

Makroekonomiczna neoklasyczna funkcja produkcji

Tom 2

Ewolucja – Kontrowersje – Zastosowania

Stanisław Czaja

Makroekonomiczna neoklasyczna funkcja produkcji

Tom 2

Ewolucja – Kontrowersje – Zastosowania



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2024

Recenzent

Elżbieta Teresa Mączyńska-Ziemacka

Redaktor Wydawnictwa

Dorota Pitulec

Korektor

Barbara Łopusiewicz

Skład i łamanie

Małgorzata Myszkowska

Projekt okładki

Beata Dębska

Na okładce wykorzystano zdjęcie z zasobów 123 Royalty Free

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

Wrocław 2024

Nota copyright obowiązuje do 30 listopada 2025.

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie wymaga pisemnej zgody Wydawcy

Od 1 grudnia 2025 publikacja dostępna na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa-Na tych samych warunkach 4.0 Międzynarodowe (CC BY-SA 4.0). Skrócona treść licencji na <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.pl>



ISBN 978-83-7695-803-3 (całość)

ISBN 978-83-68394-23-8 (tom 2, wersja drukowana)

ISBN 978-83-68394-24-5 (tom 2, wersja elektroniczna)

DOI: 10.15611/2024.24.5

Cytuj jako: Czaja, S. (2024). *Makroekonomiczna neoklasyczna funkcja produkcji. Tom 2. Ewolucja – kontrowersje – zastosowania*. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.

Stanisław Czaja ORCID: 0000-0002-2878-5781

Druk i oprawa: TOTEM

Spis treści

Uwagi wstępne	7
1. Ewolucja modelu funkcji produkcji.....	11
1.1. Prekursorskie koncepcje modelu funkcji produkcji z przełomu XIX i XX wieku	13
1.2. Model funkcji produkcji Cobba-Douglasa i jego modyfikacje z lat trzydziestych oraz czterdziestych XX wieku	19
1.3. Funkcja produkcji z egzogenicznym postępem technicznym ...	24
1.4. Współczesne modyfikacje modelu funkcji produkcji.....	35
2. Kontrowersje wokół modelu funkcji produkcji	42
2.1. Etapy ewolucji kontrowersji wokół modelu funkcji produkcji..	42
2.2. Dyskusje wokół możliwości zbudowania modelu funkcji produkcji w okresie prekursorskim	47
2.3. Spory wokół koncepcji funkcji produkcji Ch. Cobba i P. Douglasa	50
2.4. Spór wokół teorii kapitału i jego znaczenie dla modelu funkcji produkcji	54
2.5. Rozwój teorii kapitału ludzkiego a model funkcji produkcji.....	66
2.6. Dyskusja nad postępem technicznym w kontekście modelu funkcji produkcji	76
2.7. Model funkcji produkcji – dyskusja w literaturze polskiej	82
2.8. Egzogeniczność a endogeniczność w modelu funkcji produkcji	92
3. Wybrane typowe i nietypowe przykłady zastosowania neoklasycznej makroekonomicznej funkcji produkcji w teorii ekonomii i w praktyce gospodarczej	95
3.1. Wykorzystywanie modelu makroekonomicznej funkcji produkcji w teoriach wzrostu gospodarczego	96
3.2. Próba skonstruowania makroekonomicznej energetycznej funkcji produkcji	100
3.3. Endogeniczna funkcja produkcji P. Romera	106

4. Perspektywy wykorzystywania funkcji produkcji w przyszłych badaniach ekonomicznych	109
4.1. Powszechność i zakres wykorzystywania modelu funkcji produkcji w ekonomii	110
4.2. Problemy formalno-obrachunkowe modelu funkcji produkcji	113
4.3. Problemy precyzyjności szacowania parametrów modelu funkcji produkcji i ich interpretacja	118
4.4. Wyzwania informacyjno-agregacyjne modelu funkcji produkcji	121
Zakończenie	126
Bibliografia	132
Spis rysunków	142
Spis tabel.....	143
Skorowidz rzeczowy	144
Skorowidz nazwisk.....	150
Abstract.....	154

Uwagi wstępne

Funkcja produkcji, mimo wielu krytycznych uwag dotyczących jej założeń, postaci analitycznych i możliwości interpretacyjnych, należy do najczęściej prezentowanych i wykorzystywanych modeli ekonomicznych. Świadczy o tym zarówno obszerna literatura problemu, jak i częstotliwość stosowania różnych postaci tego modelu w badaniach empirycznych. Dyskusja towarzysząca funkcji produkcji wpłynęła na znaczny rozwój badań nad tego typu klasą modeli, przyczyniając się do powstania wielu oryginalnych i udoskonalonych wersji funkcji produkcji oraz do rozwoju teorii wzrostu gospodarczego czy, szerzej, ekonomii.

Makroekonomiczna funkcja produkcji zrobiła zawrotną karierę w ekonomii, chociaż przeciwnicy wytykali jej liczne uproszczenia i niski poziom użyteczności praktycznej. Od pojawienia się tej idei minęło prawie półtora wieku, a od pierwszych prób empirycznego wdrożenia mija stulecie. W literaturze polskiej i międzynarodowej można znaleźć dziesiątki tysięcy opracowań, książek i artykułów, które opierały się na tym modelu czy odwoływały się do niego. Najczęściej były to próby empiryczno-statystycznej weryfikacji postaci funkcji produkcji, znacznie rzadziej rozważania teoretyczne z wykorzystaniem jakiejś formuły modelu. Gdyby popatrzeć na te próby przez pryzmat śladów, jakie zostawiły w literaturze ekonomicznej, zdecydowanie „wygrywają” opracowania teoretyczne. One właściwie doprowadziły do: (1) powstania kolejnych klas modeli funkcji produkcji; (2) sprecyzowania i wyjaśnienia wielu założeń leżących u podstaw modeli funkcji produkcji; (3) istotnego wzbogacenia interpretacji parametrów modelu, a także relacji pomiędzy zmiennymi zależnymi, niezależnymi i parametrami oraz (4) wielu interesujących dyskusji, jak m.in.: inicjatorski spór wokół idei funkcji produkcji, krytyka pierwszych prób empirycznej weryfikacji modelu, słynny spór wokół możliwości zastosowania funkcji produkcji w gospodarce socjalistycznej, a także dyskusja wokół tzw. endogenicznej teorii wzrostu (rozwoju) gospodarczego.

Nie można również zapomnieć o bardziej szczegółowych sporach wokół interpretacji parametrów modelu zakresu zastosowania funkcji produkcji przy badaniu zjawisk ekologiczno-ekonomicznych, kapitału ludzkiego i kapitału społecznego.

Prace empiryczno-statystyczne łatwiej jest przygotować, ale ich walory poznawcze są znacznie bardziej ograniczone, zarówno problemowo, jak i przestrzennie czy czasowo. Najczęściej traktuje się je jako próby empirycznej weryfikacji funkcji produkcji, rzadziej jako deskrypcję kształtowania się zjawisk czasowo lub przestrzennie. W większości przypadków ich walory ograniczają się do kilku wniosków, nie zawsze jednoznacznych. Użyteczność predykcyjna jest zwykle jeszcze mniejsza lub bardziej ogólna ze względu na makroekonomiczny charakter modelu. Zalety predykcyjno-decyzyjne częściej związane są z podejściem mikroekonomicznym do modeli funkcji produkcji.

Zastanawiając się nad walorami modelu funkcji produkcji, warto pamiętać, że daje on zarówno mikro-, jak i makroekonomiczną perspektywę interpretacji zjawisk oraz zależności ekonomicznych. Z mikroekonomicznego punktu widzenia funkcja produkcji charakteryzuje pojedyncze procesy produkcji mikro-mikro lub procesy realizowane w pojedynczych podmiotach gospodarczych (mikroekonomicznych). Już procesy wytwarzania związane z pojedynczymi rynkami mogą budzić wątpliwość, ponieważ oznaczają agregację po podmiotach. W przypadku podejścia mikroekonomicznego nieco łatwiej jest uniknąć wyzwań związanych z jednorodnością czynników produkcji, porównywalnością technik wytwarzania czy z różnicami temporalnymi.

Pojedynczy proces produkcji można szczegółowo opisać, wykorzystując indywidualne charakterystyki poszczególnych elementów czynników wytwórczych. Jest to szczególnie istotne w przypadku dóbr kapitałowych. Można oczywiście przyjąć upraszczające założenie, że produkt i uczestniczące w jego wytworzeniu czynniki produkcji są pieniężnie zwaloryzowane i w tej wersji funkcji produkcji odzwierciedla ona relacje pomiędzy nimi, ale wówczas pojawiają się wszystkie wyzwania teorii kapitału znane ze sporu Cambridge kontra Cambridge¹.

Opracowanie jest drugą częścią dwutomowej pracy poświęconej modelowi makroekonomicznej funkcji produkcji, który należy do najpopularniejszych koncepcji współczesnej myśli ekonomicznej. Przedstawiona Czytelnikowi monografia dotyczy trzech aspektów, a mianowicie: ewolucji samego modelu, pojawiających się wokół niego kontrowersji oraz prezentacji niektórych zastosowań praktycznych. Tym samym stanowi uzupełnienie dotychczasowych rozważań nad genezą i istotą modelu makroekonomicznej funkcji produkcji, jego założeniami i klasami zamieszczonymi w tomie pierwszym z 2020 roku.

Praca składa się z czterech rozdziałów. W rozdziale pierwszym: *Ewolucja modelu funkcji produkcji* przedstawiono m.in. prekursorskie koncepcje tego modelu, które pojawiły się na przełomie XIX oraz XX stulecia. Zaprezentowano również słynną pierwszą próbę oszacowania modelu na bazie danych

¹ Spór ten został omówiony bardzo interesująco w pracach (Harcourt, 1975; Osiatyński, 1978). Szeroko do jego aspektów odwołuje się również w pracy (Czaja, 2020a).

empirycznych, podjętą przez Ch. Cobba i P. Douglasa, a także kolejne jego ważniejsze modyfikacje. Dotyczyły one m.in. badań wpływu egzogenicznego postępu technicznego i współczesnych prób endogenizacji tego postępu czy podejścia od strony „fizykalizacji” poprzez wprowadzenie energetycznej funkcji produkcji.

W rozdziale drugim: *Kontrowersje wokół modelu funkcji produkcji* skupiono się na wyróżnieniu etapów ewolucji tych kontrowersji wokół modelu, a następnie omówiono wybrane wieloletnie dyskusje nad nim. Ta skrócona prezentacja podyktowana została m.in. faktem istnienia doskonałych i obszernych prac z tego zakresu w literaturze polskiej. Nie sposób tu pominąć zwłaszcza książek: G. Harcourta *Spory wokół teorii kapitału* z 1975 roku, J. Epaminondasa Osiatyńskiego *Kapitał, podział, wartość* z 1978 roku oraz B. Fiedora *Neoklasyczna teoria postępu technicznego* z 1986 roku. Pewnym uzupełnieniem słynnych sporów wokół neoklasycznego makroekonomicznego modelu funkcji produkcji są rozważania z zakresu związków z koncepcją kapitału ludzkiego czy postępu technicznego. W rozdziale drugim podjęto również próbę przedstawienia kwestii egzo- i endogeniczności zjawisk w ramach modelu makroekonomicznej funkcji produkcji. Całość zagadnień zamyka prezentacja głównych etapów sporu wokół tego modelu w polskiej literaturze lat sześćdziesiątych i siedemdziesiątych XX wieku.

W rozdziale trzecim: *Wybrane typowe i nietypowe przykłady zastosowania neoklasycznej makroekonomicznej funkcji produkcji w teorii ekonomii i w praktyce gospodarczej* przybliżono trzy próby implementacji modelu, a mianowicie: (1) wykorzystanie makroekonomicznej funkcji produkcji w teoriach wzrostu gospodarczego; (2) stworzenie modelu energetycznej funkcji produkcji oraz (3) endogenizację funkcji produkcji w propozycjach P. Romera. Przedstawione próby nie wyczerpują oczywiście różnych propozycji zastosowania funkcji produkcji, są jedynie przykładami takich poszukiwań.

Rozdział czwarty: *Perspektywy wykorzystania funkcji produkcji w przyszłych badaniach ekonomicznych* to podsumowanie dotychczasowych osiągnięć i ograniczeń wykorzystywania modelu makroekonomicznej funkcji produkcji, a jednocześnie pewna refleksja nad przyszłością tego modelu. Zawarto w nim krótką analizę powszechności i zakresu wykorzystywania funkcji produkcji w ekonomii, a zarazem odniesienie do kwestii precyzyjności szacowania jej parametrów czy pojawiające się wyzwania informacyjno-agregacyjne.

Praca jest nie tylko uzupełnieniem pierwszej części, która dotyczyła głównie genezy, istoty, założeń oraz klas funkcji produkcji, ale przede wszystkim rozszerzeniem rozważań o kolejne kwestie odnoszące się do ewolucji tej funkcji, kontrowersji oraz wybranych zastosowań. Cele szczegółowe dotyczą:

- przybliżenia wybranych elementów ewolucji tego modelu w przeszło stuletnim okresie jego istnienia oraz stosowania,
- analizy wybranych sporów i kontrowersji towarzyszących modelom,

- wybranych prób zastosowania funkcji produkcji w ujęciach praktycznych oraz teoretyczno-modelowych.

Model makroekonomicznej funkcji produkcji w kolejnych dekadach XXI wieku pozostanie istotną częścią współczesnej ekonomii. Związane z nim wyzwania będą miały silny wpływ na doskonalenie tej nauki w wymiarze zarówno teoretycznym, jak i praktycznym, na wszystkich trzech wiodących płaszczyznach – poznawczej, predykcyjnej oraz decyzyjnej. Potwierdza to wzrastająca liczba opracowań, w których wykorzystuje się ten model, jak również coraz bogatszy zakres jego zastosowań. Rosnące możliwości i umiejętności w zakresie gromadzenia, obróbki i wykorzystywania dużych zbiorów danych (informacji) będą wzmacniać te trendy.

W monografii wykorzystano liczne źródła literaturowe, zwłaszcza te, które miały istotne znaczenie dla poruszanych zagadnień. Wybór tych źródeł łączy się z autorską wizją problematyki oraz ograniczeniami co do rozmiarów publikacji.

Autor pragnie serdecznie podziękować recenzentce monografii Pani Profesor Elżbiecie Teresie Mączyńskiej-Ziemackiej za cenne uwagi, a także Panu Profesorowi Bogusławowi Fiedorowi za wieloletnie inspiracje badawcze. Ma jednocześnie nadzieję, że praca spotka się z zainteresowaniem Czytelników, a sama makroekonomiczna funkcja produkcji będzie inspirować kolejnych badaczy dla dobra nauki ekonomii.

Wszelkie niedoskonałości obciążają jedynie autora, który prosi o kontakt zainteresowanych Czytelników pod adresem elektronicznym: stanislawcza-ja57@gmail.com

EWOLUCJA MODELU FUNKCJI PRODUKCJI

Idea funkcji produkcji – jako podstawy jednego z rodzajów modeli czynnikowych osadzonych w sferze wytwórczości – pojawiła się w postaci bliżej niesprecyzowanej formalnie koncepcji już na etapie poszukiwań relacji między ceną a kosztami wytwarzania produktu. Świadczy o tym na przykład model ceny sprawiedliwej Tomasza z Akwinu. Dowodzą tego też modele kosztów wytwarzania, znane w myśli merkantylistycznej, modele określania rozmiarów bogactwa w związku z różnymi jego czynnikami u prekursorów ekonomii klasycznej, jak też modele wyjaśniające rozmiary wartości w obiektywnych i subiektywnych teoriach wartości. Praktyka gospodarcza bardzo szybko ujawniła istnienie określonych zależności pomiędzy nakładami różnych czynników produkcji a otrzymywanymi efektami. Można zatem uznać rozumienie takich relacji za dość oczywiste, chociaż próby nadania im ilościowo-modelowej postaci wymagały czasu. Trzeba to również łączyć z późniejszym rozwojem matematyzacji (formalizacji) dociekań ekonomicznych. Bez wątpienia był to proces inicjowany sukcesami ujęć matematycznych w naukach filozoficznych oraz przyrodniczych.

Bezpośrednia identyfikacja koncepcyjno-modelowo-ilościowych związków pomiędzy rozmiarami (w ujęciu fizycznym lub wartościowym, pieniężnym) produkcji i nakładów czynników wytwarzania nastąpiła w ramach nurtu subiektywno-marginalistycznego, zwłaszcza w ekonomii angloamerykańskiej (szkole neoklasycznej), na przełomie XIX oraz XX stulecia. Złożyły się na to dwa ówczesne wyzwania ekonomii, a mianowicie:

- 1) próby znalezienia spójnej teorii produkcji oraz podziału, z wykorzystaniem modeli formalnych i rachunku optymalizacyjnego, na wzór istniejącej już wówczas teorii zachowania konsumenta Gossena-Jevonsa-Mengera,
- 2) szybki rozwój modeli matematycznych i umiejętności interpretacji ich elementów strukturalnych, formalnych przekształceń i otrzymanych wyników. Podjęli je wszyscy najwybitniejsi ówcześni ekonomiści, w sposób zarówno bezpośredni (L. Walras, V. Pareto, F. Edgeworth, P. Wicksteed,

K. Wicksell, J.B. Clark), jak i pośredni (J. Schumpeter, W.S. Jevons, A. Marshall, K. Menger, F. Wieser i E. von Böhm-Bawerk)¹.

Przyczyniało się to w określonym zakresie do powstawania nowych koncepcji i idei, a także do stawiania ważnych pytań natury poznawczej czy metodologicznej. Wokół tych problemów skupiły się zainteresowania marginalizmu, austriackiej szkoły psychologicznej, szkoły neoklasycznej i ekonomii matematycznej, czego rezultatem było ukształtowanie się wewnątrz ekonomii neoklasycznej neomarginalizmu i ekonomii neolożańskiej, które miały istotny wpływ na ewolucję modeli funkcji produkcji we współczesnej ekonomii. Można wręcz zaryzykować tezę, że dyskusja wokół modelu funkcji produkcji odcisnęła piętno w wielu częściach i na istotniejszych problemach współczesnej myśli ekonomicznej. Ewolucja modelu funkcji produkcji ma zatem istotne znaczenie dla całej nowoczesnej ekonomii, jej sukcesów, problemów i wyzwań czy porażek.

Śledząc ścieżki ewolucji modelu funkcji produkcji we współczesnej ekonomii, można wyróżnić:

- 1) jej prekursorski etap, kiedy tworzone i precyzowano główne idee tej problematyki,
- 2) okres pojawienia się funkcji produkcji typu Cobba-Douglassa i różnych jej modyfikacji w latach trzydziestych i czterdziestych XX wieku,
- 3) etap włączania do modeli funkcji produkcji zagadnień postępu technicznego,
- 4) czas współczesnych modyfikacji funkcji produkcji z wykorzystaniem kapitału ludzkiego, czynników zrównoważonego i trwałego rozwoju czy nadania endogenicznego charakteru relacjom wewnątrz tego modelu.

Przystępując do opisu i charakterystyki poszczególnych etapów ewolucji modelu funkcji produkcji, warto pamiętać jeszcze o jednej interesującej kwestii związanej ze znaczeniem poruszanych zagadnień. Mamy tu bowiem do czynienia z wyzwaniem dwójakiej natury, a mianowicie:

- z podstawowymi teoriopoznawczymi, metodologiczno-metodycznymi i implementacyjno-obrachunkowymi kwestiami, bardzo ważnymi nie tylko dla samego modelu funkcji produkcji, ale wręcz dla całej współczesnej myśli ekonomicznej,
- z zagadnieniami bardzo szczegółowymi, często jednak o drugorzędnym znaczeniu, świadczącymi o uwikłaniu się niektórych badaczy w dyskusje i braku rozróżnienia ich znaczenia w rozwoju myśli ekonomicznej, co bywa charakterystyczne dla statystyków i matematyków zajmujących się ekonomią².

¹ Szerzej problematyka ta jest omówiona w podręcznikach historii myśli ekonomicznej, np. (Czaja, 2020b; Landreth i Colander, 2005; Stankiewicz, 2007).

² Przykładem tego może być dyskusja nad rzeczywistą wartością wskaźnika korelacji liniowej [0,47 czy 0,48]. Pominę autorów sporu na ten temat. Innym problemem w tego typu dyskusjach ekonomicznych są również argumenty *ad personam* zamiast *ad rem*. Do tej kwestii jeszcze powrócę w niektórych sporach nad modelem funkcji produkcji. Trudną, w zasadzie nierozstrzygalną kwestią są także argumenty ideologiczne.

1.1. Prekursorskie koncepcje modelu funkcji produkcji z przełomu XIX i XX wieku

Zagadnienie możliwości skonstruowania modelu funkcji produkcji zainteresowało w szczególności przedstawicieli angielskiej szkoły neoklasycznej, będących jednocześnie prekursorami ekonomii matematycznej – F. Edgewortha i P. Wicksteeda. Szczególnie inspirująca, a jednocześnie nowatorska była niewielka, licząca 40 stron praca P. Wicksteeda pt. *An Essay on the Co-ordination of the Laws of Distributions* (Wicksteed, 1894). Jej autor postawił problem, jakie formalne warunki musi spełniać funkcja produkcji, aby jednostkowe wyngrodzenie poszczególnych czynników produkcji, czyli ich ceny na konkurencyjnym rynku, było równe ich produktywnościom krańcowym, a tym samym, aby nastąpiło „wyczerpanie produktu”, czyli cały produkt został rozdzielony sprawiedliwie pomiędzy właścicieli wszystkich wykorzystywanych czynników produkcji. Autorowi nie udało się formalnie dowieść tej hipotezy, ale zauważył, że niezbędna jest konkurencja, a sama funkcja produkcji musi mieć pewne właściwości. Recenzując pracę P. Wicksteeda, A. Flux zwrócił uwagę na możliwość wykorzystania znanego twierdzenia Eulera dla funkcji homogenicznych pierwszego stopnia (Flux, 1894). Wskazuje ono na konieczność proporcjonalnego przyrostu wartości funkcji przy proporcjonalnym przyroście jej argumentów (czynników wytwórczych)³.

