$ i wewnętrznym promieniem zagięcia $r = 1,5 t$. Wyniki przedstawiono w tabeli 2.1.

Tabela 2.1

Przyrost granicy plastyczności w narożu według różnych propozycji

Przyrost granicy plastyczności wg różnych propozycji w MPa					
Porównanie rozwiązań	(2.2)	(2.3)	(2.4)	[9],[135], [125],[37]	(2.7)
$\Delta R_e^{\text{naroż.}}$	114,16	98,53	68,49	114,16	56,99
$\Delta R_e^{\text{naroż.}} / R_e$ [%]	39,0	20,1	19,7	39,1	43,8

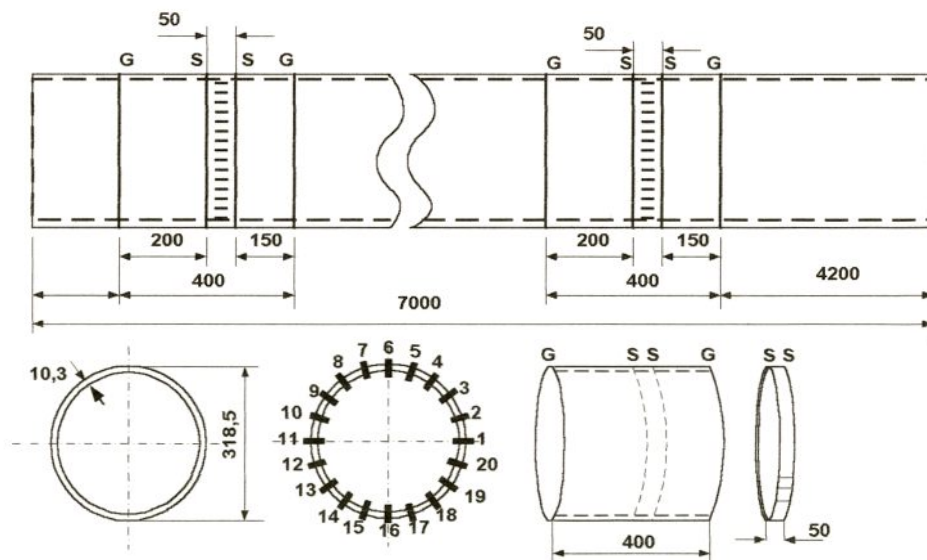
Wei-Wen i Liu [136] określili rozkład granicy plastyczności w narożu, powstałym w procesie formowania na zimno. Badali różne typy przekrojów ceowych formowanych na prasach rolkowych, m.in. o wymiarach $200 \times 100 \times 12,5$, gdzie $r/t = 3$, i dla $275 \times 137,5 \times 12,5$, gdzie $r/t = 6.0$ oraz dla stali $R_e = 290 \text{ MPa}$ i $R_m = 431 \text{ MPa}$ lub $R_e = 473 \text{ MPa}$ i $R_m = 576 \text{ MPa}$. Przykładowy rozkład granicy plastyczności w narożu pokazano na rysunku 2.8.



Rys. 2.8. Rozkład granicy plastyczności w narożu wg [136]

2.2. Naprężenia własne w kształtownikach giętych na zimno

Proces formowania na zimno wprowadza naprężenia własne. Kato i Aoki [56] analizowali technologię procesu formowania na zimno kształtowników rurowych. Dzieliąc poszczególne etapy procesu na części, wyznaczyli naprężenia własne uwiecznione w gotowym kształtowniku. Poddali badaniom i analizie teoretycznej kształtowniki rurowe ze stali STK41 ($R_e = 360 \text{ MPa}$) i stali STK50 ($R_e = 420 \text{ MPa}$), o średnicy zewnętrznej $\phi = 318,5 \text{ mm}$, grubości ścianki $10,3 \text{ mm}$.



Rys. 2.9. Kształtownik rurowy formowany na zimno wg [56]

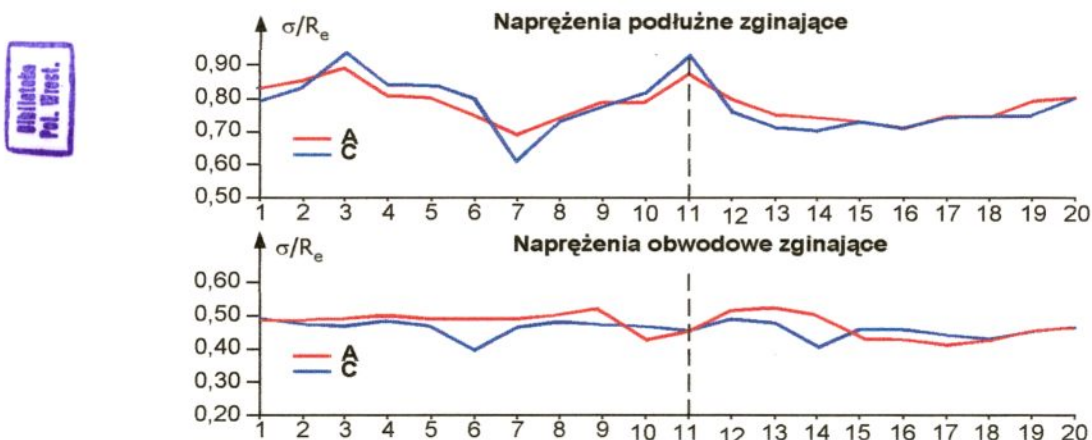
Proces formowania rury został podzielony na następujące etapy:

- 1) rozwinięcie blach z kręgu,
- 2) prostowanie rozwiniętej blachy odpowiednio ustawionymi wałkami,
- 3) wyrównanie i przycięcie brzegów,
- 4) formowanie kształtu rury w poszczególnych kłatkach walców,
- 5) połączenie spoiną stykających się ze sobą części arkusza blachy już ukształtowanego w rurę,
- 6) korekta wymiarów poprzez formowanie w kilku kłatkach z walcami,
- 7) prostowanie kształtownika.

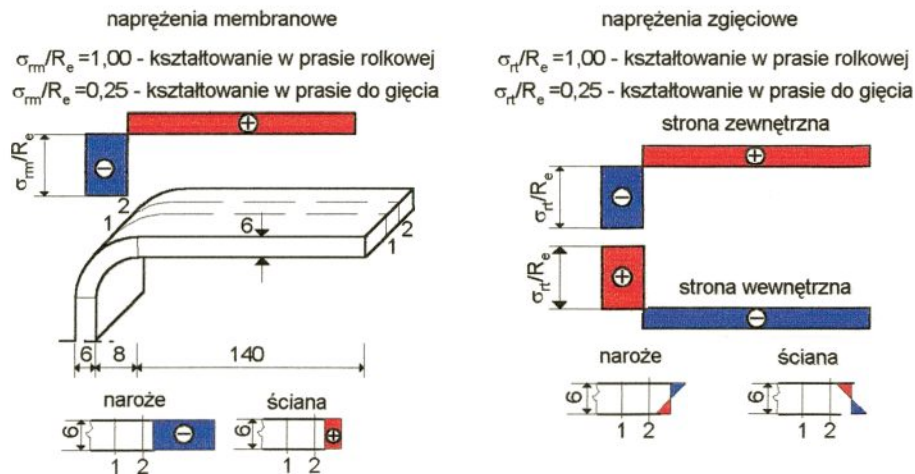
W analizie procesu formowania przyjęli zasadę „step by step”- czyli krok po kroku-oraz następujące założenia:

- a) przekrój poprzeczny jest prostopadły do osi podłużnej przed deformacją i po deformacji,
- b) pomija się naprężenia normalne w kierunku grubości,
- c) zależność σ - ε można opisać równaniem Prandl-Reuss'a odpowiednio do wzmocnienia materiału,
- d) pomija się efekt Bauschingera,
- e) uwzględniono zmianę punktu plastyczności w zależności od hipotezy odkształceń materiału i zmian kierunku naprężeń głównych.

Badana rura miała długość 7000 mm. W dwóch niezależnych przekrojach umieszczono po stronie wewnętrznej i zewnętrznej tensometry. W kolejnym etapie wycięto krótkie odcinki słupów o długości 400 mm, a następnie słupy zostały pocięte na paski o szerokości 50 mm, na każdym pasku były umieszczone tensometry. Odczyty tensometrów zostały zrobione przed i po pocięciu na paski. Autorzy stwierdzili obecność naprężeń w kierunku obwodowym i podłużnym zarówno typu zgięciowego i membranowego. Przykłady tych naprężeń pokazano na rysunkach 2.9 i 2.10.



Rys. 2.10. Rozkłady naprężeń własnych w kierunku podłużnym wg [56]



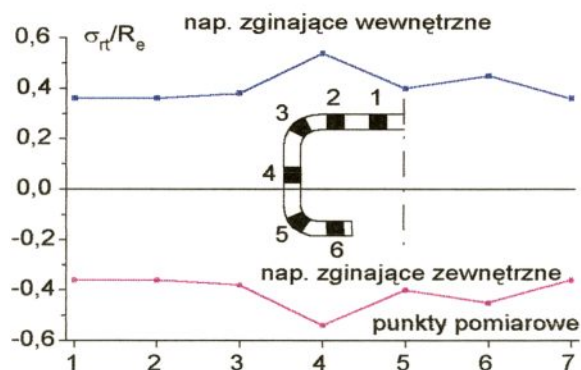
Rys. 2.11. Rozkład naprężeń własnych w kierunku podłużnym wg [112, 113].

Rondal [112, 113] stwierdza, że w zależności od sposobu formowania na zimno wzrost granicy plastyczności w narożach i ściankach jest różny. Rozróżnia naprężenia własne w kierunku podłużnym typu zgięciowego i membranowego. W przypadku kształtowania w prasie rolkowej naprężenia typu zgięciowego są największe. W przypadku formowania w prasie do gięcia obydwa typy naprężeń są niewielkie, co przedstawia rysunek 2.11.

Weng i Pekoz [139, 140] badali przekroje ceowe formowane na zimno zarówno w giętarekach rolkowych i w prasach do gięcia. Grubości badanych ścianek ceowników mieściły się w granicach od 1,626 mm do 3,073 mm, a wysokości od 31,75 mm do 77,092 mm, promień zagięcia 5,56 mm do 2,38 mm. Kształtowniki wykonane były z różnych gatunków stali; granica plastyczności mieściła się w przedziale od 379 MPa do 220 MPa. Wartości naprężeń własnych określono dwiema metodami: metodą tradycyjną (cięcia na paski) i metodą żłobienia elektro-iskrowego.

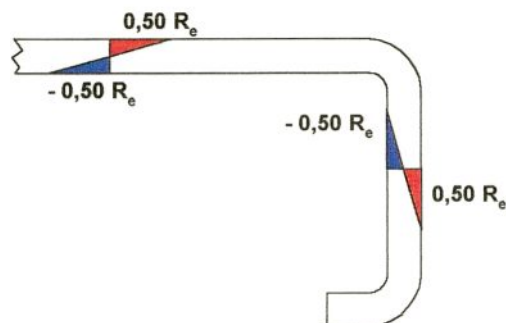
Do pomiaru odkształceń użyto tensometrów naklejonych po obydwu stronach ściany kształtownika, wykonując odczyt przed i w trakcie procesu cięcia oraz po cięciu. Przykładowy rozkład naprężeń pokazano na rysunku 2.12.

Stwierdzili, że naprężenia ściskające występują na powierzchni wewnętrznej, a naprężenia rozciągające na powierzchni zewnętrznej. Te obserwacje potwierdziły się dla wszystkich próbek. Wartości naprężeń własnych mieściły się w granicach od 25% do 70% granicy plastyczności. Naprężenia w narożach były większe niż w środku ściany, a te różnice mieściły się w granicach od 15% do 30%. Ogólny charakter rozkładu naprężeń własnych był podobny dla wszystkich badanych próbek.



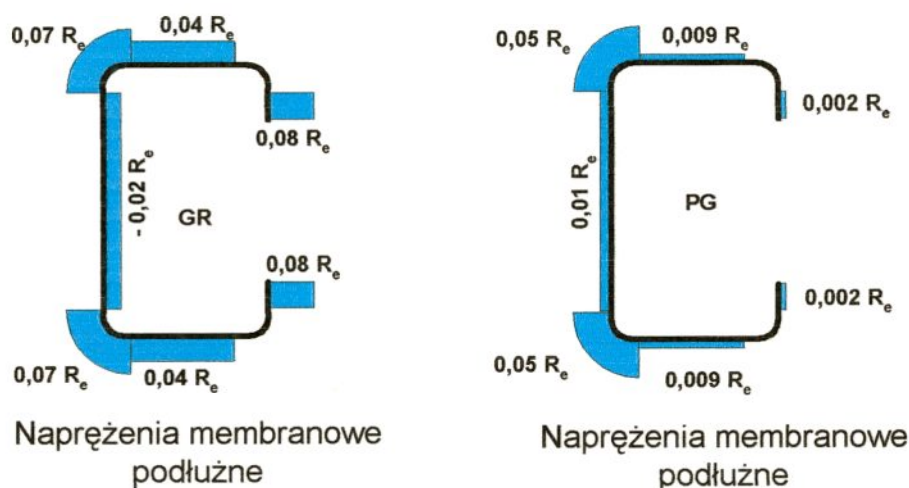
Rys. 2.12. Rozkład naprężeń własnych w ceowniku giętym na zimno wg [140]

Na podstawie wyników badań, Weng i Pekoz [140] zaproponowali uśredniony rozkład naprężeń własnych na całej długości rozwinięcia przekroju poprzecznego, jako naprężeń zginających w kierunku podłużnym (rys.2.13).



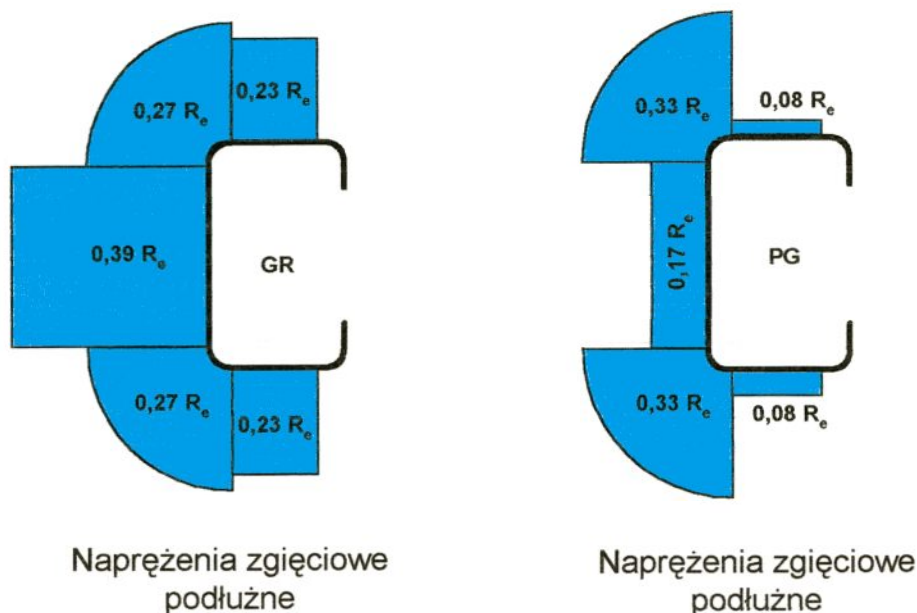
Rys. 2.13. Rozkład teoretyczny (uśredniony) naprężeń własnych wg [122]

Weng i Lin [138], korzystając z wyników badań [139, 140], analizowali nośność graniczną elementów giętych na zimno. Przyjęli identyczny co do kształtu wykres naprężeń własnych o wartościach maksymalnych $0,30 R_e$.



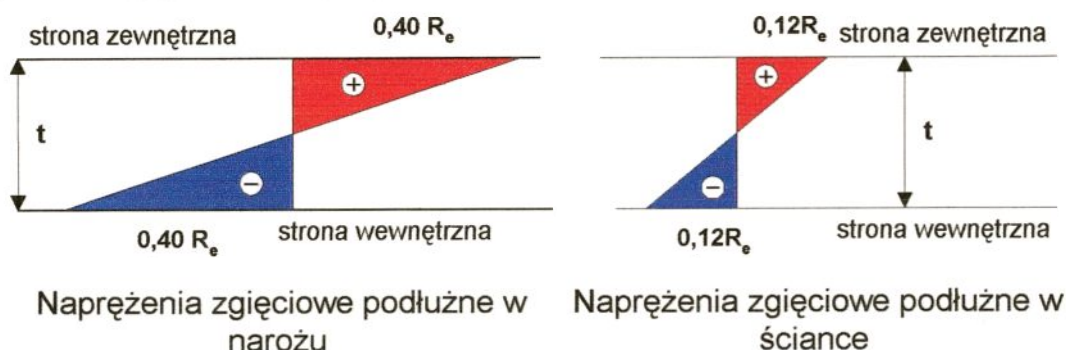
Rys. 2.14. Rozkłady naprężeń własnych dla kształtowników giętych na zimno: GR – formowanych na giętarkach rolkowych, PG – formowanych na prasie do gięcia wg [118]

Schafer i Pekoz [118] podsumowali wcześniejsze propozycje z prac [138-140] rozkładów naprężeń własnych w elementach giętych na zimno, głównie o przekrojach ceowych. Podzielili przekroje na formowane na giętarkach rolkowych i formowane na prasach do gięcia. Wyszczególnili tylko naprężenia typu zgięciowego i membranowego w kierunku podłużnym, co pokazano na rysunkach 2.14 i 2.15.



Rys. 2.15. Rozkłady naprężeń własnych dla kształtowników giętych na zimno: GR – formowanych na giętarcie rolkowej, PG – formowanych na prasie do gięcia wg [118]

Abdel-Rahman i Sivakumaran [1] badali cechy materiału w kształtownikach giętych na zimno. Zbadali dwa ceowniki o wymiarach $203\text{mm} \times 41,3\text{mm} \times 1,91\text{mm}$ i $101,5\text{mm} \times 41,3\text{mm} \times 1,22\text{mm}$. Otrzymali następujące rozkłady naprężeń własnych pokazane na rysunku 2.16.



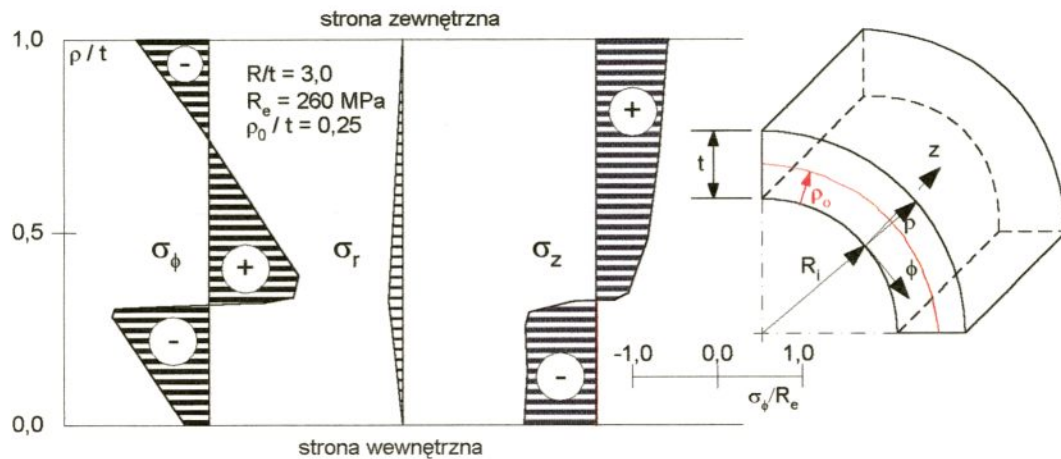
Rys. 2.16. Rozkład naprężeń własnych w ceowniku giętym na zimno wg [1]

Rozkład naprężeń własnych w narożu formowanym w procesie gięcia na zimno został zbadany przez Weng'a i White'a [141, 142]. Autorzy zbadali sam proces formowania naroża, z uwzględnieniem sprężystego odbicia po odciążeniu tłoka prasy. Badali naroża o różnych kątach zagięcia: 90° , 120° , 150° i promieniach zagięcia: 37,5mm, 62,5mm, 87,5mm, 137,5mm.

Do badań doświadczalnych użyli arkusze dwóch gatunków stali. Arkusze blach, z których formowano naroża były ze stali: HY-80 ($R_e = 593\text{ MPa}$, $R_m = 737\text{ MPa}$, $A_5 = 24,1\%$), HY-100 ($R_e = 720\text{ MPa}$, $R_m = 816\text{ MPa}$, $A_5 = 18,6\%$).

Autorzy określili rozkład naprężeń własnych dwiema metodami: metodą półtrepanacyjną (wiercenie otworów) i metodą trepanacyjną (cięcie na paski). Wartości naprężeń własnych wzdłuż grubości w kierunku poprzecznym, otrzymane z pomiarów dwiema metodami, różniły się zaledwie o 15%. Największe wartości otrzymano dla płyt z promieniem zagięcia równym $r = t$, $r = 1,5 t$, $r = 1,66 t$, $r = 2,33 t$ i kącie zagięcia równym 90° . Naprężenia rozciągające na powierzchni wewnętrznej naroża wrastają wraz ze zmniejszeniem r/t , maleniem kąta zagięcia,

oraz ze wzrostem granicy plastyczności materiału. Największe naprężenia otrzymali na powierzchni wewnętrznej i w pobliżu osi neutralnej.



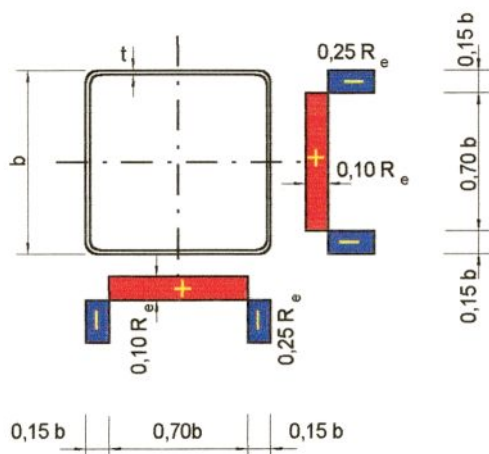
Rys. 2.17. Rozkład naprężeń własnych w narożu wg [46]

Podobne badania prowadził Ingvarson [46], analizując proces formowania na zimno. Opracował on algorytm numeryczny do określenia rozkładu naprężeń własnych w narożu wzdłuż grubości ściany (rys. 2.17).

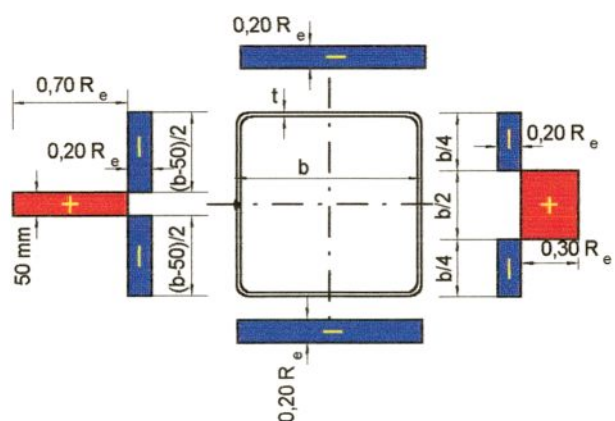
Young i Rasmussen [151,152], Hassan, Polyzois, Morris [45] stwierdzają, że naprężenia w ceownikach giętych na prasie krawędziowej mieszczą się w granicach od 3%-7% granicy plastyczności. Te spostrzeżenia zostały zaobserwowane podczas badań ceowników o przekrojach $49,6 \times 95,4 \times 1,52$ i $36,8 \times 90,8 \times 1,51$, ocynkowanych, o granicy plastyczności $R_e = 450$ MPa.

Kreutz i Haller [66] uzależniają przyjmowanie rozkładu naprężeń własnych w kształtownikach rurowych od procesu formowania. Powyższą propozycję obrazuje rysunek 2.18.

a) Formowany na gorąco bez szwu



b) Formowany na zimno ze szwem spawanym



Rys. 2.18. Naprężenia własne w kierunku podłużnym wg [66].

Davison i Birkemoe [19] dzielą kształtowniki rurowe według sposobów formowania na zimno:

- ze szwem spawanym, nie poddany wyżarzaniu CF (ang. Cold-Formed),
- bez szwów, kształtowany z rury cylindrycznej formowanej na gorąco nie poddany wyżarzaniu, CFS,

- c) ze szwem spawanym, poddany częściowemu wyżarzaniu, CFHT,
- d) ze szwem spawanym, poddany całkowitemu wyżarzaniu, HT.

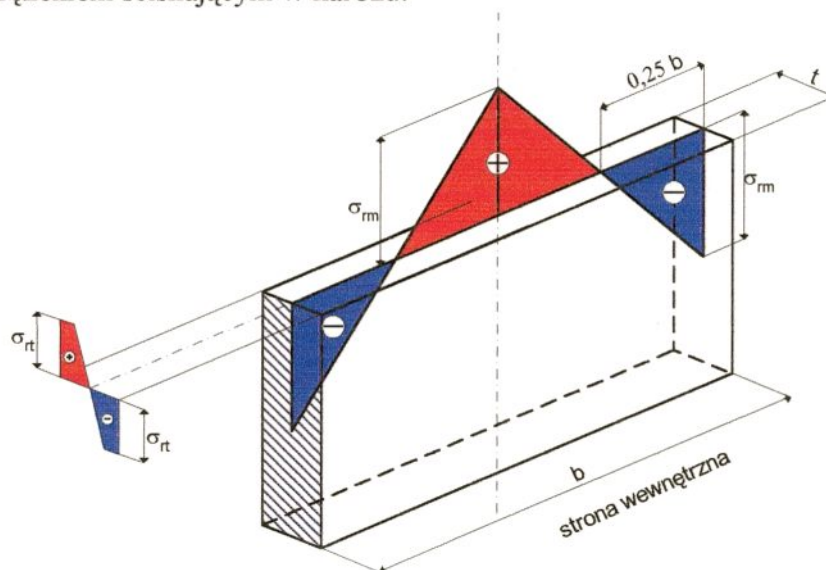
Stwierdzają, że proces formowania na zimno ma ogromny wpływ na wielkość i rodzaj naprężeń własnych. Rozróżniają dwa rodzaje naprężeń własnych w kierunku podłużnym: zgięciowe i membranowe.

Tabela 2.2

Wartości naprężeń własnych (por. rys.2.19) wg [19]

Typ przekroju	Naprężenia membranowe σ_{rm}/R_e		Naprężenia zginające wzdłuż grubości σ_{rt}/R_e	
	Naroże	Ścianki	Włókno wewnętrzne	Włókno zewnętrzne
CF	-0,17	0,17	-0,60	0,60
CFS	-0,17	0,17	-0,24	0,24
CFHT	-0,10	0,10	-0,36	0,36
HT	0,00	0,00	0,00	0,00

Podali oni modele parametryczne rozkładu naprężeń własnych, obliczając średnie wartości z badań dla wszystkich odpowiednich z danej grupy kształtowników. Wyniki obliczeń przedstawia tabela 2.2. Ostatecznie przyjęli zmieniający się liniowo rozkład naprężeń membranowych po długości czoła ściany przekroju, z maksymalnym naprężeniem rozciągającym w środku ściany i maksymalnym naprężeniem ściskającym w narożu.



Rys. 2.19. Rozkład naprężeń własnych wg [19]

Maksymalne naprężenia, zarówno ściskające jak rozciągające, wyznaczono poprzez regresję liniową zakładając punkt zerowy w $1/4$ szerokości ściany, dla przekrojów typu CFS, CF.

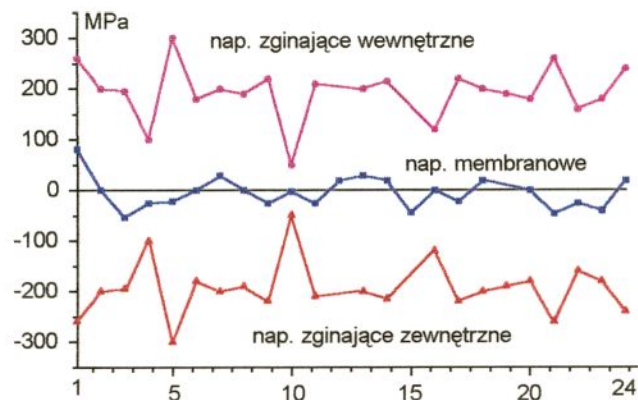
Nie ma odpowiednich danych eksperymentalnych dla CFHT, dlatego przyjęto model poprzez zmniejszenie parametrów modeli CF, przy założeniu, że częściowe wyżarzanie zmniejsza zarówno naprężenia membranowe i zgięciowe.

Do zamodelowania rozkładu naprężeń własnych w przekroju, można stworzyć model jako sumę stanu membranowego i zgięciowego po obwodzie przekroju (rys.2.19).

Key, Hasan i Hancock [59] stwierdzili obecność naprężeń własnych zarówno typu membranowego i zgięciowego w słupach skrzynkowych formowanych na zimno (w giętarcie rolkowej) ze szwem spawanym. Słup skrzynkowy o wymiarach przekroju 152 mm × 152 mm ×

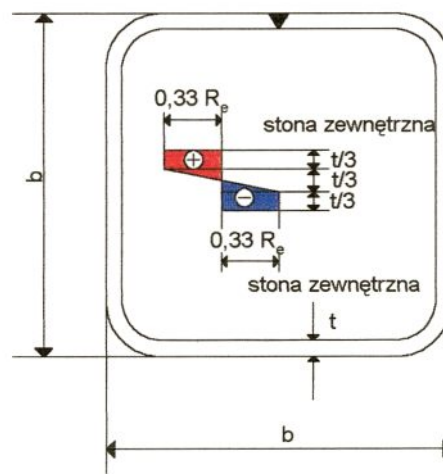
4,9 mm został pocięty na paski w kierunku podłużnym. Odkształcenia zostały określone za pomocą tensometrów naklejonych na wewnętrznej i zewnętrznej stronie słupa. Zarejestrowano stan przed i po uwolnieniu naprężeń.

Naprężenia membranowe nie przekraczały 15% granicy plastyczności, naprężenia zgięciowe były nie większe niż 70 % granicy plastyczności. Rozkład naprężeń membranowych i zgięciowych wzdłuż obwodu pokazano na rysunku 2.20.



Rys. 2.20. Naprężenia własne wg [59]

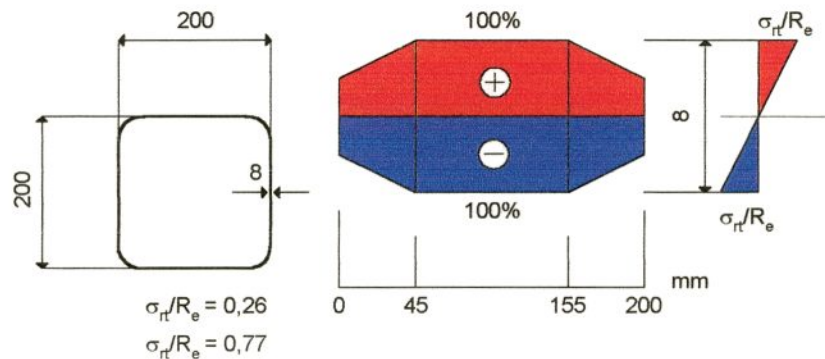
Chan, Kitipornchai, Al.-Bermami [15] w pracy dotyczącej analizy dźwigarów skrzynkowych proponują przyjmować, dla słupa skrzynkowego formowanego na zimno rozkład naprężeń własnych jak na rysunku 2.21.



Rys. 2.21. Rozkład naprężeń własnych w kierunku podłużnym wg [15]

Migita, Aoki, Fukumoto [100], badali słupy o przekrojach wielokątnych zamkniętych z dwiema spoinami. Zauważyli, że naprężenia własne w kierunku podłużnym na zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni były podobne, co po uśrednieniu dało tylko naprężenia typu membranowego. Największe różnice dotyczyły naroży, które uformowano na prasie krawędziowej. Wartości naprężeń dla przekroju prostokątnego mieściły się w granicach

$0,22 R_e \div 0,30 R_e$ (naprężenia ściskające); naprężenia rozciągające w miejscu spoiny miały wartość równą granicy plastyczności R_e .



Rys. 2.22. Rozkład naprężeń własnych wg [84]

Landolfo i Mazzolani [84] badali słupy skrzynkowe o wymiarach 200mm×200mm×8mm z jedną spoiną. Elementy były wykonane ze stali o $R_e = 420$ MPa. Przebadano 8 słupów nie wyżarzanych i częściowo wyżarzanych. Rozkład naprężeń własnych określono metodą cięcia na paski. Wynikiem tych badań jest propozycja rozkładu naprężeń własnych zginających w kierunku podłużnym jak na rysunku 2.22.

Na podstawie swoich badań i analiz, Key i Hancock [58], zauważają, że naprężenia własne powstałe w procesie formowania na zimno są unikalnymi cechami tych kształtowników.

Autorzy określili stan naprężeń własnych dwiema metodami:

- metodą wycinania próbek a następnie odczytanie odkształceń przy użyciu tensometrów w kierunku podłużnym i poprzecznym,
- metodą warstwowego iskrowego zeszlifowywania w celu określenia rozkładu naprężeń własnych po grubości w kierunku poprzecznym i podłużnym.

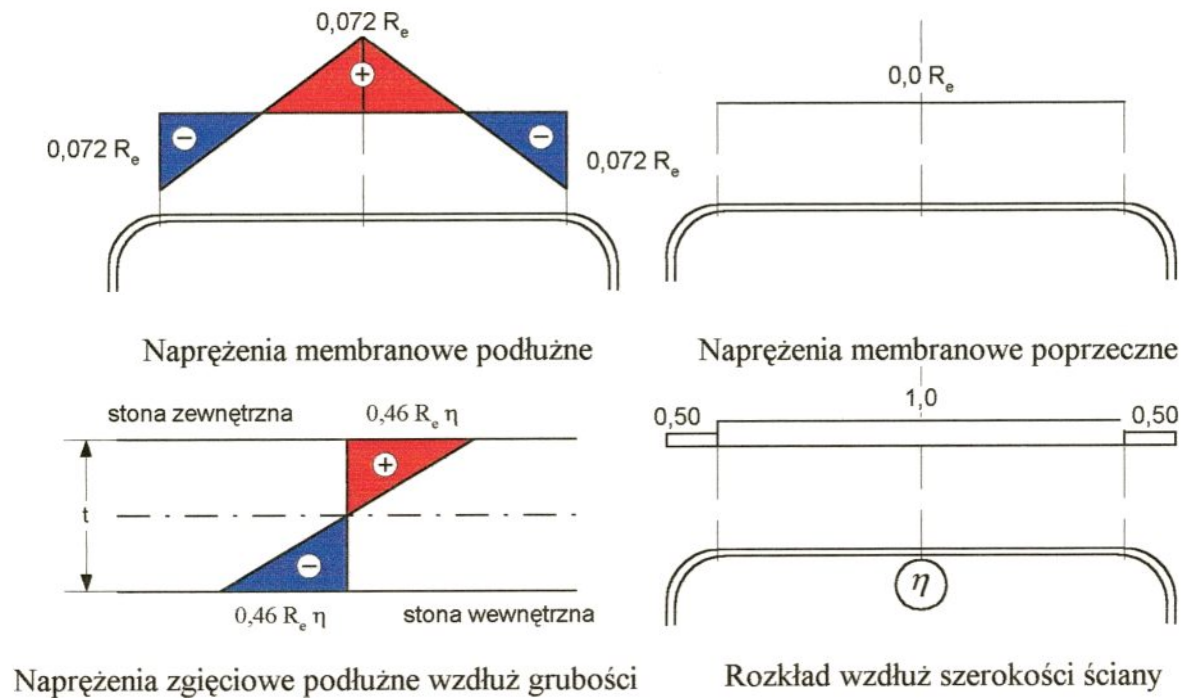
Badania przeprowadzono dla słupa o przekroju skrzynkowym o wymiarach 254mm × 254mm × 6,3mm, wykonanego ze stali o granicy plastyczności $R_e = 350$ MPa, oraz słupa o wymiarach 152mm×152mm×4,9mm i granicy plastyczności $R_e = 350$ MPa. Metoda iskrowego warstwowego zeszlifowywania dzieli się na trzy etapy:

- a) usunięcie kawałka ściany i pomiar wygięć powstałych po usunięciu ścianki,
- b) wycięcie małych kawałków w kierunku poprzecznym i podłużnym z wcześniej wyciętego kawałka i rejestracja odkształceń na zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni przy użyciu tensometru,
- c) każdy z wyciętych kawałków był zeszlifowywany z jednej strony a na stronie przeciwnej mierzono odkształcenia powstające przy zeszlifowywaniu kolejnych warstw.

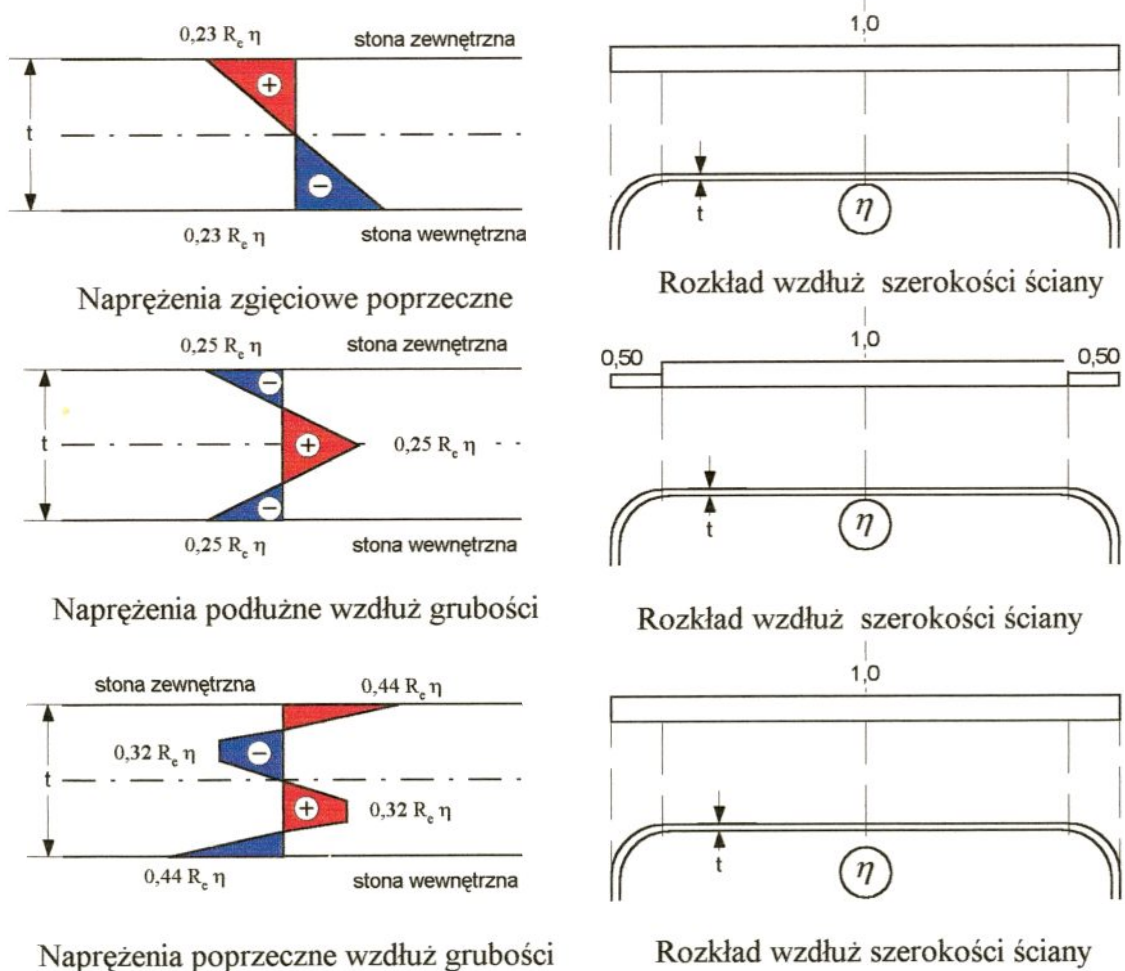
W rezultacie autorzy zaproponowali przyjęcie rozkładów własnych pokazanych na rysunkach 2.23 i 2.24.

Yong Lin i Trahair [150] przyjmują rozkłady naprężeń własnych jak w pracy [58] z tą jednak różnicą, że nie uwzględniają w analizie naprężeń zgięciowych wzdłuż grubości w kierunku poprzecznym. Powiększają naprężenia zgięciowe wzdłuż grubości w kierunku podłużnym o 25%.

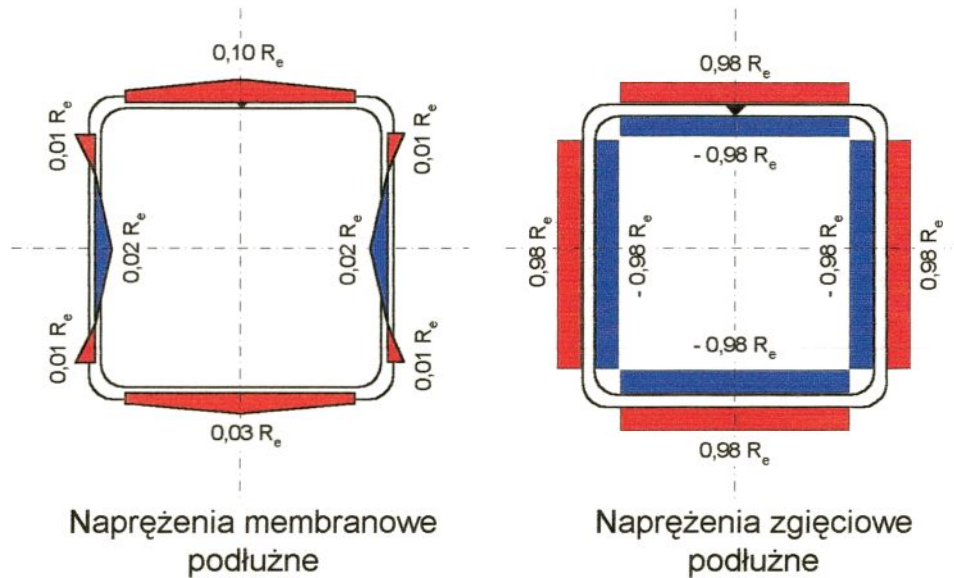
Sully i Hancock [122], badali słup o przekroju 125mm × 125mm × 6mm ze stali o granicy plastyczności $R_e = 383$ MPa, i promieniu zagięcia $r = 5$ t. Otrzymane przez nich rozkłady naprężeń własnych przedstawia rysunek 2.25.



Rys. 2.23. Rozkłady naprężeń własnych wg [58]



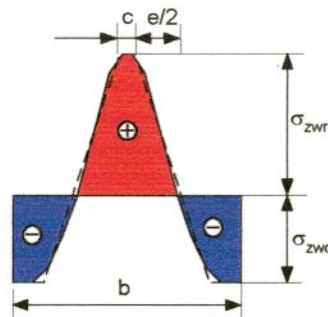
Rys. 2.24. Rozkłady naprężeń własnych wg [58]



Rys. 2.25. Rozkłady naprężeń własnych wg[122]

Słupy prostokątne z profili giętych mogą być wykonane z dwóch ceowników formowanych na zimno. W tak wykonanym słupie dwa pasma płytowe (dwie ścianki) są połączone spoiną czołową. Po procesie spawania zostaną wprowadzone naprężenia własne od spawania.

Rykaluk [117] podał algorytm do wyznaczania pozostających naprężeń spawalniczych w elementach prętowych traktowanych jako układ połączonych ze sobą tarcz. Z powodu trudności spełnienia warunków termomechanicznej zgodności w liniach styku poleca jako bardziej praktyczny sposób inżynierski Okerbloma. Rykaluk przytacza propozycję Augustyna, który doszedł do wniosku, że dobrą aproksymację rozkładów naprężeń własnych można uzyskać za pomocą trapezów. Przedstawia tę propozycję rysunek 2.26.

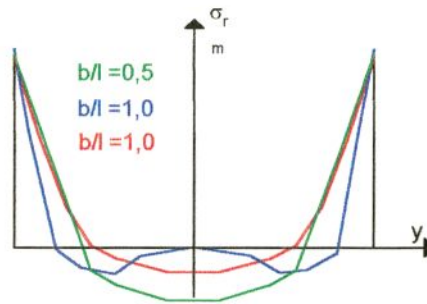


Rys. 2.26. Rozkład naprężeń własnych od spawania wg [117]

Rozkład naprężeń w elemencie skrzynkowym uzyskany przez zespół pod kierunkiem Klöppel'a [60, 61, 62] pokazano na rysunku 2.27. Klöppel podał również funkcję naprężeń własnych dla słupa skrzynkowego:

$$F_o = \sigma_{wr} \cdot l^2 \cdot \left[\frac{2\pi \cdot y}{1} \operatorname{sh} \frac{2\pi \cdot y}{1} \cdot \frac{\pi \cdot b}{1} - \left(\operatorname{sh} \frac{2\pi \cdot y}{1} + \frac{\pi b}{1} \operatorname{ch} \frac{\pi \cdot b}{1} \right) \right] / 2\pi^2 \cdot \left(\operatorname{sh} \frac{2\pi \cdot b}{1} - \frac{2\pi \cdot b}{1} \right), (2.16)$$

gdzie: b, l – odpowiednio długość i szerokość płyty.



Rys. 2.27. Rozkład naprężeń własnych (w przekroju skrzynkowym) wg Klöppel'a [60, 61, 62]

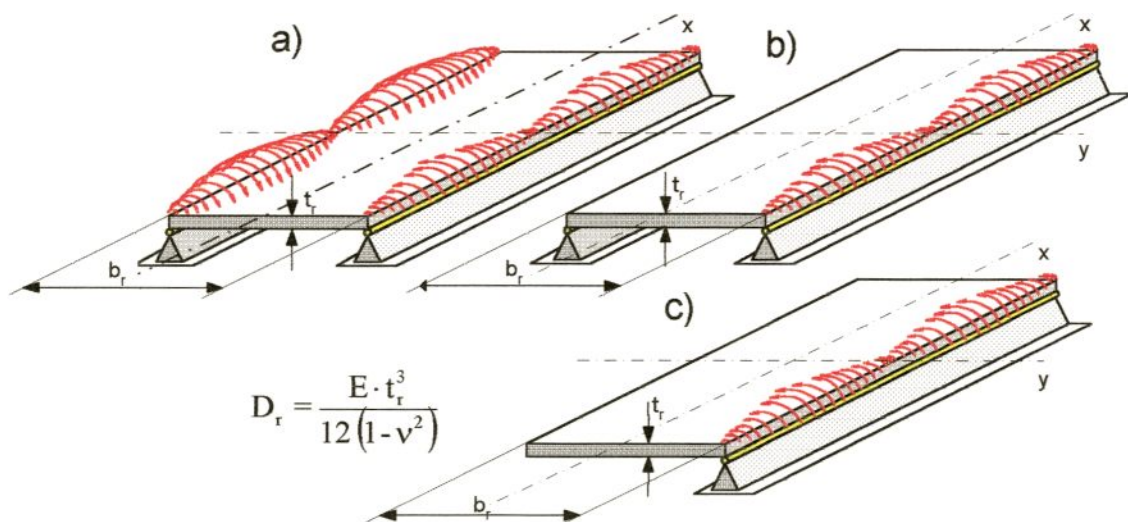
2.3. Naprężenia krytyczne ścian kształtowników giętych na zimno

Wielu autorów proponowało teoretyczne i analityczne procedury do wyznaczania współczynników wyboczeniowych dla ścian przekrojów giętych na zimno (m.in. Bleich [7], Kaylanaraman [15]).

Kaylanaraman [51] podzielił elementy podpierające rozpatrywaną ścianę na trzy typy (rys.2.28). Współczynnik częściowego utwierdzenia κ_1 uzależnia od naprężeń ściskających w kierunku podłużnym. Wykorzystując równanie równowagi zginanej płyty i uwzględniając wyniki badań Bleich'a [7] podał wyrażenie na współczynnik κ_1 :

$$\kappa_1 = \frac{b_b}{b_r} \cdot \frac{D_b}{D_r} \cdot \frac{C_b}{N_b} \cdot S'_{ni}, \quad i = a, b, c, \quad (2.17)$$

gdzie: N_b – liczba wyboczających się elementów, D_r, D_b – sztywność giętą elementu odpowiednio usztywniającego i rozpatrywanego, b_r, b_b – szerokość elementu odpowiednio usztywniającego i rozpatrywanego.



Rys. 2.28. Różne typy elementów podpierających wg [51]

Wartości współczynników S_r i C_f wyznaczyć ze wzorów:

- dla przypadku a:

$$S'_{ra} \cong \sqrt{118,8 + 84,6 \cdot \left(\frac{b_r}{\lambda}\right)^2} - 8,9, \quad (2.18)$$

- dla przypadku b:

$$S'_{rb} \cong \sqrt{33,4 + 50,7 \cdot \left(\frac{b_r}{\lambda}\right)^2} - 2,78, \quad (2.19)$$

- dla przypadku c:

$$S'_{rc} \cong \sqrt{0,533 + 44,9 \cdot \left(\frac{b_r}{\lambda}\right)^2} - 0,73, \quad (2.20)$$

oraz dla wszystkich przypadków:

$$C_f = 1 - \frac{(\sigma_{kr})_b}{(\sigma_{kr})_r} = 1 - \frac{K_b}{K_r} \cdot \left(\frac{b_r}{b_b}\right)^2 \cdot \left(\frac{t_b}{t_r}\right)^2. \quad (2.21)$$

gdzie: K_b – współczynnik wyboczeniowy elementu obliczanego, K_r – współczynnik obliczeniowy elementu utwierdzającego.

Kalyanaraman [51] poszerza rozwiązanie na obszar plastyczny zakładając, że $D_{rpl} = E_s t_r^3/9$ i $D_{bpl} = E_s t_b^3/9$, równocześnie nie zmieniając długości półfali wyboczeniowej. Rzeczywisty współczynnik wyboczeniowy K może się zmieniać w zależności od R_e i wymiarów elementu, dlatego autor wprowadza K_y – hipotetyczny współczynnik wyboczeniowy dla przypadku $\sigma_{kr} = R_e$:

$$K_y = \frac{R_e \cdot 12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \left(\frac{b_b}{t_b}\right)^2}{\pi^2 \cdot E}, \quad (2.22)$$

Współczynniki wyboczeniowe odpowiednio dla obszaru sprężystego i plastycznego $K_{spr.}$ i $K_{pl.}$ wyznaczyć z równań:

- dla elementów usztywnionych,

$$K_{spr.} = 5,485 + 1,485 \cdot \frac{\varepsilon^{0,94} - 7,47}{\varepsilon^{0,94} + 7,47}, \quad K_{pl.} = 3,858 + 0,858 \cdot \frac{\varepsilon^{1,03} - 10,5}{\varepsilon^{1,03} + 10,5}, \quad (2.23)$$

- dla elementów nieusztywnionych,

$$K_{spr.} = 0,851 + 0,426 \cdot \frac{\varepsilon^{0,7} - 1,5}{\varepsilon^{0,7} + 1,5}, \quad K_{pl.} = 0,637 + 0,212 \cdot \frac{\varepsilon^{0,74} - 0,04}{\varepsilon^{0,74} + 2,04}. \quad (2.24)$$

Ostatecznie ogólną formułę do wyznaczenia K można przedstawić następująco:

$$K = \begin{cases} K_{\text{spr.}} & \text{gdy } K_y \geq 1,25 \cdot K_{\text{spr.}}, \\ K_{\text{spr.}} - (K_{\text{spr.}} - K_{\text{pl.}}) \cdot \frac{1,25 \cdot K_{\text{spr.}} - K_y}{1,25 \cdot K_{\text{spr.}} - K_{\text{pl.}}} & \text{gdy } 1,25 \cdot K_{\text{spr.}} \geq K_y \geq K_{\text{pl.}}, \\ K_{\text{pl.}} & \text{gdy } K_y \leq K_{\text{pl.}}. \end{cases} \quad (2.25)$$

Rykaluk [117] podaje, że pręt cienkościenny można uważać za element złożony ze ścian (myślowo wyciętych płyt), zamocowanych sprężysto. Granicę takiej płyty stanowią krawędzie ściany oraz linie węzłowe półfal wyboczeniowych. Płyta powinna być sprężysto zamocowana, zaś współczynniki sprężystego zamocowania są liczbowo równe momentom zginającym podczas obrotów krawędzi podporowych o kąty jednostkowe. Mogą one przyjmować wartości od zera, dla zamocowania przegubowego, do nieskończoności, dla zamocowania sztywnego. W chwili utraty stateczności płyta może pracować w stanie sprężystym lub sprężysto-plastycznym jeżeli intensywność naprężeń roboczych i własnych przekroczy granicę plastyczności.

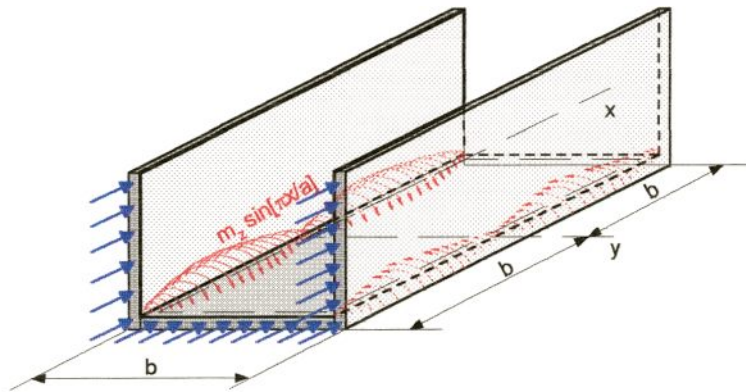
Aby wyznaczyć współczynniki utwierdzenia płyty, należy przyjąć schemat zastępczy, który otrzymuje się ze schematu podstawowego, przez zamianę warunków brzegowych rozpatrywanej płyty w ten sposób, aby mogła ona tylko przenieść siły tarczowe.

Płyta jest zamocowana sprężysto na całym obwodzie, zaś współczynnik utwierdzenia danej krawędzi można otrzymać z rozwiązania schematu zastępczego, obciążonego momentem skręcającym krawędziowym rozłożonym po sinusoidzie (rysunek 2.29).

Według propozycji Bleicha [5], współczynnik utwierdzenia otrzymany z rozwiązania schematu zastępczego należy przemnożyć przez następujący współczynnik:

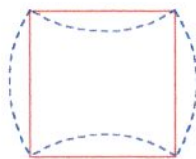
$$\nu = 1 - \frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{\text{kr}}}, \quad (2.26)$$

w którym: σ_{max} - maksymalne naprężenia ściskające w elemencie utwierdzającym, σ_{kr} - naprężenie krytyczne w elemencie utwierdzającym. Zadanie jest nieliniowe, ponieważ σ_{kr} jest zależne od współczynnika utwierdzenia aktualnie rozpatrywanej płyty, o nieznanach naprężeniach krytycznych.



Rys. 2.29. Schemat podstawowy wg Rykaluka [117]

Według Timoszenki i Gere [126], wybaczający się lokalnie przekrój skrzynkowy przyjmuje postać przekroju poprzecznego po wyboczeniu jak na rysunku 2.30.



Rys. 2.30. Postać wyboczenia ścian słupa skrzynkowego wg Timoszenki i Gere [126]

Dla słupa skrzynkowego o przekroju kwadratowym ściskanego osiowo, „myślowo wycięta” ścianka słupa jest usztywniona samym narożem, ponieważ ściany wyboczą się równocześnie. Można określić moment nieswobodnego skręcania takiego naroża zgodnie z propozycją Rykaluka [117]:

$$m_z = (G \cdot J_d - P \cdot i_o^2 + R_w) \cdot \frac{d\theta}{dz} - E \cdot J_\omega \cdot \frac{d^3\theta}{dz^3} - K_\theta \cdot \int_0^z \theta \cdot dz, \text{ gdy } \sigma + \sigma_{zwc} < R_e, \quad (2.27)$$

$$m_z = (G \cdot J_d'' - P \cdot (i_s')^2) \cdot \frac{d\theta''}{dz} - E \cdot J_\omega'' \cdot \frac{d^3\theta''}{dz^3} - K_\theta \cdot \int_0^z \theta'' \cdot dz, \text{ gdy } \sigma + \sigma_{zwc} \geq R_e. \quad (2.28)$$

Moment utwierdzenia płyty m_y jest proporcjonalny do kąta obrotu krawędzi, oczywiście jako gradientu funkcji ugięcia $w(x,y)$, np. dla krawędzi $y = 0$:

$$\theta|_{y=0} = \frac{\partial w(0,y)}{\partial y}, \quad (2.29)$$

Moment w płycie można wyrazić następująco:

$$m_y = -D \cdot \left[\frac{\partial^2 w(0,x)}{\partial y^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w(0,x)}{\partial x^2} \right]. \quad (2.30)$$

Pochodna momentu skręcającego po kierunku x jest równa momentowi zginającemu m_y ze znakiem przeciwnym:

$$m_y = -\frac{dm_z}{dx}. \quad (2.31)$$

Zakładając, że w chwili wyboczenia ścianki nie stawiają żadnego oporu skręcanemu nie swobodnie narożu, czyli $K_\theta = 0$, z równania (2.31) można otrzymać współczynnik utwierdzenia sprężystego, dla właściwie przyjętej funkcji ugięcia.

Wg Rykaluka [117], powierzchnię odkształconą „myślowo wyciętej” płyty ze słupa cienkościennego, można opisać równaniem:

$$\begin{aligned} & D_1 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - D_2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + D_3 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} - D_4 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial y^3 \partial x} + D_5 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \\ & - t \cdot \left[(\sigma_y + \sigma_{yw}) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + (\sigma_x + \sigma_{xw}) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (\tau_{xy} + \tau_{xyw}) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] - \\ & - t \cdot \left[-(\bar{Y} + \bar{Y}_w) \cdot \frac{\partial w}{\partial y} - (\bar{Z} + \bar{Z}_w) \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Siły masowe można wyznaczyć z różniczkowych równań równowagi :

$$-\bar{Y} = \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} ; \quad -\bar{Z} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} ; \quad -\bar{Y}_w = \frac{\partial \sigma_{yw}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xyw}}{\partial x} ; \quad -\bar{Z}_w = \frac{\partial \sigma_{xw}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yxw}}{\partial y}. \quad (2.33).$$

Rykaluk [117] podaje że siły masowe od naprężeń spawalniczych istnieją w konstrukcji tam, gdzie podczas spawania istniały duże gradienty temperatur. Współczynniki D_i , gdzie $i = 1, \dots, 5$, wyznaczamy z wzorów:

$$D_1 = D_e \cdot \left[1 - 0,75 \cdot s \cdot (\sigma_x + \sigma_{xw})^2 / \sigma_i^2 \right], \quad (2.34)$$

$$D_2 = D_e \cdot \left[3 \cdot s \cdot (\sigma_x + \sigma_{xw}) \cdot (\tau_{yx} + \tau_{yxw}) / \sigma_i^2 \right], \quad (2.35)$$

$$D_3 = D_e \cdot \left[2 - 1,55 \cdot s \cdot (\sigma_x + \sigma_{xw}) \cdot (\sigma_y + \sigma_{yw}) / \sigma_i^2 - 3 \cdot s \cdot (\tau_{yx} + \tau_{yxw})^2 / \sigma_i^2 \right], \quad (2.36)$$

$$D_4 = D_e \cdot \left[3 \cdot s \cdot (\sigma_y + \sigma_{yw}) \cdot (\tau_{yx} + \tau_{yxw})^2 / \sigma_i^2 \right], \quad (2.37)$$

$$D_5 = D_e \cdot \left[1 - 0,75 \cdot s \cdot (\sigma_y - \sigma_{yw})^2 / \sigma_i^2 \right], \quad (2.38)$$

gdzie: $D_e = E_s t^3 / 9$, $s = 1 - E_t / E_s$, $\sigma_{int}^2 = ((\sigma_y + \sigma_{yw})^2 + (\sigma_x + \sigma_{xw})^2 + 3 (\tau_{yx} + \tau_{yxw})^2)^{0,5}$. Dla odkształceń sprężystych należy podstawić $D_1 = D_3 = D_5 = D$, $D_2 = D_4 = 0$.

Rykaluk [117] poszukuje funkcji ugięcia $w(x,y)$, spełniającej odpowiednie warunki brzegowe (sprężyste zamocowanie) w sposób ścisły, ale na ogół nie spełniającej równania równowagi (52).

Z powodu możliwości pojawienia się stref sprężysto-plastycznych całkowanie rozбивa na dwa obszary : obszar sprężysty i plastyczny. Zauważa, że ze względu na dodatkowe warunki ciągłości na granicy strefy sprężystej i plastycznej wygodniejsza do analizy wydaje się być metoda Rayleigha-Ritza-Timoszenki, w której to z góry muszą być spełnione warunki geometryczne.

Energia potencjalna stref sprężystych może być wyrażona następująco:

$$U_s = \frac{D}{2} \iint_{A_s} \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + (2 - \nu) \cdot \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \right\} dx dy. \quad (2.39)$$

Do obliczenia energii potencjalnej stref plastycznych o łącznej powierzchni A_e , autor wybrał propozycję Stowell'a :

$$\begin{aligned} U_e = \frac{D_e}{2} \cdot \iint_{A_e} & \left\{ \left[1 - 0,75 \cdot s \cdot (\sigma_y + \sigma_{yw})^2 / \sigma_i^2 \right] \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + \left[1 - \frac{3}{4} \cdot s \cdot (\sigma_x + \sigma_{xw})^2 / \sigma_i^2 \right] \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \right. \\ & + \left[1 - 3 \cdot s \cdot (\tau_{yx} + \tau_{yxw})^2 / \sigma_i^2 \right] \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left[1 - \frac{3}{2} \cdot s \cdot (\sigma_x + \sigma_{xw}) \cdot (\sigma_y + \sigma_{yw}) / \sigma_i^2 \right] \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \\ & - \left[3 \cdot s \cdot (\tau_{yx} + \tau_{yxw}) \cdot (\sigma_y + \sigma_{yw}) / \sigma_i^2 \right] \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \\ & \left. - \left[3 \cdot s \cdot (\tau_{yx} + \tau_{yxw}) \cdot (\sigma_y + \sigma_{yw}) / \sigma_i^2 \right] \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} dx dy. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Energia utwierdzeń krawędziowych płyty U_u oraz praca sił zewnętrznych i naprężeń spawalniczych wyraża się wzorem:

$$U_u = -\frac{D}{2} \cdot \left(\int_0^a \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=0;b} dx + \int_0^b \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0;a} dy \right), \quad (2.41)$$

$$U = \frac{t}{2} \cdot \iint_A \left\{ \left[\sigma_y + \sigma_{yw} + \int_0^y (\bar{Y} + \bar{Y}_w) \cdot dy \right] \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left[\sigma_x + \sigma_{xw} + \int_0^x (\bar{Z} + \bar{Z}_w) \cdot dy \right] \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left[\tau_{yx} + \tau_{yxw} \right] \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} dx dy. \quad (2.42)$$

Jeżeli przez W oznaczymy całkowitą energię układu, czyli :

$$W = U_s + U_e + U_u + U, \quad (2.43)$$

to warunkiem znikania pierwszej pochodnej wariacji jest znikanie pochodnych cząstkowych względem wszystkich kolejnych parametrów złożonej funkcji ugięcia:

$$\frac{\partial W}{\partial f_i} = 0. \quad (2.44)$$

gdzie: f_i – parametry funkcji ugięcia.

Po zróżniczkowaniu otrzymujemy układ równań liniowych względem parametrów f_i . Warunkiem rozwiązalności tego układu jest znikanie wyznacznika głównego, zaś wartość najmniejsza i dodatnia tego wyznacznika opisuje stan krytyczny obciążenia.

Obszernego przeglądu prac związanych ze statecznością płyt ściskanych równomiernie i mimośrodowo dokonano w pracy pod redakcją Królaka [67], i pracach samego Królaka [68,69].

Jako pierwszy metodę energetyczną zastosował Bryan przyjmując powierzchnię odkształconą w postaci podwójnego szeregu sinusowego. Stanami dokrytycznymi płyt zajmowali się także, tacy autorzy jak: Karman [53], Marguerre [95], Yamaki [148], Timoszenko i Gere [126], Volmir [130, 131]. Można tu wymienić prace polskich uczonych, jak: Gałkiewicza i Żeligowskiego [33].

W rozwiązywaniu zagadnień liniowych często korzystano z równania :

$$D \cdot \nabla^4 w - \sigma_x \cdot t \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \quad (2.45)$$

Następnie zagadnienie rozwiązywano metodą Bubnowa-Galerkina, która to w rozważanym przypadku prowadzi do równania:

$$\int_A \left(D \cdot \nabla^4 w - \sigma_x \cdot t \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \cdot \frac{\partial w}{\partial f_i} \cdot dx dy = 0. \quad (2.46)$$

Kowal-Michalska [64] wyznaczyła obciążenia krytyczne płyt prostokątnych w obszarze niesprężystym. Rozpatrywała płyty z różnymi warunkami podparcia brzegów, a do rozwiązania zagadnienia stateczności wykorzystała metodę energetyczną w oparciu o dwie teorie : teorię

odkształceniową i teoria przyrostową. Obliczenia numeryczne przeprowadziła dla stali St3 i duraluminium, wykorzystując związki σ - ϵ z próby doświadczalnej.

Autorka stwierdziła, że teoria odkształceniowa daje wyniki bardziej zgodne z badaniami doświadczalnymi, ale wzbudza wiele zastrzeżeń od strony fizycznej z powodu przeniesienia równań z zakresu sprężystego do obszaru plastycznego. Założyła, że odkształcenia są małe i materiał przy odkształceniu jest izotropowy i nieściśliwy oraz podlega kryterium plastyczności Hubera-Mises'a-Hencky'ego.

Zachowując ważność hipotezy Shanley'a, że w trakcie wyboczenia nie zachodzi odciążenie (zapewnia to najniższe obciążenie krytyczne), można przedstawić zależności pomiędzy naprężeniami a odkształceniami w postaci następujących wyrażeń:

$$\sigma_x = E \cdot (A_{11} \cdot \epsilon_{xx} + A_{12} \cdot \epsilon_{yy}), \quad (2.47)$$

$$\sigma_y = E \cdot (A_{12} \cdot \epsilon_{xx} + A_{22} \cdot \epsilon_{yy}), \quad (2.48)$$

$$\sigma_x = 2 \cdot E \cdot (A_{33} \cdot \epsilon_{xy}), \quad (2.49)$$

gdzie:

$$A_{11} = (3 \cdot E / E_s + E / E_t) / A, \quad A_{12} = (2 \cdot E / E_t - 2 \cdot (1 - 2 \cdot \nu)) / A, \quad A_{22} = (4 \cdot E / E_t) / A, \\ A_{33} = 1 / (3 \cdot E / E_s - (1 - 2 \cdot \nu)), \quad A = 3 \cdot E / E_s \cdot E / E_t + 2 \cdot (1 - 2 \cdot \nu) \cdot E / E_t - (1 - 2 \cdot \nu)^2.$$

Kowal-Michalska [64] przyjęła ugięcia płyt w postaci następujących szeregów:

- płyty przegubowo podparte na brzegach obciążonych

$$w(x, y) = F(y) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m \cdot x}{b}\right), \quad (2.50)$$

- płyty utwierdzone na brzegach obciążonych

$$w(x, y) = F(y) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m \cdot x}{b}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{b}\right), \quad (2.51)$$

- brzegi obciążone płyty : jeden utwierdzony, drugi przegubowo podparty

$$w(x, y) = F(y) \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot m \cdot x}{b}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{b}\right). \quad (2.52)$$

Funkcja $F(y)$ jest wielomianem dowolnego stopnia np. wielomiany typu Hermita lub wielomiany opisujące ugięcia belek o jednostkowej długości i obciążone jednostkowymi siłami.

Warto zauważyć, że dla płyt kwadratowych dobre wyniki można otrzymać już dla funkcji ugięcia zależnej od jednego właściwie dobranego wielomianu. Zagadnienie rozwiązano metodą Timoszenki – Ritza.

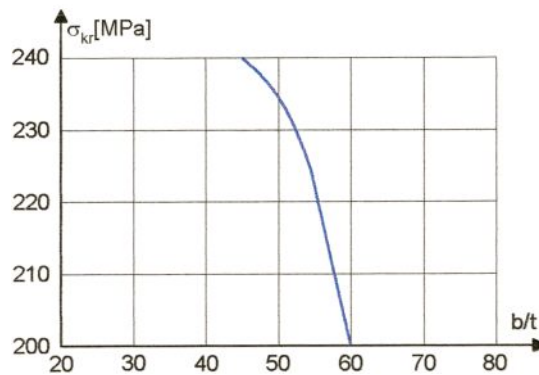
Do zamodelowania właściwości materiałowych stosowała dwie zależności: liniowo-hiperboliczną:

$$E_t = E \cdot \left[1 - \left(\frac{\sigma - \sigma_p}{R_e - \sigma_p} \right)^2 \right], \quad (2.53)$$

lub zależność Ramberga – Osgood'a:

$$\sigma = \frac{(E - E_y) \cdot \varepsilon}{\left[1 + \left(\frac{E - E_y}{R_e} \cdot \varepsilon \right)^N \right]^{\frac{1}{N}}} + E_y \cdot \varepsilon, \quad (2.54).$$

Wprowadzenie do obliczeń zależności teoretycznych, opisujących zachowanie się materiału powyżej granicy plastyczności powoduje na ogół podwyższenie wartości naprężeń krytycznych dla danego b/t , w porównaniu z wartościami uzyskanymi dla doświadczalnych danych materiałowych (rys.2.31).



Rys. 2.31. Naprężenia krytyczne dla płyt kwadratowych przegubowo podpartych na obwodzie w obszarze niesprężystym wg [64].

W pracach [67, 68], w oparciu o badania Walker'a i Williams'a, przytoczono wzory opisujące w prosty sposób zachowanie płyt kwadratowych o dowolnych smukłościach płytowych.

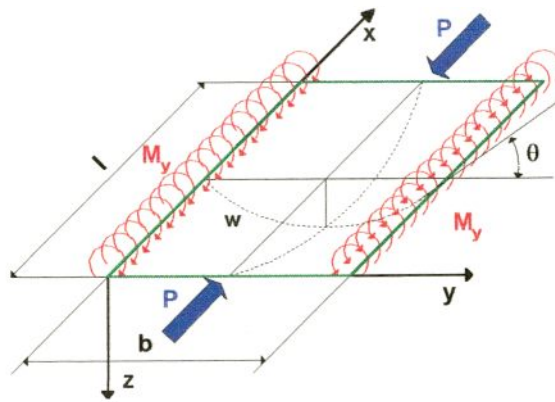
Dla współczynników wyboczeniowych płyt swobodnie podpartych, w zależności od utwierdzenia brzegów podłużnych, podano wyrażenia:

$$\text{podparcie przegubowe: } K_p = 2 + \lambda_1^2 + \frac{1}{\lambda_1^2}, \quad (2.55)$$

$$\text{utwierdzone brzegi: } K_u = 2,490 + 5,139 \cdot \lambda_1^2 + \frac{0,975}{\lambda_1^2}, \quad (2.56)$$

$$\text{utwierdzenie sprężyste } K_1 = \frac{K_p - Q \cdot K_u \cdot R}{1 - Q \cdot R}; \quad Q = 0,1 \cdot \lambda_1 / (0,152 + \lambda_1), \quad (2.57)$$

gdzie: $R = -\frac{M_y b}{D \cdot \theta}$, $\lambda_1 = b/l$ (por. rys. 2.32).



Rys. 2.32. Schemat statyczny płyty wg [67, 68]

Według Rondal'a [112,113] i EC3 [28, 29] dla przekrojów rurowych prostokątnych współczynniki wyboczeniowe dla ścian, wynoszą:

$$K = 4,0 - \text{dla przypadku równomiernego ściskania}, \quad (2.58)$$

$$K = \frac{3 \cdot 2}{1,05 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}} - \text{dla przypadku nierównomiernego ściskania}. \quad (2.60)$$

gdzie: σ_1 i σ_2 – naprężenia na krawędziach ściany.

Kubica [74], analizując współczynniki wyboczeniowe ścian słupów skrzynkowych spawanych z blach, przytacza wyniki badań Nasara. Współczynniki te są uzależnione od grubości ścian i proporcji boków, co w przypadku słupa kwadratowego o równych grubościach ścian, daje współczynnik wyboczeniowy $K = 4.0$ (czyli, tak jak dla płyty swobodnie podpartej).

Kubica [74] zwraca uwagę na wyznaczenie współczynników sprężystego utwierdzenia krawędzi wzdłuż płyt, lub jak czasem się przyjmuje wskaźników utwierdzenia ($\chi = 0,0$ dla oparcia przegubowego i $\chi = 1.0$ dla sztywnego zamocowania). Przyjmuje za Rykalukiem [117]:

$$\chi = \left(1 + 2 \cdot \frac{D}{b} \cdot k_y^0 \right)^{-1}, \quad (2.61)$$

gdzie: k_y^0 - współczynnik sprężystego zamocowania krawędzi równy momentowi zginającemu podczas obrotu przekroju podporowego o kąt jednostkowy. Jak podaje Kubica [64], k_y^0 można określić ze znanych wzorów Bleich'a [7]:

$$k_y^0 = \frac{2D}{b} \cdot \left(\frac{t_1}{t_2} \right)^3 \left[1 - \left(\frac{t_2 \cdot b_1}{t_1 \cdot b_2} \right)^2 \right]. \quad (2.62)$$

Autor zauważa, że zgodność tych wyników z badaniami Nasara zachodzi tylko dla przedziału $b_1/b_2 = 0,3 \div 1,0$. W zależności (2.62) współczynnik utwierdzenia jest zmniejszany ze względu na występowanie naprężeń ściskających w elemencie utwierdzającym.

Kubica [74] podaje zgodnie z Rykalukiem [117], że sztywność elementu przytrzymującego należy zmniejszyć dodatkowo o wpływ pozostających naprężeń spawalniczych i można go uzależnić proporcjonalnie do przyłożonego obciążenia p:

$$\sigma'_{\max} = p \cdot \frac{U(p, \sigma_{wc})}{U(p)}, \quad (2.63)$$

gdzie: $U(p, \sigma_{wc})$ – praca obciążeń łącznie z naprężeniami spawalniczymi, $U(p)$ – praca obciążeń idealnej płyty. W rezultacie otrzymujemy wyrażenie na współczynnik uwzględniający ścisnienie elementów podpierających z uwzględnieniem naprężeń własnych:

$$\nu' = 1 - \frac{\sigma'_{\max}}{\sigma_{kr}}, \quad (2.64)$$

gdzie: σ_{kr} – naprężenia krytyczne płyty z uwzględnieniem naprężeń własnych.

Uwzględnieniem wpływu promienia zagięcia na lokalną utratę stateczności, między innymi słupów skrzynkowych z kształtowników giętych na zimno, zajmował się Marsh [96]. Do analizy teoretycznej przyjął funkcje wygięcia ścianki w postaci:

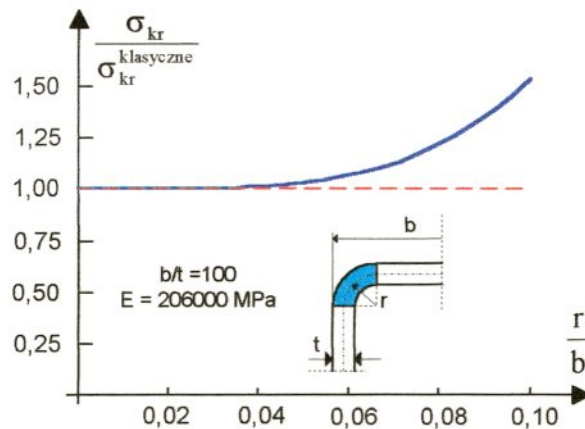
$$w(x, y) = f \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{b}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot y}{b}\right), \quad (2.65)$$

gdzie: b – szerokość słupa skrzynkowego o wymiarach $b \times b \times t$. Długość fali wyboczenia w kierunku podłużnym przyjął równą b .