Wywołało to próby wykreowania teorii podziału spełniającej takie warunki, co było niezbędne dla badania problemów rachunków optymalnych i optimum Pareta, częściowo zrealizowanego przez J.B. Clarka w pracy *The Distribution of Wealth* z 1899 roku, a także określenia ogólnych warunków dla modelu funkcji produkcji. Drugie zadanie zainteresowało szczególnie F. Edgewortha oraz założyciela szwedzkiej szkoły ekonomii K. Wicksella, zwłaszcza w kontekście sposobów rozumienia czynników produkcji, w tym kapitału. W 1900 roku K. Wicksell określił formalne założenia i właściwości funkcji produkcji, nie konstruując bezpośrednio takiego modelu (Wicksell, 1900). Badacz ten był samodzielnym odkrywcą teorii produktywności krańcowej, co skłoniło go do podjęcia problemu wyczerpania produktu, teorematu Eulera oraz kwestii rozmiarów przychodów z produkcji względem jej skali. Wprowadził także koncepcję U-kształtnych kosztów przeciętnych przedsiębiorstwa. Zauważył, że wyczerpanie produktu nie wymaga konieczności istnienia funkcji produkcji homogenicznej stopnia pierwszego. Wystarczy, aby przedsiębiorstwo wytwarzało produkt w wielkości określonej minimum długookresowej krzywej kosztów przeciętnych, w warunkach zerowych zysków (w sytuacji doskonałej konkurencji). Inaczej mówiąc, warunkami wyczerpania się produktu są dosko-

³ Analizę znaczenia twierdzenia Eulera w modelu funkcji produkcji przedstawiam w pracy (Czaja, 2020a, s. 108, 118).

nała konkurencja i długookresowa równowaga przedsiębiorstwa. Oznaczają bowiem stałość przychodów względem skali, funkcję produkcji homogeniczną stopnia pierwszego i minimum przeciętnych kosztów wytwarzania.

Wkład K. Wicksella w tworzenie teoretycznych podstaw modelu funkcji produkcji był tak znaczący, że pojawiły się nawet głosy kwestionujące znaczenie wkładu P. Douglasa i Ch. Cobba w porównaniu z dorobkiem założyciela szkoły szwedzkiej (Olsson, 1971). Jeżeli jednak rozpatrywać problem od strony implementacji modelu, to nazwa „funkcja Cobba-Douglasa” pozostaje zasadna. Natomiast ze względu na teoretyczne podstawy model powinien nazywać się funkcją Wicksella.

Ważną rolę w dyskusji nad koncepcją modelu funkcji produkcji odegrał na przełomie XIX oraz XX wieku amerykański ekonomista J.B. Clark. Tworząc podstawy marginalnej teorii podziału powiązanej z teorią produktywności krańcowej, ekonomista ten próbował uzasadnić możliwość sprawiedliwego, czyli etycznego podziału wytworzonego produktu. Zgodnie z jego modelem wymaga to zaistnienia warunków doskonałej konkurencji, które gwarantują otrzymanie przez każdy uczestniczący w wytwarzaniu czynnik produkcji przychodu równego wartości jego produktu krańcowego. Co ważne w kontekście makroekonomicznej funkcji produkcji, przychód ten mierzy wkład danego czynnika zarówno na poziomie mikroekonomicznym (poszczególnego produktu), jak i na poziomie gospodarki (społeczeństwa). W ten sposób J.B. Clark kwestionował teorię wyzysku K. Marksa oraz inne teorie niezasłużonych dochodów.

Wnioski Clarka dotyczące sprawiedliwego podziału w warunkach rynku konkurencyjnego spotkały się z ostrą krytyką ze strony przedstawicieli heterodoksyjnej ekonomii. Warto przypomnieć niektóre z tych argumentów, ponieważ mają one wpływ na zasadność części wniosków płynących z modelu funkcji produkcji.

- Po pierwsze, wskazywano na złamanie tzw. *dictum* Hume’a, zgodnie z którym nie należy wyprowadzać etycznych implikacji z nieetycznej analizy, z czym mamy do czynienia u J.B. Clarka.
- Po drugie, zwrócono uwagę, że z modelu doskonałej konkurencji nie można formułować wniosku o otrzymaniu przez czynnik produkcji przychodu równego jego wkładowi do gospodarki i społeczeństwa, jest to bowiem dodatkowo modyfikowane innymi warunkami rynkowymi – cenami, popytem i podażą.
- Po trzecie, realne rynki wcale nie są doskonale konkurencyjne, a siła modyfikacyjna monopolu czy związków zawodowych wcale nie jest statystycznie (ilościowo) nieistotna. Potwierdził to T. Veblen, jeden z najwybitniejszych uczniów J.B. Clarka.

Teoria produktywności krańcowej dość jasno tłumaczyła przychody z pracy i ziemi, ale gorzej było z interpretacją zysku i procentu. Już w ekonomii

klasycznej pojawiły się problemy z rozróżnianiem tych kategorii, zwłaszcza w warunkach utożsamiania kapitalisty i przedsiębiorcy. Dopiero w ramach nurtu subiektywno-marginalistycznego zwrócono uwagę na potrzebę precyzyjnej identyfikacji i rozróżniania zysku i procentu.

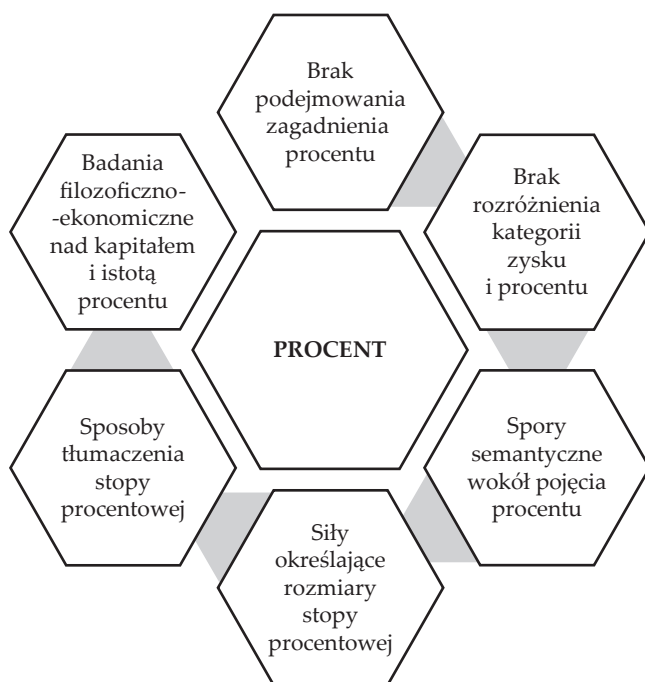
Przedstawiciele ekonomii klasycznej zdawali sobie sprawę, że kategoria zysku obejmuje:

- 1) zapłatę za użytkowanie kapitału, obecnie noszącą nazwę procentu,
- 2) zapłatę dla przedsiębiorcy za usługi menedżerskie, którą J.B. Clark uznawał za specyficzną formę płacy,
- 3) rekompensatę za ryzyko działalności przedsiębiorcy, czyli rentę za ryzyko.

Jeżeli dodatkowo uwzględnimy homogeniczność funkcji produkcji, płatności te będą kosztami przedsiębiorstwa, co daje zerową stopę zysku. Kiedy pojawia się nadzwyczajna nadwyżka, mamy do czynienia albo z brakiem doskonałej konkurencji, albo z brakiem długookresowej równowagi na rynku doskonałej konkurencji. Takie pojawienie się nadzwyczajnego zysku tłumaczono dynamicznymi zmianami w gospodarce. Widać to w ówczesnych koncepcjach J.B. Clarka, J. Schumpetera czy A. Marshalla. Zysk, ich zdaniem, nie jest przychodem czynnika wytwórczego, lecz efektem przypadkowych zjawisk w dynamicznej gospodarce. Koncepcję tę rozwinął F. Knight w pracy *Risk, Uncertainty, and Profit* (Knight, 1921), rozróżniając ryzyko, przed którym można się ubezpieczyć, a to nie będzie źródłem zysku, oraz ryzyko bez takiej możliwości (czyli niepewność dająca potencjalne źródło zysku).

Drugim problemem wymagającym właściwej identyfikacji i zbadania był procent. W przeciwieństwie do dyskusji nad zyskiem, procent okazał się znacznie trudniejszym wyzwaniem. Jak zauważył Ch.E. Ferguson: „Každy wie lub mocno wyczuwa, że teoria kapitału jest trudna. Powierzchnową przyczyną tego jest fakt, iż tak duża część literatury na temat teorii kapitału ugrzęzła w polemikach i w semantyce. Jednakże jest bardziej podstawowa przyczyna tego. Teoria kapitału musi uwzględniać czynnik czasu, a czas wiąże się z oczekiwaniami i niepewnością, pomimo iż na ogół abstrahujemy od tych czynników, zakładając istnienie stanu stacjonarnego lub ścieżki złotego wieku wzrostu” (Ferguson, 1972, s. 173).

W literaturze przedmiotu rozróżnia się kilka odmiennych sposobów podejścia do zagadnienia procentu (rys. 1.1). Jednym z wcześniejszych był brak podejmowania tej kwestii oraz traktowania jej jako problemu, który nie wymaga rozwiązania. Procent to zjawisko istniejące wyłącznie w praktyce relacji międzyludzkich. Podejście to znane jest przede wszystkim z okresu tworzenia się systemów pieniężno-kredytowych w ludzkiej cywilizacji, a zatem w starożytności i średniowieczu. Kwestią wymagającą rozwiązania była wysokość oprocentowania udzielanych pożyczek i etyczna zasadność lichwy.



Rys. 1.1. Sposoby podejścia do problemu procentu w literaturze ekonomicznej

Źródło: opracowanie własne.

Kolejnym ujęciem jest brak rozróżnienia kategorii zysku i procentu oraz utożsamianie ich jako wynagrodzenia za zaangażowanie kapitału (rzecowego i finansowego) w procesach produkcji. Tego typu podejście było charakterystyczne dla myśli merkantylistycznej oraz ekonomii klasycznej. Podstawowym wyzwaniem stało się wówczas wyjaśnienie istoty obu tych kategorii w świetle monistycznej teorii wartości opartej na pracy. Próby takie znajdujemy w pracach D. Ricardo, J.-B. Saja czy K. Marksa.

Część badaczy, zwłaszcza po pojawieniu się innych teorii wartości, skupiała się na sporach semantyczno-definicyjnych, w tym dotyczących tego, jak należy rozumieć obie kategorie, a zwłaszcza co oznaczają te pojęcia w praktyce gospodarczej i częściowo w teorii ekonomii. Nie chodziło w nich jednak o wyjaśnienie istoty tych pojęć i znaczenia związanych z nimi zjawisk społeczno-ekonomicznych, lecz raczej o ich interpretację w przedsięwzięciach gospodarczych, zwłaszcza w sferze finansów. Tego typu rozważania, interesujące językowo, nie prowadziły jednak do pogłębiania wiedzy w tym zakresie.

Znaczna część ekonomistów i finansistów skupia się na pojęciu stopy procentowej oraz czynników określających jej wielkość. Wypracowano na ten temat trzy grupy teorii:

- 1) niemonetarne, realne,
- 2) monetarne,
- 3) mieszane.

Pierwsza grupa obejmuje koncepcje poszukujące realnych długookresowych czynników kształtujących stopy procentowe. Tego typu ujęcia były popularne, a nawet dominujące u prekursorów ekonomii klasycznej (np. u R. Cantillona) oraz w samej szkole klasycznej. Dla jej przedstawicieli czynniki monetarne mogły mieć zaledwie krótkookresowy wpływ na stopy procentowe. W długim okresie o ich poziomie decyduje produkcyjność kapitału. D. Ricardo zauważył, że stopa procentowa zależy: „od stopy zysku, którą można osiągnąć przez uruchomienie kapitału, a ta nie zależy wcale ani od ilości, ani od wartości pieniądza. Bez względu na to, czy bank wypożyczy jeden milion, dziesięć milionów, czy też sto milionów, nie zmieni to na stałe rynkowej stopy procentowej. Może się jedynie zmienić wartość pieniędzy, które w ten sposób puszczono w obieg” (Ferguson, 1972, s. 173).

Do najbardziej znanych teorii monetarnych należy natomiast teoria funduszy pożyczkowych oraz teoria preferencji płynności J.M. Keynesa. Teorie monetarne rozwinęły się już w merkantylizmie i były popularne aż do lat trzydziestych XX wieku. Szczególną rolę odegrały koncepcje E. von Böhm-Bawerka, F. Knighta oraz I. Fishera. Koncepcje te zawierały zarówno określone rozwiązania, jak i wskazówki dotyczące nowych wyzwań oraz pytań badawczych. Pierwszym wyzwaniem był wtórny charakter kapitału jako czynnika produkcji w porównaniu do czynnika pracy i ziemi. A zatem pojawia się problem rozliczenia (imputacji) wartości produktu. Kolejnym wyzwaniem są źródło, podstawa i trwałość procentu. Zyski w długim okresie, w warunkach doskonałej konkurencji są zerowe, natomiast procent pozostaje.

J. Schumpeter zaproponował trzy rozwiązania tego problemu, a mianowicie:

- można uznać, że są trzy pierwotne, Sayowskie czynniki produkcji (praca-ziemia-kapitał), a procent to przychód kapitału;
- w teorii produkcyjności krańcowej nieprawidłowo przyjmuje się, że w długookresowej równowadze przychody ze sprzedaży produktów równają się dokładnie strumieniowi płacności za wykorzystywane czynniki produkcji;
- teoria produkcyjności krańcowej jest zasadna dla statycznych rynków, natomiast w realnej, dynamicznej gospodarce są przyczyny wymuszające dodatnią stopę procentową.

Bardzo krytycznie do wcześniejszych teorii zysku i procentu odniósł się E. von Böhm-Bawerk, publikując w 1888 roku pracę *Die positive Theorie des Kapitals*. Oparł swoją koncepcję na wprowadzeniu czynnika czasu⁴. „Obecne dobra są z reguły więcej warte niż dobra przyszłe w podobnym rodzaju i liczbie.

⁴ Koncepcję wykorzystania czasu przez E. von Böhm-Bawerka omówiono szczegółowo w pracy (Czaja, 2011, rozdz. 3.4).

Ta teza stanowi sedno i centralny punkt teorii procentu, którą mam przedstawić” (von Böhm-Bawerk, 1891, s. 237).

E. von Böhm-Bawerk zidentyfikował trzy przyczyny wyższej wartości dóbr obecnych:

- 1) różne uwarunkowania potrzeb i zaopatrzenia w czasie, w teraźniejszości i przyszłości,
- 2) systematyczne niedocenywanie przyszłych potrzeb i dóbr, które mają je zaspokajać,
- 3) względy psychologiczne, wyrażone poprzez premię *agio*, czyli pewną nadwyżkę wartości bieżącej nad oczekiwaną wartością przyszłą.

Przyjął również w swojej koncepcji założenie wyższości technicznej dóbr bieżących nad przyszłymi, co spotkało się z krytyką J.B. Clarka i I. Fishera. Przy tym jest to niezgodne z kierunkiem przemian techniczno-technologicznych we współczesnych gospodarkach. Można dyskutować co do zasadności wielu innych koncepcji E. von Böhm-Bawerka, nieczyniących jego teorii procentu bardziej wiarygodnej od krytykowanych przez niego innych ujęć. Trzeba jednak podkreślić ważną zaletę tego podejścia, a mianowicie zwrócenie uwagi na rolę czasu, czyli podejście dynamiczne.

Część zalet koncepcji E. von Böhm-Bawerka wykorzystał I. Fisher. Odrzucał on tradycyjną klasyfikację dochodów, z wyodrębnieniem płac, renty, zysku i procentu. Ten ostatni nie jest, w jego ujęciu, dochodem z kapitału, lecz sposobem pomiaru wszystkich pozostałych dochodów. Ich przepływy dokonują się w czasie, a poprzez ich zdyskontowanie według bieżącej stopy procentowej otrzymuje się ich skapitalizowaną wartość. Właściciel danego czynnika oblicza jego procentowy dochód i porównuje ze strumieniem całego wytworzonego dochodu.

Według I. Fishera poziom stopy procentowej wyznaczają dwa rodzaje czynników – subiektywne i obiektywne. Pierwsze obejmują oceny teraźniejszych i przyszłych dóbr oraz dochodów, jak u E. von Böhm-Bawerka. Drugie natomiast dotyczą możliwości inwestycyjnych i produkcyjności czynników użytych w wytworzeniu dóbr końcowych. Jednostki mogą zmieniać strumienie dochodów poprzez różne operacje ekonomiczno-finansowe – zaciąganie kredytów i pożyczek, ich udzielanie, inwestowanie czy dezinvestowanie. Tego typu działania warunkowane są ich preferencjami czasowymi, wysokością przychodów (stopą zwrotu) z inwestycji, a także rynkową stopą procentową. Było to wyraźne rozwinięcie ujęcia E. von Böhm-Bawerka. „Teorie procentu Böhm-Bawerka i Fishera rozwiązują tę widoczną sprzeczność, tłumacząc istnienie procentu w warunkach równowagi konkurencyjnej w długim okresie przez fakt, iż jednostki przedkładają obecne dobra nad taką samą ilość dóbr przyszłych. Z powodu tej preferencji czasowej wypłata dokonana czynnikowi wytwórczemu dzisiaj będzie niższa od wartości dóbr końcowych wytworzonych nazajutrz. Czynniki wytwórcze otrzymują zdyskontowane wartości swo-

ich produktów krańcowych; różnica zaś między tymi zdyskontowanymi wartościami a wartością produktu krańcowego w momencie wytworzenia dóbr końcowych stanowić będzie procent” (Landreth i Colander, 2005, s. 286).

Analizy E. von Böhm-Bawerka, J.B. Clarka, I. Fishera czy J.M. Keynesa można zaliczyć nie tylko do prac nad sposobami tłumaczenia stopy procentowej i siłami określającymi jej rozmiary, ale również do badań filozoficzno-ekonomicznych nad kapitałem i istotą procentu. Jak wykaże dalszy rozwój dociekań nad modelem funkcji produkcji, będą one również fundamentalne dla tego modelu we współczesnej ekonomii. Dotyczy to zwłaszcza prób rozwiązania kwestii przedstawionych w ramach tzw. sporu wokół teorii kapitału (dyskusja Cambridge kontra Cambridge) (Harcourt, 1975).

1.2. Model funkcji produkcji Cobba-Douglassa i jego modyfikacje z lat trzydziestych oraz czterdziestych XX wieku

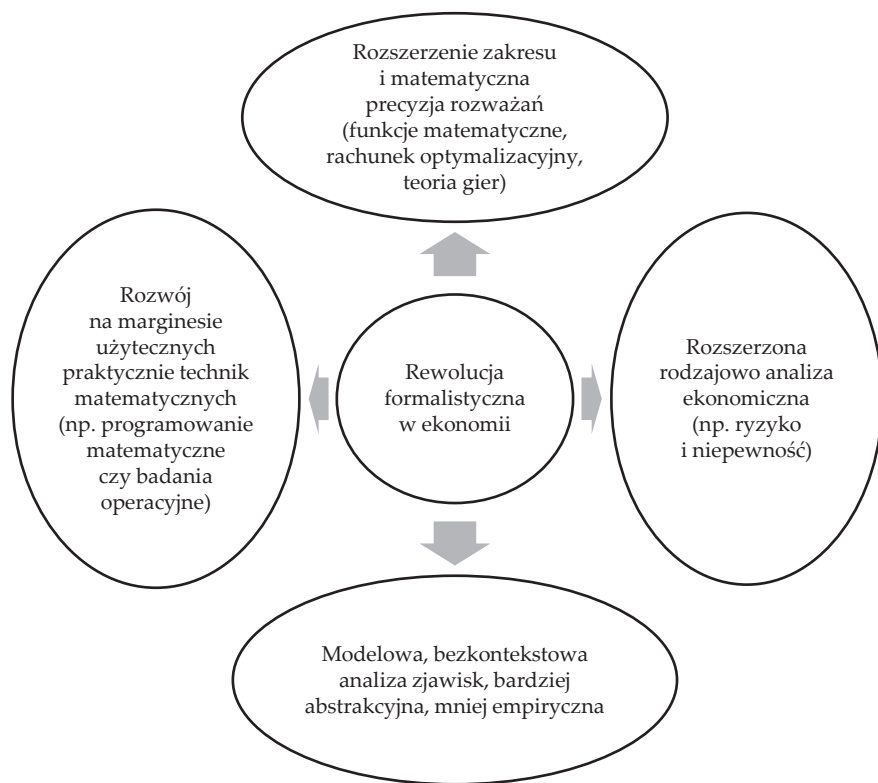
Pojawienie się pierwszego formalnego modelu funkcji produkcji było bez wątpienia efektem przedstawionej powyżej dyskusji na temat istoty kapitału, teorii produktywności krańcowej i marginalnej teorii podziału, a także dotyczącej koncepcji modelu funkcji produkcji.