Obliczając energie zginania płyty, energie skręcania naroży i pracę sił zewnętrznych, autor proponuje wyrażenie do wyznaczania naprężeń krytycznych:

$$\sigma_{kr} = \pi^2 \cdot E \cdot \left[\frac{1}{\left(1,65 \cdot \frac{b}{t}\right)^2} + \frac{1}{\left(1,5 \cdot \frac{b}{r}\right)^4} \right], \quad (2.66)$$

w którym promień zagięcia naroża jest mierzony do środka grubości ścianki.



Rys. 2.33. Zależność naprężeń krytycznych ściany słupa skrzynkowego w zależności od promienia wygięcia wg [96]

Na rysunku 2.33. przedstawiono wzrost naprężeń krytycznych w zależności od promienia zagięcia.

2.4. Stan nadkrytyczny ściany słupa skrzynkowego

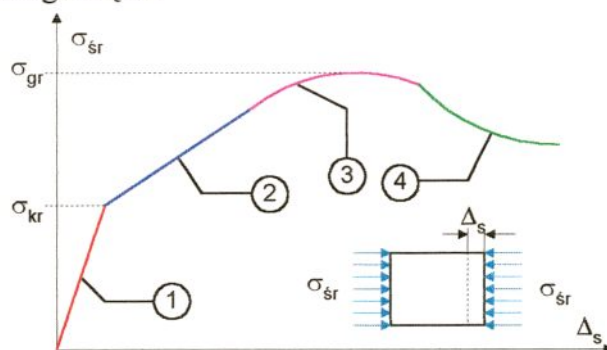
Cienkościenne słupy skrzynkowe można rozpatrywać jako złożone z elementów płytowych, które są obciążone różnymi imperfekcjami. Kubica [74] rozróżnia kilka sposobów uwzględniania imperfekcji elementów płytowych:

- określenie zastępczych szerokości efektywnych zależnych od poszczególnych imperfekcji,
- określenie zależności $M-\Phi-P$ dla krótkiego elementu słupa z uwzględnieniem imperfekcji słupa,
- przyjęcie szerokości efektywnych płyt bez imperfekcji i uwzględnienie wpływu wszystkich imperfekcji pręta rzeczywistego na jego nośność przez dobór odpowiedniej krzywizny wstępnej pręta.

Jako podstawowe imperfekcje płyt można wymienić:

- naprężenia własne w materiale płyty np. naprężenia spawalnicze, naprężenia własne od gięcia na zimno,
- zmienne warunki podparcia podłużnych krawędzi płyt, zależne od sposobu spawania (słupy skrzynkowe spawane z blach), proporcji boków i zmieniające się długości półfali wyboczonych części płyt,
- odchyłki geometryczne kształtu płyty np. ugięcia wstępne.

Poszczególne imperfekcje wpływają inaczej na jakościową zmianę zjawiska. Na rysunku 2.34 przedstawiono wykres typowego zachowania się płyty, której naprężenia krytyczne i granica plastyczności są tego samego rzędu.



Rys. 2.34. Ścieżka równowagi statycznej płyty idealnej wg[65]

W stanie dokrytycznym 1 (rys.2.34) płyta pozostaje płaska, aż do osiągnięcia naprężenia krytycznego. Następnie zmienia postać równowagi z prostej na wygiętą 2, przenosząc nadal obciążenia w stanie nadkrytycznym. W obszarze 1 i 2 płyta pozostaje całkowicie sprężysta, a w obliczeniach stosuje się odpowiednią liniową i nieliniową teorią płyt cienkich. Przy pewnym obciążeniu pojawiają się pierwsze plastyczne deformacje. W obszarze 3 następuje propagacja stref plastycznych, a ten etap nosi nazwę obszaru nadkrytycznego w przedziale sprężysto-plastycznej pracy materiału. Zagadnienie staje się nieliniowe geometrycznie i fizycznie i na tym etapie zostaje osiągnięta nośność graniczna σ_{gr} . Po tym etapie następuje etap zniszczenia płyty; pojawiają się tu duże odkształcenia plastyczne, powodując powstanie załomów plastycznych.

Analizując stan nadkrytyczny w obszarze sprężysto-plastycznym, przyjmuje się zwykle że materiał jest izotropowy zarówno w obszarze sprężystym i plastycznym.

Podstawowe równania różniczkowe dla płaskiego elementu płytowego podlegającego dużym przemieszczeniom podał von Karman [53], wprowadzając później pojęcie szerokości efektywnej.

Stan naprężeń w elemencie płytowym opisuje układ równań różniczkowych Karmana-Marguerre'a:

$$D \cdot \Delta \Delta (w - w_0) = t \cdot \left[\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right], \quad (2.67)$$

$$\Delta \Delta (F - F_0) = E \cdot \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right]. \quad (2.68)$$

Przybliżone rozwiązanie stanu nadkrytycznego sprężystego przedstawili Timoszenko [125, 126], Marguerre i Trefftz [95], Volmir [130], opierając całą analizę na metodzie energetycznej.

Dokładne rozwiązania układu równań różniczkowych dla płyt z dużymi ugięciami w obszarze sprężystym rozwiązał w sposób ścisły Levy [85], ale tylko dla płyt kwadratowych.

Metodę różnic skończonych do analizy stanu nadkrytycznego płyty wykorzystał Chapman, wg [65].

Metodę dynamicznej relaksacji do rozwiązania tego zagadnienia wykorzystał jako pierwszy Rhuston wg [65].

Jako podstawową pracę wymienia się Graves-Smith'a [36] i Little'a [88, 89] oparte na metodach energetycznych. Kowal-Michalska [65, 67] opisuje zachowanie się płyt w obszarze nadkrytycznym, w którym średnie naprężenia krytyczne płyty spełniają warunek $0,5 \cdot R_p \leq \sigma_{kr} \leq 4 \cdot R_e$.

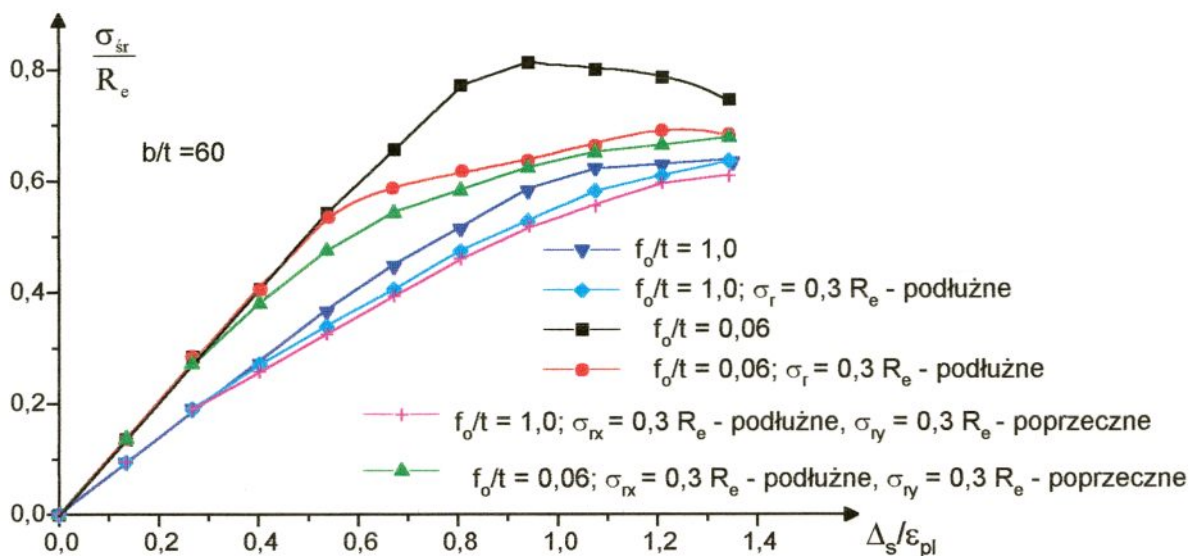
Crisfield [16] do analizy stanu nadkrytycznego w obszarze sprężysto-plastycznym zastosował metodę elementów skończonych.

Płytę z ugięciem wstępnym kwadratową ściskaną osiowo rozpatrywał Yamaki [148]. Rozwiązanie opierało się na teorii dużych przemieszczeń płyt z ugięciem wstępnym. Zakładając funkcje przemieszczeń, Yamaki [148] rozwiązał układ równań Karmana-Marguerre (2.67, 2.68) tylko w zakresie sprężytym.

Little [88, 89] analizował płyty ściskane z uwzględnieniem nieliniowości fizycznych i materiałowych. Jako kryterium plastyczności przyjął warunek plastyczności H-M-H. Obszar plastyczny opisał zgodnie z teorią plastycznego płynięcia Prandtl'a-Reuss'a. Analiza opiera się na metodzie energetyczno-numerycznej, a zagadnienie rozpatrywano w sposób przyrostowy. Jako optymalny podział siatki punktów obliczeniowych dla ćwiartki płyty przyjęto $8 \times 8 \times 5$. Wyniki podano w postaci krzywych $\sigma_{sr}-s$.

Haeding, Hobbs, Neal wg [65] analizowali płyty w obszarze sprężysto-plastycznym w stanie pokrytycznym. Autorzy przyjęli w analizie następujące wartości ugięć wstępnych: $w_0/t = 0,04; 0,06; 0,24; 0,57; 0,10; 1,5$, zaś analizowane płyty miały smukłości $b/t = 20, 40, 60$. W pracy wyprowadzono przyrostowe warunki równowagi elementu płytowego. Zgadnienie rozwiązano metodą relaksacji dynamicznej. Dla obszaru plastycznego przyjęto kryterium plastyczności H - M. - H. Autorzy uwzględnili wzmocnienie materiału, korzystając z propozycji Whang,a wg [65].

Analizowali również płyty z naprężeniami własnymi opisanymi naprężeniami rozciągającymi równymi R_e na krawędzi (przy spoinie) i ściskającymi w środku równymi $0,3 R_e$. Z analiz wynika, że ugięcia wstępne równe $0,40 t$ zmniejszają nośność płyty w stosunku do płyty idealnej o 20% – 25%. W przypadku ugięć wstępnych równych grubości płyty dla $b/t = 20$, zmniejszają nośność o prawie 40%. Jeśli chodzi o naprężenia własne, to wpływają one w istotny sposób na charakterystyki sztywnościowe płyt, mają niewielki wpływ na nośność graniczną. Przykładowe wyniki pokazano na rysunku 2.35.



Rys. 2.35. Wyniki badań numerycznych dla płyty $b/t = 60$ z naprężeniami własnymi wg [65]

Dokładny opis przyrostowych równań równowagi nieliniowej teorii płyt z naprężeniami wstępnymi i ugięciami początkowymi w zakresie sprężyto-plastycznym podał Kmiecik [63]. W przyrostowych związkach konstytutywnych rozpatruje płyty z materiału izotropowego z izotropowym wzmocnieniem po przekroczeniu granicy plastyczności. Zakłada również spełnienie postulatu Druckera, który wyklucza przyrost odkształcenia plastycznego przy spadku wartości naprężenia. Rozważania są oparte na teorii plastycznego płynięcia

Kmiecik [63] formułuje przyrostowe wariacyjne warunki równowagi analizowanej płyty:

$$\int_{Vol} \{\delta \epsilon\}^T \cdot \{\sigma_\epsilon\} \cdot dV - \int_S \{\delta q\}^T \cdot \{p\} \cdot ds = 0, \quad (2.69)$$

gdzie: $\{\delta \epsilon\}$ - wektor wariacji składowych tensora odkształceń, $\{\sigma\}$ - wektor składowych tensora naprężeń, $\{\delta q\}$ - wektor wariacji składowych przemieszczeń, $\{p\}$ - wektor powierzchniowych obciążeń zewnętrznych.). Uwzględniając zależność $\{\sigma\} = \{\epsilon\} \cdot [E] + \{\sigma_o\}$, równanie (2.69) można napisać:

$$\int_{Vol} \left(\frac{1}{2} \cdot \{\delta \epsilon\}^T \cdot \{\epsilon\} \cdot [E] + \{\delta \epsilon\}^T \cdot \{\sigma_o\} \right) \cdot dV - \int_S \{\delta q\}^T \cdot \{p\} \cdot ds = 0. \quad (2.70)$$

gdzie $\{\sigma_o\}$ – wektor składowych tensora samorzównoważonych naprężeń początkowych.

Kmiecik [63] stwierdza, że przy rozwiązywaniu zadań nieliniowych w mechanice ciał stałych, stosuje się zazwyczaj przyrostowy opis zagadnień brzegowo początkowych. W zakresie liniowym materiału dla geometrycznych nieliniowości ujęcie takie jest jednym z możliwych, podczas gdy przy przyrostowych związkach konstytutywnych jest nieuniknione. Traktując stan równowagi (N) jako stan odniesienia dla stanu (N+1) zgodnie z zasadą prac przygotowanych musi być spełnione równanie:

$$\int_{Vol} \{\delta \Delta \epsilon\}^T \cdot (\{\sigma^{(N)}\} + \{\Delta \sigma\}) \cdot dV - \int_S \{\delta \Delta q\}^T \cdot (\{p^{(N)}\} + \{\Delta p\}) \cdot ds = 0, \quad (2.71)$$

czyli:

$$\partial(\Delta\Pi) = 0, \quad (2.72)$$

gdzie: $\{\sigma^{(N)}\} = \{\sigma^o\} + \{\sigma_p^{(N)}\}$, $\{\sigma_p^{(N)}\}$ - stan naprężeń wywołany przez $\{p^{(N)}\}$.

Rhodes, Fok [110] analizowali płyty ze zmienną grubością w zakresie sprężystym w obszarze pokrytycznym. Analiza opierała się na metodzie energetycznej z uwzględnieniem imperfekcji i warunków brzegowych.

Haslach [44] rozpatrywał płyty ortotropowe w obszarze pokrytycznym w zakresie sprężystym. Różniczkowe równanie równowagi rozwiązał metodą perturbacji, zakładając symetryczną postać wyboczenia.

Djubek [24], Djubek i Kriváček [25], analizując płyty ściskane, uwzględnili ugięcia wstępne i naprężenia spawalnicze. Nieliniowości fizyczne opisano zgodnie z teorią plastycznego płynięcia. Funkcje przemieszczeń przyjęto w postaci sum nieskończonych szeregów trygonometrycznych, po czym w analizie przyjęto tylko trzy wyrazy szeregu. W oparciu o tak przyjęte funkcje przemieszczeń wyprowadzono układ równań Karmana-Marguerre'a (2.170, 2.171) rozszerzony na obszar sprężysto-plastyczny. Zadanie zostało rozwiązane metodą Papkowicza. Analiza dotyczyła płyt opartych przegubowo na obwodzie z uwzględnieniem prostoliniowości lub nieprostoliniowości krawędzi płyt.

Przyjęto następujące wielkości ugięć wstępnych: $f_0 = b/100$; $b/200$. Metoda numeryczna opierała się na metodach przyrostowych. Płyta została podzielona na 100 części, a względne przyrosty strzałek ugięcia przyjęto równe $\Delta f/t = 0,0025$. Rozwiązano tylko przypadki płyt obciążonych równomiernie.

Djubek [24] stwierdza, że dla małych smukłości wpływ imperfekcji jest największy. Autor, analizując wpływ naprężeń własnych, przyjął rozkład prostokątny $\sigma_{we} = 0,25 R_e$. Zauważył zmniejszenie nośności granicznej płyty dla $b/t = 55$ o 7%, a dla $b/t = 30$ o 13%.

Analizę teoretyczną pracy nadkrytycznej płyt prostokątnych przedstawił Usami [128]. Rozwiązał układ równań Karmana-Marguerre'a zakładając funkcje ugięcia w postaci sum szeregów trygonometrycznych i uwzględniając wygięcia wstępne. W analizie nie uwzględniono naprężeń własnych płyty; uwzględniono ugięcia wstępne $f_0 = 0,1t$, oraz różne wartości mimośrodu ξ_0 w płaszczyźnie płyty. Wyznaczone numerycznie wartości ugięć i obciążeń były zgodne z wynikami badań modelowych.

Usami [128] podaje wyrażenie na wartość współczynnika wyboczeniowego K dla płyt swobodnie podpartych, zależnie od mimośrodu obciążenia:

$$K = \frac{8,4}{2,1 - \xi_0}, \text{ dla } 0 \leq \xi_0 \leq 1, \quad (2.73)$$

$$K = 10 - \xi_0^2 - 13,736 \cdot \xi_0 + 11,372, \text{ dla } 1,0 \leq \xi_0 \leq 2,0, \quad (2.74)$$

gdzie: $\xi_0 = 0$ dla ściskania równomiernego, a $\xi_0 = 2,0$ dla czystego zginania.

W oparciu o formułę Wintera, zaproponował wyrażenie do wyznaczania nośności granicznej:

$$\frac{\sigma_{gr}}{R_e} = \sqrt{\frac{\sigma_{kr}}{R_e}} \cdot \left((1 + 0,1 \cdot \xi_0) - (0,22 + 0,05 \cdot \xi_0) \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{kr}}{R_e}} \right), \quad (2.75)$$

Evstratov [30, 31] dokonał analizy płyt w obszarze nadkrytycznym z uwzględnieniem nieliniowości fizycznych i materiałowych.

Zagadnienie rozwiązał metodą Ritza- Timoszenki. Rozwiązanie dotyczy płyt kwadratowych, ściskanych osiowo, podpartych przegubowo na obwodzie z możliwością przesuwu podłużnego i zachowaniem prostoliniowości krawędzi.

Stwierdza, że najlepszym miernikiem wyężenia płyty jest zależność σ - Δ_s . Kryterium nośności granicznej oparł na kryterium Horn'a. Proponuje wyrażenia na określenie nośności granicznej płyt:

$$\frac{\sigma_{gr}}{R_e} = \frac{(k_1 \cdot \lambda_1 + k_2)}{\lambda_1 - 32} = \Psi_o, \quad (2.76)$$

$$k_1 = 0,174 + 0,316 \cdot \alpha - 0,263 \cdot \alpha^2 + 0,0635 \cdot \alpha^3, \quad k_2 = 13,8 - 15,1 \cdot \alpha + 20,1 \cdot \alpha^2.$$

Wpływ ugięć wstępnych Evstratov [30, 31] uwzględnia poprzez formułę:

$$k_f \cdot \Psi_o = k_3 + k_1 \cdot (\lambda_1 - 32), \quad (2.77)$$

$$k_3 = 0,172 + 0,326 \cdot \alpha - 0,273 \cdot \alpha^2 + 0,0675 \cdot \alpha^3, \quad (2.78)$$

$$k_4 = 17,2 - 4,52 \cdot \alpha - 7,21 \cdot \alpha^2 + 2,45 \cdot \alpha^3, \quad (2.79)$$

gdzie: $\alpha = 1 - p_2/p_1$.

Inne podejście do analizy płyt ściskanych w obszarze nadkrytycznym z uwzględnieniem nieliniowości fizycznych i geometrycznych przedstawił Proskurina.[108]. Cały wywód opiera się na teorii małych odkształceń sprężysto-plastycznych Iliuszyna:

- materiał jest nieściśliwy,
- obciążenie proste i odkształcenie typu czynnego,
- zależność między intensywnością naprężeń i odkształceń opisana równaniem:

$$\sigma_i = A_E \cdot \epsilon_i^m, \text{ dla } 0 \leq k \leq 1, \quad (2.80)$$

$$\epsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 + \epsilon_x \epsilon_y + 0,25 \cdot \gamma_{xy}^2}, \quad (2.81)$$

parametry A_E i m można wyznaczyć z wykresu σ_i - ϵ_i , otrzymanego na podstawie danych doświadczalnych z próby rozciągania. Następnie przyjmuje:

$$\sigma_x = \frac{2}{3} \cdot A_E \cdot \epsilon_i^{m-1} \cdot (2\epsilon_x + \epsilon_y), \quad (2.82)$$

$$\sigma_y = \frac{2}{3} \cdot A_E \cdot \epsilon_i^{m-1} \cdot (2\epsilon_y + \epsilon_x), \quad (2.83)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{3} \cdot A_E \cdot \epsilon_i^{m-1} \cdot \gamma_{xy}. \quad (2.84)$$

Przyjmując funkcje przemieszczeń dla płyty swobodnie podpartej oraz zależności odkształceń i przemieszczeń według nieliniowej teorii płyt, obliczył energię potencjalną układu.

Następnie z warunku minimum energii potencjalnej oblicza amplitudy przemieszczeń. Po odpowiednich przekształceniach autor podaje wyrażenie na odkształcenia płyty w zależności od amplitudy wygięć:

$$\Delta_s = \frac{\pi^2 \cdot t^2}{4 \cdot b^2} \cdot [0,22 - 0,125 \cdot (1 - m) + 0,3719 \cdot f_0^2]. \quad (2.85)$$

Prace dotyczące analizy profili cienkościennych w obszarze nadkrytycznym z uwzględnieniem nieliniowości materiałowych i geometrycznych można znaleźć w pracy [67].

Kowal-Michalska i Grądzki [67] rozpatrywali ściany słupa skrzynkowego jako wydzielone pasmo płytowe. Dokładnej analizie poddają płytę kwadratową opartą przegubowo lub zamocowaną na krawędziach nie obciążonych i poddaną równomiernemu ścisaniu. Analiza uwzględnia pracę w obszarze sprężysto-plastycznym zgodnie z teorią plastycznego płynięcia. Badano odpowiedź płyty na zadane skrócenia. Zagadnienie rozwiązano metodą wariacyjną Rayleigha-Ritza. Zależność σ - ε w obszarze sprężystym opisano prawem Hooock'a, a plastycznym Prandtl'a-Reuss'a.

Do opisu ugięć przyjęto następujące funkcje, zaproponowane już wcześniej przez Volimra [130]:

- brzegi utwierdzone,

$$w = f \cdot \cos^2 \left[\frac{\pi \cdot x}{b} \right] \cdot \sin \left[\frac{2\pi \cdot y}{l} \right], \quad (2.86)$$

- brzegi swobodnie podparte,

$$w = f_1 \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot x}{b} \right] \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot y}{b} \right] + f_2 \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot x}{b} \right] \cdot \cos \left[\frac{3\pi \cdot y}{b} \right]. \quad (2.87)$$

Z rozwiązania układu równań Karmana-Marguerr'a (2.67, 2.68) wyznaczyli funkcje przemieszczeń $u(x,y)$ i $v(x,y)$.

Energię potencjalną w każdym punkcie płyty można zapisać w postaci:

$$U_{SPR} = \frac{1}{2} \cdot t \cdot \int_{SPR} \int_{e_1}^{e_2} (\sigma_x \cdot \varepsilon_x + \sigma_y \cdot \varepsilon_y + \tau_{xy} \cdot \gamma_{xy}) \cdot d \left(\frac{z}{t} \right) dE. \quad (2.88)$$

W pracy [67] stwierdza się, że bieżący stan naprężenia nie zależy wprost od energii plastycznego odkształcenia, istniejącej przed bieżącym przyrostem odkształcenia, dlatego do celów minimalizacji ta energia może być przyrównana do zera. Wystarczy rozważyć tylko przyrost energii plastycznej w postaci:

$$\Delta U_{PL} = \pm t \int_{PL} \int_{e_1, e_2}^{\pm \frac{1}{2}} \left\{ \left(\sigma_x + \frac{1}{2} \Delta \sigma_x \right) \cdot \Delta \varepsilon_x + \left(\sigma_y + \frac{1}{2} \Delta \sigma_y \right) \cdot \Delta \varepsilon_y + \left(\tau_{xy} + \frac{1}{2} \Delta \tau_{xy} \right) \cdot \Delta \gamma_{xy} \right\} \cdot d \left(\frac{z}{t} \right) \cdot dP \quad (2.89)$$

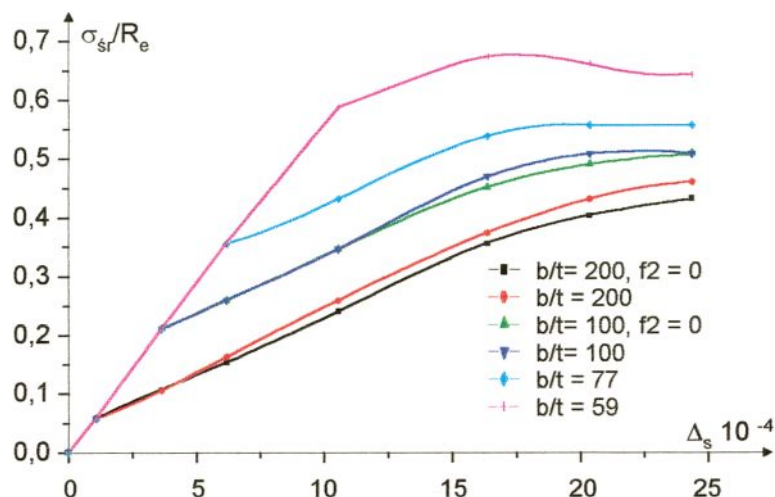
gdzie: $\int_{SPR} \int_{PL}$ - całki odpowiednio po częściach sprężystych i plastycznych, znak $\pm$ odpowiednio

dla górnej i dolnej części płyty. Naprężenia średnie określono, wykorzystując zasadę prac przygotowanych:

$$\sigma_{sr} = \frac{1}{b^2 \cdot t} \cdot \frac{\partial (U_{SPR} + U_{PL})}{\partial \Delta_s}, \quad (2.90)$$

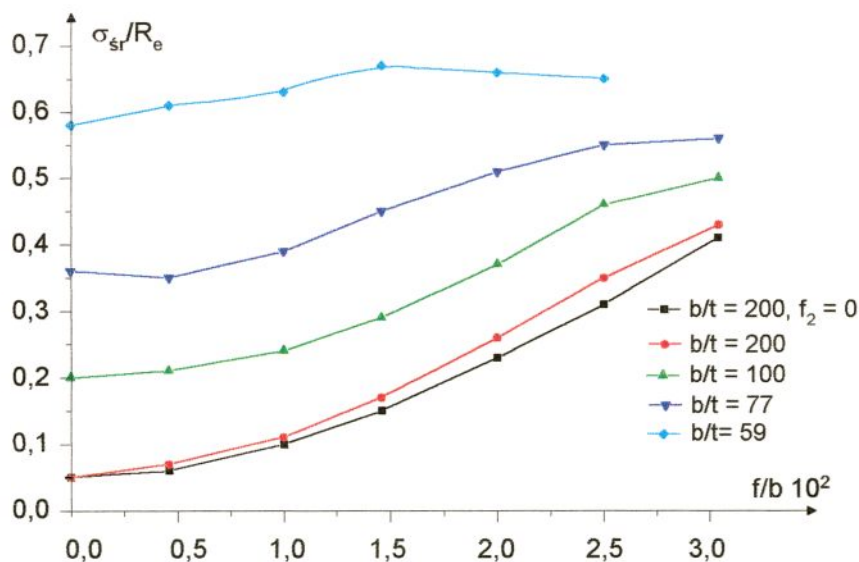
gdzie $\Delta_s = \Delta b/b$.

Parametry geometryczne rozważanych płyt przyjęto następująco : $b/t = 59-200$, $E = 206\text{GPa}$, $R_e = 256; 372; 496\text{ MPa}$. Przykładowe zależności naprężeń średnich σ_{sr} od skróceń płyty Δ_s i amplitudy wygięcia środka płyty f od naprężeń średnich σ_{sr} pokazano na rysunkach 2.36 i 2.37.



Rys. 2.36. Zależność $\sigma_{sr}/R_e - \Delta_s$ dla płyt podpartych na całym obwodzie (wg[64])

W analizie numerycznej w przypadku płyt swobodnie podpartych, obliczenia prowadzono dla f_1 i $f_2 \neq 0$, oraz dla $f_1 \neq 0$ i $f_2 = 0$. Zauważalny wpływ drugiego parametru funkcji ugięcia na przebiegi krzywych można zauważyć tylko w przypadku płyt o dużych smukłościach. Już dla płyt o smukłości $b/t = 100$ i mniej, błąd między funkcją jednoparametrową $f_1 \neq 0$, a wieloparametrową f_1 i $f_2 \neq 0$ jest rzędu 1%.

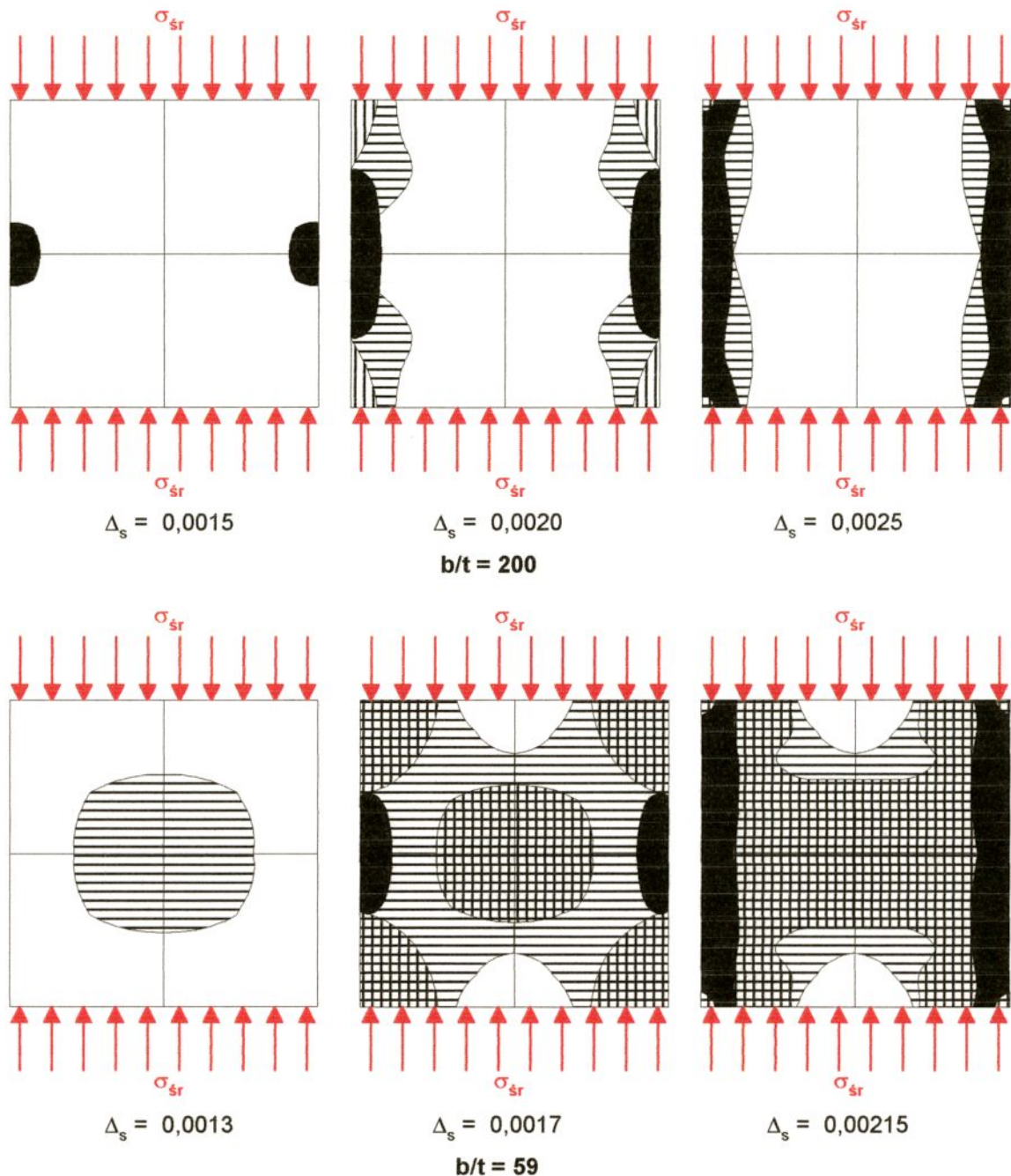


Rys. 2.37. Zależność $\sigma_{sr}/R_e - \delta$ dla płyt podpartych na całym obwodzie (wg[67])

Gdy naprężenie krytyczne σ^{kr} płyty jest bliskie granicy plastyczności materiału $\sigma^{kr}/R_e = 0,83$, to naprężenia średnie σ_{sr} w płycie szybko osiągają maksimum.

Analizując płytę z uwzględnieniem plastyczności, za kryterium nośności przyjmuje się maksimum funkcji $\sigma_{sr}/R_e - \Delta_s$.

Kowal-Michalska [64, 65] przedstawiła rozkłady stref plastycznych dla płyt swobodnie podpartych na krawędziach, co przestawia rysunek 2.38.



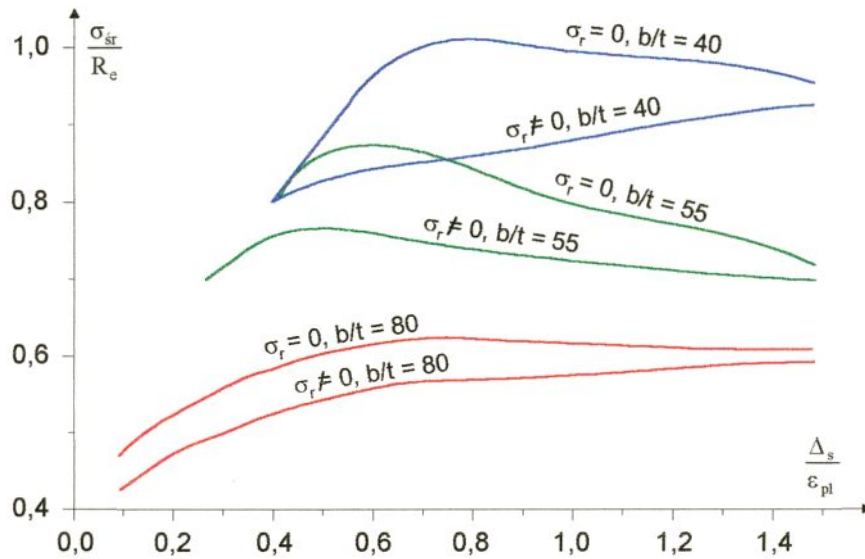
Rys. 2.38. Rozkłady stref plastycznych dla płyty o smukłości $b/t = 59$ swobodnie podpartej przy różnych wartościach skrócenia(wg[67])

Dla płyt cienkich strefy plastyczne pojawiają się w pobliżu nieobciążonych brzegów, które w trakcie wzrostu skrócenia uplastyczniają się całkowicie, natomiast część środkowa pozostaje nadal sprężysta.

Inaczej zachowują się płyty grubsze, gdzie przy wzroście obciążenia prawie cała płyta przechodzi w stan sprężysto-plastyczny.

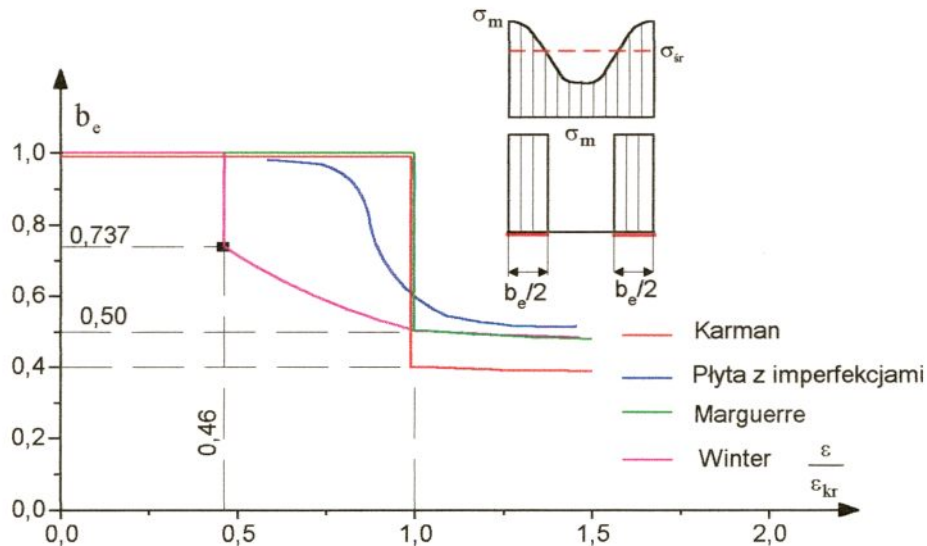
Autorka przerywała obliczenia, jeżeli płyta uplastycniła się na $1/8$ szerokości od krawędzi nieobciążonej. Traktowano to jako obciążenie graniczne.

Zauważono również, że wzrost amplitudy ugięcia początkowego powoduje obniżenie obciążenia granicznego. Na rysunku 2.39 pokazano wpływ naprężeń własnych (spoiny na krawędziach nie obciążonych) na zachowanie się płyt swobodnie podpartych wzdłuż całego obwodu.



Rys. 2.39. Wpływ naprężeń własnych (spoiny na krawędziach nie obciążonych) na zależność $\sigma_{sr}/R_e - \Delta_s/\epsilon_{pl}$ dla płyt swobodnie podpartych (wg[67])

W obszarze po wyboczeniowym płyty tracą sztywność podłużną około 40-50% w stosunku do obszaru przed wyboczeniowego. Problem rozkładu naprężeń w obszarze nadkrytycznym rozwiązuje się zgodnie z formułą zaproponowaną już w 1939 roku przez Karmana [53].



Rys. 2.40. Wytrzymałościowe szerokości efektywne według różnych propozycji

Zgodnie z propozycją Karmana [53] nierównomierny rozkład naprężeń w płycie można zastąpić dwoma prostokątami o sumarycznej szerokości b_e , tak aby naprężenia średnie były równe naprężeniom maksymalnym działającym na szerokości b_e :

$$\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{kr}} = \frac{\sigma_m}{\sqrt{\sigma_{kr}}} \quad \text{dla } \frac{\sigma_m}{\sigma_{kr}} \geq 1,0. \quad (2.91)$$

Winter w 1942 roku zaproponował wprowadzenie następującego równania z uwzględnieniem członu wynikającego z imperfekcji płyty:

$$\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{kr}} = \frac{\sigma_m}{\sqrt{\sigma_{kr}}} - 0,128 \quad \text{dla } \frac{\sigma_m}{\sigma_{kr}} \geq 0,460. \quad (2.92)$$

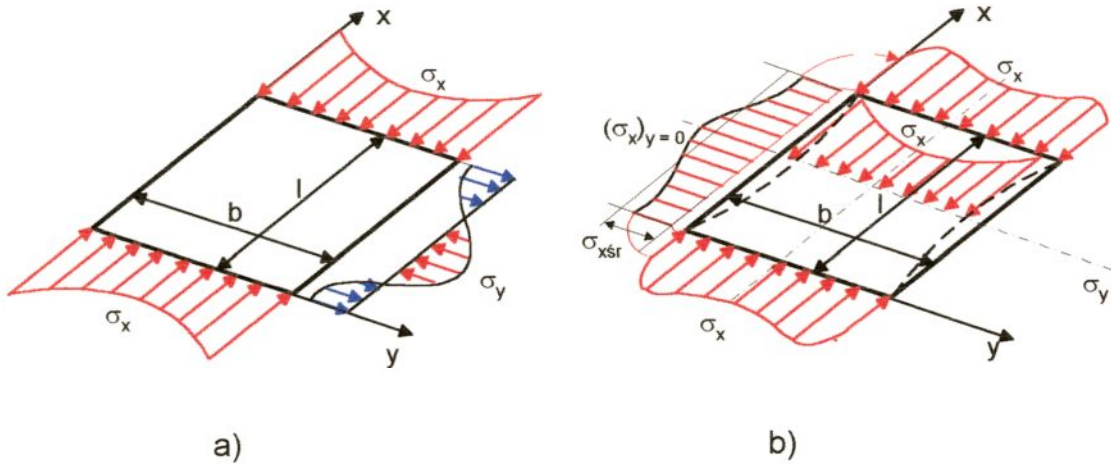
Marguerre [95] zaproponował inne wyrażenie na szerokość efektywną:

$$\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{kr}} = \frac{\sigma_m}{\sqrt{\sigma_{kr}}} \cdot \left(\eta + (1 - \eta) \cdot \frac{\sigma_m}{\sqrt{\sigma_{kr}}} \right) \quad \text{dla } \frac{\sigma_m}{\sigma_{kr}} \geq 1,0. \quad (2.93)$$

W pracy [67] autorzy pojęli próbę analizy zachowania się elementów giętych na zimno, równocześnie podając definicję sztywnościowej i wytrzymałościowej szerokości efektywnej:

$$\frac{b_e}{b} = \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{Xmax}} - \text{wytrzymałościowa}, \quad (2.94)$$

$$\frac{\bar{b}_e}{b} = \frac{\sigma_{sr}}{E \cdot \varepsilon_{Xsr}} - \text{sztywnościowa}. \quad (2.95)$$



Rys. 2.41. Rozkłady naprężeń błonowych po wyboczeniu lokalnym płyty o następujących warunkach podparcia krawędzi wzdłużnych: a) krawędzie wzdłużne pozostają proste i mają możliwość równoległego przemieszczania się, b) krawędzie wzdłużne mają swobodę przemieszczeń w płaszczyźnie płyty ($\sigma_y = 0$)

Dla płyty równomiernie obciążonej ściskanej sztywnościowa szerokość efektywna jest zawsze większa od szerokości wytrzymałościowej. W chwili utraty stateczności sztywność płyty maleje.

Jedną z wielkości, która służy do opisu zachowania się płyt po utracie stateczności jest tzw. bieżąca sztywność, nazywana również styczną lub zredukowanym modułem stycznym:

$$E^* = \frac{\partial \sigma_{sr}}{\partial \varepsilon_{Xsr}}. \quad (2.96)$$

Stosunek E^*/E nazywany był kiedyś styczną szerokością efektywną. Szerokość efektywna wg AISI [2] jest określona następująco:

$$\frac{b_e}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{kr}}{\sigma_{sr}}} \cdot \left(1 - 0,218 \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{kr}}{\sigma_{sr}}} \right). \quad (2.97)$$

Szerokość efektywna wg BS [13] jest określona następująco:

$$\frac{b_e}{b} = 1, \quad \text{dla } \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{kr}} < 0,123, \quad (2.98)$$

$$\frac{b_e}{b} = \left[1 + 14 \cdot \left(\sqrt{\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{kr}}} - 0,35 \right)^4 \right]^{-0,2}, \quad \text{dla } \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{kr}} \geq 0,123. \quad (2.99)$$

Normy kanadyjskie CSA [14] podają :

$$\frac{b_e}{b} = 0,863 \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{kr}}}. \quad (2.100)$$

Normy szwedzkie [123] podają wzory na sztywnościową szerokość efektywną:

$$\frac{\bar{b}_e}{b} = 0,827 \cdot \left(\frac{\varepsilon_{kr}}{\Delta_s} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.101)$$

2.5. Badania słupów złożonych z elementów giętych na zimno

Graves-Smith [36] zaproponował przyjmowanie obciążenia bifurkacyjnego dla całkowitego prostego słupa skrzynkowego, złożonego z płyt wstępnie wygiętych, zaś sztywność takiego słupa przybliżył, zastępując sztywność sprężystą EJ sztywnością efektywną EJ_e . Sztywność efektywną otrzymał przez analizę krótkiego słupa, stosując metodę energetyczną Ralyleigh-Ritza.

Założył, że słup jest złożony z krótkich pniaczków o wysokości równej 0,875 szerokości słupa. Krzywe $M-P-\Phi$ dla krótkiego odcinka słupa otrzymał, analizując wydzieloną ścianę jako płytę.

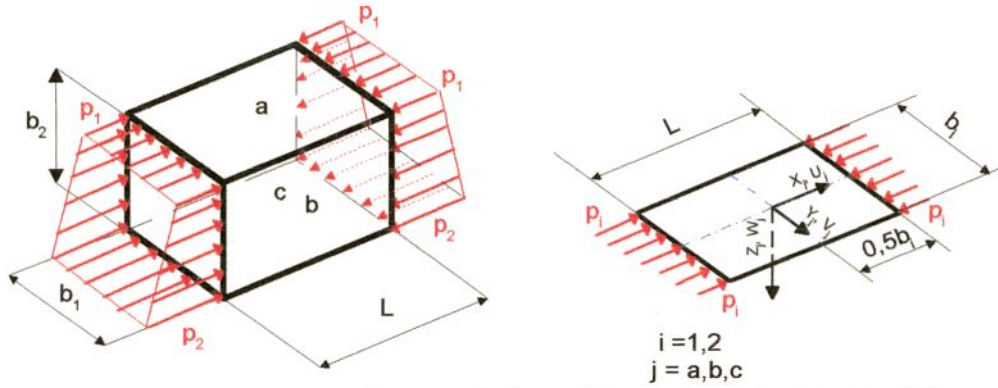
Badania na szeroką skalę słupów skrzynkowych przeprowadzono pod kierunkiem Klöppela [60, 61, 62]. Przebadano 26 słupów krótkich i 36 słupów długich. Smukłości słupowe mieściły się w granicach $L/i = 12 \div 133$, a długości słupów $L = 1,5 \div 5,0m.$, smukłości płytowe $b/t = 10 \div 150$. Słupy skrzynkowe były wykonane z blach łączonych na krawędziach spoinami. Ugięcia wstępne ścianek (lokalne) opisano równaniami:

$$\begin{cases} \frac{f_0}{t} = 0,00004 \cdot \lambda_L^2 & \text{dla } \lambda_L \leq 150 \\ \frac{f_0}{t} = -0,9 + 0,12 \cdot \lambda_L^2 & \text{dla } \lambda_L > 150 \end{cases} \quad (2.102)$$

Rozkład naprężeń własnych wyznaczono na podstawie pomiarów odkształceń przed i po pocięciu słupa na paski. Funkcja naprężeń własnych została opisana równaniem (2.16).

Badane słupy były obciążone osiowo i mimośrodowo, zaś podparcie było przegubowe. Mimośrodowo nie przekraczały rdzenia przekroju.

W analizie teoretycznej uwzględniono nieliniowości geometryczne, natomiast zagadnienie było analizowane tylko w zakresie sprężystym. Analizę oparto na zagadnieniu stateczności skrzynki słupa, stanowiącej element słupa o długości L , ograniczonej liniami węzłowymi lokalnego wyboczenia. Schemat skrzynki przedstawia rysunek 2.42.



Rys. 2.42. Schemat analizowanej skrzynki wg Klöppela [60, 61, 62]

Do rozwiązania tego zagadnienia założono następujące funkcje wygięcia:

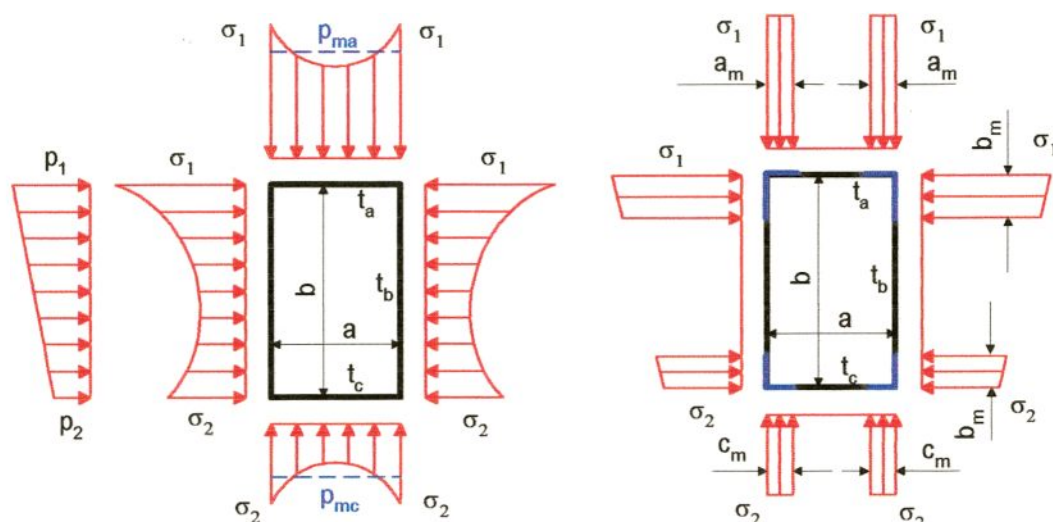
$$w_a = \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{L}\right] \cdot \left[(f_{a1} - f_{a10}) \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot y}{b_1}\right] + (f_{a2} - f_{a20}) \cdot \left(1 + \cos\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{b_1}\right]\right) \right], \quad (2.103)$$

$$w_b = \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{L}\right] \cdot \left[(f_{b1} - f_{b10}) \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot y}{b_2}\right] + (f_{b2} - f_{b20}) \cdot \left(1 + \cos\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{b_2}\right]\right) + (f_{b3} - f_{b30}) \cdot \sin\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{b_2}\right] \right], \quad (2.104)$$

$$w_c = \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{L}\right] \cdot \left[(f_{c1} - f_{c10}) \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot y}{b_1}\right] + (f_{c2} - f_{c20}) \cdot \left(1 + \cos\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{b_1}\right]\right) \right]. \quad (2.105)$$

Należy zauważyć że strzałki wygięć f_{ik} są sumaryczne. Autorzy otrzymali następującą funkcję naprężeń:

$$F_i = -\cos\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{L}\right] \cdot \left[A_i \cdot \cosh\left[\frac{2 \pi \cdot y}{L}\right] + B_i \cdot \frac{2 \pi \cdot y}{L} \cdot \sinh\left[\frac{2 \pi \cdot y}{L}\right] + C_i \cdot \sinh\left[\frac{2 \pi \cdot y}{L}\right] + D_i \cdot \frac{2 \pi \cdot y}{L} \cdot \cosh\left[\frac{2 \pi \cdot y}{L}\right] \right] - H_i \cdot \frac{y^3}{6} - G_i \cdot \frac{y^2}{2} + F_{ip} + F_{i0}, \quad (2.106)$$



Rys. 2.43. Rozkłady naprężeń wg [58]

gdzie: f_{iko} – strzałki wygięć wstępnych, natomiast f_{ki} oraz A_i , B_i , C_i , D_i , H_i , G_i dla ścianek a , b , c wyznaczono z warunków brzegowych dla krawędzi skrzynki.

Stałe f_{b1} , f_{b2} , f_{b3} wyznaczono z warunku minimum energii potencjalnej układu, korzystając z metody Galerkin. Funkcja F_{i0} jest funkcją naprężeń własnych, zaś funkcja F_{ip} jest rozwiązaniem cząstkowym.

Obliczenia numeryczne wykazały, że w obszarze nadkrytycznym zachodzi odciążenie środkowych części płyty. Jest to pokazane na rysunku 2.43. W pracy zaproponowano zdefiniowanie takiego przekroju zastępczego, aby wypadkowe siły wewnętrznych przekroju efektywnego były równe wypadkowym siłom wewnętrznym przekroju rzeczywistego. Przyjęto ograniczenie dla wygięć ścianek równe $1/80$ szerokości ścian.

Z powodu występowania słupów skrzynkowych o różnych proporcjach boków i grubości blach, autorzy przeanalizowali teoretyczne trzy możliwe pasma płytowe ścianek słupa:

- płyta I z krawędziami podłużnymi swobodnie podpartymi i przesuwными swobodnie,
- płyta II z krawędziami podłużnymi swobodnie podpartymi i prostoliniowymi z zachowaniem prostoliniowości krawędzi,
- płyta III z krawędziami podłużnymi swobodnie podpartymi i nieprzesuwными.

Zagadnienie rozwiązano metodą Bubnowa – Galerkin.

Wyniki obliczeń opracowano w formie wykresów i tablic szerokości współpracujących. Na podstawie tych wykresów można określać obciążenia krytyczne oraz graniczne, odpowiadające nadkrytycznemu stanowi naprężenia na poziomie granicy plastyczności.

Kubica [74] i Kubica, Rykaluk [80-83], badali eksperymentalnie i analizowali teoretycznie zmiany sztywności podłużnej i nośności granicznej słupów skrzynkowych spawanych z blach. W analizach uwzględniają nieliniowości fizyczne i geometryczne. Analiza dotyczy mimośrodowo ściskanych słupów stalowych o symetrycznym przekroju cienkościennym, spawanych z czterech blach.

Kubica [74] zauważył, że powierzchnia środkowa płyty ulega pofalowaniu o długości jednej półfali mieszczącej się w przedziale od 0,9-1,1 szerokości ścian b , tak jak sugerowali to Roorda [116], Van der Neut [129], Grądzki i Kowal-Michalska [38]. Autor określił wielkość ugięcia środka płyty ze ścieżek równowagi statycznej ścianek (płyt wydzielonych myślowo) z ugięciami wstępnymi.

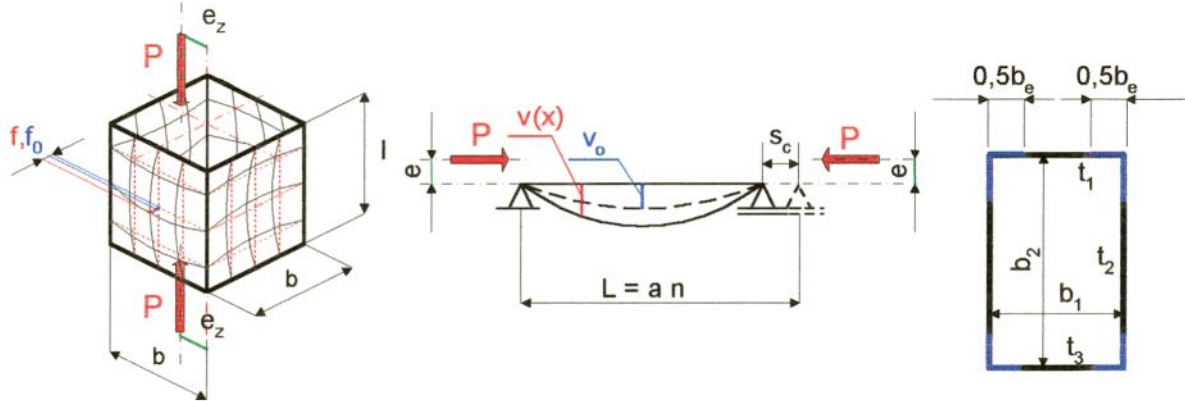
Skrócenia słupa o długości l w przypadku obciążenia osiowego wyraził wzorem:

$$s = \frac{P}{E \cdot A} + \frac{\pi^2}{8 \cdot l^2} \cdot (f^2 - f_0^2), \quad (2.107)$$

a w przypadku obciążenia mimośrodowego (Kubica [74]) podał:

$$s = \frac{P}{E \cdot A} + \frac{\pi^2}{16 \cdot l^2} \cdot \left((f[\sigma_o])^2 + (f[\sigma_p])^2 - 2 \cdot f_0^2 \right), \quad (2.108)$$

gdzie: σ_o , σ_p – naprężenia w ściankach po stronie odpowiednio wklęsłej i wypukłej.



Rys. 2.44. Schemat analizowanego modelu słupa (wg [75,74])

Skrócenie słupa jako całości wynosi:

$$s_c = s + \frac{\pi^2 \cdot v_0^2}{4 \cdot L^2}. \quad (2.109)$$

Kubica [74] skorzystał z przekroju współpracującego w stanie nadkrytycznym. W ten sposób otrzymał mniej skomplikowane wyrażenie na sztywność podłużną i skrócenie słupa. Najpierw określił szerokości stref współpracujących w funkcji rosnącego obciążenia β , charakterystyki płyt β_y , i wpływu imperfekcji R_r . Szerokość współpracującą myślowo wydzielonej płyty, osiowo obciążonej, w skróconym zapisie przedstawił:

$$b_e = \varphi_1(C_i, \beta), \quad (2.110)$$

$$C_i = \varphi_e(\beta_y, R_r), \quad (2.111)$$

$$R_r = \varphi_2(E, E_t, R_e, \sigma_{re}, \beta_y), \quad (2.112)$$

gdzie: C_i , β_y , β – wg pracy [74].

Warunek nośności autor podaje w oparciu o kryterium Horn'a:

$$\frac{d(\sigma)}{d(\Delta_s)} = 0, \quad (2.113)$$

Nośność płyty zależy od parametru R_r ; zmniejsza on nośność płyty ze względu na imperfekcje, autor korzystał z wyrażenia:

$$R_r = \frac{\text{Nośność graniczna pyty z imperfekcjami}}{\text{Nośność graniczna pyty idealnej}}. \quad (2.114)$$

Końcowe wyrażenie na skrócenie odcinka słupa o długości l ma postać:

$$s = \frac{2 \cdot \sigma_{av} \cdot b}{E \cdot (b_{eo} + b_{ep})} \cdot l, \quad (2.115)$$

w którym: b_{eo} i b_{ep} należy wyznaczyć ze wzoru na b_e dla odpowiadających naprężeniom σ_o i σ_p odpowiednio po stronie rozciąganej i ściskanej.

Do wyznaczania ugięć, zamiast korzystać z rozwiązania równania czwartego rzędu o nieliniowych współczynnikach, Kubica [74] korzystał z równania:

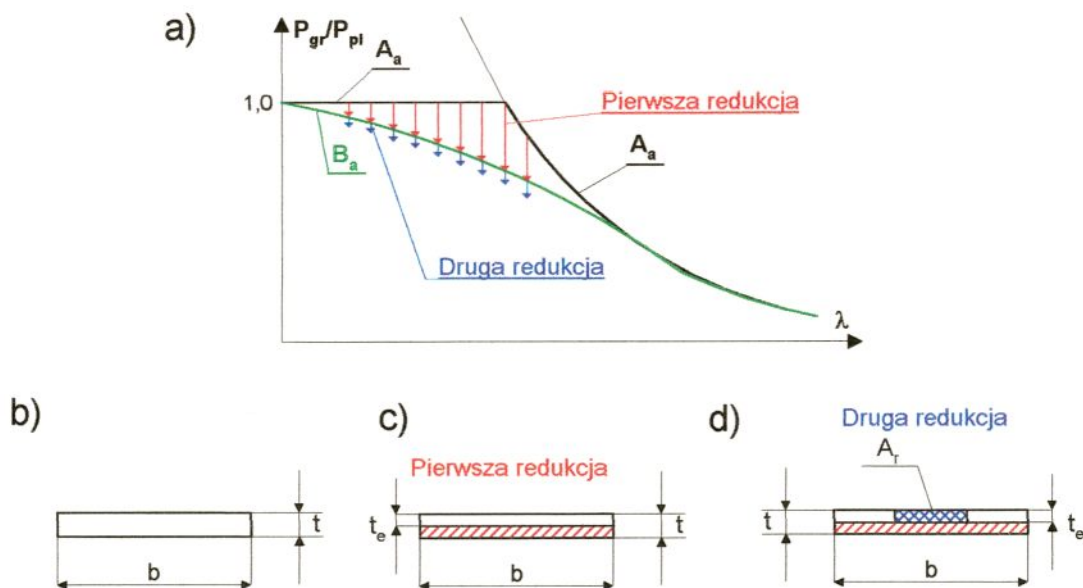
$$v_o = e_z \cdot \left(\frac{1}{\cos \left[\frac{k_k \cdot L}{2} \right]} - 1 \right), \quad (2.116)$$

w którym: $k_k = \sqrt{\frac{P}{E \cdot I}}$. W obszarze sprężysto-plastycznym sztywność słupa EI ulega redukcji wraz z rosnącym obciążeniem. Zastąpił on związek σ - ε związkiem σ - Δ_s dla płyt i korzystając z metody Engerssa-Karmana, wyznaczył zastępczy moduł sprężystości E_k dla przekroju skrzynkowego w obszarze niesprężystym. Do wzoru (2.116) podstawił E_k zamiast E .

Weng [137] zajął się analizą wpływu naprężeń własnych na nośność słupów formowanych na zimno, korzystając z wcześniejszych badań Wenga i Pekoza [139, 140], Wenga i White, a [141, 142].

Przyjął matematyczną idealizację rozkładu naprężeń własnych wg [140]. Naprężenia własne typu zgięciowego w kierunku podłużnym są równe $0,5 R_e$.

Wartość naprężeń własnych oraz proporcje przekroju poprzecznego mają istotny wpływ na nośność przekroju. Bazując na przyjętym rozkładzie naprężeń własnych, można zauważyć dwie możliwości: przekrój jest całkowicie efektywny, lub częściowo efektywny w przypadku obecności naprężeń własnych.



Rys. 2.45. Koncepcja pierwszej i drugiej redukcji wg [137]

Zaproponował koncepcję pierwszej i drugiej redukcji, aby uwzględnić wpływ naprężeń własnych.

Koncepcja drugiej redukcji uwzględnia wpływ naprężeń własnych na lokalną utratę stateczności słupa formowanego na zimno. Ta koncepcja pozwala wyjaśnić nadorność niektórych typów słupów giętych na zimno.

Koncepcja pierwszej redukcji przedstawia wpływ naprężeń własnych na redukcję globalnego obciążenia krytycznego. Ten wpływ autorzy uwzględnili, opierając się na krzywych CRC. Na rysunku 2.45a przedstawiono nośność prostego słupa bez wpływu naprężeń własnych.

Pierwsza redukcja odnosi się do zmniejszenia krzywej A_a na krzywą B_a . Pierwsza redukcja jest zmniejszeniem nośności słupa ze względu na ogólną utratę stateczności. Naprężenia własne mogą wywierać wpływ na lokalną utratę stateczności, a to jest uwzględnione w drugiej redukcji.

Aby łatwiej zobrazować wpływ naprężeń własnych na rysunku 2.45 b, c, d przedstawiono proces propagacji uplastycznienia składowych elementów płyt całkowicie efektywnego przekroju, opierając się na matematycznym opisie rozkładu naprężeń własnych wzdłuż grubości. Jak pokazano na rysunku 2.45 b, jeśli naprężenia własne nie występują w płycie to jest ona w pełni efektywna:

$$P_{gr} = R_e \cdot A_g, \quad (2.117)$$

gdzie $A_g = b \cdot t$. Jeśli naprężenia własne występują w przekroju poprzecznym słupa osiowo ściskanego, to pojawiają się strefy częściowego uplastycznienia obok stref sprężystych (rys. 2.45c).

Weng i Pekoz [140] podali wyrażenie na grubość jądra sprężystego ścianki przekroju:

$$t_e = t \cdot \sqrt{2 \cdot \left(1 - \frac{(p/t)}{R_e}\right)}, \quad (2.118)$$

p – obciążenie na krawędzi płyty na jednostkę szerokości ściany.

W tej analizie pomija się wzrost granicy plastyczności w narożach. Z pierwszej redukcji otrzymuje się naprężenia niesprężystego wyboczenia słupa:

$$\sigma_u = \frac{\pi^2 \cdot E}{(K \cdot L/i)^2} \cdot \frac{t_e}{t}, \quad (2.119)$$

całkowita nośność słupa wynosi:

$$P_{u1} = \sigma_u \cdot A_g. \quad (2.120)$$

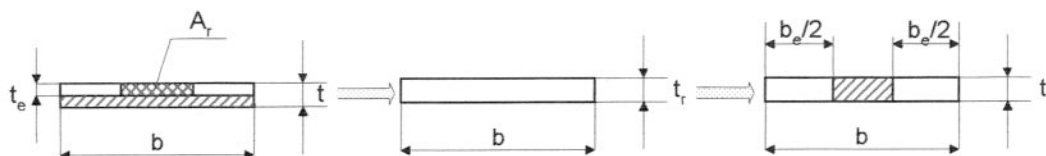
Analizując zachowanie częściowo uplastycznionej płyty, można zaobserwować zmniejszanie się jej sztywności. Płyta może być częściowo efektywna, jeśli stosunek szerokości do grubości części sprężystej jest większy niż graniczna smukłość $(b/t)_{min}$. Jeśli b/t_e jest większe niż $(b/t)_{min}$, część przekroju należy odjąć, z powodu lokalnej utraty stateczności, co pokazano rysunku 2.45d. Dlatego przekrój efektywny wyrazić można wzorem:

$$A_{eff} = A_g - \sum A_r, \quad (2.121)$$

a całkowitą nośność lokalnie wyboczonego słupa określa wyrażenie:

$$P_{u2} = \sigma_u \cdot A_{eff}. \quad (2.122)$$

Aby wyznaczyć wielkość drugiej redukcji niezbędne jest znalezienie pola wybocżającego się A_r , częściowo uplastycznionego i lokalnie wyboczonego elementu płyty. Wyznaczenie pola A_r sprawia dużo trudności, zwłaszcza w płycie częściowo uplastycznionej. Uplastycznioną i wyboczoną płytę zastępuje się płytą sprężystą o zredukowanej grubości t_r . Sedno tej metody przedstawia rysunek 2.46.



Rys. 2.46. Szerokość efektywna ściany kształtownika formowanego na zimno wg [137]

Pole A_r można wyrazić wzorem zgodnie z rysunkiem 2.54:

$$A_r = A_{eq} = t \cdot (b - b_e), \quad (2.123)$$

zaś efektywny obszar można opisać równaniem:

$$A_{eff} = A_g = \sum [t \cdot (b - b_e)]. \quad (2.124)$$

Stwierdzono że, redukcja grubości t do t_r przedstawia równoważne pole A_{eq} . Równanie zredukowanej grubości płyty jest następujące:

$$t_r = \phi \cdot t, \text{ dla } \phi \leq 1,0, \quad (2.125)$$

w którym ϕ – współczynnik zmniejszający, zależny od stanu naprężeń w płycie. Współczynnik ϕ można uzależnić od grubości części sprężystej t_e :

$$\phi = 1,0 - \alpha \cdot \left(\frac{t_e}{t} \right), \quad (2.126)$$

gdzie: α – współczynnik modyfikacyjny zależny od poziomu naprężeń w płycie, może on być otrzymany empirycznie. Przyjęte maksymalne naprężenia własne w płycie, równe $0,5R_e$, nie wywierają wpływu na nośność wtedy, gdy przyłożone obciążenie jest mniejsze niż naprężenia własne i w tym wypadku pole A_{eq} nie istnieje. Podobnie, kiedy przyłożone naprężenie osiąga wartość granicy plastyczności, przekrój staje się całkowicie efektywny i pole A_{eq} równa się zero i $t_r = t$. Aby spełnić warunki dla $t_r = t$, wtedy kiedy $F_u = 0,5 \cdot R_e$ lub $1,0$, oraz aby otrzymać dobrą aproksymację nośności słupa, autorzy skorzystali z innych równań dla współczynnika α .

Ostatecznie wyrażenie na t_r ma postać:

$$t_r = t \cdot \left(1 - \left(0,5 - \frac{0,005}{\frac{\sigma_u}{R_e} - 0,49} \right) \cdot \sqrt{2 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_u}{R_e} \right)} \right). \quad (2.127)$$

Wyznaczając grubość zredukowaną t_r można wyznaczyć szerokość efektywną b_e , np. z formuły Wintera, co pozwoli na wyznaczenie pola zredukowanego A_{eq} i efektywnego A_{eff} , a na końcu nośności słupa P_{u2} .

Weng [137] oparł wszystkie rozważania na następujących założeniach:

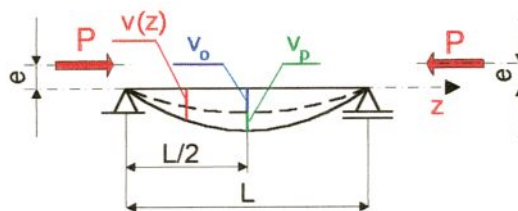
- naprężenia robocze i własne osiągają granicę plastyczności materiału, gdzie naprężenia własne są równe połowie granicy plastyczności,
- sprężyste naprężenia krytyczne składowych elementów przekroju są większe od połowy granicy plastyczności.

Kontynuacją tego kierunku badań zajęli się Weng i Lin [138] przeprowadzając analizę słupów giętych na zimno metodą Jeżek'a. Analiza opiera się na wcześniejszych pracach [135, 137, 138, 139, 140].

Przyjęto liniowy rozkład naprężeń własnych wzdłuż grubości ścianki o maksymalnej wartości naprężeń równej $0,3 R_e$. Metoda Jeżek'a, analizy belki-słupa, opiera się na z równaniu:

$$M'' - P \cdot v'' = q(z), \quad (2.128)$$

w którym $M(z)$ – moment zginający, P – obciążenie osiowe, $v(z)$ – boczne przemieszczenia, $q(z)$ – obciążenie poprzeczne.



Rys. 2.47. Schemat słupa wg [138]

Wpływ naprężeń własnych na lokalną utratę stateczności autorzy uwzględnili, wprowadzając zmodyfikowaną smukłość płytową:

$$\lambda_e = \frac{1,052}{\sqrt{K}} \cdot \frac{b}{t_e} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_e}{E}}, \quad (2.129)$$

Dla $\lambda_e \leq 0,637$ nie zachodzi lokalna utrata stateczności, a dla $\lambda_e > 0,637$ szerokość efektywną wyznaczali z równania:

$$b_e = b \cdot \frac{1 - \frac{0,22}{\lambda_e}}{\lambda_e}, \quad (2.130)$$

W analizie numerycznej uwzględnili naprężenia własne równe $0,3 R_e$, oraz wygięcia wstępne równe $L/1000$, $L/1500$. Wynikiem analiz numerycznych i porównania ich z badaniami są krzywe wyboczeniowe dla słupów lokalnie tracących stateczność z elementów giętych na zimno:

$$\frac{\sigma_{gr}}{R_e} = 0,652(\lambda_c)^2 \cdot Q \quad \text{dla } \lambda_c \leq 1,5, \quad (2.131)$$

$$\frac{\sigma_{gr}}{R_e} = \left(\frac{0,854}{\lambda_c^2} \right) \cdot Q \quad \text{dla } \lambda_c > 1,5, \quad (2.132)$$

gdzie $\lambda_c = \pi^{-1} (R_e/E)^{0,5} (L/i)$, $Q = A_{eff}/A$.

Key, Hasan, Hancock [59] badali słupy o przekrojach prostokątnych formowane na zimno. Elementy nie były poddane jakimkolwiek zabiegom technologicznemu w celu usunięcia naprężeń własnych.

W każdym badanym słupie zaobserwowano wzrost granicy plastyczności w narożach. Smukłości płytowe badanych słupów mieściły się w przedziale $b/t = 30 \div 50$. Obciążenie realizowano, wymuszając skrócenia słupów, mierzone na końcach łożysk. Autorzy badali zarówno słupy w skali naturalnej, jak i krótkie słupy tzw. pniaczki. Dla badanych typów słupów określono rozkłady naprężeń własnych, posługując się metodą trepanacyjną-cięcie na paski. W trakcie badań określono rozkłady granicy plastyczności R_e i doraźnej wytrzymałości R_m .

Teoretyczne wyznaczenie nośności słupów krótkich jest zależne od wartości i rozkładów granicy plastyczności, oraz przyjętej formuły szerokości efektywnej. Autorzy wyznaczyli graniczną smukłość ścianki słupa powyżej której, przekrój słupa jest całkowicie efektywny. Ta graniczna smukłość ścianek dla stali o granicy plastyczności $R_e = 350$ MPa, wynosi $b/t = 33,3$, a dla stali o granicy plastyczności $R_e = 250$ MPa wynosi $b/t = 39,9$.

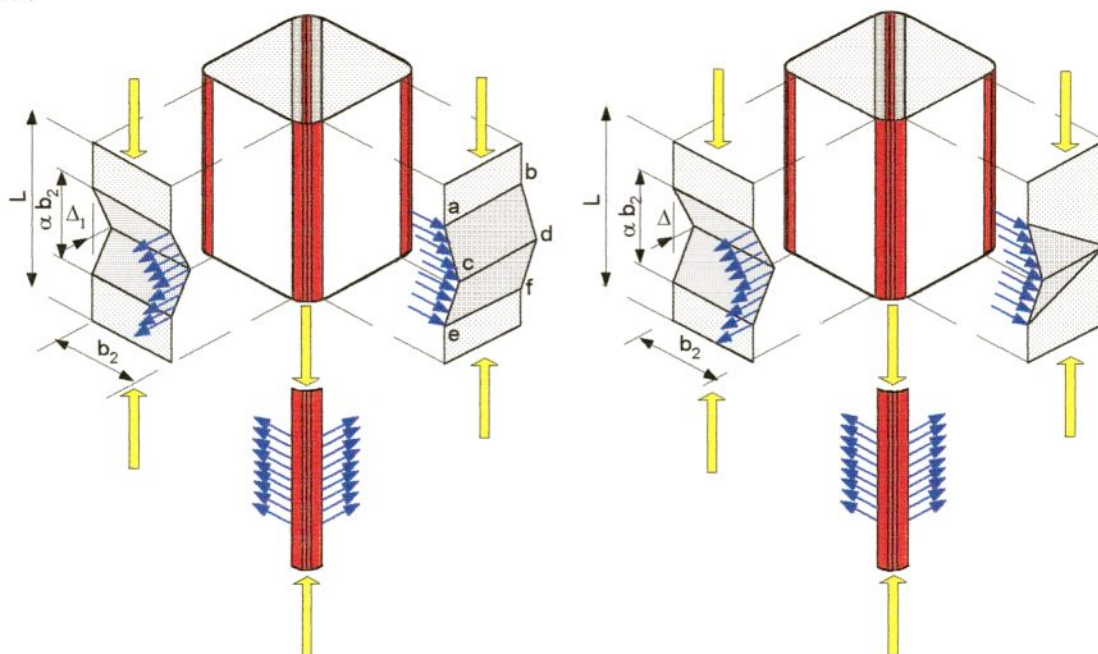
W analizie lokalnej stateczności słupa, rozważano pasmo płytowe o współczynniku wyboczeniowym jak dla płyty swobodnie podpartej. Słupy długie miały wygięcie główne równe $v_0 = L/1000$, zaś maksymalne zarejestrowane ugięcie miało wartość $v_0 = L/5100$. Smukłości prętowe badanych słupów mieściły się w granicach $L/i = 15,3 \div 95,7$. Słupy długie były ściskane osiowo i mimośrodowo ($e = L/1000$).

Autorzy zaobserwowali dwa podstawowe mechanizmy plastyczne, oparte na następujących spostrzeżeniach doświadczalnych:

- ścianki ulegają sfalowaniu,
- naroża uplastyczniają się,
- naroża pozostają proste.

Mechanizmy plastyczne przedstawiono na rysunku 2.48. Mechanizm sfalowania płyty składa się z trzech zawiasów plastycznych, linie a-b, c-d, e-f, na rysunku 2.48. Zawiasy przyjęto prostoliniowe, mimo że doświadczenie wykazało lekkie zakrzywienie.

Aby zaistniał kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia, naroża muszą ulegać równym osiowym deformacjom. Aby zapewnić zgodność przemieszczeń między narożami, a wyboczonymi ściankami, te pierwsze muszą ulegać plastycznemu zagięciu, jak pokazuje rysunek 2.49.

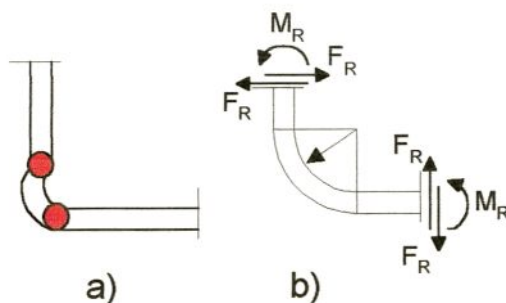


Rys. 2.48. Mechanizmy plastyczne wg [59]

Całkowite osiowe skrócenie autorzy określili wyrażeniem :

$$s_c = \frac{2 \cdot \Delta_1^2}{\alpha \cdot b_2} + \frac{P_{gr} \cdot L}{E \cdot A}, \quad (2.133)$$

gdzie : L – długość słupa, A – całkowite pole przekroju. Dla słupów długich najczęściej występował mechanizm niesymetryczny przestawiony na rysunku 2.48.

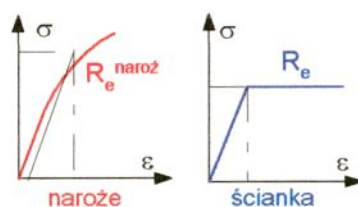


Rys. 2.49. Plastyczne zagięcia naroży wg [59]

Kontynuując badania, Key i Hancock [58] analizowali metodą pasm skończonych krótkie słupy „pniaczki”.

Każdy przekrój podzielili na 10 pasm i 5 warstw wzdłuż grubości ścianki. Każde naroże zastąpiono dwoma prostokątami o równoważnym polu przekroju. Na początku analizy ustalono wysokość półfali, przy której nośność graniczna jest najmniejsza. Długość półfali wyniosła $0,8 b_{kr}$, gdzie b_{kr} – długość półfali wyboczeniowej w zakresie sprężystym (dla skrzynki kwadratowej jest równa szerokości boków słupa). Naprężenia krytyczne wyznaczono, używając metody elementów skończonych.

Granice plastyczności zmieniającą się wzdłuż obwodu słupa, wyznaczono w badaniach doświadczalnych. Do analiz przyjęto materiał sprężysto-plastyczny dla ścianek, a dla naroży materiał o cechach opisanych zależnością Ramberga-Osgooda)



Rys. 2.50. Charakterystyki wytrzymałościowe materiału ściany i naroża przyjęte do obliczeń wg[58]

Przyjęto wygięcia wstępne ścianek równe $0,001 b$. W analizie numerycznej uwzględniono cztery typy naprężeń własnych :

- naprężenia podłużne membranowe, których wpływ na stan przed i po zniszczeniu był nieznaczny,
- naprężenia podłużne membranowe i zginające. Naprężenia zginające miały znaczący wpływ zarówno na nośność graniczną i sztywność słupa. Nośność słupa zmniejszyła się w granicach od 1,9 do 5,4% w stosunku do słupa bez naprężeń, a zmniejszenie sztywności osiowej dla stosunku naprężeń $P/P_{pl} = 0,7$, wahało się w granicach od 3,5 do 9,1%,

- naprężenia podłużne membranowe, naprężenia podłużne zginające i naprężenia podłużne wzdłuż grubości. Naprężenia te nie wiele zmieniły nośność graniczną w porównaniu do wcześniejszego przypadku. Sztywność osiowa zmniejszyła się wyraźnie od początku procesu obciążania,
- wszystkie naprężenia : podłużne membranowe, zginające, wzdłuż grubości, oraz naprężenia poprzeczne zginające i wzdłuż grubości. Spowodowały one wzrost nośności granicznej w porównaniu do przypadku trzeciego. Sztywność osiowa również wyraźnie uległa zmniejszeniu spadając o 9% od skrócenia $\varepsilon/\varepsilon_{pl} = 0,8$. Różnice między badaniami eksperymentalnymi a symulacjami numerycznymi przy oszacowaniu nośności granicznej dla poszczególnych przekrojów były: dla $76 \times 76 \times 2,0$; $152 \times 152 \times 4,9$; $203 \times 203 \times 6,3$; $254 \times 254 \times 6,3$ odpowiednio 0,2%, 7,3%, 1,1%, 0,9%.

W pracy tej pominięto analizę interakcji wyboczenia lokalnego i globalnego, koncentrując się jednocześnie na określeniu nośności granicznej i analizie mechanizmu plastycznego. W analizie numerycznej każdą ściankę słupa podzielono na sześć pasm, naroża podzielono na dwa pasma. Ścianki i naroża miały trzynaście punktów kontrolnych wzdłuż grubości, co pozwoliło zamodelować rozkład naprężeń własnych. W analizie numerycznej długich słupów wartości ugięć wstępnych były równe $v_0 = L/5000$, $v_0 = L/1000$. Analizie poddano słupy o smukłościach słupowych dla $203 \times 203 \times 6,3$ $L/i = 35,7$; $65,7$; $95,7$ i dla $76 \times 76 \times 2,0$; $L/i = 25,3$; $32,7$; $62,7$. Największe obciążenie otrzymano dla słupa z krzywizną początkową równą $v_0 = L/5000$ i była ona większa od wartości eksperymentalnej o $1,4 \div 6,9\%$. Dla słupów o przekroju poprzecznym $76 \times 76 \times 2,0$ i smukłościach słupowych $L/i = 25,3$; $32,7$; $62,7$ nośności określone metodą pasm skończonych były niższe od wartości eksperymentalnych o $11,5 \div 13,8\%$.

Autorzy podkreślają, że te wnioski są prawdziwe wyłącznie dla słupów o smukłościach płytowych spełniających warunek $29 \leq b/t \leq 38$. Wpływ poszczególnych naprężeń na zachowanie słupa pokazano przykładowo na rysunku 2.51.

Chan Siu Lai, Kitipornchai, Al.-Bermani [15] dokonali analiz numerycznych lokalnie wyboczonych słupów skrzynkowych formowanych na zimno i formowanych na gorąco. Analiza oparta jest na metodzie elementów skończonych z wykorzystaniem sztywności siecznej i modułu stycznego. Stwierdzają, że koncepcja sztywności siecznej i modułu stycznego zawiera w sobie analizę nieliniową z ogólną niestatecznością i efektem dużych przemieszczeń.

Słup potraktowano jako element złożony z płyt, które zostały podzielone na obszary elementarne.

Wpływ lokalnego wyboczenia ścianek słupa uwzględniono poprzez analizę płyty obciążonej na krawędziach, będących, liniami węzłowymi.

Ustalono zależność naprężeń średnich w płycie i odpowiadającego mu skrócenia. Należy zauważyć, że zagadnienie to było analizowane zarówno metodą elementów skończonych i metodami energetycznymi i zweryfikowane w wielu pracach doświadczalnych. Rozpatrywano długości półfali wyboczeniowej równej $0,73$ szerokości płyty.

Na podstawie sporządzonych wykresów σ - Δ_s dla płyt o różnych smukłościach i schematyzacji tych wykresów, Chan Siu Lai, Kitipornchai, Al.-Bermani [15] określili moduł styczny wg definicji:

$$E_t = \frac{\partial \sigma(\frac{b}{t}, \Delta_s)}{\partial \Delta_s}, \quad (2.134)$$

gdzie : $\sigma(b/t, \Delta_s)$ – całkowite naprężenie wyrażone dla określonej smukłości płyty i ε . Dla poszczególnych smukłości płytowych proponują przyjmować zależności:

dla $10 \leq b/t < 25$

$$\begin{cases} \Delta_s \leq -\varepsilon_{pl}; & E_t = 0, \\ \Delta_s > -\varepsilon_{pl}; & E_t = E, \end{cases} \quad (2.135)$$

dla $25 \leq b/t < 30$

$$\begin{cases} \Delta_s \leq -\varepsilon_{pl}; & E_t = 0, \\ \Delta_s > -\varepsilon_{pl}; & E_t = E, \end{cases} \quad (2.136)$$

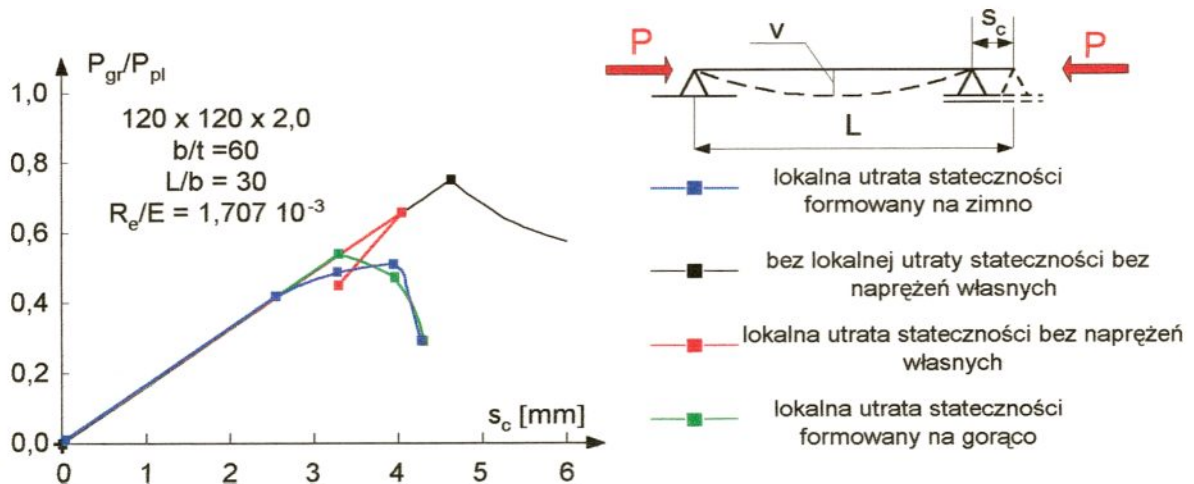
dla $30 \leq b/t < 40$

$$\begin{cases} \Delta_s \leq -\varepsilon_{pl}; & E_t = -0,016 \cdot \left(\frac{b}{t}\right) \cdot E, \\ \Delta_s > -\varepsilon_{pl}; & E_t = E, \end{cases} \quad (2.137)$$

dla $40 \leq b/t < 80$

$$\begin{cases} \Delta_s \leq -\varepsilon_{pl}; & E_t = -0,016 \cdot E, \\ -\varepsilon_{pl} < \Delta_s \leq -\left[1,55 - 0,01365 \cdot \frac{b}{t}\right] \cdot \varepsilon_{pl}; & E_t = 0,2 \cdot E, \\ \Delta_s > \left[1,55 - 0,01365 \cdot \frac{b}{t}\right] \cdot \varepsilon_{pl}; & E_t = E. \end{cases} \quad (2.138)$$

W analizie uwzględnili naprężenia własne m.in. podłużne zginające wzdłuż grubości płyty (rys.2.21), pomijając fakt, że są one niezerównoważone. Z uwagi na to, że naprężenia własne mogą mieć wpływ na wcześniejsze uplastycznienie, poszczególnym warstwom ścianek przypisano odpowiednio pomniejszona granicę plastyczności ($R_e - \sigma_r$). Obniżenie granicy plastyczności R_e daje niższe obciążenie wyboczenia niesprężystego. Ten fakt jest ważny dla elementów o średniej smukłości płytowej, ponieważ smuklejsze elementy tracą stateczność poniżej wartości ($R_e - \sigma_r$), a elementy krępe nie ulegają wyboczeniu.



Rys. 2.51. Ścieżki równowagi statycznej słupa, o smukłości płytowej $b/t = 60$, z różnymi typami naprężeń własnych wg[15]

W celu weryfikacji metody rozwiązano trzy przykłady teoretyczne i porównano je z wynikami z pracy [58]. Analizowano wpływ naprężeń własnych na różne klasy przekrojów formowanych na zimno i formowanych na gorąco. Analizowane słupy miały smukłości płytowe $b/t = 20, 50, 80$ i smukłości sprowadzone równe 1,0. Przeprowadzona analiza numeryczna dawała średnio 10%

większe naprężenia graniczne. Te różnice wynikają, jak pokazują autorzy, z niejednorodności granicy plastyczności wzdłuż obwodu przekroju. Nie uwzględnienie wpływu lokalnej utraty stateczności powoduje błąd w oszacowaniu nośności średnio o 15%. Błąd ten zwiększa się, gdy pomija się w analizie naprężenia własne. Zarejestrowano zmianę sztywności wynikającą z wcześniejszego uplastycznienia ścianek słupa. Te spostrzeżenia przedstawiono na rys.2.51.

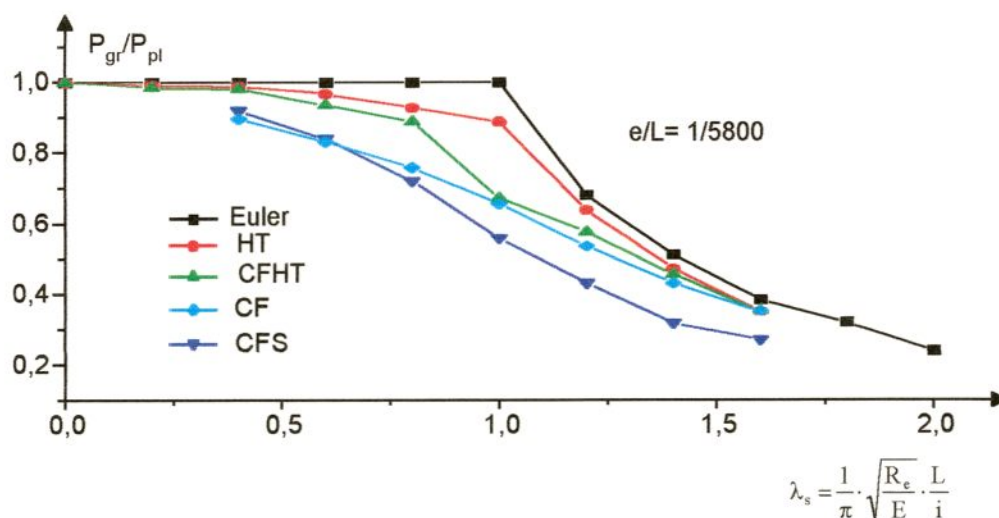
Davison i Birkemoe [19], badając słupy skrzynkowe, rozpatrywali dwa modele słupów swobodnie podpartych, wykorzystując:

- teorię modułu stycznego.
- teorię nośności granicznej.

Obydwa podejścia pozwalają na uwzględnienie nieliniowości wykresu σ - ϵ . Podstawowa różnica między obiema teoriami leży w fakcie, że teoria modułu stycznego rozpatruje nośność słupa idealnie prostego, podczas gdy teoria nośności granicznej analizuje słup z początkowym wygięciem. Obie teorie są w swoich koncepcjach prawidłowe.

Davison i Birkemoe [19], analizując słupy formowane na zimno według teorii nośności granicznej i teorii modułu stycznego, przyjęli następujące założenia:

- przekrój poprzeczny pozostaje płaski, nie rozpatruje się lokalnej utraty stateczności,
- uplastycznione włókna odciążają się sprężysto,
- zależność σ - ϵ jest taka sama dla wszystkich włókien,
- rozpiętości słupa, opisane funkcją sinus,
- granica plastyczności zmienia się wzdłuż obwodu, ale pozostaje stała wzdłuż grubości ścianki i długości elementu,
- naprężenia własne zmieniają się wzdłuż obwodu i grubości ścianki elementu,
- nie rozważa się naprężeń własnych w kierunku poprzecznym do długości słupa.



Rys. 2.52. Krzywe nośności słupów skrzynkowych formowanych na zimno wg[19]

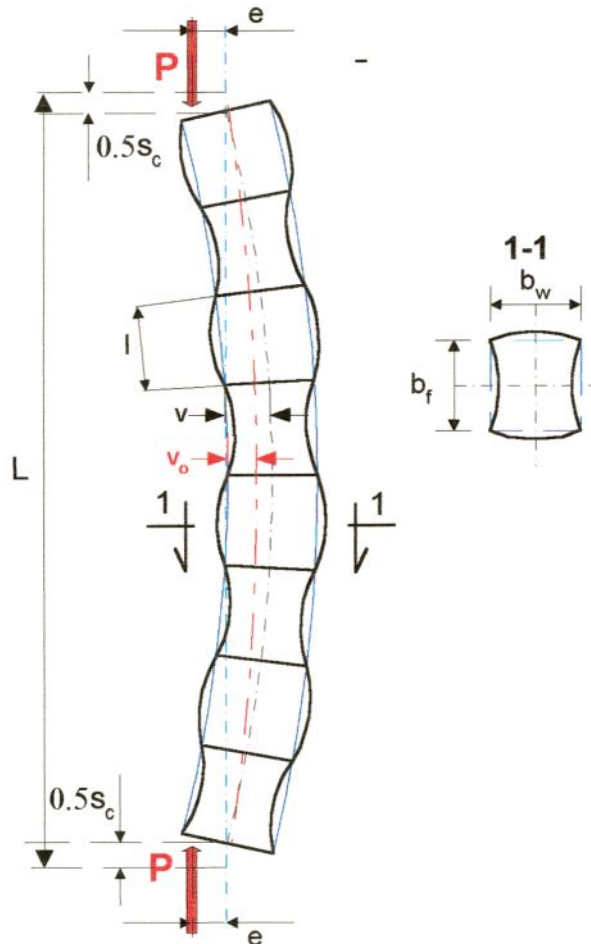
Maksymalne nośności słupów wyznaczono z uwzględnieniem naprężeń własnych, zgodnie z tabelą 2.2 dla przekrojów typu CF i CFHT. Nośności słupów, mających tylko naprężenia własne membranowe, są większe o 26% dla słupa typu CF o smukłości $\lambda_s = 1,6$ i o 16% większe dla słupa typu CFHT smukłości $\lambda_s = 1,0$, w stosunku do słupa ze wszystkimi naprężeniami własnymi. Gdyby porównać tylko naprężenia własne typu zgięciowego, to nośność stanowiłaby 99-100% dla CF i 99-102% dla CFHT nośności słupa ze wszystkimi naprężeniami. To porównanie pokazuje jak duże jest niedoszacowanie nośności w przypadku uwzględniania tylko naprężeń membranowych. Porównanie wszystkich modeli według teorii modułu stycznego $e/L = 0$, i teorii nośności granicznej $e/L = 1/5800$ pokazano na rysunku 2.52. Wszystkie te krzywe uwzględniają

rozkłady naprężeń własnych i wzrost granicy plastyczności dla małych wartości smukłości płytowych.

Krzywa dla przekrojów CFS rozchodzi się z krzywą dla przekrojów CF w punkcie $\lambda \approx 0,7$ i zbiega się z krzywą dla przekrojów CFHT w $\lambda_s \approx 1,6$. Ta tendencja wskazuje na wpływ naprężeń własnych wzdłuż grubości ścianki słupów typu CFS i CF, w których przyjęto ten sam rozkład naprężeń wzdłuż obwodu przekroju poprzecznego. Autorzy stwierdzili również, że wygięcie wstępne zmniejsza wpływ rozkładu granicy plastyczności i naprężeń własnych. Nośność według teorii modułu stycznego dla smukłości $\lambda_s \approx 1,0$ zmniejsza się o 2% dla $e/L = 1/5800$ i o 10% dla $e/L = 1/1000$, dla słupów CF, CFS, CFHT. Redukcja nośności dla słupa typu HT, mającego tylko rozkład granicy plastyczności wzdłuż obwodu, dla $\lambda_s \approx 1,0$, wynosi 6% dla $e/L = 1/5800$ i 18% dla $e/L = 1/1000$.

Guo [39] dzieli metody analityczne, do wyznaczania nośności granicznej słupów skrzynkowych, na następujące grupy:

- metoda sztywności efektywnej,
- rozwiązywanie zmodyfikowanych różniczkowych równań równowagi,
- metoda pasm skończonych w oparciu o teorię Koiter'a ogólnej stateczności,
- analiza belki-słupa, w oparciu o analizę wydzielonego myślowo krótkiego odcinka słupa między liniami węzłowymi.



Rys. 2.53. Schemat słupa z lokalną utratą stateczności wg [39]

Guo [39] i Guo, Chen [40] zbadali teoretycznie i doświadczalnie interakcję wyboczenia zinnogiętych cienkościennych słupów o przekrojach ceowych w obszarze sprężysto-plastycznym.

Krzywe M-P- Φ dla krótkiego odcinka słupa sporządzono w oparciu o metodę pasm skończonych z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznych i fizycznych. Rozpatrywano słupy obciążone osiowo i mimośrodowo. Zmiany granicy plastyczności wzdłuż przekroju porzecznego słupa

zostały uwzględnione w analizie. Do określenia granicy plastyczności w narożu wykorzystano formułę Karrena (2.2).

W celu zwiększenia dokładności obliczeń w analizie numerycznej, autor użył metody wielowarstwowego całkowania z kryterium plastyczności H-M-H.

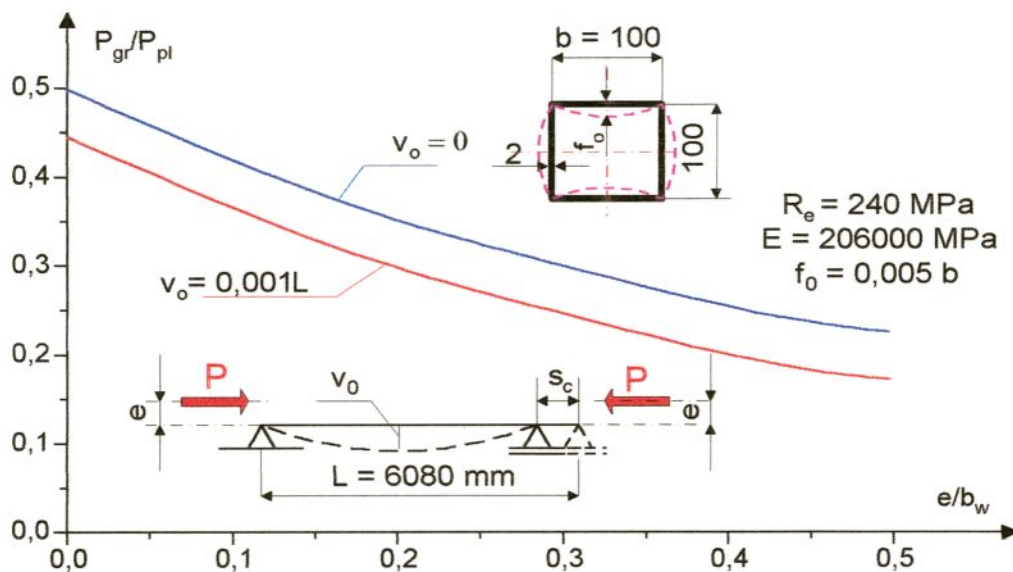
Po rozpatrzeniu krótkiego odcinka słupa, analizował słup długi, z lokalnie wyboczonych pniaczków, których długości są równe połowie fali wyboczeniowej. Długości pniaczków nie ulegają zmianie podczas całego procesu obciążania. Schemat słupa przedstawia rysunek 2.53.

W analizie numerycznej przyjęto $v_0 = 0$ lub $v_0 = L/1000$ i $f_0 = 0,005 b_w$. Na rysunku 2.54 przedstawiono wpływ ugięcia wstępnego i mimośrodowość obciążenia na nośność słupa.

Program badań eksperymentalnych składał się z dwóch części:

- badania krótkich słupów, do wyznaczenia współczynnika rzeczywistej granicy plastyczności,
- badania całych słupów.

Słupy krótkie wykonane były z dwóch ceowników formowanych na zimno, połączonych ze sobą spoiną czołową. Długości krótkich odcinków słupów były takie, jak długości półfal wyboczeniowych, co dobrze modeluje lokalną utratę stateczności. Grubości ścianek ceowników mieściły się w granicach 1,2-1,5mm. Autor stwierdza, że naprężenia własne, spowodowane spawaniem dla elementów z cienkich blach są nieznaczne i dlatego zostały pominięte w analizie.



Rys. 2.54. Względna nośność graniczna słupa skrzynkowego w zależności od mimośrodowość obciążenia i wygięcia wstępnego słupa wg [39]

W oparciu o wyniki własne Guo [39] podejmuje próbę sformułowania procedury projektowej. Obecne metody wymiarowania dzieli na:

- opierające się na krzywych dla słupów powiązanych z szerokością efektywną,
- opierające się na formule Perry'ego, sprzężone z rzeczywistą granicą plastyczności.

Nośność przekroju można wyrazić zależnością:

$$P_{gr} = A_{eff} \cdot \sigma_n, \quad (2.139)$$

gdzie: A_{eff} – przekrój efektywny, uwzględniający lokalną utratę stateczności, zależny od naprężeń σ_n , gdzie σ_n jest zdefiniowane jako :

$$\sigma_n = \begin{cases} R_e \cdot \left(1 - \frac{R_e}{4 \cdot \sigma_e}\right) & \text{dla } \sigma_e > 0,5R_e, \\ \sigma_e & \text{dla } \sigma_e \leq 0,5R_e, \end{cases} \quad (2.140)$$

σ_e – naprężenia sprężyste krytyczne dla słupa.

Nowy współczynnik efektywności przekroju poprzecznego, zależny od parametru $\beta = (R_e/\sigma_{kr})^{0,5}$, gdzie σ_{kr} – naprężenie krytyczne lokalnej stateczności przy równomiernym ściskaniu opisano zależnością:

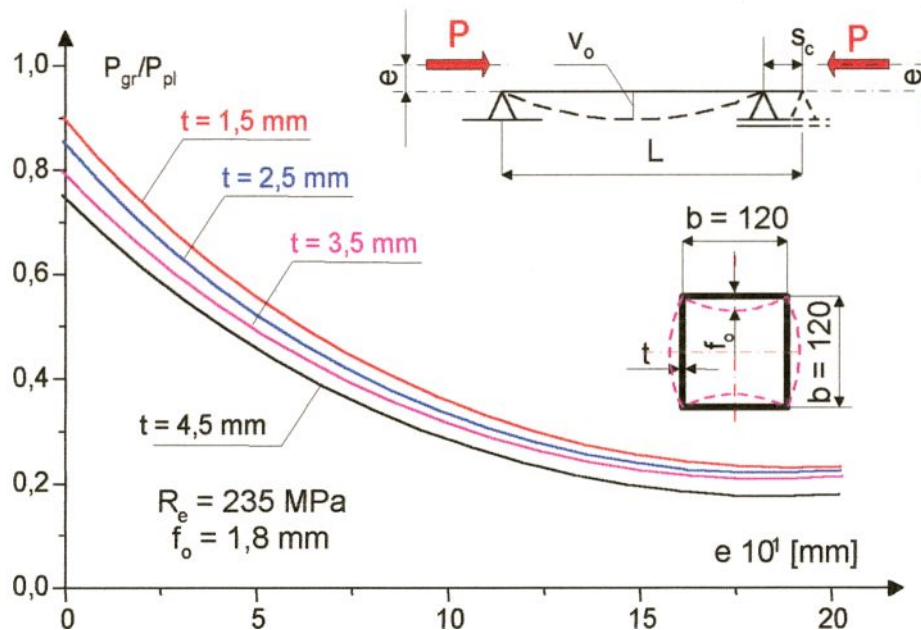
$$Q = \begin{cases} 1 & \text{dla } \beta \leq 0,65, \\ \frac{0,65}{\beta} & \text{dla } \beta > 0,65. \end{cases} \quad (2.141)$$

Nośność lokalnie wyboczonego słupa Guo [39] opisuje zmodyfikowaną zależnością Perry - Roberson'a:

$$(P_{gr} - Q \cdot P_{pl}) \cdot (P_{gr} - P_E) = m_o \cdot P_{gr} \cdot Q \cdot P_{pl}, \quad (2.142)$$

w której: m_o – parametr imperfekcji (na podstawie analiz teoretycznych jest równy 0,05).

Guo i Fukumoto [41] rozpatrywali przekroje skrzynkowe i przekroje ceowe, formowane na zimno, korzystając z metody elementów skończonych. Aby otrzymać naprężenia krytyczne lokalnego wyboczenia według teorii małych odkształceń sprężyso-plastycznych, ściany słupa podzielili na pasma skończone prostokątne, natomiast naroża przyjęli jako elementy cylindryczne powłokowe. Za warunek plastyczności przyjęli kryterium Iljuszyna, zaś obszar plastyczny został opisany zależnościami według teorii plastycznego płynięcia Prandtla-Reussa.



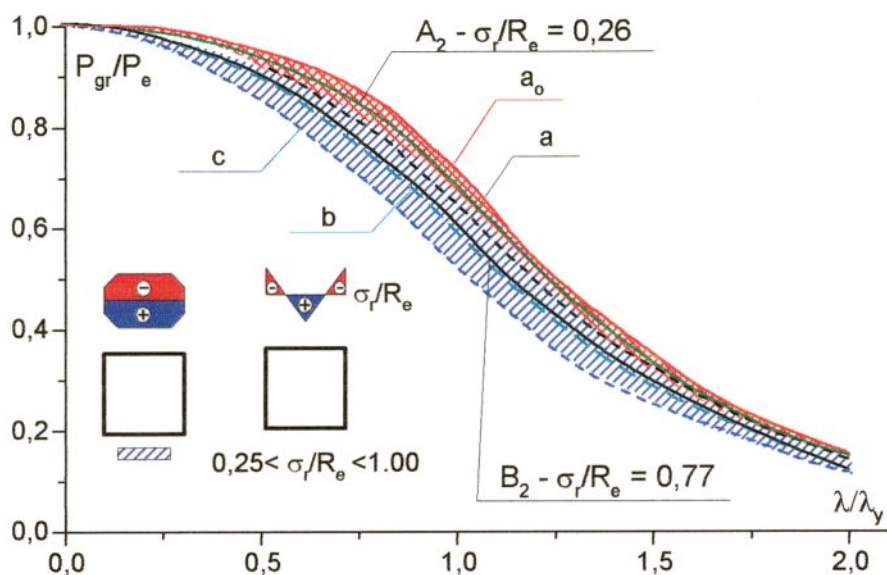
Rys. 2.55. Nośności słupów w zależności od mimośrodu i grubości ściany wg [41]

Analizę numeryczną prowadzono metoda przyrostową, rozpatrując przekroje skrzynkowe o wewnętrznym promieniu wygięcia równym $r = 2t$ i wygięciu wstępnym ścianek słupa $w_{ow} = 1,8 \text{ mm}$. Na rysunku 2.55 pokazano wyniki obliczeń numerycznych dla słupa skrzynkowego ze zmieniającym się mimośrodem i grubością ścianek.

Landolfo i Mazzolani [84] analizowali wpływ naprężeń własnych zmieniających się wzdłuż grubości ścianki słupa skrzynkowego formowanego na zimno na giętarce rolkowej i porównali wyniki z propozycjami EC3 [28, 29]. Wyniki analizy przedstawia rysunek 2.56.

Krzywe A_2 i B_2 otrzymano dla dwóch typów słupów: A_2 - formowany na zimno ze szwem spawanym i następnie poddany wyżarzaniu odprężającemu, B_2 - formowany na zimno ze szwem spawanym bez wyżarzania. Dla słupów typu A_2 przyjęto $\sigma_r/R_e = 0,26$, a dla słupów typu B_2 $\sigma_r/R_e = 0,77$; następnie sporządzono krzywe wyboczeniowe. Krzywiznę wstępną przyjęto równą $v_0 = L/1000$, smukłości lokalne ścianek wynosiły $b/t = 25$.

Landolfo, Mazzolani [84] porównali model klasyczny naprężeń własnych z otrzymanym z badań (por. rys. 2.56) i ocenili wpływ tych naprężeń na nośność graniczną słupa. Otrzymane krzywe typu A_2 i B_2 porównano z krzywymi europejskimi a_0 ; a; b; c; a_0 - przekroje skrzynkowe poddane termicznemu wyżarzaniu (typ A); a - spawane przekroje skrzynkowe.



Rys. 2.56. Porównanie wyników badań eksperymentalnych [84] z propozycjami [28,29]

Sully i Hancock [122] przeprowadzili badania i analizę cienkościennych słupów skrzynkowych. Krótki słup czyli pniaczek zdefiniowali jako element spełniający warunki: $3D < l < 20r$, gdzie D - największy wymiar przekroju poprzecznego, r - promień bezwładności. Autorzy określili rozkład granicy plastyczności i naprężeń własnych.

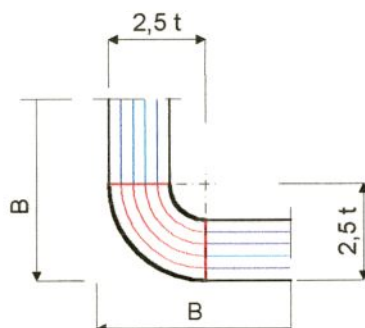
Wszystkie przekroje miały jedną spoinę czołową na jednej ze ścian, wewnętrzny promień wygięcia naroży wynosił $r = 2,5 t$. Zbadano dwa pniaczki o długości równej 500mm, rejestrując różne mechanizmy zniszczenia, pierwszy symetryczny, drugi asymetryczny. Przy mechanizmie asymetrycznym skrócenia pniaczka były o 16% większe w porównaniu z mechanizmem symetrycznym.

Dla pierwszego mechanizmu nośność graniczna wyniosła 1173 kN, a dla drugiego 1196 kN, gdzie nośność plastyczna przekroju z uwzględnieniem wzmocnienia naroży wynosi 1095 kN. Czyli dla mechanizmu symetrycznego $P_{eksp}/P_{pl} = 1,07$, a dla mechanizmu asymetrycznego $P_{eksp}/P_{pl} = 1,09$.

Geometryczne imperfekcje ścianek mieściły się w granicach 0,017t-0,083t. Analizowane słupy miały wymiary przekroju poprzecznego 125mm×125mm×6mm. Elementy do badań słupów miały długość 3000mm i długość wyboczeniową równą 3450mm. Mimośród wynosił 3mm.

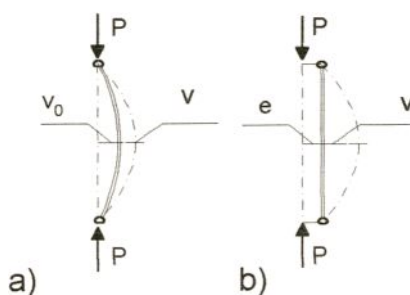
Obliczenia numeryczne przeprowadzono, wykorzystując metodę elementów skończonych oraz uwzględniając nieliniowości fizyczne i geometryczne. Przyjętą dyskretyzację pokazano na rysunku 2.57. Autorzy przeprowadzili dwie serie badań interakcji. Dla serii pierwszej $\beta = -1$, dla

czterech różnych stosunków przyłożonego momentu i siły, dla zmniejszającego się stosunku P/M . Dla drugiej serii $\beta = -0,5$; gdzie β jest stosunkiem przyłożonych momentów na końcach słupa.



Rys. 2.57. Dyskretyzacja przekroju wg [122]

Roorda [116] analizował cienkościennie słupy z elementów formowanych na zimno. Przedmiotem jego analizy były głównie słupy o przekroju ceowym. Przedstawiony sposób obliczeń w pracy [116] nadaje się do wyznaczania nośności granicznej słupów skrzynkowych.



Rys.2.58. Schematy słupów: a) obciążony osiowo, b) obciążony mimośrodowo wg [114]

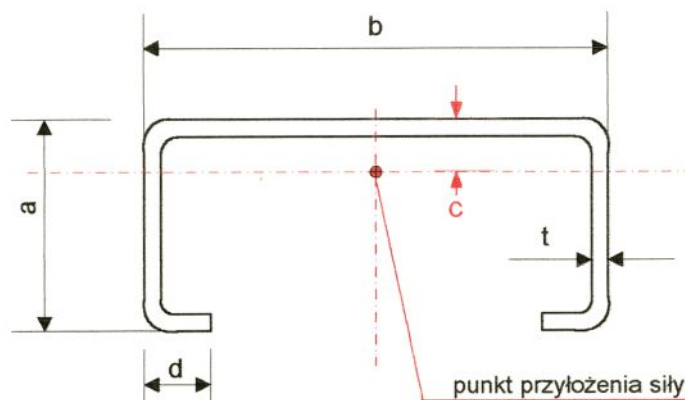
Przemieszczenia słupa obciążonego osiowo z wygięciem wstępnym jak na rysunku 2.56a można opisać równaniem:

$$v = \frac{v_0 \cdot \frac{P}{P_E}}{1 - \frac{P}{P_E}}, \quad (2.143)$$

zaś słupa z odciążeniem mimośrodowym jak na rysunku 2.56b równaniem (z błędem nie większym niż 2-3%):

$$v = \frac{\frac{e \cdot \pi^2}{8} \cdot \frac{P}{P_E}}{1 - \frac{P}{P_E}}. \quad (2.144)$$

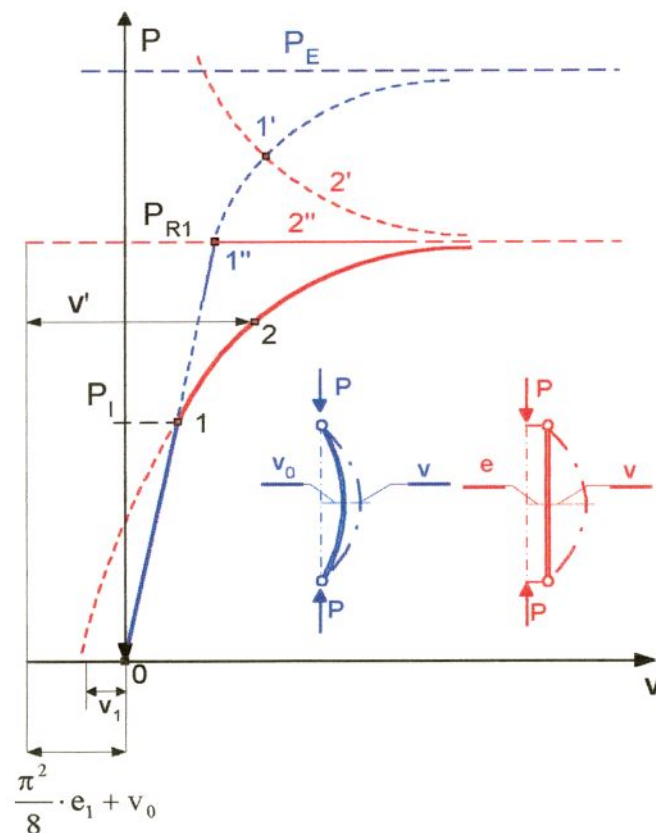
gdzie: P i P_E – przyłożone i Eulerowskie obciążenie.



Rys. 2.59. Przekrój poprzeczny słupa w stanie dokrytycznym wg [116]

Roorda [116] rozpatruje przekrój ceowy o wymiarach pokazanych na rysunku 2.59. Siła jest przyłożona w punkcie środka ciężkości w odległości c od środka. Słup jest początkowo zginany według równania (2.143) dla słupa obciążonego osiowo ze wstępnym wygięciem. W celu uproszczenia analizy przyjęto, że półki nie ulegają wyboczeniu, jako pierwszy ulega wyboczeniu lokalnemu środnik, zmiana sztywności tylko jego dotyczy. W pierwszym etapie ściana nie ulega wyboczeniu, przekrój jest całkowicie efektywny, stąd J i A są jak dla przekroju całkowitego, również mimośród obciążenia jest zerowy.

Słup doznaje stopniowych przemieszczeń zgodnie z równaniem (2.143). Przemieszczenia narastają w kierunku środnika, co pokazuje linia 0-1 na rysunku 2.60.

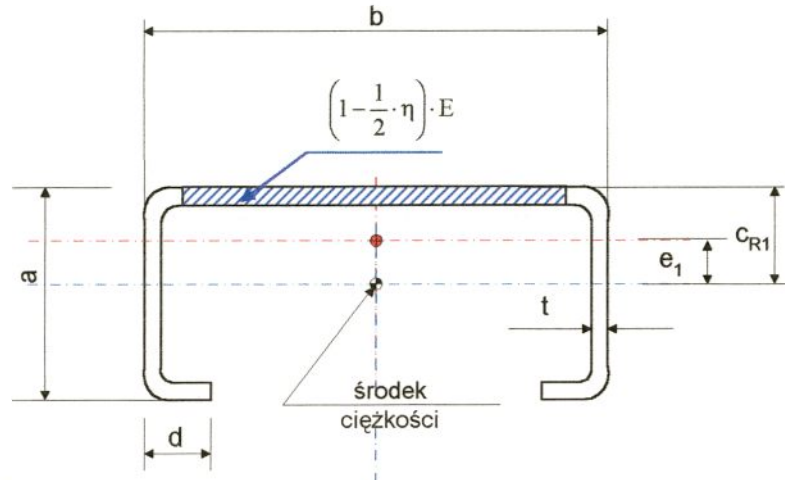


Rys. 2.60. Ścieżka równowagi statycznej słupa wg [116]

Kiedy naprężenia w środniku osiągną naprężenia krytyczne następuje lokalna utrata stateczności.

Upraszczając analizę bez dużej utraty dokładności, zakłada się, że wyboczenie lokalne ma miejsce na całej długości środnika.

Przekrój po utracie stateczności jest pokazany na rysunku 2.61. Sztywność środnika należy wymnożyć przez wartość $(1-0,5\eta) E$; w ścianach bocznych pozostaje stała.



Rys. 2.61. Przekrój z lokalnie wyboczonym środnikiem wg [116]

Ten zmienny przekrój ma zredukowane pole przekroju poprzecznego A_{eff1} , zredukowany moment bezwładności J_{e1} , środek ciężkości w odległości $c_{R1} = c + e_1$. Obciążenie krytyczne dla takiego przekroju wynosi:

$$P_{R1} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{e1}}{L^2}, \quad (2.145)$$

Słup, którego obciążenie pozostawało w osi przekroju, zaczyna być obciążony mimośrodowo i będzie zachowywał się zgodnie z równaniem (2.144). Ta zmiana zachowania się słupa ma miejsce tylko w punkcie 1 na rysunku 2.60. W tym przypadku można przyjąć, że słup jest obciążony w środku sztywności i początkowo zginany o wielkość $(\pi e_1/8 + v_0 + v_1)$. Pierwszy wyraz odpowiada wygięciu z osi słupa powiązanej z e_1 . Drugi wyraz jest rzeczywistą imperfekcją słupa obecną od samego początku. Wyraz v_1 jest zredukowaną fikcyjną imperfekcją dodaną i niezbędną aby zapewnić, że obciążenie w stosunku do przemieszczeń przechodzi dokładnie przez punkt 1, rysunek 2.60. Wyraz v_1 musi być wyznaczony z warunku równości przemieszczeń środka słupa.

Zależność P- v zredukowanego słupa można opisać równaniem:

$$v^1 = v + \frac{\pi^2 \cdot e_1}{8} + v_0 = \frac{\frac{\pi^2 \cdot e_1}{8} + v_0 - v_1}{1 - \frac{P}{P_{R1}}}. \quad (2.146)$$

Z warunku przecinania się krzywych w punkcie 1 (rys. 2.60) otrzymujemy wyrażenie dla v_1 :

$$v_1 = \frac{P_L}{P_{R1}} \cdot \left(\frac{\pi^2 \cdot e_1}{8} + \frac{(P_{R1} - P_E) \cdot v_0}{P_E - P_L} \right). \quad (2.147)$$

Po wykonaniu dodawania otrzymujemy wyrażenie dla v^1 :

$$v^1 = \frac{P_{R1} - P_L}{P_{R1} - P} \cdot \left(\frac{\pi^2 \cdot e_1}{8} + \frac{P_E \cdot v_0}{P_E - P_L} \right). \quad (2.148)$$

Wraz ze wzrostem obciążenia słupa cienkościennego, wzrasta przemieszczenie w środku rozpiętości (odcinek 0-1 na rysunku 2.59), zbliżając się asymptotycznie do wartości naprężeń krytycznych dla bardzo dużych przemieszczeń.

Kiedy obciążenie osiąga wartość lokalnego wyboczenia P_L mamy nowe obciążenie wyboczące P_{e1} , dlatego wykres $P-v$ ma w punkcie 1 nieciągłość i potem przyjmuje kierunek mniejszy od początkowego (krzywa 1-2), zmniejszając nośność wyboczenia globalnego do wartości P_{R1} .

Nowy kierunek wygięcia krzywej 1-2 zależy głównie od wartości stosunku P_L/P_{R1} . Jeśli $P_L < P_{R1}$, wtedy krzywa ma dodatnie wygięcie wskazujące stateczne po wyboczeniowe zachowanie. Krzywa 1'-2' (rysunek 2.60) przedstawia ten przypadek.

Krzywa 1-2 jest naturalną ścieżką obciążenia zredukowanego słupa i zbliżającą się asymptotycznie do wartości zredukowanego obciążenia krytycznego. Jeśli $P_L > P_{R1}$ wtedy krzywa będzie miała charakter malejący, spowodowany stanem nie statecznym. Przedstawia to krzywa 1'-2' na rysunku 2.60.

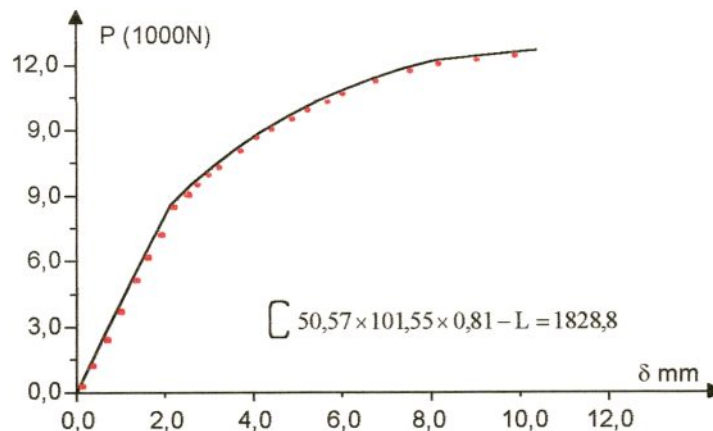
Jest jeszcze możliwość takiego przypadku, że $P_L = P_{e1}$. To przemieszczenie v^1 jest nieokreślone i przedstawia to stan neutralny (krzywa 1''-2'' rysunek 2.59).

W oparciu o metodę przyrostową proponuje stworzenie ścieżki rekursywnej $P-\delta$, poprzez przyrostowe wzrastanie obciążenia i wyliczanie przemieszczeń zgodnie z równaniem (2.148), w którym P_{R1} , I_{R1} , e_1 , v_1 jest przeliczane dla każdego stanu, aby dostosować do bieżących zredukowanych charakterystyk przekroju słupa.

Gdy naprężenie osiągnie wartość równą granicy plastyczności, to słup osiąga nośność graniczną.

Autor przeprowadził analizy numeryczne i badania eksperymentalne, przyjmując współczynnik wyboczeniowy dla średnika równy $k = 5,4$. Wybrane wyniki doświadczalne przedstawiono na rysunku 2.62. Dla bardzo smukłych słupów o nośności granicznej decyduje wyboczenie ogólne powodując nagłe zniszczenie. Takie słupy są wrażliwe na obecność ugięć wstępnych, kiedy obciążenie jest bliskie Eulerowskiemu.

Gdy naprężenia krytyczne ścianek słupa są bliskie wartościom obciążeń wyboczenia ogólnego, to redukcja nośności może osiągnąć nawet 40%. Ta metoda zaprezentowana przez Roorda [116], mimo przyjętych założeń, dość dobrze zgadza się z wynikami doświadczalnymi, co widać na rysunku 2.62.



Rys. 2.62. Wyniki badań doświadczalnych wg Roorda [116]

Weiss i Śliwińska [135] proponują wyznaczać nośność nadkrytyczną słupów skrzynkowych za pomocą wykresów opracowanych przez Klöppela z wykorzystaniem pomocniczych wykresów wartości bezwymiarowych sił uogólnionych, które są funkcjami bezwymiarowych naprężeń.

Braham, Grimmault, Massonet, Mouty, Rondal [10] badali słupy skrzynkowe formowane na zimno z jedną spoiną czołową na jednej ze ścian. Smukłości płytowe badanych słupów mieściły się w granicach $b/t = 20 \div 82$, smukłości prętowe $L/i = 80 \div 230$, granica plastyczności $R_e = 270 \div 481 \text{ MPa}$. Wszystkie słupy były poddane osiowemu ścisnaniu. Autorzy, podsumowując badania, proponują wyrażenie do określania naprężeń granicznych krótkich słupów. Formuła opiera się na równaniu Airtona-Perry'ego:

$$\frac{\sigma_{gr}^p}{R_e} = \frac{1}{2 \cdot \lambda_{lk}} \cdot \left[1 + \beta_s \cdot (\lambda_{lk} - 0,8) + \lambda_{lk} - \sqrt{[1 + \beta_s \cdot (\lambda_{lk} - 0,8) + \lambda_{lk}]^2 - 4 \cdot \lambda_{lk}} \right], \quad (2.149)$$

gdzie: $\lambda_{lk} = \frac{1}{1,9 \cdot t} \cdot \sqrt{\frac{R_e}{E}}$, $\beta = 0,67$.

Maqoui i Rondal [94] uogólniają wzór (2.149) i zalecają zamiast λ^2 przyjmować λ , a człon $0,206 (\lambda - 0,2)$ zastąpić członem $\bar{\alpha} \cdot (\lambda - \lambda_0)$.

Stanem nadkrytycznym słupów skrzynkowych zajmowali się także Kowal-Michalska i Grądzki w pracy pod redakcją Królaka [67].

Stan nadkrytyczny z uwzględnieniem nieliniowości fizycznych i materiałowych rozpatrywali, analizując pasmo płytowe. Podają dla słupów cienkościennych formułę do wyznaczania nośności granicznej, opierając się na propozycji równania Perry-Robertson'a:

$$P_{gr} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ [P_{pl} + (1 + \eta) \cdot P_E] - \sqrt{[P_{pl} + (1 + \eta) \cdot P]^2 - 4 \cdot P_{pl} \cdot P_E} \right\}. \quad (2.150)$$

W przypadku słupów formowanych na zimno norma szwedzka [121] zaleca przyjmować:

$$\eta = \alpha \cdot (4 - 3 \cdot Q) \cdot \left(\sqrt{\frac{R_e}{\sigma_E}} - 0,2 \right) \cdot \frac{1}{\frac{R_e}{\sigma_E}}, \quad (2.151)$$

gdzie: α – zależy od kształtu przekroju poprzecznego.

W normie brytyjskiej BS 5950 [13] podaje się inną wartość:

$$\eta = 0,002 \cdot \left(\frac{L}{i} - 20 \right), \quad (2.152)$$

gdzie: L – jest długością wyboczeniową słupa.

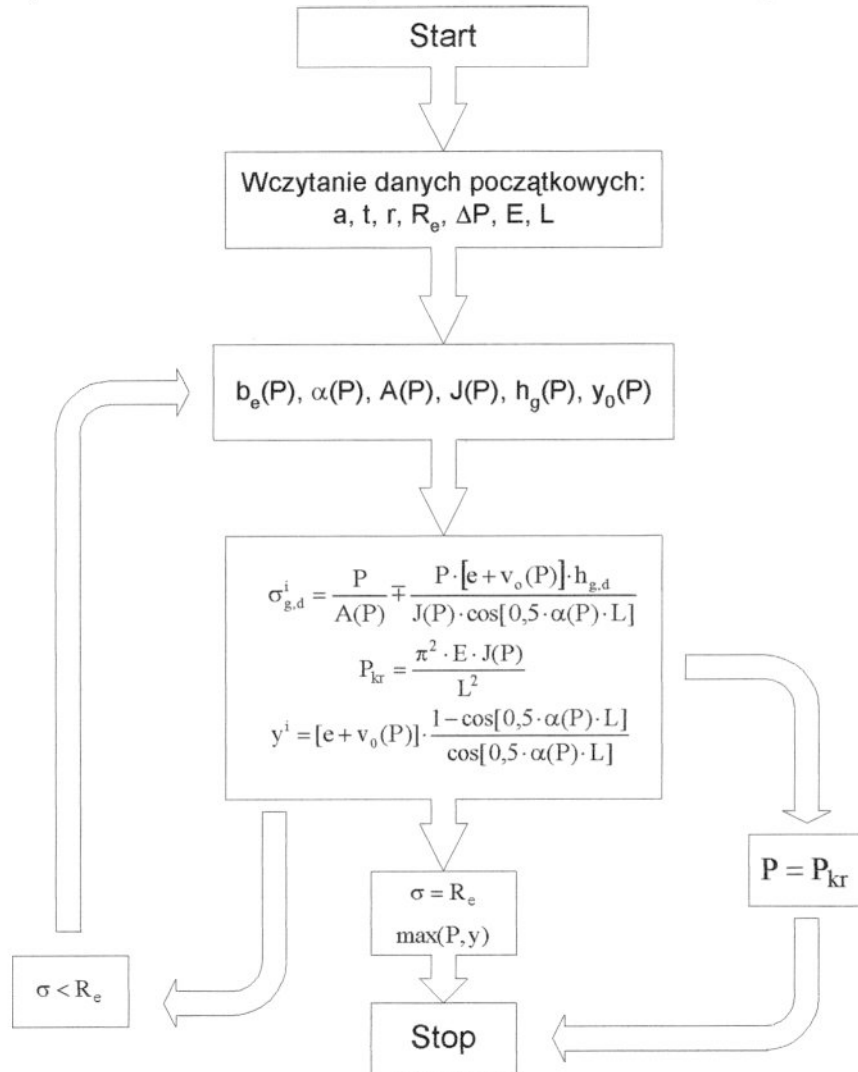
Autorzy ci, w oparciu o badania eksperymentalne i porównanie wyników teoretycznych proponują przyjmować:

$$\eta = 0,002 \cdot (4 - 3 \cdot Q) \cdot \left(\frac{L}{r} - 20 \right), \quad (2.153)$$

gdzie: $Q = A_{eff}/A$.

Równanie różniczkowe lini ugięcia podaje Kubica [74] dla słupa o przekroju zamkniętym, który jest obciążony osiowo i znajduje się w stanie nadkrytycznym:

$$\{E \cdot J_e[x, y, (x), P] \cdot y''[x, P]\} + P \cdot \{y''[x, P] + \eta_s[x, y(x, P)]\} = -P \cdot y_0''[x]. \quad (2.154)$$



Rys. 2.63. Algorytm obliczeń nośności granicznej słupa wg [5].

Jest to równanie nieliniowe o współczynnikach zależnych od obciążenia P . Równanie (2.153), poszerzone o obciążenia poprzeczne, zastosował Biegus [5], do opisu krzywej równowagi granicznej obciążonego mimośrodowo pręta cienkościennego o przekroju niesymetrycznym bez wpływu naprężeń własnych.

Biegus[5] podał rozwiązanie równania (2.154) w postaci wyrażenia:

$$y = (y_0 + e) \cdot (\operatorname{tg}[0,5\alpha \cdot l] \cdot \sin[\alpha \cdot x] + \cos[0,5 \cdot \alpha \cdot x] - 1), \quad (2.155)$$

gdzie: $\alpha(P) = \sqrt{P/(E \cdot J_x(P))}$, P - przyłożone obciążenie. Autor zaproponował rozwiązywanie równania (2.154) dla każdego przyrostu obciążenia (metodą krok po kroku). Podał algorytm obliczeń do wyznaczenia nośności granicznej słupa i wartości przemieszczeń dla kolejnych przyrostów obciążenia, (rys.2.63).

2.6. Podsumowanie

Badania i analizy przedstawione w pracach [1, 8, 9, 12, 19, 20, 28, 29, 37, 41, 48, 54, 55, 87, 112, 113, 134, 136] potwierdzają, że proces formowania na zimno powoduje wzrost granicy plastyczności i wytrzymałości doraźnej naroża kształtownika, powodując jednocześnie zmniejszanie wydłużalności w próbie rozciągania. Wielkość i rozkład wzmocnienia materiału zależy od: względnego promienia zagięcia r/t , grubości materiału i przede wszystkim technologii wytwarzania.

Różnice w oszacowaniu wartości granicy plastyczności w narożu według różnych propozycji dochodzą średnio do 30%.

Analizy doświadczalne i numeryczne zawarte w pracach [19, 46, 56, 59, 66, 112, 113, 100, 119, 141], dotyczące typu i rozkładu naprężeń własnych, powstałych w procesie formowania na zimno, potwierdzają, że decydujący wpływ wywiera technologia formowania.

Nie jest możliwe stworzenie jednolitej propozycji rozkładu i wielkości naprężeń własnych w kształtownikach giętych na zimno.

W pracach dotyczących profili ceowych giętych na zimno w prasie rolkowej np. wg [84, 118, 1, 140] podaje się tylko naprężenia własne typu zginającego w kierunku podłużnym, których wartość waha się w granicach od $0,3 R_e$ do $0,5 R_e$.

W przekrojach skrzynkowych formowanych na zimno w prasach rolkowych z jedną spoiną występują naprężenia własne typu membranowego i zgięciowego np. wg [15, 19, 66, 84, 122, 150]. Propozycje te, są tak różne, że nie jest możliwe przyjęcie wspólnego uśrednionego rozkładu naprężeń własnych, co do samego rozkładu jak i wartości.

W pracach [46, 87, 112, 113] stwierdzono występowanie naprężeń własnych w narożach kształtowników giętych.

Naprężenia krytyczne, w ścianach profili ceowych i skrzynkowych giętych na zimno, są zależne od: wielkości promieni naroży, grubości ściany, rozkładu naprężeń własnych. W pracy [96] poruszono problem wpływu wielkości naroża na naprężenia krytyczne ściany słupa skrzynkowego formowanego na zimno, tylko dla zakresu sprężystego bez naprężeń własnych.

Na podstawie prac [28, 29, 51, 64, 112, 113] można określić naprężenia krytyczne dla ścian słupa, bez uwzględniania naprężeń własnych.

W pracach [60, 61, 62, 74], autorzy podają wyrażenia na naprężenia krytyczne dla słupa skrzynkowego spawanego z blach z uwzględnieniem naprężeń własnych typu membranowego.

W pracach [137-140] jest przedstawiona procedura określania naprężeń krytycznych z uwzględnieniem naprężeń własnych, ale tylko typu zgięciowego.

Analiza stanu nadkrytycznego ścian słupa skrzynkowego w większości wypadków oparta jest o koncepcję szerokości efektywnej np. [4, 10, 11, 12, 13, 14, 19, 22, 32, 33, 37, 39, 47, 50, 52, 58, 60-62, 67, 68, 74, 110, 112, 115, 116, 133, 136] która daje bardzo proste algorytmy obliczeniowe.

Analizę wydzielonej myślowo ściany słupa przeprowadza się jak dla płyty swobodnie podpartej, modelując odpowiednie warunki brzegowe np. [7, 8, 16, 19, 22, 25, 30, 31, 37, 39, 41, 43, 45, 50, 53, 63, 67, 68, 69, 88, 89, 94, 103, 114]. Większość rozwiązań dotyczy zakresu sprężystego bez naprężeń własnych.

W pracach [19, 59, 58, 60-62, 74, 84] uwzględniono różne typy naprężeń własnych nie zawsze podając charakterystyki sztywnościowe słupów i nie podając wpływu tych naprężeń na nośność dokrytyczną słupa.

W pracy [74] podano wartości skróceń słupów skrzynkowych spawanych z blach, z wykorzystaniem szerokości efektywnej wytrzymałościowej.

W pracy [19] podano charakterystyki sztywnościowe słupów skrzynkowych giętych na zimno, z uwzględnieniem naprężeń własnych otrzymanych na podstawie własnych badań.

Nie ma w pełni opracowanej analizy zachowania się słupów skrzynkowych z kształtowników giętych na zimno w pełnym zakresie obciążeń, z uwzględnieniem imperfekcji i naprężeń własnych, zarówno typu membranowego i zgięciowego.

Brak jest prac podających wyrażenia na szerokości efektywne sztywnościowe lub wytrzymałościowe ścian słupa z kształtowników giętych na zimno z uwzględnieniem naprężeń własnych dla całego zakresu obciążeń.

Nie ma żadnych danych dotyczących nośności dokrytycznej ścian słupa z uwzględnieniem naprężeń własnych występujących w słupach skrzynkowych z kształtowników giętych na zimno.

Prace dotyczące słupów skrzynkowych formowanych na zimno dotyczyły głównie elementów formowanych w prasach rolkowych o przekrojach ceowych lub skrzynkowych.

Rozbieżność w proponowanych rozkładach naprężeń własnych dowodzi, że autorzy badali elementy tylko dla jednej metody profilowania (kształtowanie na giętarcie rolkowej).

Na podstawie analizy stanu wiedzy badanego zagadnienia można stwierdzić, że istnieje potrzeba spójnej metody obliczania nośności dokrytycznej, nośności granicznej oraz sztywności podłużnej ściskanych słupów skrzynkowych z kształtowników formowanych na zimno w prasach krawędziowych, z uwzględnieniem rzeczywistych imperfekcji i naprężeń własnych.

3. TEZY PRACY

- 1. Naprężenia i odkształcenia spawalnicze, w słupach spawanych z kształtowników giętych na zimno, wpływają znacząco na przebiegi ścieżek równowagi statycznej słupów.**
- 2. Technologia wytwarzania kształtowników giętych na zimno wpływa na nośność dokrytyczną i nadkrytyczną ścian słupów.**

4. BADANIA MODELOWE

4.1. Wstęp

Główne badania modelowe zostały przeprowadzone w celu określenia imperfekcji geometrycznych blach i słupów, oraz w celu określenia rzeczywistego zachowania się ścian słupów, określenia rozkładu naprężeń własnych, poznania zachowania się słupów w całym zakresie obciążeń, wyznaczenia nośności, zmian sztywności podłużnej i giętnej słupów.

W etapie pierwszym przeprowadzono badania sondażowe w celu potwierdzenia występowania imperfekcji i naprężeń własnych w elementach giętych na zimno, jako pozostałości po procesie formowania. W tym celu wybrano dwa elementy formowane na zimno typu sigma o wymiarach $200 \times 70 \times 1,6$ mm.

Badaniom zasadniczym poddano 9 modeli słupów w skali naturalnej. Słupy o długości 2000 mm i przekrojach skrzynkowych z kształtowników giętych $200 \times 200 \times 3$ mm i $160 \times 160 \times 4$ mm wykonano w wytwórni konstrukcji stalowych. Przekroje słupów dobrano tak, aby stanowiły uzupełnienie badań światowych w tej dziedzinie.

4.2. Modele słupów i elementów próbnych

Modele elementów próbnych EL-1 i EL-2 wykonano z gotowych profili typu sigma formowanych na zimno, o przekrojach poprzecznych $200 \times 70 \times 1,6$ mm i długości 700 mm i $R_e = 362$ MPa. Na każdym z końców przyspawano spoiną czołową podstawy z blach, tak aby było możliwe umieszczenie elementów w maszynie wytrzymałościowej. Kształty blach zostały zaprojektowane w taki sposób, aby nie powstawał mimośród obciążenia podczas (rozciągania) elementu (rys.4.1, 4.2).

Grubości ścianek elementów EL1 i EL2 mieściły się w granicach $1,58 \div 1,59$ mm. Krótki kawałek płatwi dachowej został przeznaczony do określenia charakterystyk wytrzymałościowych blach. Na podstawie badań 14 próbek o wymiarach 20×150 mm otrzymano następujące charakterystyki wytrzymałościowe (tabela 4.1).

Tabela 4.1

Charakterystyki mechaniczne stali elementów próbnych

Granica plastyczności			Wytrzymałość doraźna			Moduł Younga		
R_e	S_{Re}	V_{Re}	R_m	S_{Rm}	V_{Rm}	E_{sr}	S_E	V_E
MPa	MPa		MPa	MPa		MPa	MPa	
362	2,53	0,007	486	3,52	0,008	206321	8400	0,0407

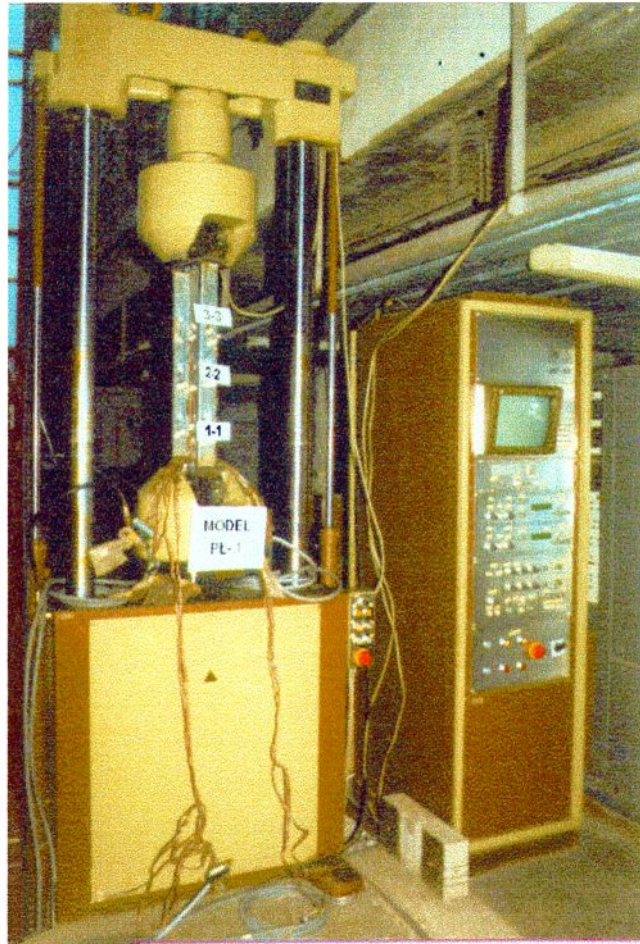
Modele słupów zostały wykonane z blach stalowych o grubości 3mm i 4mm ze stali 18G2. Trzy modele słupów (S3-1,S3-2,S3-3) o wymiarach przekroju poprzecznego $200 \times 200 \times 3$ mm wykonane zostały z dwóch profili ceowych, formowanych za zimno w prasie krawędziowej (tzw. krawędziarka). Ceowniki zostały połączone ze sobą spoinami czołowymi wykonanymi półautomatycznie na całej długości słupa (rys.4.3). Kolejne trzy modele (S4-1,S4-2,S4-3) o wymiarach $200 \times 200 \times 3$ mm zostały wykonane z 4 kątowników formowanych na zimno w prasie krawędziowej, połączonych ze sobą spoinami czołowymi wykonanymi półautomatycznie na całej długości słupa (rys.4.4). Następne trzy modele (S2-1,S2-2,S2-3) słupów o wymiarach $160 \times 160 \times 4$ mm wykonane zostały z dwóch ceowników połączonych jak w słupach z serii S3 (rys.4.5).

Aby zapewnić przegubowe podparcie, wykonano łożysko wg [74] dla dolnej podstawy słupa, w którym przegub w jednej płaszczyźnie zapewnia płytka kołyskowo-styczna, w drugiej-swożeń w otworach żeber pionowych (rys.4.6). Dokładne ustawienie słupa było

możliwe dzięki regulacji ośmioma wkrętami ścianek łożyska. Przegubowe podparcie górnego końca słupa zapewniała głowica prasy, osadzona w łożysku kulistym. Każdy rozpatrywany słup miał dwie długości wyboczeniowe $L_x = 2180$ mm i $L_y = 2320$ mm.

Do pomiaru grubości blach i określenia charakterystyk wytrzymałościowych przeznaczono dwa elementy, po jednym z serii S2-3, S3-3. Dodatkowo w elemencie S3-3 określono rozkład naprężeń własnych. Grubości blach wahały się w granicach 2,98-3,20 mm dla elementu S3-3 i 3,97-3,99 mm dla elementu S2-3. Pobrano również próbki materiału z naroży kształtowników. Przykładowe zależności σ - ε dla materiału przedstawiono na rysunku 4.7.

a)

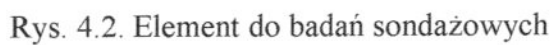


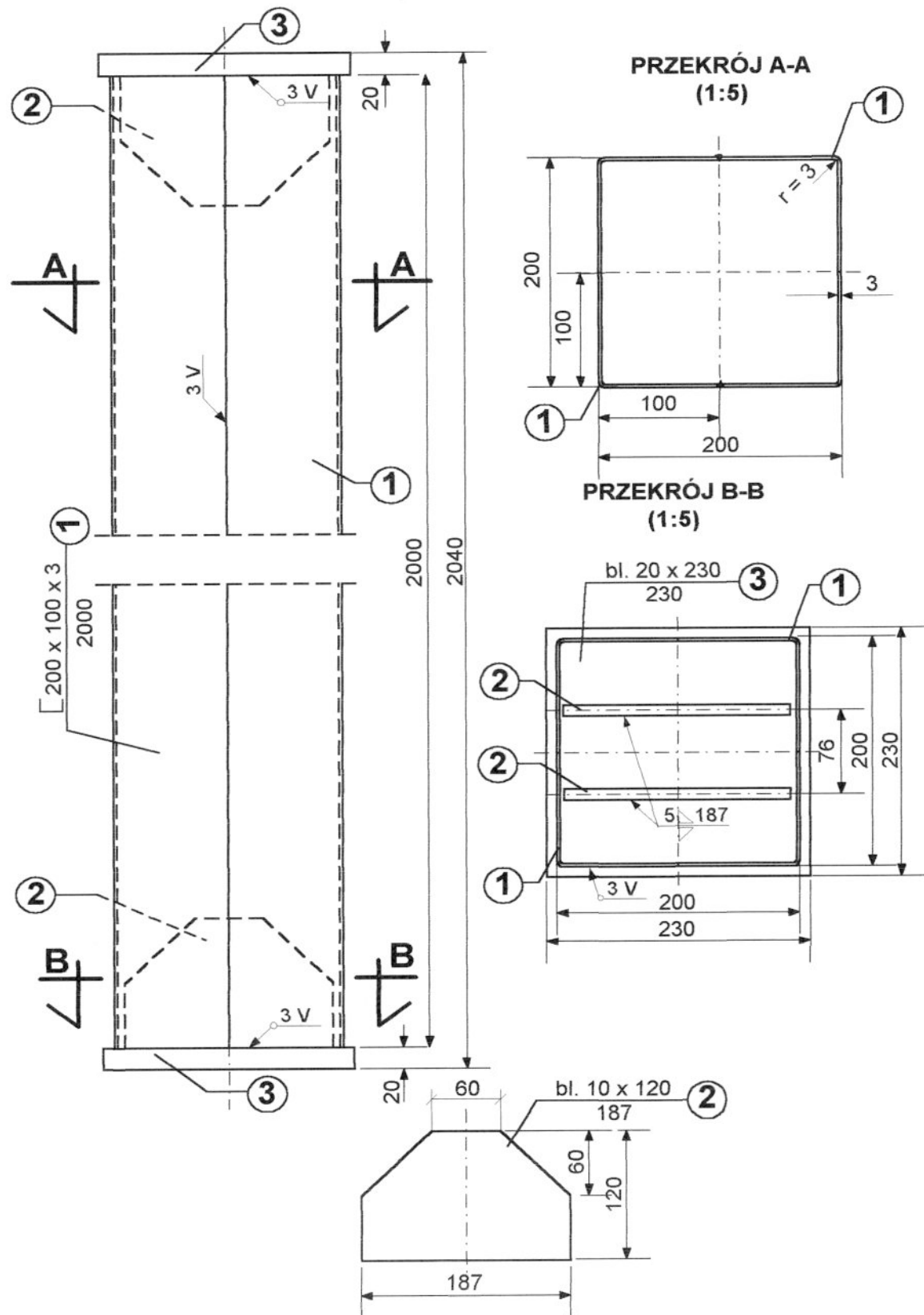
b)



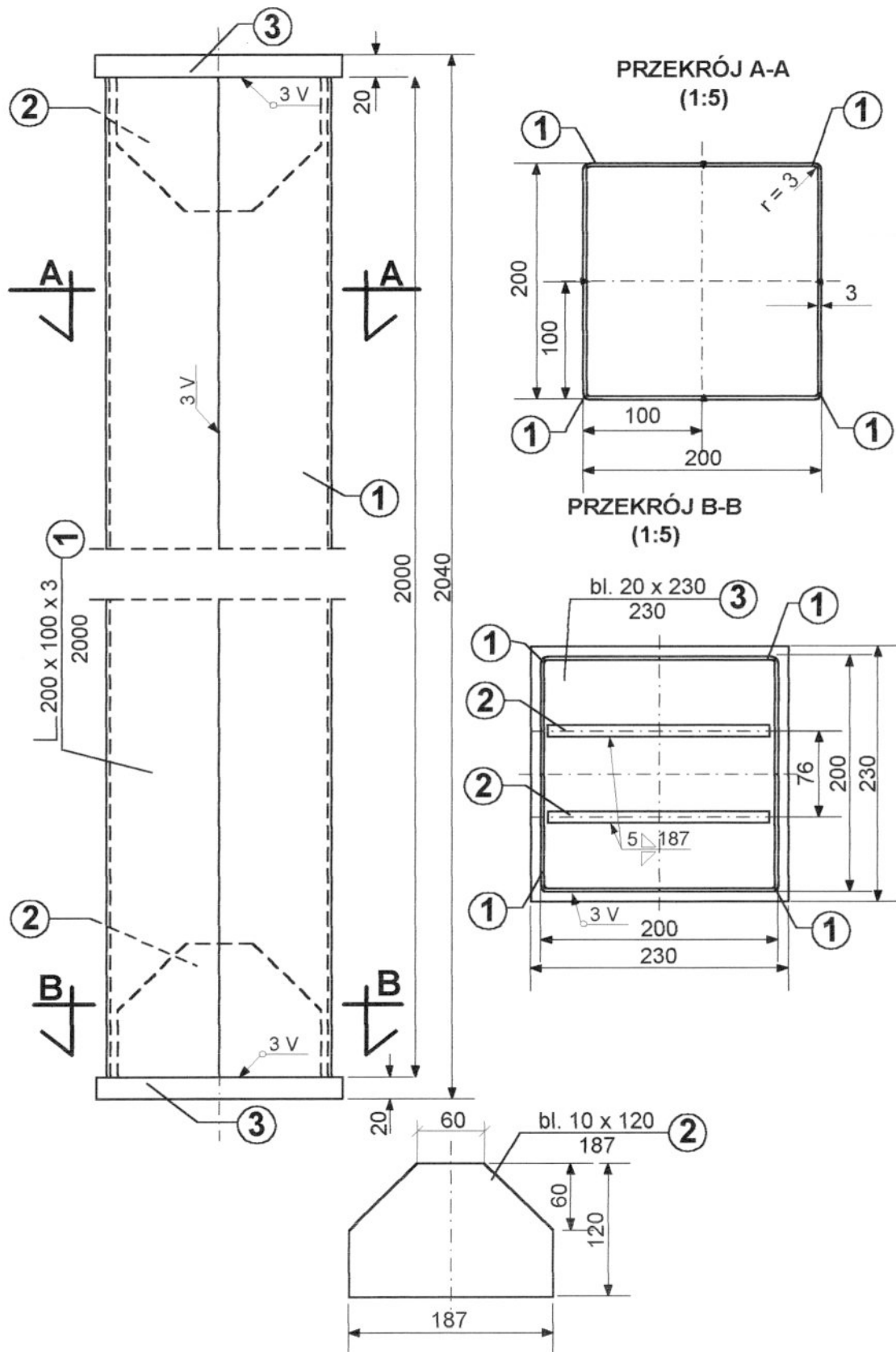
Rozmieszczenie tensometrów w przekrojach 1-1, 2-2, 3-
elementu EL1 i EL2 (por. rys.4.2)

Rys. 4.1. Element El-1 na stanowisku badawczym i rozmieszczenie tensometrów w przekrojach

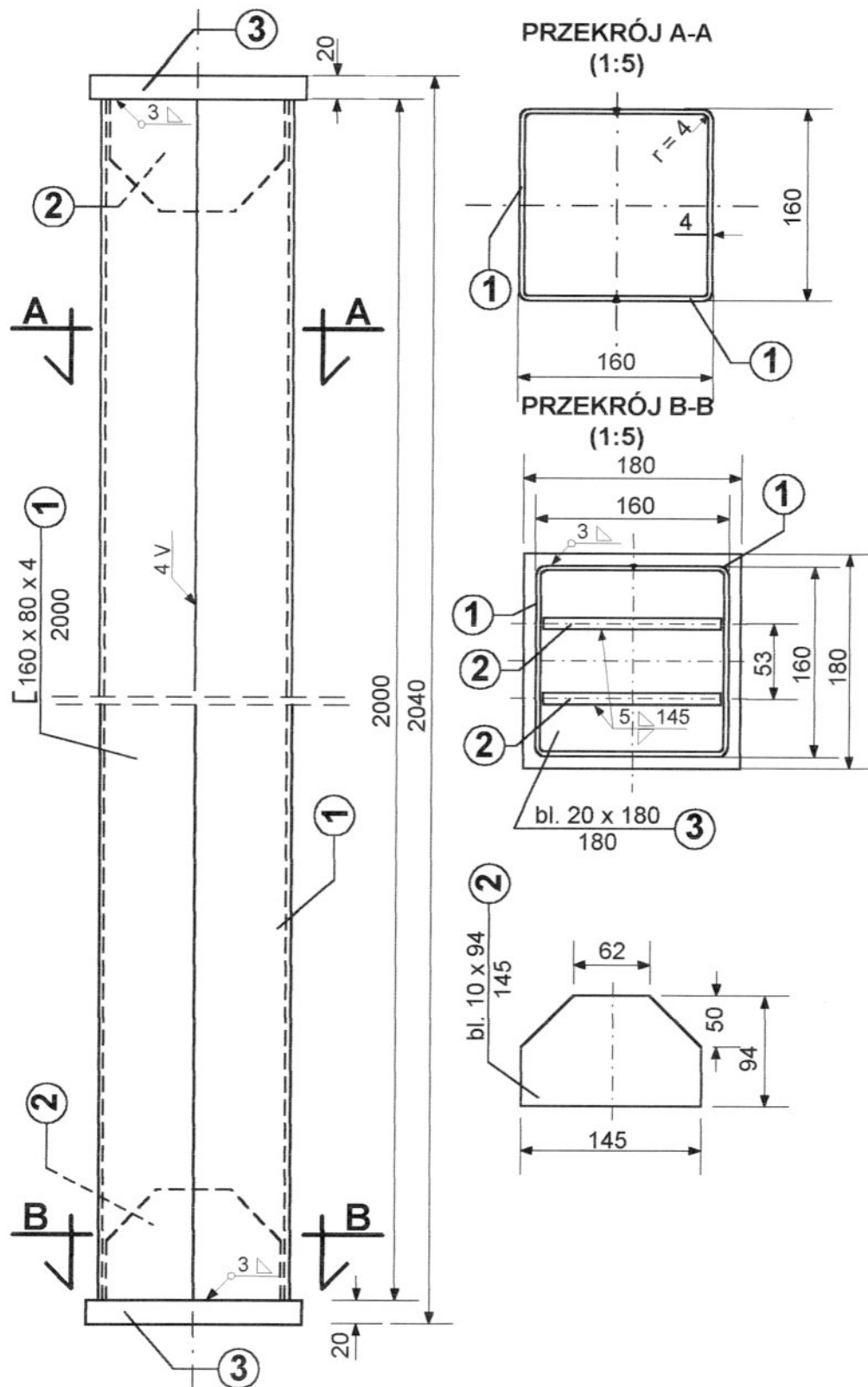




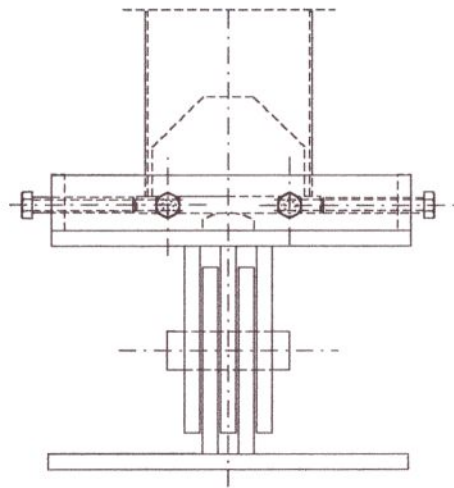
Rys. 4.3. Słup S3



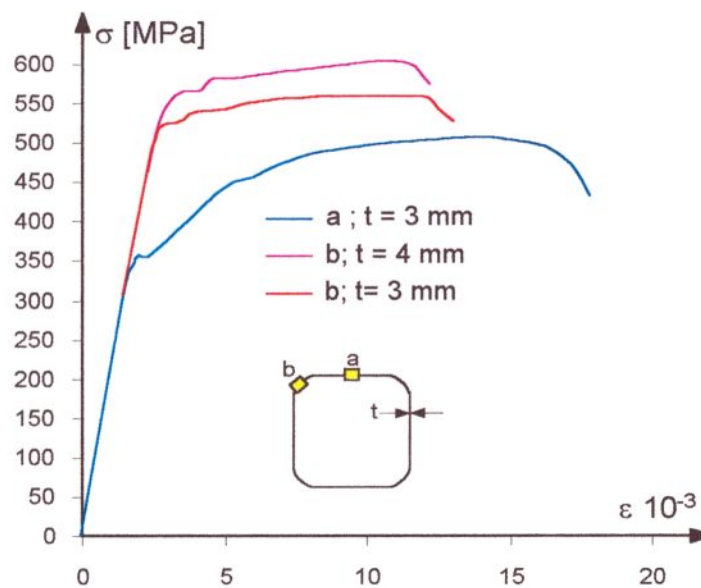
Rys. 4.4. Słup S4



Rys. 4.5. Słup S2



Rys. 4.6. Dolne łożysko słupa wykonane wg [74]

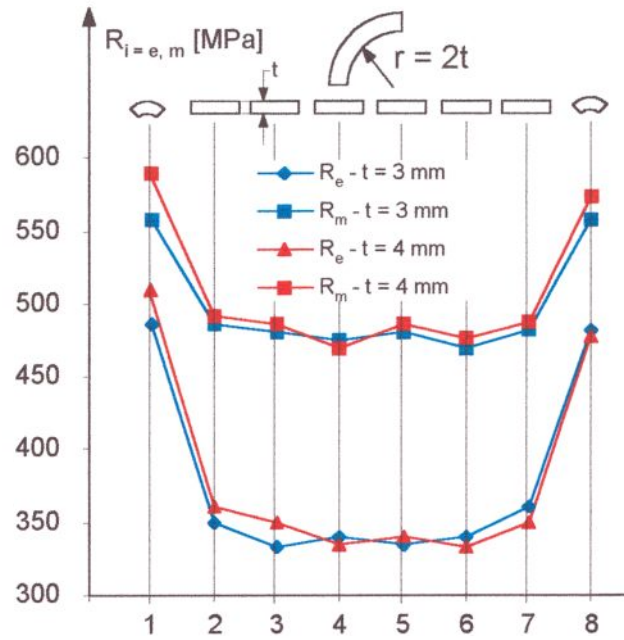


Rys. 4.7. Przykładowe zależności σ - ϵ z badań

Rozkład granicy plastyczności i doraźnej wytrzymałości na rozciąganie wzdłuż szerokości ściany słupa przedstawiono na rys.4.8.