Nie mniej ważnym podłożem takich prób była narastająca formalistyczna rewolucja w ekonomii. Przebiegała ona niejako równolegle do prób rozwiązywania kwestii z zakresu teorii ekonomii. Podejmowane były zadania przekształcania ekonomii, z uwzględnieniem kilku ważnych aspektów (rys. 1.2).

Poszczególne tego typu zadania podejmowali ekonomiści szkoły matematycznej – L. Walras czy V. Pareto – oraz W.S. Jevons. Stworzyli oni podstawy modeli równowagi ogólnej oraz rachunku marginalnego. Jeszcze bardziej zdecydowanym zwolennikiem matematyzacji ekonomii był wspomniany już F. Edgeworth, a w ekonomii amerykańskiej I. Fisher. W polskiej ekonomii okresu międzywojennego podejście takie znaleźć można u W. Zawadzkiego czy O. Langego.

W latach trzydziestych i czterdziestych XX wieku, wraz z rozwojem ekonomii dobrobytu, w upowszechnianiu podejścia formalnego fundamentalne znaczenie miały trzy kroki prowadzące do pełnego sukcesu tego podejścia we współczesnej ekonomii. „Pierwszym krokiem w formalizowaniu mikroteorii było poszerzenie analizy marginalnej gospodarstwa domowego, przedsiębiorstwa i rynków, i doprowadzenie jej do większej spójności wewnętrznej. Przez wstąpienie na wyższy poziom technik matematycznych ekonomiści uzyskali możliwość sięgnięcia poza zakres równowagi cząstkowej do równowagi ogólnej, ponieważ matematyka dostarczyła im metodę bardziej precyzyjnego podążania śladem tematów, które poprzednio w sposób nieco luźny przetrzy-

mywali w pamięci. Drugim krokiem było przeformułowanie problemów tak, aby były dostosowane do posiadanych narzędzi i technik ich opracowywania. Trzecim krokiem było rozwijanie nowych technik w celu wyjaśnienia kwestii, na które nie znajdowano odpowiedzi. Proces ten trwa nadal” (Landreth i Colander, 2005, s. 450).



Rys. 1.2. Aspekty rewolucji formalistycznej (matematyczno-modelowej) w ekonomii na przełomie XIX oraz XX wieku

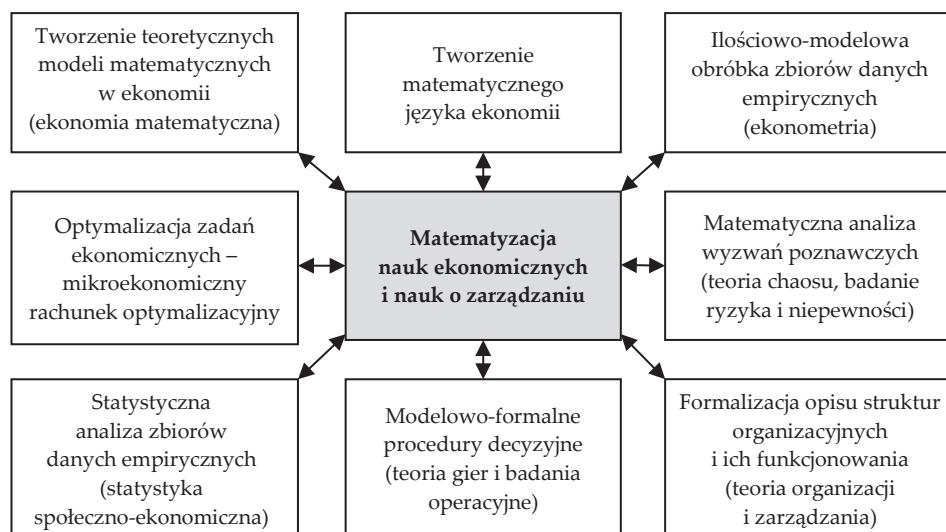
Źródło: opracowanie własne na podstawie literatury.

Za szczególne osiągnięcie ekonomii dobrobytu uznaje się dowód twierdzeń K. Arrowa i G. Debreu, wyjaśniających relacje między rynkiem doskonałej konkurencji a optimum dobrobytu w ujęciu V. Pareta. Naukowcy ci zostali za to uhonorowani Nagrodą Nobla w dziedzinie nauk ekonomicznych. Odminną ścieżką rewolucji formalistycznej były problemy równowagi i stabilności podejmowane przez P.A. Samuelsona i innych zwolenników ekonomii neowalrasowskiej.

Wskazane na rys. 1.2 aspekty rewolucji matematyczno-modelowej, jaka została zapoczątkowana na przełomie XIX i XX stulecia, nie wyczerpuje wszystkich rodzajów analiz, jakie miały miejsce we współczesnej ekonomii. Można wyodrębnić np. trzy następujące kierunki wprowadzania formuł matematycznych do ekonomii:

- 1) bezpośrednie tłumaczenia określonych kategorii ekonomicznych na język matematyki,
- 2) ekonomia matematyczna i budowanie w jej ramach modeli formalnych, poddawanych następnie ekonomicznej interpretacji,
- 3) ekonometria, w ramach której na podstawie zbiorów danych (informacji) buduje się (estymuje) formalno-matematyczne modele ekonomiczne.

Można jeszcze inaczej uporządkować rewolucję formalistyczną we współczesnej ekonomii (rys. 1.3), w bardziej szczegółowy sposób interpretując kierunki przenikania matematyki do ekonomii i nauk o zarządzaniu.



Rys. 1.3. Kierunki matematyzacji współczesnej ekonomii i wykorzystania metod ilościowych w kontekście Nagrody Nobla

Źródło: (Czaja i in., 2012, s. 52).

Matematyzacja współczesnej ekonomii, choć będąca faktem, nie jest jednoznacznie oceniana przez wielu ekonomistów, nie zawsze podzielających fascynację takimi sposobami realizacji badań (analiz) ekonomicznych. Warto tu przytoczyć dwie wypowiedzi wpływowych XX-wiecznych ekonomistów, którzy nie podzielali bezkrytycznej aprobaty dla ujęć formalno-modelowych – J.M. Keynesa i M. Blauga. Istotne są przy tym główne argumenty tych prze-

ciwników formalizacji nauk ekonomicznych. Mogą być one bowiem ciekawym elementem w analizie ścieżek ewolucji modelu funkcji produkcji, który jest doskonałym przykładem tej formalizacji.

J.M. Keynes, sam będąc autorem bardzo cenionego traktatu pt. *A Treatise on Probability* (1921), tak pisał o stosowaniu podejścia matematycznego: „wielką wadą pseudomatematycznych metod operujących symbolami i formalizujących system analizy ekonomicznej (...) jest to, że zakładają wyraźnie zupełną niezależność między wchodzącymi w grę czynnikami i tracą cały swój walor oraz moc przekonywania, jeśli się tę hipotezę odrzuci (...) Zbyt wiele jest we współczesnej ekonomii „matematycznej” zwykłego gładzenia, równie nieścisłego jak początkowe założenia, które mu służą za podstawę. W tej gęstwinie pretensjonalnych i bezużytecznych symboli autor traci z oczu złożoność zjawisk i współzależności, jakie zachodzą w rzeczywistym świecie” (Keynes, 1956, s. 381).

Z kolei znany współczesny metodolog i historyk ekonomii M. Blaug napisał: „jeżeli w ogóle możemy wskazać początek tej choroby, to było to opublikowanie w 1954 roku słynnej pracy laureatów Nagrody Nobla Kennetha Arrowa i Gerarda Debreu [chodzi o pracę *Existence of Equilibrium for Competitive Economy* – przyp. S.C.]; to ta praca wyznaczyła początek tego rakowatego rozwoju w samym centrum mikroekonomii” (Blaug, 2003, s. 509).

Poza takimi ocenami, wśród najpopularniejszych argumentów przeciwników matematyzacji można wymienić następujące:

- 1) szerokie stosowanie matematyki nie dało dotychczas istotnych praktycznych rezultatów,
- 2) stosowanie skomplikowanych formuł stworzyło tylko pozory ścisłości i precyzji analizy,
- 3) modele są często pełne nielogicznych, z ekonomicznego punktu widzenia, założeń, wywodów i wniosków, nieprzystających do praktyki gospodarczej,
- 4) matematyczne formuły stwarzają nieuzasadnione nadzieje, że istnieje możliwość uzyskania tą drogą użytecznych obliczeń,
- 5) wywody formalne są często mało komunikatywne.

Powyższe argumenty znajdują zastosowanie także w przypadku badań z wykorzystaniem modeli zagregowanej funkcji produkcji, w tym sformalizowanych funkcji typu Cobba-Douglasa (zob. Czaja, 2020a). Model funkcji produkcji przedstawiony przez Ch. Cobba i P. Douglasa doskonale wpisuje się w główny nurt rewolucji formalistycznej w ekonomii. Funkcja typu Cobba-Douglasa należy do najpopularniejszych modeli funkcji produkcji, ale również modeli ekonomiczno-matematycznych w ogóle. Jej pierwsza, estymowana w oparciu o dane empiryczne, wersja została opublikowana w 1928 roku (Cobb i Douglas, 1928). Formuła ta była dość zaskakującym odkryciem również dla samych autorów. Po latach P. Douglas wspominał je następująco: „W 1927 roku przeliczałem indeksy wzrostu zatrudnionych w amerykańskim

przemysle przetwórczym za lata 1899-1922. Podobnie przetworzyłem dane dotyczące majątku trwałego. Obydwa szeregi przedstawiłem na wykresie o skali logarytmicznej i dodałem indeks wzrostu produkcji. Zauważyłem, że krzywa produkcji leży, w przybliżeniu, w jednej czwartej odległości między krzywą pracy a krzywą kapitału. Wartości z roku 1899 przyjąłem za 100. Skonsultowałem wyniki z moim kolegą, matematykiem Charlesem W. Cobbem. Przyjeliśmy postać zależności wyrażoną formułą $P = bL^kK^{1-k}$. Formuła w takiej postaci była stosowana wcześniej przez Wicksteeda i Wicksella. Była to, zgodnie z twierdzeniem Eulera, liniowo jednorodna funkcja produkcji. Stosując metodę najmniejszych kwadratów, oszacowaliśmy wartość wykładnika potęgi $k = 0,75$ (Douglas, 1976, s. 903-904).

Model zaproponowany przez Ch. Cobba i P. Douglasa wzbudził dość szybko zainteresowanie innych badaczy. W 1937 roku ukazało się ciekawe jego uogólnienie, wprowadzone przez D. Duranda, który przedstawił formułę $P = bL^kK^j$ oraz uzależnił charakter efektów skali⁵ od wartości sumy parametrów elastyczności $k+j$. Mogła ona być równa jedności (stałe efekty skali), mniejsza od jedności (przy malejących efektach skali) oraz większa od jedności (rosnące efekty skali). Nieco wcześniej V. Edelberg wprowadził do modelu ostatni Sayowski czynnik – ziemię (Edelberg, 1936).

Charakterystyczne jest, że badacze wykorzystujący zaproponowany przez Ch. Cobba i P. Douglasa model funkcji produkcji uznali jego zasadność, nie zwracając uwagi na rodzące się dodatkowe, wręcz fundamentalne pytania, jak na przykład – na ile tak konstruowane jego wersje odzwierciedlają rzeczywiste zjawiska ekonomiczno-społeczne.

Dwie kwestie dowodzą wyraziście, z jakimi wyzwaniem przyjdzie się spotkać zwolennikom funkcji produkcji i nadmiernej matematyzacji badań ekonomicznych. Chodzi o sposób rozumienia kapitału oraz uwzględnianie postępu technicznego w modelach funkcji produkcji. Kwestie te spektakularnie uzmysławiają prace J. Robinson i innych przedstawicieli ekonomii postkeynesowskiej, o czym będzie mowa przy prezentacji sporu Cambridge kontra Cambridge.

Spośród koncepcji modyfikacji funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa, opracowanych w latach trzydziestych oraz czterdziestych XX wieku, szczególnie wyróżniają się dwie: 1) model funkcji produkcji J. Tinbergena z nieucieleśnionym postępem technicznym (Tinbergen, 1942), 2) mikroekonomiczne modele funkcji produkcji M. Bronfenbrennera (1944) i M. Redera (1943).

Pierwszy model będzie przedmiotem analizy, modele mikroekonomiczne zaś, mimo swoich bardzo ciekawych własności i zastosowań, nie będą oma-

⁵ Efekty skali rozumiane są jako miara określająca zmiany produkcji relatywne do obniżenia kosztów produkcji i zwiększonego wykorzystania środków. Jednocześnie pojęcie to odnosi się do kategorii przychodów skali. Te rozumiane są jako sytuacja, w której w miarę wzrostu rozmiarów produkcji spada długookresowy koszt przeciętny. Stałe przychody ze skali to z kolei sytuacja, w której koszt przeciętny jest niezależny od wolumenu produkcji.

wiane w monografii. Warto natomiast przejść od modelu J. Tinbergena z nieucieleśnionym (pojmowanym rezydualnie) postępem technicznym do modeli, w ramach których pojawia się on jako czynnik egzogeniczny, zarówno ucieleśniony (*bodied*), jak i nieucieleśniony (*unbodied*).

1.3. Funkcja produkcji z egzogenicznym postępem technicznym

Problematyka postępu technicznego relatywnie szybko stała się przedmiotem zainteresowań ekonomistów zajmujących się problemami gospodarczymi w okresie pierwszej rewolucji przemysłowej. Wprowadzili oni zagadnienie postępu technicznego do swoich badań już w połowie XIX stulecia. Początkowo traktowali postęp techniczny jako egzogeniczną determinantę wzrostu wydajności pracy poprzez poprawę jakości technicznego jej uzbrojenia.

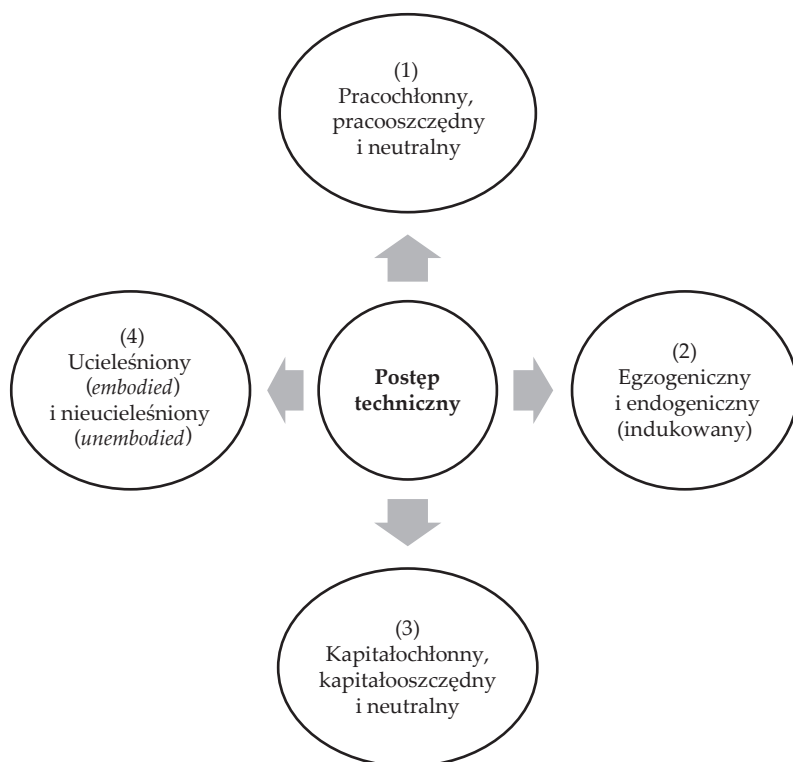
Także w realizowanych pod koniec XIX wieku analizach modelu funkcji produkcji nie traktowano postępu technicznego jako odrębnego czynnika produkcji, a zatem trudno byłoby znaleźć go w różnych ówczesnych postaciach modelu. Sprawa była rozwiązywana poprzez swoiste ucieleśnienie postępu technicznego w ramach kategorii kapitału. To jednak generowało kwestię różnej jakości składników kapitału i jego wewnętrznej struktury. W warunkach szybkich zmian techniczno-technologicznych, wręcz swoistej rewolucji naukowo-technicznej, pogłębiały się wyzwania związane z wielkością wpływu nowszych urządzeń technicznych i technologii na fizyczne oraz wartościowe rozmiary produkcji.

Postęp techniczny niełatwo zdefiniować, przede wszystkim ze względu na szeroki zakres oraz dużą złożoność strukturalną elementów, które można włączyć w to pojęcie. Wyraża ono proces doskonalenia takich składowych, jak m.in.: 1) struktura kosztów własnych produkcji, 2) struktura zatrudnienia, 3) struktura kwalifikacji pracowników, 4) środki produkcji, 5) metody wytwarzania, 6) organizacja pracy.

Postęp techniczny wyraża zatem zmiany o charakterze zarówno materialnym, jak i organizacyjnym. Wymaga to zatem rozróżniania wielu form postępu technicznego (rys. 1.4). Wśród nich można wymienić przede wszystkim postęp techniczny powiązany w określony sposób z kapitałem i pracą, a także postęp techniczny połączony ze sposobami jego wdrożenia czy postęp techniczny łączony z lokalizacją źródeł jego powstawania w stosunku do modelu funkcji produkcji i opartych na nim postaciach modeli wzrostu gospodarczego.

Wyszczególnione na rys. 1.4 formy postępu technicznego zostały wykorzystane w różnych formułach modelu funkcji produkcji. Postęp zawsze jest jednak efektem świadomej działalności człowieka, a zatem musi zaistnieć ludzki pierwiastek, aby powstała jakakolwiek postać postępu technicznego. Nie poja-

wiły się bowiem dotychczas modele funkcji produkcji, które uwzględniałyby postęp techniczny wykreowany przez sztuczną inteligencję, co mogłoby być charakterystyczne dla najnowszych koncepcji tego modelu.



Rys. 1.4. Wybrane formy postępu technicznego wykorzystywane w modelach funkcji produkcji
Źródło: opracowanie własne.

Pierwsze i trzecie ujęcie postępu technicznego pozwala wyszczególnić jego trzy rodzaje w zależności od kierunku oddziaływania na dwa podstawowe czynniki produkcji – pracę oraz kapitał. Wyróżnia się zatem pojęcie postępu technicznego pracooszczędnego lub kapitałoszczędnego, w zależności od tego, który czynnik produkcji skupia na sobie jego „oszczędnościowe” oddziaływanie. Inaczej mówiąc, postęp techniczny traktowany jest w kategoriach zmniejszenia zużycia pracy lub kapitału, przy założeniu utrzymania globalnego rozmiaru produkcji w modelu funkcji produkcji i/lub utrzymania produktu jednostkowego danego czynnika wytwórczego. Jeżeli przeobrażenia techniczne nie zmieniają udziałów poszczególnych czynników produkcji, to mamy do czynienia z neutralnym postępem technicznym. Analogicznie można mówić o postępie technicznym kapitałochłonnym, który oznacza potrzebę większego

nakładu kapitału w porównaniu z poprzednią jednostką danego efektu, czy o postępie technicznym pracochłonnym.

W neoklasycznej makroekonomicznej funkcji produkcji przyjmuje się najczęściej, że postęp techniczny ma charakter neutralny. Ta właściwość modelu wymaga pewnych dodatkowych wyjaśnień. W literaturze przedmiotu⁶ wyróżnia się zazwyczaj trzy definicje neutralności postępu technicznego: w ujęciu J.R. Hicksa, R. Harroda i R. Solowa (zob. Fiedor, 1978; 1986). Według J.R. Hicksa postęp techniczny jest określany jako neutralny wówczas, gdy przy stałym w rozpatrywanym okresie uzbrojeniu pracy krańcowa stopa substytucji między pracą a kapitałem jest również stała. Jeżeli zatem potraktujemy postęp techniczny jako egzogeniczną funkcję czasu, to funkcja produkcji przybierze postać:

$$Q_t = F[K(t), L(t), t],$$

a postęp techniczny będzie neutralny w ujęciu Hicksa, gdy funkcja produkcji będzie typu:

$$Q_t = A(t)F(k, L), \text{ gdzie } A(t) \text{ jest funkcją postępu technicznego.}$$

W definicji R. Harroda postęp techniczny jest neutralny, jeżeli przy stałej krańcowej produkcyjności kapitału jego przeciętna produkcyjność jest również stała, czemu odpowiada funkcja produkcji:

$$Q_t = F[K, A(t)L].$$

Natomiast w określeniu R. Solowa postęp techniczny jest neutralny wówczas, gdy przy stałej krańcowej wydajności pracy jej przeciętna wydajność jest także stała, co nadaje funkcji produkcji postać:

$$Q_t = F[A(t), K, L].$$

Jedyną analityczną postacią funkcji produkcji, która wyraża postęp techniczny neutralny z uwzględnieniem wszystkich trzech definicji, jest funkcja produkcji typu Cobba-Douglasa, co w szczególności faworyzuje taką właśnie klasę modeli funkcji produkcji.