Oprócz określenia cech wytrzymałościowych materiału pomierzono ugięcia wstępne na wszystkich ścianach słupów, w punktach siatki pomiarowej naniesionej wcześniej (rys.4.12-4.14).

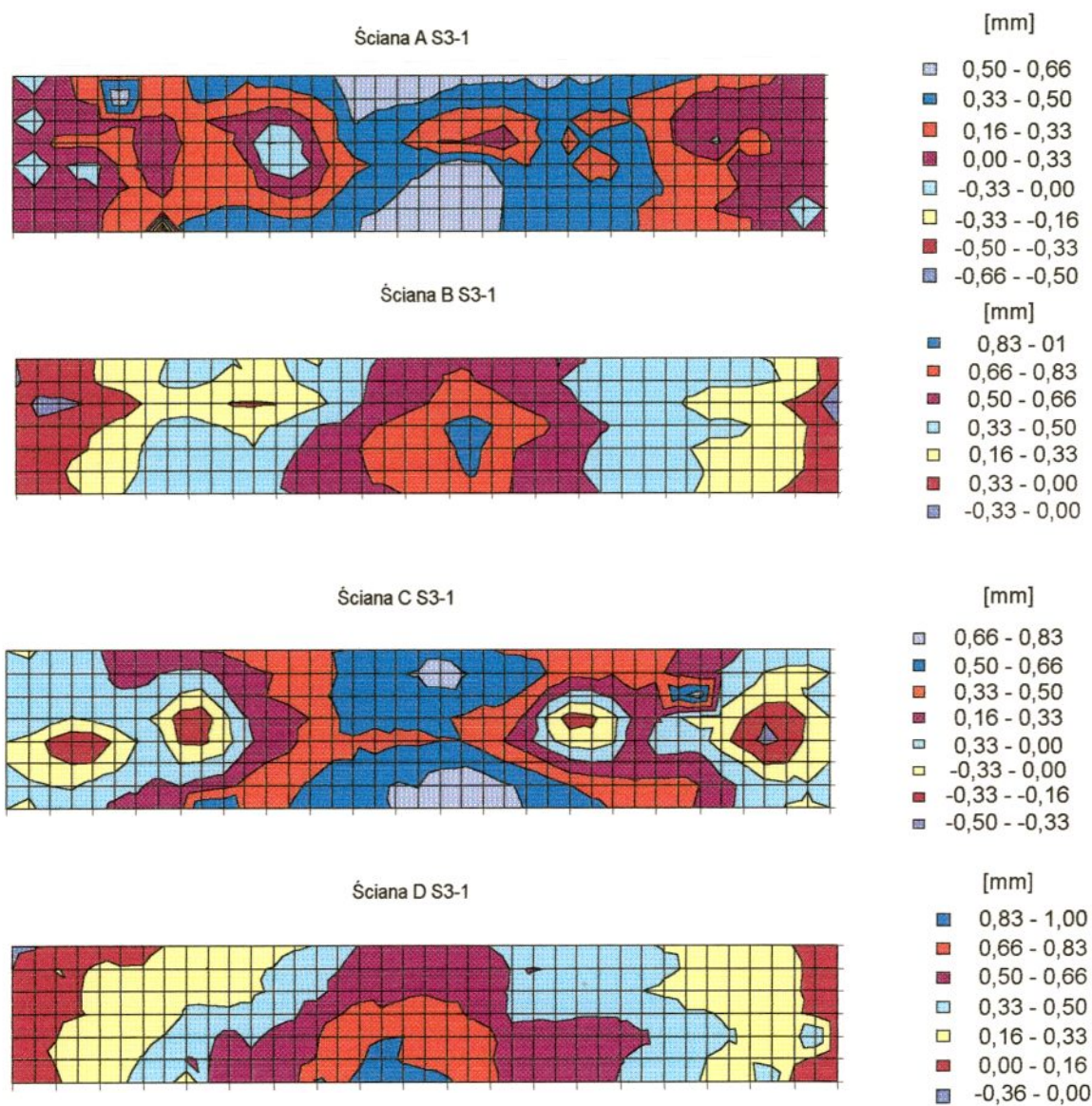
Przykładowe ugięcia ścian słupa S3-1 i S4-1 pokazano w formie warstwic na rysunkach 4.10 i 4.11 (znak plus oznacza wygięcie do wnętrza słupa).



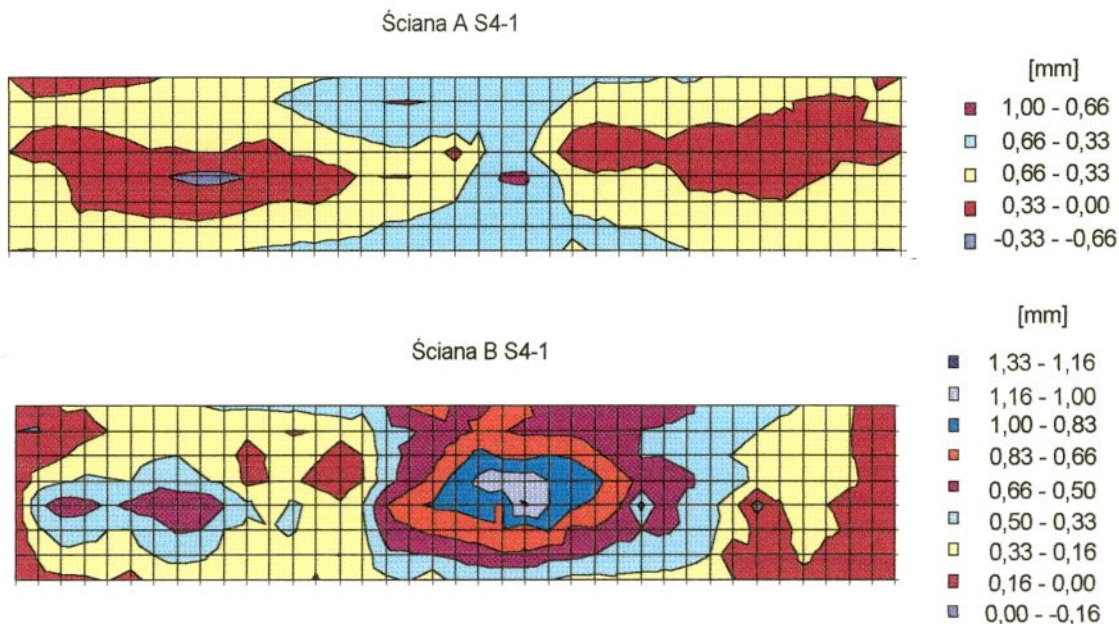
Rys. 4.8. Przykładowy rozkład granicy plastyczności R_e i doraźnej wytrzymałości R_m w ścianie słupa



Rys. 4.9. Model S3-2 na stanowisku badawczym



Rys. 4.10. Ugięcia wstępne ścian słupa S3-1 (oznaczenia ścian na rys. 4.13)



Rys. 4.11. Ugięcia wstępne ścian słupa S4-1 (oznaczenia ścian na rys.4.14)

4.3. Stanowisko badawcze i urządzenia pomiarowe

Elementy próbne EL-1 i EL-2 poddane były próbie rozciągania w prasie typu UFP 400 firmy Heckert. Każdy z elementów miał przyklejone tensometry elektrooporowe RL120/15 w trzech przekrojach 1-1, 2-2, 3-3 (rys.4.2). Tensometry były przyklejone po zewnętrznej i po wewnętrznej stronie ścianki. Przykładowe rozmieszczenie przekrojów i tensometrów pokazano na rysunku 4.1. Podczas badań wymuszano określone wydłużenia elementów próbnych i rejestrowano zmiany odkształceń tensometrów elektrooporowych za pomocą mostka UP -100 firmy Hottinger i komputera PC 486DX.

Głównym elementem stanowiska badawczego słupów serii S2, S3, S4, była prasa hydrauliczna typu DR-MB-600, o zakresie 0-6 MN. Na dwóch ścianach słupów, w środku rozpiętości, przyklejono tensometry elektrooporowe typu RL120/15. Rozmieszczenie i układ tensometrów na ścianach, dla poszczególnych serii słupów, pokazano na rysunkach 4.12-4.14.

Skrócenia słupa mierzono za pomocą czujników zegarowych i indukcyjnych, umieszczonych przy dolnej krawędzi słupa, rejestrując równocześnie skrócenie mierzone przez maszynę wytrzymałościową. Do pomiaru wygięć ścian słupów, w trakcie procesu obciążania, zaprojektowano przyrząd pomiarowy z czujnikiem zegarowym. Schemat tego

urządzenia przedstawia rysunek 4.17a. Pomiaru ugięć ścianek dokonywano w środku szerokości ścianki, na odcinku gdzie były przyklejone tensometry. Rejestracja odkształceń tensometrów była odczytywana za pomocą mostka UP-100 firmy Hottinger, i następnie zapisywana w postaci pliku tekstowego na twardym dysku komputera 486 DX typu PC.

Tabela 4.2

Charakterystyki modeli

Model	Charakterystyki przekrojów			Smukłości			Mimośród
	A	I_x	I_y	λ_p	λ_x	λ_y	
	m^2	m^4	m^4	-	-	-	
EL-1	$5,89 \cdot 10^{-4}$	$348,2 \cdot 10^{-8}$	$24,69 \cdot 10^{-8}$	-	-	-	-
EL-2	$5,89 \cdot 10^{-4}$	$348,2 \cdot 10^{-8}$	$24,69 \cdot 10^{-8}$	-	-	-	-
S2-1	0,0024832	$1013 \cdot 10^{-8}$	$1013 \cdot 10^{-8}$	40	36,3	34,1	-
S2-2	0,0024832	$1013 \cdot 10^{-8}$	$1013 \cdot 10^{-8}$	40	36,3	34,1	-
S2-3	0,0024832	$1013 \cdot 10^{-8}$	$1013 \cdot 10^{-8}$	-	-	-	-
S3-1	0,0023280	$1529 \cdot 10^{-8}$	$1529 \cdot 10^{-8}$	66,6	29,6	27,8	-
S3-2	0,0023280	$1529 \cdot 10^{-8}$	$1529 \cdot 10^{-8}$	66,6	29,6	27,8	-
S3-3	0,0023280	$1529 \cdot 10^{-8}$	$1529 \cdot 10^{-8}$	-	-	-	-
S4-1	0,0023280	$1529 \cdot 10^{-8}$	$1529 \cdot 10^{-8}$	66,6	29,6	27,8	-
S4-2	0,0023280	$1529 \cdot 10^{-8}$	$1529 \cdot 10^{-8}$	66,6	29,6	27,8	-
S4-3	0,0023280	$1529 \cdot 10^{-8}$	$1529 \cdot 10^{-8}$	66,6	29,6	27,8	-

$L_x = 2180 \text{ mm}$, $L_y = 2320 \text{ mm}$

Podczas badań, zmiany kształtu powierzchni ścian słupa dokumentowano aparatem fotograficznym. Czujniki zegarowe używane do pomiaru odkształceń miały zakres 20mm i dokładność $\pm 0.01\text{mm}$. Do pomiaru grubości ścian używano suwmiarki elektronicznej z dokładnością do $\pm 0.01\text{mm}$.

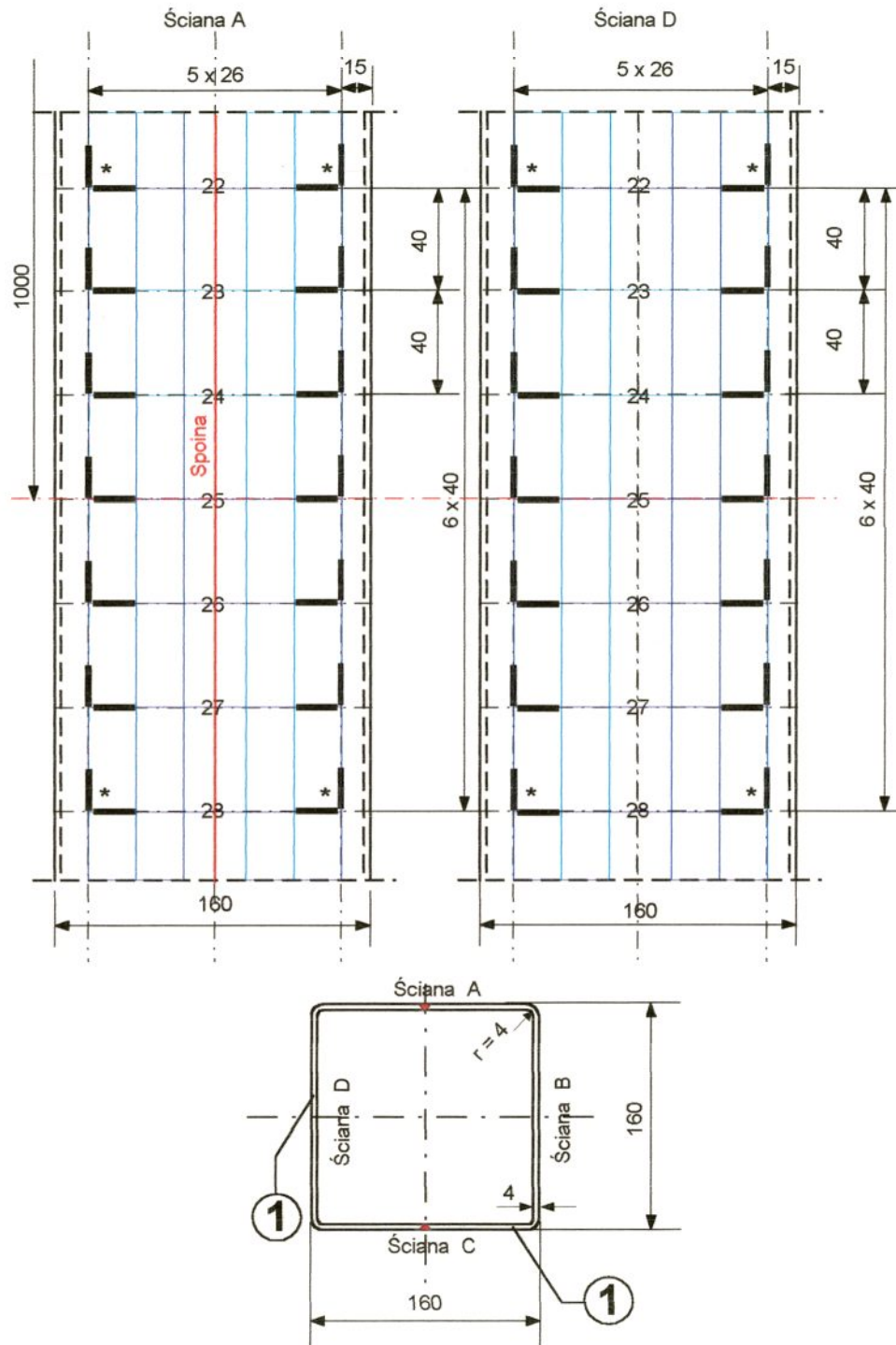
4.4. Program i przebieg badań

Program obejmował w pierwszym etapie badania pilotażowe elementów EL-1 i EL-2, poddanych rozciąganiu osiowemu. Badania zasadnicze polegały na ściskaniu osiowym elementów z serii S2, S3, S4.

Badania pilotażowe przeprowadzono w maszynie wytrzymałościowej, umożliwiającej sterowanie przyrostem skrócenia. Dla każdego przyrostu wydłużenia rejestrowano zmiany odkształceń tensometrów elektrooporowych, aż do całkowitego zniszczenia elementu.

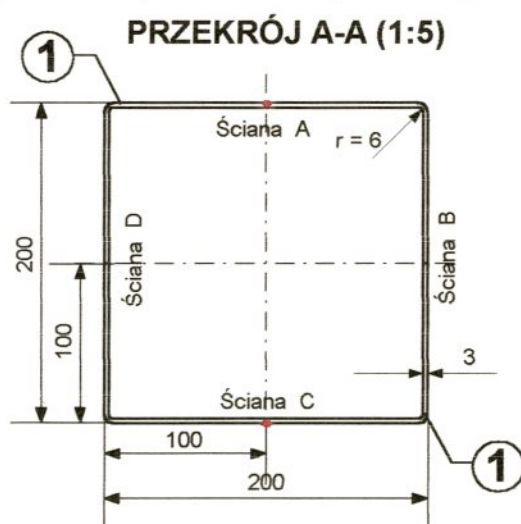
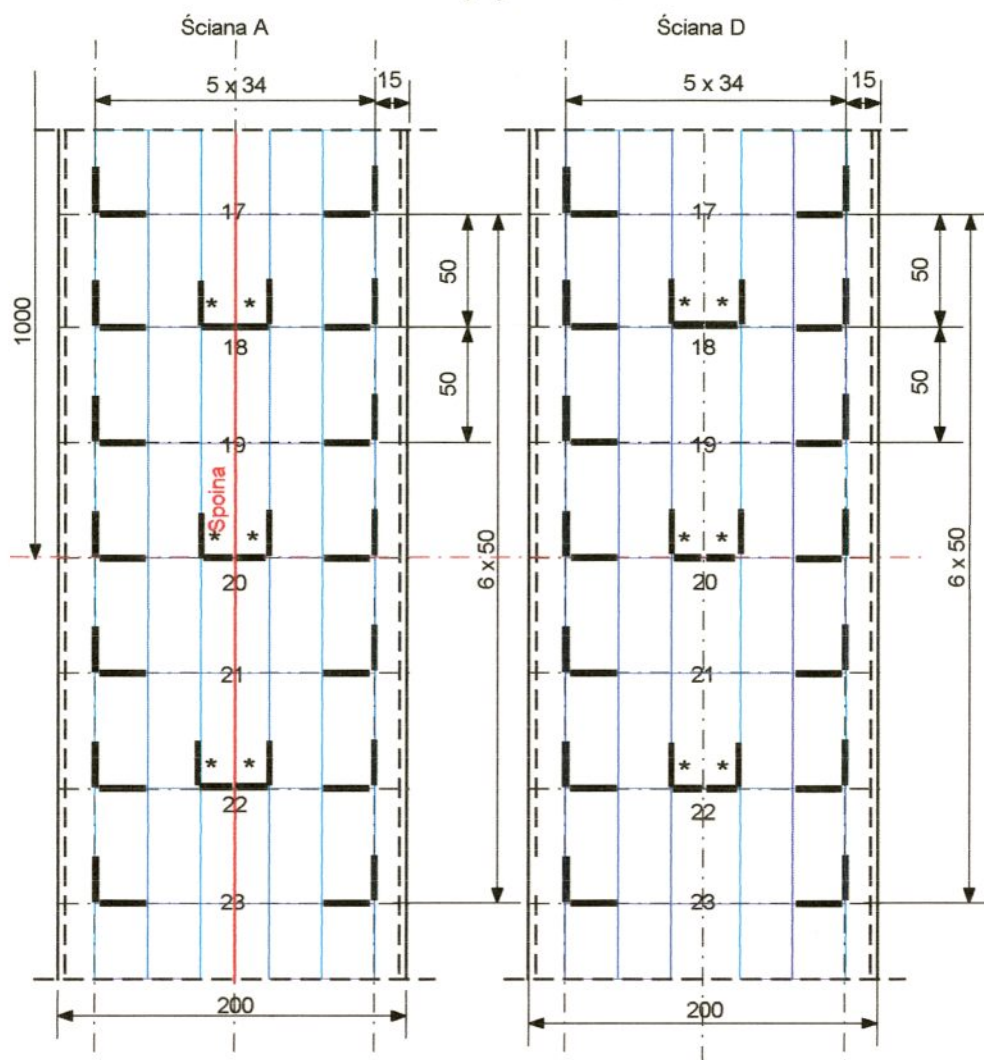
Badania zasadnicze przeprowadzono w maszynie wytrzymałościowej, umożliwiającej tylko sterowanie przerostem obciążeń.

* tensometry tylko dla S2-2



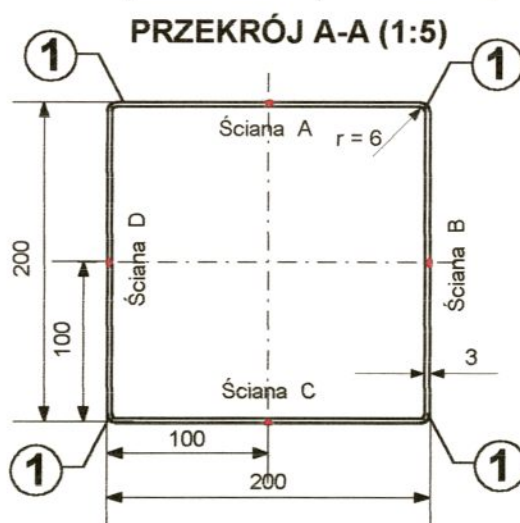
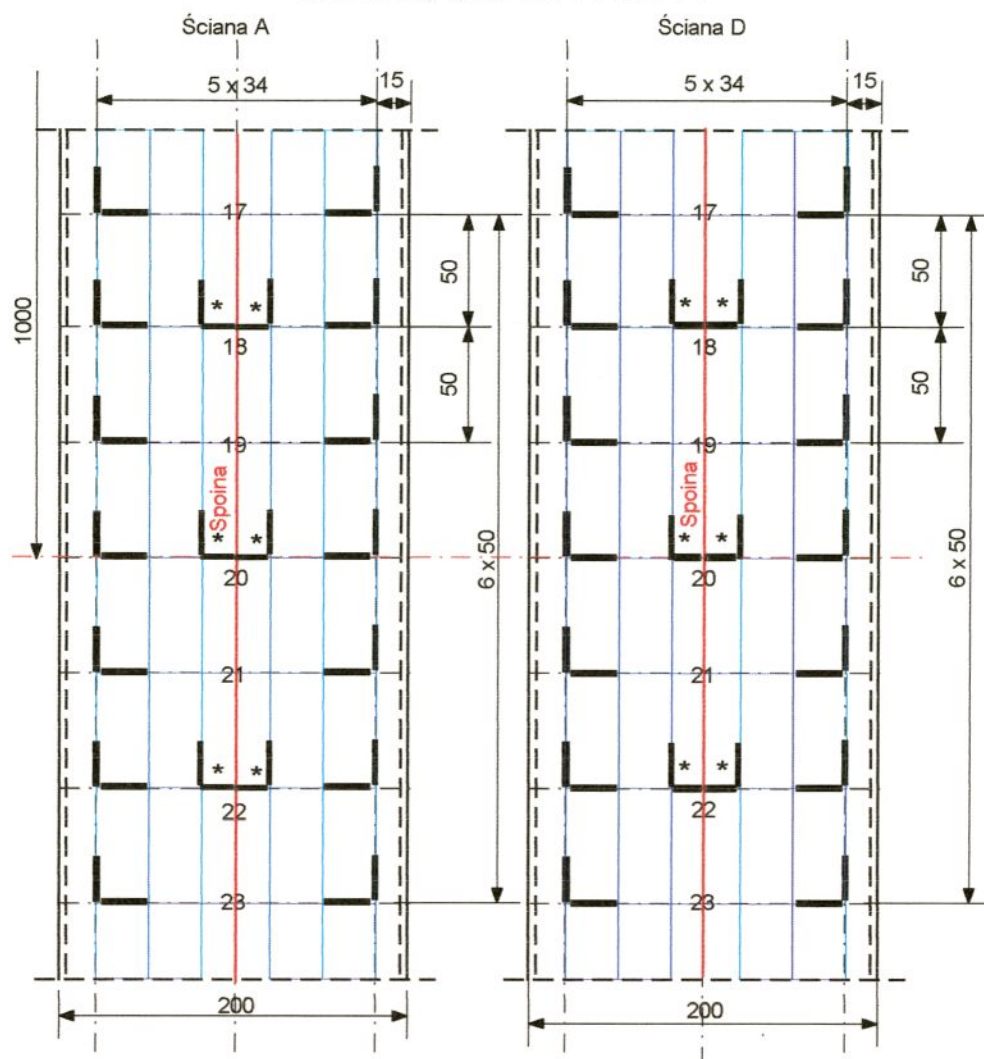
Rys. 4.12. Układ tensometrów w słupie z serii S2

* tensometry tylko dla S3-2

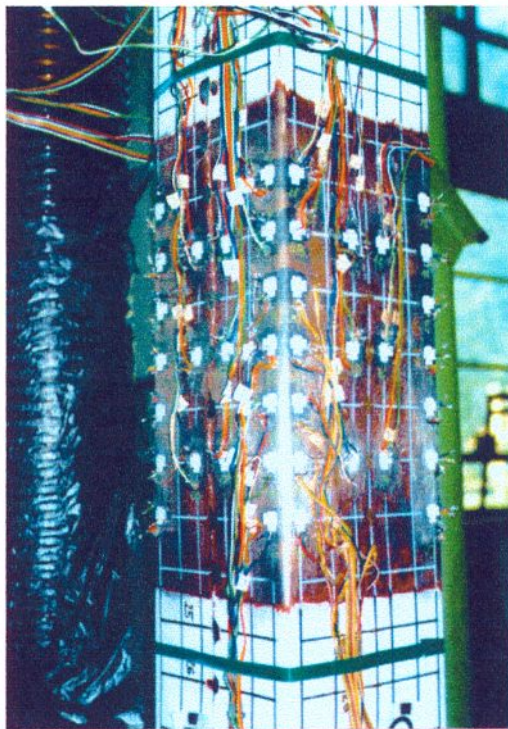


Rys. 4.13. Układ tensometrów w słupie z serii S3

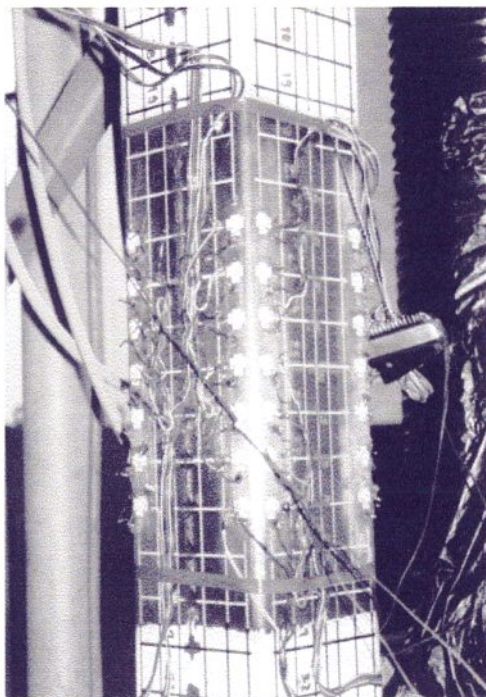
* tensometry tylko dla S4-2, S4-3



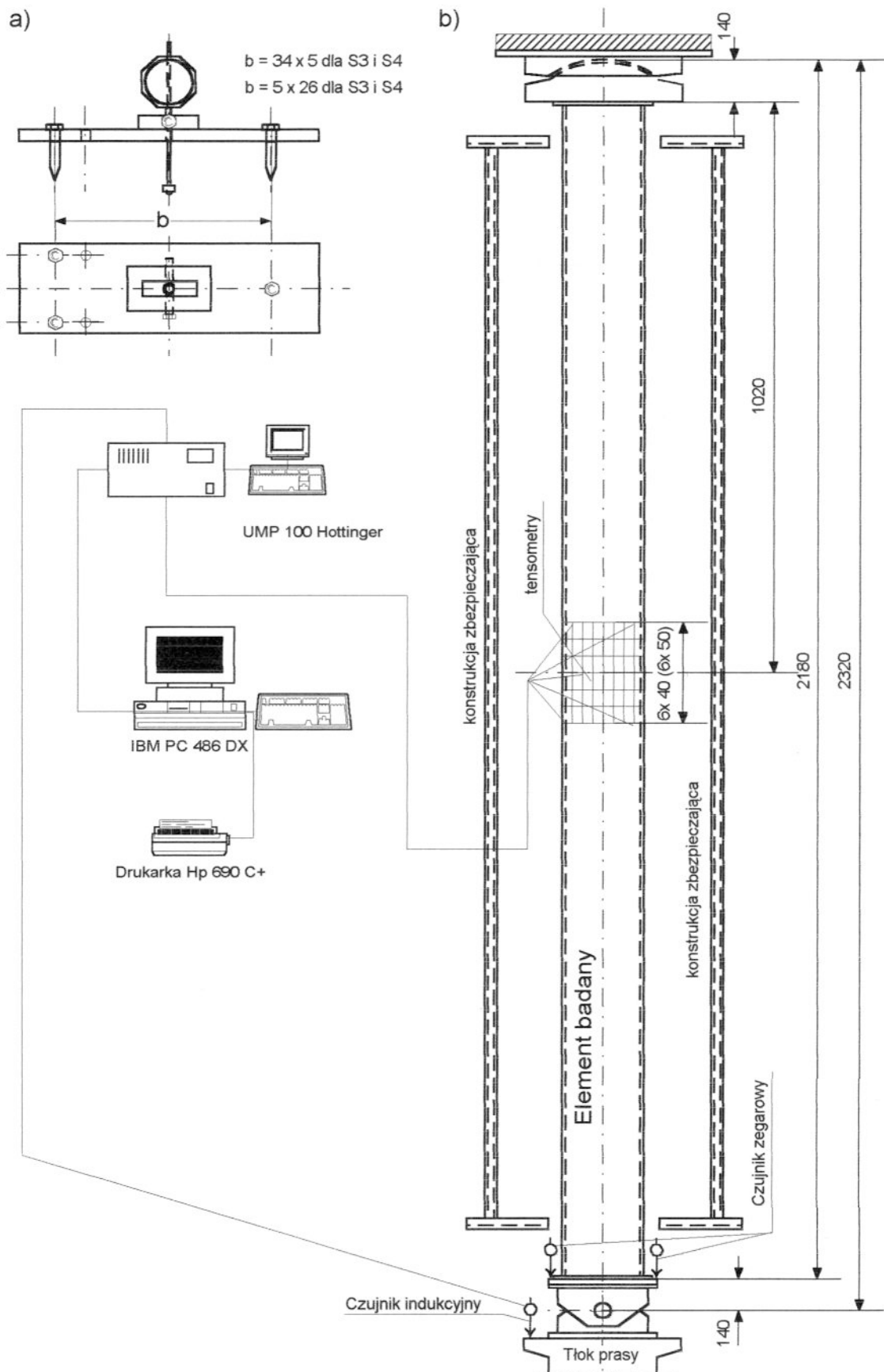
Rys. 4.14. Układ tensometrów w słupie z serii S4



Rys. 4.15. Układ tensometrów na ścianach słupa S3-2



Rys. 4.16. Układ tensometrów na ścianach słupa S2-2



Rys. 4.17. Schemat stanowiska badawczego

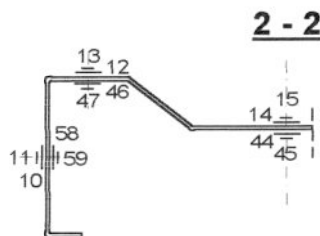
Obciążenie zwiększano stopniowo, utrzymując je na konkretnym poziomie przez czas potrzebny do wykonania rejestracji ugięć ścianek i zmian odkształceń tensometrów. Przyjęto stopniowanie obciążeń osiowych, różne dla poszczególnych słupów, w celu kontrolowania i zarejestrowania zjawisk zachodzących w elemencie i jego części składowych w pełnym zakresie obciążeń. Dla każdego poziomu obciążeń w każdym ze słupów mierzono:

- odkształcenia w 20 punktach pomiarowych dla S2-1, za pomocą 40 tensometrów,
- odkształcenia w 28 punktach pomiarowych dla S2-2, za pomocą 56 tensometrów,
- odkształcenia w 28 punktach pomiarowych dla S3-1 i S4-1, za pomocą 56 tensometrów,
- odkształcenia w 42 punktach pomiarowych dla S3-2, S4-2 S4-3, za pomocą 84 tensometrów,
- wygięcia ścianek w 10 lub 14 punktach pomiarowych za pomocą przenośnego przyrządu z czujnikiem zegarowym,
- przemieszczenia słupów za pomocą dwóch czujników indukcyjnych,
- kontrolne skrócenie słupa poprzez pomiar przemieszczenia tłoka maszyny wytrzymałościowej, za pomocą jednego czujnika indukcyjnego.

Podczas badań słupów z serii S3, po przekroczeniu obciążenia 300-330 kN, ściany słupa bez spoiny zaczynały się wyraźnie falować (wyginać przemiennie raz do środka raz na zewnątrz słupa). Następnie przy obciążeniu 340-360 kN pojawiało się falowanie ścian słupa ze spoiną (rys.4.31-4.32). Przy obciążeniu rzędu 440-450 kN, następowało nagłe załamanie się ścian słupa, powodując wyraźne ugięcie słupa jako całości i spadek wartości siły. Zniszczenie słupów polegało na powstaniu typowego mechanizmu plastycznego (rys.4.38).

W przypadku badań słupów z serii S4 wybrzuszenia ścian słupa były wyraźnie widoczne przy obciążeniu 340-350 kN. Przy obciążeniu rzędu 440-450 kN, następowało nagłe załamanie się ścian słupa powodując spadek wartości siły i zniszczenie w formie mechanizmu plastycznego (rys.4.38).

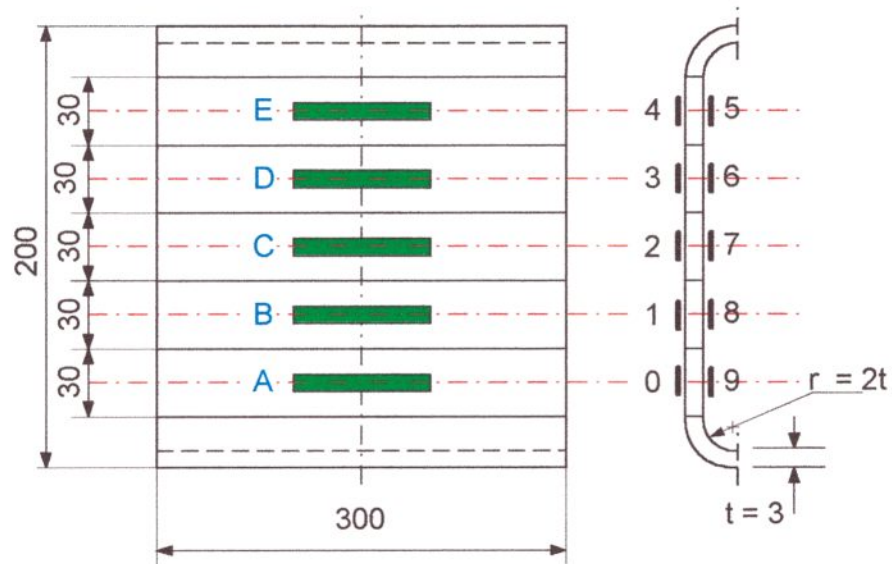
Badania słupów z serii S2 nie wykazywały pojawienia się lokalnej utraty stateczności ścianek słupa; przy obciążeniu około 620-630 kN następował kolejno coraz to większy przyrost skrócenia. Przy obciążeniu 750 kN następowało nagłe załamanie się ścianek słupa i zniszczenie (4.37). Po osiągnięciu obciążenia granicznego, przemieszczenia i skrócenia gwałtownie rosły, a wartość siły szybko malała. Należy dodać, że uzyskano w ten sposób tylko tak zwaną wznoszącą się część ścieżki równowagi. Jak stwierdza Kubica [74], w badaniach głównych elementów konstrukcyjnych, do analizy wystarczające jest uzyskanie eksperymentalnie części wznoszącej ścieżki równowagi.



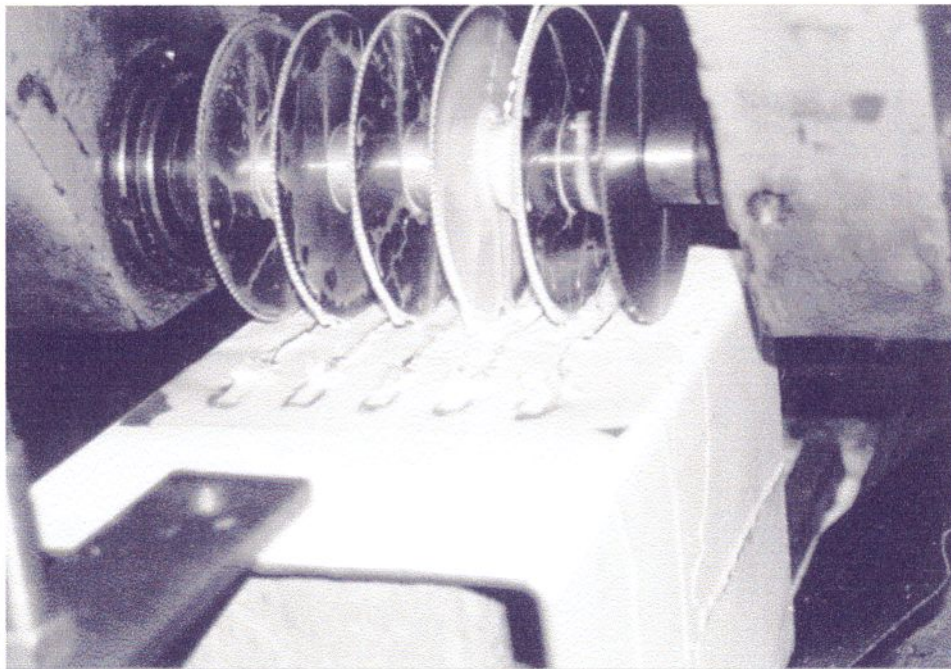
Rys. 4.18. Układ tensometrów elementu EL-1 w przekroju 2-2

Schemat głównego stanowiska badawczego przedstawiono na rysunku 4.17b.

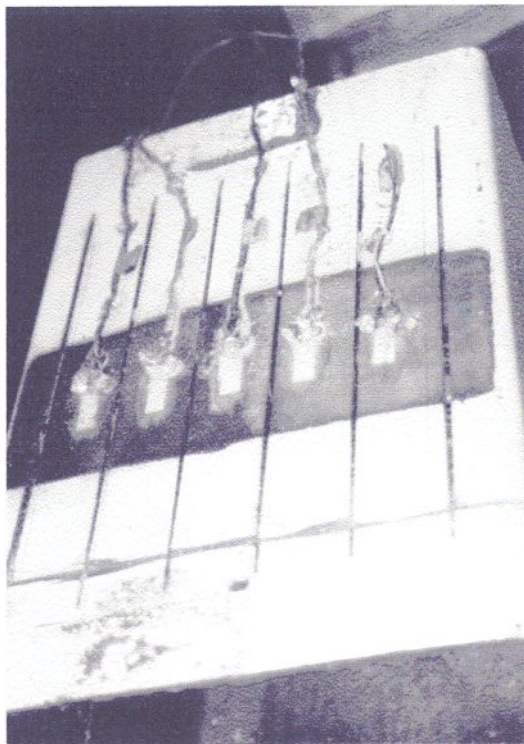
Naprężenia uwięzione w elemencie po procesie technologicznym (naprężenia spawalnicze, naprężenia od formowania na zimno) określono, opierając się na metodzie trepanacyjnej (metoda cięcia na paski). W tym celu wybrano słup S3-3, z którego następnie wycięto dwa małe odcinki słupów o długości 300mm. Następnie na dwóch ścianach wyciętych elementów przyklejono tensometry elektrooporowe typu RL120/15 po stronie zewnętrznej i wewnętrznej ścianki.



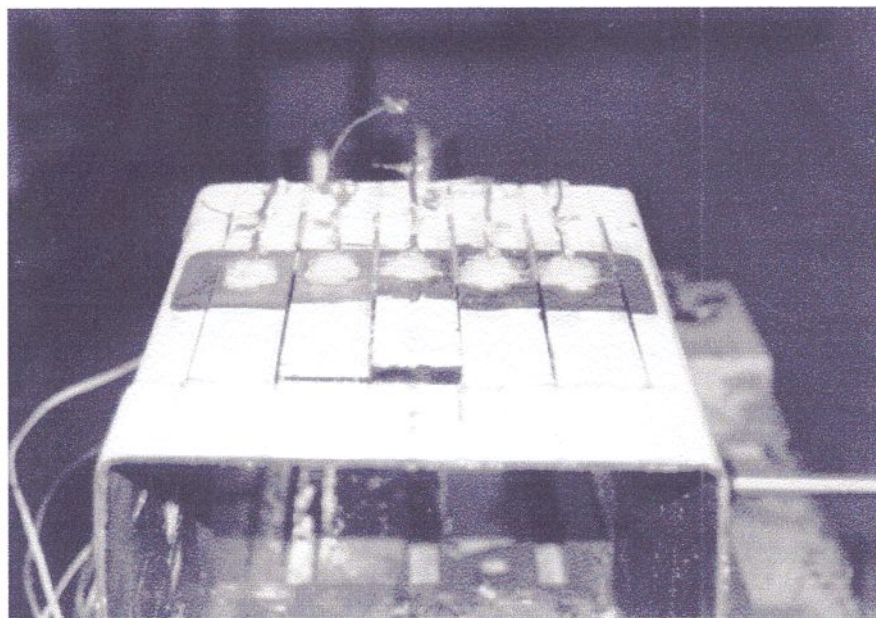
Rys. 4.19. Schemat układu tensometrów i wycinanych pasków do określenia rozkładu naprężeń własnych wzdłuż ścianki słupa



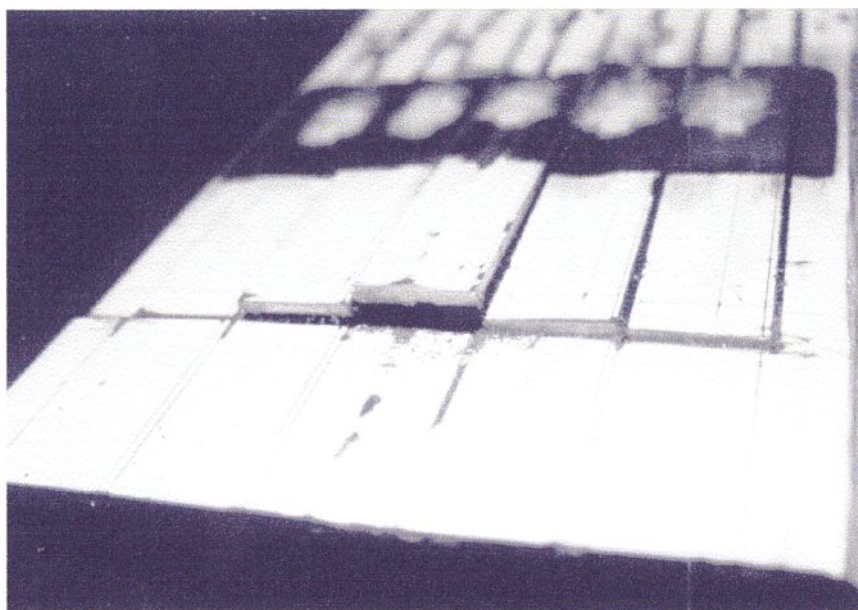
Rys. 4.20. Wycięty kawałek słupa S3-2, przed cięciem na paski



Rys. 4.21. Ścianka bez spoiny po cięciu i uwolnieniu pasków



Rys. 4.22. Ścianka ze spoiną po cięciu i uwolnieniu pasków



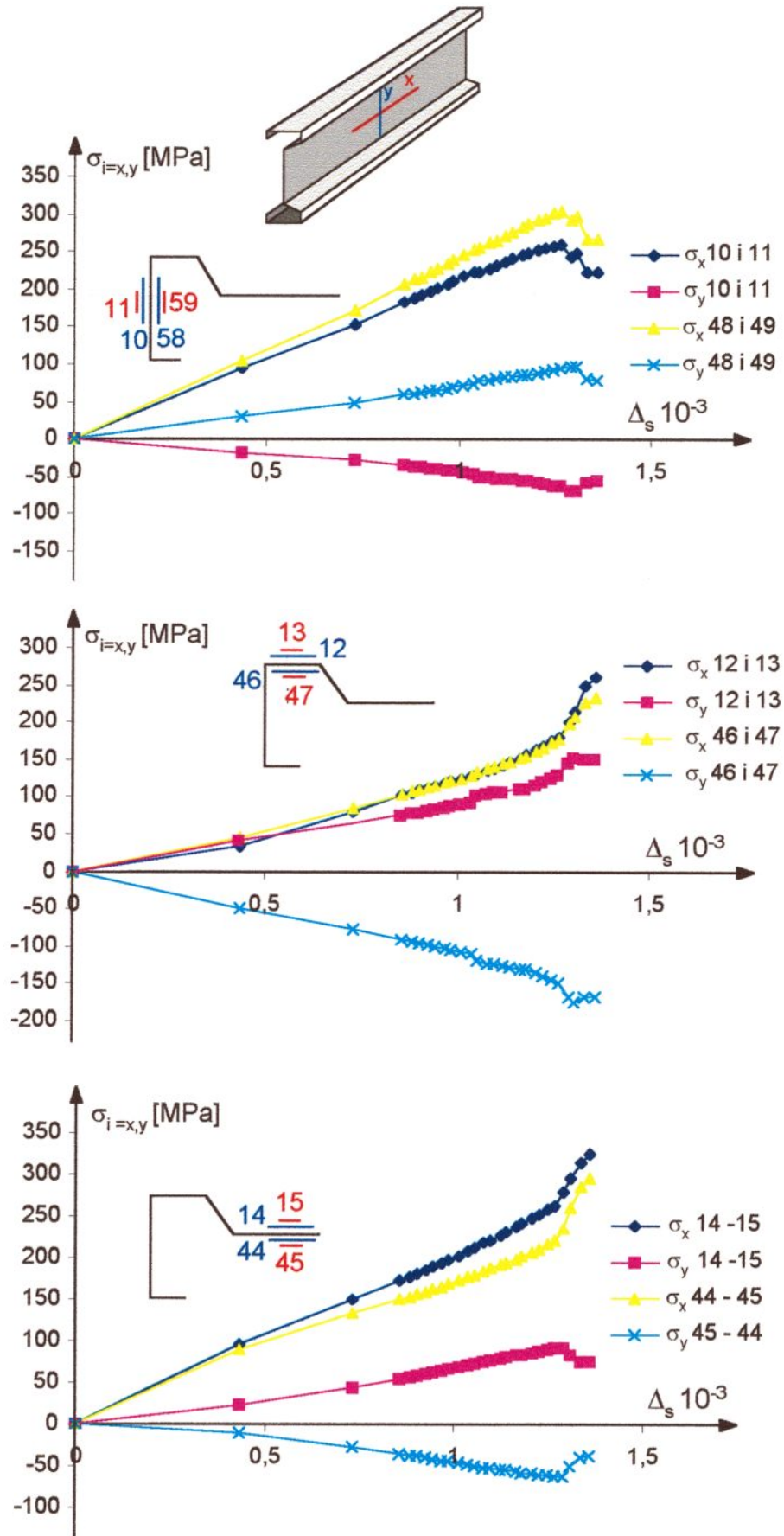
Rys. 4.23. Odkształcenia pasków po uwolnieniu jednej krawędzi

Tensometry umieszczono w kierunku podłużnym. Rozmieszczenie tensometrów dla poszczególnych ścian pokazano na rysunku 4.19. Po podłączeniu przewodów do tensometrów zabezpieczono je woskiem, aby umożliwić schładzanie elementu ciekłą emulsją podczas procesu cięcia na paski. Przed przystąpieniem do cięcia rejestrowano wartości odczytów z tensometrów i po zakończonym procesie cięcia i zwolnienia pasków z jednej krawędzi (tak aby miały swobodę odkształceń), odczytywano wartości odkształceń tensometrów.

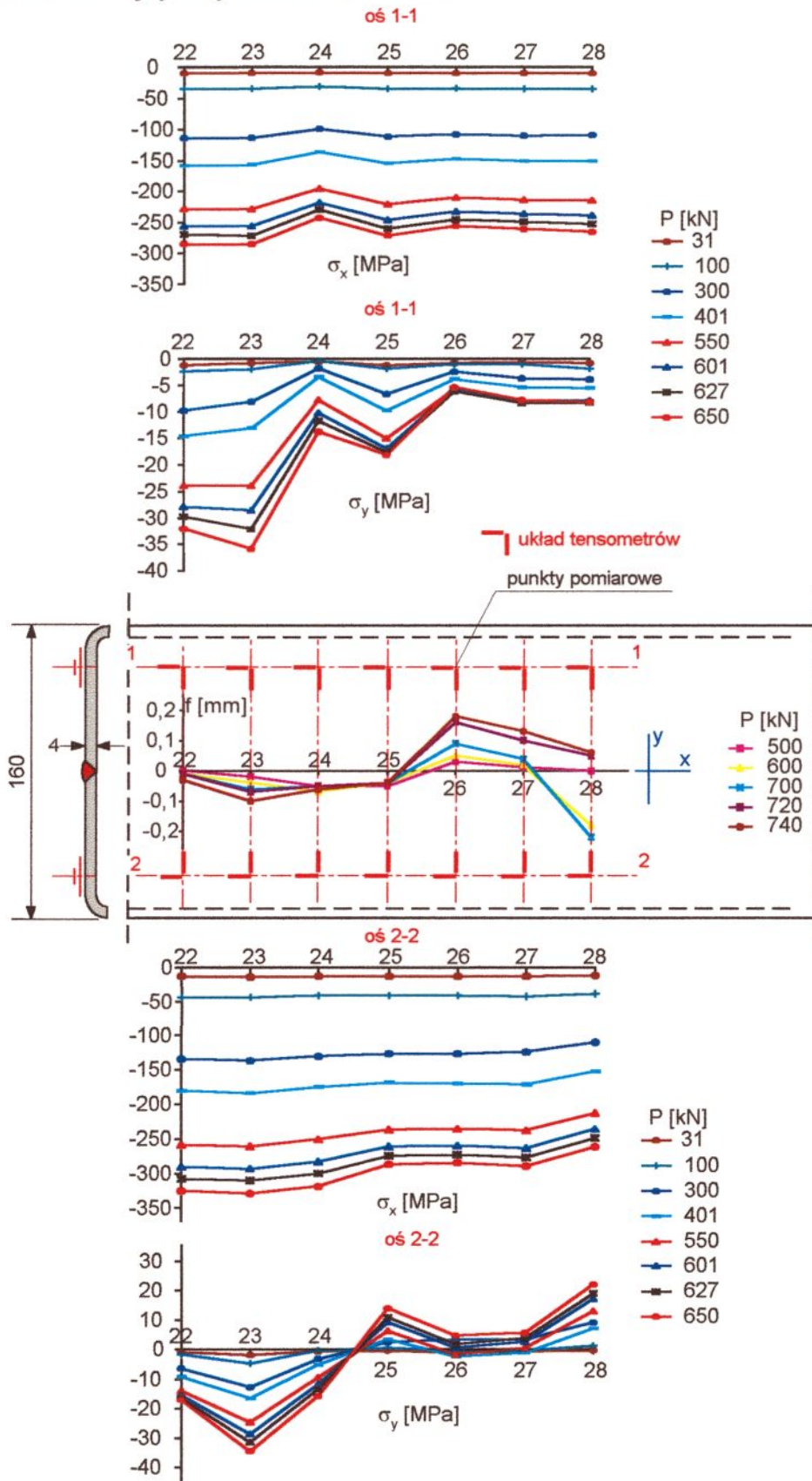
Cięcie było wykonywane za pomocą frezarki, model typu FY251 z ustawionym układem frezów tarczowych (rys.4.20). Przed cięciem model mocowano i usztywniano, aby nie było możliwości przemieszczeń i drgań elementu podczas procesu cięcia. Prędkość cięcia regulowano tak, aby nie wprawiać elementu w drgania. Po wykonaniu cięcia w kierunku podłużnym, uwalniano poszczególne paski na jednej krawędzi. Uwolnienia krawędzi wykonano ręcznie brzeszczotem stalowym, aby wyeliminować drgania. Układ tensometrów i podział na paski przedstawiają rysunki 4.21-4.23.

4.5. Wyniki badań

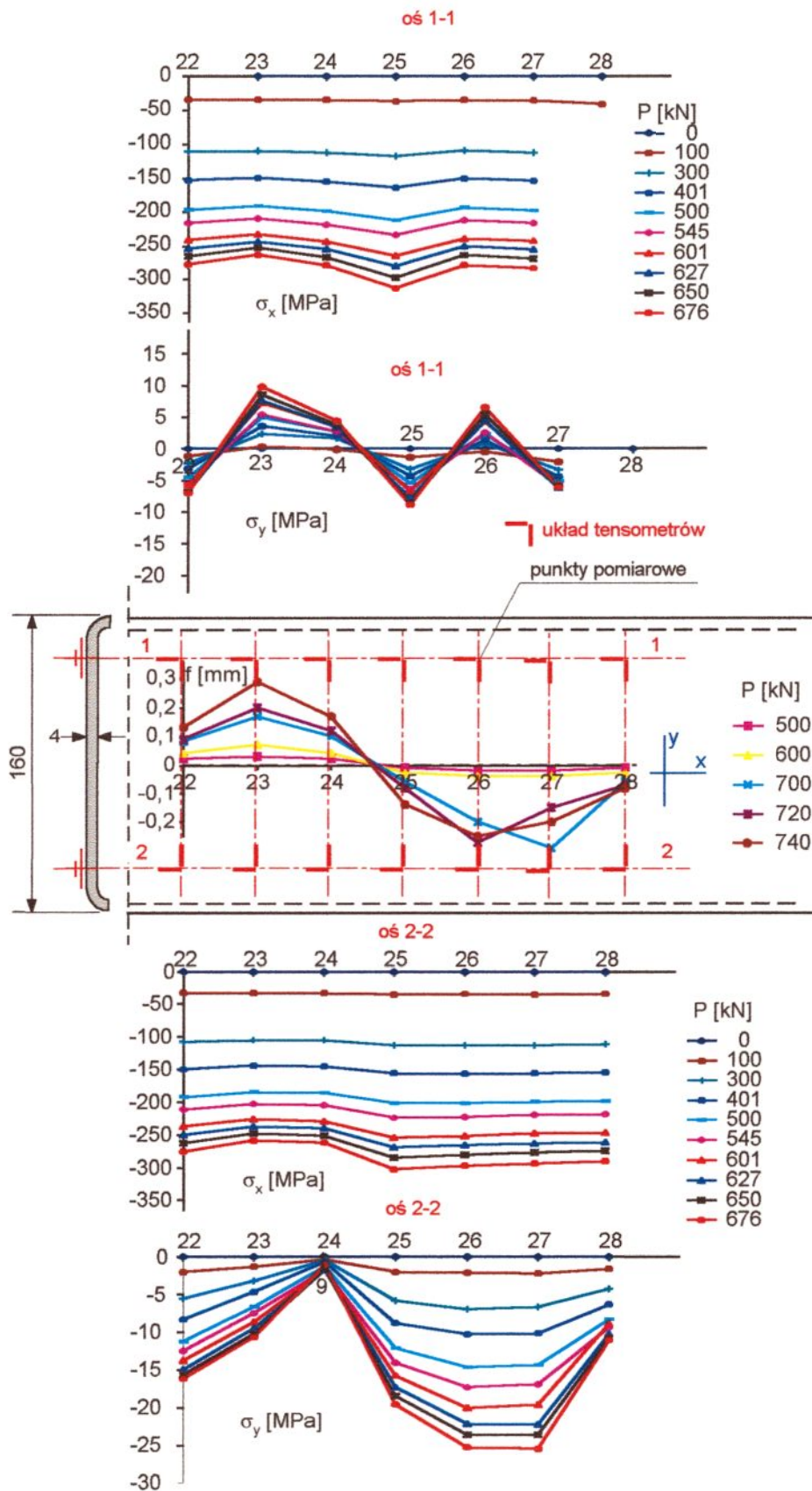
Wybrane wyniki ilościowe z badań elementów EL-1 i EL-2 przedstawiono w postaci wykresów pokazanych na rysunku 4.24.

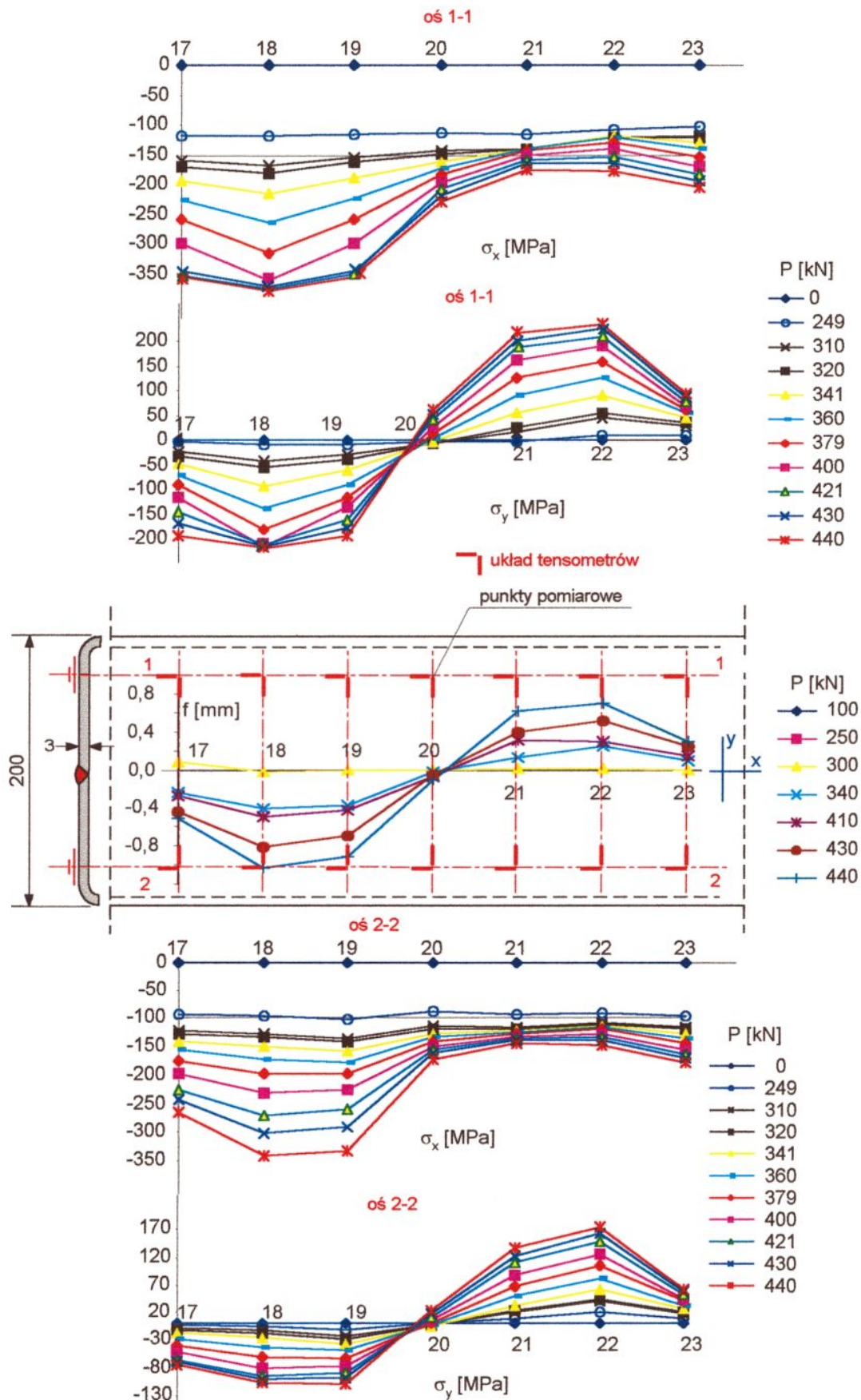
Rys. 4.24. Naprężenia σ_x i σ_y dla elementu EL-1 w przekroju 2-2

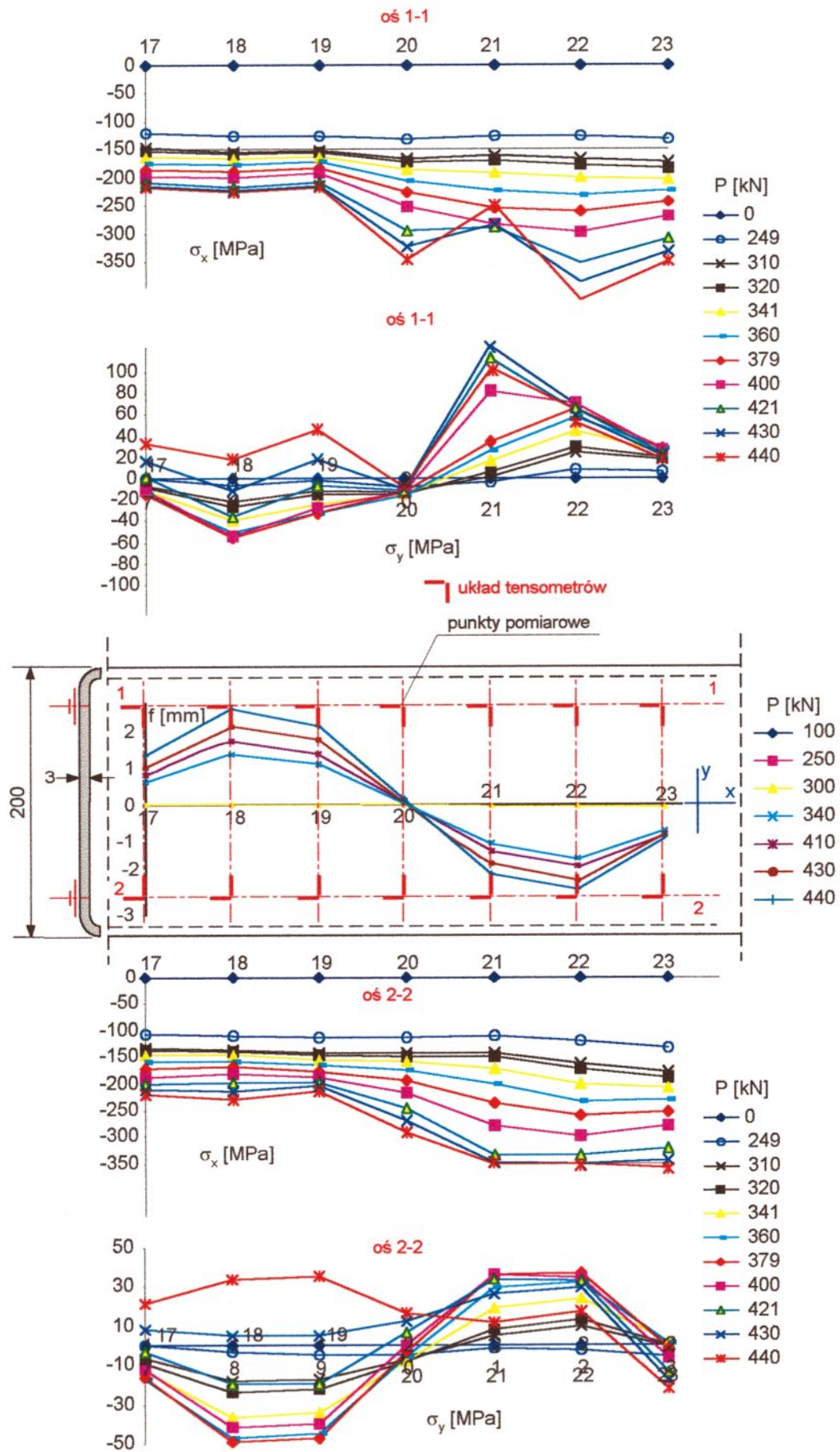
Zmiany wygięć ścian słupów i zmiany wartości naprężeń σ_x i σ_y dla rosnących obciążeń przedstawiono na kolejnych rysunkach 4.25-4.30.

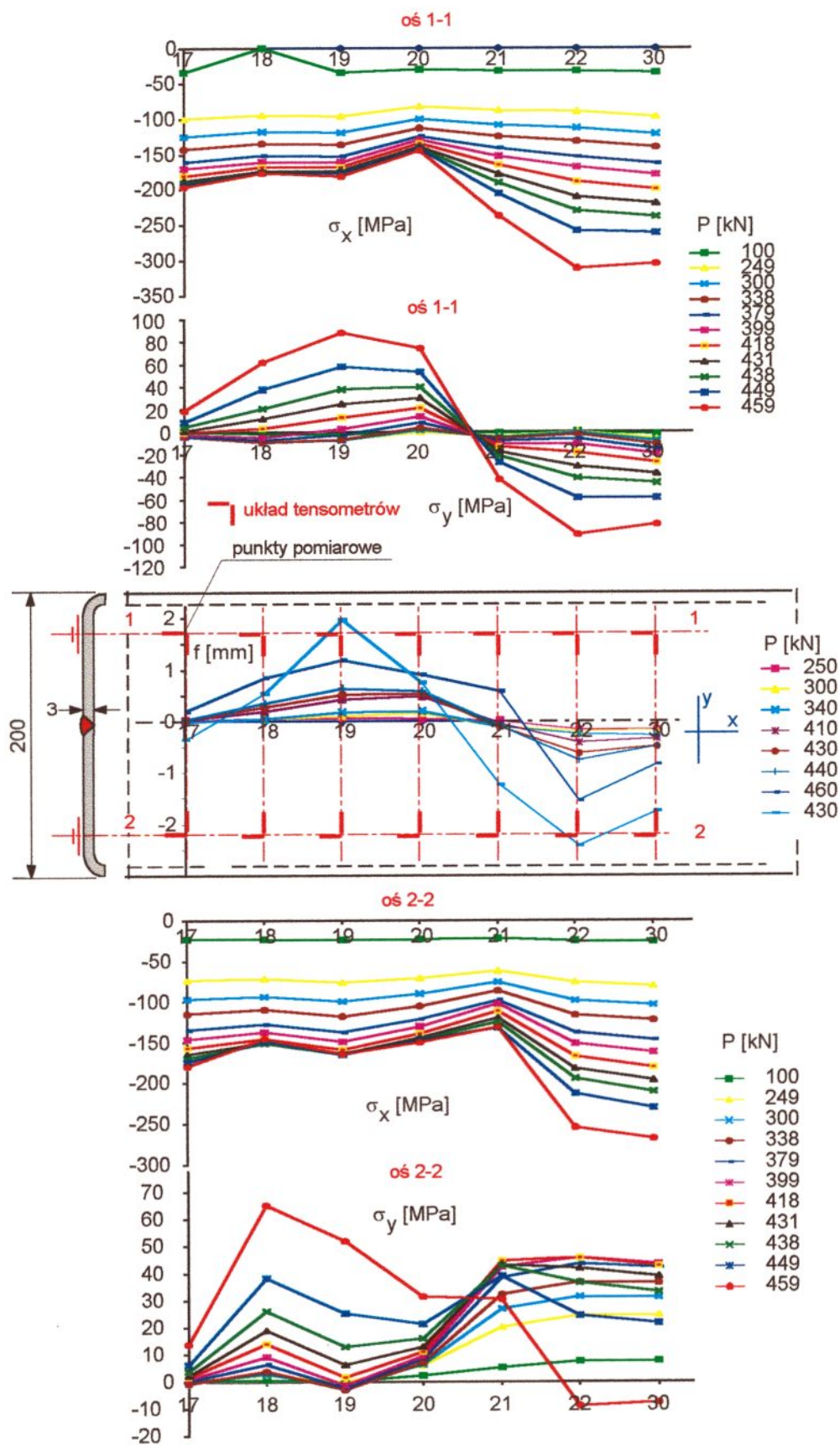


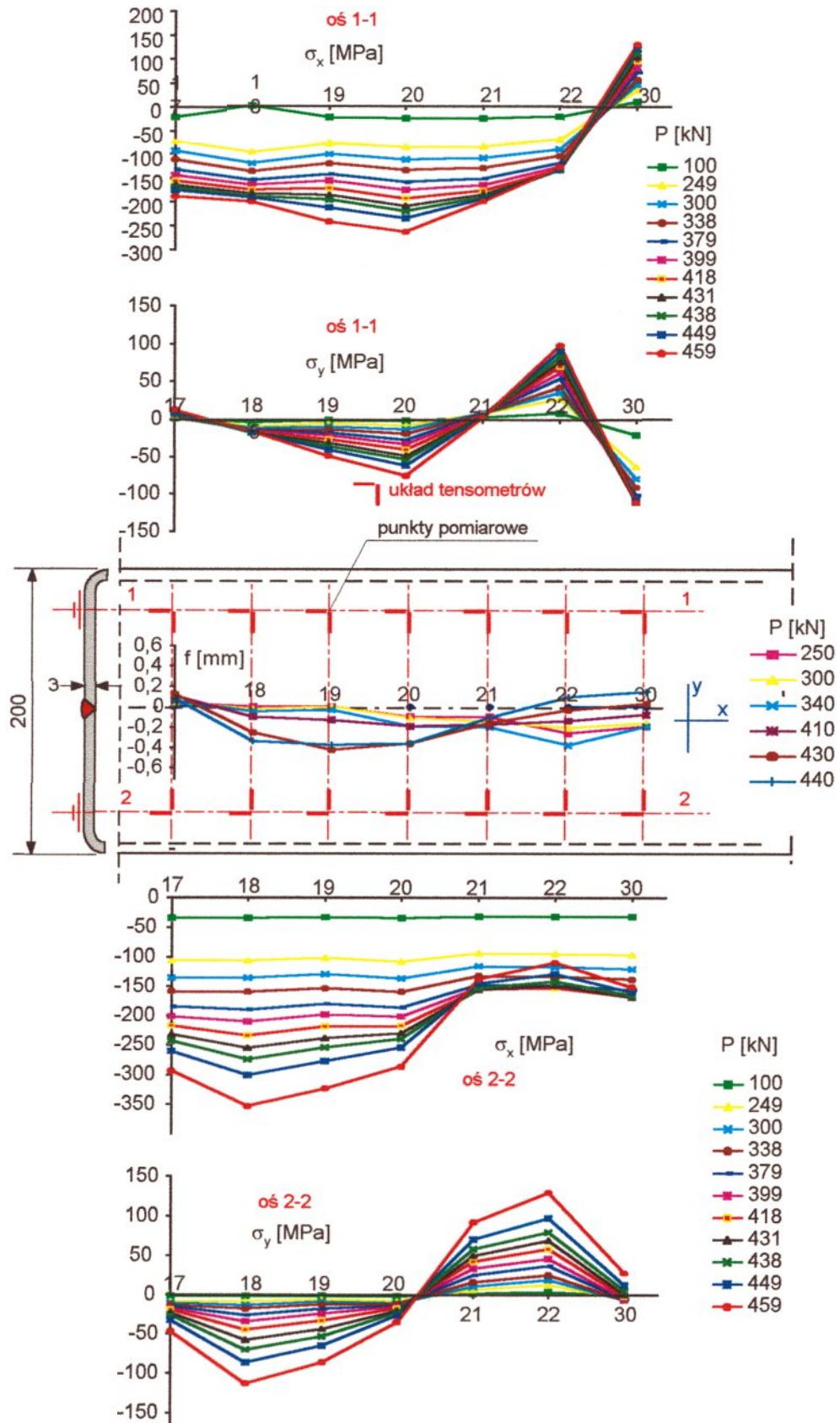
Rys. 4.25. Naprężenia σ_x i σ_y w słupie S2-2 ściana A

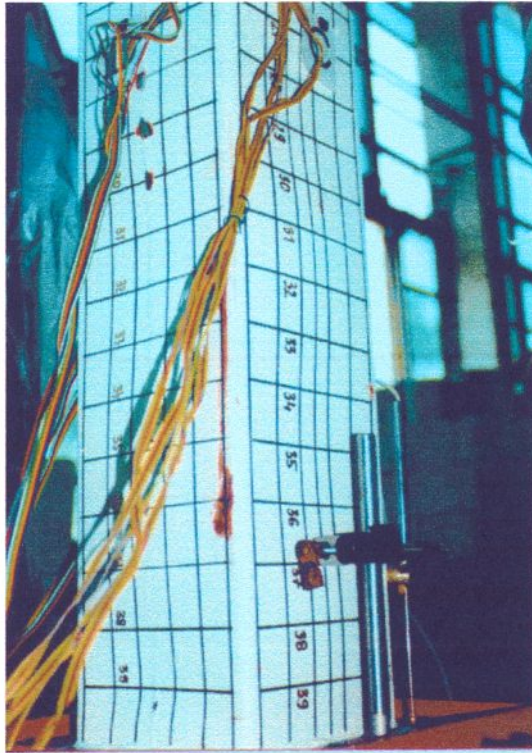
Rys. 4.26. Naprężenia σ_x i σ_y w słupie S2-2 ściana D

Rys. 4.27. Naprężenia σ_x i σ_y w słupie S3-1 ściana C

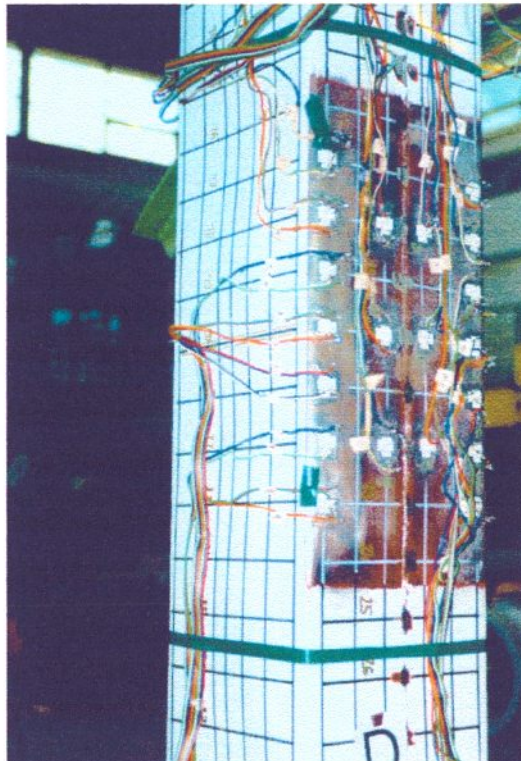
Rys. 4.28. Naprężenia σ_x i σ_y w słupie S3-1 ściana D

Rys. 4.29. Naprężenia σ_x i σ_y w słupie S4-1 ściana A

Rys. 4.30. Naprężenia σ_x i σ_y w słupie S4-1 ściana B

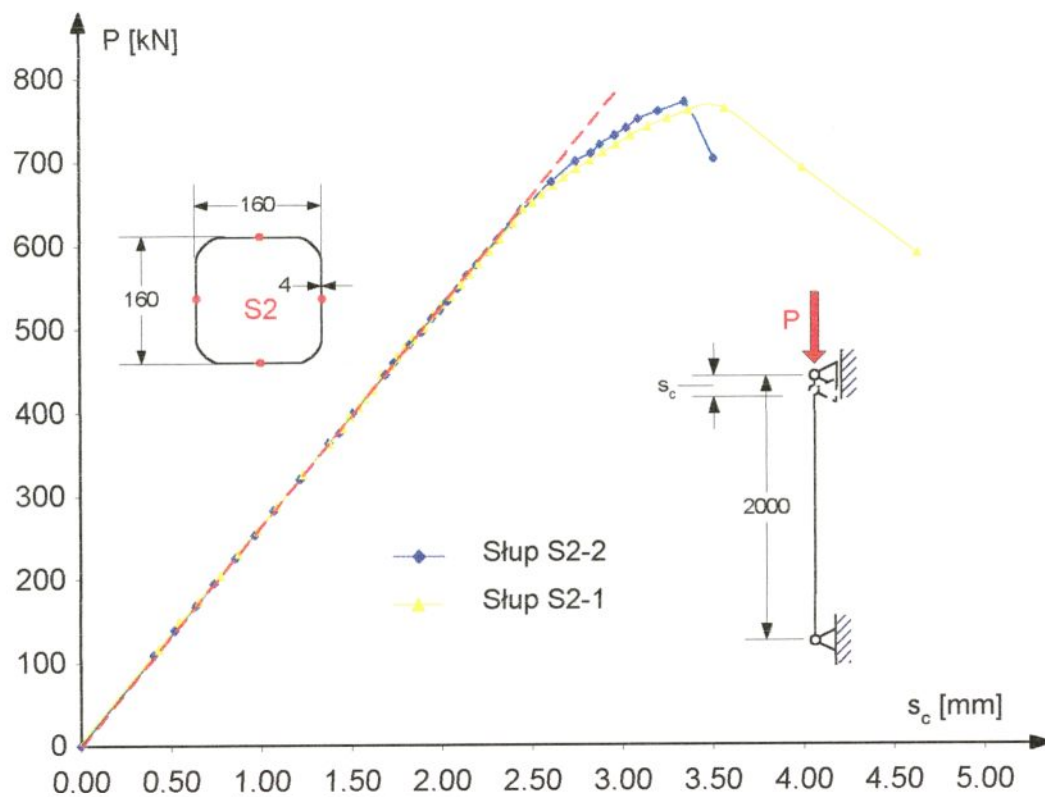


Rys.4.31. Lokalna utrata stateczności ścian słupa S3-2

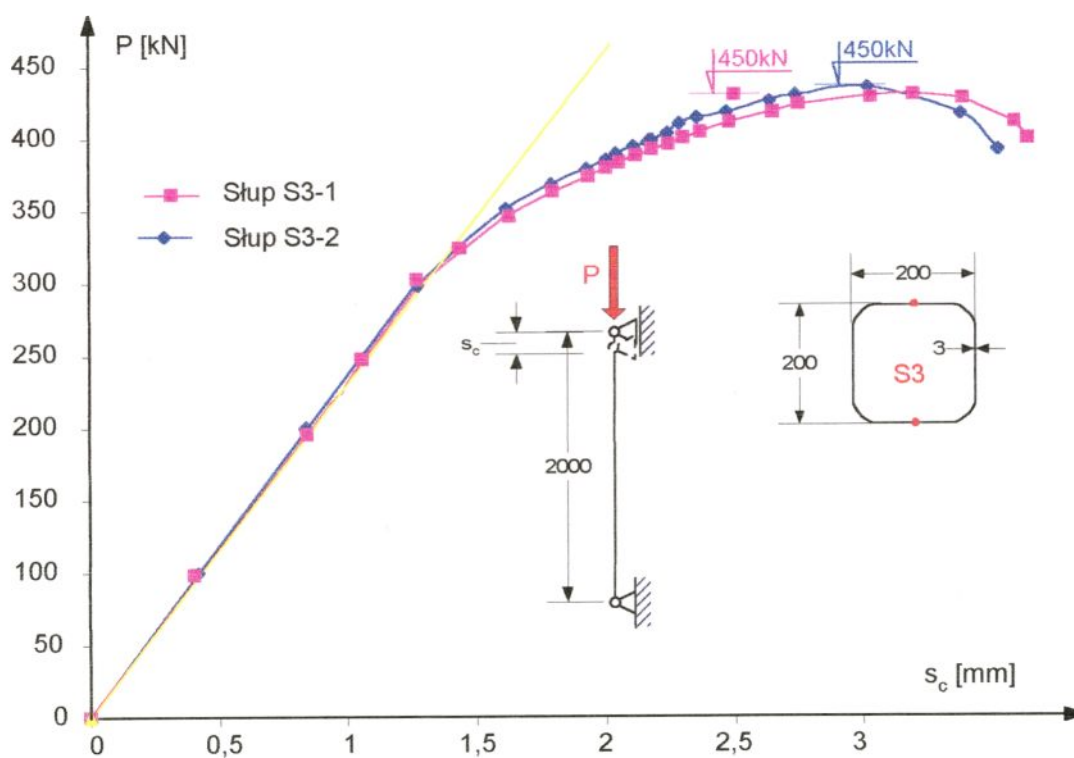


Rys. 4.32. Lokalna utrata stateczności ściany bez spoiny w elemencie S3-1

Przebieg zmienności skróceń osiowych słupa w stosunku do przyłożonej osiowo siły dla poszczególnych serii słupów S2, S3, S4 przedstawiono na rysunkach 4.33-4.36.



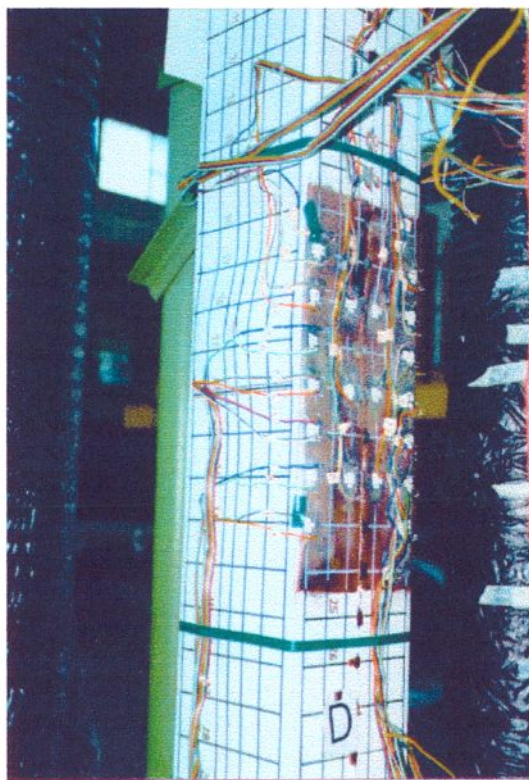
Rys. 4.33. Zależność skrócenia słupów S2-1 i S2-2 od obciążenia



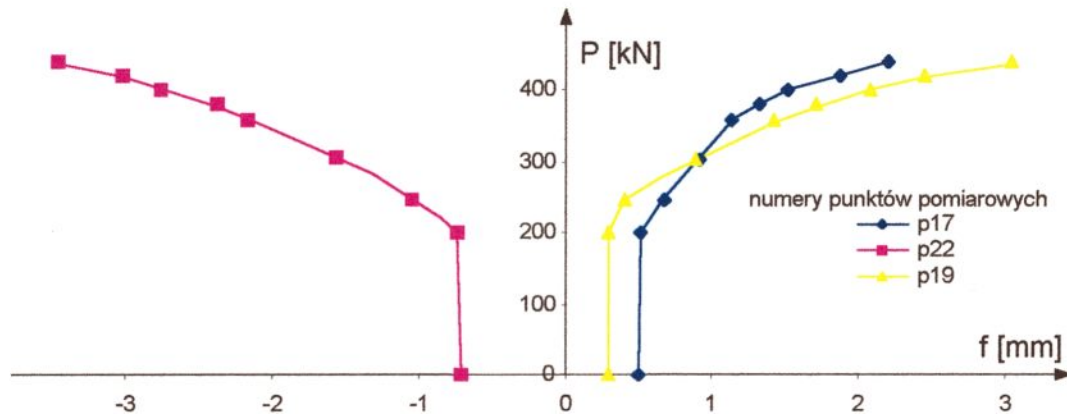
Rys. 4.34. Zależność skrócenia słupów S3-1 i S3-2 od obciążenia



Rys. 4.37. Przykład zniszczenia słupa S2-1

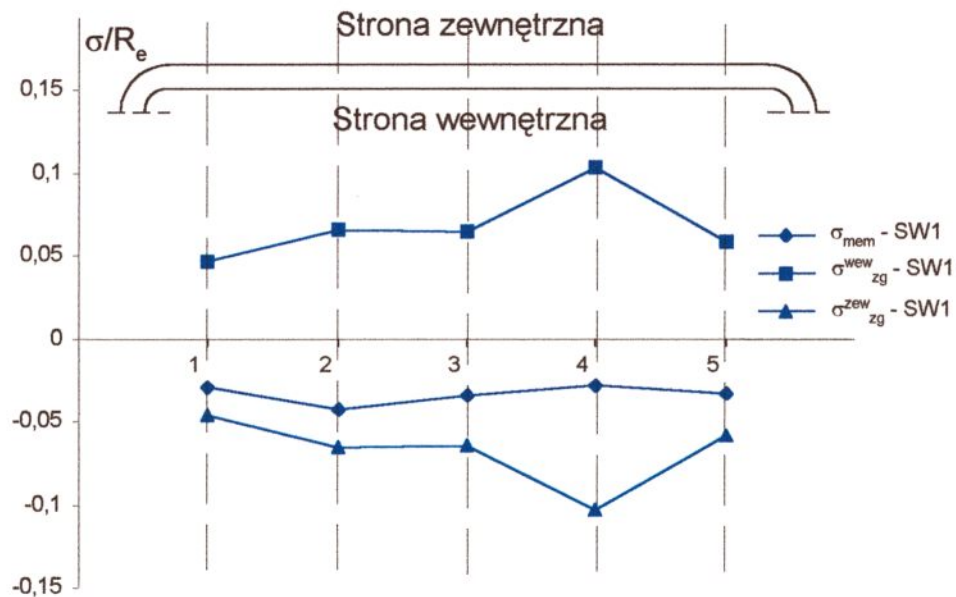


Rys. 4.38. Przykład zniszczenia słupa S4-2

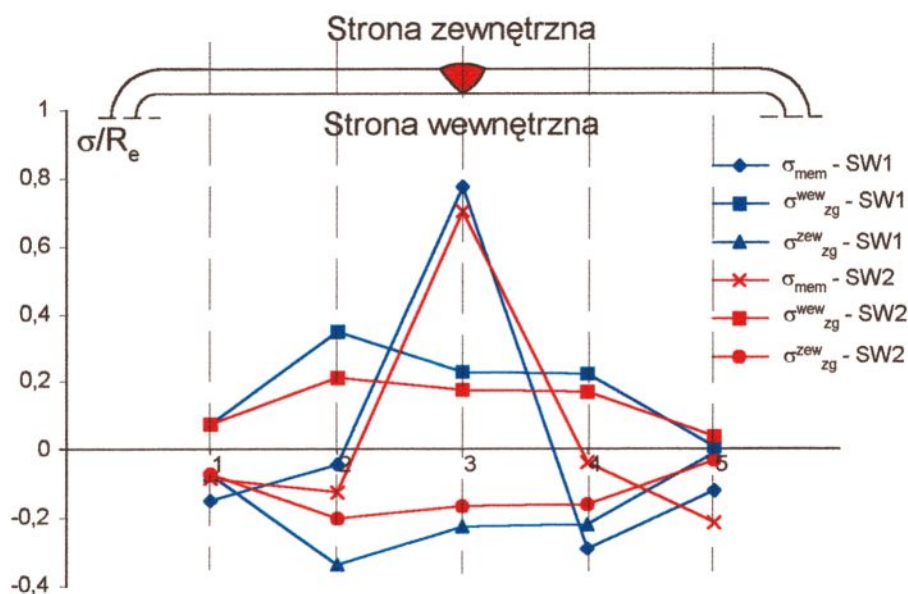


Rys. 4.39. Strzałki wygięć ściany A słupa S4-1

W badaniach naprężeń spawalniczych, przy uwalnianiu poszczególnych pasków, zaobserwowano gwałtowne wygięcie, któremu towarzyszył efekt akustyczny. Zjawisko było najbardziej widoczne dla paska środkowego. W oparciu o zarejestrowane zmiany odkształceń sporządzono rozkłady naprężeń własnych dla ściany bez spoiny i ze spoiną rys 4.40 i 4.41.



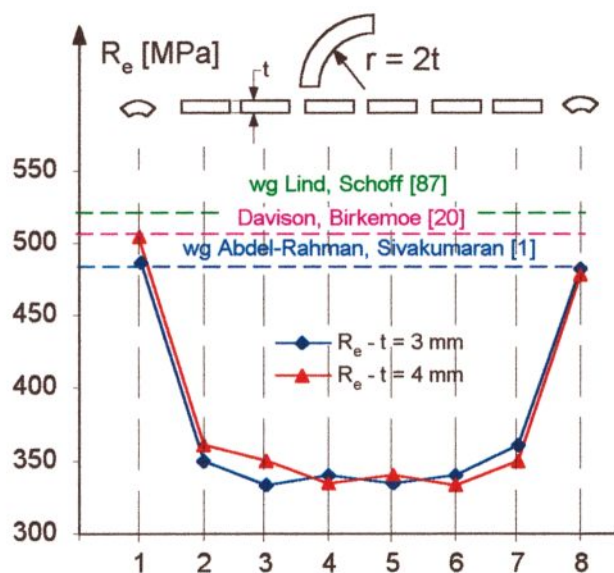
Rys. 4.40. Rozkład naprężeń własnych typu zgięciowego i membranowego wzdłuż obwodu ściany bez spoiny otrzymany z badań



Rys. 4.41. Rozkład naprężeń własnych typu zgięciowego i membranowego wzdłuż obwodu ściany ze spoiną czołową otrzymany z badań

4.6. Analiza wyników badań

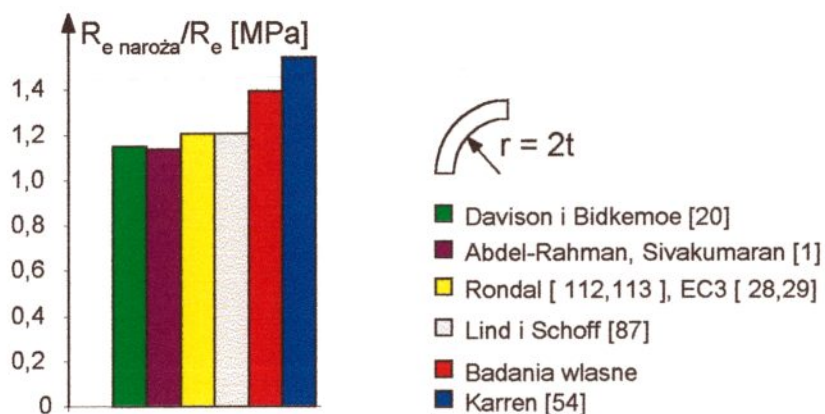
4.6.1. Rozkład granicy plastyczności w przekroju słupa



Rys. 4.42. Rozkład granicy plastyczności i wytrzymałości doraźnej w przekroju

Na podstawie badań cech wytrzymałościowych stali można przyjąć, że stal ta odpowiada parametrom stali miękkiej. Stwierdzono wyraźny wzrost granicy plastyczności w

narożach, prawie o 37%, w stosunku do granicy plastyczności materiału ścianki słupa. Wzrost doraźnej wytrzymałości na rozciąganie był prawie równy 17 % ($t = 3 \text{ mm}$) i 24 % ($t = 4 \text{ mm}$) w stosunku do doraźnej wytrzymałości na rozciąganie ścianki słupa. Nie stwierdzono znaczących zmian granicy plastyczności i doraźnej wytrzymałości na rozciąganie w ścianie słupa (rys.4.7-4.8). Rozkład granicy plastyczności jest podobny do rozkładów otrzymanych przez Karren'a [54,55]. Porównanie wartości z badań z wartościami doświadczalnymi przedstawiono na rysunku (4.42 i 4.43).



Rys. 4.43. Rozkład granicy plastyczności i wytrzymałości doraźnej w narożu

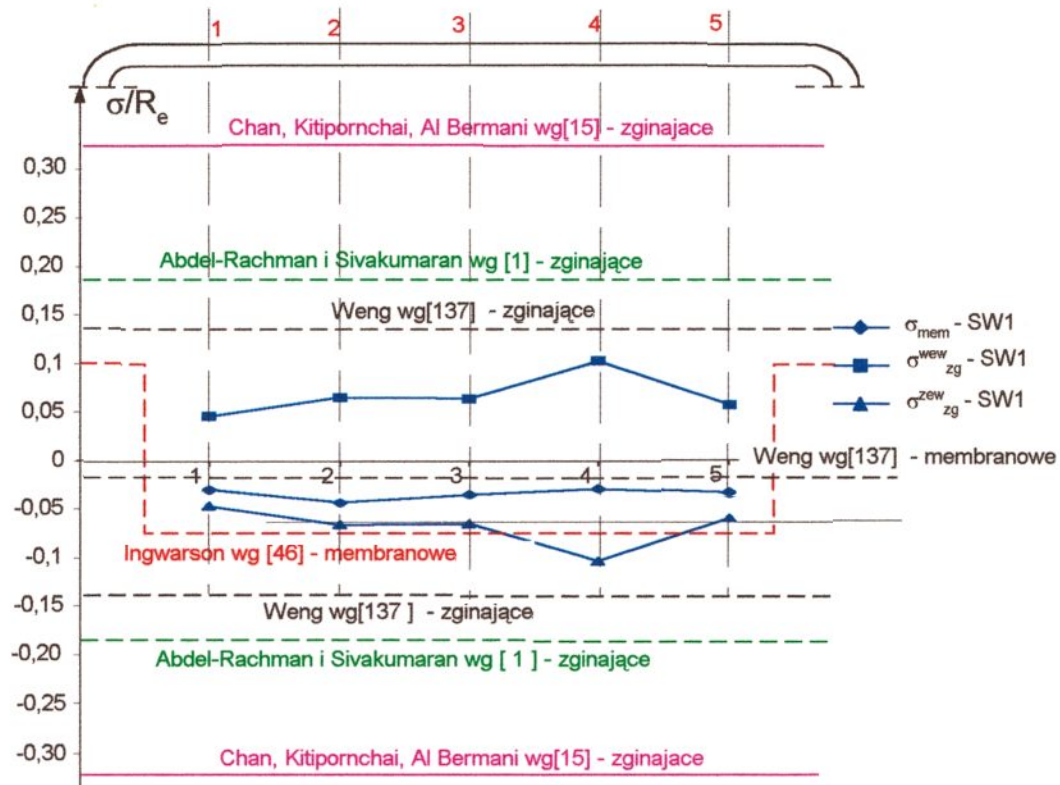
4.6.2. Ugięcia wstępne

Na podstawie analizy wyników badań elementów El-1 i EL-2 można jednoznacznie stwierdzić, że istnieją ugięcia wstępne, powstałe w procesie formowania na zimno. Na rysunku 4.24 pokazano różnicę w wartościach naprężeń po zewnętrznej i po wewnętrznej stronie ściany, co właśnie świadczy o prostowaniu się ściany.

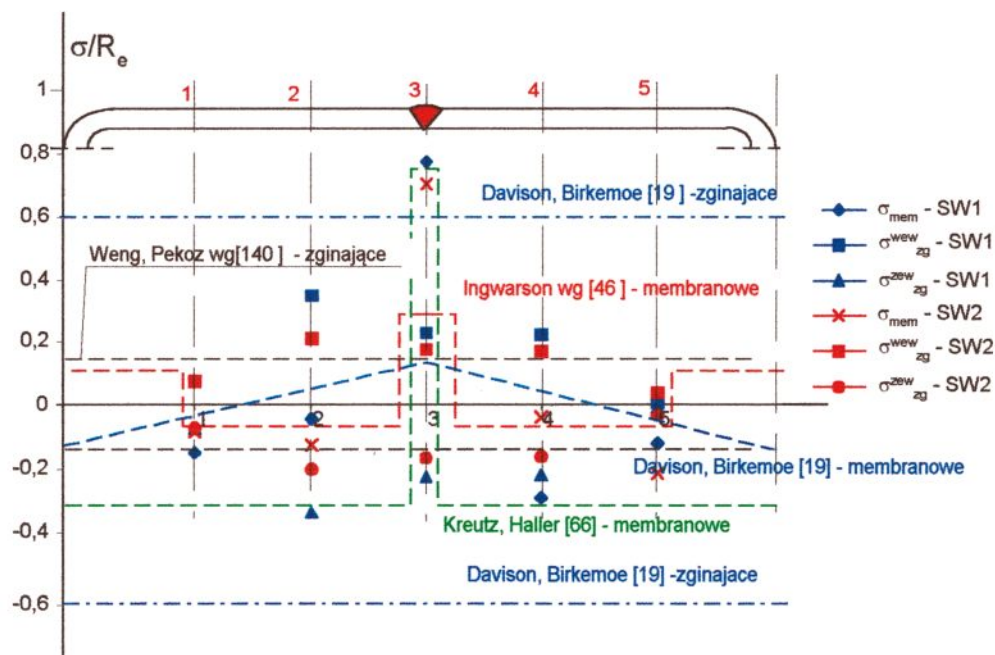
W słupach S2, S3, S4 zmierzono ugięcia wstępne ścian z dokładnością $\pm 0,01 \text{ mm}$. Wyniki pomiarów ugięć wstępnych ścian nie tworzyły żadnej regularnej powierzchni, a tym bardziej nie były zbliżone do kształtu powierzchni wybożenia. Największe wartości ugięć wstępnych zlokalizowano na ścianach ze spoinami. Wartości tych ugięć mieściły się w granicach $1,00 \div -0,50 \text{ mm}$, co stanowi $1/3$ - $1/6$ grubości ścianki słupa. Rozkłady ugięć wstępnych były zbliżone do wartości przyjmowanych do analizy przez Schafera i Pekoza [118].

4.6.3. Rozkłady naprężeń własnych

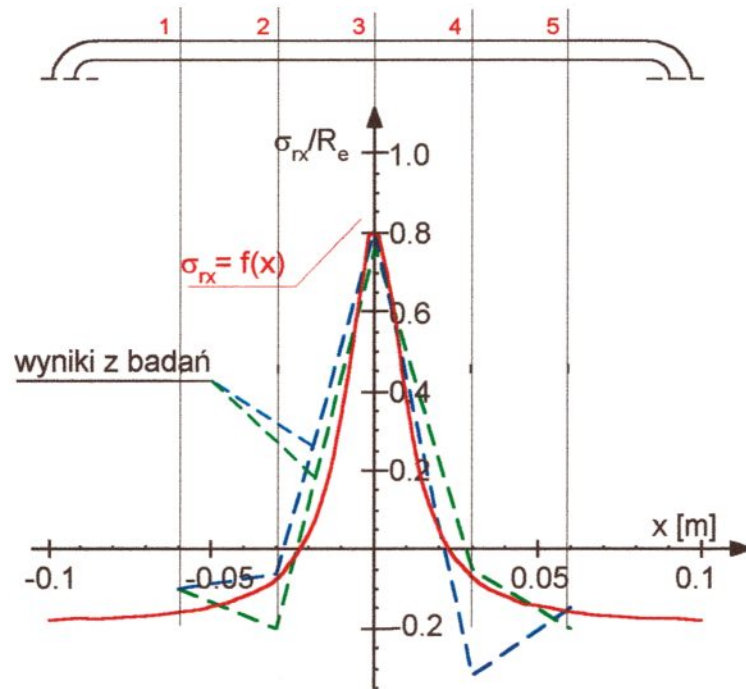
Rozkłady naprężeń własnych, otrzymane z badań, różnią się od proponowanych w literaturze. Wyniki badań nie pokrywają się z propozycjami: Sully, Hancock [122], Landolfo, Mazzolani [84]. W badaniach otrzymano naprężenia typu zgięciowego i membranowego dla ścian ze spoiną i bez spoiny. Autorzy Kreutz i Haller [66] oraz Ingvarson [46] podają tylko rozkłady naprężeń własnych typu zgięciowego, w przeciwieństwie do Chan, Kitipornchai, Al-Bermani [15], którzy rozróżniają tylko naprężenia typu zgięciowego. Porównując poszczególne propozycje, nie można jednoznacznie stwierdzić, który z proponowanych rozkładów w pełni opisuje otrzymany w badaniach rozkład naprężeń własnych. Propozycja Kreutza i Hallera [66] może opisywać rozkład naprężeń membranowych w ścianie słupa ze spoiną, natomiast propozycja Wenga [137] dobrze reprezentuje rozkład naprężeń typu zgięciowego w tej ścianie.



Rys. 4.44. Porównanie wybranych propozycji rozkładów naprężeń własnych z wynikami otrzymanymi z badań dla ściany bez spoiny



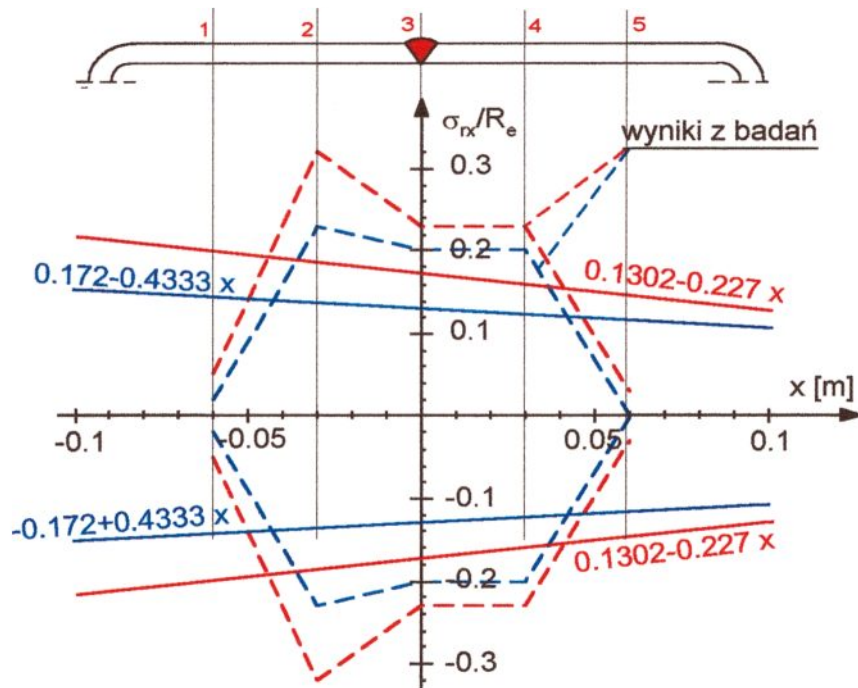
Rys. 4.45. Porównanie wybranych propozycji rozkładów naprężeń własnych z wynikami otrzymanymi z badań dla ściany ze spoiną



$$\sigma_{rx} = \frac{1}{372} \cdot \left[-71,82 + \frac{11566,6 \cdot y^2}{(0,04 + 325,8 \cdot y^2) \cdot y^2} - \frac{17,75}{0,04 + 325,8 \cdot y^2} - \frac{7,22 \cdot 10^6 \cdot y^2}{(1 + 8144 \cdot y^2)^2} + \frac{887,6}{1 + 8144,1 \cdot y^2} \right]$$

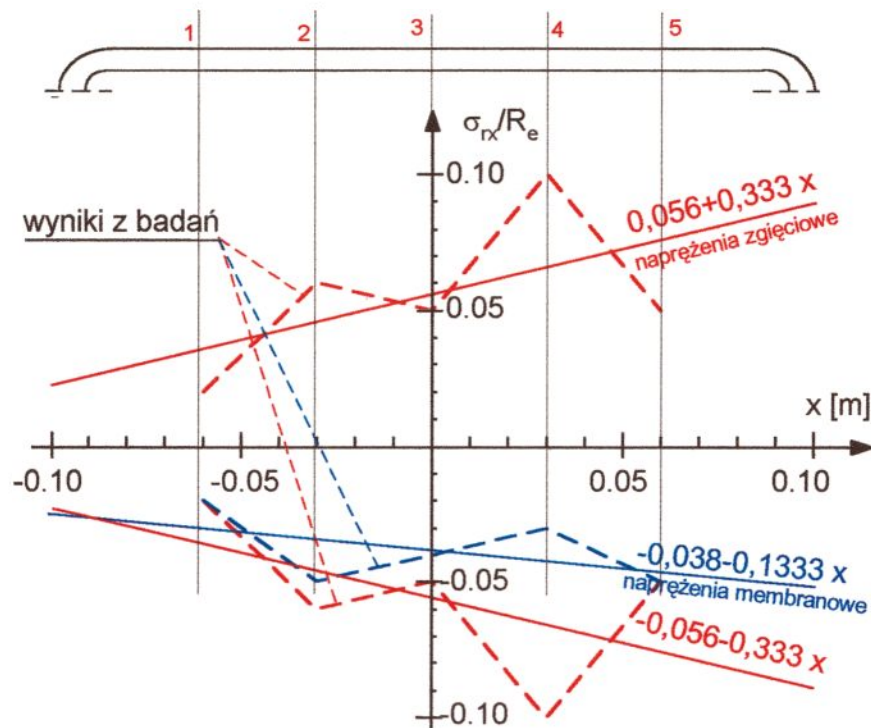
Rys. 4.46. Aproksymacja rozkładów naprężeń własnych typu membranowego otrzymanych z badań dla ściany ze spoiną

Żadna z propozycji nie opisuje otrzymanego z badań rozkładu naprężeń w ścianie bez spoiny, ale gdyby zmniejszyć wartości w rozkładach proponowanych przez Wenga [137] lub Kretza i Hallera [66] o 0,5, to byłby to dobry opis rozkładu naprężeń własnych typu zgięciowego w ścianie bez spoiny (rys. 4.44-4.45).



Rys. 4.47. Aproksymacja rozkładów naprężeń własnych typu zgięciowego otrzymanych z badań dla ściany ze spoiną

Otrzymane z badań rozkłady naprężeń własnych aproksymowano prostymi pokazanymi na rysunkach 4.46 i 4.48.



Rys. 4.48. Aproksymacja rozkładów naprężeń własnych typu zgięciowego i membranowego otrzymanych z badań dla ściany bez spoiny

4.6.4. Nośności i zachowanie się słupów

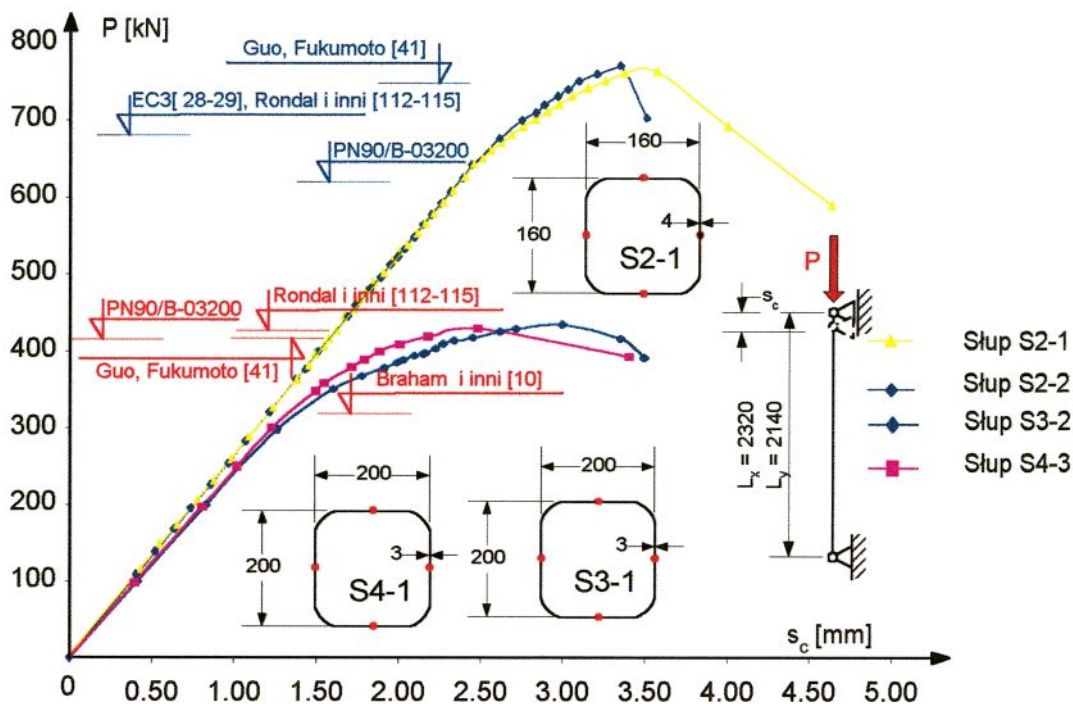
Wstępne wygięcia ścian słupa sprawiły, że nie zaobserwowano zjawiska bifurkacji. Wzrost wygięć ścian słupa miał przebieg nieliniowy z zachowaniem kształtu sinusoidalnego.

Długości półfal wyboczeniowych były zbliżone do szerokości ścian słupa, tworząc regularnie zmieniający się kształt na całej długości słupa. Ściany słupów ze spoiną ulegały wyboczeniu później niż ściany bez spoiny - zjawisko obserwowane podczas badań modeli S3-1, S3-2. Nie zaobserwowano lokalnej utraty stateczności w modelach S2-1, S2-2. Zarówno odkształcenia, jak również otrzymane w oparciu o nie naprężenia σ_x i σ_y , wykazują zmienność sinusoidalną bardzo widoczną dla elementów z serii S3 i S4 (rys. 4.25-4.30). Podobną zmienność zarejestrowano dla słupów z serii S2, ale o wiele mniej widoczną.

Porównanie otrzymanych wyników (rys. 4.25-4.30) z badaniami innych autorów (Klöppela [60-62] i Kubicy [71-76]) potwierdza, że najodpowiedniejszym schematem ściany słupa jest pasmo płytowe, podparte przegubowo przesuwnie na krawędziach podłużnych, bez warunku prostoliniowości krawędzi.

Wszystkie przemieszczenia i odkształcenia słupów miały charakter nieliniowy.

Przykładowe wyniki przedstawiono na rysunkach 4.33-4.36. Nośności słupów nie wykazywały dużych różnic. Porównanie otrzymanych nośności granicznych słupów z wybranymi propozycjami przedstawiono na rysunku 4.49.



Rys. 4.49. Porównanie wyników badań słupów z innymi propozycjami

4.7. Wnioski z badań

Na podstawie badań eksperymentalnych stwierdzono:

- wyraźny wzrost granicy plastyczności i doraźnej wytrzymałości w narożach słupa (rys.4.8),
- brak regularnego rozkładu ugięć wstępnych (4.10, 4.11),
- regularny rozkład fal wyboczeniowych ścian słupa na całej jego długości, długości półfal wyboczeniowych mieściły się w granicach 0,97-1 szerokości słupa (rys.4.25-4.32). Nie występowało zjawisko nagłego wyboczenia ścian słupa,
- krawędzie słupów zachowywały swoją prostoliniowość w całym zakresie obciążenia, zarówno w trakcie procesu obciążenia i po zniszczeniu słupa poza miejscem powstania mechanizmu plastycznego (rys.4.37, 4.38),
- osiągnięcie maksymalnej nośności przez słup było poprzedzone spadkiem siły i szybkim przyrostem odkształceń wraz z pojawieniem się mechanizmu plastycznego,
- mechanizm plastyczny pojawiał się w odległości 0,3-0,5 długości słupa od dolnej krawędzi,
- w trakcie badań elementów z serii S3 widoczny był wzrost nośności dokrytycznej ścian słupa ze spoiną, bowiem wcześniejszemu pofalowaniu ulegały ściany bez spoiny (4.31-4.36),
- największe odkształcenia wynikające z występowania naprężeń własnych występowały w ścianach ze spoinami (rys.4.19-4.23, 4.40, 4.41),
- dla słupów z serii S2 o smukłości płytowej $b/t = 40$ nie występowało widoczne zjawisko pofalowania ścian,
- nośności słupów z serii S3 i S4 o smukłości płytowej $b/t = 66,6$ były do siebie zbliżone,
- najodpowiedniejszym schematem ściany słupa jest pasmo płytowe, podparte przegubowo przesuwnie na krawędziach podłużnych, bez warunku prostoliniowości krawędzi (rys.4.25-4.30).

5. BADANIA TEORETYCZNE I NUMERYCZNE

5.1. Stan dokrytyczny wydzielonego pasma płytowego z uwzględnieniem naprężeń własnych

5.1.1. Wpływ wielkości wyokrąglenia naroża kształtownika giętego na zimno

Wydzieloną myślowo ściankę słupa, można potraktować jako pasmo płytowe, zamocowane sprężysto na krawędziach nieobciążonych. Stan krytyczny takiego pasma określa się zgodnie z założeniami przyjętymi w pracach [51, 116, 117, 130, 131], czyli:

1. płyta jest wykonana z izotropowego materiału, grubość płyty jest stała;
2. płyta jest na tyle cienka, że można pominąć wpływ sił poprzecznych na jej krzywiznę;
3. płyta może mieć naprężenia własne, których rozkład jest znany;
4. naprężenia normalne w kierunku prostopadłym do płyty przyjmuje się równe zero, natomiast naprężenia styczne, w tym samym kierunku, traktuje się jako wielkości małe w porównaniu ze składowymi tensora naprężenia działającymi w płaszczyźnie płyty;
5. zachowuje swoją ważność hipoteza Kirchhoffa, mówiąca, że punkty płyty leżące przed obciążeniem na normalnej do powierzchni środkowej, po wyboczeniu pozostają również na normalnej do ugiętej powierzchni środkowej;
6. w zagadnieniach fizycznie liniowych materiał płyty jest sprężysty i podlega prawu Hooke'a.

Korzystając z tych założeń, można wyrazić wszystkie składowe naprężenia przez ugięcie $w(x,y)$ płyty, które jest funkcją powierzchni środkowej płyty. Współczynniki sprężystego zamocowania krawędzi są liczbowo równe momentom zginającym podczas obrotów o kąty jednostkowe.

Ponieważ ścianki słupa mogą mieć spoiny, dlatego w rozpatrywanej płycie są naprężenia własne spawalnicze (typu tarczowego), oraz naprężenia własne od gięcia na zimno (typu zgięciowego), które to po zsumowaniu się z naprężeniami roboczymi mogą prowadzić do utraty stateczności. Ten rodzaj utraty stateczności będzie dalej nazywany lokalną utratą stateczności zgodnie, z Rykalukiem [117]. W chwili utraty stateczności płyta może pracować w stanie sprężystym lub sprężysto-plastycznym (w strefach uplastycznionych intensywność naprężeń własnych i roboczych jest większa od granicy plastyczności). W obszarach sprężysto-plastycznych, w analizie stanu krytycznego, są ważne wszystkie założenia teorii małych odkształceń sprężysto-plastycznych. Z fizycznego punktu widzenia, odkształceniowa teoria plastyczności Iljuszyna jest nie do przyjęcia jako teoria plastyczności, ponieważ jest to przeniesienie związków nieliniowo sprężystych w obszar plastyczny. Stawia się w niej postulat prostego (proporcjonalnego) obciążenia. Wszystkie składowe tensora naprężenia zmieniają się proporcjonalnie do jednego parametru, oczywiście kierunki naprężeń głównych nie zmieniają się. To prowadzi do wniosku, że składowe dewiatora naprężenia są proporcjonalne do składowych dewiatora odkształcenia, a kierunki główne naprężeń i odkształceń pokrywają się. Zgodnie z propozycją zapisu w pracy [67], dla złożonego stanu naprężenia wprowadza się pojęcie intensywności naprężeń:

$$\sigma_{\text{int}} = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot S_{ij} \cdot S_{ij}}, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (5.1)$$

gdzie S_{ij} – dewiator tensora naprężenia określony jako:

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \cdot \delta_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (5.2)$$

w którym σ_{ij} – tensor naprężenia, a średnie naprężenie normalne:

$$\sigma_m = \frac{1}{3} \cdot \sigma_{kk}, \quad k = 1, 2, 3. \quad (5.3)$$

Intensywności odkształceń:

$$\varepsilon_{int} = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot e_{ij} \cdot e_{ij}}, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (5.4)$$

gdzie dewiator tensora odkształcenia e_{ij} został określony jako:

$$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_m \cdot \delta_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (5.5)$$

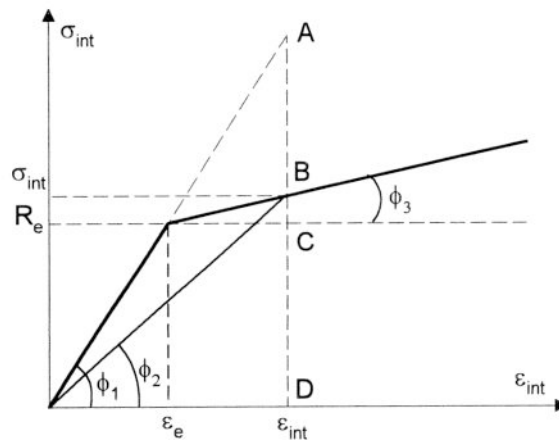
a normalne odkształcenie średnie ε_m jako:

$$\varepsilon_m = \frac{1}{3} \cdot \varepsilon_{kk}, \quad k = 1, 2, 3. \quad (5.6)$$

Przy spełnionym warunku prostego obciążenia intensywność w danym punkcie ciała wzrasta, wówczas można zapisać związek:

$$\sigma_{int} = E_s \cdot \varepsilon_{int}, \quad (5.7)$$

gdzie: $E = \operatorname{tg}[\phi_1]$; $E_t = \operatorname{tg}[\phi_3]$; $E_s = \operatorname{tg}[\phi_2]$, jest modulem siecznym pokazanym na wykresie $\sigma_{int} - \varepsilon_{int}$, na rysunku 5.1.



Rys. 5.1. Zależność $\sigma_{int} - \varepsilon_{int}$

Powierzchnia odkształcona płyty w stanie wyboczonym musi spełniać równanie (2.54), podane w pracy Rykaluka [117]. Z powodu pojawienia się stref uplastycznionych należy całkowanie rozbić na dwa obszary: obszar sprężysty i obszar plastyczny, ponieważ różne będą dla nich postacie równania równowagi. Oczywiście przyjęta funkcja przemieszczeń musi spełniać warunek ciągłości na granicach stref plastycznych i sprężystych. Kierując się uwagą Rykaluka [117], w tej analizie wygodniejsza wydaje się być metoda wariacyjna Rayleigha-Ritza-Timoszenki, w której to a priori muszą być spełnione warunki geometryczne.

Energię potencjalną w obszarze sprężystym wyznaczono w równania energii sprężystej zginania płyty:

$$U_s = 0.5 \cdot \frac{E \cdot z^2}{2 \cdot (1 - \nu^2)} \iiint_{V_s} \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + (2 - \nu) \cdot \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \right\} dz dy dx. \quad (5.8)$$

Do wyznaczenia energii potencjalnej stref plastycznych wykorzystano równanie zaproponowane przez Rykaluka [117], (2.40) oparte na metodzie Stowella i Iljuszyna oraz wynikach badań Shanleya:

$$U_e = \frac{D_e}{2} \cdot \iint_{A_e} \left\{ \left[1 - 0,75 \cdot s \cdot (\sigma_y)^2 / \sigma_{int}^2 \right] \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + \left[1 - \frac{3}{4} \cdot s \cdot (\sigma_x + \sigma_{xw})^2 / \sigma_{int}^2 \right] \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left[1 - 3 \cdot s \cdot (\tau_{yx})^2 / \sigma_{int}^2 \right] \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left[1 - \frac{3}{2} \cdot s \cdot (\sigma_x + \sigma_{xw}) \cdot (\sigma_y) / \sigma_{int}^2 \right] \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \right. \\ \left. - \left[3 \cdot s \cdot (\tau_{yx}) \cdot (\sigma_y) / \sigma_{int}^2 \right] \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left[3 \cdot s \cdot (\tau_{yx}) \cdot (\sigma_y) / \sigma_{int}^2 \right] \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} dx dy. \quad (5.9)$$

gdzie: $D_e = E_s t^3 / 9$; $s = 1 - E_t / E_s$; $\sigma_{int}^2 = ((\sigma_y)^2 + (\sigma_x + \sigma_{xw})^2 + 3 (\tau_{yx})^2)^{0,5}$.

Energię utwierdzeń krawędziowych i pracę sił zewnętrznych oraz pracę naprężeń spawalniczych wyznaczono według propozycji Rykaluka [117], (2.41), (2.42):

$$U_u = -\frac{D}{2} \cdot \left(\int_0^a \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=0;b} dx + \int_0^b \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0;a} dy \right), \quad (5.10)$$

$$U_z = \frac{t}{2} \cdot \iint_A \left\{ [\sigma_y] \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + [\sigma_x + \sigma_{xw}] \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + [\tau_{yx}] \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} dx dy. \quad (5.11)$$

Jeżeli oznaczymy całkowitą energię potencjalną układu przez U :

$$U = U_s + U_p + U_u + U_z, \quad (5.12)$$

to warunkiem koniecznym znikania jej pierwszej wariacji jest zerowanie się pierwszych pochodnych cząstkowych względem wszystkich kolejnych parametrów f_i :

$$\frac{\partial U}{\partial f_i} = 0. \quad (5.13)$$

gdzie: f_i – parametry funkcji ugięcia.

Z warunków (5.13) otrzymujemy układ równań liniowych względem parametrów funkcji przemieszczeń f_i . Warunkiem koniecznym i dostatecznym rozwiązywalności tego układu jest znikanie wyznacznika głównego, zaś najmniejsza wartość dodatnia tego wyznacznika określa stan krytyczny płyty.

Aby zbadać wpływ sprężystego utwardzenia krawędzi płyty, przyjęto wskaźnik utwardzenia κ , równy jedności dla sztywnego zamocowania i równy zero dla zamocowania przegubowego. Funkcję przemieszczeń przyjęto w postaci:

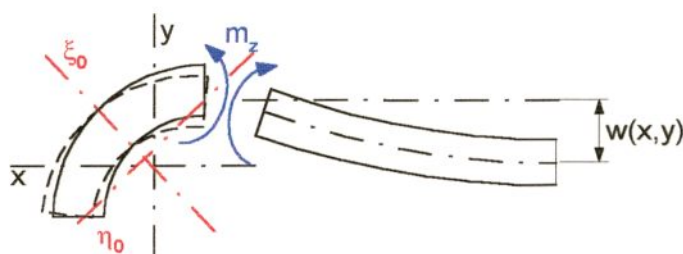
$$w(x, y) = f_1 \cdot \left[(1 - \kappa) \cdot \cos \frac{\pi \cdot y}{b} + \kappa \cdot \left(\cos \frac{\pi \cdot y}{b} \right)^2 \right] \sin \frac{\pi \cdot x}{b}. \quad (5.14)$$

Zakłada się symetryczną postać wyboczenia osiowo ściskanego słupa skrzynkowego wg [117],[126],[96].

Moment nieswobodnego skręcania naroża w oparciu o rozwiązanie Rykaluka [117] można przedstawić:

$$m_z = \left(G \cdot J_g - P \cdot i_o^2 + R_w \right) \cdot \frac{d\theta}{dz} - E \cdot J_\omega \cdot \frac{d^3\theta}{dz^3}, \text{ gdy } \sigma + \sigma_{zwc}, \quad (5.15)$$

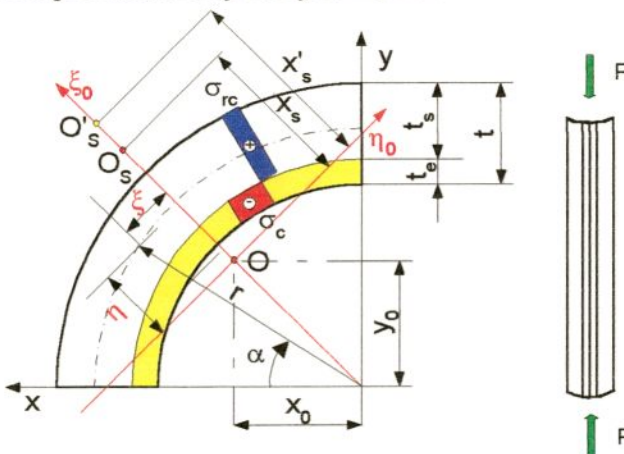
$$m_z = \left(G \cdot J_d'' - P \cdot (r_s')^2 \right) \cdot \frac{d\theta''}{dz} - E \cdot J_\omega'' \cdot \frac{d^3\theta''}{dz^3} - K_\theta, \text{ gdy } \sigma + \sigma_{zwc} \geq R_e. \quad (5.16)$$



Rys. 5.2. Schemat pomocniczy do wyznaczenia współczynnika sprężystego zamocowania

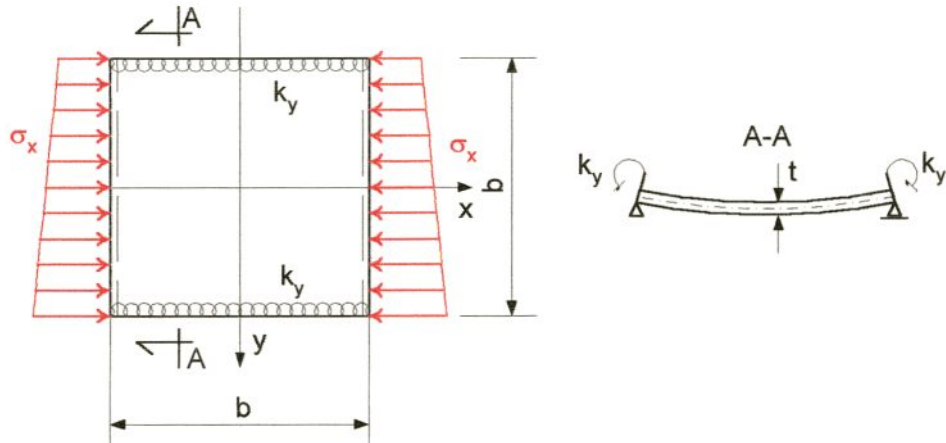
Przyjmuje się równoczesne wyboczenie wszystkich ścian słupa, dzięki czemu nie stanowią one dodatkowego utwardzenia dla siebie nawzajem, dlatego w wyrażeniach (5.13),(5.14) przyjęto $K_\phi = 0$. Wyznaczenie współczynnika sprężystego utwardzenia κ opiera się na założeniu, że sprężyste przytrzymanie brzegów wynika z wielkości naroża formowanego na zimno.

Przyjęto schemat naroża przedstawiony na rysunku 5.3.



Rys. 5.3. Schemat naroża z naprężeniami własnymi w kierunku podłużnym

Rozkład naprężeń własnych przyjęto w oparciu o propozycję Ingwarsona [46], aproksymując rozkład dwoma prostokątami, gdzie $\sigma_{rc} = 0,4 R_e$, $\sigma_c = 0,8 R_e$, $t_e = 0,28 t$, $t_s = 0,72 t$. Schemat statyczny analizowanej płyty pokazano na rysunku 5.4.



Rys. 5.4. Schemat statyczny płyty do wyznaczenia współczynnika sprężystego zamocowania

Na podstawie schematu statycznego można zapisać zależność wskaźnika utwierdzenia κ od współczynnika sprężystego utwierdzenia k_y , wg Rykaluka [117]:

$$\kappa = \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot D}{b \cdot k_y}}. \quad (5.17)$$

W pierwszym etapie zostanie rozpatrzone naroże pracujące w stanie sprężystym z uwzględnieniem ściskania i naprężeń własnych w kierunku podłużnym. Poszczególne charakterystyki geometryczne naroża o promieniu środkowym równym R i całkowitym kącie 2α są następujące:

$$J_w = t \cdot r^5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \alpha^3 - \frac{4 \cdot (\sin[\alpha] - \alpha \cdot \cos[\alpha])}{\alpha - \sin[\alpha] \cdot \cos[\alpha]} \right) \Big|_{2\alpha=\frac{\pi}{2}} = 0,000247328 \cdot r^5 \cdot t, \quad (5.18)$$

$$J_d = \frac{2 \cdot \alpha \cdot r \cdot t^3}{3} \Big|_{2\alpha=\frac{\pi}{2}} = 0,523599 \cdot r \cdot t^3, \quad (5.19)$$

$$J_\eta = 0,2854 \cdot r^3 \cdot t, \quad (5.20)$$

$$J_\xi = 0,012159 \cdot r^3 \cdot t, \quad (5.21)$$

$$J_0 = J_\eta + J_\xi, \quad (5.22)$$

$$R_s = r + 0,5 \cdot t - 0,5 \cdot t_s; \quad R_p = r - t + 0,5 \cdot t_e, \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned}
R_w = \int_F (\eta^2 + \xi^2) \cdot \sigma_w \cdot dF = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sigma_c \cdot \left(\left(R_p \cdot \sin\left[\frac{\pi}{2} - \alpha\right] \right)^2 + \left(R_p \cdot \cos\left[\frac{\pi}{2} - \alpha\right] - 0.90013 \cdot r \right)^2 \right) \cdot R_p \cdot t_p \right\} \cdot d\alpha + \\
\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sigma_{rc} \cdot \left(\left(R_s \cdot \sin\left[\frac{\pi}{2} - \alpha\right] \right)^2 + \left(R_s \cdot \cos\left[\frac{\pi}{2} - \alpha\right] - 0.90013 \cdot r \right)^2 \right) R_s \cdot t_s \right\} \cdot d\alpha = \\
-0,150564 \cdot r^3 \cdot R_e \cdot t + 0,103727 \cdot r^2 \cdot R_e \cdot t^2 + 0,027495 \cdot r \cdot R_e \cdot t^3 + 0,013347 \cdot R_e \cdot t^4, \quad (5.24)
\end{aligned}$$

Moment utwierdzenia płyty jest proporcjonalny do kąta obrotu krawędzi, jako gradientu funkcji ugięcia ściany $w(x,y)$ wg (5.14). Można to stwierdzenie przedstawić w postaci równania:

$$\phi|_{y=\frac{b}{2}} = \frac{\partial w\left(x, \frac{b}{2}\right)}{\partial y}. \quad (5.25)$$

Moment na krawędzi płyty można przedstawić równaniem:

$$m_y = -D \cdot \left(\frac{\partial^2 w\left(x, \frac{b}{2}\right)}{\partial y^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w\left(x, \frac{b}{2}\right)}{\partial x^2} \right). \quad (5.26)$$

Pochodną momentu skręcającego wzdłuż osi x należy przyrównać momentowi m_y ze znakiem przeciwnym:

$$m_y = -\frac{dm_z}{dx}. \quad (5.27)$$

Wykorzystując wyrażenia (5.23-5.26) oraz równość (5.27), wyznaczono równanie określające wskaźnik utwierdzenia κ :

$$\kappa = \frac{A_r}{B_r + C_r}, \quad (5.28)$$

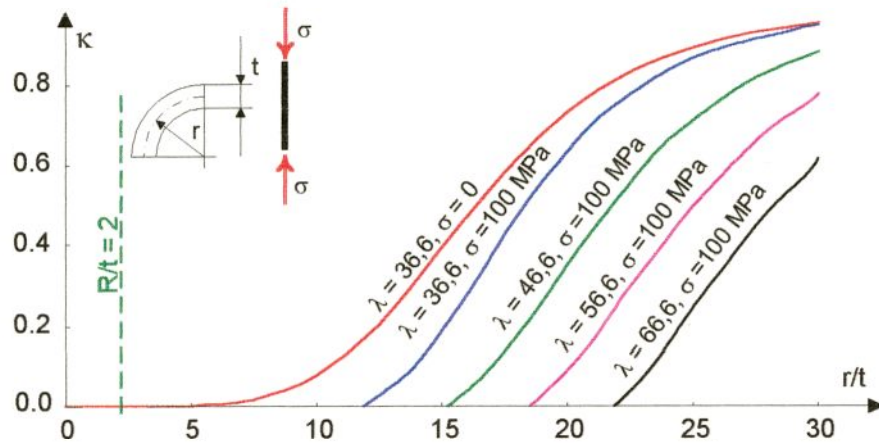
$$\begin{aligned}
A_r = E \cdot \left(-0,076 \cdot n^5 - 1,5 \cdot n \cdot t^3 \cdot \lambda^2 \right) + \lambda^2 \cdot \left(4,7 \cdot (-0,97 + n) \cdot (0,091 + 0,28 \cdot n + n^2) \cdot R_e \right) + \\
+ 9,2 \cdot n \cdot \sigma \cdot \lambda^2, \quad (5.30)
\end{aligned}$$

$$B_r = E \cdot \left(-0,0756873 \cdot n^5 - 1,48671 \cdot n \cdot t^3 \cdot \lambda^2 - 1,80762 \cdot \lambda^3 \right), \quad (5.31)$$

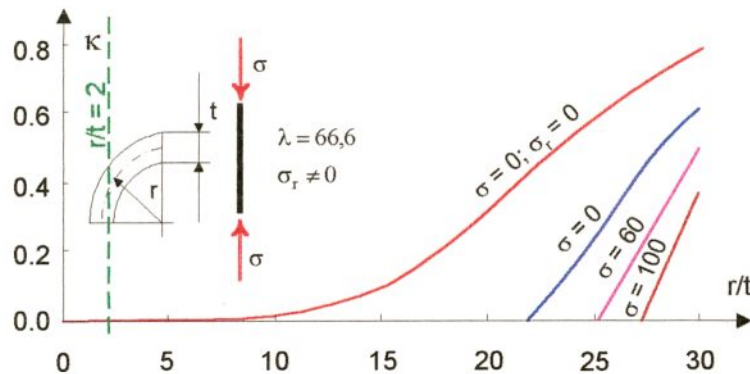
$$C_r = \lambda^2 \cdot \left(4,66842 \cdot (n - 0,971) \cdot (0,0913 + 0,28209 \cdot n + n^2) \cdot R_e + 9,2262 \cdot n^3 \cdot \sigma \right), \quad (5.32)$$

$$\lambda = \frac{b}{t}, \quad (5,33)$$

$$r = n \cdot t. \quad (5,34)$$



Rys. 5.5. Zależność wskaźnika utwardzenia w funkcji smukłości płytowej λ , naprężeń ściskających $\sigma = 100$ MPa i proporcji promienia zagięcia naroża dla obszaru sprężystego.



Rys. 5.6. Zależność wskaźnika utwardzenia w funkcji smukłości płytowej $\lambda = 66,6$, naprężeń ściskających σ i proporcji promienia zagięcia naroża dla obszaru sprężystego.

Zgodnie z badaniami Ingvarsona[46], obecność naprężeń własnych w narożu formowanym na zimno sprawia, że w trakcie procesu obciążania naprężenia robocze i własne osiągają granicę plastyczności, dzięki czemu naroże pracuje w stanie sprężysto-plastycznym. W oparciu o teorię odkształceniową Iljuszyna i korzystając z propozycji Rykaluka[117], można wyznaczyć charakterystyki naroża w stanie sprężysto-plastycznym. Korzystając z wykresu próby rozciągania stali przedstawionej na rysunku 5.1, wprowadza się funkcję plastyczności Iljuszyna w postaci:

$$\chi(\varepsilon_i) = \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \left(1 - \frac{E_t}{E}\right) \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_i}\right), \quad (3,35)$$

oraz tzw. funkcję Mieźłumiana wg [117]:

$$\chi'(\varepsilon_i) = \frac{2 \cdot (1 - \nu + \nu^2) \cdot \chi(\varepsilon_i) + (3 \cdot \nu - 1 - 2 \cdot \nu^2) \cdot \chi^2(\varepsilon_i)}{1 + \nu + 2 \cdot (1 - 2 \cdot \nu) \cdot (1 - \chi(\varepsilon_i))}, \quad (5.36)$$

$$\chi''(\varepsilon_i) = \chi'(\varepsilon_i) + \frac{\partial \chi(\varepsilon_i)}{\partial \varepsilon_i} \cdot \varepsilon_i. \quad (5.37)$$

Przyjmując założenie, że strefa uplastyczniona pojawi się na długości t_e wzdłuż grubości od wewnętrznej strony naroża, można cechy geometryczne określić następująco:

$$F' = 0.25 \cdot \pi \cdot R_s \cdot t_s + 0.25 \cdot \pi \cdot R_p \cdot t_e \cdot (1 - \chi''(\varepsilon_i)), \quad (5.38)$$

$$S'_x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (R_p^2 \cdot t_e \cdot (1 - \chi''(\varepsilon_i)) \cdot \sin[\alpha]) \cdot d\alpha + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (R_s^2 \cdot t_s \cdot \sin[\alpha]) \cdot d\alpha, \quad (5.39)$$

$$S'_y = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (R_p^2 \cdot t_e \cdot (1 - \chi''(\varepsilon_i)) \cdot \cos[\alpha]) \cdot d\alpha + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (R_s^2 \cdot t_s \cdot \cos[\alpha]) \cdot d\alpha, \quad (5.40)$$

$$x'_0 = \frac{S'_y}{F'}, \quad (5.41)$$

$$y'_0 = \frac{S'_x}{F'}, \quad (5.42)$$

$$i = \sqrt{(x'_0)^2 + (y'_0)^2}, \quad (5.43)$$

$$J_\eta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\left(\cos\left[\frac{\pi}{4} - \alpha\right] \cdot R_p - i \right)^2 \cdot R_p \cdot t_e \cdot (1 - \chi''(\varepsilon_i)) \right) \cdot d\alpha + \\ + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\left(\cos\left[\frac{\pi}{4} - \alpha\right] \cdot R_s - i \right)^2 \cdot R_s \cdot t_s \right) \cdot d\alpha, \quad (5.44)$$

$$J_\xi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\left(\sin\left[\frac{\pi}{4} - \alpha\right] \cdot R_p \right)^2 \cdot R_p \cdot t_e \cdot (1 - \chi''(\varepsilon_i)) \right) \cdot d\alpha + \\ + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\left(\sin\left[\frac{\pi}{4} - \alpha\right] \cdot R_s \right)^2 \cdot R_s \cdot t_s \right) \cdot d\alpha, \quad (5.45)$$

$$r_v = 2r \cdot \cos\left[\frac{\pi}{4} - \alpha\right] - r, \quad (5.46)$$

$$\varpi = \int r_v \cdot r d\alpha, \quad (5.47)$$

$$S'_{\eta\omega} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \varpi \cdot R_p^2 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{4} - \alpha\right] \cdot t_p \cdot (1 - \chi''(\epsilon_i)) \cdot d\alpha + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \varpi \cdot R_s^2 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{4} - \alpha\right] \cdot t_s \cdot d\alpha, \quad (5.48)$$

$$z_k = 2R - i + \frac{S'_{\eta\omega}}{J_\xi}, \quad (5.49)$$

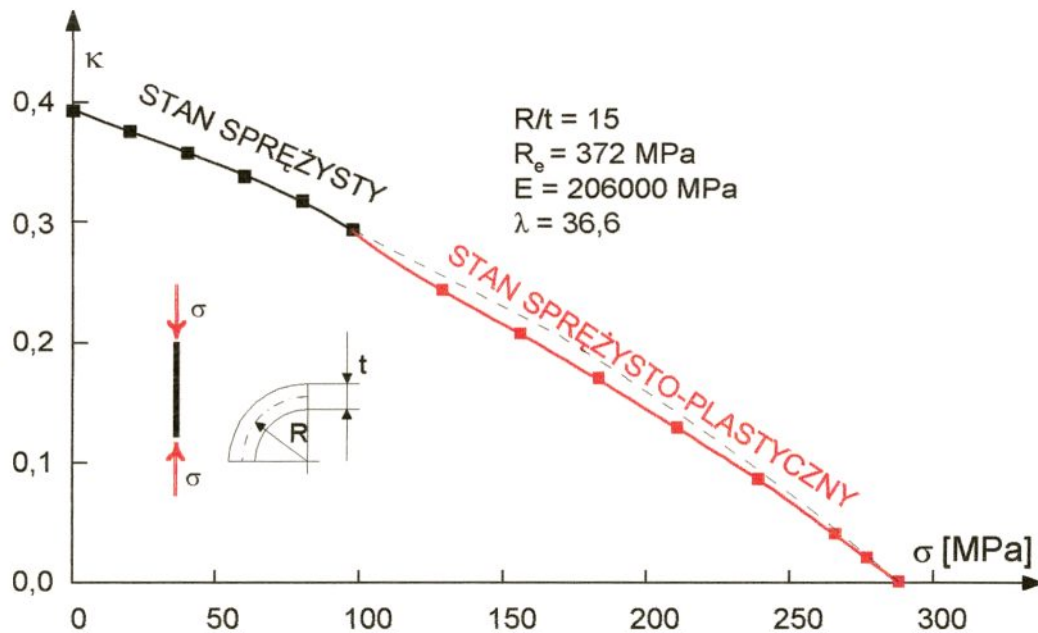
$$\varpi_1 = \int (i + z_k) \cdot \cos\left[\frac{\pi}{4} - \alpha\right] \cdot r d\alpha, \quad (5.50)$$

$$J'_\varpi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\varpi_1)^2 \cdot R_p \cdot t_p \cdot (1 - \chi''(\epsilon_i)) \cdot d\alpha + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\varpi_1)^2 \cdot R_s \cdot t_s \cdot d\alpha, \quad (5.51)$$

$$i'_s = J_0 + F' \cdot z_k^2. \quad (5.52)$$

Wyznaczając te wielkości dla każdego przyjętego skrócenia i podstawiając do wyrażenia na moment skręcający, można obliczyć wskaźnik utwardzenia ścianki płyty.

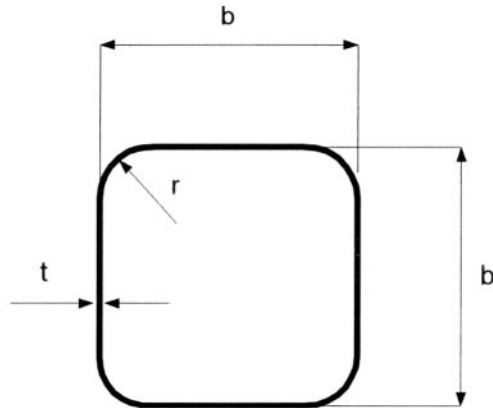
Równania powyższe ułożono w algorytm obliczeniowy, następnie zaprogramowano na komputer, wykorzystując w tym celu program Mathematica 3.0. Na rysunku 5.7 przedstawiono wyniki obliczeń.



Rys. 5.7. Zależność wskaźnika utwardzenia w funkcji smukłości płytowej $\lambda = 36,6$, naprężeń ściskających σ i proporcji promienia zagięcia naroża dla obszaru sprężystego.

Analizując zależność współczynnika utwardzenia ścianki słupa od parametru r/t , można jednoznacznie stwierdzić, że wpływ jest zauważalny dopiero, kiedy wartość r/t naroża jest

większa od 6, a i tak w trakcie procesu obciążania wskaźnik utwardzenia maleje. Zależnie od wartości smukłości płytowej λ wskaźnik κ zmienia się inaczej np. dla $\lambda = 36,6$ już od $r/t = 5$ następuje wzrost współczynnika utwardzenia, ale dla $\lambda = 66,6$ dopiero od $r/t = 23,5$ można mówić o wskaźniku utwardzenia κ (por. rys.5.5). Naprężenia własne, występujące w narożu, zmniejszają wartość współczynnika utwardzenia (por.rys.5.6). Analizując pracę naroża w obszarze sprężysto-plastycznym, również można zauważyć zmniejszenie współczynnika utwardzenia. Jednoznacznie można mówić o znaczącym utwardzeniu ścianek słupa dopiero kiedy wartość r/t jest większa od 10, a to jest zgodne ze spostrzeżeniami Marsha [96].



Rys. 5.8. Schemat analizowanego przekroju

Opierając się na analizie Kalyanarama [51,52], wyznaczono współczynniki wyboczeniowe ścianki słupa prostokątnego formowanego na zimno. Autor nie uwzględnił wpływu naroży na utwardzenie ścianek ponieważ $r/t < 5$.

Ścianki słupa są podparte sąsiednimi, które są dla siebie nawzajem podparciem i utwardzeniem, dlatego sztywność elementu wyznaczono ze wzoru (2.18):

$$S''_{r,a} = \sqrt{118,8 + 84,6 \cdot \left(\frac{b_r}{\lambda}\right)} - 8,9, \quad (5.53)$$

podstawiając za $\lambda = b$ i $b_r = b$ otrzymujemy:

$$S''_{r,a} = 5,36. \quad (5.54)$$

Następnie określić trzeba wpływ ściskania na elementy podpierające wg (2.21):

$$C_f = 1,0 - \frac{K_b}{K_r} \cdot \left(\frac{b_r}{b_b}\right)^2 \cdot \left(\frac{t_b}{t_r}\right)^2 = 1,0 - 1,0 \cdot \left(\frac{b}{b}\right)^2 \cdot \left(\frac{t}{t}\right)^2 = 0. \quad (5.55)$$

Współczynnik κ określamy na podstawie wyrażenia (2.17):

$$\kappa = \frac{b_b}{b_r} \cdot C_f \cdot S''_{r,a} \cdot \frac{D_b}{D_r \cdot N_b} = 0. \quad (5.56)$$

Współczynnik wyboczeniowy dla obszaru sprężystego wyznacza się z równania (2.23):

$$K_e = 5,485 - 1,485 \cdot \frac{\varepsilon^{0,94} - 7,47}{\varepsilon^{0,94} + 7,47} = 5,485 - 1,485 \cdot \frac{0^{0,94} - 7,47}{0^{0,94} + 7,47} = 4,0, \quad (5.57)$$

dla obszaru plastycznego wyznacza się z równania:

$$K_p = 3,858 - 0,858 \cdot \frac{\varepsilon^{1,03} - 10,5}{\varepsilon^{1,03} + 10,5} = 3,858 - 0,858 \cdot \frac{0^{1,03} - 10,5}{0^{1,03} + 10,5} = 3,0. \quad (5.58)$$

Na podstawie tych obliczeń ściankę słupa można rozpatrywać jako płytę swobodnie podpartą.

W oparciu o prace Klöppella [60, 16, 62], Kubicy[74], Nassara wg [74] dla słupa skrzynkowego spawanego współczynnik wyboczeniowy dla ścianki wynosi 4,0.