Kolejna klasyfikacja form postępu technicznego umożliwia rozróżnienie nieucieleśnionego (*unembodied*) i ucieleśnionego (*embodied*) postępu technicznego. Przez pojęcie nieucieleśnionego postępu technicznego rozumie się przede wszystkim zmiany organizacji zaopatrzenia i produkcji, obsługi informacyjnej oraz kwalifikacji i wykształcenia pracowników. Ten ostatni element został w kolejnych dekadach XX wieku przeniesiony do pojęcia kapitału ludzkiego. W opozycji do niego buduje się kategorię ucieleśnionego postępu technicznego, która obejmuje te wszystkie formy zmian technicznych i technologicznych,

⁶ Problemy te są szeroko omówione w pracy (Fiedor, 1986), zob. również (Czaja, 2020a).

które wymagają nowych maszyn, urządzeń, narzędzi i innych dóbr materialnych, co współcześnie wiąże się z innowacjami.

Interpretację postępu technicznego w postaci nieucieleśnionej można znaleźć już u J. Tinbergena (1942, t. 1 i 2), który zaproponował następującą postać modelu:

$$Q = AK^\alpha L^\beta e^{\mu t},$$

gdzie: $e^{\mu t}$ – czynnik czasu odzwierciedlający nieucieleśniony postęp techniczny. Precyzyjniej, $e^{\mu t}$ nie tyle jest czynnikiem czasu, ile elementem wyrażającym dokonujące się w czasie przesunięcie funkcji produkcji wynikające z nieucieleśnionego, a zarazem egzogenicznego postępu technicznego. Właściwą stopą postępu technicznego jest μ , przy czym powyższy zapis implikuje niezmienność μ w czasie. Symbol e oznacza podstawę logarytmu naturalnego, t zaś czas.

Wprowadzenie nieucieleśnionego postępu technicznego do funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa pozwala na nową interpretację parametru ogólnej produktywności A . Załóżmy bowiem, że dla $T = 0$ mamy określony (zakładamy, że umiemy go mierzyć) poziom $A(0)$. Mamy:

$$A(1) = A(0)(1 + \mu),$$

gdzie: μ – właściwa stopa nieucieleśnionego postępu technicznego,

$$A(2) = A(0)(1 + \mu)(1 + \mu) = A(0)(1 + \mu)^2,$$

⋮

$$A(t) = A(0)(1 + \mu)^t.$$

Zakładając, że μ jest niewielkie (np. mniejsze niż 0,05), możemy z bardzo małym błędem przyjąć, że $A(t) = A(0)e^{\mu t}$. Zatem parametr A wyraża w tym ujęciu zakumulowany wpływ nieucieleśnionego (egzogenicznie danego) postępu technicznego na poziom produktu społecznego w danym momencie czasu.

J. Tinbergen pisał: „Tak więc bierzemy pod uwagę możliwości powiększenia (a być może i obniżenia) efektywności procesu produkcyjnego w czasie i mamy możliwość włączenia elementu rozwoju technicznego do naszego modelu” (Tinbergen, 1959, s. 193). Wyjaśniając pojęcie „postęp techniczny”, zauważył, że: „Zwiększenie wydajności pracy można osiągnąć dwoma sposobami: po pierwsze, funkcja produkcji może pozostawać niezmienna, a kapitałochłonność produkcji – wzrastać. Po wtóre, możemy zmieniać funkcję produkcji, innymi słowy, otrzymać większą produkcję przy tych samych nakładach pracy i kapitału” (Tinbergen, 1959, s. 193).

W pierwszym przypadku wzrostowi wydajności pracy nieuchronnie towarzyszy spadek produktywności kapitału. Proces ten łączy się z mechanizacją, z zastępowaniem pracy kapitałem. Zwiększenie efektywności wystąpi wówczas, gdy wzrośnie nie tylko wydajność pracy, ale i produktywność kapitału.

W formule $Q = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}e^{\mu t}$ wyraża to wskaźnik $e^{\mu t}$. Wskaźnik μ skupia wszystkie zmiany jakościowe następujące w gospodarce, związane z innowacjami technicznymi, podnoszeniem poziomu wiedzy, wzrostem kwalifikacji siły roboczej i polepszeniem organizacji produkcji. Nie łączy się jednak ze wzrostem nakładów kapitałowych czy poprawą cech jakościowych pracy (wzrost kwalifikacji, doświadczenie itp.). Charakteryzuje tylko niematerialny postęp techniczny. Jest swoistym kompleksowym wskaźnikiem wzrostu ekonomicznej efektywności wszystkich czynników produkcji niezwiązanych ze wzrostem kapitału i pracy. Dlatego też badanie problemów efektywności ekonomicznej i mierzenie skutków zmian technologicznych w gospodarce łączy się z tym wskaźnikiem⁷.

Ponieważ zapis $e^{\mu t}$ wyraża jedynie skutki postępu technicznego w zakresie ogólnego wzrostu efektywności czynników produkcji, analiza empiryczna na nim oparta nie może dostarczyć żadnych odpowiedzi, jeśli chodzi o siły sprawcze czy czynniki stymulujące pojawienie się i aplikację w gospodarce nowych technologicznych metod wytwarzania. Zauważmy także, że określenie E. Domara „reszta” sugeruje, że postęp techniczny odpowiada tutaj tej części produktu społecznego, której nie umiemy przypisać przyrostowi nakładów konwencjonalnych, ujętych i mierzonych nakładów czynników produkcji – pracy i kapitału. Próby wyodrębnienia z ogólnego wskaźnika postępu technicznego jego ucieleśnionej postaci można łączyć z próbą przezwyciężenia statycznego charakteru parametrów funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa.

Formuła J. Tinbergena $Q = AK^{\alpha}L^{\beta}e^{\mu t}$ włączyła nieucieleśniony postęp techniczny. Pojawił się jednak w konsekwencji problem postępu technicznego ucieleśnionego, który generował kilka dość ważnych wyzwań natury poznawczej, metodyczno-metodologicznej i obrachunkowej, a mianowicie:

- jak rozumieć samo „ucieleśnienie” postępu technicznego?
- w jaki sposób wprowadzić taki postęp techniczny do modelu neoklasycznej makroekonomicznej funkcji produkcji?
- jak interpretować (mierzyć) siłę oddziaływania takiego ucieleśnionego postępu technicznego?

⁷ Wskaźnik μ ma wiele nazw: tempo wzrostu produktywności jednostki nakładów, indeks efektywności (J. Schmookler), łączna wydajność czynników, zmiany w efektywności produkcji (W. Kendrick), wskaźnik zmian technicznych (R. Solow), indeks zmian technologicznych, reszta (E. Domar). Najczęściej jednak używane jest określenie „tempo nieucieleśnionego postępu technicznego”.

- jaki jest charakter ucieleśnionego postępu technicznego, czyli gdzie mieszczą się jego źródła i siły sprawcze?

Pierwsze koncepcje „ucieleśnienia” łączono, co wydaje się dość oczywiste, z kapitałem rzeczowym, w ujęciu fizycznym, a zatem z nowymi, sprawniejszymi maszynami, urządzeniami, narzędziami, surowcami i technologiami, a także z doskonalszymi metodami wykorzystania dotychczasowych zasobów ekonomicznych. Rozwiązania takie próbowano wprowadzić do modelu funkcji produkcji dwiema drogami:

- poprzez wykorzystanie koncepcji w pełni przekuwalnego kapitału, w ramach którego mieściły się wszelkie formy ucieleśnionego postępu technicznego,
- poprzez modele rocznikowe (*vintage*), w których kolejne generacje kapitału odzwierciedlały ucieleśniony postęp techniczny.

Pierwsze podejście opierało się na założeniu, że taki przekuwalny kapitał zawiera postęp techniczny w sobie, a zatem go ucieleśnia. Tworzyło to jednak problem, czy można dokładać do dotychczasowego zasobu takiego kapitału kolejne jego partie, które jednak zawierają postęp techniczny. Jak to wpłynie na efektywność całego zasobu? Nie zaproponowano ciekawych i użytecznych metod zbadania tych problemów, a zatem rezygnowano najczęściej z uwzględniania postępu technicznego.

Znacznie bardziej owocna okazała się druga droga, wykorzystująca modele funkcji produkcji typu *vintage* (klasyczne), rocznikowe, przybierające określoną odrębną postać dla każdego rocznika, dla którego buduje się model funkcji produkcji. Zapoczątkowane zostały pracami L. Johansena, R. Solowa, E. Phelps’a i W. Saltera. Modele te pojawiły się w literaturze z kilku przyczyn. Po pierwsze, pozwoliły na osłabienie założenia homogeniczności, ograniczając je do danego tylko rocznika kapitału. Po drugie, umożliwiały odejście od założenia nieograniczonej substytucji między pracą a kapitałem w czasie, tzn. *ex ante* i *ex post*. Po trzecie, dawały duże możliwości rozszerzenia analizy postępu technicznego, w szczególności wyodrębnienie kategorii ucieleśnionego (*embodied*) postępu technicznego w teorii produkcji i wzrostu.

Zgodnie z taką koncepcją postęp techniczny zwiększa produktywność aktualnie tworzonego kapitału. Oznacza to, że kolejne generacje (roczniki) kapitału posiadają różną produktywność. Homogeniczny może być (i jest) kapitał wewnątrz danego rocznika. Każda generacja czynników produkcji ma własną rocznikową funkcję produkcji. Tym samym gospodarkę opisuje tyle funkcji produkcji, ile istnieje w niej roczników czynników produkcji. Modele *vintage* upraszczają nieco problem agregacji, stwarzając możliwość liczenia różnorodnych dóbr kapitałowych w skali gospodarki, a konkretnie sumowania dóbr kapitałowych poszczególnych roczników, których efektywność jest ważona postępem technicznym. Wymaga to jednak spełnienia formalnych warunków agregacji przez funkcje produkcji dla poszczególnych roczników.

Wprowadzenie modeli rocznikowych wymaga także powtórnej analizy założenia substytucyjności w czasie między czynnikami produkcji. Teoretycznie można wyróżnić trzy typy modeli:

1. Model kit-kit (*putty-putty*), w którym substytucja między czynnikami produkcji jest możliwa zarówno *ex ante*, jak i *ex post*, pod warunkiem że postęp techniczny nie oddziałuje wstecz i nie zmienia efektywności wcześniejszych roczników kapitałowych.
2. Model kit-glina (*putty-clay*), w którym kapitał jest przekuwalny na etapie wyboru techniki produkcji (*ex ante*), tracąc tę właściwość *ex post*, po zrealizowaniu inwestycji.
3. Model glina-glina (*clay-clay*), w którym nie ma możliwości substytucji między czynnikami produkcji *ex post* i *ex ante*.

Modele rocznikowe wszystkich trzech typów wywołują dodatkowe i różnicowane w swej istocie problemy agregacji. Ponieważ postęp techniczny powoduje wzrost produktywności poszczególnych roczników dóbr kapitałowych, płaca realna dla pracy związanej z poszczególnymi rocznikami kapitału jest coraz większa. W warunkach konkurencji musi jednak obowiązywać jednakowa płaca w całej gospodarce. Oznacza to w konsekwencji dla modelu *putty-putty* stałą substytucję pracy kapitałem. Wskutek substytucji, zarówno *ex post*, jak i *ex ante*, występuje jedynie fizyczna deprecjacja kapitału, a nie problem ekonomicznego starzenia się dóbr kapitałowych.

Jeżeli kapitał jest efektem wcześniejszych inwestycji, to możemy zagregowany zasób kapitału zapisać jako:

$$K(t) = \int_{-\infty}^t K_t dt, \quad t \geq t,$$

gdzie: K_t – liczba maszyn rocznika t .

Ten sam zasób mierzony w jednostkach efektywności wyniesie:

$$K^*(t) = \int_{-\infty}^t e^{mt} K_t dt,$$

gdzie: m – (niezmienna w czasie) stopa postępu technicznego neutralnego w ujęciu Solowa, czyli postęp techniczny czysto kapitało-efektywnościowy; e – podstawa logarytmu naturalnego.

Jeżeli zagregowany w jednostkach efektywności zasób kapitału $e^{mt} K_t$ oznaczmy jako K^* , to rocznikowa funkcja produkcji typu Cobba-Douglasa otrzymuje postać:

$$Q = K^* L^{1-\alpha}.$$

Ta formuła funkcji produkcji nie zmienia się w czasie. Możemy jednak funkcję rocznikową wyrazić jako funkcję przesuwającą się w czasie wraz z postępowaniem technicznym i wyrażającą kapitał jako zasób K w jednostkach stałych w czasie.

$$K^*(t) = e^{mt} K(t),$$

$$K(t) = e^{-mt} K^*(t) = \int_{-\infty}^t e^{-m(t-t)} K_t dt.$$

Analizując oba ujęcia kapitału, można zauważyć, że K^* mierzy zasób kapitału w jednostkach efektywności, K natomiast wyraża ten sam zasób w jednostkach jednorodnych nowych maszyn. Agregatowa funkcja produkcji przybierze postać:

$$Q = e^{mt} KL^{1-\alpha}.$$

Jest ona formalnie podobna do rozszerzonej formuły funkcji produkcji Tinbergena. Wynik ten jest efektem przyjęcia $k(t)$ jako miary zasobu kapitału w stałych jednostkach.

Model *putty-clay* (kit-glina), nie dopuszczając substytucji *ex post*, musi uwzględniać sytuację zużywania się moralnego maszyn⁸, aż do momentu, gdy quasi-renty danych maszyn maleją i osiągają wartość zero w miarę wzrostu płac. Zużyte moralnie są maszyny tego rocznika, w którym produkt równy jest płacy w roczniku najnowszym, będącej płacą obowiązującą w całej gospodarce. Wycofywane z produkcji maszyny przynoszą quasi-rentę równą zero. Używając terminów wprowadzonych przez F. Hahna i R. Matthews, można zauważyć, że w modelu *putty-clay* podejmuje się decyzje inwestycyjne (na granicy intensywnej) i decyzje eliminowania maszyn zużytych moralnie (na granicy ekstensywnej). Zgodnie z modelem *putty-clay* długość czasu życia maszyn jest odwrotnie proporcjonalna do stopy wzrostu efektywności pracy (stopy egzogenicznego postępu technicznego naturalnego w rozumieniu definicji R. Harroda), co jest zgodne z rzeczywistymi zjawiskami gospodarczymi czy też z tzw. zdroworozsądkowym myśleniem ekonomicznym.

W modelu *clay-clay*, niedopuszczającym substytucji ani *ex ante*, ani *ex post*, również występuje problem ekonomicznego czasu życia maszyn. Ucieleśnienie się postępu technicznego prowadzi w modelu glina-glina do wzrostu płac i zmniejszenia się quasi-rent od kapitału ze starszych roczników dóbr kapitałowych. Formalnie biorąc, modele *clay-clay* są zbliżone do postkeynesowskiego modelu Harroda-Domara. Analityczne rozwiązania w modelach *putty-clay* i *clay-clay* są znacznie bardziej skomplikowane niż w modelu *putty-putty*. Rezygnując z ich prezentacji, co nie będzie miało większego wpływu na dalszy tok rozważań, warto zauważyć, że wszystkie trzy typy modeli rocznikowych pozwalają, przy pewnych dodatkowych założeniach, określić warunki wzro-

⁸ Moralne zużycie środków trwałych (np. maszyn) oznacza utratę wartości użytkowych składników spowodowaną postępowem technicznym. W wyniku tego postępu niektóre składniki środków trwałych tracą swoją wartość, mimo że nie zostały jeszcze zużyte pod względem fizycznym. Pojęcie to pojawiło się w dziewiętnastowiecznej ekonomii, kiedy to szczególnie eksponował je K. Marks, i zyskało na znaczeniu współcześnie.

stu zrównoważonego i dają w sensie jakościowym wyniki zbliżone do modeli z postępowem technicznym ucieleśnionym (Fiedor, 1986).

Modele rocznikowe, znacznie bardziej skomplikowane formalnie, umożliwiają osłabienie założenia międzygeneracyjnej homogeniczności i uwzględnienia ucieleśnionego postępu technicznego. Problem agregacji funkcji oraz zmiennych objaśniających (czynniki produkcji) nie został jednak na bazie tych modeli rozwiązany, ponieważ czynniki produkcji włączone w ich skład wymagają określonych jednostek miary, a agregacja międzygeneracyjna (zmiennych i funkcji) – spełnienia dodatkowych warunków. To bez wątpienia wpłynęło również na poszukiwania prowadzące w kierunku rezygnacji z pojęcia kapitału. Zapoczątkowane one zostały przez R. Solowa, który badając zarówno model z kapitałem-galaretą (*jelly-capital*), jak i modele rocznikowe doszedł do wniosku, że na ich bazie nie można stworzyć zgodnej z twierdzeniami ekonomii neoklasycznej, a na dodatek dającej się zoperacjonalizować teorii kapitału.

Poszukiwania R. Solowa skoncentrowały się wokół prób udoskonalenia sformułowanej jeszcze przez I. Fishera koncepcji zastępowania określenia kapitału abstrakcyjnego pojęciem wartości konkretnego nakładu inwestycyjnego w terminach techniczno-ekonomicznych na podstawie metody *ex ante*⁹. Jeżeli przyjmiemy jako podstawę pomiaru zdyskontowaną dochodowość jednostki kapitału, wówczas wszystkie dane niezbędne do obliczenia wartościowej wielkości kapitału (okres funkcjonowania, przyszłe dochody, przyszłe stopy procentowe) nabierają charakteru względnie nieokreślonych wielkości, które dotyczą się przyszłości. Koncepcje te wyraźnie nawiązują do tradycyjnego ujęcia kapitału jako funduszu dóbr konsumpcyjnych, kapitału jako efektu abstynencji z bieżącej konsumpcji.

Tworząc swoją koncepcję stopy przychodu, R. Solow próbował rozwiązać oba podstawowe problemy neoklasycznej teorii kapitału, to znaczy określić produkt krańcowy kapitału¹⁰ bez uciekania się do założenia „galaretowatości” tego czynnika oraz udowodnić, że ten produkt (stopa przychodu) jest niezależny od systemu cen, w jakich agreguje się kapitał i produkt. Oznacza to, iż nawet w warunkach gospodarki wieloproduktowej można określić stopę zysku bez wykorzystywania cen.

Modele rocznikowe umożliwiły włączanie do funkcji produkcji postępu technicznego o charakterze zarówno nieucieleśnionym, jak i ucieleśnionym do danego rocznika kapitału. Warto także zauważyć, że we współczesnej neoklasycznej teorii postępu technicznego pojawiła się obok tradycyjnego kapitałoucieleśnionego, idea postępu technicznego pracoucieleśnionego. Opiera się ona na założeniu, że postęp techniczny wpływa nie tylko na

⁹ Zobacz (Solow, 1967). Pierwsze wydanie tej pracy miało miejsce w 1963 roku.

¹⁰ Produkt krańcowy kapitału odzwierciedla zmianę rozmiarów produkcji podzieloną przez zmianę rozmiarów kapitału, przy założeniu *ceteris paribus* dla innych elementów.

produktywność kapitału, ale również na poprawienie cech jakościowych pracy poprzez wzrost wykształcenia, doświadczenia produkcyjnego, odpowiednie wychowanie itd. Sama idea, łącząca się z koncepcją kapitału ludzkiego, powiązana jest ze wskaźnikiem e^{ut} . Wykazały to szczególnie badania E. Denisona, który zauważył, że przemiany jakościowe siły roboczej zawierają się, obok wielu innych czynników, w parametrze określającym nieucieleśniony postęp techniczny. Ta pracoucieleśniona postać postępu technicznego przyspieszyła rozwój badań nad innym ważnym zagadnieniem współczesnej ekonomii – kapitałem ludzkim. W następstwie pojawiły się rozszerzone o kapitał ludzki, zamiast wykorzystywanego wcześniej czynnika pracy, koncepcje modelu makroekonomicznej neoklasycznej funkcji produkcji.

Modele z wykorzystaniem formuły nieucieleśnionego postępu technicznego rozwiązywały problem mierzenia siły jego oddziaływania (wielkości) poprzez metodę *residuum*. Zgodnie z nią cała „reszta” wielkości wytworzonego produktu, której nie można było połączyć z wpływem kapitału i pracy, traktowana była jako efekt oddziaływania nieucieleśnionego postępu technicznego.

Pomiar wielkości wpływu ucieleśnionego postępu technicznego ograniczono do przyrostu wpływu danego rocznika postępu na rozmiar produktu, przy założeniu że wpływ kapitału i pracy we wszystkich rocznikach jest stały. To nadal metoda rezydualna, a nie pomiaru bezpośredniego. Z podobnymi problemami obrachunkowymi spotykają się analitycy kapitału ludzkiego.

Pomiar wielkości wpływu każdego z czynników produkcji na rozmiary produktu w modelu funkcji produkcji pozostaje nadal bardzo trudnym wyzwaniem z powodu przede wszystkim:

- braku odpowiednich jednostek pomiaru (*numeraire*), niepowiązanych z zyskami, procentem czy płacami, dla poszczególnych rodzajów czynników, także postępu technicznego,
- niedostatecznej dokładności dopasowania formalnej postaci modelu funkcji produkcji do rzeczywistego przebiegu zjawiska, co decyduje o rozmiarach „reszty”,
- braku rozpoznania zakresu wpływu czynników losowych związanych z ryzykiem, co określa rozmiar czynnika losowego w estymowanym modelu.

W pewnej mierze można stwierdzić, że próby wprowadzenia postępu technicznego do modelu funkcji produkcji wyeksponowały problem pomiaru wpływu poszczególnych czynników produkcji na rozmiary produktu. Dały jednocześnie powód do rozwoju nie tylko nowych prób metod i jednostek obliczania, ale również analizy wymiarowej i zagadnienia agregacji. W ramach różnych podejść do postępu technicznego ważną kwestią jest również jego egzogeniczny lub endogeniczny charakter. Można to rozumieć na dwa sposoby, a mianowicie:

- 1) rozróżnienie tego charakteru w zależności od miejsca powstawania nowych technicznie rozwiązań i działających tam determinant,

- 2) eksponowanie czynników i sposobów realizacji poszczególnych działań podnoszących poziom techniki.

W pierwszym ujęciu dominuje kryterium miejsca kreacji postępu technicznego, w drugim – czas wdrożenia nowych rozwiązań.

Sposób pierwszy – egzogeniczny – pozwala na rozróżnienie postępu technicznego powstającego poza przedsiębiorstwami, np. w sektorze nauka-informacja, który można określić mianem egzogenicznego. O postępie egzogenicznym decydują inne niewewnętrzne czynniki, jak:

- 1) polityka naukowa państwa,
- 2) nakłady sektora publicznego na badania i rozwój,
- 3) sponsorowanie nauki i techniki w ośrodkach akademickich,
- 4) dyfuzja postępu naukowo-technicznego w otwartych systemach informacyjnych,
- 5) zakupy innowacji na rynkach informacji w formie prawa do patentów czy licencji,
- 6) kradzież nowych rozwiązań, np. poprzez szpiegostwo gospodarcze czy działalność hackerską (biały i czarny wywiad) (zob. Becla, 2018, rozdz. 3).

Endogeniczny charakter postępu technicznego łączy się natomiast z podejmowaniem badań i przedsięwzięć projektowych przez same podmioty gospodarcze w ramach ich działalności. Wyznacznikiem podejmowanych poszukiwań mogą być chęć zdobycia lepszej i ugruntowania posiadanej pozycji rynkowej, ostra rywalizacja konkurencyjna w ramach rynków oligopolistycznych, poszukiwanie sposobów zwiększania zdolności wytwórczych, obniżenia bieżących kosztów aktywności gospodarczej czy opracowanie strategii zmiany lub rozszerzenia działań wytwórczo-dystrybucyjnych podmiotu (zmiana profilu aktywności gospodarczej). Inaczej mówiąc, endogeniczny postęp techniczny jest inicjowany i realizowany przez podmioty wewnątrz systemu gospodarczego, z ich inicjatywy oraz ze względu na ich potrzeby.

Z kolei postęp techniczny egzogeniczny odnosi się do sytuacji, gdy wzrost produkcji następuje bez zwiększenia zużycia zasobów w danym procesie wytwarzania, wykorzystywanych na bieżąco. Jest zatem efektem pojawienia się lepszych sposobów gospodarowania zasobami. Często uważa się, że nie generują one nadmiernych kosztów (Woźniak, 2004).

Postęp techniczny endogeniczny łączy się z włączeniem w proces produkcji nowych zasobów kapitału, czyli inwestycjami ułatwiającymi zwiększanie wydajności pracy. Taki postęp techniczny może być ucieleśniony w kapitale i/lub pracy. Endogeniczny postęp techniczny ucieleśniony w kapitale obejmuje maszyny i urządzenia instalowane w danym okresie obrachunkowym. Postęp taki zwiększa intensywność kapitałową, czyli techniczne uzbrojenie pracy, ilość kapitału przypadającego na jednego zatrudnionego¹¹.

¹¹ W kontekście endogenicznego postępu technicznego ucieleśnionego w kapitale warto wskazać na postęp techniczny indukowany. W początkowym okresie oddania maszyn i urzą-

1.4. Współczesne modyfikacje modelu funkcji produkcji

Wyciszenie się, po słynnym seminarium na wyspie Korfu (Grecja) w 1967 roku, sporów wokół teorii kapitału, modelu funkcji produkcji i teorii wzrostu gospodarczego spowodowało spadek liczby artykułów i książek oraz mniej podejmowanych badań z tego zakresu¹². Zainteresowania ekonomistów przesunęły się na inne zagadnienia, jak np.:

- wyzwania dotyczące polityki ekonomicznej i roli państwa w gospodarce, a zwłaszcza nowych zjawisk, jak stagflacja i załamanie się krzywej Phillipa w latach siedemdziesiątych ubiegłego stulecia;
- konsekwencje analiz z zakresu modelowania globalnego, zamieszczonych m.in. w raportach dla Klubu Rzymskiego na przełomie lat sześćdziesiątych i siedemdziesiątych XX wieku;
- ekonomiczne postaci scenariuszy procesów globalizacji i integracji w skali kuli ziemskiej oraz poszczególnych makroregionów w drugiej połowie lat siedemdziesiątych i w kolejnych dekadach;
- zmiany sposobów funkcjonowania gospodarek centralnie sterowanych (realnego socjalizmu) w latach siedemdziesiątych XX wieku;
- wyzwania ekonomiczno-społeczne prebischowskich peryferii, czyli tak zwanego postkolonialnego Trzeciego Świata w kontekście postępującego jego zadłużenia;
- ekspansja teoretyczna i praktyczna neoliberalizmu w polityce Ronalda Reagana i Margaret Thatcher, a także Konsensusu Waszyngtońskiego w latach osiemdziesiątych poprzedniego stulecia;
- ekologizacja dociekań ekonomicznych i rozwój ekonomii środowiska oraz ekonomii ekologicznej, a także powstanie idei i strategii *Sustainable Development*, od Konferencji Sztokholmskiej w 1972 roku po ekologiczny Szczyt Ziemi w Rio de Janeiro w 1992 roku i w następnych dekadach XX i XXI stulecia;
- kreowanie podstaw społeczeństwa informacyjnego i gospodarki opartej na wiedzy – w latach dziewięćdziesiątych XX wieku i następnych w XXI stuleciu.

Te i inne zagadnienia miały istotny wpływ zarówno na badania podejmowane w większości ośrodków akademickich na świecie, jak i na zawartość tematyczno-merytoryczną czasopism czy książek ekonomicznych. W takich warunkach model funkcji produkcji był rzadziej wykorzystywany, zwłaszcza w dotychczasowym konwencjonalnym zakresie. Nie oznaczało to zupełnej re-

dzeń do eksploatacji ich produktywność jest mniejsza niż potencjalna ze względu na niedostateczne doświadczenie w ich wykorzystaniu. Wraz z upływem czasu produktywność ta rośnie. Zobacz szerzej (Woźniak, 2004).

¹² Spory te zostały bardzo szczegółowo i interesująco przedstawione w wielu pracach. Na polskim rynku wydawniczym szczególnie wyróżniają się publikacje (Harcourt, 1975; Osiatyński, 1978).

zygnacji z narzędzia, które miało rozległą już tradycję zastosowania i nadal znaczące możliwości poznawczo-interpretacyjne.

Warto zatem zwrócić uwagę na różne modyfikacje modelu funkcji produkcji, a zwłaszcza na te propozycje, które pozwoliły nie tylko powrócić do niego, ale także nadać mu nowe wymiary. Należą do nich m.in.:

- rozwinięcie interpretacji modelu funkcji produkcji w ramach neoklasycznych, postkeynesowskich i heterodoksyjnych modeli wzrostu (rozwoju) ekonomicznego;
- rozwijanie i sprawdzanie formalno-logicznych skutków wprowadzania innych postaci modelu funkcji produkcji;
- doskonalenie statystyczno-ekonometrycznych metod estymacji parametrów modelu funkcji produkcji;
- próby reinterpretacji parametrów funkcji produkcji;
- budowanie systemów powiązanych ze sobą modeli funkcji produkcji w skali międzynarodowej (np. LINK L. Kleina) i do badania koniunktury gospodarczej;
- zmiana charakteru relacji wewnątrz modelu funkcji produkcji z egzogenicznych na endogeniczne;
- stworzenie modeli wzrostu (rozwoju) gospodarczego uwarunkowanego ekologicznie we wszystkich liczących się szkołach teoretycznych;
- wprowadzenie do modelu funkcji produkcji kapitału ludzkiego jako czynnika produkcji zastępującego dotychczas wykorzystywaną kategorię „pracy”, a także zastosowanie modelu funkcji produkcji jako odzwierciedlenia procesu kreacji samego kapitału ludzkiego;
- koncepcje energetycznej funkcji produkcji i to w dwojakim znaczeniu, a mianowicie włączeniu energii jako odrębnego czynnika produkcji do tradycyjnego modelu oraz próbach w duchu filozofii energetyzmu, reinterpretacji modelu funkcji produkcji w oparciu o jednostki energii, traktowane jako wymiarowa podstawa analizy procesów gospodarowania, trochę w duchu Einsteińskiego równania $E = mc^2$;
- próby budowania tak zwanych informacyjnych modeli funkcji produkcji i opartych na nich modeli wzrostu (rozwoju) ekonomicznego.

Warto pokrótce przyrzeć się tym modyfikacjom modelu funkcji produkcji, ponieważ świadczą one o jego żywotności, a jednocześnie są dowodem rozwoju myśli ekonomicznej oraz nauki ekonomii. Najobszerniejsze postaci modyfikacji pojawiły się w ekonomii postkeynesowskiej. Była to najaktywniejsza krytyka neoklasycznej zagregowanej funkcji produkcji.

Model makroekonomicznej neoklasycznej funkcji produkcji spotkał się ze szczególnie szerokim zainteresowaniem ekonomii postkeynesowskiej, która stawiając trudne pytania i wychwytyjąc nieścisłości tego modelu, potrafiła w dwojaki sposób wpłynąć na jego ewolucję, a mianowicie:

- poprzez wykazywanie logiczno-poznawczych oraz obrachunkowych niedoskonałości modelu, co wywoływało reakcję ekonomii neoklasycznej poszukującej odpowiedzi na formułowane zarzuty;
- poprzez formułowanie własnych propozycji oraz pobudzanie reprezentantów innych podejść do takich zachowań badawczych.

Przedstawiciele ekonomii postkeynesowskiej bardzo aktywnie uczestniczyli w znanym sporze wokół teorii kapitału, będąc w pewnym sensie jego inicjatorami. Szczególne znaczenie miały pytania postawione przez J. Robinson w słynnym artykule zatytułowanym *The Production Function and the Theory of Capital* (Robinson, 1953-1954). Był to ten kierunek weryfikacji i modyfikacji modelu funkcji produkcji, który podniósł najwięcej ciekawych kwestii, w różnych zakresach, od założeń poprzez formuły aż po interpretacje. Przyniósł również najwięcej propozycji odpowiedzi na stawiane pytania. Zewnętrzny obserwator mógłby odnieść wrażenie, że dyskusja dotyczyła spraw bez większego znaczenia, ale były to doskonałe próby sprawdzenia logicznej poprawności wielu elementów tego modelu, a zatem w jakiejś szerszej perspektywie była testem użyteczności we współczesnej ekonomii podejścia modelowo-matematycznego. Sama dyskusja, często bardzo emocjonalna, zakończyła się bez rozstrzygnięcia wielu istotnych kwestii, które współcześnie nie wzbudzają już takich emocji, jak w latach pięćdziesiątych XX wieku. Nie oznacza to, że nie są ważne, wpływają bowiem na badania z zakresu przyczynowości zjawisk ekonomicznych, które przyniosły Nagrodę Nobla J. Angristowi i G. Imbensowi w 2021 roku¹³.

Od czasu prac J. Tinbergena i R. Frischa, które zapoczątkowały w latach dwudziestych XX wieku rozwój ekonometrii, pojawiły się coraz liczniejsze opracowania pozwalające na empiryczne szacowanie parametrów modelu funkcji produkcji, co stworzyło możliwości:

- stosowania różnych formuł tego modelu do gromadzonych danych opisujących realne procesy produkcji czy wzrostu gospodarczego oraz sprawdzania poprawności (dokładności) wzajemnego dopasowania;
- sprawdzania, czy otrzymane ekonometrycznie parametry funkcji produkcji są zgodne z jej założeniami poznawczo-formalnymi.

Początkowo metody estymacji ograniczały się do wykorzystywania klasycznej metody najmniejszych kwadratów oraz jej modyfikacji do zależności liniowych, a następnie linearyzowanych. Znacznie trudniejsza była i jest analiza relacji nieliniowych, z którymi współczesna ekonometria nie radzi sobie wystarczająco skutecznie¹⁴.

¹³ O tych problemach pisze M. Maziarz w pracy (Maziarz, 2020).

¹⁴ Zdaniem autora, problem budowania statystyczno-ekonometrycznych metod estymacji modeli nieliniowych jest bardzo ważnym wyzwaniem współczesnej ekonometrii oraz ekonomicznych badań nad przyczynowością.

Rozwój ekonometrii oraz statystyczno-ekonometrycznych metod estymacji parametrów modelu funkcji produkcji przebiegał przede wszystkim dwiema drogami:

- poszukiwania nowych idei i koncepcji oraz formuł,
- empirycznego estymowania parametrów różnych postaci modelu funkcji produkcji.

Ta druga ścieżka zaczęła się rozwijać w szczególny sposób wraz z rozwojem komputerów i odpowiedniego oprogramowania statystyczno-ekonometrycznego. Mniej natomiast pojawiało się nowych pomysłów teoretycznych.

Model funkcji produkcji przyczynił się do rozwoju kilku ważnych zagadnień, a zwłaszcza: (1) poprawienia dopasowania formuł modelu do danych empirycznych oraz (2) jednoznacznego rozwiązania problemu agregacji mikroekonomicznych funkcji produkcji w postać makroekonomiczną. Sam model makroekonomicznej, neoklasycznej funkcji produkcji doczekał się najliczniejszej grupy modyfikacji, o różnym poziomie użyteczności poznawczej, predykcyjnej czy decyzyjnej.

Równolegle do procesu doskonalenia statystyczno-ekonometrycznych metod estymacji parametrów modelu funkcji produkcji rozwijały się nowe sposoby interpretacji tych parametrów. Wykorzystując odpowiednie studia empiryczne, poszukiwano przede wszystkim prób odpowiedzi na następujące pytania:

- czym, w sensie ekonomicznym, jest tak zwana reszta modelu?
- jaka jest charakterystyka parametru A , dopasowującego ostatecznie wielkości produkcji i nakładów uwzględnionych w estymacjach poszczególnych postaci funkcji produkcji?

W pierwszym przypadku pojawiały się często odmienne interpretacje, zgodnie z którymi reszta była:

- 1) parametrem zawierającym zakres i siłę oddziaływania innych czynników wytwórczych, nieuwzględnionych bezpośrednio w modelu;
- 2) parametrem wynikającym z niedokładności pomiaru (błędów analizy wymiarowej) poszczególnych wielkości modelowych, jak produkt czy nakłady czynników produkcji;
- 3) parametrem, który zawiera skutki oddziaływania zjawisk ryzykownych (niepewności) w życiu gospodarczym;
- 4) wielkością wynikającą ze statystycznych zaokrągleń w trakcie samego procesu estymacji modelu funkcji produkcji oraz jego parametrów.

Ważny jest finalny wniosek płynący z tych poszukiwań: nie udało się tego problemu rozstrzygnąć, a zatem pozostaje on nadal wyzwaniem ekonomii i ekonometrii.

Drugie pytanie także wzbudzało duże zainteresowanie, co pozwoliło sformułować kilka ciekawych hipotez, że parametr ten może być:

- nieinterpretowalnym ekonomicznie parametrem dostosowującym szereg liczbowe w funkcji typu potęgowego, pełniącym wyłącznie obrachunkową funkcję;

- wielkością o interpretacji podobnej do reszty, jeżeli ta ostatnia nie występuje bezpośrednio w formule funkcji produkcji;
- efektem produkcji odzwierciedlającym zmiany efektywności produkcji w wyniku wzrostu skali wytwarzania;
- „regulatorem” skali jednostek, w których mierzy się produkt i czynniki produkcji, czyli skutkiem trudności analizy wymiarowej;
- uwzględnieniem faktu, że przy założeniu stałości parametrów α oraz β , na rozmiary A wpływają zmieniające się rozmiary produkcji czy stosowane metody planowania i zarządzania.

Niektórzy badacze proponowali bardziej konkretne, chociaż ostatecznie nieudowodnione sposoby interpretacji parametru A , jak np.:

- 1) wykładnik organizacyjno-techniczny odzwierciedlający jakościową stronę postępu technicznego i rozwoju cywilizacyjnego u J. Kornaia,
- 2) element wykładnika nieucieleśnionego postępu technicznego,
- 3) parametr odzwierciedlający efekty synergistyczne multiplikatywnego działania czynnika produkcji na produkt, niemieszczące się w α oraz β .

Ciekawa jest natomiast duża zgodność ekonomistów co do interpretacji parametrów α i β czy γ funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa. Charakteryzują one zależność (elastyczność) dynamiki wielkości produktu Q od nakładów czynników produkcji – pracy, kapitału, ziemi itd. Krytycy modelu neoklasycznej funkcji produkcji nie zgadzają się natomiast, aby parametry te traktować jako współczynniki proporcjonalności podziału produktu między czynniki produkcji.

Estymacja, a zwłaszcza interpretacja parametrów makroekonomicznego neoklasycznego modelu funkcji produkcji stanowi nadal otwartą płaszczyznę badań dla współczesnej ekonomii i może mieć daleko idące konsekwencje dla całego modelowego sposobu pojmowania (opisu) zjawisk oraz procesów gospodarczych¹⁵.

Idea systemu makromodeli LINK (*Linking National Economic Models*) pojawiła się na przełomie lat 1967 i 1968, na spotkaniu ekonometryków na Uniwersytecie Stanforda. Początkowo miał to być system opisujący mechanizmy przepływów między rozwiniętymi gałęziami gospodarki. Rozrastał się przez wiele lat, włączając modele kolejnych gospodarek, obejmując w szczytowym momencie ponad 80 submodeli. Sekretariat Organizacji Narodów Zjednoczonych wykorzystywał LINK do tworzenia krótko- i długookresowych prognoz i konstruowania zaleceń implementacji działań. System LINK został rozbudowany i skupił się wokół *sustainable development* (zrównoważonego i trwałego rozwoju). Szczególnie ciekawe były kwestie: (1) szoku naftowego z 1973 roku

¹⁵ Warto wspomnieć o jeszcze jednym aspekcie wykorzystywania modelu makroekonomicznej funkcji produkcji. Od wielu lat trwają próby znajdowania takich sposobów opracowania jego postaci i parametrów, aby był użyteczny do przewidywania koniunktury gospodarczej. Zobacz szerzej (Jakimowicz, 2003).

i jego konsekwencji; (2) końca „zimnej wojny” i jego skutków; (3) redukcji CO₂ w atmosferze w kontekście globalnych zmian klimatycznych. Oznaczało to możliwości adaptacji systemu modeli LINK do nowych wyzwań społecznych czy środowiskowych¹⁶.

System LINK umożliwił wykazanie, jak ważne jest tego typu modelowanie dla rozumienia życia gospodarczego w skali globalnej i projektowania adekwatnych do wyzwań działań ochronnych i zapobiegawczych. W ramach systemu wykorzystano nie tylko modele funkcji produkcji, ale również inne postaci modeli. „Silne tendencje w makroekonomii, zmierzające do oparcia jej na solidnych mikroekonomicznych podstawach, doprowadziły do zmian w strukturze i specyfikacji równań makromodeli w kierunku rozwiązań neoklasycznych. Po pierwsze, w makromodelach zaczęto wyróżniać bloki równań objaśniających zachowanie gospodarstw domowych (nie tylko popytu na dobra i usługi, lecz także podaży siły roboczej, finansów tych gospodarstw), przedsiębiorstw (podaż, produkcja, zatrudnienie, płace, ceny, finanse), instytucji publicznych, rynku pieniężnego i zagranicy. Po wtóre, nie tylko funkcja produkcji, ale też funkcje popytu miały rodowód neoklasyczny. Akcentowano w modelach mechanizmy powiązań sfery pieniężnej i realnej (mechanizmy transmisji). Modele o takiej orientacji zaczęły przeważać przede wszystkim w analizach skutków polityki pieniężnej i fiskalnej” (Welfe, 2013).

Ciekawe są wyzwania odnoszące się do zmiany charakteru relacji wewnątrz modelu funkcji produkcji z egzogenicznych na endogeniczne. Problem sposobów rozumienia przyczynowości w ekonomii należy do istotnych kwestii teoriopoznawczych oraz metodologicznych (Maziarz, 2020). Według badań M. Maziarza można rozróżnić pięć podejść do kwestii przyczynowości: (1) regularnościowe; (2) probabilistyczne; (3) kontrfaktyczne; (4) mechanistyczne; (5) manipulacjonalistyczne.

Podejście regularnościowe charakteryzuje modele ekonometryczne oraz kliometryczne i przypomina stałe współwystępowanie zjawisk, a także określone regularności empiryczne na wzór praw fizykochemicznych. Można je identyfikować za pomocą: (1) modelowania ekonometrycznego, wykorzystującego teoretyczną millowską konieczność; (2) analizy kliometrycznej, z wykorzystaniem źródeł opisowych oraz statystycznych metod analizy relacji; (3) analizy danych historycznych, z akceptacją redukcjonistycznej interpretacji praw fizykochemicznych (Reinhart i Rogoff, 2010).

Ujęcie probabilistyczne definiuje relacje przyczynowe z wykorzystaniem prawdopodobieństwa warunkowego, a zatem A powoduje B wtedy i tylko wtedy, gdy A i B są powiązane przestrzennie i czasowo oraz pojawienie się A zwiększa prawdopodobieństwo warunkowe wystąpienia B: $P(B | A) > P(B)$.

¹⁶ Szczególnie należy tu docenić wkład W. Nordhaus, który dzięki swoim ideom otworzył nowe płaszczyzny badawcze. Zobacz (Czaja i Malaga, 2019).