Kubica[74], opierając się na rozważaniach Rykaluka [117], podaje wzór do wyznaczania współczynnika sprężystego utwierdzenia krawędzi płyt, lub wskaźnika utwierdzenia κ :

$$\kappa = \frac{b \cdot k_y}{b \cdot k_y + 2 \cdot D}, \quad (5.59)$$

gdzie:

$$k_y = \frac{2 \cdot D}{b} \cdot \left(\frac{t_1}{t_2} \right)^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{t_2 \cdot b_1}{t_1 \cdot b_2} \right)^2 \right]. \quad (5.60)$$

Po podstawieniu $b_1 = b_2$ i $t_1 = t_2$ otrzymamy $k_y = 0$ i $\kappa = 0$, czyli jak dla płyty swobodnie podpartej.

5.1.2. Naprężenia krytyczne pasma płytowego w stanie sprężystym z uwzględnieniem naprężeń własnych.

W ściankach słupa mogą być równocześnie naprężenia spawalnicze i naprężenia własne od gięcia na zimno. Na podstawie powyższych rozważań stan krytyczny określono dla wydzielonej, ściskanej równomiernie, ścianki słupa, opartej przegubowo na całym obwodzie. W analizie uwzględniono możliwość pojawienia się stref, zagadnienie rozwiązano metodą energetyczną korzystając z propozycji Rykaluka[117], wyrażenia (5.6-5.11). Dla płyt równomiernie ściskanych przyjęto funkcję ugięcia w postaci (Volmir[130, 131], Klöppell [60, 62], Timoszenko[125,126]):

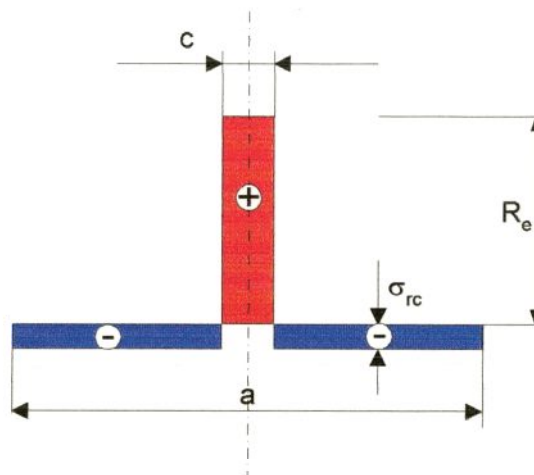
$$w(x, y) = f_1 \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{a}\right] \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot y}{a}\right], \quad (5.61)$$

a dla nierównomiernego ściskania (Volmir[130,131], Klöppell [60-62], Timoszenko[126]):

$$w(x, y) = \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{a}\right] \cdot \left(f_1 \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot y}{a}\right] + f_2 \cdot \left(1 + \cos\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{a}\right] \right) + f_3 \cdot \sin\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{a}\right] \right). \quad (5.62)$$

Rozpatrzono cztery przypadki układu spoin w płycie, wyznaczając tak rozkłady naprężeń własnych, aby były spełnione warunki równowagi: $\sum P = 0$; $\sum M_a = 0$.

Przypadek spoiny czołowej umieszczonej na środku ścianki słupa przedstawia rysunek 5.9.



Rys. 5.9. Rozkład podłużnych naprężeń własnych dla spoiny czołowej umiejscowionej w środku płyty

Otrzymano następujący wzór na naprężenia krytyczne w zakresie sprężystym:

$$\sigma_{kr} = E \cdot t^2 \cdot A_0 + R_e \cdot (B_0 - C_0). \quad (5.63)$$

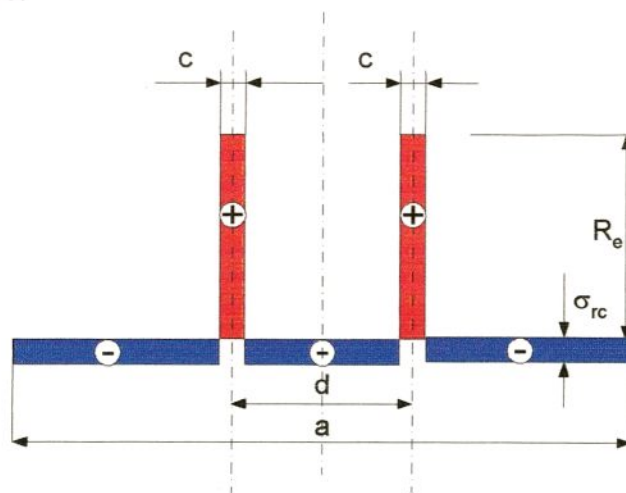
gdzie:

$$A_0 = \frac{3,3}{a^2 \cdot v^2 - a^2} + \frac{0,0017 \cdot v}{a^2 \cdot v^2 - a^2}, \quad (5.64)$$

$$B_0 = -\frac{c}{a} - \frac{c}{c-a} + \frac{c^2}{a \cdot c - a^2}, \quad (5.65)$$

$$C_0 = \sin\left[\frac{\pi \cdot c}{a}\right] \cdot \left(0,3185 + \frac{0,318}{a-c}\right). \quad (5.66)$$

Przypadek rozkładu naprężeń własnych dla dwóch symetrycznie umieszczonych spoin przedstawia rysunek 5.10.



Rys. 5.10. Rozkład podłużnych naprężeń własnych dla spoiny czołowej umiejscowionej w środku płyty

Otrzymano następujący wzór na naprężenia krytyczne w zakresie sprężystym:

$$\sigma_{kr} = E \cdot t^2 \cdot A_0 + R_e \cdot (B_0 - C_0 - D_0). \quad (5.67)$$

gdzie:

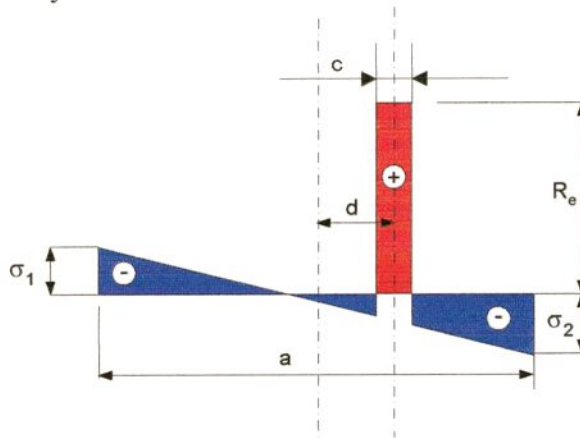
$$A_0 = \frac{3,3}{a^2 \cdot v^2 - a^2} + \frac{0,0017 \cdot v}{a^2 \cdot v^2 - a^2}, \quad (5.68)$$

$$B_0 = -\frac{2 \cdot c}{a} - \frac{2 \cdot c}{a - 2 \cdot c} + \frac{c^2}{a^2 - 2 \cdot a \cdot c}, \quad (5.69)$$

$$C_0 = 0,64 \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot d}{a}\right] \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot c}{a}\right], \quad (5.70)$$

$$D_0 = \frac{1,3 \cdot c \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot d}{a}\right] \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot c}{a}\right]}{a - 2 \cdot c}, \quad (5.71)$$

Przypadek rozkładu podłużnych naprężeń własnych dla jednej niesymetrycznie umiejscowionej spoiny przedstawia rysunek 5.11.



Rys. 5.11. Rozkład podłużnych naprężeń własnych dla spoiny czołowej umiejscowionej niesymetrycznie w płycie

Otrzymano następujący wzór na naprężenia krytyczne w zakresie sprężystym:

$$\begin{aligned} \sigma_{kr} = & -\frac{c \cdot R_e}{a} + \frac{3,3 \cdot E \cdot t^2}{a^2 \cdot v^2 - a^2} + \frac{0,0033 \cdot E \cdot t^2 \cdot v}{a^2 \cdot v^2 - a^2} + 0,25 \cdot R_e \cdot \cos\left[\pi - \frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - \\ & - 0,025 \cdot R_e \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + 0,025 \cdot R_e \cdot \cos\left[\pi - \frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - \\ & - 0,025 \cdot R_e \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - 0,16 \cdot R_e \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + \sigma_2 \cdot \left(-1 + \frac{c}{a} - \right. \\ & - 0,025 \cdot \cos\left[\pi - \frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + 0,025 \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - 0,025 \cdot \cos\left[\pi - \frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + \\ & \left. + 0,025 \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + 0,16 \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + 0,16 \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right]\right) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -0,16 \cdot R_e \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + \sigma_1 \cdot \left(-0,25 \cdot a + 0,25 \cdot c - \frac{c \cdot d}{a^2} - 0,0063 \cdot a \cdot \cos\left[\pi - \frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + \right. \\
& + \frac{1}{a} \cdot 0,013 \cdot c \cdot \cos\left[\pi - \frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + \frac{1}{a} \cdot 0,25 \cdot d \cdot \cos\left[\pi - \frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + 0,025 \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + \\
& + 0,063 \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + \frac{1}{a} \cdot 0,013 \cdot c \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - \frac{1}{a} \cdot 0,025 \cdot d \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - \\
& - 0,063 \cdot \cos\left[\pi - \frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - \frac{1}{a} \cdot 0,013 \cdot c \cdot \cos\left[\pi - \frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + \frac{1}{a} \cdot 0,025 \cdot d \cdot \cos\left[\pi - \frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - \\
& - 0,025 \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + 0,0063 \cdot a \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - \frac{1}{a} \cdot 0,013 \cdot c \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - \\
& - \frac{1}{a} \cdot 0,25 \cdot d \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + 0,004 \cdot \sin\left[\pi - \frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + 0,04 \cdot a \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + \\
& + \frac{1}{a} \cdot 0,08 \cdot c \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - \frac{1}{a} \cdot 0,16 \cdot d \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - 0,004 \cdot \sin\left[\pi + \frac{\pi \cdot c}{a} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - \\
& - 0,004 \cdot \sin\left[\pi - \frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + 0,04 \cdot a \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - \frac{1}{a} \cdot 0,08 \cdot c \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] - \\
& \left. - \frac{1}{a} \cdot 0,16 \cdot d \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] + 0,004 \cdot \sin\left[\pi + \frac{\pi \cdot c}{a} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d}{a}\right] \right). \quad (5.72)
\end{aligned}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
A_0 = & \frac{c \cdot R_e}{0,25 \cdot a^2 - 0,25 \cdot a \cdot c + \frac{c \cdot d}{a}} + (a - c) \cdot \left(-c \cdot d \cdot \left(0,25 \cdot a^2 - 0,25 \cdot a \cdot c + \frac{c \cdot d}{a} \right) \cdot R_e \right) + \\
& + c \cdot \left(-0,0833 \cdot a^2 + 0,125 \cdot a \cdot (d - 0,5 \cdot c)^2 - 0,33 \cdot \frac{(d - 0,5 \cdot c)^3}{a} - 0,125 \cdot a \cdot (d + 0,5 \cdot c)^2 \right) \cdot R_e + \\
& + c \cdot \left(\frac{0,33 \cdot (0,5 \cdot c + d)^3}{a} \right) \cdot R_e, \quad (5.73)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_0 = & \left(0,25 \cdot a^2 - 0,25 \cdot a \cdot c + \frac{c \cdot d}{a} \right) \cdot \left(\left(0,25 \cdot a^2 - 0,25 \cdot a \cdot c + \frac{c \cdot d}{a} \right) \cdot (0,5 \cdot (d - 0,5 \cdot c)^2 - \right. \\
& - 0,5 \cdot (d + 0,5 \cdot c)^2) - (a - c) \cdot \left(-0,0833 \cdot a^2 + 0,125 \cdot a \cdot (d - 0,5 \cdot c)^2 - \frac{0,33 \cdot (d - 0,5 \cdot c)^3}{a} - \right. \\
& \left. \left. - 0,125 \cdot a \cdot (0,5 \cdot c + d)^2 + \frac{0,33 \cdot (0,5 \cdot c + d)^3}{a} \right) \right), \quad (5.74)
\end{aligned}$$

$$\sigma_1 = \frac{A_0}{B_0}, \quad (5.75)$$

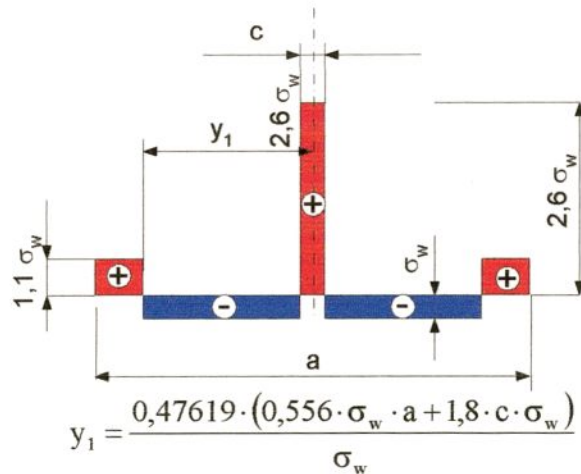
$$C_0 = (-1) \cdot \left(-c \cdot d \cdot \left(0,25 \cdot a^2 - 0,25 \cdot a \cdot c + \frac{c \cdot d}{a} \right) \cdot R_e \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + c \cdot \left(-0,0833 \cdot a^2 + 0,125 \cdot a \cdot (d - 0,5 \cdot c)^2 - 0,33 \cdot \frac{(d - 0,5 \cdot c)^3}{a} - 0,125 \cdot a \cdot (d + 0,5 \cdot c)^2 \right) \cdot R_e + \\
& + c \cdot \left(\frac{0,33 \cdot (0,5 \cdot c + d)^3}{a} \right) \cdot R_e,
\end{aligned} \quad (5.76)$$

$$\begin{aligned}
D_0 = & \left(\left(0,25 \cdot a^2 - 0,25 \cdot a \cdot c + \frac{c \cdot d}{a} \right) \cdot (0,5 \cdot (d - 0,5 \cdot c)^2 - \right. \\
& - 0,5 \cdot (d + 0,5 \cdot c)^2) - (a - c) \cdot \left(-0,0833 \cdot a^2 + 0,125 \cdot a \cdot (d - 0,5 \cdot c)^2 - \frac{0,33 \cdot (d - 0,5 \cdot c)^3}{a} - \right. \\
& \left. \left. - 0,125 \cdot a \cdot (0,5 \cdot c + d)^2 + \frac{0,33 \cdot (0,5 \cdot c + d)^3}{a} \right) \right),
\end{aligned} \quad (5.77)$$

$$\sigma_2 = \frac{C_0}{D_0}, \quad (5.78)$$

Przypadek rozkładu podłużnych naprężeń własnych dla jednej symetrycznie umieszczonej spoiny wg propozycji Ingravrsona [46] przedstawia rysunek 5.12.



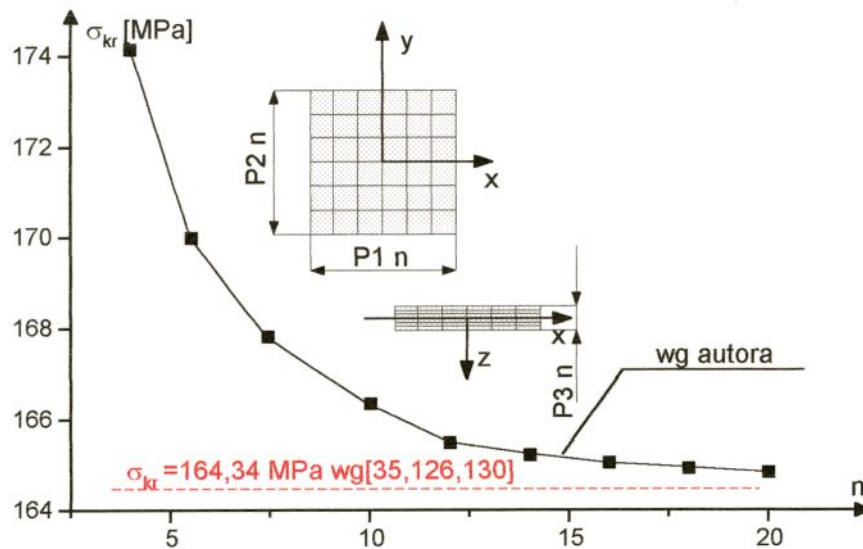
Rys. 5.12. Rozkład podłużnych naprężeń własnych dla spoiny czołowej symetrycznie umiejscowionej w płycie wg Ingvarsona [46]

Otrzymano następujący wzór na naprężenia krytyczne w zakresie sprężystym:

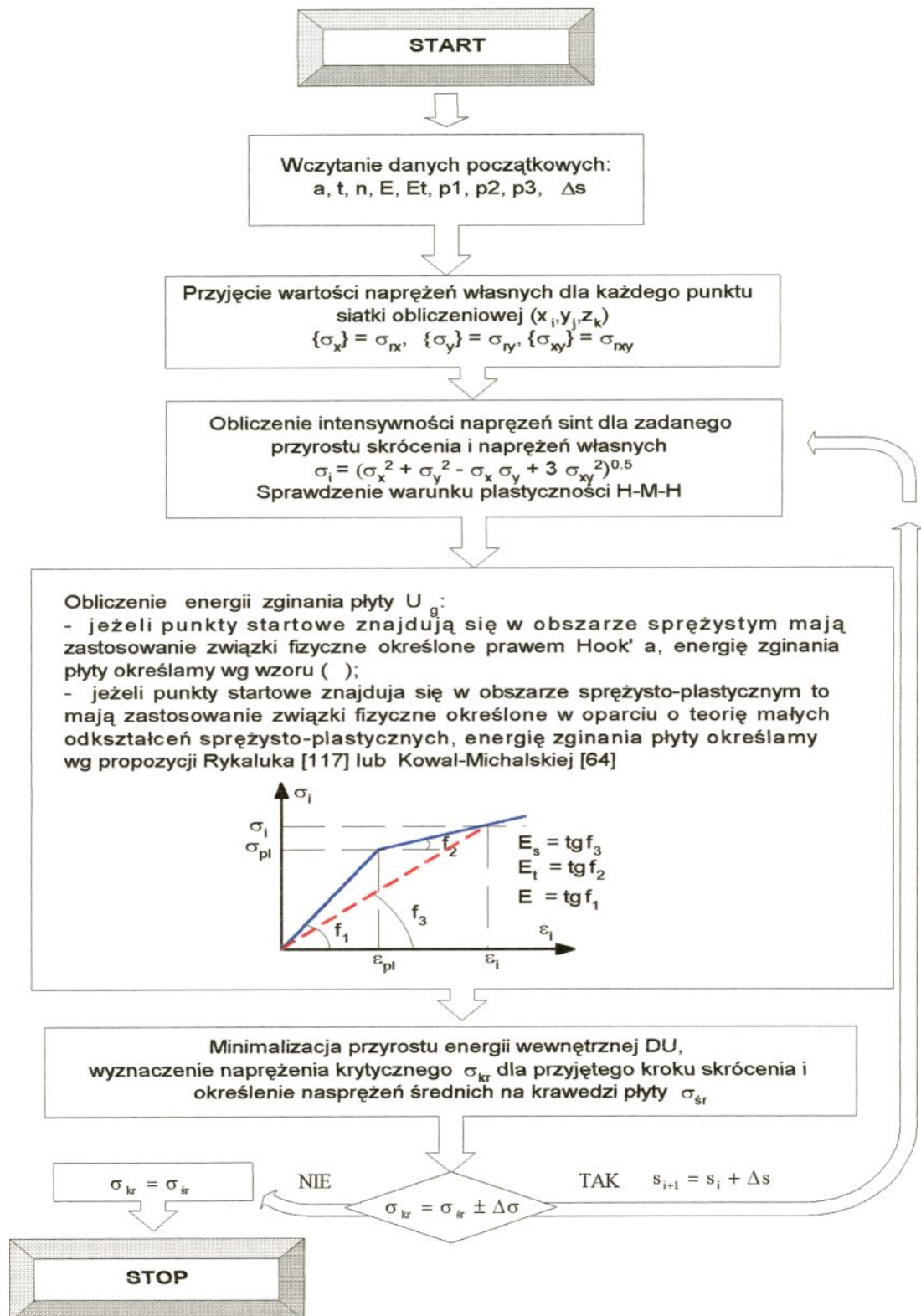
$$\sigma_{kr} = -0,41 \cdot \left(0,00137 \cdot \sigma_w - \frac{8,001 \cdot E \cdot t^2}{a^2 \cdot v^2 - a^2} - \frac{0,0082 \cdot E \cdot t^2 \cdot v}{a^2 \cdot v^2 - a^2} + 0,2625 \cdot \sigma_w \cdot \cos\left[1,49 - \frac{5,38 \cdot c}{a}\right] - \right. \\ \left. - 0,45 \cdot \sigma_w \cdot \cos\left[3,14 - \frac{3,14 \cdot c}{a}\right] + 0,45 \cdot \sigma_w \cdot \cos\left[3,14 + \frac{3,14 \cdot c}{a}\right] - 0,2625 \cdot \sigma_w \cdot \cos\left[4,78 + \frac{5,38 \cdot c}{a}\right] + \right. \\ \left. + 2,826 \cdot \sigma_w \cdot \sin\left[\frac{3,14 \cdot c}{a}\right] - 1,6485 \cdot \sigma_w \cdot \sin\left[1,64 + \frac{5,38 \cdot c}{a}\right] \right). \quad (5.79)$$

5.1.3. Naprężenia krytyczne pasma płytowego z uwzględnieniem naprężeń własnych i nieliniowości fizycznej

Analizę dla zakresu sprężysto-plastycznego przeprowadzono metodą energetyczną, wykorzystując równania Rykaluka [117]. Szukano wartości naprężenia krytycznego dla kolejnych zadanych przyrostów skróceń, następnie określając stan naprężeń panujący w płycie dla danego kroku skrócenia z uwzględnieniem nieliniowości materiałowych, utrzymując przez cały czas długość półfali wyboczeniowej równą szerokości płyty. Jeżeli tak określony stan naprężeń jest równy co do wartości, określonym w tym kroku skrócenia, naprężeniom krytycznym, to tę wartość naprężeń krytycznych przyjęto za końcową. Całkowanie przeprowadzono metodą numeryczną, (korzystając z metody prostokątów). Płytę podzielono siatką punktów $P1 \times P2 \times P3$ co przedstawiono na rysunku 5.13. Ten algorytm został zaprogramowany w zintegrowanym środowisku modelowania matematycznego programu Mathematica 3.0.

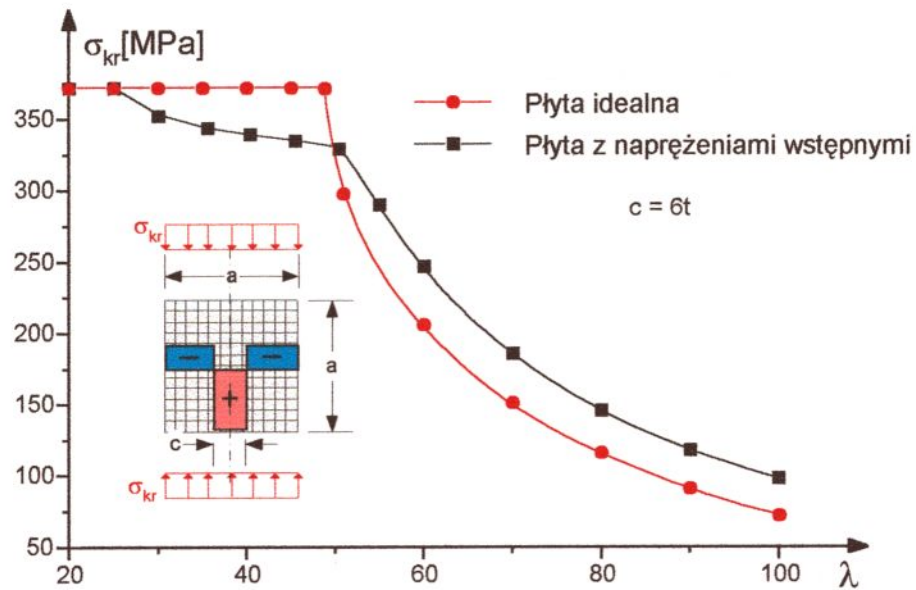


Rys. 5.13. Zbieżność wyników numerycznych w zależności od przyjętej siatki podziału płyty odniesiona do wartości teoretycznej o smukłości $\lambda = 66,6$ wg [126], [130], [35].

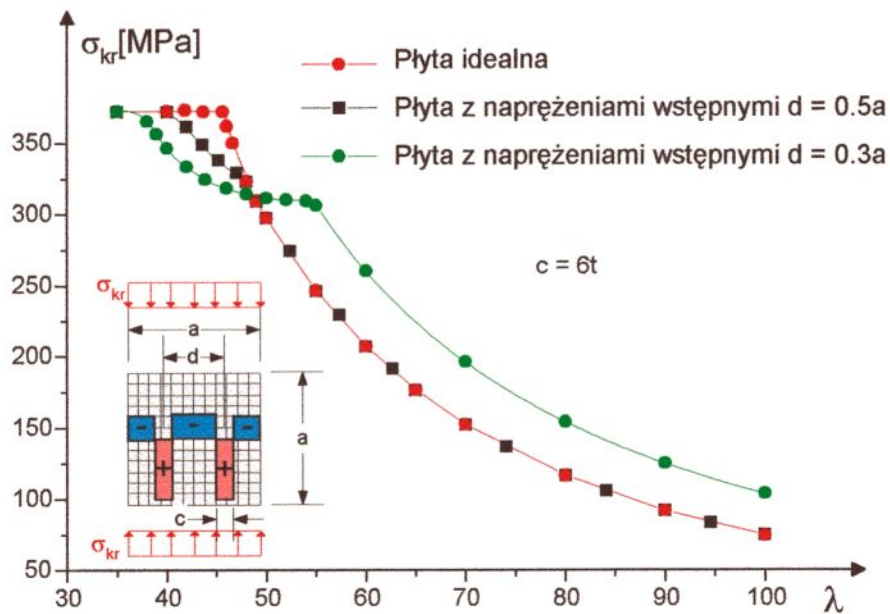


Rys. 5.14. Schemat blokowy obliczeń do wyznaczania naprężeń krytycznych

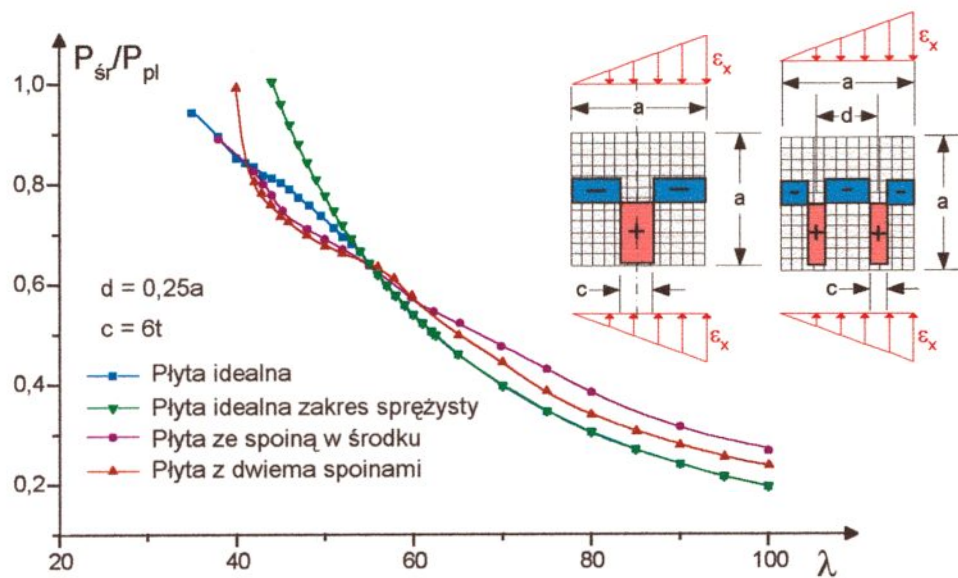
W oparciu o rysunek 5.13, do obliczeń przyjęto siatkę gęstości $16 \times 16 \times 16$, co daje błąd rzędu 2 %.



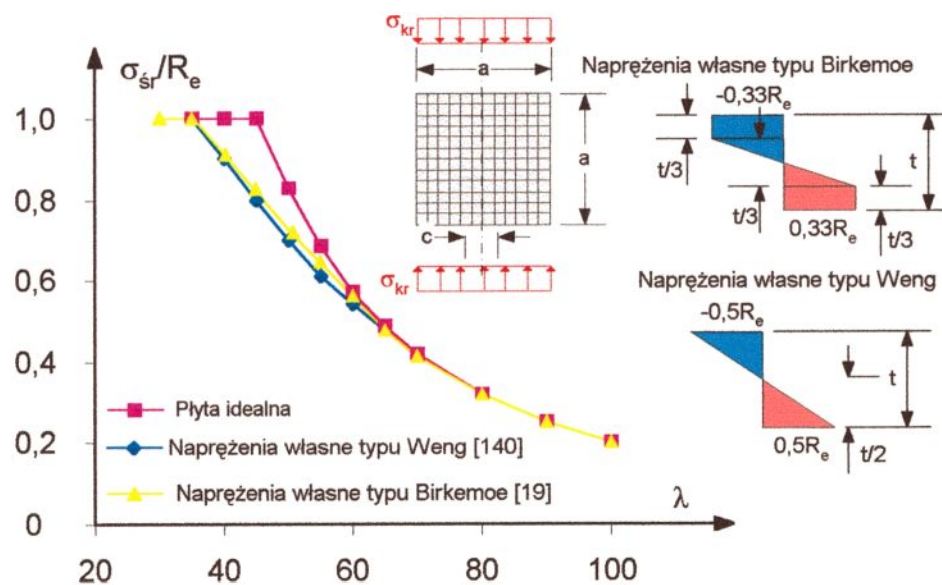
Rys. 5.15. Wpływ naprężeń własnych (spoina w środku płyty) na wartości naprężeń krytycznych



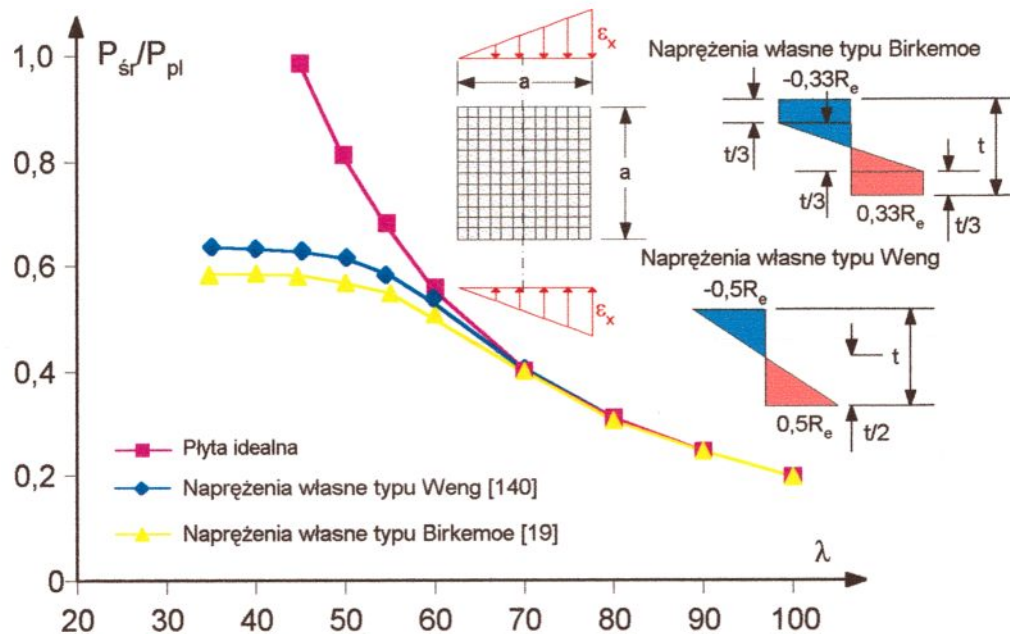
Rys. 5.16. Wpływ naprężeń własnych (spoina w środku płyty) na wartości naprężeń krytycznych



Rys. 5.17. Wpływ naprężeń własnych na wartości naprężeń krytycznych dla płyt nierównomiernie skracanej



Rys. 5.18. Wpływ naprężeń własnych typu zgięciowego na wartości naprężeń krytycznych dla płyt nierównomiernie skracanej



Rys. 5.19. Wpływ naprężeń własnych na wartości naprężeń krytycznych dla płyt nierównomiernie skracanej

5.2. Stan nadkrytyczny wydzielonego pasma płytowego z uwzględnieniem nieliniowości fizycznej i geometrycznej

Analizę oparto na równaniach nieliniowej teorii płyt cienkich. Teoria ta została sformułowana przez Kirchhoffa, a postać ostateczną równań opracował von Karman. Teoria opiera się na następujących założeniach:

1. grubość płyty jest stała;
2. płyta jest cienka tzn., że grubość płyty jest wielokrotnie mniejsza od jej pozostałych wymiarów;
3. naprężenia normalne w kierunku prostopadłym do płyty przyjmuje się równe zero, natomiast naprężenia styczne w tym samym kierunku traktuje się jako wielkości małe;
4. punkty płyty leżące przed obciążeniem na normalnej do powierzchni środkowej, po wyboczeniu pozostają również na normalnej do powierzchni środkowej – hipoteza Kirchhoffa;
5. ugięcia płyty mogą być duże w sensie nieliniowych związków geometrycznych;
6. przemieszczenia punktów w płaszczyźnie środkowej są znacznie mniejsze od przemieszczeń tych punktów w kierunku prostopadłym do płaszczyzny środkowej;
7. w zagadnieniach fizycznie liniowych obowiązuje prawo Hooke'a, natomiast w zakresie sprężysto-plastycznym naprężenia określa się zgodnie z teorią plastycznego płynięcia lub wg teorii małych odkształceń sprężysto-plastycznych;
8. analizowane płyty mogą mieć ugięcia wstępne i naprężenia własne, których rozkład jest znany.

Równanie równowagi dla odkształconego elementu płyty, bez sił masowych, przyjmuje postać:

$$D\nabla^4 w = q + t \cdot (F_{,yy} \cdot w_{c,xx} + F_{,xx} \cdot w_{c,yy} - 2 \cdot F_{,xy} \cdot w_{c,xy}). \quad (5.80)$$

Przy uwzględnieniu ugięć wstępnych i naprężeń własnych w płycie, równanie nierozdzielności odkształceń przyjmuje następującą postać:

$$D\nabla^4(F_c - F_0) = E \cdot \left((w_{c,xy})^2 - (w_{0,xy})^2 + w_{c,xx} \cdot w_{c,yy} + w_{0,xy} \cdot w_{0,yy} \right). \quad (5.81)$$

Obydwa równania noszą nazwę układu nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych Karmana.

W obszarze sprężysto-plastycznym przyjęto założenia:

1. materiał jest izotropowy z nieliniowym wzmocnieniem i spełnia kryterium plastyczności H-M-H;
2. pozostają nadal słuszne założenia dotyczące postaci funkcji przemieszczeń; postaci tych funkcji są takie same dla obszaru sprężystego i plastycznego;
3. przyrosty naprężeń i odkształceń są opisane równaniami Prandtl-Reussa.

Całkowita prędkość odkształcenia $\dot{\epsilon}$ dla materiału sprężysto-plastycznego ($\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt}$, gdzie t jest umownym czasem), jest sumą części sprężystej $\dot{\epsilon}_{ij}^{spr}$ i plastycznej $\dot{\epsilon}_{ij}^{pl}$ prędkości odkształcenia:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^{spr} + \dot{\epsilon}_{ij}^{pl}, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (5.82)$$

Część sprężystą odkształcenia można przedstawić:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{spr} = \frac{\dot{S}_{ij}}{2 \cdot G} + \frac{1 - 2 \cdot \nu}{E} \cdot \dot{\sigma}_m \cdot \delta_{ij}, \quad (5.83)$$

w którym: $\dot{S}_{ij} = dS_{ij}/dt$, $\dot{\sigma}_m = d\sigma_m/dt$. Część plastyczną prędkości odkształcenia określa się za pomocą teorii plastycznego płynięcia. Teoria plastycznego płynięcia zakłada istnienie potencjału plastycznego. W przestrzeni naprężeń funkcję pełniącą rolę potencjału utożsamia się z funkcją K , która jest przyjętym kryterium plastyczności:

$$K = 0,5 \cdot S_{ij} \cdot S_{ij} - k_0^2. \quad (5.84)$$

Związek fizyczny, nazywany stowarzyszonym prawem płynięcia, jest określony równaniem:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{pl} = \Lambda \cdot \frac{\partial K}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (5.85)$$

gdzie λ jest parametrem. W teorii plastycznego płynięcia zakłada się, że materiał jest nieściśliwy tzn.

$$\dot{\epsilon}_m^{pl} = \frac{1}{3} \cdot (\dot{\epsilon}_{11}^{pl} + \dot{\epsilon}_{22}^{pl} + \dot{\epsilon}_{33}^{pl}), \quad (5.86)$$

Oznacza to, że odkształcenia plastyczne nie wpływają na zmianę objętości materiału. Całkowitą prędkość odkształcenia można przedstawić wyrażeniem:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{\dot{S}_{ij}}{2 \cdot G} + \frac{1-2 \cdot \nu}{E} \cdot \delta_{ij} \cdot \dot{\sigma} + \Lambda \cdot S_{ij} \quad (5.87)$$

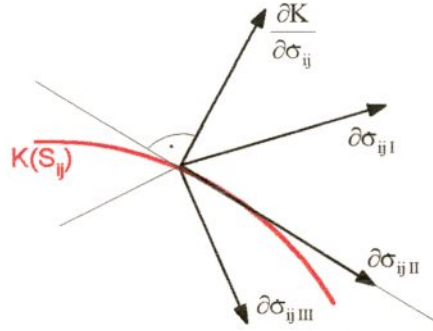
Równania te nazywają się równaniami Prandtla-Reussa. Jak podaje Królak [67], Smith wg [67] w obliczeniach stanów plastycznych płyt doznających dużych ugięć, nieskończenie małe wielkości zastępuje się przyrostami skończonymi oznaczonymi przez „ Δ ”. W przypadku płaskiego stanu naprężenia można związki między przyrostami odkształceń i naprężeń w obszarze sprężysto-plastycznym przedstawić w postaci:

$$\Delta \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot [\Delta \epsilon_x + \nu \cdot \Delta \epsilon_y - \Lambda \cdot (S_x + \nu \cdot S_y)], \quad (5.88)$$

$$\Delta \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot [\Delta \epsilon_y + \nu \cdot \Delta \epsilon_x - \Lambda \cdot (S_y + \nu \cdot S_x)], \quad (5.89)$$

$$\Delta \tau_{xy} = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot [\Delta \gamma_{xy} - 2 \cdot \Lambda \cdot \tau_{xy}]. \quad (5.90)$$

Jak podają Królak [67], Kowal-Michalska [65] oraz Grądzki i Kowal-Michalska [38], zmianę stanu naprężenia w obszarze sprężysto-plastycznym można zinterpretować geometrycznie (rys. 5.20).



Rys. 5.20. Zmiana stanu naprężenia w zakresie sprężysto-plastycznym

Jeżeli $K < 0$, wtedy punkt reprezentujący stan naprężenia leży wewnątrz powierzchni płynięcia K i występują tylko odkształcenia sprężyste, czyli współczynnik $\lambda = 0$. Dla $K = 0$ otrzymujemy stan plastyczny, natomiast dla $K > 0$ nie ma sensu fizycznego. Dla przypadku $K = 0$ mogą mieć miejsce trzy procesy (rys. 5.20):

- I. proces czynny (po przejściu od jednego stanu naprężenia do drugiego towarzyszą przyrosty odkształcenia plastycznego i wektor $\sigma_{ij I}$ jest skierowany do wewnątrz powierzchni płynięcia),
- II. proces neutralny (procesowi zmian stanu naprężenia nie towarzyszą żadne zmiany odkształcenia plastycznego, a wektor $\sigma_{ij II}$ jest styczny do powierzchni płynięcia),
- III. proces bierny (oznacza przejście od stanu plastycznego do stanu sprężystego i wektor $\sigma_{ij III}$ jest skierowany do wewnątrz powierzchni płynięcia).

W pracy przyjęto definicję naprężenia efektywnego, zaproponowaną przez Hubera-Misesa-Hencky'ego w postaci następującego wyrażenia:

$$\sigma_e = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau_{xy}^2 = 3 \cdot (S_x^2 + S_y^2 + S_x \cdot S_y + \tau_{xy}^2), \quad (5.91)$$

gdzie $S_i = 1/3 \cdot (2 \cdot \sigma_i - \sigma_j)$, $i, j = x, y$. Wartość współczynnika Λ otrzymuje się z warunku, że podczas plastycznego płynięcia $\Delta(\sigma_e)^2 = 0$. Wyprowadzenie jest dokładnie opisane w pracach Kowal-Michalska i Grądzki [38]. Ostateczne wyrażenie dla współczynnika Λ ma postać:

$$\Lambda = \frac{(S_x + \nu \cdot S_y) \cdot \Delta \epsilon_x + (S_y + \nu \cdot S_x) \cdot \Delta \epsilon_y + (1 - \nu) \cdot \tau_{xy} \cdot \Delta \gamma_{xy}}{\left(\frac{1}{3} + \frac{4}{9} \cdot \frac{(1 - \nu^2) \cdot E_t}{E - E_t} \right) \cdot \sigma_e^2 + (1 - 2 \cdot \nu) \cdot (\tau_{xy}^2 - S_x \cdot S_y)}, \quad (5.92)$$

(dla materiału sprężysto-idealnie plastycznego należy przyjąć $E_t = 0$).

Rozważania ograniczono do zagadnień statycznych lub quasi-statycznych, dlatego nie uwzględniono wpływu prędkości odkształcenia na charakterystykę materiału.

Analiza stanu zakrytycznego w obszarze sprężysto-plastycznym wymaga znajomości charakterystyki wykresu próby rozciągania materiału σ - ϵ . Analizując typowy wykres rozciągania stali nisko węglowej, wyróżnić można granicę proporcjonalności, granicę sprężystości, górną granicę plastyczności, dolną granicę plastyczności, oraz doraźną wytrzymałość na rozciąganie. Zwykle wykres rozciągania dla stali niskowęglowej aproksymuje się korzystając z funkcji liniowych. Dla stali niskowęglowych bardzo często rozpatruje się, model sprężysto idealnie plastyczny ze wzmocnieniem lub bez wzmocnienia. W analizie numerycznej stosowano propozycje opisu Needlemana-Tvergarda lub Ramberga-Osgooda wg [67].

Wzór Needlemana-Tvergarda jest następujący:

$$\epsilon_e = \frac{\sigma_{pl}}{E} \text{ dla } \sigma_{pl} \leq \sigma_o, \quad (5.93)$$

$$\epsilon_e = \frac{\sigma_o}{E} \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{n} \cdot \left[\left(\frac{\sigma_e}{\sigma_o} \right)^n - 1 \right] \right\} \text{ dla } \sigma_e \geq \sigma_o. \quad (5.94)$$

Wzór Ramberga-Osgood'a ma postać:

$$\epsilon_e = \frac{1}{E} \cdot \left\{ \sigma_e + \alpha \cdot \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_o} \right)^n \cdot \sigma_e \right\} \text{ dla } \sigma_e \geq \sigma_o. \quad (5.95)$$

Analizę stanu zakrytycznego przeprowadzono, wykorzystując również teorię odkształceniową Iljuszyna. Teoria ta jest określana jako teoria małych odkształceń sprężysto-plastycznych. Zaletą tej teorii jest prostota związków pomiędzy odkształceniami i naprężeniami. Zakłada się warunek prostego obciążenia. Innymi słowy, podczas obciążenia składowe tensora naprężenia zmieniają się proporcjonalnie do jednego parametru, zaś kierunki naprężeń nie zmieniają się. W teorii odkształceniowej dewiator naprężenia i dewiator odkształcenia zmieniają się do siebie proporcjonalnie:

$$\epsilon_{ij} = \chi \cdot S_{ij}, \text{ gdzie } i, j = 1, 2, 3. \quad (5.96)$$

Współczynnik proporcjonalności można wyznaczyć z zależności:

$$\chi = \frac{3}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{ij}}{\sigma_{ij}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{E_s^{int}}. \quad (5.97)$$

Dla płaskiego stanu naprężenia składowe stanu naprężenia można opisać równaniami:

$$\varepsilon_x = \frac{1-2 \cdot \nu}{3 \cdot E} (\sigma_x + \sigma_y) + \frac{3}{2} \cdot \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \cdot \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot \sigma_x - \sigma_y), \quad (5.98)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1-2 \cdot \nu}{3 \cdot E} (\sigma_y + \sigma_x) + \frac{3}{2} \cdot \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \cdot \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot \sigma_y - \sigma_x), \quad (5.99)$$

$$\gamma_{xy} = 3 \cdot \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \cdot \tau_{xy}. \quad (5.100)$$

W oparciu o prace Graves-Smith'a [36] funkcjonal energii potencjalnej płyty w obszarze sprężysto-plastycznym można zapisać w postaci wyrażenia:

$$U = 0,5 \int_{spr} \sigma_{ij} \cdot \varepsilon_{ij} \, d\mathbf{e} + \int_{pl} \left[(\sigma_{ij}^0 + 0,5 \cdot \Delta \sigma_{ij}) \cdot \Delta \varepsilon_{ij} + G_1 \right] d\mathbf{p} - \int_{pow} q \cdot u_3 \, d\mathbf{s} - \int_{obw} \left(\int_{-0,5t}^{0,5t} T_i \cdot u_i \cdot dz \right) d\mathbf{c}; \quad i, j = 1, 2, \quad (5.101)$$

gdzie:

spr – objętość części sprężystej płyty,

pl – objętość części plastycznej płyty,

pow – powierzchnia płyty,

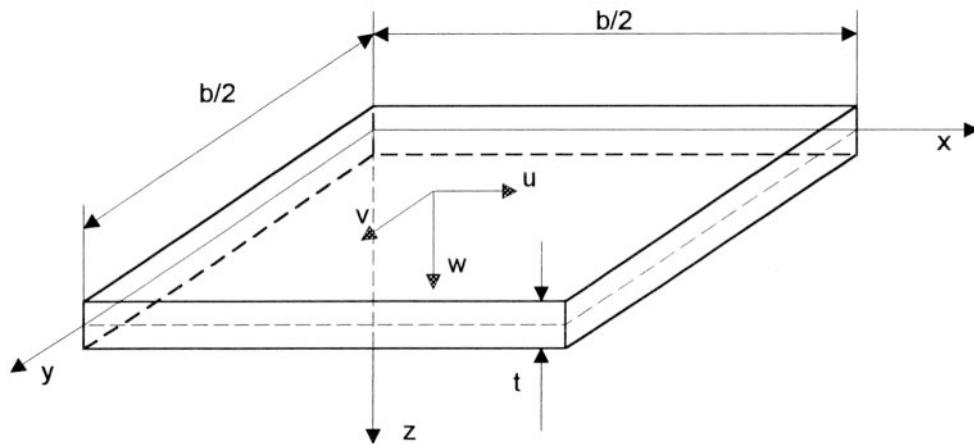
obw – obwód płyty,

G_1 – pewna stała, wyrażająca energię odkształceń plastycznych, aż do poziomu naprężeń σ_0 i odkształceń ε_0 , istniejących przed bieżącym przyrostem odkształcenia,

q – obciążenie normalne przypadające na powierzchnię normalną do płyty,

T_i – składowe wektora sił brzegowych na jednostkę powierzchni brzegu płyty,

$u_1 = u, u_2 = v, u_3 = w$ – składowe przemieszczeń powierzchni środkowej płyty.



Rys. 5.21. Schemat ćwiartki rozpatrywanej płyty

Płaszczyzna xy pokrywa się z płaszczyzną środkową płyty przed jej wyboczeniem. Po obciążeniu płyty dowolny punkt powierzchni środkowej przemieszcza się równolegle do osi x , y , z odpowiednio do składowych przemieszczeń u , v , w . Składowe przemieszczeń będziemy uważać za dodatnie jeżeli ich zwroty pokrywają się z dodatnimi kierunkami przyjętego układu współrzędnych x , y , z .

W teorii płyt Karmana, odkształcenia powierzchni środkowej są opisane następującymi wyrażeniami:

$$\varepsilon_{xb} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w_c}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2, \quad (5.102)$$

$$\varepsilon_{yb} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w_c}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2, \quad (5.103)$$

$$\gamma_{xyb} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w_c}{\partial x} \cdot \frac{\partial w_c}{\partial y} - \frac{\partial w_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial w_0}{\partial y}, \quad (5.104)$$

gdzie $w_c = w_0 + w$, w – ugięcie spowodowane przez przyłożone obciążenie zewnętrzne.

Odształcenia warstwy, odległej o z od powierzchni środkowej, określa się przez dodanie do odkształceń błonowych tej powierzchni odkształceń wywołanych ugięciem płyty. Zgodnie z hipotezą Kirchhoffa odkształcenia spowodowane ugięciem płyty wynoszą:

$$\varepsilon_{xg} = -z \cdot \frac{\partial^2 (w_c - w_0)}{\partial x^2}, \quad (5.105)$$

$$\varepsilon_{yg} = -z \cdot \frac{\partial^2 (w_c - w_0)}{\partial y^2}, \quad (5.106)$$

$$\gamma_{xyg} = -2 \cdot z \cdot \frac{\partial^2 (w_c - w_0)}{\partial y \partial x}. \quad (5.107)$$

Wprowadzając funkcję naprężeń, naprężenia membranowe można przedstawić w postaci:

$$\sigma_{xxb} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad (5.108)$$

$$\sigma_{yyb} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad (5.109)$$

$$\tau_{xyb} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}. \quad (5.110)$$

Odształcenia powierzchni środkowej można zapisać w postaci:

$$\varepsilon_{xb} = \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \nu \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right), \quad (5.111)$$

$$\varepsilon_{yb} = \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \nu \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right), \quad (5.112)$$

$$\gamma_{xyb} = -\frac{2 \cdot (1 + \nu)}{E} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}. \quad (5.113)$$

W przypadku występowania naprężeń wstępnych, można znaleźć taką funkcję naprężeń wstępnych F_0 , żeby spełniała zależności:

$$\sigma_{xb0} = \frac{\partial^2 F_0}{\partial y^2}, \quad (5.114)$$

$$\sigma_{yb0} = \frac{\partial^2 F_0}{\partial x^2}, \quad (5.116)$$

$$\tau_{xyb} = -\frac{\partial^2 F_0}{\partial x \partial y}. \quad (5.117)$$

W przypadku gdy $F_0 \neq 0$, odkształcenia powierzchni środkowej przedstawiają równania:

$$\varepsilon_{xb} = \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{\partial^2 (F_c - F_0)}{\partial y^2} - \nu \cdot \frac{\partial^2 (F_c - F_0)}{\partial x^2} \right), \quad (5.118)$$

$$\varepsilon_{yb} = \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{\partial^2 (F_c - F_0)}{\partial x^2} - \nu \cdot \frac{\partial^2 (F_c - F_0)}{\partial y^2} \right), \quad (5.119)$$

$$\gamma_{xyb} = -\frac{2 \cdot (1 + \nu)}{E} \cdot \frac{\partial^2 (F_c - F_0)}{\partial x \partial y}, \quad (5.120)$$

gdzie $F_c = F + F_0$, F - funkcja naprężeń wywołana przez obciążenie zewnętrzne.

Jak podaje Królak [67] oraz Grądzki i Kowal-Michalska [38], dla problemów niezależnych od czasu (statycznych i quasi-statycznych), najogólniejszą metodą jest zasada prac przygotowanych. Warunkiem koniecznym i dostatecznym równowagi układu jest, aby suma prac sił zewnętrznych i wewnętrznych na przemieszczeniach przygotowanych była równa zero. Oznaczając zgodnie z Królakiem [67], przez p_x , p_y , p_z zewnętrzne siły powierzchniowe, oraz zakładając że $X = Y = Z = 0$ – składowe sił masowych są równe zero, to wcześniej przytoczoną zasadę prac przygotowanych można przedstawić następująco :

$$\int_A (p_x \cdot \delta u + p_y \cdot \delta v + p_z \cdot \delta w) dA - \int_{\Omega} (\sigma_x \cdot \delta \varepsilon_x + \sigma_y \cdot \delta \varepsilon_y + \tau_{xy} \cdot \delta \gamma_{xy}) d\Omega = 0. \quad (5.121)$$

Możliwe jest takie sformułowanie zagadnienia, aby warunki brzegowe na całej powierzchni ciała były zadane w przemieszczeniach. Wtedy wariacje przemieszczeń δu , δv , δw na brzegach ciała muszą być równe zero, ponieważ funkcje u , v , z są na brzegach zadane.

Zasada minimum energii potencjalnej sprowadza się w tym szczególnym przypadku do warunku minimum energii odkształcenia.

Opierając się na teorii odkształceniowej Iljuszyna oraz korzystając w wyprowadzeń Łukaśa [90], energię odkształcenia można obliczyć z wyrażenia :

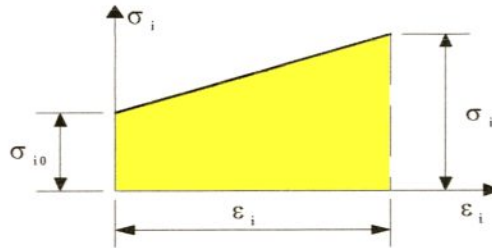
$$U = \int_{\Omega} \left(\int_0^{\epsilon_{int}} \sigma_{int}(\epsilon_{int}) d\epsilon_{int} \right) d\Omega. \quad (5.122)$$

Opierając się na wykresie próby rozciągania materiału można zauważyć, że wyrażenie na energię odkształcenia przedstawia pole powierzchni zwarte między funkcją σ_{int} a osią odciętych na wykresie $\sigma_{int} - \epsilon_{int}$.

W zakresie sprężystym energię odkształcenia płyty, jak podaje Klöppel [60, 61, 62], można przedstawić w postaci wyrażenia:

$$U_{spr} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left(\sum_1^i ((\sigma_i + \sigma_{i0}) \cdot \epsilon_i) \right) d\Omega, i=1,2,3, \quad (5.123)$$

gdzie 1, 2, 3 –odpowiada odpowiednio osi x, y, xy, σ_{i0} – oznacza odpowiednie naprężenie własne (interpretację graficzną przedstawia rysunek 5.22).



Rys. 5.22. Interpretacja graficzna równania (5.123)

W obszarze sprężysto-plastycznym część sprężystą określamy z wcześniej przytoczonego wyrażenia (5.123). Należy zauważyć, że bieżący stan naprężenia nie zależy wprost od energii plastycznego odkształcenia, dlatego do celów minimalizacji ta energia może być przyrównana do zera i można rozpatrywać przyrost energii plastycznej w postaci:

$$U_{pl} = \int_{\Omega_{pl}} \sum_{i=1}^i (\sigma_i + 0,5\Delta\sigma_i) \cdot \Delta\epsilon_i \cdot d\Omega_p. \quad (5.124)$$

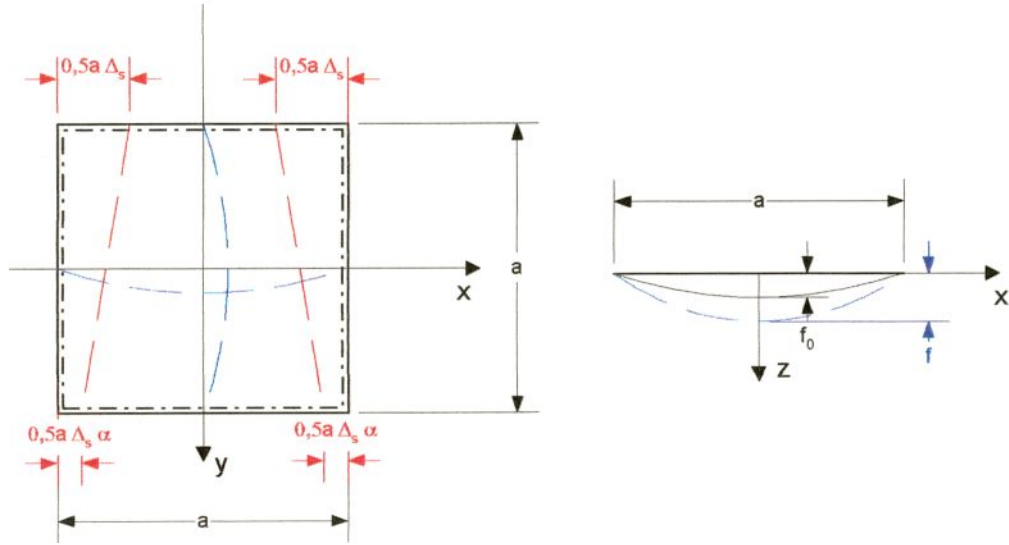
Wykorzystując metodę Reyleigh'a-Ritza, szukane parametry funkcji przemieszczeń można wyznaczyć z minimalizacji energii potencjalnej:

$$\frac{\partial U}{\partial f_i} = 0. \quad (5.125)$$

Rozpatrywano cienkie płyty kwadratowe poddane jednoosiowemu ścisaniu lub ścisaniu mimośrodowemu. Płyty takie mogą być wyizolowanymi elementami ustrojów cienkościennych. Dla tak sformułowanego zagadnienia przyjęto schemat obliczeniowy który najbardziej jest zbliżony do pracy rzeczywistej konstrukcji.

Korzystając z prac Królaka [67], Kowal-Michalskiej [65], Kubicy [74], Klöppel'a [60,62, 61], przyjęto do analizy następujące warunki brzegowe dla płyty:

$$\tau_{xyb}\left(x, y = \pm \frac{a}{2}\right) = 0; \quad \sigma_{yby}\left(x, y = \pm \frac{a}{2}\right) = 0; \quad \varepsilon_{xb}\Big|_{\substack{x=0,5a \\ y=0,5a}} = 0,5 \cdot \Delta_s \cdot \alpha, \quad (5.126)$$



Rys. 5.23. Schemat statyczny analizowanej płyty.

Przyjęto następujące funkcje ugięcia:

- dla płyty równomiernie skracanej:

$$w(x, y) = \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{a}\right] \cdot \left[f_1 \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot y}{a}\right] + f_2 \cdot \left(1 + \cos\left[\frac{2\pi \cdot y}{a}\right]\right) \right], \quad (5.127)$$

- dla płyty nierównomiernie skracanej:

$$w(x, y) = \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{a}\right] \cdot \left[f_1 \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot y}{a}\right] + f_2 \cdot \left(1 + \cos\left[\frac{2\pi \cdot y}{a}\right]\right) + f_3 \cdot \sin\left[\frac{2\pi \cdot y}{a}\right] \right]. \quad (5.128)$$

Założono, że płyta jest odkształcona wstępnie, a ugięcia wstępne płyty określa równanie:

$$w_0(x, y) = \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{a}\right] \cdot \left[f_{10} \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot y}{a}\right] + f_{20} \cdot \left(1 + \cos\left[\frac{2\pi \cdot y}{a}\right]\right) \right]. \quad (5.129)$$

Analiza zagadnienia w zakresie sprężystym została przeprowadzona z wykorzystaniem nieliniowej teorii cienkich płyt. Funkcję naprężeń Airy'ego spełniającą przyjęte statyczne warunki równowagi otrzymano w oparciu o rozwiązanie Klöppel'a[60] układu równań Karmana-Margurre'a(5.80, 5.81). Funkcja naprężeń wyraża się wzorem:

$$\begin{aligned}
F_c = & -H \cdot \frac{y^3}{6} - G \cdot \frac{y^2}{6} - \cos\left[\frac{2\pi \cdot x}{a}\right] \cdot \left[A \cdot \cosh\left[\frac{2\pi \cdot y}{a}\right] + B \cdot \frac{2\pi \cdot y}{a} \cdot \sinh\left[\frac{2\pi \cdot y}{a}\right] + C \cdot \sinh\left[\frac{2\pi \cdot y}{a}\right] + \right. \\
& + D \cdot \frac{2\pi \cdot y}{a} \cdot \cosh\left[\frac{2\pi \cdot y}{a}\right] \left. \right] - \frac{E}{128} \cdot \left[4 \cdot f_1^2 \cdot \cos\left[\frac{2\pi \cdot y}{a}\right] + f_2^2 \cdot \left(16 \cdot \cos\left[\frac{2\pi \cdot y}{a}\right] + \cos\left[\frac{4\pi \cdot y}{a}\right] \right) - \right. \\
& - f_3^2 \cdot \cos\left[\frac{4\pi \cdot y}{a}\right] + \frac{32}{9} \cdot f_1 \cdot f_2 \cdot \left(27 \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot y}{a}\right] + \cos\left[\frac{3\pi \cdot y}{a}\right] \right) + \frac{32}{9} \cdot f_1 \cdot f_3 \cdot \left(9 \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot y}{a}\right] + \right. \\
& + \sin\left[\frac{3\pi \cdot y}{a}\right] \left. \right) + 2 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot \left(8 \cdot \sin\left[\frac{2\pi \cdot y}{a}\right] + \sin\left[\frac{4\pi \cdot y}{a}\right] \right) \left. \right] - \frac{E}{8} \cdot \cos\left[\frac{2\pi \cdot x}{a}\right] \cdot \left[f_1^2 \cdot \frac{1}{4} + f_2^2 \cdot \right. \\
& \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \cdot \cos\left[\frac{2\pi \cdot y}{a}\right] \right) + f_3^2 \cdot + 2 \cdot f_1 \cdot f_2 \cdot \left(\frac{11}{25} \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot y}{a}\right] + \frac{1}{169} \cdot \cos\left[\frac{3\pi \cdot y}{a}\right] \right) + 2 \cdot f_1 \cdot f_3 \cdot \\
& \cdot \left(\frac{9}{25} \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot y}{a}\right] + \frac{1}{169} \sin\left[\frac{3\pi \cdot y}{a}\right] \right) + f_2 \cdot f_3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \sin\left[\frac{2\pi \cdot x}{a}\right] \left. \right] + F_0
\end{aligned}
\tag{5.130}$$

gdzie: A, B, C, D, H, G – stałe wyznaczone z warunków brzegowych. Dla płyty swobodnie podpartej i nierównomiernie ściskanej otrzymujemy następujące funkcje przemieszczeń (wydruk z programu Mathematica 3.0):

$$\begin{aligned}
u(x, y) = & \frac{1}{a^2} \\
& \left(0.19635 a \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_1^2 - 0.19635 a \vee \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_1^2 + 0.19635 a \cos\left[\frac{6.28319 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_1^2 + \right. \\
& 1.35088 a \cos\left[\frac{3.14159 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_1 f_2 - 0.69115 a \vee \cos\left[\frac{3.14159 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_1 f_2 + \\
& 0.413612 a \cos\left[\frac{9.42478 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_1 f_2 - 0.00929465 a \vee \cos\left[\frac{9.42478 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_1 f_2 + \\
& 0.589049 a \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_2^2 - 0.785398 a \vee \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_2^2 + 0.981748 a \cos\left[\frac{6.28319 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_2^2 - \\
& 0.19635 a \vee \cos\left[\frac{6.28319 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_2^2 + 0.19635 a \cos\left[\frac{12.5664 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_2^2 + \\
& 0.534071 a \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] \sin\left[\frac{3.14159 y}{a}\right] f_1 f_3 - 0.565487 a \vee \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] \sin\left[\frac{3.14159 y}{a}\right] f_1 f_3 + \\
& 0.413612 a \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] \sin\left[\frac{9.42478 y}{a}\right] f_1 f_3 - 0.00929465 a \vee \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] \sin\left[\frac{9.42478 y}{a}\right] f_1 f_3 + \\
& 0.981748 a \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 y}{a}\right] f_2 f_3 - 0.19635 a \vee \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 y}{a}\right] f_2 f_3 + \\
& 0.392699 a \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] \sin\left[\frac{12.5664 y}{a}\right] f_2 f_3 + 0.19635 a \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_3^2 - 0.785398 a \vee \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_3^2 - \\
& 0.19635 a \cos\left[\frac{12.5664 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_3^2 + \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] \sinh\left[\frac{6.28319 y}{a}\right] (-0.103987 y f_1^2 - 0.103987 y \vee f_1^2 - \\
& 0.176291 y f_1 f_2 - 0.176291 y \vee f_1 f_2 - 0.311961 y f_2^2 - 0.311961 y \vee f_2^2 + 0.105041 a f_1 f_3 + 0.203676 a \vee f_1 f_3 + \\
& 0.0200054 a f_2 f_3 + 0.0546963 a \vee f_2 f_3 - 0.415948 y f_3^2 - 0.415948 y \vee f_3^2) + \cosh\left[\frac{6.28319 y}{a}\right] \\
& \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] (y (-0.309873 f_1 - 0.309873 \vee f_1 - 0.108985 f_2 - 0.108985 \vee f_2) f_3 + a (0.035638 f_1^2 + 0.0687381 \vee f_1^2 + \\
& 0.0317017 f_1 f_2 + 0.0878168 \vee f_1 f_2 + 0.106914 f_2^2 + 0.206214 \vee f_2^2 + 0.142552 f_3^2 + 0.274953 \vee f_3^2)) + \\
& 0.25 a x \Delta_1 + 0.5 x y \Delta_1 + 0.25 a x \alpha \Delta_1 - 0.5 x y \alpha \Delta_1 \left. \right)
\end{aligned}
\tag{5.131}$$

$$\begin{aligned}
u(x, y) = & \frac{1}{a^2} \\
& \left(0.19635 a \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_1^t - 0.19635 a \sqrt{\sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right]} f_1^t + 0.19635 a \cos\left[\frac{6.28319 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_1^t + \right. \\
& 1.35088 a \cos\left[\frac{3.14159 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_1 f_2 - 0.69115 a \sqrt{\cos\left[\frac{3.14159 y}{a}\right]} \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_1 f_2 + \\
& 0.413612 a \cos\left[\frac{9.42478 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_1 f_2 - 0.00929465 a \sqrt{\cos\left[\frac{9.42478 y}{a}\right]} \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_1 f_2 + \\
& 0.589049 a \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_2^t - 0.785398 a \sqrt{\sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right]} f_2^t + 0.981748 a \cos\left[\frac{6.28319 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_2^t - \\
& 0.19635 a \sqrt{\cos\left[\frac{6.28319 y}{a}\right]} \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_2^t + 0.19635 a \cos\left[\frac{12.5664 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_2^t + \\
& 0.534071 a \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] \sin\left[\frac{3.14159 y}{a}\right] f_1 f_2 - 0.565487 a \sqrt{\sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right]} \sin\left[\frac{3.14159 y}{a}\right] f_1 f_2 + \\
& 0.413612 a \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] \sin\left[\frac{9.42478 y}{a}\right] f_1 f_2 - 0.00929465 a \sqrt{\sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right]} \sin\left[\frac{9.42478 y}{a}\right] f_1 f_2 + \\
& 0.981748 a \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 y}{a}\right] f_2 f_2 - 0.19635 a \sqrt{\sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right]} \sin\left[\frac{6.28319 y}{a}\right] f_2 f_2 + \\
& 0.392699 a \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] \sin\left[\frac{12.5664 y}{a}\right] f_2 f_2 + 0.19635 a \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_2^t - 0.785398 a \sqrt{\sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right]} f_2^t - \\
& 0.19635 a \cos\left[\frac{12.5664 y}{a}\right] \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] f_2^t + \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] \sinh\left[\frac{6.28319 y}{a}\right] (-0.103987 y f_1^t - 0.103987 y \sqrt{f_1^t} - \\
& 0.176291 y f_1 f_2 - 0.176291 y \sqrt{f_1 f_2} - 0.311961 y f_2^t - 0.311961 y \sqrt{f_2^t} + 0.105041 a f_1 f_2 + 0.203676 a \sqrt{f_1 f_2} + \\
& 0.0200054 a f_2 f_2 + 0.0546963 a \sqrt{f_2 f_2} - 0.415948 y f_2^t - 0.415948 y \sqrt{f_2^t}) + \cosh\left[\frac{6.28319 y}{a}\right] \\
& \sin\left[\frac{6.28319 x}{a}\right] (y (-0.309873 f_1 - 0.309873 \sqrt{f_1} - 0.108985 f_2 - 0.108985 \sqrt{f_2}) f_2 + a (0.035638 f_1^t + 0.0687381 \sqrt{f_1^t} + \\
& 0.0317017 f_1 f_2 + 0.0878168 \sqrt{f_1 f_2} + 0.106914 f_2^t + 0.206214 \sqrt{f_2^t} + 0.142552 f_2^t + 0.274953 \sqrt{f_2^t})) + \\
& 0.25 a x \Delta_x + 0.5 x y \Delta_x + 0.25 a x \alpha \Delta_x - 0.5 x y \alpha \Delta_x)
\end{aligned}
\tag{5.132}$$

Na krawędzi płyty otrzymamy następujące przemieszczenia:

$$u(x = 0.5 a) = 0.125 \Delta_x + \frac{0.25 y \Delta_x}{a} + 0.125 \alpha \Delta_x - \frac{0.25 y \alpha \Delta_x}{a}
\tag{5.133}$$

Jak łatwo zauważyć zmieniają się one liniowo. Dla $\alpha = 0$ otrzymujemy przypadek równomiernego skrócenia, dla $\alpha \in (0,1)$ mamy przypadek nierównomiernego skrócenia.

Rozpatrując płyty nierównomiernie ściskane siłą na stałym mimośrodku e , należy uwzględnić zmianę współczynnika α w procesie obciążania według następujących wyrażeń:

$$\begin{cases} P_x = -t \cdot \int_{-0.5a}^{0.5a} \sigma_{xb} dy \\ M_x = t \cdot \int_{-0.5a}^{0.5a} \sigma_{xb} \cdot y dy \end{cases},
\tag{5.134}$$

$$e = \frac{M_x}{P_x} \Rightarrow \alpha = F(f_1, f_2, f_3, s, e).
\tag{5.135}$$

Dla stanu sprężystego otrzymujemy (wydruk z programu Mathematica 3.0):

$$\alpha = \frac{1}{a(-0.166667 a + 1. e) \Delta_z} (e((-4.9348 + 1.87669 v) f_1^2 + (-16.7552 + 8.47743 v) f_1 f_2 - 14.8044 f_2^2 + 10.5649 v f_2^2 - 4.9348 f_2^2 + 7.50674 v f_2^2 - 1. a \Delta_z) + a((-1.77778 + 0.459761 v) f_1 f_3 - 2.35619 f_2 f_3 + 0.472359 v f_2 f_3 - 0.166667 a \Delta_z)) \quad (5.136)$$

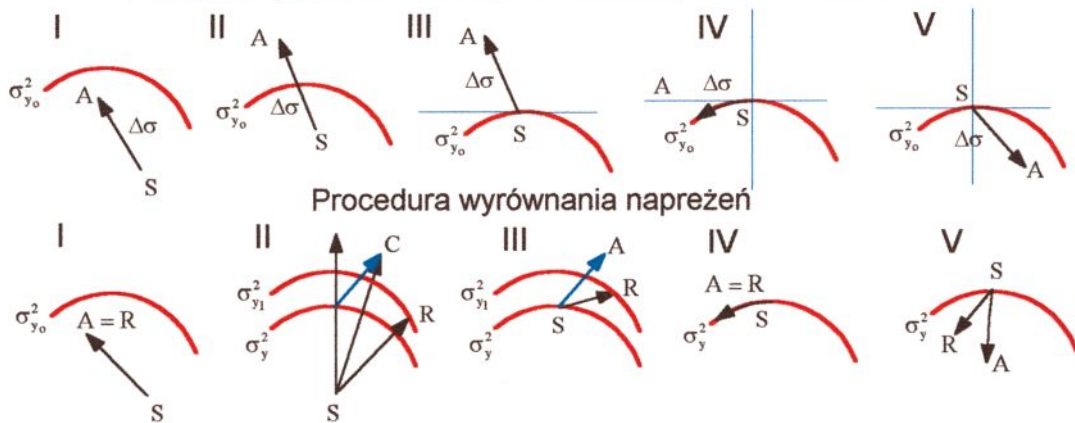
Występują dwa przypadki pracy płyty:

- stały współczynnik $\alpha = \text{const}$, zmieniający się mimośród obciążenia $e \neq \text{const}$,
- zmieniający się współczynnik $\alpha \neq \text{const}$, stały mimośród obciążenia $e = \text{const}$.

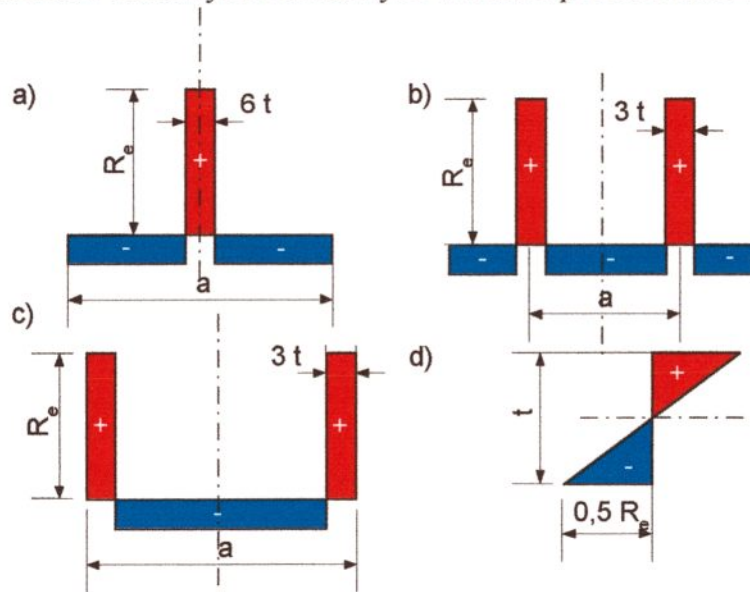
W zakresie pracy materiału w obszarze sprężysto-plastycznym współczynnik α należy korygować dla otrzymanych rozkładów naprężeń na krawędzi płyty przy każdym kroku obliczeń i wyrażenie (5.136) nie ma już zastosowania.

Do analizy numerycznej zastosowano metodę Rayleigha-Ritza oraz procedury sprowadzania i wyrównywania naprężeń zaproponowane przez Kowal-Michalską [65], Królaka [67], Grądzkiego [38] (rys.5.24). Analizowana płyta została podzielona na $p_1 \times p_2 \times p_3$ punktów obliczeniowych prostokątów (rys.5.26).