Podjęcie to tworzy współczesną ateoretyczną ekonometrię, zbudowaną na poglądach J.R. Hicksa (1979), C. Grangera (1969) i definicji przyczynowości N. Wienera (1956). W tym podejściu kierunek relacji przyczynowej ustala się nie w oparciu o modele teoretyczne, lecz w oparciu o dodatkową informację o chronologii występowania zjawisk opisywanych przez zmienne. Takie są testy przyczynowości w rozumieniu C. Grangera.

Podjęcie kontrfaktyczne typu: jeżeli A by się nie wydarzyło, to B również by się nie wydarzyło, zdaniem M. Maziarza, pozwala opisać relacje przyczynowe pomiędzy pojedynczymi instancjami, nie typami zdarzeń. Tego typu relacje są dość rzadkie w teorii ekonomii i w badaniach empirycznych. N. Cartwright oraz J. Reiss dokonali interesującej analizy takiego ujęcia przyczynowości (Cartwright i Reiss, 2008). Nieliczne studia nad tym problemem potwierdzają dwa wnioski, a mianowicie: (1) nie do końca potrafimy jednoznacznie określić istotę podejścia kontrfaktycznego, a zwłaszcza mechanizmu tworzącego związek pomiędzy wspomnianymi zjawiskami A oraz B, a co za tym idzie: (2) konieczne są dalsze badania metodyczno-metodologiczne nad tym sposobem interpretacji przyczynowości w ekonomii i życiu gospodarczym.

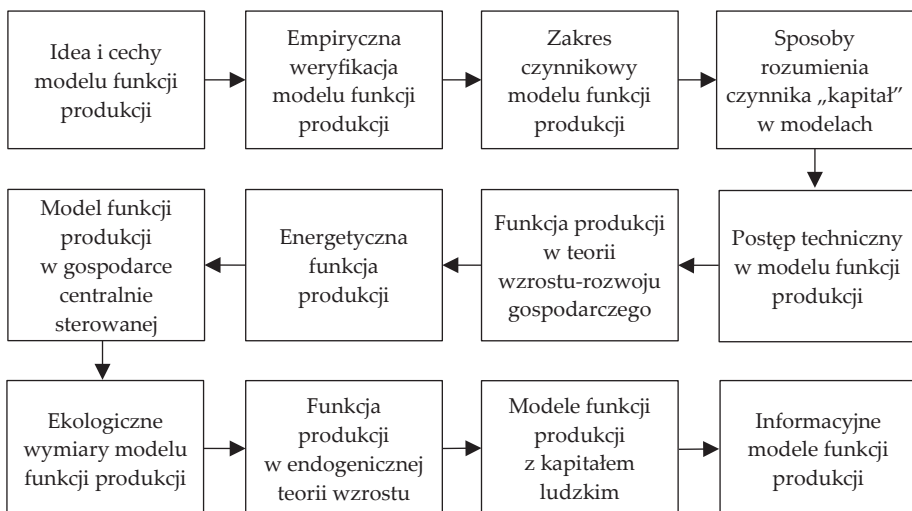
Mechanistyczne podejście do przyczynowości identyfikuje te relacje z mechanizmami je kreującymi, często w oparciu o modelowanie aksjomatyczne (Glennan, 2012). Podejście mechanistyczne jest uznawane za formę przyczynowości w modelach czysto teoretycznych, które nie wykazują relacji z empirią, oraz w modelach kalibrowanych, w których dane statystyczne są oparciem dla przyjętych aksjomatów czy wielkości parametrów. Jak zauważa M. Maziarz, mechanistyczne formuły przyczynowe mogą być podstawą wprowadzania zmian instytucjonalnych, które zwiększają prawdopodobieństwo wystąpienia oczekiwanych efektów, ale ich nie gwarantują.

Ostatnim dającym się wyróżnić sposobem rozumienia przyczynowości jest podejście manipulacjonistyczne, rozwijane i interpretowane szczególnie w ekonomii eksperymentalnej.

KONTROWERSJE WOKÓŁ MODELU FUNKCJI PRODUKCJI

2.1. Etapy ewolucji kontrowersji wokół modelu funkcji produkcji

Model funkcji produkcji, podobnie jak zdecydowana większość modeli ekonomicznych, od samego początku wywoływał określone kontrowersje i spory dotyczące nie tylko jego istoty czy postaci, lecz również przedstawionych propozycji dodatkowych rozwiązań. Pojawiły się one już na etapie prekursor-skim, a następnie towarzyszyły modelowi zaproponowanemu przez Ch. Cobba i P. Douglasa, będącemu pierwszą próbą empirycznej estymacji funkcji produkcji (rys. 2.1).



Rys. 2.1. Chronologia rodzajowa ewolucji kontrowersji wokół modelu funkcji produkcji

Źródło: opracowanie własne.

Kolejne lata przyniosły próby określenia zakresu czynnikowego modelu funkcji produkcji, od uwzględnienia pracy i kapitału poprzez wprowadzenie trzeciego Sayowskiego czynnika – ziemi, a następnie kolejnych, wyodrębnionych czynników, jak energia czy postęp techniczny (nieucieleśniony i ucieleśniony o egzogenicznym charakterze).

Niejako równolegle z modelem funkcji produkcji rozwijała się dyskusja wokół teorii kapitału, jedna z najgłośniejszych i najciekawszych w całym XX stuleciu. Dotyczyła ona zarówno istoty samej kategorii „kapitał”, jak i określonych twierdzeń neoklasycznej teorii kapitału i wzrostu gospodarczego, zwłaszcza tak zwanych neoklasycznych przypowieści. Były to wiodące problemy na łamach ekonomicznych periodyków w latach pięćdziesiątych i sześćdziesiątych XX stulecia¹. Później pojawiły się inne wyzwania i kwestie związane z modelem funkcji produkcji zeszyły na dalszy plan.

Lata pięćdziesiąte i kolejne dekady XX wieku przyniosły szerokie zainteresowanie problemami wzrostu gospodarczego (rozwoju społeczno-ekonomicznego) z wykorzystaniem modelu funkcji produkcji, co pozwoliło zidentyfikować inne, ciekawe wyzwania poznawcze oraz interpretacyjne. Były one częściowym surogatem dla nierozstrzygniętych skutecznie problemów teoretyczno-metodologicznych w ramach sporów wokół teorii kapitału i postępu technicznego (Cambridge kontra Cambridge 1954-1967).

Funkcja produkcji wróciła na łamy literatury ekonomicznej przy okazji badania kwestii kapitału ludzkiego. Ta relatywnie nowa kategoria wzbudziła duże zainteresowanie w latach siedemdziesiątych XX wieku. Problem był o tyle ciekawy, że kwestią pracy, która była traktowana jako czynnik produkcji, nie zajmowano się wcześniej zbyt szeroko. Większym wyzwaniem był kapitał.

Prawie równolegle ze sporami wokół teorii kapitału pojawiło się w modelu funkcji produkcji zagadnienie postępu technicznego, które również dało asumpt do wielu ciekawych, ale i kontrowersyjnych badań. Szczególne znaczenie miały analizy ucieleśnionej i nieucieleśnionej formy postępu technicznego, a w ostatnich dekadach XX stulecia studia nad jego egzogenicznością lub endogenicznością.

Ponownie zwrócono uwagę na tradycyjny model funkcji produkcji na przełomie lat sześćdziesiątych i siedemdziesiątych ubiegłego wieku. Wynikło to przede wszystkim z:

- rozwoju energetycznej teorii wartości, dzięki któremu pojawiły się w ramach analizy energetycznej próby reinterpretacji funkcji produkcji;
- rozwoju dyskusji wokół możliwości zastosowania modelu funkcji produkcji w gospodarce centralnie planowanej, znajdującej się wówczas w swojej szczytowej fazie ekspansji;

¹ Szczegółowo problemy te przedstawiono w doskonałych pracach (Harcourt, 1975; Osiatyński, 1978).

- pojawienia się ekologicznych interpretacji modelu funkcji produkcji oraz środowiskowych uwarunkowań modeli wzrostu gospodarczego opartych na funkcji produkcji.

Kolejne lata przyniosły, pod wpływem idei *sustainable development* (zrównoważonego i trwałego rozwoju) oraz szerszej tendencji „zazielenienia” współczesnej ekonomii, wiele postaci modelu funkcji produkcji, które wprowadzały kwestie ekologiczne do analizy procesu produkcji oraz opartych na nim modeli wzrostu gospodarczego uwarunkowanego ekologicznie². Ponownie okazało się, że model funkcji produkcji nadaje się do takich badań, dając ciekawe, chociaż wciąż kontrowersyjne wyniki. Szczególnie ciekawe są tu analizy energetyczne, które nie tylko uwzględniają energię jako odrębny czynnik produkcji, ale również traktują ją, zgodnie z duchem filozofii energetyzmu, jako podstawę ujednolicenia pozostałych czynników produkcji, zwłaszcza pracy, kapitału i postępu ludzkiego.

Pewną ciekawostką może być fakt, że model funkcji produkcji wywołał na przełomie lat sześćdziesiątych i siedemdziesiątych XX wieku ożywioną dyskusję w literaturze polskiej, w której wzięło udział wielu wpływowych wówczas ekonomistów. W szerszym tle dyskusja ta toczyła się nad możliwościami zastosowania modelu funkcji produkcji w gospodarce centralnie sterowanej (socjalistycznej). Podjęto wówczas także próby empirycznej weryfikacji funkcji produkcji dla gospodarki polskiej.

Bez wątpienia nowe impulsy badawcze dała modelowi funkcji produkcji endogeniczna teoria wzrostu, połączona z uwzględnieniem kapitału ludzkiego, który był reinterpretacją tradycyjnych, jeszcze XIX-wiecznych pojęć: praca i siła robocza.

Biorąc pod uwagę takie szerokie możliwości zastosowania modelu funkcji produkcji, można się również spodziewać coraz liczniejszych jego zastosowań w zakresie badania roli informacji jako czynnika produkcji w ramach społeczeństwa informacyjnego oraz gospodarki opartej na informacji (mądrości)³.

Na ocenę i krytykę modelu funkcji produkcji można spojrzeć jeszcze z innego, niż rodzajowy, punktu widzenia, a mianowicie przyjmując jako kryterium kierunki krytyki ze strony czołowych szkół teoretycznych. Każda z tego typu wyróżnionych szkół ma swoje cechy charakterystyczne, które można znaleźć w formułowanych krytycznych argumentach. To podejście jest często wykorzystywane w pracach związanych z rozwojem myśli ekonomicznej, w których nie tylko relacjonuje się dorobek danej szkoły, ale również precyzuje się jej stosunek do innych szkół teoretycznych.

² Wiele miejsca poświęcono tego typu modelom w pracy (Czaja i in., 1993).

³ W dotychczasowej literaturze z tego zakresu spotykamy się raczej z pojęciem gospodarki opartej na wiedzy, chociaż jestem bardziej zwolennikiem pojęcia gospodarki opartej na mądrości, które oznacza nie tylko wykorzystanie informacji, lecz odpowiednie wykorzystanie wiedzy, co wcale nie jest pewne w sytuacji swoistej kontrrewolucji ignorancji.

W przypadku neoklasycznej makroekonomicznej funkcji produkcji można określić kilka takich płaszczyzn oceny i krytyki. Najważniejszymi są bez wątpienia:

- najbardziej aktywna i merytoryczna krytyka ze strony przedstawicieli ekonomii postkeynesowskiej, a zwłaszcza J. Robinson, L. Pasinettiego oraz P. Garegnaniego;
- mało ekspansywna, chociaż bardzo ciekawa ocena ze strony przedstawicieli tak zwanej ekonomii neoricardiańskiej, reprezentowanej zwłaszcza przez P. Sraffę;
- epizodyczna krytyka neoklasycznego modelu funkcji produkcji z pozycji neoinstytucjonalnych, których przedstawiciele nie skupiali się jednak na tego typu elementach dorobku ekonomii głównego nurtu;
- dość zaciekle, choć bardziej ideologicznie niż merytorycznie, krytyka funkcji produkcji przez przedstawicieli ekonomii marksistowskiej.

Najwięcej uwagi poświęca się w publikacjach, co jest zrozumiałe, najbardziej rozbudowanej, ale i najbardziej merytorycznej krytyce zaprezentowanej przez ekonomistów podejścia postkeynesowskiego, a zwłaszcza J. Robinson, która swoim artykułem z 1953 roku (Robinson, 1953-1954) zapoczątkowała słynny spór wokół teorii kapitału, nie dając zwolennikom modelu neoklasycznej makroekonomicznej funkcji produkcji większych szans na sukces. Krytyka postkeynesistów koncentrowała się przede wszystkim na „neoklasycznych przypowieściach” oraz kwestii homogeniczności kapitału i na związanych z tym realnych i cenowych efektach Wicksella. Nie bez znaczenia były również krytyczne argumenty wobec marginalnej teorii podziału. Dwie cechy krytyki postkeynesowskiej zasługują na szczególne wyróżnienie, a mianowicie: (1) bardzo merytoryczny jej charakter, polegający m.in. na wskazywaniu błędów logicznych i uproszczeń w rozumowaniu ekonomistów neoklasycznych; (2) prezentowanie własnych propozycji rozwiązania niektórych problemów. Wśród tych ostatnich na odnotowanie zasługuje koncepcja pseudofunkcji produkcji J. Robinson i model podziału produktu L. Pasinettiego, a także model N. Kaldora.

Krytyka neoricardiańska należy do mniej znanych z kilku przyczyn, a mianowicie:

- niewielkiego wpływu nielicznych przedstawicieli tego podejścia, wśród których najbardziej znanym był P. Sraffa, z niewielkim, ale doskonałym merytorycznie dziełem *Produkcja towarów za pomocą towarów* (Sraffa, 1965);
- ograniczonej promocji ujęcia neoricardiańskiego⁴;
- nieco innego charakteru modelu ricardiańskiego, polegającego nie na skupieniu się na krytyce modelu funkcji produkcji, neoklasycznej teorii kapi-

⁴ Podobny przypadek dotknął dorobek i spuściznę najslawniejszego polskiego ekonomisty M. Kaleckiego. Obecnie coraz częściej mówi się o neoricardianizmie i postkaleckianizmie.

tału czy marginalnej teorii podziału, lecz na pokazaniu możliwości innej interpretacji wyzwań teoretycznych w oparciu o dorobek wczesnej, tak zwanej zbożowej teorii wartości D. Ricardo;

- braku kontynuacji ujęcia neoricardiańskiego po śmierci P. Sraffy.

Neoricardianie skupili się na wykazaniu, że pewne niespójności neoklasycznej teorii kapitału i modelu makroekonomicznej funkcji produkcji da się pokonać w odmienny sposób. Wykorzystali w tym celu problem postawiony już przez D. Ricardo: jak znaleźć taki towar (środek) obrachunkowy, który pozwoliłby mierzyć ceny w sposób niezależny od poziomu płac i zysków w określonym cyklu produkcji towarów za pomocą towarów? Nie spotkało się to z uznaniem ze strony ekonomii neoklasycznej, której przedstawiciele uważali, że „(...) nie ma żadnego poprawnego wniosku neoricardiańskiego, który by nie był zawarty w zbiorze wniosków, jakie można wyprowadzić z ortodoksji [ekonomii neoklasycznej – przyp. S.C.]” (Hahn, 1982, s. 363).

W ramach innych szkół teoretycznych krytyka pracy P. Sraffy nie była tak ostra, a nawet spotkała się z pewnym uznaniem, jak np. we współczesnym marksizmie czy neoinstytucjonalizmie. Modele P. Sraffy chwalono również za mało uduchowiony aparat formalny, wywodzący się z programowania matematycznego.

Przedstawiciele ekonomii neoinstytucjonalnej, będącej kontynuacją myśli T. Veblena i instytucjonalizmu amerykańskiego, a nie nową ekonomią instytucjonalną w ramach ekonomii głównego nurtu, w niewielkim zakresie odnosili się do wysublimowanych formalnie, ale mało realistycznych, ich zdaniem, modeli ekonomii neoklasycznej. Za ciekawe w zakresie funkcji produkcji można jednak uznać argumenty ekonomii neoinstytucjonalnej, zwłaszcza J.K. Galbraitha, o oderwaniu modeli neoklasycznych od rzeczywistości społeczno-gospodarczej. Krytyka dotyczyła zwłaszcza nierealności założeń modelu funkcji produkcji oraz modelu rynku doskonałej konkurencji, a także modelu *homo oeconomicus*.

Krytyka neoklasycznej makroekonomicznej funkcji produkcji z pozycji marksistowskich jest o tyle ciekawa, że miała miejsce również w polskiej literaturze ekonomicznej. Odbывała się na następujących płaszczyznach:

- 1) prób oryginalnych interpretacji modelu, jego parametrów bez odniesień do oceny genezy samego modelu; tu warto wspomnieć o pracach J. Kornaia, O. Langego czy przedstawicieli tzw. radzieckiej ekonomii matematycznej – L. Kantorowicza, A. Granberga czy W. Nowożyłowa;
- 2) prób zastosowania modelu funkcji produkcji do procesów mających miejsce w gospodarce centralnie planowanej i sporach wokół tego ujęcia, czego potwierdzeniem mogą być prace takich autorów, jak J. Pajestka, W. Welfe w ramach systemu LINK czy innych;
- 3) ideologicznej krytyki, rzadko wnoszącej interesujące argumenty do toczących się sporów.

Powyższe podejścia do modelu neoklasycznej makroekonomicznej funkcji produkcji przeplatały się oczywiście z ujęciami rzeczowymi, w istocie stanowiąc spójną całość, ponieważ krytyka i ocena przedstawicieli poszczególnych szkół teoretycznych odnosiły się do konkretnych elementów merytorycznych (rzeczowych).

2.2. Dyskusje wokół możliwości zbudowania modelu funkcji produkcji w okresie prekursorskim

Rozpoczęta w latach dziewięćdziesiątych XIX wieku dyskusja nad modelem funkcji produkcji od samego początku, a zatem od pracy P. Wicksteeda *An Essay on the Co-ordination of the Laws of Distribution* z 1894 roku, dotknęła z różnym natężeniem kilku kwestii, a mianowicie:

- problemu istnienia funkcji produkcji, chociaż nie był on wówczas zbyt kontrowersyjny;
- formalnych warunków, jakie powinna spełniać funkcja produkcji, aby wynagrodzenie poszczególnych czynników produkcji, w warunkach konkurencyjnej (doskonale) gospodarki, było równe ich produkcyjności krańcowej;
- czy warunki te będą oznaczały pełne rozdzielenie („wyczerpanie” według ówczesnej nomenklatury) produktu, a także, nieco na marginesie,
- czy podział ten będzie etyczny (sprawiedliwy)?

Pierwsze wyzwanie nie wzbudzało poważniejszych kontrowersji, ponieważ życie gospodarcze dostarczało jednoznacznych dowodów na to, że między wielkością (zwłaszcza fizyczną) produktu a nakładami czynników produkcji istnieją określone ilościowe relacje. Potwierdzały to nie tylko praktyka gospodarcza, ale również odkrycia fizyki i chemii, zwłaszcza pierwsze prawo termodynamiki sformułowane przez J. Mayera (1842) i J. Joule’a (1843) oraz prawo zachowania masy. To drugie, a także prawo entropii, znane było już starożytnym filozofom. Empedokles sformułował sentencje: „W przyrodzie nie powstaje nic, co może zniknąć bez śladu; nie ma całkowitego unicestwienia; nie dzieje się nic oprócz zmian i rozpadu tego, co połączone” (Płochocki, 1986). Wyeksponowali je kolejno M. Łomonosow w 1756 roku oraz A. Lavoisier w 1785 roku. Na prekursorskim etapie tworzenia modelu funkcji produkcji problem zasadności jego istnienia nie wzbudzał szerszej dyskusji. Podobna jest sytuacja we współczesnej ekonomii. Pojawia się w jej ramach nie tyle kwestia, czy model taki istnieje. Ważniejsze bowiem są kwestie, jaki ma mieć charakter oraz na ile jest użyteczny w wymiarze kognitywnym, predykcyjnym oraz decyzyjnym.

Na etapie prekursorskim nie pojawił się także problem analizy wymiarowej, która pozwoliłaby podjąć zagadnienie pomiaru składników kapitału, pracy i ziemi w odpowiednich porównywalnych jednostkach fizycznych. Dość

szybko zwrócił na to uwagę K. Wicksell, mówiąc o tak zwanych efektach, nazywanych później realnymi i cenowymi efektami Wicksella. Wynikają one z podwójnego traktowania kapitału – jako zasobu środków finansowych oraz jako zasobu środków rzeczowych. Oznacza to, że wielkość kapitału w ujęciu makroekonomicznym zależy zawsze od stopy procentowej, czyli od jednostkowego wynagrodzenia kapitału i stopy płac (cenowe efekty Wicksella).

Drugie wyzwanie dotyczące formalnych warunków dla wynagrodzenia poszczególnych czynników produkcji zostało w szerszy sposób podjęte pięć lat później, gdy w 1899 roku ukazała się praca J.B. Clarka *The Distribution of Wealth*. Jej autor dowodził, że wynagrodzenie zgodnie z produkcyjnością krańcową jest poprawnym teoretycznie, praktycznie i etycznie rozwiązaniem.

W sensie teoretycznym wymaga to spełnienia przez model funkcji produkcji kilku istotnych formalnie warunków określonych dla matematycznych funkcji ciągłych (jak np. ich dwukrotna różniczkowalność), najlepiej jednorodnych stopnia pierwszego, ponieważ rozwiązują one apriorycznie problem efektów skali produkcji i całkowitego rozdzielenia otrzymanego produktu. Problemy te powrócą przy okazji badań zrealizowanych przez Ch. Cobba i P. Douglasa.

W wymiarze praktycznym właściwe wynagrodzenie czynników produkcji wymaga przede wszystkim znajomości ich produktów krańcowych, co w zasadzie jest bardzo trudne do osiągnięcia ze względu na jednoczesną ograniczoną substytucyjność i komplementarność czynników produkcji w procesach wytwarzania. Problem się komplikuje, jeżeli, tak jak w funkcji produkcji typu multiplikatywnego, pojawiają się efekty synergistyczne, które nie wiadomo jakiemu czynnikowi i w jakich proporcjach przypisać. Ponadto pojawiają się z całą wyrazistością kwestie ujednolicenia miar, praktycznie w ujęciu pieniężnym. Wyzwanie to, nieobecne na etapie prekursorskim, stanie się centralnym punktem w dyskusji wokół teorii kapitału (spór Cambridge kontra Cambridge). W jakimś sensie K. Wicksell był „sprawcą” tych wyzwań.

Przy rozwiązywaniu problemu wyczerpalności podziału produktu pomiędzy poszczególne czynniki uczestniczące w danym procesie wytwórczym użyteczne okazało się twierdzenie (teoremat) Eulera. Zgodnie z nim wartość funkcji homogenicznej stopnia pierwszego jest równa sumie iloczynów pierwszych pochodnych cząstkowych funkcji po jej argumentach pomnożonych przez wartość argumentu. Z formalnego punktu widzenia jest to poprawne, ale warunkiem jest, aby funkcja produkcji była odpowiednim typem funkcji. Dostrzegli to A. Flux, pierwszy recenzent pracy P. Wicksteeda, oraz odrębnie K. Wicksell. Ponieważ teoremat Eulera rozwiązywał problem wyczerpania produktu od strony formalnej, przyjęto wynikające z niego wymagania w relacji do modelu funkcji produkcji. Doprowadziło to jednak dość szybko, chociaż jeszcze nie na etapie prekursorskim, do zderzenia się wniosków z modelu funkcji produkcji z praktyką gospodarczą, a nawet z określonymi problemami teoretyczno-formalnymi.

Problem etyczności podziału produktu pomiędzy właścicieli czynników produkcji zgodnie z marginalną teorią podziału przejawia się w trojakim kontekście, a mianowicie:

- uznania lub nie, że podział taki ma faktycznie miejsce;
- jak określić problem redystrybucji produktu pomiędzy tych, którzy nie brali bezpośredniego udziału w jego wytworzeniu;
- ważne dla purystów etycznych, w jaki sposób właściciele poszczególnych czynników weszli w ich posiadanie.

W pierwszym przypadku etyczność jest pochodną uznania istnienia takiego sposobu dystrybucji, jaki określa marginalna teoria podziału. Ekonomiści wychodzący z innych pozycji filozoficzno-aksjologicznych, jak np. z teorii wartości opartej na pracy, nie uznają takiego ujęcia i kwestionują produktywność własności kapitału. Jego właściciele albo zawłaszczają część produktu poprzez wyzysk, jak uważał K. Marks, albo otrzymują nieuzasadnione z etycznego punktu widzenia przychody (dochody), nadane im przez regulacje prawno-instytucjonalne czy zasady kulturowo-społeczne. Jeżeli nawet się uzna, że podział taki może nastąpić, to pojawiają się problemy natury obrachunkowej, jak określić rozmiary produktów krańcowych poszczególnych czynników produkcji w konkretnych procesach wytwarzania.

Odrębnymi zagadnieniami pozostają problemy redystrybucji produktu w skali makroekonomicznej na funkcjonowanie sektora publicznego i państwa oraz grup ludności w wieku przedprodukcyjnym i poprodukcyjnym, które nie partycypują również w procesach wytwarzania. Innym wyzwaniem natury etycznej, a czasami prawnej, jest kwestia własności danego czynnika, ważna np. w gospodarkach, gdzie następuje przyspieszona prywatyzacja, czasami o nielegalnym charakterze. To złożone i ciekawe, ale wychodzące poza teoretyczno-modelowe rozważania nad makroekonomiczną funkcją produkcji, zagadnienia, które doczekały się swojej literatury i propozycji interpretacji.

Etap prekursorski rozwoju modelu funkcji produkcji zakończył się na początku XX stulecia, a przerwa, która po nim nastąpiła, została zdominowana przez inne wydarzenia polityczne (I wojna światowa) oraz gospodarcze (perturbacje koniunkturalne zakończone wybuchem w 1929 roku Wielkiego Kryzysu). Dopiero pod koniec lat dwudziestych XX wieku pojawiły się nowe, ważne opracowania zajmujące się modelem funkcji produkcji, a zwłaszcza praca Ch. Cobba i P. Douglasa.

2.3. Spory wokół koncepcji funkcji produkcji Ch. Cobba i P. Douglasa

Zaproponowany w 1928 roku przez Ch. Cobba i P. Douglasa empirycznie estymowany model funkcji produkcji (Cobb i Douglas, 1928) od samego początku wzbudził duże zainteresowanie, oczekiwania oraz krytykę. Oczekiwania formułowali przede wszystkim przedstawiciele ekonomii neoklasycznej, a bardziej precyzyjnie zwolennicy neoklasycznej teorii produkcji i marginalnej teorii podziału. Ten model funkcji produkcji bowiem spełniał założenia i wnioski tych teorii, tworząc dodatkowo szansę (możliwość) precyzyjnego opisu empirycznych procesów produkcji (a nawet szerzej – gospodarowania, w tym wzrostu). Zafascynowanie takimi walorami modelu było tak duże, że jego zwolennicy nie zwracali uwagi na kilka zasadniczych mankamentów, a zwłaszcza na:

- dość wysublimowane matematyczne założenia dotyczące homogeniczności funkcji i efektów skali, wprowadzone już przez K. Wicksella (1900) i P. Wicksteeda (1894);
- konieczność spełnienia przez empiryczną postać funkcji produkcji warunków Ken-Ichi Inady (1963) związanych z relacjami między nakładami czynników produkcji i kształtowaniem się ich produktów krańcowych, zwłaszcza przy wykorzystaniu funkcji produkcji w modelach wzrostu gospodarczego;
- porównywanie przetworzonych wskaźników, a nie absolutnych nakładów czynników produkcji, o czym wspomniał P. Douglas w artykule z 1976 roku (Douglas, 1976);
- trudności w ekonomicznej interpretacji parametrów, zwłaszcza parametru A , dla funkcji produkcji typu $Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$;
- zakres wykorzystania i zróżnicowanie czynników produkcji, zwłaszcza dodatkowych poza kapitałem i pracą;
- problemy jednorodności wewnętrznej struktury czynników produkcji oraz produktu i związanych z tym wyzwań natury obrachunkowej, zwłaszcza bez możliwości zastosowania ujęcia wartościowego;
- dość uproszczone podejście do statystycznej estymacji parametrów elastyczności α oraz β w samym modelu funkcji Cobba-Douglasa z 1928 roku.

Nie zapomnieli o nich przeciwnicy neoklasycznego sposobu pojmowania gospodarki i uprawiania ekonomii, wśród których nie brakowało również badaczy wskazujących na ograniczenia analizy formalno-matematycznej. Model funkcji produkcji był doskonałym obiektem takiej krytyki. Ocena ta miała zróżnicowany charakter, poczynając od merytorycznych argumentów związanych z różnymi ograniczeniami modelu poprzez wykazywanie znikomej jego użyteczności praktycznej czy poznawczej aż po krytykę o charakterze ideologicznym. Wszystkie argumenty miały duże znaczenie dla ewolucji modelu funkcji produkcji, w tym funkcji typu Cobba-Douglasa, przyczyniając się

zarówno do jego ulepszania, jak i wskazania granic i warunków stosowalności. Problem modeli ekonomicznych dotyczy bowiem nie tylko prawdziwości czy precyzji zawartego w nich opisu (wyjaśnienia) zjawisk, łatwości wykorzystania, ale również świadomości zakresu możliwego stosowania, o czym niektórzy badacze z różnych przyczyn zapominają. Nie ma modeli doskonałych czy wszechstronnych (uniwersalnych), są jedynie właściwie lub niewłaściwie wykorzystywane.

Model funkcji produkcji zaproponowany przez Ch. Cobba i P. Douglasa miał postać, którą teoretycznie uzasadnili wcześniej P. Wicksteed i K. Wicksell, a zatem spełniał przede wszystkim warunek homogeniczności stopnia pierwszego oraz teoremat Eulera. Aby warunki te dotrzymać, jego twórcy przyjęli *a priori*, że suma wykładników elastyczności jest równa jedności. W tym momencie względy formalne przeważały nad rzeczywistym przebiegiem badanego zjawiska. Taka postawa stała się dość powszechna w badaniach ekonomicznych opartych na modelach matematycznych czy, nieco mniej, ekonometrycznych. Ten dylemat doskonale ilustruje tytuł i zawartość książki T. Mayera *Prawda kontra precyzja w ekonomii* (Mayer, 1996). Ch. Cobbo i P. Douglasowi z pewną pomocą pośpieszył D. Durand, który rozbudował formułę ich funkcji produkcji, wprowadzając postać: $Q = AL^\alpha K^\beta$, w której suma wykładników $\alpha + \beta$ może być mniejsza, równa lub większa od jedności, w zależności od efektów skali (Durand, 1937). Późniejsze wykorzystanie modelu funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa w teoriach wzrostu gospodarczego znalazło konieczność potwierdzenia jego formalnych założeń (cech) w odniesieniu do ścieżek tego wzrostu. Przyjęły one postać tak zwanych warunków Ken-Ichi Inady.

Warunki Ken-Ichi Inady zostały sformułowane później, ale można je odnieść do modelu funkcji produkcji zaproponowanego już przez Ch. Cobba i P. Douglasa. Pierwszy z tych warunków mówi, że bardzo dużym nakładom pracy (kapitału) odpowiada bardzo wysoki krańcowy produkt kapitału (pracy), co jest odzwierciedleniem rosnących trudności substytuowania jednego czynnika przez drugi oraz niemożności zupełnego wyeliminowania tego drugiego z procesu produkcji. Drugi warunek Ken-Ichi Inady dotyczy relacji produktów krańcowych i nakładów czynników produkcji. Warunek ten mówi, że: (1) w miarę wzrostu (spadku) nakładów kapitału marginalny produkt kapitału maleje (rośnie) oraz (2) w miarę wzrostu (spadku) nakładu pracy krańcowy produkt pracy maleje (rośnie).

Swoistą ciekawostką w zastosowaniu funkcji produkcji Cobba-Douglasa był fakt, że wprowadzono do tego modelu nie absolutne rozmiary nakładów czynników produkcji, lecz różne przetworzone wskaźniki. Wspomniał o tym P. Douglas dopiero w 1976 roku, pisząc o indeksach wzrostu liczby zatrudnionych w amerykańskim przemyśle przetwórczym, indeksach zmian wartości majątku trwałego, indeksach wzrostu produkcji i nałożeniu ich na wykres lo-

garytmiczny (Douglas, 1976). Warto zwrócić uwagę, że porównuje się indeksy budowane na wielkościach pieniężnych oraz fizycznych. Same indeksy miały z założenia ograniczyć problemy analizy wymiarowej. Taka swoboda wymiarowa będzie charakterystyczna dla wielu późniejszych prób zastosowania modeli funkcji typu Cobba-Douglasa (por. Holtz-Eakin, 1994; Nadiri i Nandi, 1999). Część badaczy posiada świadomość tych ograniczeń, starając się je w różny sposób osłabiać, z lepszymi lub gorszymi efektami⁵. Inni uznają je za nieistotne w kontekście walorów matematycznych⁶. Są również zwolennicy poszukiwania nowych rozwiązań, którzy w największym zakresie przyczyniają się do rozwoju danej teorii, modeli czy nauki ekonomii w ogóle. Tych ostatnich możemy spotkać najczęściej na łamach przeglądowych monografii, wśród laureatów ekonomicznej Nagrody Nobla i oni właśnie cieszą się największym środowiskowym autorytetem – za poszukiwanie, a niekoniecznie znalezienie prawdy⁷.

Jak pokazuje dalsza ewolucja modelu funkcji produkcji, próby przejścia do analizy absolutnych wielkości nakładów czynników produkcji pociągnęły za sobą wiele wyzwań, które nie zostały do tej pory skutecznie rozwiązane. Dowodzą tego trwające dyskusje nad kapitałem, pracą czy postępem technicznym.

Model funkcji produkcji opracowany przez Ch. Cobba i P. Douglasa narażał również trudności w interpretacji jego parametrów. Matematyczna interpretacja elementów składowych i parametrów funkcji potęgowej nie jest trudna. Znacznie większe problemy tworzy nadanie im sensownej interpretacji ekonomicznej. Parametry α oraz β można traktować jako elastyczność rozmiarów produktu względem rozmiarów nakładów czynników produkcji. Natomiast ich suma ($\alpha+\beta$) była łączona ze skalą produkcji. Jeżeli mieści się ona w przedziale (0,1), to odzwierciedla malejącą produktywność marginalną. Ponadto uważa się, że relacja między produktem marginalnym i produktem przeciętnym poszczególnych czynników wytwórczych umiejscawia funkcję produkcji typu Cobba-Douglasa na drugim etapie zmienności, gdy maleje produktywność marginalna.

Znacznie więcej kłopotów sprawia parametr A , który formalnie dopasowuje obie strony równania funkcji do siebie. Jaka zatem jest jego istota ekonomiczna? Parametr A można rozumieć zarówno jako wielkość pozwalającą na porównanie czynników produkcji i produkt, czyli obie strony równania funkcji produkcji, jak i jako „wyraz” wpływu czynników niezidentyfikowanych, czyli nieuwzględnionych w modelu funkcji produkcji czynników produkcji i zmie-

⁵ S. Kalinowski przyjął w swojej weryfikacji funkcji typu Cobba-Douglasa nieco inne rozwiązanie. „Propozycja polega na przyjęciu za ilość pracy (L) realną kwotę kosztów pracy, a za ilość kapitału (K) realną kwotę pozostałych kosztów z układu rodzajowego” (Kalinowski, 2002, s. 169).

⁶ Rozwiązania takie spotyka się często w opracowaniach z zakresu ekonomii matematycznej oraz ekonometrii.

⁷ Takie postaci dominować będą również w prezentowanej monografii.

niających się warunków produkcji. Czasami określa się parametr A jako „efekt produkcji”. Jest to niedostatecznie poprawne. Parametr ten będzie zależał od jednostek, w jakich mierzy się produkt i czynniki produkcji, a zatem jest wielkością dopasowującą wielkości. Z drugiej strony, przy założeniu, że parametry α oraz β pozostają stałe, na rozmiary parametru A wpływają zarówno zmieniające się rozmiary produkcji, jak warunki egzogeniczne w stosunku do procesu produkcji. Ponadto należy pamiętać, że w parametrze A zawierają się również przesunięcia strukturalne i zmiany w stopniu niejednorodności zmiennych makroekonomicznych. Do tego problemu wracali później J. Tinbergen czy J. Kornai oraz R. Solow.

Funkcja produkcji zaproponowana w 1928 roku przez Ch. Cobba i P. Douglasa postawiła również problem włączenia lub nie dodatkowych czynników produkcji. W 1936 roku V. Edelberg zaproponował modyfikację modelu poprzez włączenie ziemi jako trzeciego czynnika produkcji (Edelberg, 1936). Interpretacja samego modelu oraz jego parametrów pozostała tradycyjna, czyli taka sama jak w pracy z 1928 roku.

Kolejnym czynnikiem produkcji, który próbowano w różny sposób włączyć do modelu funkcji produkcji, był postęp techniczny. Jedną z pierwszych prób tego typu była koncepcja postępu technicznego nieucieleśnionego J. Tinbergena, a następnie kolejne, dotyczące postępu technicznego ucieleśnionego (R. Solow, J.R. Hicks, R. Harrod) oraz tak zwanych modeli rocznikowych (*vintage models*).

Próba przejścia od wskaźników dotyczących czynników produkcji i produktu do wielkości absolutnych w tym zakresie stworzyła zupełnie nowe wyzwania, co przeniosło rozważania teoretyczne na kolejny poziom w latach pięćdziesiątych i następnych dekadach XX wieku. Najbardziej głośnie były zagadnienia wewnętrznej jednorodności czynników produkcji, zwłaszcza kapitału oraz pracy. Okazało się bowiem, najpierw w przypadku kapitału rzeczowego, a następnie kapitału ludzkiego, zastępującego czynnik pracy, że otrzymanie ich homogeniczności w jednostkach naturalnych, nie wartościowych, jest praktycznie nieosiągalne. Natomiast wprowadzenie ujęć wartościowych generuje konsekwencje w postaci np. efektów Wicksella. Wywołało to bardzo burzliwą i trwającą czternaście lat dyskusję, do której warto powrócić, nawet w skróconej formie. Był to bowiem jeden z najbardziej twórczych sporów w historii XX-wiecznej ekonomii, czego dowodzą nie tylko nazwiska jego uczestników i ich propozycje, ale również wspomniane już doskonale prace G. Harcourta czy J. Osiatyńskiego.

Na koniec prezentacji głównych kwestii spornych, które pojawiły się przy okazji publikacji artykułu Ch. Cobba i P. Douglasa z 1928 roku, warto wspomnieć o występujących w nim uproszczeniach z zakresu estymacji parametrów modelu funkcji produkcji. Jak wspomniał P. Douglas (1976, s. 904), stosując metodę najmniejszych kwadratów, oszacowali oni wartość wykładnika

potęgi α (w nomenklaturze P. Douglasa i Ch. Cobba parametr k) na poziomie 0,75. Natomiast parametr β (w nomenklaturze P. Douglasa i Ch. Cobba parametr $1-k$) przyjęli na poziomie 0,25, tak aby ich suma była równa jedności. Miała to być funkcja homogeniczna stopnia pierwszego, ze stałymi efektami skali produkcji. Warto przy okazji wspomnieć, że klasyczna metoda najmniejszych kwadratów jest stosowana dla zależności liniowych, natomiast inne, nawet linearyzowane relacje nie dają już tak precyzyjnych wyników.

Bez względu na to, jak oceniano zaprezentowany przez Ch. Cobba i P. Douglasa w 1928 roku model funkcji produkcji, należy jednoznacznie stwierdzić, że było to jedno z ważniejszych twórczopoznawczych wydarzeń we współczesnej ekonomii⁸. Jego autorzy, a później wielu uczestników polemik nie tylko wprowadzili do nauki bardzo interesujące propozycje teoretyczne, ale również podjęli próby przeniesienia ich, bardziej lub mniej skutecznie, do praktyki gospodarczej, dając asumpt rozwoju m.in. teorii decyzji gospodarczych, teorii wzrostu gospodarczego czy rozwoju społeczno-ekonomicznego, a także lepszego rozumienia współczesnych procesów mających miejsce w gospodarce, społeczeństwie i na styku gospodarka-społeczeństwo-środowisko przyrodnicze, rozumienia wzajemnych, złożonych relacji. Jest to także istotny bodziec do rozwoju szerszych badań nad przyczynowością, teorią chaosu deterministycznego, ryzykiem i niepewnością czy wręcz nad fizykalizacją problemów społeczno-ekonomicznych.

2.4. Spór wokół teorii kapitału i jego znaczenie dla modelu funkcji produkcji

Właściwa dyskusja wokół koncepcji funkcji produkcji i leżących u jej podstaw założeń wiąże się bezpośrednio z ukształtowaniem ekonomii postkeynesowskiej i rywalizacją z ekonomią neoklasyczną o dominującą pozycję wśród szkół teoretycznych. Na początku lat pięćdziesiątych XX wieku ekonomia postkeynesowska, wykorzystując dorobek teoretyczny J.M. Keynesa, ideę państwowego regulowania gospodarki, teorię monopolu i konkurencji monopolistycznej oraz niektóre koncepcje neoricardińskie upowszechnione przez P. Sraffę, przeszła do kontrofensywy teoretycznej, szczególnie silnej na płaszczyźnie teorii wzrostu gospodarczego, teorii produktywności krańcowej i marginalnej teorii podziału. Pierwszym jej znaczącym elementem był opublikowany w 1954 roku artykuł J. Robinson *The Production Function and the Theory of Capital* (Robinson, 1953-1954).

⁸ Od czasu opublikowania pracy Ch. Cobba i P. Douglasa pojawiło się wiele prób zastosowania modelu funkcji produkcji. Niektóre z nich znalazły trwałe ślady w myśli ekonomicznej, jak np. (Bergström i Melander, 1979; Bronfenbrenner i Douglas, 1939; Chenery, 1949).

Spory pomiędzy ekonomią neoklasyczną a postkeynesowską dotyczą wielu zasadniczych problemów ekonomicznych, a wynikają z odmiennego pojmowania mechanizmu funkcjonowania i rozwoju gospodarki kapitalistycznej, innego rozumienia czynników decydujących o podziale produktu społecznego, jak i dzielących obie szkoły różnic metodologicznych. Ich szersze omówienie wymagałoby odrębnego studium i wychodzi poza ramy niniejszej pracy⁹.