Położenie punktów startowych w trakcie procesu obciążania

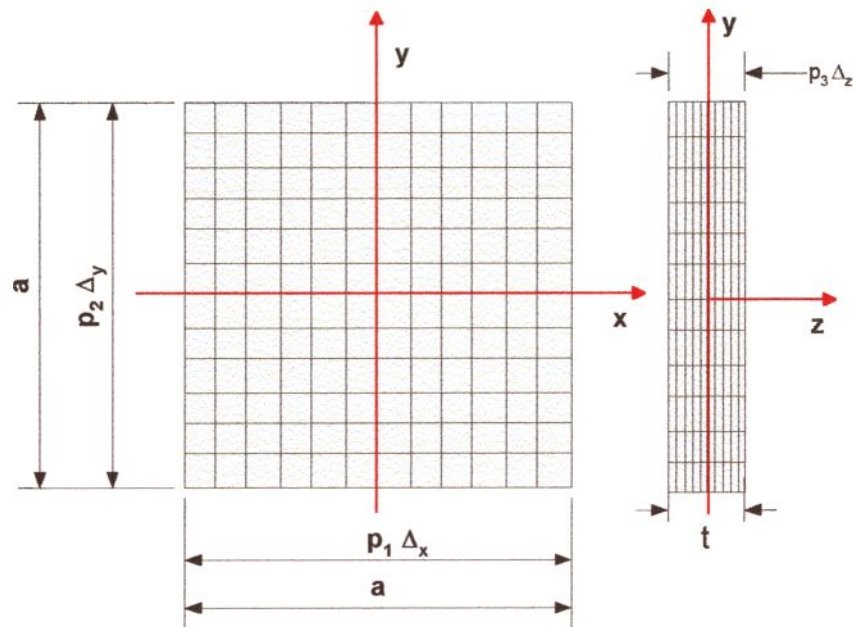


Rys. 5.24. Położenie punktów startowych i końcowych w trakcie procesu obliczania wg [38]



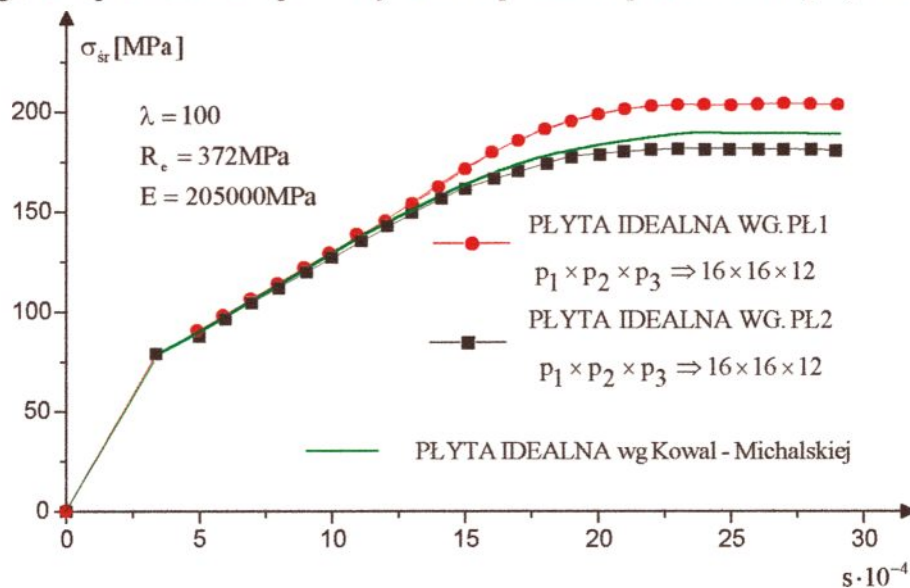
Rys. 5.25. Założone rozkłady naprężeń własnych: a)-spoina w środku ($\sigma_{xr}^{\text{środek}}$), b)- dwie spoiny w środku ($\sigma_{xr}^{\text{dwie spoiny}}$), c)- spoiny na krawędziach ($\sigma_{xr}^{\text{skrzynka}}$), d) -zginające wzdłuż grubości (typ wg Weng'a [140]- $\sigma_{xr}^{\text{Weng}}$)

Wartości energii zostały obliczone dla każdego punktu obliczeniowego, a następnie zsumowane po całym obszarze płyty. Algorytmy programu przy zastosowaniu różnych teorii w obszarze sprężysto-plastycznym pokazano na rysunkach 5.30 i 5.31.

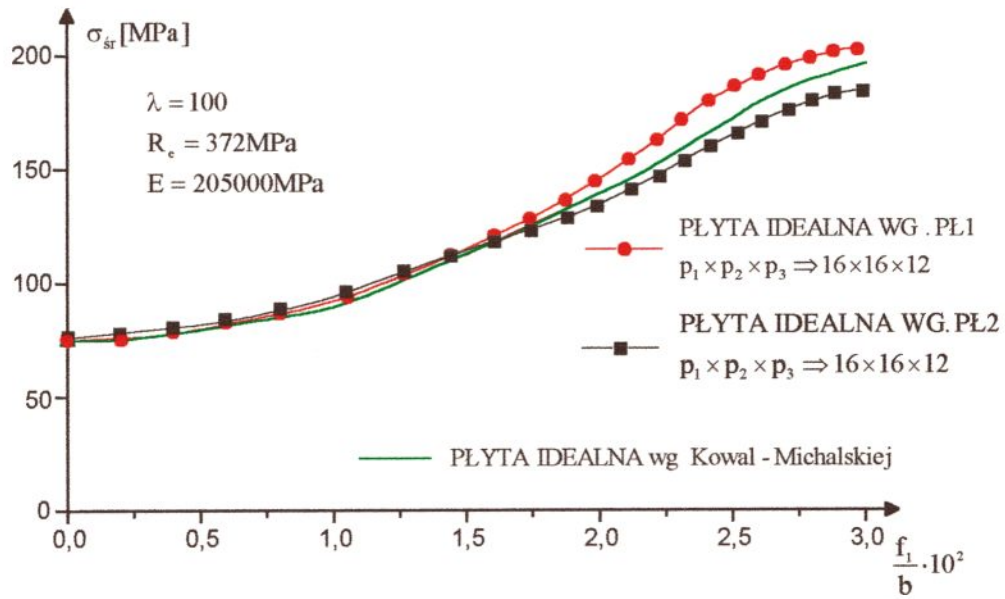


Rys. 5.26. Schemat podziału płyty na punkty obliczeniowe

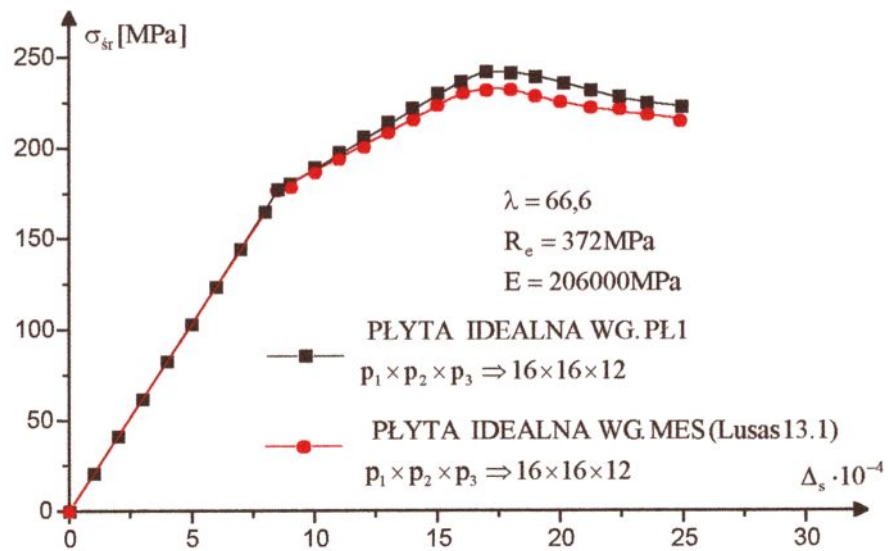
Mając program obliczeniowy, dokonano porównania otrzymywanych wyników z wynikami z literatury. Przetwarzają to poniżej kolejne rysunki. Za najbardziej wiarygodne wyniki można uznać rezultaty obliczeń otrzymane przez Kowal-Michalską [65], Królaka [67], z racji wielokrotnego ich sprawdzania i porównywania z pracami np. Evstratova [30,31 i wg [67].



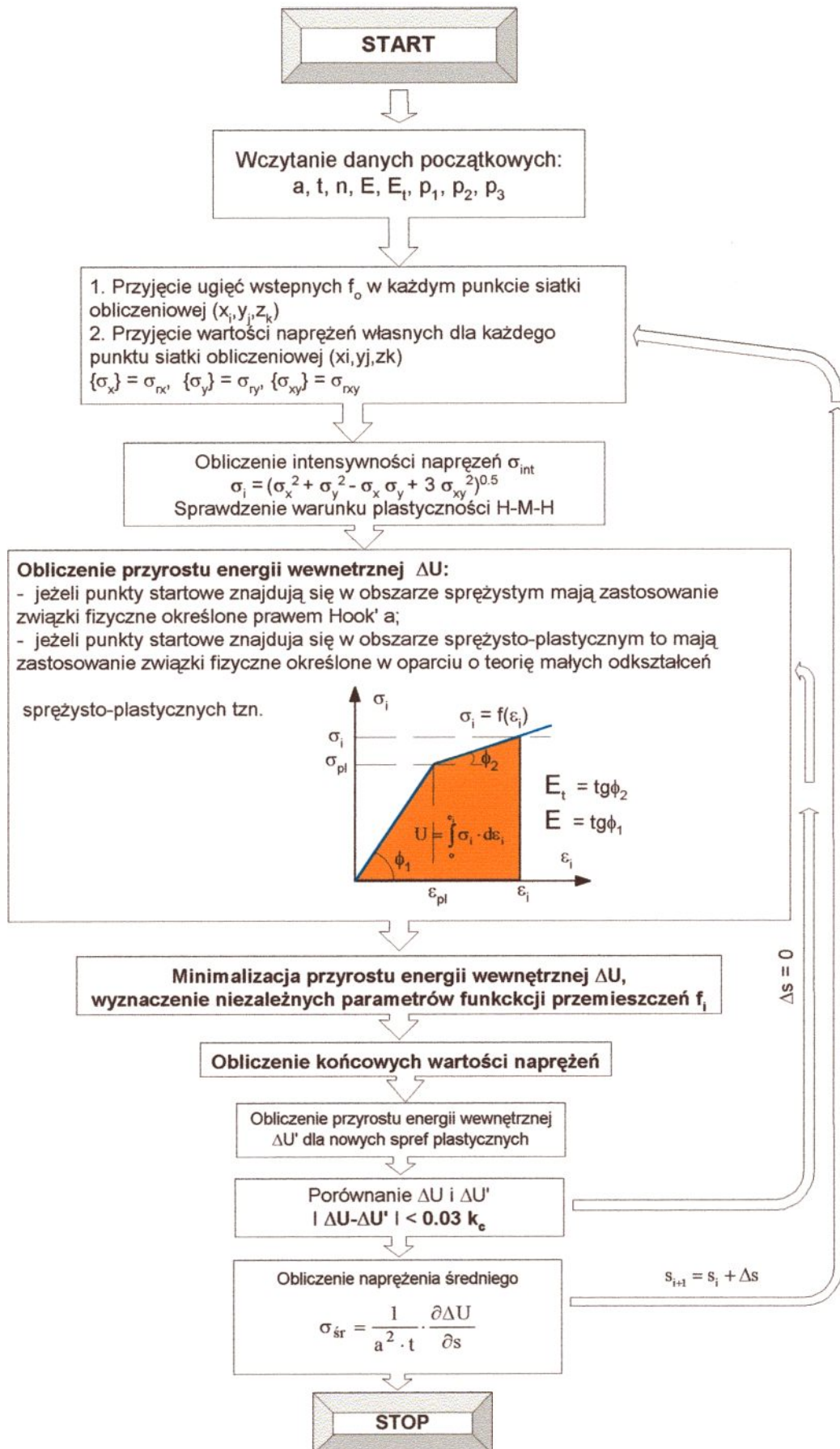
Rys. 5.27. Zależność naprężeń średnich od skrócenia dla płyty swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 100$. Porównanie wyników obliczeń z wynikami z literatury.



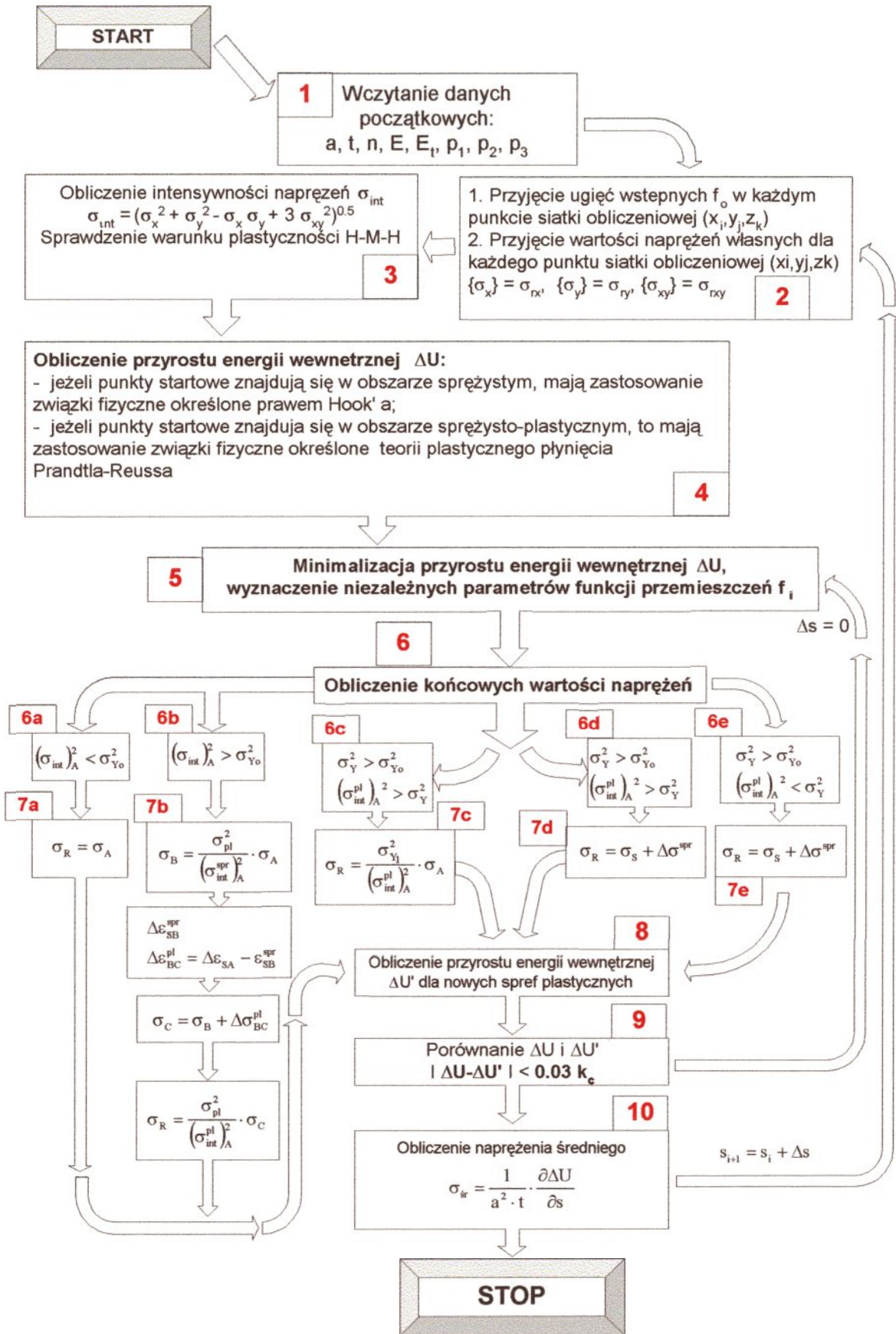
Rys. 5.28. Zależność naprężeń średnich od maksymalnego ugięcia dla płyty swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 100$. Porównanie wyników obliczeń z wynikami z literatury.



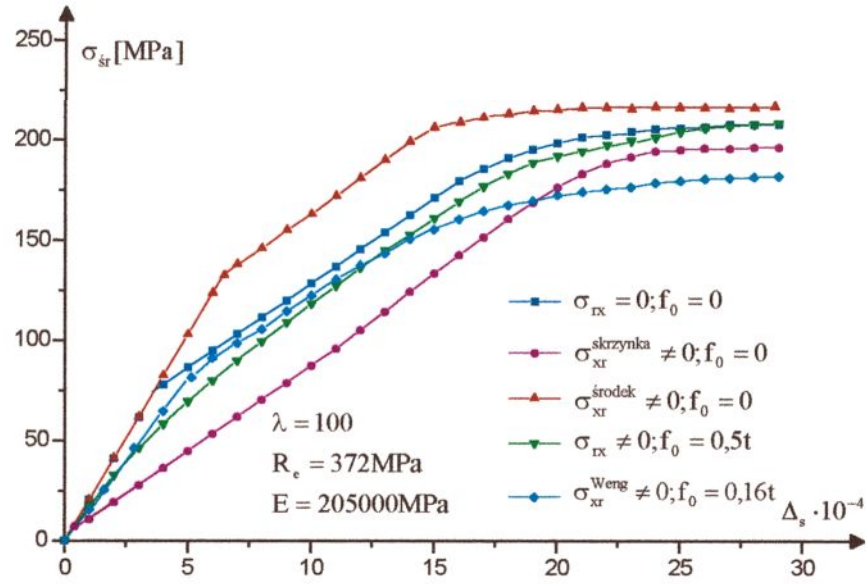
Rys. 5.29. Zależność naprężeń średnich od skrócenia dla płyty swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 100$. Porównanie wyników obliczeń z wynikami otrzymanymi metodą MES w programie Lusas v.13.1.



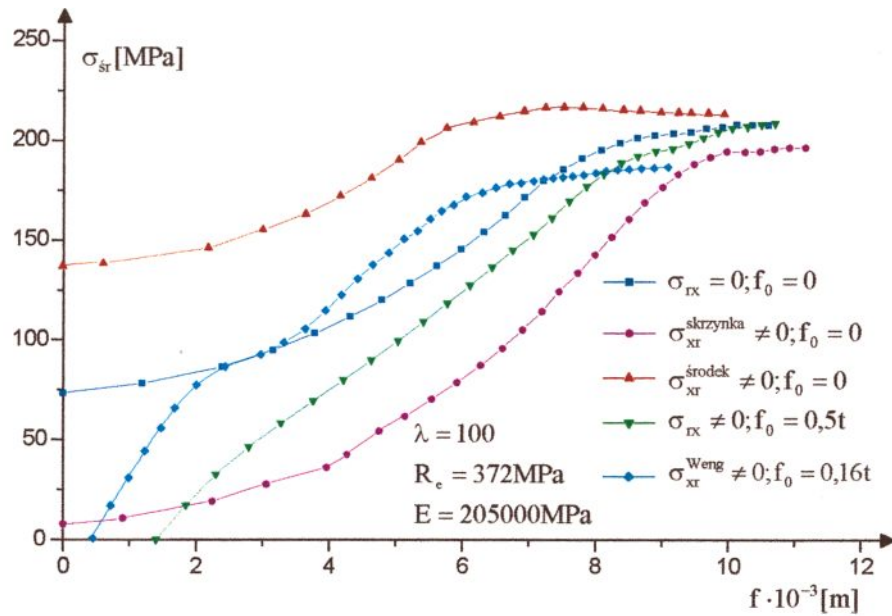
Rys. 5.30. Schemat blokowy programu PL1.



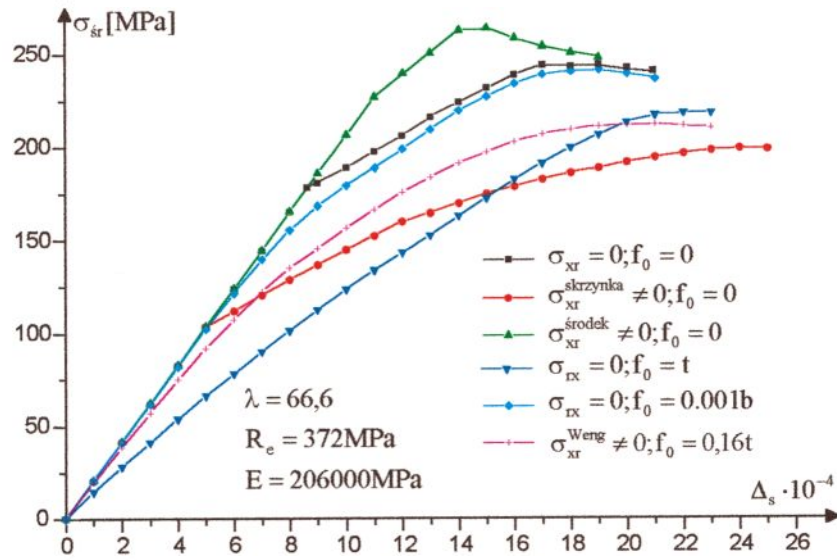
Rys. 5.31. Schemat blokowy programu PL2.



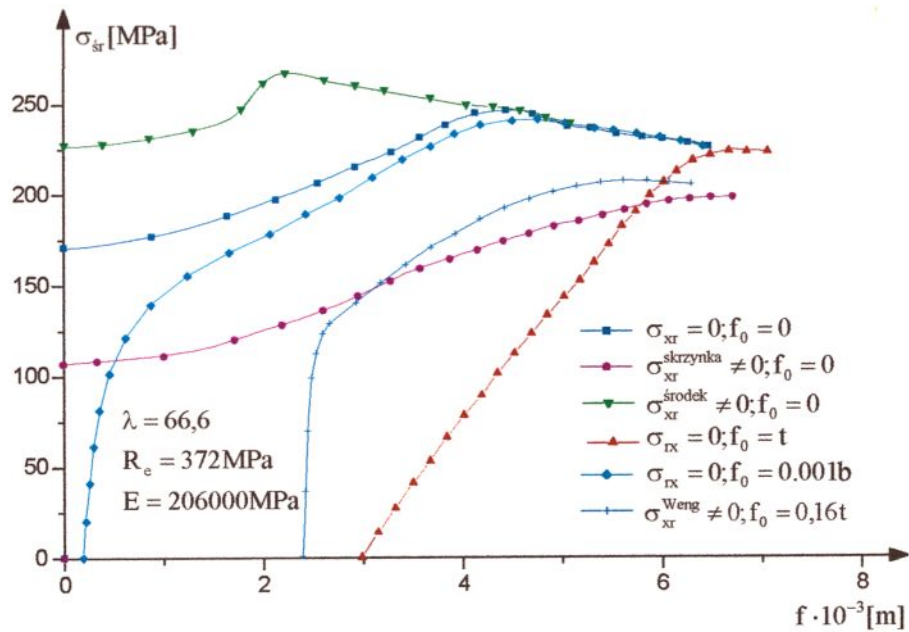
Rys. 5.32. Zależność naprężeń średnich od skrócenia dla płyty swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 100$.



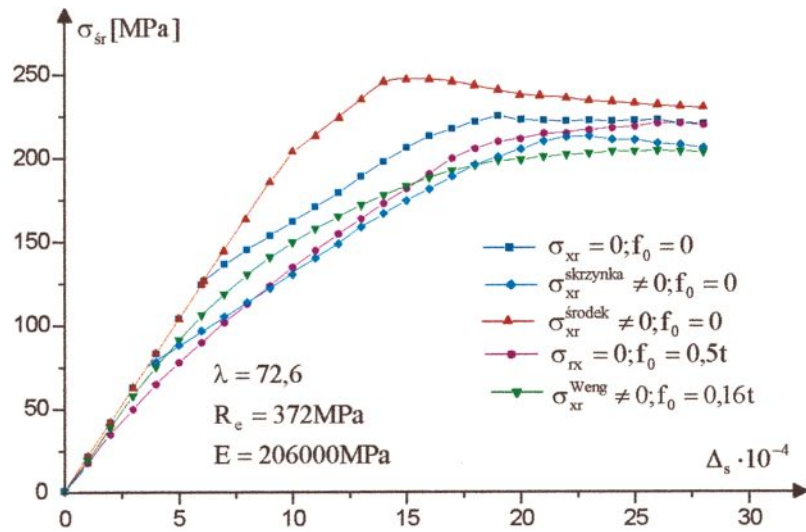
Rys. 5.33. Zależność naprężeń średnich od maksymalnego ugięcia dla płyty swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 100$.



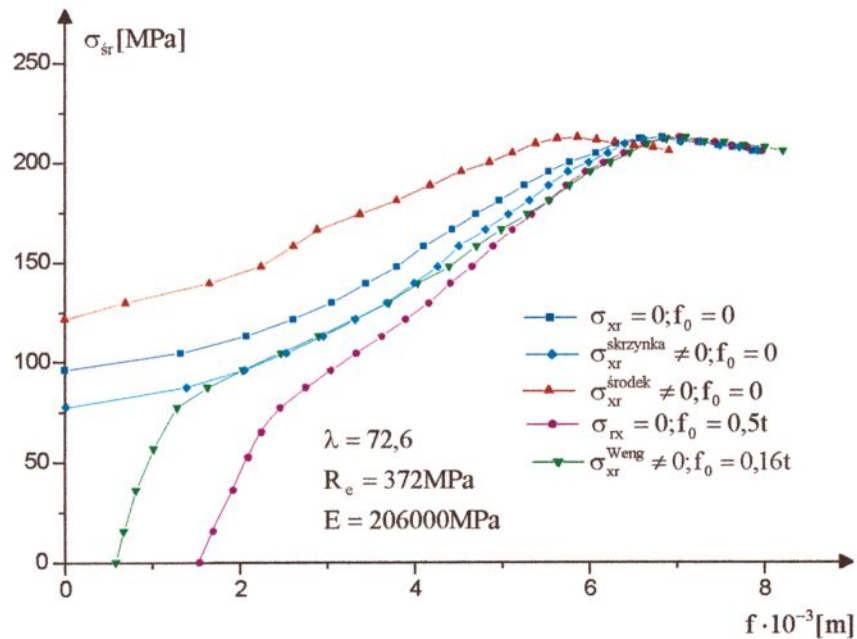
Rys. 5.34. Zależność naprężeń średnich od skrócenia dla płyty swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$



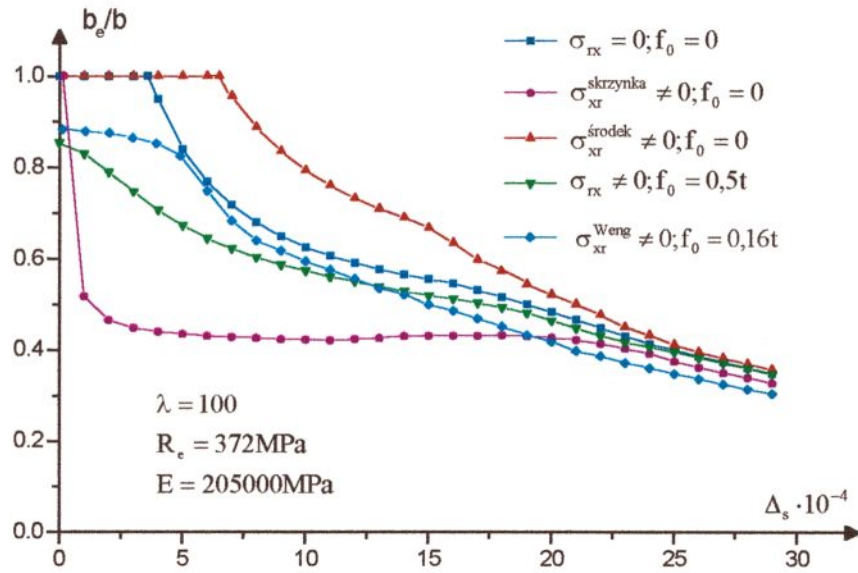
Rys. 5.35. Zależność naprężeń średnich od maksymalnego ugięcia dla płyty swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$



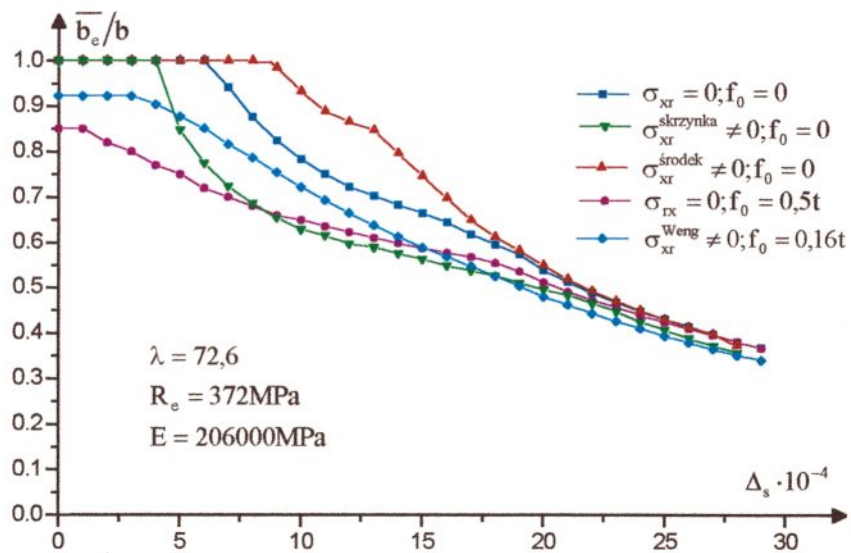
Rys. 5.36. Zależność naprężeń średnich od skrócenia dla płyty swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 72,6$.



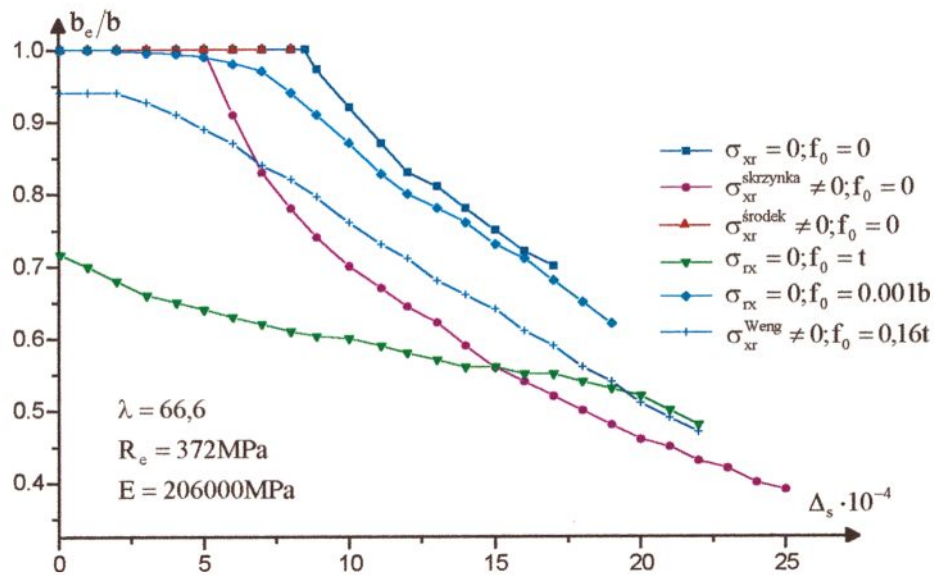
Rys. 5.37. Zależność naprężeń średnich od maksymalnego ugięcia dla płyty swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 72,6$.



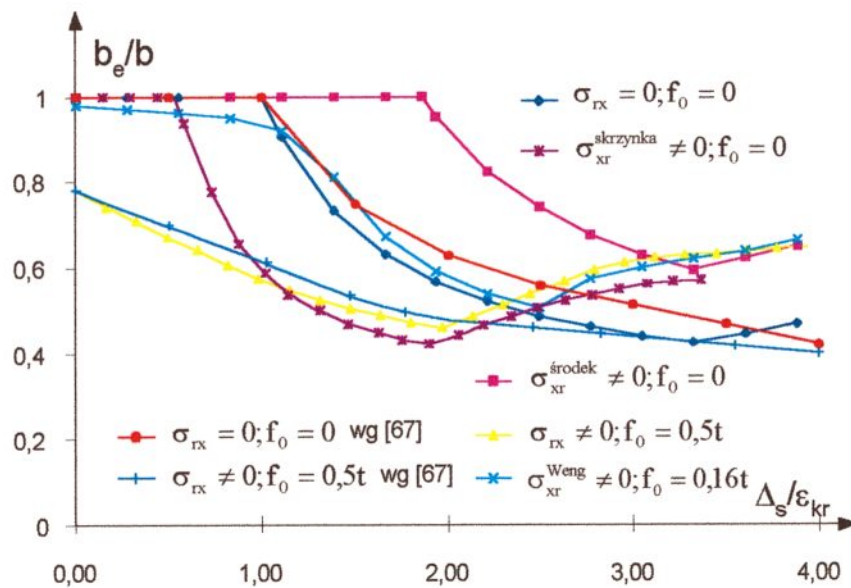
Rys. 5.38. Wpływ różnych imperfekcji na sztywnościową szerokość efektywną dla płyty kwadratowej swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 100$.



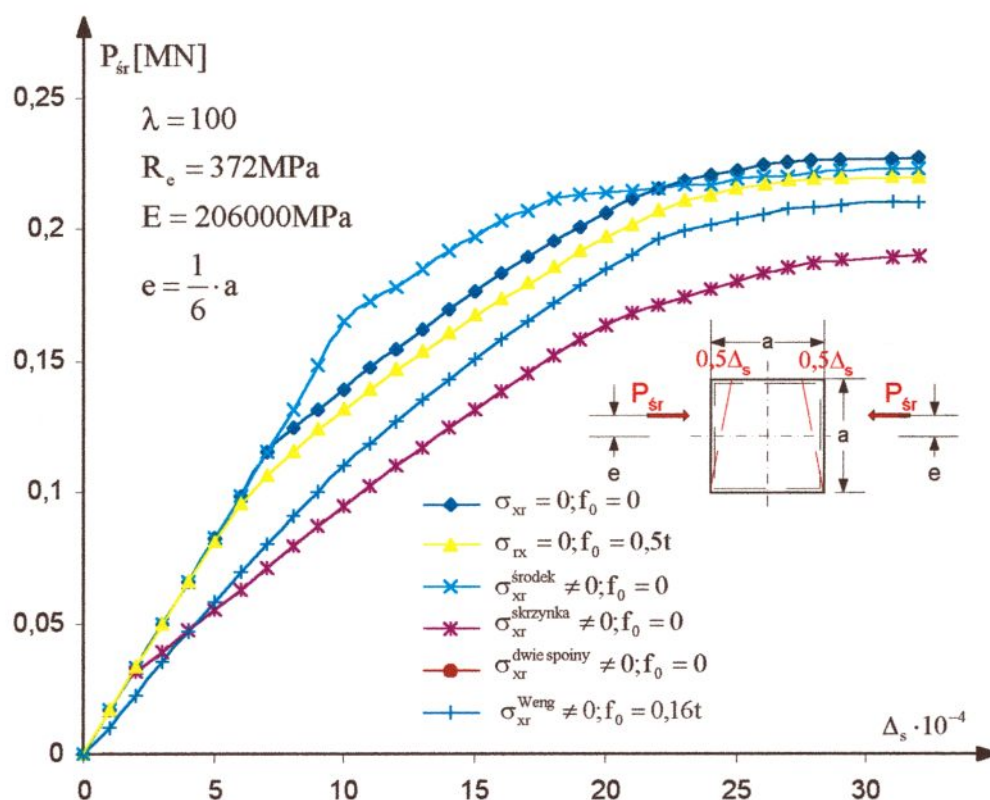
Rys. 5.39. Wpływ różnych imperfekcji na sztywnościową szerokość efektywną dla płyty kwadratowej swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 72,6$.



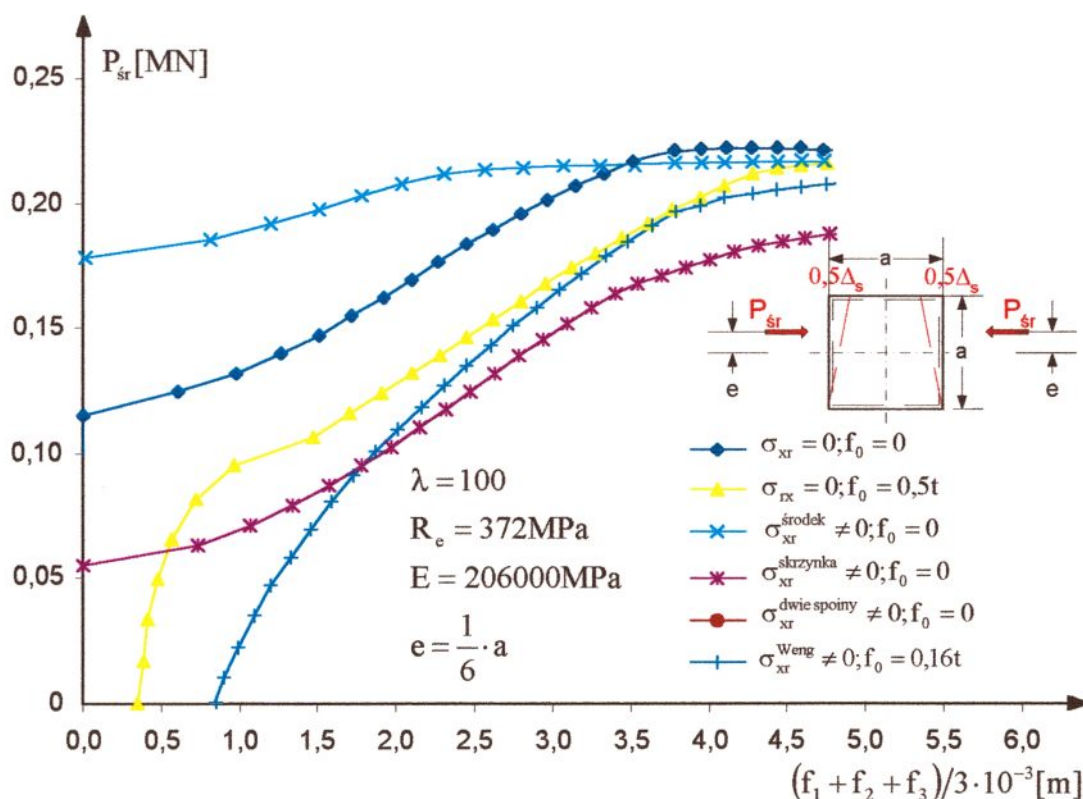
Rys. 5.40. Wpływ różnych imperfekcji na sztywnościową szerokość efektywną dla płyty kwadratowej swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$



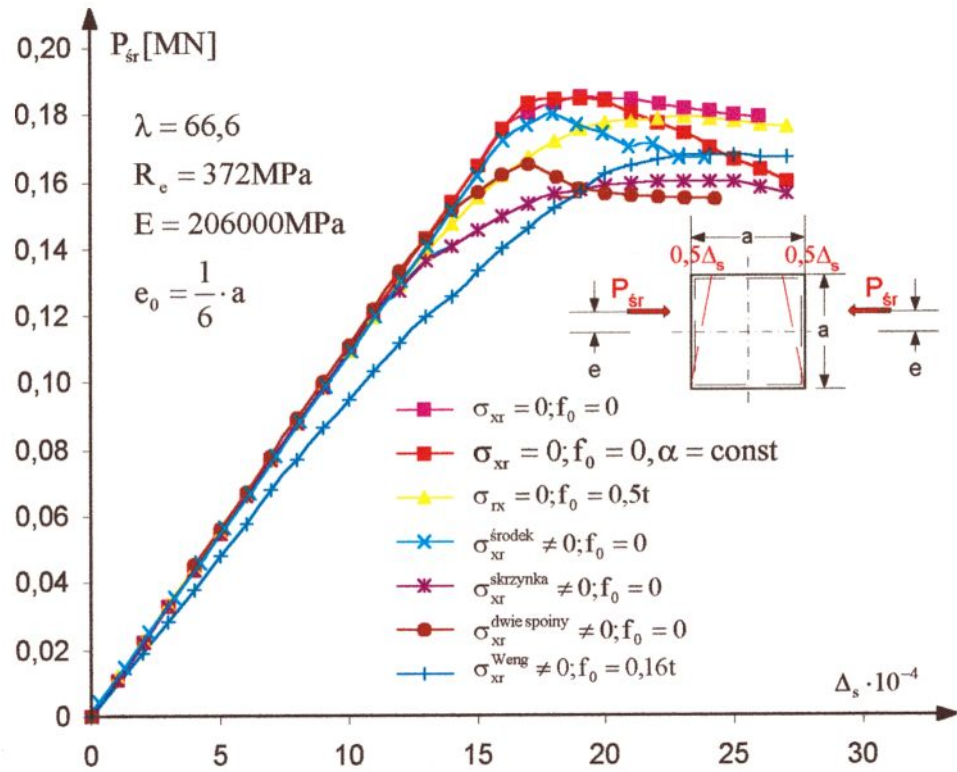
Rys. 5.41. Wpływ różnych imperfekcji na wytrzymałościową szerokość efektywną dla płyty kwadratowej swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$. Wykresy sporządzono do momentu wyczerpana nośność płyty (na podstawie zależności $\sigma - \Delta_s$ i kryterium Horn'a)



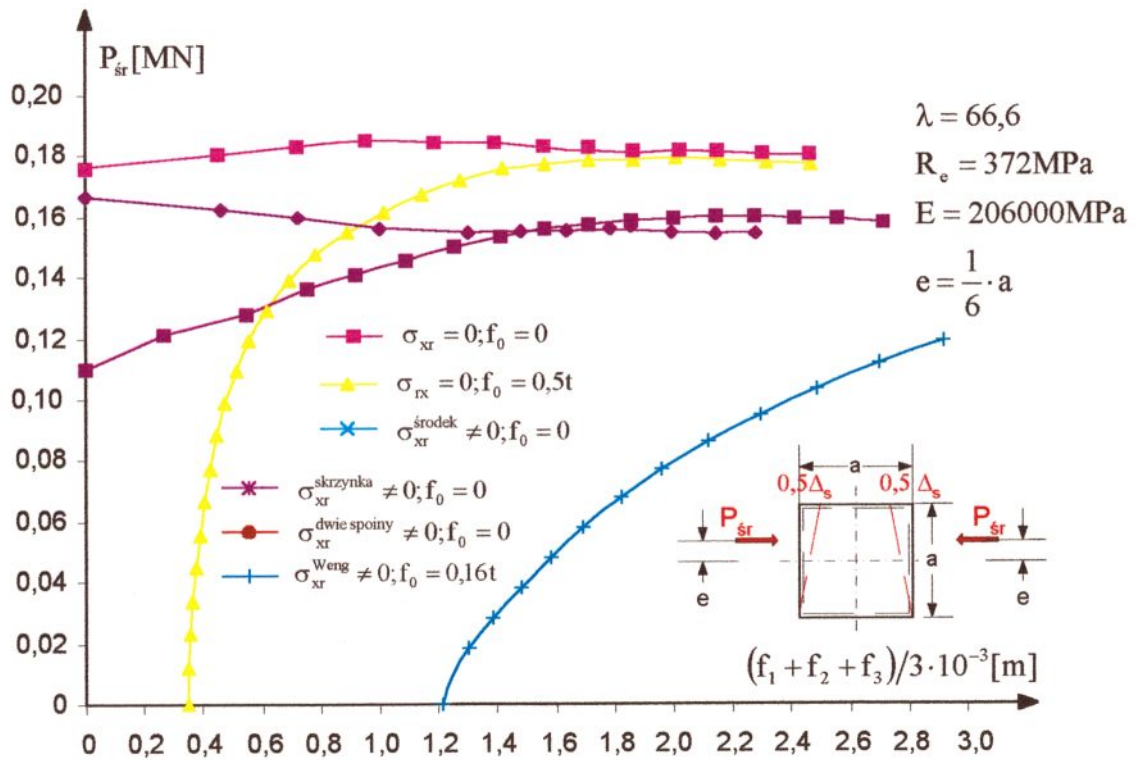
Rys. 5.42. Zależność obciążenia średniego od skrócenia płyty dla płyty swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 100$



Rys. 5.43. Zależność naprężeń średnich od maksymalnego ugięcia dla płyty swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 100$

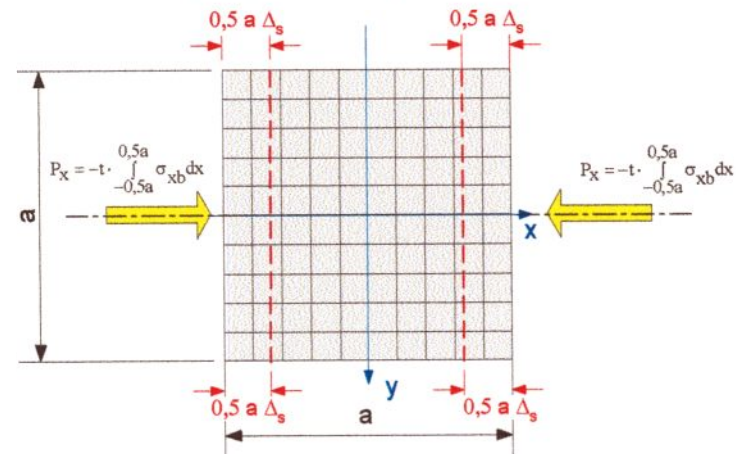


Rys. 5.44. Zależność obciążenia średniego od skrócenia płyty dla płyty swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$.



Rys. 5.45. Zależność naprężeń średnich od maksymalnego ugięcia dla płyty swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$

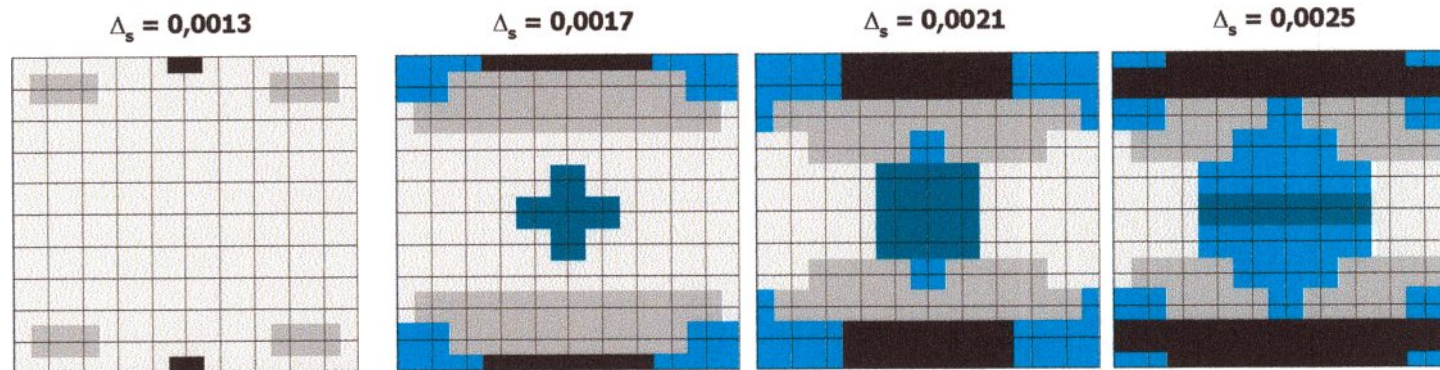
Schemat płyty skracanej równomiernie



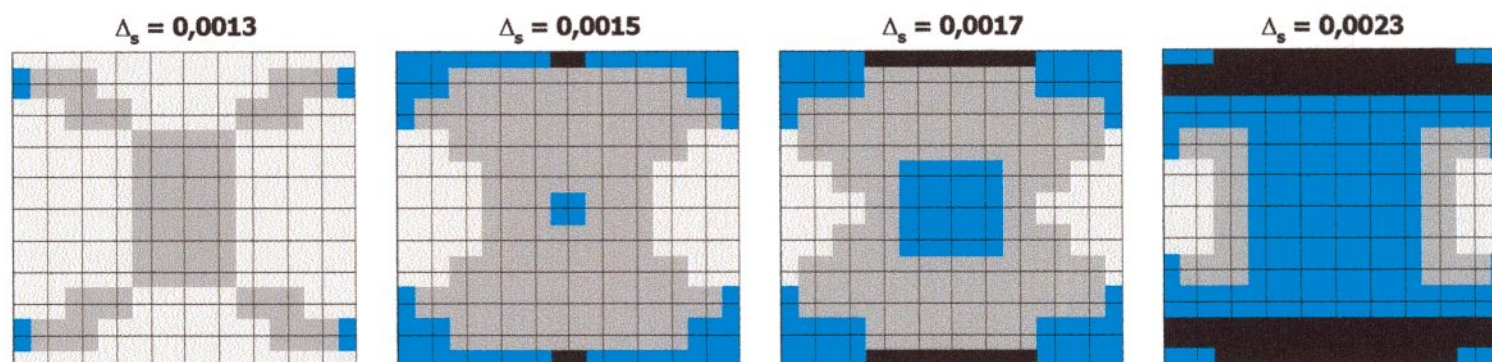
Oznaczenia kolorów

- przekrój całkowicie uplastyczniony
- przekrój od góry uplastyczniony
- przekrój od dołu uplastyczniony
- przekrój od góry i dołu uplastyczniony
- przekrój całkowicie sprężysty

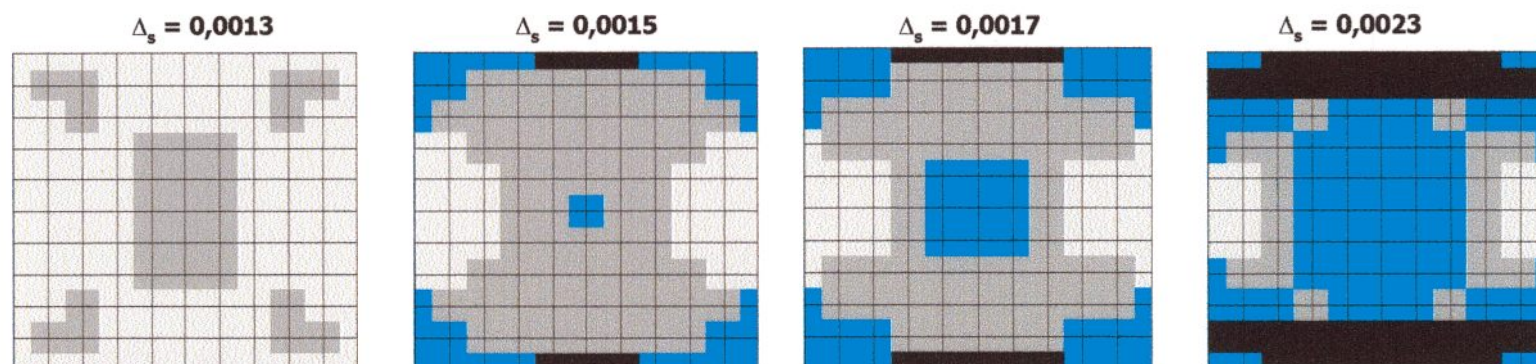
Rys. 5.46. Schemat płyty równomiernie skracanej



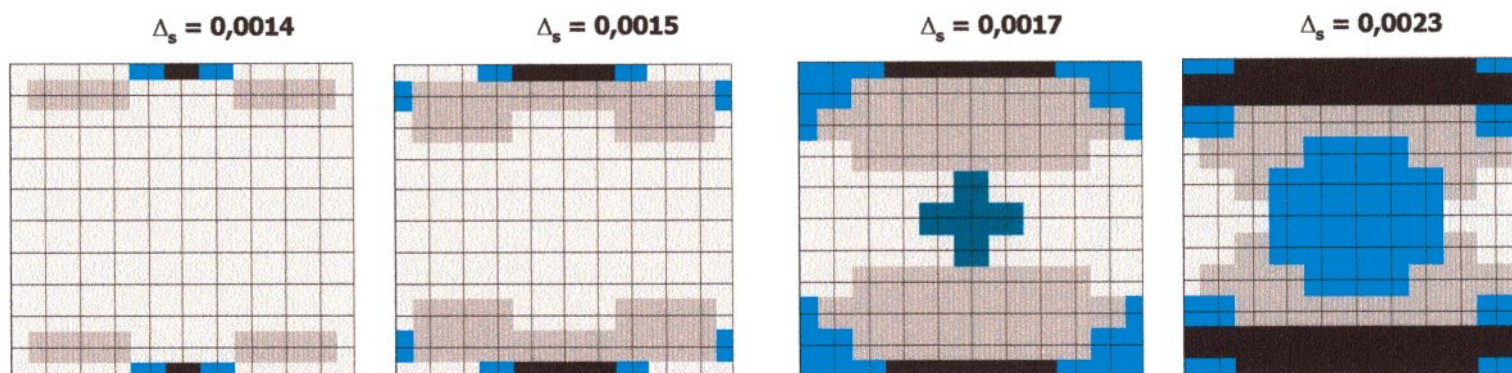
Rys. 5.47. Przykładowe rozkłady stref plastycznych w płycie kwadratowej bez naprężeń własnych i ugięć wstępnych płyty o smukłości płytowej $\lambda = 100$.



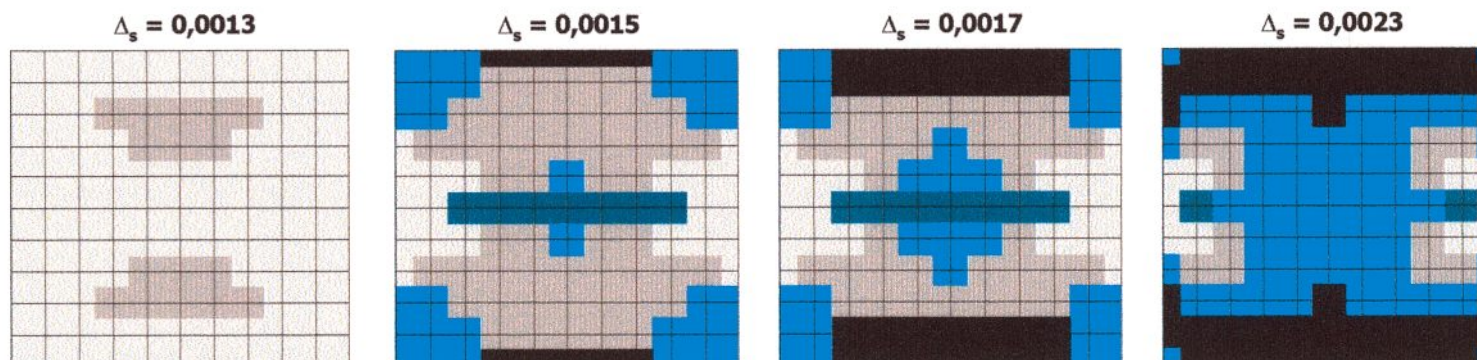
Rys. 5.48. Przykładowe rozkłady stref plastycznych w płycie kwadratowej bez naprężeń własnych i ugięć wstępnych o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$.



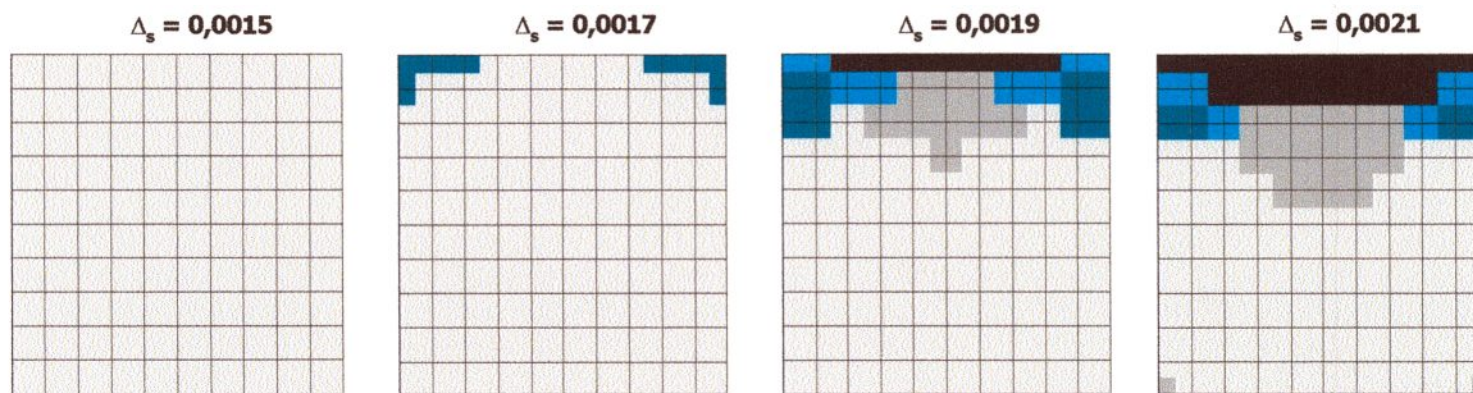
Rys. 5.49. Przykładowe rozkłady stref plastycznych w płycie kwadratowej bez naprężeń własnych z ugięciem wstępnym $f_0 = 0,001b$ o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$.



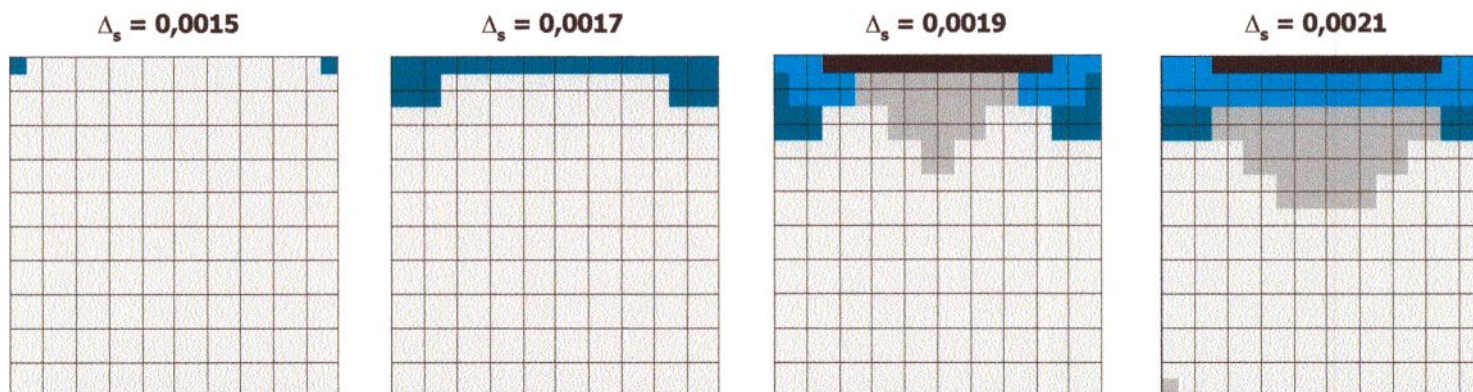
Rys. 5.50. Przykładowe rozkłady stref plastycznych w płycie kwadratowej bez naprężeń własnych z ugięciem wstępnym $f_0 = 0,5t$ o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$.



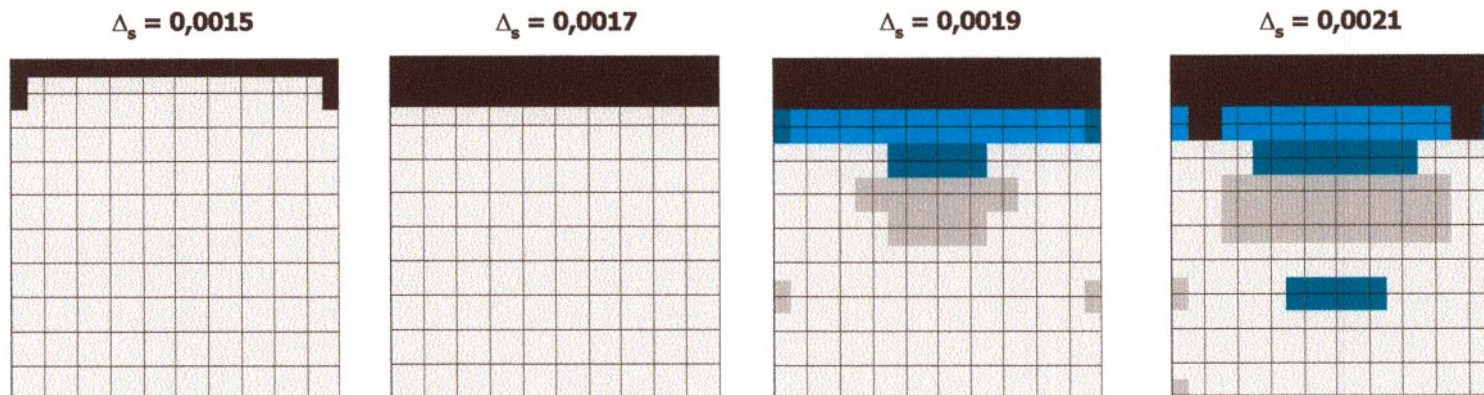
Rys. 5.51. Przykładowe rozkłady stref plastycznych w płycie kwadratowej ze spoiną w środku i bez ugięć wstępnych o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$.



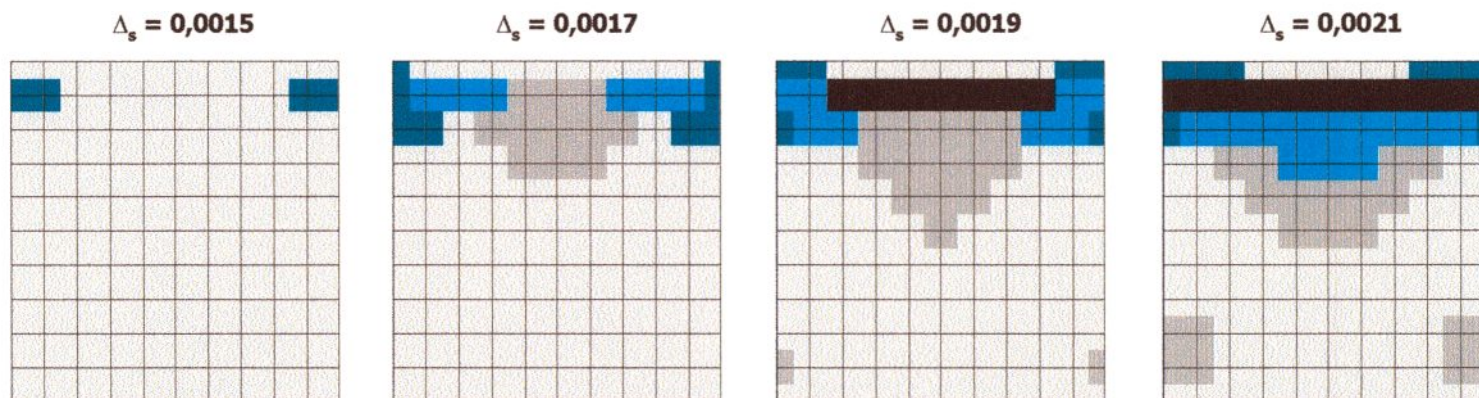
Rys. 5.54. Przykładowe rozkłady stref plastycznych w płycie kwadratowej skracanej mimośrodowo bez naprężeń własnych i ugięć wstępnych płyty o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$ ($e = a/6$, $\alpha_0 = 0$)



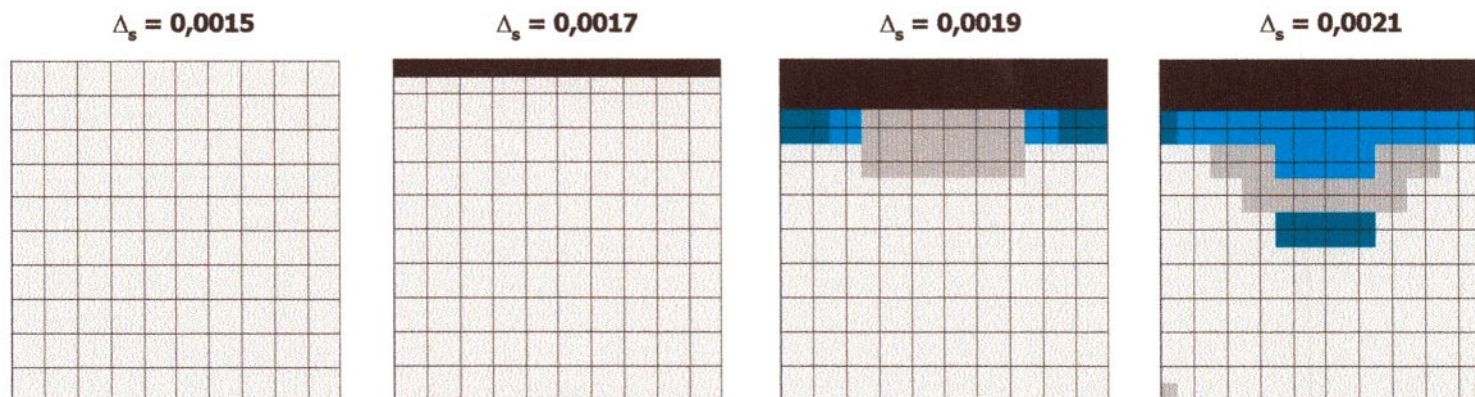
Rys. 5.55. Przykładowe rozkłady stref plastycznych w płycie kwadratowej skracanej mimośrodowo bez naprężeń własnych z ugięciem wstępnym $f_0 = 0,5t$ płyty o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$ ($e = a/6$, $\alpha_0 = 0$)



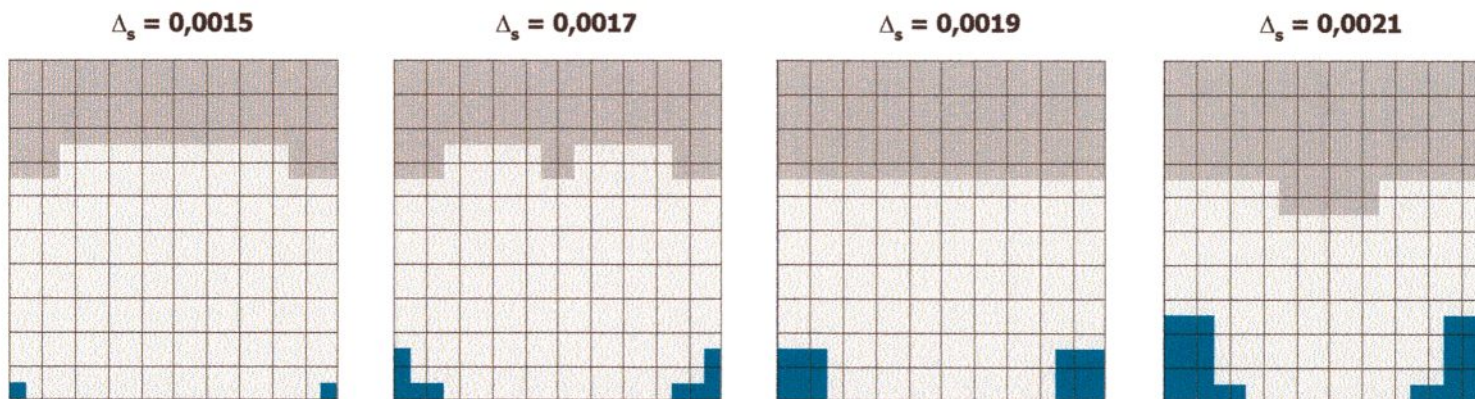
Rys. 5.56. Przykładowe rozkłady stref plastycznych w płycie kwadratowej skracanej mimośrodowo z dwoma spoinami bez ugięcia wstępnego płyty o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$ ($e = a/6$, $\alpha_0 = 0$)



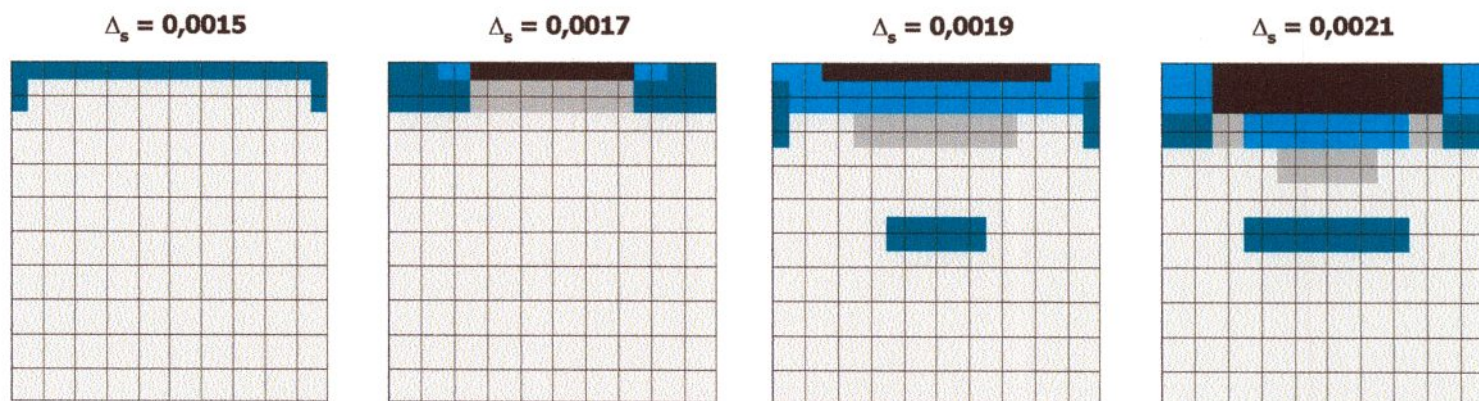
Rys. 5.57. Przykładowe rozkłady stref plastycznych w płycie kwadratowej skracanej mimośrodowo ze spoinami na krawędziach bez ugięcia wstępnego płyty o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$ ($e = a/6$, $\alpha_0 = 0$)



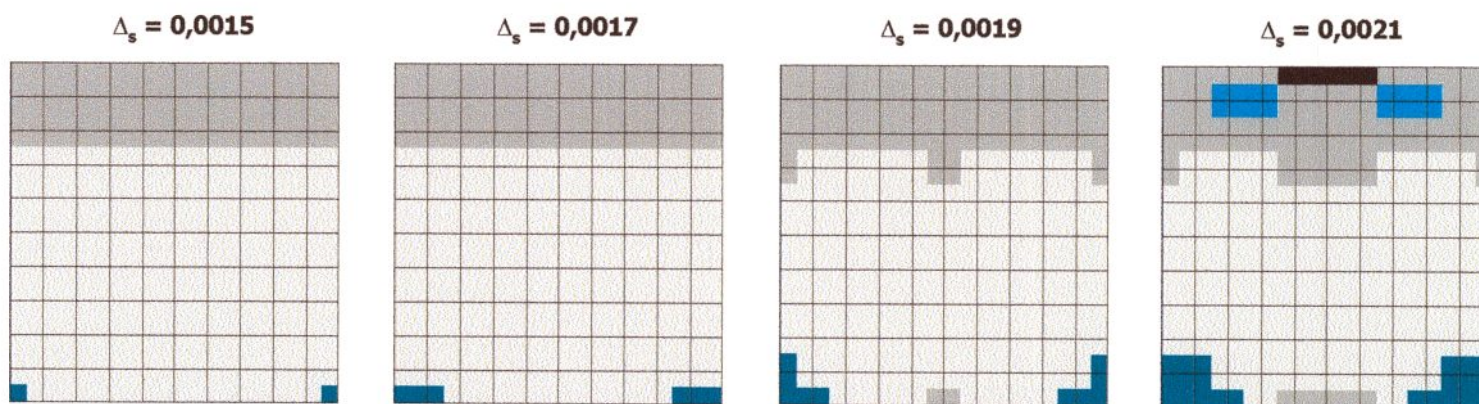
Rys. 5.58. Przykładowe rozkłady stref plastycznych w płycie kwadratowej skracanej mimośrodowo ze spoiną w środku bez ugięcia wstępnego płyty o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$ ($e = a/6$, $\alpha_0 = 0$)



Rys. 5.59. Przykładowe rozkłady stref plastycznych w płycie kwadratowej skracanej mimośrodowo z naprężeniami zgięciowymi typu Wenga bez ugięcia wstępnego płyty o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$ ($e = a/6$, $\alpha_0 = 0$)



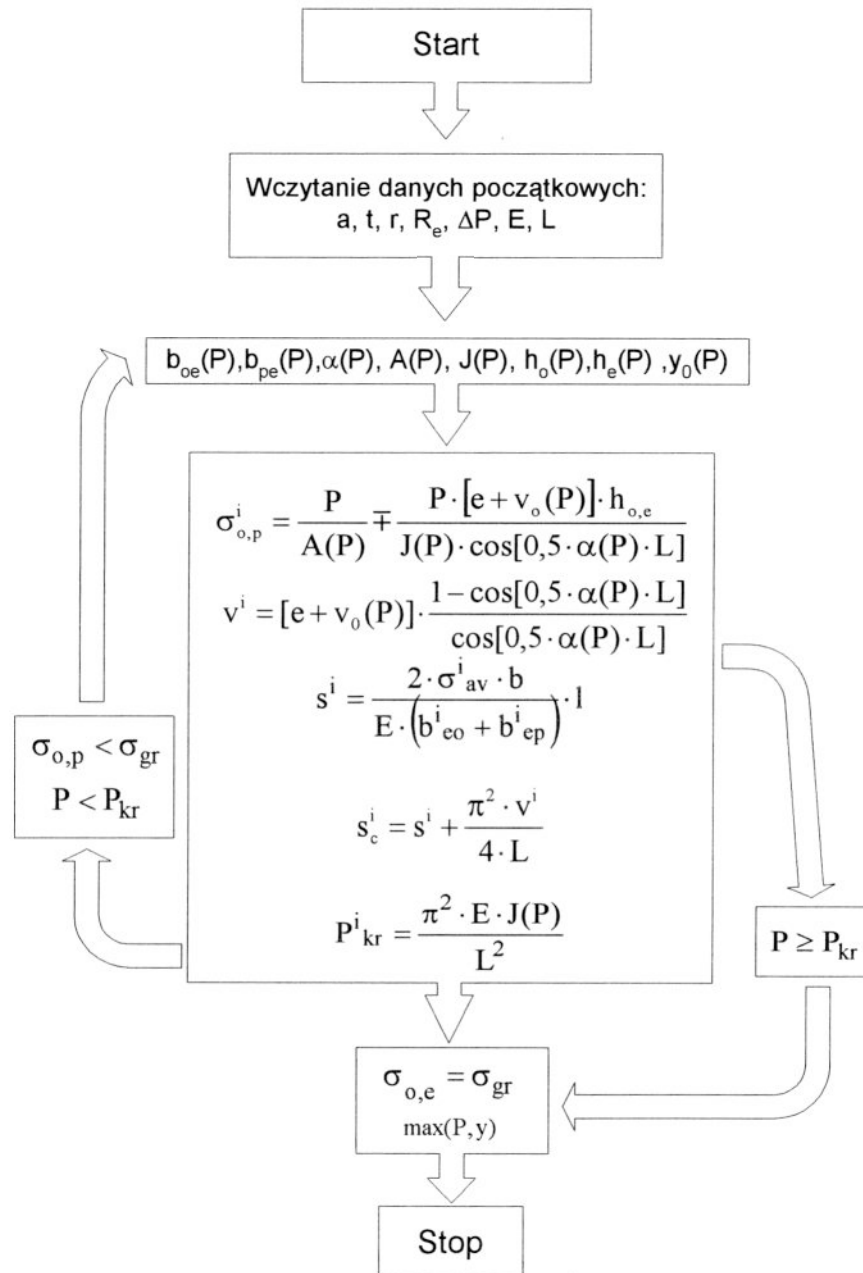
Rys. 5.60. Przykładowe rozkłady stref plastycznych w płycie kwadratowej skracanej mimośrodowo ze spoiną w środku bez ugięcia wstępnego płyty o smukłości płytowej $\lambda = 100$ ($e = a/6$, $\alpha_0 = 0$)



Rys. 5.61. Przykładowe rozkłady stref plastycznych w płycie kwadratowej skracanej mimośrodowo z naprężeniami zgięciowymi typu Wenga bez ugięcia wstępnego płyty o smukłości płytowej $\lambda = 100$ ($e = a/6$, $\alpha_0 = 0$)

5.3. Nośność graniczna, sztywność podłużna słupów z kształtowników giętych na zimno

Analizę słupa przeprowadzono, wykorzystując propozycje Biegusa[5], Kubicy [74] oraz Roordy [116]. Propozycje Biegusa [5] i Roordy [116] korzystają z pojęcia szerokości efektywnej wytrzymałościowej.



Rys. 5.62. Algorytm obliczeniowy

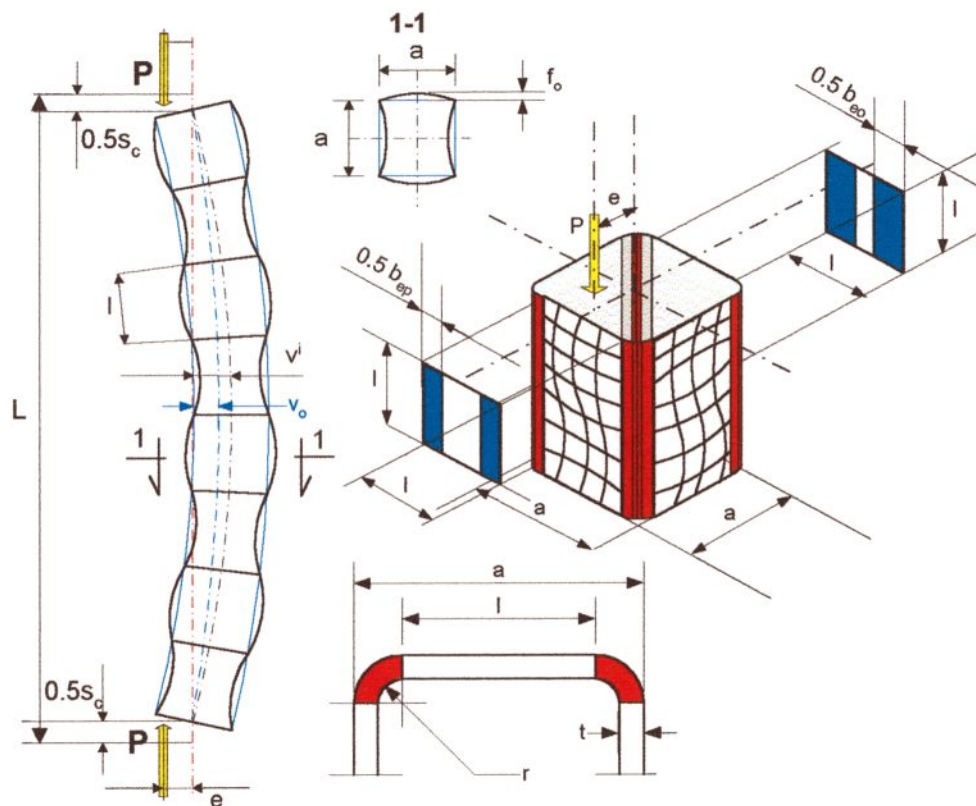
Metody obliczania polegają na przyrostowym zadawaniu obciążenia i szukaniu odpowiedzi konstrukcji w postaci zmieniającej się sztywności przekroju, a co za tym idzie przemieszczeń i odkształceń. Biegus [5] korzysta ze teoretycznych rozwiązań równania słupa ściskanego mimośrodowo, Roorda [116] wykorzystuje uproszczenia w funkcjach opisujących przemieszczenie słupa.

Kubica [74] korzysta z gotowych rozwiązań słupa mimośrodowo ściskanego, równocześnie wprowadzając szerokość efektywną ściany słupa (2.107-2.116), zależną od poziomu obciążenia i imperfekcji. W ten sposób otrzymuje zmienną sztywność słupa.

Wykorzystano algorytm obliczeniowy Biegusa [5] i Roordy [116] (rys.5.62), oraz przyjęto założenia:

- wyboczenie ściany słupa ma miejsce na całej jego długości,
- zachowanie się ściany słupa jest opisane sztywnościową szerokością efektywną, zależną od poziomu obciążenia,
- wyznacza się stan naprężenia w ścianach dla środkowego przekroju słupa,
- nośność ogranicza jest osiągnięta, gdy naprężenia średnie w jednej ze ścian słupa przekroczyły wartość obciążenia granicznego.

Skrócenia słupa określano, zgodnie z propozycją Kubicy [74] (2.109, 2.115), dla każdego poziomu obciążenia.



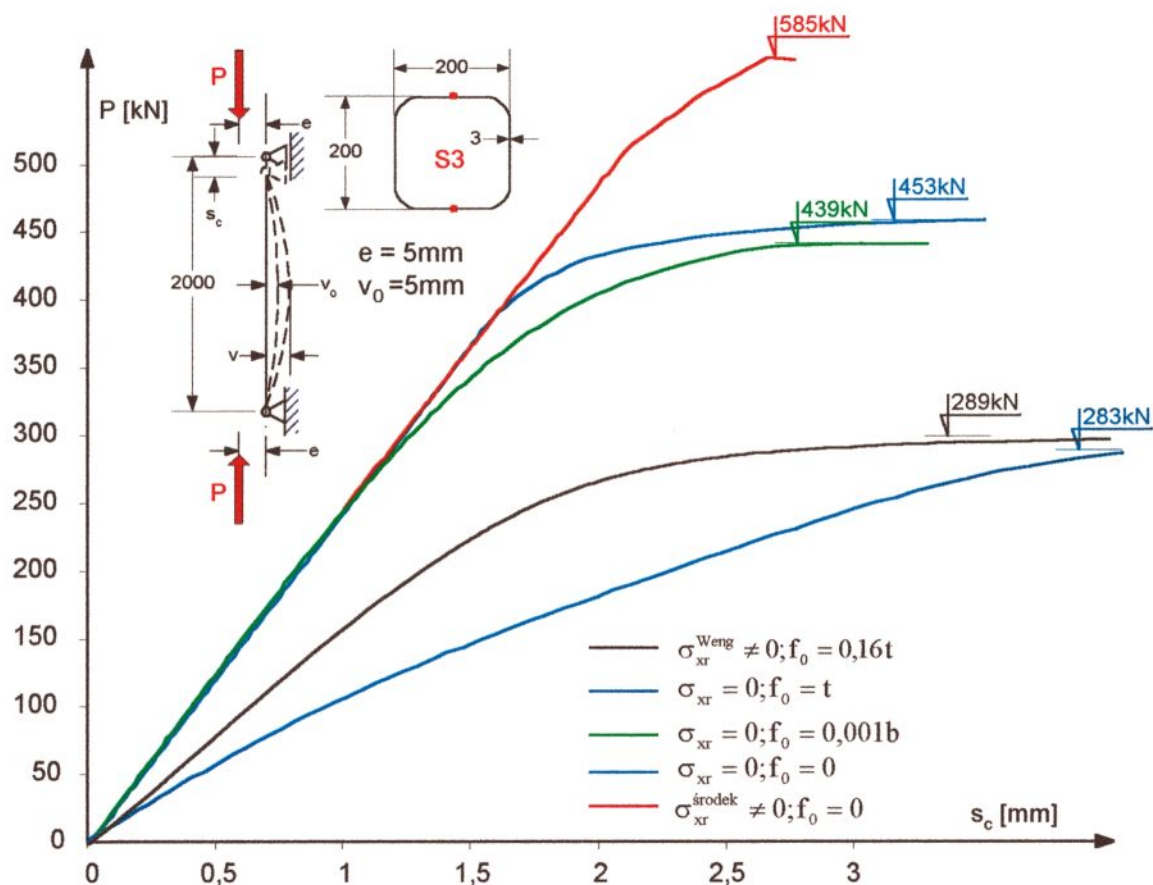
Rys. 5.63. Schemat obliczeniowy słupa

Na rysunku 5.63 przedstawiono schemat obliczeniowy słupa z przykładowym podziałem na wydzielone ze ścian płyty. Sztywnościowe szerokości efektywne, zależne od obciążenia dla poszczególnych płyt, przyjęto z analizy nieliniowej z punktu 5.2.

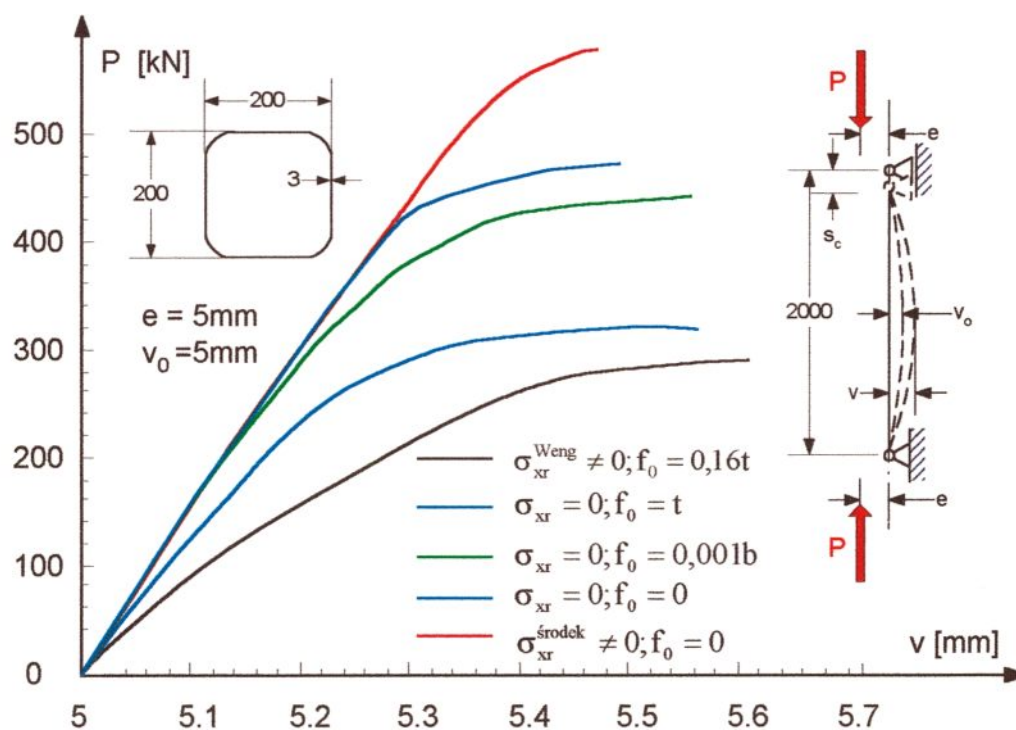
Obliczenia przeprowadzono dla następujących ścian słupa:

- ściana słupa z naprężeniami własnymi typu Weng'a,
- ściana słupa z ugięciem wstępnym $f_0 = t$,
- ściana słupa z ugięciem wstępnym $f_0 = 0,001a$,
- ścian słupa ze spoiną w środku.

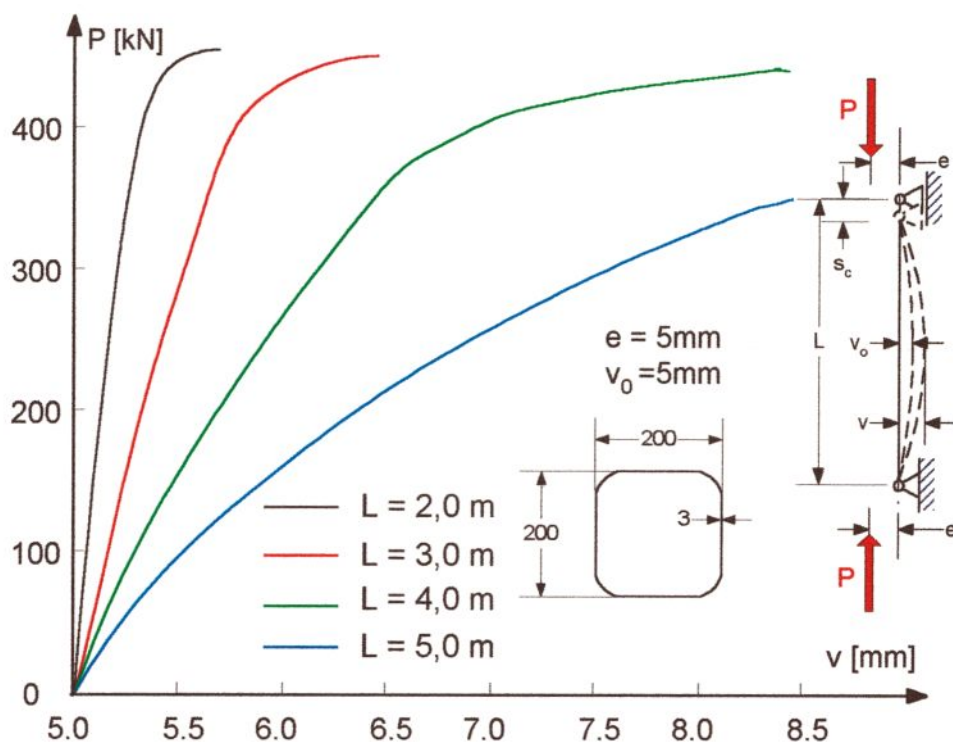
Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunkach 5.64-5.66.



Rys. 5.64. Skrócenia słupa w zależności od przyłożonego obciążenia i różnych imperfekcji ścian



Rys. 5.65. Przemieszczenia boczne słupa w zależności od przyłożonego obciążenia i różnych imperfekcji ścian



Rys. 5.66. Przemieszczenia boczne słupa w zależności od przyłożonego obciążenia i długości elementu

6. ANALIZA WYNIKÓW NUMERYCZNYCH

6.1. Stan dokrytyczny ściany słupa

Wpływ utwardzenia naroży formowanych na zimno, na wartości naprężeń krytycznych jest niewielki gdy $r/t \leq 6$, i maleje wraz ze wzrostem obciążenia.

Naprężenia własne w narożu od gięcia na zimno zmniejszają wskaźnik utwardzenia o około 2%. Ścianę słupa, z kształtowników giętych na zimno, można traktować jako płytę swobodnie podpartą (rys.5.5-5.7).

Naprężenia własne od spawania, dla ściany słupa (traktowanej jako pasmo płytowe) równomiernie ściskanej ze spoiną w środku, zwiększają wartości naprężeń krytycznych, w obszarze sprężystym, o około 33%. W obszarze sprężysto-plastycznym dla smukłości płytowej $\lambda < 50$ zmniejszają wartości naprężeń krytycznych, porównując z płytą idealną. Różnica ta, początkowo wzrasta, a następnie maleje wraz ze zmniejszaniem się smukłości płytowej λ . Dla $\lambda < 27$ naprężenia są równe granicy plastyczności materiału (rys.5.15).

Naprężenia własne od spawania, dla ściany równomiernie ściskanej z dwiema spoinami, oddalonymi od krawędzi podłużnych o 0,25 szerokości ściany, nie powodują znaczących zmian w wartościach naprężeń krytycznych w obszarze sprężystym. W obszarze sprężysto-plastycznym dla smukłości płytowej $\lambda < 49$ zmniejszają naprężenia krytyczne, porównując z płytą idealną. Różnica ta początkowo wzrasta, a następnie maleje wraz ze zmniejszaniem się smukłości płytowej λ . Dla $\lambda < 40$ naprężenia są równe granicy plastyczności materiału (rys.5.16).

Naprężenia własne od spawania, dla ściany równomiernie ściskanej z dwiema spoinami, oddalonymi od krawędzi podłużnych o 0,35 szerokości ściany, powodują zwiększenie wartości naprężeń krytycznych o 35% w obszarze sprężystym. W obszarze sprężysto-

plastycznym dla smukłości płytowej $\lambda < 56$ obniżają naprężenia krytyczne w porównaniu do płyty idealnej. Różnica ta początkowo wzrasta, a następnie maleje wraz ze zmniejszaniem się smukłości płytowej λ . Dla $\lambda < 35$ naprężenia są równe granicy plastyczności materiału (rys.5.16).

Naprężenia własne zginające (wzdłuż grubości) od gięcia na zimno (typu Weng'a [137]), nie powodują znaczących zmian wartości naprężeń krytycznych w obszarze sprężystym dla ściany równomiernie ściskanej. W obszarze sprężysto-plastycznym dla smukłości płytowej $\lambda < 63$ obniżają naprężenia krytyczne, porównując z płytą idealną. Różnica ta początkowo wzrasta, a następnie maleje wraz ze zmniejszaniem się smukłości płytowej λ . Dla $\lambda < 37$, naprężenia są równe granicy plastyczności materiału (rys.5.18).

Naprężenia własne zginające (wzdłuż grubości) od gięcia na zimno (typu Davison i Birkemoe [19]) nie różnią się znacząco od wartości otrzymanych dla ściany z naprężeniami własnymi zginającymi od gięcia na zimno (typu Weng'a [137]), (rys.5.18).

Naprężenia własne od spawania, dla ściany nierównomiernie skracanej ze spoiną w środku, podwyższają naprężenia krytyczne w obszarze sprężystym o 33%. W obszarze sprężysto-plastycznym dla smukłości płytowej $\lambda < 58$ obniżają naprężenia krytyczne w porównaniu do płyty idealnej. Różnica ta, początkowo wzrasta, a następnie maleje wraz ze zmniejszaniem się smukłości płytowej (rys.5.17).

Naprężenia własne od spawania, dla ściany nierównomiernie skracanej z dwiema spoinami w środku, zwiększają naprężenia krytyczne w obszarze sprężystym o 15%. W obszarze sprężysto-plastycznym dla smukłości płytowej $\lambda < 58$ mają wartości zbliżone do naprężeń krytycznych dla ściany z jedną spoiną (rys.5.17).

Naprężenia własne zginające (wzdłuż grubości) od gięcia na zimno (typu Weng'a [137] i typu Davison i Birkemoe [19]) dla ściany nierównomiernie skracanej, nie powodują znaczących zmian wartości naprężeń krytycznych w obszarze. W obszarze sprężysto-plastycznym dla smukłości płytowej $\lambda < 70$ zmniejszają się naprężenia krytyczne w porównaniu z płytą idealną (rys.5.19).

6.2. Stan nadkrytyczny ściany słupa

W słupach ulegających wyboczeniu poniżej granicy plastyczności, o sztywności podłużnej decyduje podatność ścianek, traktowanych jako pasma płytowe obciążonych imperfekcjami i naprężeniami własnymi.

W ścianach słupa, traktowanych jako płyty swobodnie podparte, miejsca pojawiania się stref sprężysto-plastycznych są uzależnione od rozkładu naprężeń własnych.

Dla płyty idealnej o smukłości $\lambda = 100$ pierwsze strefy plastyczne pojawiają się na krawędziach nieobciążonych w środku długości płyty. Propagacja stref plastycznych poszerza się do środka płyty. Przy obciążeniu granicznym płyta ma uplastycznione dwie krawędzie na szerokości około 1/7 szerokości płyty (rys.5.47).

Dla płyty idealnej o smukłości $\lambda = 66,6$ pierwsze strefy plastyczne pojawiają się w strefie ściskanej od środka płyty. Propagacja stref plastycznych następuje w kierunku krawędzi nie obciążonych, powodując uplastycznienie krawędzi na całej grubości płyty oraz uplastycznienie środka płyty górnej i dolnej warstwy (rys.5.48).

Dla płyty o smukłości $\lambda = 66,6$ z ugięciem wstępnym $f_0 = 0,5t$, strefy plastyczne pojawiają się na krawędziach (jak dla płyt cienkich), i od nich następuje propagacja do środka płyty. Przy obciążeniu granicznym płyta ma uplastycznione dwie krawędzie na szerokości około 1/6 szerokości płyty (rys.5.50).

Dla płyty o smukłości $\lambda = 66,6$ ze spoiną w środku, pojawianie się stref plastycznych ma miejsce (strefa ściskana) w 0,25 szerokości płyty, symetrycznie względem spoiny, w środku długości. W następnym etapie strefy plastyczne pojawiają się w 0,5 szerokości płyty (w

strefie rozciąganej), prawie na całej długości. Równocześnie następuje pełne uplastycznienie krawędzi, obejmujące stopniowo całą długość płyty (rys.5.51).

W przypadku płyty o smukłości $\lambda = 66,6$ z naprężeniami własnymi typu Weng'a [137] (zgięciowymi wzdłuż grubości) pojawianie się stref następuje prawie równomiernie na całej długości i szerokości płyty. W etapie końcowym uplastyczniają się krawędzie płyty (rys.5.52).

W płycie idealnej nierównomiernie skracanej (rozkład po trójkącie), o smukłości $\lambda = 66,6$ strefy plastyczne pojawiają się na krawędzi najbardziej obciążonej. Propagacja uplastycznienia następuje w kierunku środka płyty, prowadząc do prawie całkowitego uplastycznienia krawędzi (rys.5.54).

W przypadku ugięć wstępnych $f_0 = 0,5t$, następuje szybsze uplastycznienie krawędzi na odległości równej $1/6$ szerokości płyty, mierząc od krawędzi podłużnej (najbardziej obciążonej). W końcowej fazie skróceń górne warstwy płyty są uplastycznione (rys.5.55).

W płycie nierównomiernie skracanej, o smukłości $\lambda = 66,6$, z dwiema spoinami, krawędzie uplastyczniają się od razu na całej grubości oraz zaczynają uplastyczniać się strefy rozciągane w miejscach spoin. Przy skróceniu granicznym płyta ma uplastycznioną krawędź o zasięgu $1/6$ w środku i $1/5$ przy krawędziach obciążonych szerokości płyty. Częściowo jest uplastyczniona cała powierzchnia płyty (rys.5.56).

W płycie ze spoinami na krawędziach (typ skrzynka) pełne uplastycznienie przekroju płyty pojawia się w odległości $1/9$ szerokości płyty od krawędzi obciążonej, zaś propagacja stref plastycznych wygląda tak jak w innych płytach (rys.5.57).

W przypadku płyty nierównomiernie skracanej ze spoiną w środku, strefy plastyczne na całej grubości pojawiają się na krawędzi najbardziej obciążonej, osiągając zasięg $1/6$ szerokości płyty (5.58).

W płytach z imperfekcjami i naprężeniami własnymi rozkłady intensywności naprężeń są zupełnie inne, o czym świadczą rozkłady stref plastycznych. Na podstawie obliczeń wykazano, że powodują one jakościową zmianę zachowania się płyt w całym obszarze obciążeń. Prowadzi to do zmian w sztywnościowych i wytrzymałościowych szerokości efektywnych.

Najodpowiedniejszą do opisu zachowania się płyty w całym zakresie obciążeń jest sztywnościowa szerokość efektywna.

W płycie rzeczywistej ugięcia wstępne powodują zanikanie bifurkacyjnej formy utraty stateczności, zaś punkt nieciągłości funkcji ugięć przechodzi w punkt przegięcia. Zjawisko to zachodzi dla obciążeń mniejszych niż krytyczne, wyznaczonych w sposób klasyczny.

Nośność graniczna ulega nieznacznemu zmniejszeniu w przypadku występowania naprężeń wstępnych.

Nośność graniczna płyt poddanych nierównomiernemu skróceniu o smukłości $\lambda=66,6$ ulega zmniejszeniu dla przypadków płyty z jedną spoiną, dwiema spoinami, naprężeniami zgięciowymi typu Weng'a [137] (rys.5.42-5.45).

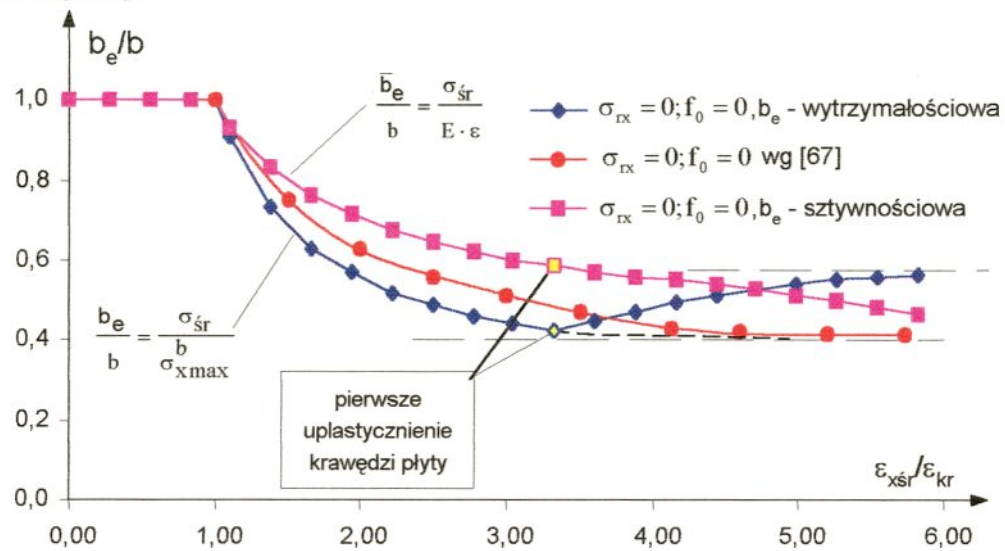
Proponuje się stosowanie szerokości efektywnej sztywnościowej np. $\lambda = 66,6$:

- $b_e = 0,42 \cdot b$ – wytrzymałościowa wyznaczona wg [67],
- $b_e = 0,58 \cdot b$ – wytrzymałościowa,
- $b_e = 0,50 \cdot b$ - sztywnościowa.

Szerokość efektywna sztywnościowa i wytrzymałościowa różnią się od siebie. Przy zachowaniu klasycznej definicji szerokości efektywnej wytrzymałościowej, można sporządzić wykres $b_e(\varepsilon)$ w całym zakresie obciążeń, aż do osiągnięcia przez płytę naprężeń granicznych.

Takie podejście jest możliwe tylko dla przypadków pojawiania się pierwszych stref plastycznych na krawędziach nieobciążonych.

W przypadku uwzględniania całego zakresu obciążeń wykres szerokości efektywnej wytrzymałościowej ma punkt nieciągłości, w miejscu pojawienia się pierwszego uplastycznienia(5.69).



Rys. 5.71. Porównanie sztywnościowej i wytrzymałościowej szerokości efektywnej dla płyty przegubowo podpartej o smukłości $\lambda = 66,6$.

6.3. Nośność dokrytyczna, krótkiego słupa skrzynkowego z kształtowników giętych na zimno

Nośność dokrytyczna słupa skrzynkowego z kształtowników giętych jest zależna od naprężeń własnych uwieczonych ścianach słupa (tabela 6.1).

Tabela 6.1

Względna nośność dokrytyczna przekroju słupa skrzynkowego

Względna nośność dokrytyczna P_{dok}/P_{pl} przekroju słupa skrzynkowego z kształtowników giętych na zimno				
Wymiary słupa: $L = 2000\text{mm}$; $t = 3\text{mm}$; $R_e = 372\text{ MPa}$; $\nu = 0,3$				
$b/t = 40$				
1,00	0,90	0,78	1,00	0,88
$b/t = 66,6$				
0,56	0,65	0,70	0,56	0,53

Dla słupa kwadratowego, o smukłości płytowej $b/t = 40$, naprężenia własne powodują obniżenie nośności dokrytycznej przekroju słupa. Dla ściany ze spoiną w środku naprężenia dokrytyczne są mniejsze o 10% od naprężeń dla słupa o ścianach idealnych, dla ściany z

dwiema spoinami są mniejsze o 22%, a dla ściany z naprężeniami od gięcia na zimno (typu Wenga [144]) są mniejsze o 12%.

Dla słupa kwadratowego, o smukłości płytowej $b/t = 66,6$ naprężenia własne od spawania powodują zwiększenie nośności dokrytycznej przekroju słupa. Dla ściany ze spoiną w środku naprężenia dokrytyczne są większe o 16% od naprężeń dla słupa o ścianach idealnych, a dla ściany z dwiema spoinami są mniejsze o 25%.

Dla słupa kwadratowego, o smukłości płytowej $b/t = 66$, naprężenia własne, od gięcia na zimno (typu Wenga [144]), powodują obniżenie nośności dokrytycznej przekroju słupa o 6%.

6.4. Nośność graniczna i sztywność podłużna krótkiego słupa skrzynkowego z kształtowników giętych na zimno

Nośność graniczną i sztywność podłużną słupa można wyznaczyć w oparciu szerokość efektywną zależną od obciążenia (tab.6.2).

Nośność graniczna słupa jest osiągnięta wtedy, gdy w jednej ze ścian zostaną przekroczone naprężenia graniczne. Jest to początek mechanizmu plastycznego (wg [59]), który prowadzi do zniszczenia słupa.

Opierając się na wynikach badań numerycznych (p.5.1, p.5.2) oraz przyjmując szerokość efektywną sztywnościową za miarę wyężenia ścian, można zbadać wpływ poszczególnych imperfekcji ścian na nośność i zachowanie się słupa.

Nośność graniczna słupa skrzynkowego złożonego z czterech kątowników połączonych spoinami, o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$, jest większa o 29% niż nośność krótkiego słupa skrzynkowego ze ścianami idealnymi i bez naprężeń własnych (rys.5.64).

Tabela 6.2

Względna nośność graniczna słupa skrzynkowego

Względna nośność graniczna P/P_{pl} słupa skrzynkowego z kształtowników giętych na zimno				
Wymiary słupa: L = 2000mm; t = 3mm; R _e = 372 MPa; ν = 0,3				
b/t = 66,6				
0,76	0,98	0,74	0,47	0,49

Uwzględnienie wygięć wstępnych ścian słupa bez naprężeń własnych powoduje zmniejszenie nośności granicznej o 3,1% dla $f_0 = 0,001b$ i o 38% dla $f_0 = t$ w porównaniu do słupa idealnego (rys.5.64).

Uwzględnienie w analizie wygięć wstępnych ścian $f_0 = 0,16b$ i naprężeń własnych zginających wzdłuż grubości w kierunku podłużnym (naprężenia typu Wenga), zmniejsza nośność słupa o 37% w porównaniu do słupa idealnego (rys.5.64).

Dla słupów krótkich, których ściany wybaczają się przed osiągnięciem nośności granicznej słupa, ścieżka równowagi statycznej ma charakter i przebieg podobny do ścieżki równowagi statycznej ściany płyty.

Względna sztywność podłużna słupa skrzynkowego

Względna sztywność $E_s A / EA$ słupa skrzynkowego z kształtowników giętych na zimno				
$b/t = 66,6$				
$\varepsilon = 0,0005$				
1,00	1,00	1,00	0,41	0,61
$\varepsilon = 0,001$				
0,85	1	0,80	0,35	0,53

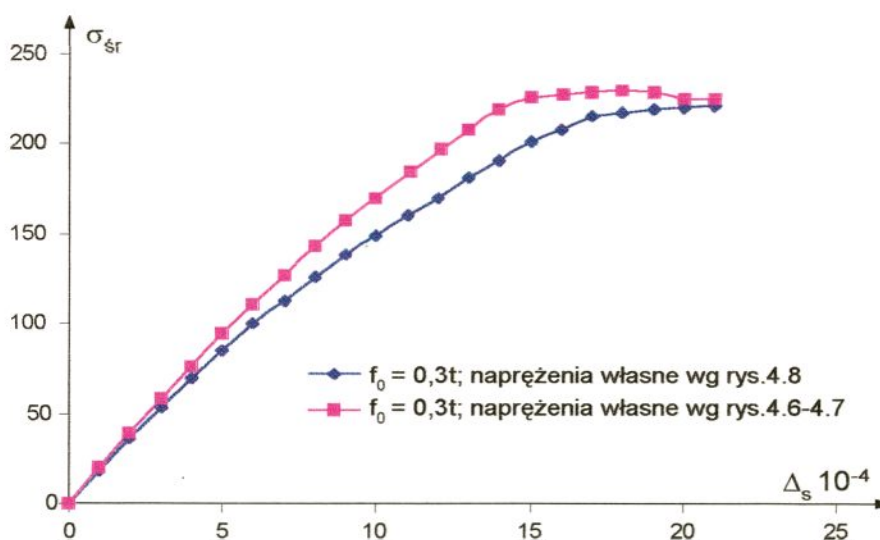
Charakter imperfekcji i naprężeń własnych ścian słupa, ma istotny wpływ na sztywność podłużną słupa i wielkości przemieszczeń (tab.6.3).

Słupy, w których występują ugięcia wstępne ścian równe np. $f_0 = t$, mają sztywność mniejszą prawie o 58%, a uwzględnienie naprężeń własnych typu Wenga powoduje zmniejszenie sztywności podłużnej o 37%. Zmniejszenie sztywności wiąże się ze wzrostem przemieszczeń bocznych słupa (rys.5.64-5.66).

7. PORÓWNANIE WYNIKÓW ANALIZY TEORETYCZNEJ Z WYNIKAMI BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH

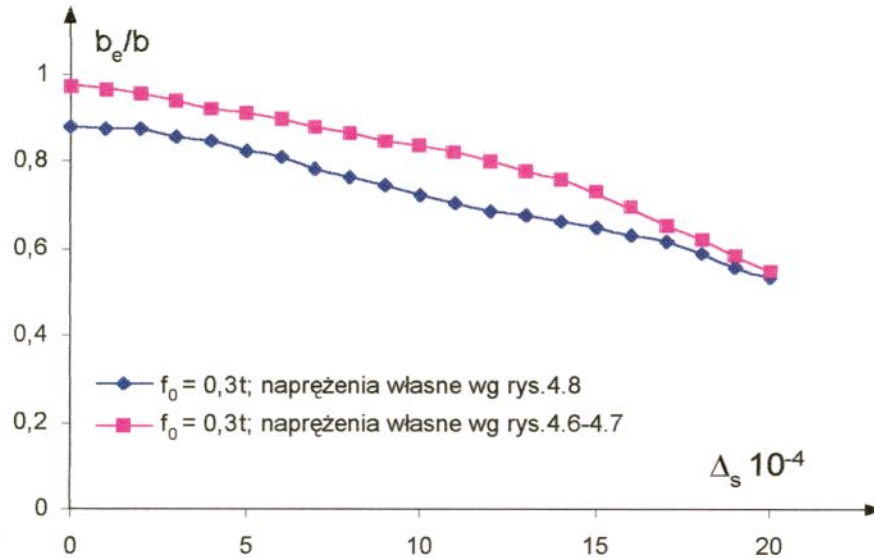
7.1. Analiza wydzielonego pasma płytowego z rzeczywistymi imperfekcjami

Na podstawie badań doświadczalnych (por. p.4) przyjmuje się wydzielone pasmo płytowe o długości równej szerokości słupa pomniejszonej o promień naroży.



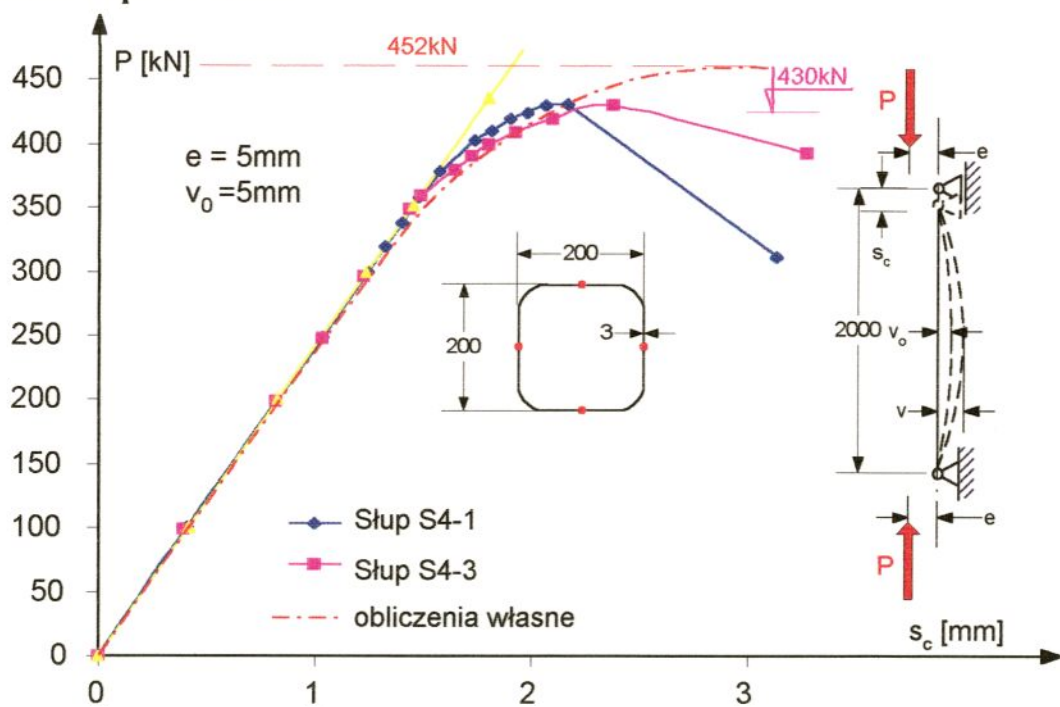
Rys. 7.1. Zależność naprężeń średnich od skrócenia dla płyty równomiernie skracanej swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 66$

Do analizy przyjęto aproksymacje rozkładów i naprężeń własnych otrzymane z badań (rys. 4.46-4.48). W analizie uwzględniono ugięcie wstępne $f_0 = 0.3t$. Granicę plastyczności ścian i naroży słupa przyjęto na podstawie badań (por. p.4): $R_e^{\text{naroż}} = 480 \text{ MPa}$, $R_e = 338 \text{ MPa}$. Wytrzymałość doraźną ścian i naroży słupa przyjęto równą: $R_m = 473 \text{ MPa}$, $R_m^{\text{naroż}} = 552 \text{ MPa}$. Moduł sprężystości podłużnej przyjęto równy $E = 208000 \text{ MPa}$.

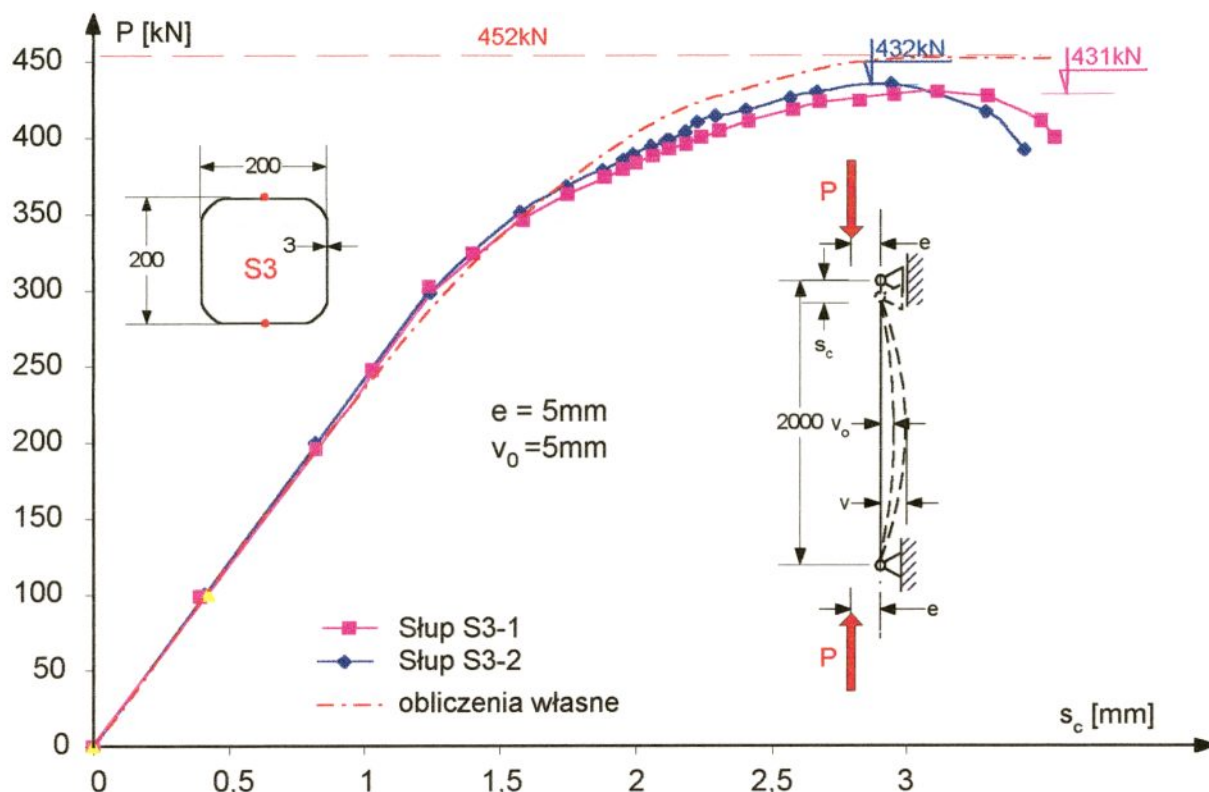


Rys. 7.2. Sztywnościowa szerokość efektywna dla płyty kwadratowej swobodnie podpartej o smukłości płytowej $\lambda = 66$

7.2. Analiza słupów z badań



Rys. 7.3. Porównanie wyników otrzymanych z badań, elementów z serii S4, z wynikami uzyskanymi analitycznie



Rys. 7.4. Porównanie wyników otrzymanych z badań, elementów z serii S3, z wynikami uzyskanymi analitycznie

Przykładowo wykonano obliczenia dla elementów z badań serii: S3 i S4.

W obliczeniach wykorzystano sztywnościową szerokość efektywną (rys.7.2), którą wykorzystano w obliczeniach przemieszczeń i ugięć, korzystając z algorytmu przedstawionego na rysunku 5.62. Otrzymane wyniki numeryczne, porównane z badaniami, przedstawiono na rysunkach 7.3 i 7.4.

Nośność graniczną słupa z kształtowników giętych można określić korzystając ze wzoru Perry'ego-Robertson'a [67]:

$$P_{gr} = 0.5 \cdot \left\{ \left[P_{eff} + (1 + \eta) \cdot P_{Eeff} \right] - \left[\left(P_{eff} + (1 + \eta) \cdot P_{Eeff} \right)^2 - 4 \cdot P_{eff} \cdot P_{Eeff} \right]^{0.5} \right\}, (7.1)$$

gdzie: $P_{eff} = A_{eff} \cdot R_e$, $P_{Eeff} = P_{kr}(J_{eff})$. Współczynnik η przyjmujemy równy wg [67]:

$$\eta = 0,002 \cdot (4 - 3 \cdot Q) \cdot \left(\frac{L}{i} - 20 \right), (7.2)$$

gdzie: $Q = A_{eff}/A$. Zakładamy, że słup osiąga nośność graniczną, wtedy kiedy jedna ze ścian słupa wyczerpuje swoją nośność. Opierając się na szerokości efektywnej sztywnościowej, możemy zapisać:

$\bar{b}_e = 0,54 b$ - dla ściany bez spoiny. Nośność graniczna słupów z serii S3 i S4 wynosi 445 kN.

8. WNIOSKI

- 8.1. Ściany słupa można traktować jako pasma płytowe swobodnie podparte gdy względny promień wygięcia r/t jest mniejszy od 6 (rys.5.5, rys.5.6, rys.5.7, r - wg. rys. 5.3).
- 8.2. Nośność dokrytyczna idealnego słupa ściskanego osiowo, skrzynkowego z kształtowników giętych na zimno w prasie krawędziowej, zależy bezpośrednio od naprężeń spawalniczych powstałych w procesie wytwarzania słupa. Dla słupa o smukłości płytowej $\lambda = 66,6$, złożonego z 4 kątowników, nośność dokrytyczna będzie o 16% większa od nośności dokrytycznej słupa ze ścianami idealnymi (tab.6.1).
- 8.3. Naprężenia spawalnicze i ugięcia wstępne ścian słupa wpływają bezpośrednio na przebiegi ścieżek równowagi statycznej słupów. Słupy, w których występują ugięcia wstępne ścian równe np. $f_0 = t$, mają sztywność podłużną mniejszą prawie o 58%, a uwzględnienie naprężeń własnych typu Wenga powoduje zmniejszenie sztywności podłużnej o 37%. Zmniejszenie sztywności wiąże się ze wzrostem przemieszczeń bocznych słupa (rys.5.64 - 5.66).
- 8.4. Naprężenia własne od gięcia na zimno kształtowników formowanych w prasie krawędziowej są w słupach skrzynkowych niewielkie i można je pominąć w analizie (rys.4.44, 4.45). W analizie należy uwzględniać naprężenia własne od spawania.
- 8.5. Do wyznaczenia pełnej ścieżki równowagi statycznej słupa i nośności granicznej należy stosować wytrzymałościową szerokość efektywną (np. dla badanego słupa S3-1 jest ona równa 0,54 b - rys.7.2).
- 8.6. Wspólny wpływ naprężeń własnych i wygięć wstępnych ścian sprawiają, że nośności graniczne słupów skrzynkowych, złożonych z dwóch ceowników lub czterech kątowników formowanych na zimno w prasie krawędziowej, mogą być prawie identyczne, jak to było w przypadku słupów badanych. Na podstawie wyników badań otrzymano nośność tych słupów taką, jak słupa mającego spoinę w każdej ścianie i ugięcie wstępne ścian $f_0 = 0,2t$ (rys.7.1, rys.7.2, rys.7.4).

9. LITERATURA

- [1] ABDEL-RAHMAN N., SIVAKUMARAN K. S., Material properties models for analysis of cold-formed steel members, Journal of Structural Engineering, Vol. 123, No.9, September 1997, ASCE, str. 1135-1143.
- [2] AISI 1986, Specification for design of cold formed steel structural members, American Iron and Steel Institute.
- [3] ALAMAI B., CHAPMAN J.C., Proc.Inst.Civil.Engrs. 42,347,1969.
- [4] BAEHRE R., Cold-formed steel design and research in Germany, Thin-Walled Structures, 16, 1993, str. 293-305.
- [5] BIEGUS A., Nośność graniczna ściskanych blach faldowych, Seria Monografie Nr 18, Prace Naukowe Instytutu Budownictwa PWr. Nr 38, 1983.
- [6] BIEZUCHOW N. I., Teoria sprężystości i plastyczności, PWN, Warszawa 1957.
- [7] BLEICH F., Buckling strength of metal structures, McGraw-Hill, New York 1959.
- [8] BOGOJAWLENSKIJ N. K., NEUBAUER A., WLADIMIROWITSCH R. V., Technologie der fertigung von Leichtbau-profilen, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1979.
- [9] BOGUICKI W., Budownictwo stalowe, Arkady 1965r.
- [10] BRAHAM M., GRIMMALT J.P., MASSONET CH., MOUTY J., RONDAL J., Buckling of thin-walled hollow sections. Cases of axially-loaded rectangular sections, Acier-Stahl-Steel 1980, No.1, str. 30-36.

- [11] **BROCKENBROUGH R. L.**, Cold-formed steel members - design approaches in the United States, *Thin-Walled Structures*, 16, 1993, str. 307-317.
- [12] **BRÓDKA J.**, Stalowe konstrukcje hal i budynków wysokich, Łódź 1994, Wyd. Politechniki Łódzkiej.
- [13] **BS 5950**, Structural use of steel work in building. Part 5, 1990.
- [14] **CSA S-136**, British Standard Institution, 1975, Cold-Formed Steel Structural Members, Canadian Standard Association.
- [15] **CHAN LAI SIU, KITIPORNCHAI S., AL.-BERMANI A. F. G.**, Elasto-plastic analysis of box-beam columns including local buckling effects, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, No.7, July 1991, ASCE, str. 1946-1962.
- [16] **CRISFIELD M.A.**, Full range analysis of steel plates and stiffened plating under-compression, *Proc.Inst.Civ.Egrs.* 59, 1979.
- [17] **DAŽIEV V.**, Nekotoryje zadaci ustojcivosti plastin i oboloček pri nalici načalnih naprjaženij, *Trudy IV Vsesojuznoj Konferenciji po teorii oboloček i plastin*, Erevan, AN ArmSSR, 1962r.
- [18] **DAST-Richtlinie 016-1992**, Bemessung und konstruktive Gestaltung von Tragwerken aus dünnwandigen kaltgeformtem Bauteilen. 2. Überarbeitete Auflage.
- [19] **DAVISON T. A., BIRKEMOE P. C.**, Column behaviour of cold-formed hollow structural steel shapes, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 10, 1983, str. 125-141.
- [20] **DAVISON R.G., WALKER A.C.**, Post-buckling of geometrically imperfect plates, *Journal of the Structural Division, Proceedings of ASCE*, Vol.98, No.ST1, January 1972.
- [21] **DĄBROWSKI R.**, Interaction formula for ultimate load of box column buckling, VII Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna, *Konstrukcje Metalowe*, Gdańsk 1984, t.1, str. 149-156.
- [22] **DE WOLF J.T., PEKOZ T., WINTER G.**, Local and overall buckling of cold-formed member, *Journal of the Structural Division*, Vol.100, No.ST10, November 1974.
- [23] **DIN 18 800**, Teil 1: Stahlbauten, Bemessung und Konstruktion, November 1990, Teil 2: Stahlbauten, stabilitätsfälle, Knicken von Stäben und stabwerken, November 1990.
- [24] **DJUBEK J.**, Elasto-plastic webs in static and cyclic loading, *Second Regional Colloquium on Stability of Steel Structures*, September 25-26, 1986, Hungary, tom 2, str.41-48.
- [25] **DJUBEK J. KRIVÁČEK**, Statické a cyklické zatažovanie pružno-plastických stien a unava materiálu, *Stavebnický Časopis, Ročník 35, č.9, VEDA*, Bratislava 1987.
- [26] **DUBINA D., GEORGESCU M.**, Interactive buckling curves for thin-walled sections, *Thin-Walled Structures*, 20, 1994, str. 187-201.
- [27] **DUBINA D., GEORGESCU M.**, Interactive buckling of cold-formed thin-walled members, *Structural Stability and Design*, Kitipornchai, Hancock & Bradford, 1995 Balkema, Rotterdam.
- [28] **EC3**, Eurocode no.3, Design of Steel Structures, Part I-General Rules and Rules for Buildings, Commission of the European Communities, Volume 1, Chapter 1 to 9, November 1990.
- [29] **EC3**, Eurocode no.3, Design of Steel Structures, Part I-General Rules and Rules for Buildings, Commission of the European Communities, Volume 2, July 1990.
- [30] **EVSTRATOV A.A.**, O povedenii gibkich plastinok za predelom uprugosti, *Stroitel'naja mekhanika i rasčet sooruzenij*, 1975, No.3, str. 44-48.
- [31] **EVSTRATOV A.A.**, O predelnom sostojanii vnecentrennoszatych gibkich plastinok, *Stroitel'naja mekhanika i rasčet sooruzenij*, 1976, No.6, str. 35-42.
- [32] **FAN Q.S.**, Interaction of buckling modes of panels with symetric cross section, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.115, 1989, No.11, str. 2526-2542.
- [33] **GALKIEWICZ T., ŻELIGOWSKI A.**, Nośność graniczna ścianki równomiernie ściskanej skrzynkowego podzespołu cienkościennego, *Mechanika Teoretyczna i Stosowana*, 3-4, 23, 1985, str.475-483.
- [34] **GANZHA V.G., VOROZHTSOV V.E.**, Numerical solutions for partial differential equations. Problem Solving Using Mathematica 2.2, CRC Press, New York, 1996.
- [35] **GIRKMAN K.**, Dźwigary powierzchniowe, tłum. R. Dąbrowski, Arkady, Warszawa 1957.

- [36] **GRAVES-SMITH T.R.**, The ultimate strength of thin-walled columns of arbitrary length, Thin-Walled Steel Structures, Crosby Lochwood, 1968.
- [37] **GRĄDZKI R.**, Analiza wpływu imperfekcji na zachowanie się i nośność cienkościennych słupów, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Nr 797/1998.
- [38] **GRĄDZKI R., KOWAL-MICHALSKA K.**, Stability in the elasto-plastic range of rectangular plates subjected to the uniaxial compression with unloaded edges clamped, Thin-Walled Structures, 5, 1987.
- [39] **GUO Y.L.**, Local and Overall interactive instability of thin-walled box-section columns, Journal of Constructional Steel Research, 22, 1992, str. 1-19.
- [40] **GUO Y.L., CHEN F. S.**, Elasto-plastic interaction buckling of cold-formed channel columns, Journal of Structural Engineering, Vol. 117, No.8, August 1991, ASCE.
- [41] **GUO Y.L., FUKOMUTO Y.**, Theoretical study of ultimate load of locally buckled stub columns loaded eccentrically, Journal of Constructional Steel Research, Vol.22, No.3, 1996, str. 239-255.
- [42] **HANCOCK G.J., ROGERS C.A.**, Design of cold-formed steel structures of high strength steel, Journal of Constructional Steel Research, No.097,46:1-3,1998.
- [43] **HARDING J.E., HOBBS R.E., NEAL B.G.**, The elasto-plastic analysis of imperfect square plates under in-plane loading, Proc.
- [44] **HASLACH H.W.**, Post-buckling stability of orthotropic, linear elastic, rectangular plates under biaxial loads, International Journal of Mechanical Sciences, Vol.28, No.11,1986,str.739-756.
- [45] **HASSAN K.S., POLYZOIS D., MORRIS G.**, Axial fatigue performance of cold-formed steel sections, Journal of Structural Engineering, Vol. 124, No.2, September1998, ASCE, str. 149-157.
- [46] **INGVARSON L.**, Cold-Forming stresses. Effect on buckling, Third Speciality Conference.
- [47] **JAKUBOWSKI S.**, Analiza stanu zakrytycznego tarczy prostokątnej poddanej działaniu mimośrodowego ściskania i jej zastosowanie do przybliżonego obliczania cienkościennego dźwigara skrzynkowego, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, 3/4, 20, 1982.
- [48] **JANKOWIAK W.**, Konstrukcje Metalowe, PWN, Warszawa-Poznań 1983r.
- [49] **JOEM K.P., THAYAMBALLI A.K., HYUNG K.**, An analytical method for the ultimate compressive strength and effective plating of stiffened panels, Journal of Constructional Steel Research, 49 (1999), str. 43-48.
- [50] **JOMBOCK J.R., CLARK J.W.**, Post-buckling behaviour of plates, Journal of the Structural Division, Proceedings of ASCE, Vol.87, No.ST5, June, 1961.
- [51] **KALYANARAMAN V.**, Local buckling of cold-formed steel members, Journal of the Structural Division, Vol.105, No.ST5, May 1979, str. 813-828.
- [52] **KALYANARAMAN V., SRINIVASANA RAO K.**, Torsional-flexural buckling of singly symmetric cold-formed steel beam columns, Journal of Constructional Steel Research, No.328,46:1,1998.
- [53] **KARMAN TH., SECHLER E. E., DONNEL L.H.**, Strength of thin plate compression, ASME, Translation of APM, 54÷55,1932.
- [54] **KARREN K. W.**, Corner properties of cold-formed steel shapes, Journal of the Structural Division, Vol.93, No.ST1, February 1967, str. 401-431.
- [55] **KARREN K.W., WINTER G.**, Effects of cold-forming on light-gage steel members, Journal of Structural Division, ASCE, Vol.93, No.ST1, February 1967, str. 433-469.
- [56] **KATO B., AOKI H.**, Residual stresses in cold-formed tubes, Journal of Strain Analysis, Vol.13, No.4, 1978, str. 193-204.
- [57] **KĄCKI E.**, Równania różniczkowe cząstkowe w zagadnieniach fizyki i techniki, WNT, wyd.4, Warszawa 1995.
- [58] **KEY W.P., HANCOCK J.G.**, A theoretical investigation of the column behaviour of cold-formed square hollow sections, Thin-Walled Structures, 16, 1993, str.31-64.

- [59] **KEY W.P., HASAN S. W., HANCOCK G. J.**, Column behaviour of cold-formed hollow sections, *Journal of Structural Engineering*, Vol.114, No.2, February 1988, ASCE, str. 300-407.
- [60] **KLÖPPEL E.H.K., SCHMIED R., SCHUBERT I.**, Die Traglast mittig und außermittig gedrückter dünnwandiger Kastenträger unter Verwendung der nichtlinearen Beultheorie. Teil I: Analytische Behandlung, *Der Stahlbau* 1966, H.11, str. 321-337.
- [61] **KLÖPPEL K., SCHMIED R., SCHUBERT I.**, Die Traglast mittig und außermittig gedrückter dünnwandiger Stützen mit kastenförmigem Querschnitt, *Der Stahlbau* 1969, H.1, str. 9-19, H.3, str.73-83.
- [62] **KLÖPPEL K., SCHUBERT I.**, Die Traglast mittig und außermittig gedrückter dünnwandiger Stützen mit kastenförmigem Querschnitt im überkritischen Bereich, *Veröffentlichungen des Instituts für Statik u, Stahlbau der TH Darmstadt*, H.13, 1971.
- [63] **KMIECIK M.**, Przyrostowe równania nieliniowej teorii płyt z naprężeniami i ugięciami początkowymi w zakresie sprężysto-plastycznym materiału, *Mechanika Teoretyczna i Stosowana* 1/2, 22, 1984, str.235-253.
- [64] **KOWAL-MICHALSKA K.**, Obciążenia krytyczne płyt prostokątnych w obszarze niesprężystym, *Mechanika Teoretyczna i Stosowana*, 3, 27, 1989, str.515-528.
- [65] **KOWAL-MICHALSKA K.**, Nośność graniczna i stan zakrytyczny w obszarze sprężysto-plastycznym ściskanych płyt ortotropowych, *Zeszyty Naukowe, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej*, Łódź 1995.
- [66] **KREUTZ J.St., HALLER W.**, Zur Einstufung von rechteckigen und quadratischen Hohlprofilen in DIN 18800 Teil 2, *Der Stahlbau* 1988, 57, H.5, str. 129-134.
- [67] **KRÓLAK M.**, praca pod red., Stany zakrytyczne i nośność graniczna cienkościennych dźwigarów o ścianach płaskich, *PWN, Warszawa-Łódź* 1990.
- [68] **KRÓLAK M.**, praca pod red., Stateczność, stany zakrytyczne i nośność cienkościennych konstrukcji o ortotropowych ścianach płaskich, monografie, *Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej*, Łódź 1995.
- [69] **KRÓLAK M., KOŁAKOWSKI Z.**, Stateczność i praca w zakresie zakrytycznym cienkościennych dźwigarów skrzynkowych poddanych zginaniu i ściskaniu (rozciąganiu), *Archiwum Budowy Maszyn*, tom XXVIII, 1981, zeszyt 2, str. 131-143.
- [70] **KUBICA E.**, Optymalne smukłości stalowych słupów spawanych obciążonych osiowo, W: VI Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna Konstrukcje Metalowe, Katowice 1979, t.1, str.109-117.
- [71] **KUBICA E.**, Wpływ imperfekcji ścianek słupa pełnościenneo o przekroju zamkniętym na jego nośność graniczną, W: VII Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna Konstrukcje Metalowe, Gdańsk 1984, t.1, str.228-235.
- [72] **KUBICA E.**, Ugięcia ściskanych mimośrodowo słupów skrzynkowych o przekrojach odkształcalnych, W: VIII Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna Konstrukcje Metalowe, Gdańsk 1989, t.2, str.92-96.
- [73] **KUBICA E.**, Identyfikacja doświadczalna warunków pracy ścianek stalowych słupów skrzynkowych, W: *Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej* nr 55, Konferencje nr 18, Wrocław 1989, str. 89-95.
- [74] **KUBICA E.**, Nośność graniczna i sztywności słupów stalowych o przekrojach skrzynkowych zamkniętych, *Seria Monografie Nr 25, Prace Naukowe Instytutu Budownictwa PWr* Nr 60, 1991.
- [75] **KUBICA E.**, Längssteifigkeit der Stahlstützen mit kastenförmigem Querschnitt - in *Proceeding of an Interuniversity Research Seminar, Research on building structures and building physics*, Eindhoven University of Technology, 18-22 November 1992, s. 273-280.
- [76] **KUBICA E.**, Die Tragfähigkeit von dünnwandigen Kastenförmigen Stahlstützen mit polygonalem regelmässigem Querschnitt, *Proceedings of the Third Interuniversity Research Conference. Szklarska Poręba* 22-26 November 1994, *Prace Naukowe Instytutu Budownictwa PWr* Nr 68, Konferencje 21, str. 129-136.

- [77] **KUBICA E.**, Jednolita formuła nośności słupów stalowych o przekrojach zamkniętych w świetle badań modelowych, XLI konf. KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1995, t.3., str.53-60.
- [78] **KUBICA E.**, Sztywność podłużna prętów skrzynkowych w analizie sprężysto-plastycznej. W: IX Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna Konstrukcje Metalowe, Kraków 1995, t.2, str.37-44.
- [79] **KUBICA E., IGNATOWICZ R.L.**, Modeling of cross sections of compressed thin-walled steel box columns as reflected in limit equilibrium paths,
- [80] **KUBICA E., RYKALUK K.**, Badania wpływu spawania na nośność wyboczenia giętnego słupów, etap I i II, Raporty Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, seria SPR nr 37/84 i 31/85.
- [81] **KUBICA E., RYKALUK**, Wymiarowanie stalowych słupów spawanych obciążonych osiowo, W: Konferencja Naukowa AP-78, Białystok 1978, str.211-219.
- [82] **KUBICA E., RYKALUK K.**, Predelnaja nagruzka vnecentrenno szatogo korobčatogo sterznja s deformiruемым sečeniem, Stroitel'naja Mechanika i Rasčet Sooruzenij, 1987, No.6, str.54-57.
- [83] **KUBICA E., RYKALUK K.**, Paths of limit equilibrium of welded thin-walled box column. Stability of Steel Structures, Tihany, Hungary 1990, Vol.3, str. 285-292.
- [84] **LANDOLFO R., MAZZOLANI F.M.**, The influence of the variation through the thickness of residual stresses in tubular columns, Journal of Constructional Steel Research, No.19, 1991, str.49-57.
- [85] **LEVY S.**, Bending of rectangular plates with large deflections, NACA, Report No.737, 1942.
- [86] **LIEW K.M., WANG C.M.**, Elastic buckling of regular polygonal plates, Thin-Walled Structures, 2, 1995, str.163-173.
- [87] **LIND N.C., SCHROFF D.K.**, Utilization of cold work in cold-formed steel, Journal of Structural Division, ASCE, Vol.101, No.ST1, January 1975, str.67-78.
- [88] **LITTLE G.H.**, Rapid analysis of plate collapse by live-energy minimisation, Rapid analysis of plate collapse by live-energy minimisation, Int.J.mech.Sci.Vol.19, 1977r., str.725-744.
- [89] **LITTLE .G.H.**, Large deflection analysis of orthotropic plates-adaptation of Coan's method, Vol.30, No.1, 1988, str.31-42.
- [90] **LUKAŠ P.A.**, Osnovy nelinejnoj stroitel'noj mechaniki, Moskva 1967.
- [91] **MACHÁČEK J.**, Elasto-plastic buckling of unstiffened plates in compression, Second Regional Colloquium on Stability of Steel Structures, September 25-26, 1986, Hungary, tom 2, str.100-107.
- [92] **MALININ I.N.**, Příkladnaja teorija plastičnosti i polzučesti, Moskva 1968.
- [93] **MAQUOI R., RONDAL J.**, Analytical formulation of the new european building curves, Acier-Stahl-Steel, No.1, 1978, str.23-28.
- [94] **MAQUOI R., RONDAL J.**, Parametric study of imperfect compressed plates, Second Regional Colloquium on Stability of Steel Structures, September 25-26, 1986, Hungary, tom 1, str.117-125.
- [95] **MARGUERRE K., TREFFTZ E.**, The apparent width of the plate in compression, NACA TM, No. 833, 1937.
- [96] **MARSH C.**, Influence of bend radii on local buckling in cold formed shapes, Journal of Structural Engineering, Vol. 123, No.12, December 1997, ASCE, str. 1686-1689.
- [97] **MENDERA Z.**, Uniform approach to metal Structures stability design, Journal of Constructional Steel Research, No.19, 1991, str.67-78.
- [98] **MENDERA Z.**, Interakcyjne kryteria stateczności płyt i powłok metalowych w złożonych stanach naprężenia, Inżynieria i Budownictwo, Nr2, 1993, str.50-53.
- [99] **MENDERA Z.**, Współdziałanie imperfekcji w stalowych prętach ściskanych, Inżynieria i Budownictwo, Nr9, 1997, str.459-461.
- [100] **MIGITA Y., AOKI T., FUKOMUTO T.**, Local and interaction buckling of polygonal section steel columns, Journal of Structural Engineering, Vol. 118, No.10, October 1992, ASCE, str.2659-2675.
- [101] **MORAWIECKI M., SADOK L., WOSIEK E.**, Przeróbka plastyczna. Podstawy teoretyczne, wydanie 2, Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1986.

- [102] **NALESZKIEWICZ J.**, Zagadnienia stateczności sprężystej, Wydawnictwa Komunikacyjne, Warszawa 1953.
- [103] **NARAYANAN R., CHAN S.L.**, Effective widths of plates under uniformly varying edge displacements, *International Journal of Mechanical Sciences*, ASCE, Vol.28, No.6, 1986, str.293-409.
- [104] **NOVIKOV B.I., GARF E.F.**, Pročnost gnutyh profilej iz nizkouglerodistoj stali, *Avtomatičeskaja svarka*, 1967, No.5.
- [105] **PARIMI S.R., LIND N.C.**, Limit states basis for cold-formed steel design, , *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol.102, No.ST3, March 1976.
- [106] **PN-90/B-03200**, Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [107] **PRODANOV K.**, Effective width formulas for plates in compression and bending, W: VII Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna Konstrukcje Metalowe, Gdańsk 1984, t.1, str. 181-284.
- [108] **PROSKURINA B.M.**, Ustojčivost prjamougolnych gibkich plastinok iz nelinejno-uprugich materialov, *Trudy IV Vsesojuznoj Konferencji po teorii oboloček i plastin*, Erevan, AN ArmSSR, 1962r.
- [109] **RANGELOV N.**, On effective stiffness of slender steel sections for deflection calculations, *Thin-Walled Structures*, Vol.25, No.3, 1996, str.171-183.
- [110] **RHODES J., FOK W.C.**, Postbuckling behaviour of plates with discontinuous change of thickness, *International Journal of the Mechanical Sciences*, Vol.19, 1977, str.603-618.
- [111] **RHODES J., HARVEY J.**, Examination of plate post-buckling behaviour, *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol.103, No.EM3, June 1977, str.461-478.
- [112] **RONDAL J.**, Thin-walled structures, *Second Regional Colloquium on Stability of Steel Structures*, September 25-26, 1986, Hungary, tom 1, str.269-292.
- [113] **RONDAL J.**, On effective width of stiffened and unstiffened elements, *Second Regional Colloquium on Stability of Steel Structures*, September 25-26, 1986, Hungary, tom 1, str.293-298.
- [114] **RONDAL J. BATISTA E.**, Stability problem of thin-walled cold-formed steel columns, *Stavebnicky Časopis*, 36, 1988, nr7, str.613-623.
- [115] **RONDAL J., WÜRKER K.G., DUTTA D., WARDENIER J., YEOMANS N.**, Structural stability of hollow sections, *Comité International pour le DEVELOPPEMENT et l'Etude de la Construction Tubulaire*, Köln: Verl. TÜV Rhehland, 1992.
- [116] **ROORDA J.**, Buckling behaviour of thin-walled columns, *Canadian Journal of Civil Engineering*, No.15, 1988, str.107-116.
- [117] **RYKALUK K.**, Pozostające naprężenia spawalnicze w wybranych stanach granicznych nośności, *Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej*, 29, Seria: Monografie 11, Wrocław 1981.
- [118] **SCHAFER B., PEKOZ T.**, Geometric imperfection and residual stress for use in the analytical modeling of cold-formed steel members, *Experimental model Research and Testing of Thin-Walled Structures*, Prague, Czech Republic, September 22-24, 1997.
- [119] **SENCZYK D.**, Naprężenia własne. Wstęp do generowania, sterowania i wykorzystania, *Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej*, Poznań 1996.
- [120] **SHERBOURE A.N., HAYDL H.M.**, Carrying capacity of edge-compressed rectangular plates, , *Canadian Journal of Civil Engineering*, No.7, 1980, str.19-26.
- [121] **SHERBOURNE A.N., KOROL R.M.**, Post-buckling of axially compressed plates, *Journal of the Structural Division*, Vol.98, No.ST10, October 1972.
- [122] **SULLY R.M., HANCOCK J.**, Behaviour of cold -formed SHS beam-columns, *Journal of Structural Engineering*, Vol.122, no.3, March 1996.
- [123] **SWEDISH CODE FOR LIGTH-GAUGE METAL STRUSTURES**, National Swedish Committee on Regulations for Steel Structures, 1982.
- [124] **SZAPIRO L.A.**, Ob učetie upročnenija stali v gnutyh profilach, *Stroitel'naja mehanika i rasčet sooruzenij*, 1/1975r., str. 58-61.

- [125] **TIMOSZENKO S.P., GOODIER J.N.**, Teoria sprężystości, wyd. II, wyd. Arkady, Warszawa 1962.
- [126] **TIMOSZENKO S.P., GERE J.M.**, Teoria stateczności sprężystej, wydanie II, wyd. Arkady, Warszawa 1963.
- [127] **TROFIMOV V. I.**, Isledovanie i rasčet novych tipov metalličeskich opor linij elektroperedaci, Energia, Moskva 1969.
- [128] **USAMI T.**, Post-buckling of plates in compression and bending, Journal of Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, ASCE, Vol.108, No.ST3, March 1982, str.591-609.
- [129] **VAN der NEUT A.**, The interaction of local buckling and column failure of thin-walled compression members, XX International Congress of Applied Mechanics, Stanford University, 1968, str.389-399.
- [130] **VOLMIR A.S.**, Gibkije plastinki i oboločki, GITTL, Moskva, 1956.
- [131] **VOLMIR A.S.**, Ustojčivost deformiruemych sistem, Izdatelstvo Nauka, Moskva 1967.
- [132] **WEBB S.E., DOWLING P.J.**, Large-deflection elasto-plastic behaviour of discretely stiffened plates, Proc. Instn. Civ. Engrs., Part 2, 69, June 1980, str.375-401.
- [133] **WEIN-WEN YU**, Cold-formed steel structures. Design analysis construction, MC Graw Hill Company, New York 1985.
- [134] **WEISS S., LEDZION-TROJANOWSKA Z.**, Koncepcja obliczania na wyboczenie kształtowników giętych z uwzględnieniem efektu wzmocnienia plastycznego, str.301-306. Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna, Konstrukcje Metalowe, Gdańsk, 1984.
- [135] **WEISS S., ŚLIWIŃSKA E.**, Obliczanie nośności nad krytycznej stalowych słupów skrzynkowych, Inżynieria i Budownictwo, Nr 6, 1986, str. 196-200.
- [136] **WEI-WEN Y., LIU V.U, MACKINNEY W. M.**, Structural behaviour of thick cold-formed steel members, Journal of the Structural Division, Vol.100, No.ST11, November 1974.
- [137] **WENG C.C.**, Effect of residual stress on cold-formed steel column strength, , Journal of Structural Engineering, Vol.117, No.6, June 1991, ASCE, str.1622-1640.
- [138] **WENG C.C., LIN C.P.**, Study on maximum strength of cold-formed steel columns, , Journal of Structural Engineering, Vol.118, No.1, January 1992, ASCE, str.128-140.
- [139] **WENG C.C., PEKOZ T.**, Compression tests of cold-formed steel columns, Journal of Structural Engineering, Vol.116, No.5, May 1990, ASCE, str.1230-1246.
- [140] **WENG C.C., PEKOZ T.**, Residual stresses in cold-formed steel members, Journal of Structural Engineering, Vol.116, No.6, June 1990, ASCE, str.1611-1625.
- [141] **WENG C.C., WHITE R.N.**, Cold-bending of thick high-strength steel plates, , Journal of Structural Engineering, Vol.116, No.1, January 1990, ASCE, str.40-54.
- [142] **WENG C.C., WHITE R.N.**, Residual stress in cold-bent thick steel plates, Journal of Structural Engineering, Vol.116, No.1, January 1990, ASCE, str.24-39.
- [143] **WIERZCHOWSKI P.**, Wymiarowanie plastyczne konstrukcji okrętowych, Wyd. Morskie Gdańsk 1981.
- [144] **WIŚNIEWSKI L.**, Miejscowa utrata stateczności środnika metalowego pręta z uwzględnieniem współpracy pasów, Archiwum Inżynierii Lądowej, Tom XI-2/1965.
- [145] **WIŚNIEWSKI L., KUBICA E.**, Podstawowe cechy mechaniczne niektórych stopów metalowych, Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, Nr5, 1971.
- [146] **WOLFRAM S.**, Mathematica. A system for Doing Mathematics by Computer, Second Edition, Addison-Wesley Publishing Company, July 1993.
- [147] **WYTYCZNE OBLICZEŃ I PROJEKTOWANIA KONSTRUKCJI STALOWYCH Z Kształtowników giętych**, Część I i II, Centralny Ośrodek Badawczo-Projektowy Konstrukcji Metalowych „Mostostal”, Warszawa 1980.
- [148] **YAMAKI N.**, Postbuckling behaviour of rectangular plates with small initial curvature loaded in edge compression, Journal of Applied Mechanics. Translations of the ASME, September 1959, str. 407-414.
- [149] **YENER M., PEKOZ T.**, Limit design in cold-formed steel, , Journal of Structural Engineering, Vol.109, No.9, September 1983, ASCE, str.2033-2047.

- [150] **YONG LIN PI, TRAHAI N.S.**, Lateral buckling strengths of cold-formed rectangular hollow sections, *Thin-Walled Structures*, No.22, 1995, str.71-95.
- [151] **YOUNG B., RASMUSSEN K.**, Design of lipped channel columns, *Journal of Structural Engineering*, Vol.124, No.2, May 1998, ASCE, str.140-148.
- [152] **YOUNG B., RASMUSSEN K.**, Tests of fixed-ended plain channel columns, *Journal of Structural Engineering*, Vol.124, No.2, May 1998, ASCE, str.131-139.
- [153] **ZAMECNIK F.J.**, Errors in utilization of cold-formed steel members, *Journal of the Structural Division*, Vol.106, No.ST12, December 1980.

SPIS TREŚCI

1. WSTĘP.....	2
1.1. Geneza tematu	2
1.2. Przedmiot, cel i zakres pracy	2
1.3. Ważniejsze oznaczenia	3
2. AKTUALNY STAN WIEDZY	5
2.1. Wytwarzanie i właściwości materiału kształowników giętych na zimno	5
2.2. Naprężenia własne w kształownikach giętych na zimno	12
2.3. Naprężenia krytyczne ścian kształowników giętych na zimno	23
2.4. Stan nadkrytyczny ściany słupa skrzynkowego	33
2.5. Badania słupów złożonych z elementów giętych na zimno	43
2.6. Podsumowanie	66
3. TEZY PRACY	67
4. BADANIA MODELOWE.....	68
4.1. Wstęp	68
4.2. Modele słupów i elementów próbnych	68
4.3. Stanowisko badawcze i urządzenia pomiarowe	77
4.4. Program i przebieg badań	78
4.5. Wyniki badań	87
4.6. Analiza wyników badań	100
4.6.1. Rozkład granicy plastyczności w przekroju słupa	100
4.6.2. Ugięcia wstępne	101
4.6.3. Rozkłady naprężeń wstępnych	101
4.6.4. Nośności i zachowanie się słupów	104
4.7. Wnioski z badań	105
5. BADANIA TEORETYCZNE I NUMERYCZNE	106
5.1. Stan dokrytyczny wydzielonego pasma płytowego z uwzględnieniem naprężeń własnych	106
5.1.1. Wpływ wielkości naroża kształownika giętego na zimno	106
5.1.2. Naprężenia krytyczne pasma płytowego w stanie sprężystym z uwzględnieniem naprężeń własnych	116
5.1.3. Naprężenia krytyczne pasma płytowego z uwzględnieniem naprężeń własnych i nieliniowości fizycznej	121
5.2. Stan nadkrytyczny wydzielonego pasma płytowego z uwzględnieniem nieliniowości fizycznej i geometrycznej	125
5.3. Nośność graniczna i sztywność podłużna słupów z kształowników giętych na zimno	156
6. ANALIZA TEORETYCZNA ELEMENTÓW BADANYCH.....	159
6.1. Stan dokrytyczny ściany słupa	159
6.2. Stan nadkrytyczny ściany słupa	160
6.3. Nośność dokrytyczna krótkiego odcinka słupa skrzynkowego z kształowników giętych na zimno	162
6.4. Nośność graniczna i sztywność podłużna słupa skrzynkowego z kształowników giętych na zimno	163
7. PORÓWNANIE WYNIKÓW ANALIZY TEORETYCZNEJ Z WYNIKAMI BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH.....	164
7.1. Analiza wydzielonego pasma płytowego z rzeczywistymi imperfekcjami	164
7.2. Analiza słupów z badań	165
8. WNIOSKI	167
9. LITERATURA	167