Jeżeli zredukuje się prezentację polemik do makroekonomicznej funkcji produkcji i związanych z nią założeń poznawczych i metodologicznych, to można dostrzec, że dyskusja rozwijała się w dwóch głównych kierunkach. Pierwszy dotyczył możliwości homogenizacji i agregacji kapitału, a w konsekwencji jednoznacznego określenia produktu marginalnego kapitału (stopy zysku lub stopy procentowej). Pierwsze zastrzeżenia w tym zakresie wysunęła J. Robinson. Odniosła się do dwuznacznego charakteru kapitału jako zmiennej funkcji produkcji, który z jednej strony występował jako niejednorodny, fizyczne środki produkcji, z drugiej – jako koncepcja społeczna odzwierciedlająca społeczne warunki własności.

Drugi kierunek polemiki dotyczył podstawowych twierdzeń neoklasycznej teorii produkcji i podziału. Na pierwszym etapie dyskusji, który kończy w 1967 roku znane sympozjum na Korfu, skupiono się na dwóch pierwszych twierdzeniach („neoklasycznych przypowieściach”). Zgodnie z nimi, wraz ze spadkiem stopy zysku mogą się pojawić różne wartości kapitału na zatrudnionego oraz następuje wzrost wartościowej relacji kapitał-produkt. Później zainteresowano się również trzecim twierdzeniem, wiążącym zmiany stopy zysku ze zmianami wartości konsumpcji na zatrudnionego, wykazując pojawiające się tu pewne nieścisłości. Krytyka twierdzeń neoklasycznej teorii produkcji i podziału kwestionowała możliwość ciągłej substytucji między pracą a kapitałem. Substytucja może mieć charakter ograniczony lub skokowy. W praktyce taka substytucja oznacza przechodzenie od jednej techniki o stałych proporcjach pracy i kapitału do innej techniki, także charakteryzującej się stałymi proporcjami czynników produkcji. Nie oznacza jednak ciągłości takiego przechodzenia.

Oba kierunki krytyki oznaczały zarówno negację możliwości budowy makroekonomicznej funkcji produkcji spełniającej podstawowe założenia ekonomii neoklasycznej (tzw. funkcja *well-behaved* – dobrze się zachowująca)¹⁰, jak

⁹ Syntetyczne zestawienie różnic między ekonomią postkeynesowską i neoklasyczną można znaleźć w pracy (Fiedor, 1984). Należy ponadto pamiętać, że sporów tych dotyczyły również dwie wspomniane prace (Harcourt, 1975; Osiatyński, 1978). Nie bez znaczenia jest również artykuł (Medio, 1976).

¹⁰ Określenie *dobrze zachowująca się funkcja produkcji* oznacza, że funkcja produkcji obowiązująca (opisująca) w danej gospodarce spełnia wszystkie typowe właściwości, czyli innymi słowy zachowuje podstawowe zasady gospodarowania określone przez neoklasyczną teorię produkcji i podziału. Porównaj (Fiedor, 1986).

i odrzucenie teorii produkcyjności krańcowej oraz marginalnej teorii podziału. Krytyka ze strony ekonomii postkeynesowskiej, która zajmowała się głównie problemami makroekonomicznymi i dostrzegała sprzeczności tkwiące w systemie kapitalistycznym, skierowana była zatem na wykazanie wewnętrznej niespójności oraz błędów tkwiących w aparacie pojęciowym teorii neoklasycznych. Krytyka ta była bardzo trudna do odrzucenia, gdyż posługiwała się najczęściej neoklasycznym aparatem metodologicznym i pojęciowym.

J. Robinson zwróciła uwagę na niejednoznaczny charakter jednostki będącej miarą kapitału w zagregowanej neoklasycznej funkcji produkcji. Jej zdaniem, neoklasycy posługujący się pojęciem kapitału jako czynnikiem produkcji nie sprecyzowali jednostki miary tego czynnika. Kapitał nie jest jednorodną „galareta”, lecz zestawem niejednorodnych dóbr kapitałowych, a więc nie może być agregowany w jednostkach techniczno-fizycznych. Należy z tego powodu zweryfikować neoklasyczną miarę kapitału i wprowadzić pomiar w jednostkach wartościowych, co jednak wymaga uprzedniej znajomości proporcji podziału i płac, w tym wysokości stopy procentowej. Mierzenie kapitału przy wykorzystaniu cen podważa natomiast sens koncepcji produktów krańcowych kapitału i pracy, które powinny być niezależne od proporcji podziału i cen. Jeżeli różnorodnych dóbr kapitałowych nie da się sprowadzić do wspólnej podstawy, to trudno nadać sensowne znaczenie uporządkowanej serii takich współczynników kapitałochłonności produkcji czy szerzej – funkcji produkcji. Można oczywiście wycenić poszczególne dobra kapitałowe w oparciu o ich ceny bieżące, ale wycena taka zakłada pewną stopę zysku (stopę procentową), ponieważ do wyceny trwałych dóbr kapitałowych dochodzi się zwykle przez kapitalizację oczekiwanych z nich przychodów według panującej stopy procentowej. Zgodnie z tym na uporządkowanie różnych metod technicznych mogą wpłynąć zmiany stopy procentowej lub zysku. Powstaje błędne koło, z którego jedynym wyjściem jest, zdaniem postkeynesistów, odrzucenie agregatywnej funkcji produkcji i tezy, że wynagrodzenia czynników produkcji odpowiadają ich produktom krańcowym. Podstawową tego przyczyną jest niemożliwość operowania jakąś ilością „kapitału w ogóle”, którego wartość jest niezależna od stopy procentowej (stopy zysku) i płac.

Zdaniem J. Robinson, neoklasycy nie odróżniają w swoich koncepcjach pojęcia kapitału jako zasobu środków finansowych przynoszących zysk i pojęcia kapitału jako zasobu środków produkcji. Robią to jednak celowo, chcąc utrzymać zasadność tezy, iż produkty marginalne czynników produkcji decydują o ich udziale w produkcji. Niezależność produktów marginalnych od stopy procentowej (stopy zysku) i płac jest warunkiem koniecznym ustalenia krzywej jednakowego produktu, która odzwierciedla różne ilości kapitału i pracy wytwarzające określoną, jednakową wielkość produktu społecznego lub przedstawienia relacji pomiędzy produktem na zatrudnionego i kapitałem na zatrudnionego. Nachylenie tej krzywej decyduje o określeniu względnych

cen czynników produkcji, a w konsekwencji wynagrodzenia czynników i ich udziału w dochodzie (produkcje). Nie można jednak określić (narysować) tej krzywej ani mierzyć jej nachylenia, dopóki nie znamy cen, które z kolei krzywa ta ma wyznaczyć. Dodatkowo wartość kapitału (wolumen dóbr) i nachylenie krzywej jednakowego produktu będą zależeć od wartości stóp procentowych, co dyskredytuje całą koncepcję. Matematycznie oznacza to sytuację, w której liczba zmiennych przewyższa liczbę równań, zatem układu równań nie można rozwiązać.

Brak ten przedstawiła J. Robinson również nieco inaczej, wykorzystując model równowagi ogólnej L. Walrasa. „Aby znaleźć produkt krańcowy danego czynnika produkcji, powiedzmy maszyny określonego typu, musimy dowiedzieć się, jaką stratę produkcji pociągnęłoby za sobą wycofanie jednostki tego czynnika. Strata ta jest równa zmniejszeniu produkcji towaru, który był wytworzony za pomocą tej maszyny, minus wzrost produkcji pozostałych towarów, wynikający z przesunięcia siły roboczej i pozostałych czynników, współpracujących dotąd z usuniętą maszyną, do wytwarzania innych dóbr. Tak więc fizyczny produkt krańcowy jest pojęciem bardzo złożonym, ale i wartość produktu krańcowego nie jest pozbawiona wieloznaczności, gdyż wraz ze zmianą zdolności wytwórczych następuje zmiana struktury cen poszczególnych czynników produkcji i poszczególnych towarów. Dlatego też trudno jest zrozumieć treść twierdzenia, że dany czynnik produkcji (powiedzmy park maszyn określonego typu) otrzymuje wynagrodzenie (powiedzmy cenę najmu maszyny na przeciąg jednego roku) równe wartości jego krańcowego produktu” (Robinson, 1973, s. 101).

W sposób zbliżony do podejścia neoklasycznego w literaturze wykazano, że dla heterogenicznych dóbr kapitałowych nie istnieje możliwość jednoznacznego określenia pojęcia produktywności kapitału, a tym samym produktu krańcowego kapitału, bez wcześniejszej znajomości cen dóbr kapitałowych (Medio, 1976). Te ostatnie natomiast, zgodnie z podejściem ekonomii neoklasycznej, mają być obliczone na podstawie produktu krańcowego kapitału. Bezzasadna w tych warunkach staje się agregacja kapitału, który nie jest homogenicznym dobrem, na wzór kapitału z makroekonomicznej neoklasycznej funkcji produkcji¹¹.

J. Robinson nie tylko postawiła problem mierzenia kapitału na płaszczyźnie teoretyczno-ekonomicznej, ale zdecydowanie zaprzeczała możliwości znalezienia jednostki miary kapitału zgodnej z regułami neoklasycznymi i to nawet w warunkach gospodarki stacjonarnej. Jak to wyraził T. Swan „(...) po-

¹¹ Należy pamiętać, że pozostałe czynniki produkcji, wywodzące się z Sayowskiej teorii produkcji – ziemia i praca – są również dalekie od wewnętrznej jednorodności. Ograniczając się do omówienia sporów wokół problemów agregacji kapitału, wskazuję na kierunki krytyki i podstawowe zarzuty uzasadniające znaczenie problemu jednorodności i niejednorodności dowolnego czynnika produkcji i trudności obrony neoklasycznej funkcji produkcji, bez konieczności przedstawienia problemów związanych z pracą i ziemią jako argumentami tej funkcji.

psuła ona tę zabawę [wykorzystania funkcji produkcji do tłumaczenia i badania procesów tworzenia oraz podziału produktu, a także wzrostu gospodarczego – przyp. S.C.], twierdząc z naciskiem, że kapitał społeczny traktowany jako czynnik produkcji nagromadzony w wyniku oszczędności nie może mieć żadnego praktycznego znaczenia, nawet przy spełnieniu abstrakcyjnych warunków gospodarki stacjonarnej” (Swan, 1956, s. 344).

Zdaniem postkeynesistów konieczne jest zapewnienie porównywalności majątku produkcyjnego w różnych okresach, a więc należy znaleźć miarę kapitału niezależną od zmieniających się proporcji podziału wytworzonego produktu między kapitalistów i robotników. W ich opinii neoklasycy nie dysponują żadnymi narzędziami pozwalającymi mierzyć wpływ kapitału na efektywność produkcji. Zgodnie z ujęciem postkeynesowskim każda teoria kapitału jest jednocześnie teorią stopy procentowej. Trzeba więc badać procesy kształtowania się stopy zysku i stopy procentowej, gdyż jest to jedyna droga znalezienia właściwego narzędzia kwantyfikacji zjawisk ekonomicznych. Neoklasycy nie podejmują tego zadania, ograniczając się do wykorzystania teorematu Eulera.

Dodatkowym dowodem niespójności i nieadekwatności neoklasycznej teorii produkcyjności krańcowej są, zdaniem postkeynesistów, wyniki badań empirycznych. Jak zauważył N. Kaldor, większość analiz krótkookresowych relacji między produkcją a zatrudnieniem wykazuje, że elastyczność ich zmian przekracza jedność (Kaldor, 1966, s. 315). Oznacza to, że produkt marginalny pracy dla badanego okresu przekracza jej produkt przeciętny. W tych warunkach zyski przybierałyby wartość ujemną. Taka byłaby też cena zaangażowanego kapitału, co jest pozbawione racjonalnego wytłumaczenia. Co więcej, studia empiryczne wskazują na istnienie długookresowych rosnących przychodów, co oznacza zakwestionowanie teorematu Eulera.

Reasumując, destruktywny w stosunku do teorii neoklasycznej aspekt pierwszego kierunku krytyki prowadzonej z pozycji postkeynesowskich sprowadzał się do trzech zasadniczych kwestii¹². Po pierwsze, nie jest możliwe zmierzenie wielkości kapitału w jednostkach fizycznych, pomijając zależność od cen, a zatem od stopy zysku i płacy. Niezależność taka jest jednak podstawowym warunkiem zbudowania makroekonomicznej, neoklasycznej funkcji produkcji, łączącej wydajność pracy z uzbrojeniem kapitałowym. Stąd zrozumiała może być teza postkeynesistów negująca możliwość skonstruowania zagregowanej funkcji produkcji, która nie zawierałaby wyżej sprecyzowanych błędów logicznych. Po drugie, niemożliwy jest pomiar nachylenia krzywej opisującej relację między wydajnością pracy i uzbrojeniem kapitałowym, nachylenia, które charakteryzuje krańcową stopę substytucji czynników produkcji i określa

¹² Konstruktywny aspekt pierwszej płaszczyzny krytyki sprowadza się przede wszystkim do stworzenia własnych postkeynesowskich koncepcji kapitału (tzw. kapitału realnego) i prób znalezienia mierników kapitału opartych na pracy.

relację ich cen. Nachylenia tego nie można zmierzyć, jeżeli ceny czynników, które należy określić, nie są znane wcześniej. Na tym polega sprzeczność logiczna teorii produkcyjności krańcowej, która jest przecież podstawowym elementem nie tylko modelu funkcji produkcji, ale również całej ekonomii neoklasycznej. Po trzecie, nieprawdziwe jest założenie o jednorodności kapitału, przy którym zmiana proporcji między kapitałem a pracą (uzbrojenie pracy) jest jednoznacznie określona stosunkiem między zyskiem a płacą. Nad tym problemem dyskutowano w związku z odkryciem efektu podwójnego przełączenia (*double switching effect*). Efekt ten łączy się z odrzuceniem założenia o jednorodności kapitału i sprowadza się do tego, że heterogeniczny kapitał, zawierający elementy o różnych okresach obrotu, o różnej efektywności, nie pozwala, aby między uzbrojeniem kapitałowym a stopą zysku była ustalona jednoznaczna zależność funkcjonalna.

Wielu ekonomistów uważa, że krytyka założenia jednorodności kapitału odegrała decydującą rolę w zakwestionowaniu teorii produkcyjności krańcowej i marginalnej teorii podziału. G. Harcourt pisał: „Gdy tylko wprowadza się przesłankę o heterogeniczności kapitału, mówienie o tak zwanej galaretowatości jest już nie do przyjęcia. Nie można już między innymi udowodnić, że kapitałowi wypłaca się jego produkt krańcowy (nawet w warunkach równowagi) równy r [stopie procentowej – przyp. S.C.]. Więcej nawet (...) odkrycie to (a mianowicie, że spadek r nie musi oznaczać potaniaenia kapitałointensywnej i wydajniejszej techniki) rujnuje podstawy tradycyjnego ujęcia teorii podziału, opierającej się na popycie i podaży” (Harcourt, 1969, s. 394).

Problem jednorodności kapitału pozwala przejść do drugiego kierunku krytyki neoklasycznej funkcji produkcji i leżących u jej podstaw założeń. Krytyka ta koncentrowała się na sprawdzeniu logicznej poprawności głównych twierdzeń neoklasycznej teorii produkcji i podziału, które określa się często mianem „neoklasycznych przypowieści”. Mamy tu na myśli twierdzenia mówiące że:

- 1) w miarę spadku stopy zysku rośnie wartość kapitału na zatrudnionego,
- 2) w miarę spadku stopy zysku następuje wzrost wartościowej relacji kapitał-produkt (współczynnika kapitałochłonności),
- 3) w miarę spadku stopy zysku wartość konsumpcji na zatrudnionego wzrasta aż do osiągnięcia maksimum, przy czym, przy dalszym spadku stopy zysku, konsumpcja na zatrudnionego spada,
- 4) podział dochodów między poszczególne czynniki dokonuje się na podstawie ich krańcowych produkcyjności, tak że stopa zysku równa się produkcyjności kapitału, a płaca – krańcowej produkcyjności pracy.

Przyjęcie założenia o uniwersalnej przekuwalności kapitału nie rozwiązuje praktycznie problemu mierzenia kapitału. F. Fleck zauważa, że: „Metoda do dawania fizycznych jednostek przy mierzeniu wkładu kapitału jest skazana na niepowodzenie. Mierzenie wkładu (*input*) kapitału jest piętą achillesową

wszystkich statystycznych analiz wydajności” (Fleck, 1966, s. 36). W modelu wykorzystującym kapitał-galarete pośrednio służy zagadnieniu pomiaru założenie jednoproduktowego charakteru gospodarki. Neoklasyczna funkcja produkcji opisuje gospodarkę, w której „(...) istnieje jeden jednorodny produkt zarówno używany w konsumpcji, jak i stosowany jako doskonale przekuwalne dobro kapitałowe. Produkcję i nakłady kapitału mierzy się więc w kategoriach realnych, tj. w jednostkach tego jednego, jednorodnego produktu. To samo dotyczy przychodów (zysków i płac) otrzymywanych z zastosowanych czynników” (Allen, 1975, s. 43-44)¹³. Jeżeli nakłady czynników wytwórczych i produkt wyrażone są w jednostkach identycznego dobra (może być złożone, ale o stałej strukturze), to wzrost wielkości produktu związany z dodatkowymi nakładami inwestycyjnymi można wyrazić jako relację dwóch jednorodnych wielkości. Identyeczność produktu i inwestycji umożliwia zdefiniowanie produkcyjności krańcowej kapitału. Jeżeli nakłady kapitału różnią się od produktu, określenie krańcowej produkcyjności kapitału w jednostkach naturalnych, bez wykorzystania systemu cen, staje się niemożliwe.

G. Harcourt ujmuje to nieco ogólniej, a mianowicie:

- 1) istnieje zależność między niższymi stopami zysków a wyższymi wartościami kapitału na jednego zatrudnionego,
- 2) istnieje związek między niższymi stopami zysków a wyższymi relacjami kapitał-produkcja,
- 3) istnieje związek między niską stopą zysków a (osiągniętym dzięki inwestycjom przy bardziej „zmechanizowanych” czy bardziej „złożonych” technikach produkcji) wyższym trwałym poziomem konsumpcji na głowę (aż do osiągnięcia maksimum),
- 4) w warunkach konkurencji podział dochodu między realizujących zyski a otrzymujących płace można określić w oparciu o znajomość produktów krańcowych i wielkości zasobów czynników produkcji (Harcourt, 1975, s. 198).

Twierdzenia te spełnia oczywiście „dobrze zachowująca się” neoklasyczna funkcja produkcji. Jeżeli tak nie jest „(...) to najwidoczniej coś jest bardzo nie w porządku z całym pojęciem funkcji produkcji oraz z pojęciem kapitału jako ilościowej zmiennej niezależnej, którą można substytuować w określonych ilościach zamiast innych czynników produkcji” (Dobb, 1976, s. 266).

Dość długo nie negowano logicznej poprawności „neoklasycznych przypowieści”, mimo że J. Robinson już w 1954 roku zauważyła możliwość występowania zjawiska przeczącego koncepcjom neoklasycznym, polegającego na wyborze bardziej pracochłonnych metod wytwarzania przy wzroście płacy (Robinson, 1953-1954). W komentarzu do tego artykułu D. Champerowne rów-

¹³ Ideę takiego dobra wprowadził jeszcze w latach dwudziestych XX wieku F. Knight, tworząc koncepcję rośliny ekonomicznej zaspokajającej wszystkie potrzeby ludzkie, będącej zasobem kapitału.

nież wspominał o zjawisku przeczącym zasadom „poprawnie zachowujące się” funkcji produkcji (Champerowne, 1953-1954). Pisał mianowicie, że w pewnych przypadkach systemy (metody) wytwarzania wybierane przy wysokiej stopie zysku mogą się charakteryzować niższą pracochłonnością, tj. mogą mieć wyższy stosunek produktu i kapitału do nakładów pracy żywej niż najbardziej opłacalne techniki wybierane przy wyższej płacy (przy niższej stopie zysku). „Z punktu widzenia logiki możliwe jest, że dla pewnych obszarów zmienności stopy procentowej jej spadkowi i wzrostowi płacy będzie towarzyszyć spadek produktu na zatrudnionego i spadek ilości kapitału na zatrudnionego” (Champerowne, 1953-1954, s. 118). Tymczasem teoria neoklasyczna wymagała, aby techniki wybierane przy niższej płacy zawsze charakteryzowały się wyższą pracochłonnością niż techniki wybierane przy płacy wyższej.

D. Champerowne, podobnie jak początkowo J. Robinson, uznał omawiane zjawisko za anomalię, uważając, że jest to przypadek nierealny, który nie mógł wystąpić w rzeczywistości. Przyznawał jednak, że założenie to nie ma w istocie żadnych logicznych podstaw i że równie dobrze można było wyobrazić sobie układ gospodarczy, w którym zjawisko to występuje, jak i układ, w którym się nie pojawia. Po kilku latach J. Robinson wróciła do tego problemu, zwracając uwagę, że procesowi przechodzenia do gospodarek o coraz wyższym poziomie płac mogą towarzyszyć coraz bardziej pracochłonne systemy wytwarzania (o coraz niższym poziomie kapitału na zatrudnionego), które będą wykazywać najwyższą opłacalność spośród zbioru możliwości¹⁴. Przypisała to odkrycie dyskusjom z R. Cohen. Nadal jednak zjawisko, nazwane później „podwójnym przełączeniem”, traktowano jako kuriozum. J. Robinson pisała: „Wydaje się na ogół raczej mało prawdopodobne, żeby tego rodzaju wypadki mogły być częste, ponieważ techniki o wyższym stopniu mechanizacji wymagają zazwyczaj cięższych i bardziej długotrwałych urządzeń przemysłowych, tak że wrażliwość kosztu urządzeń na różnice stopy procentowej jest prawdopodobnie większa dla techniki bardziej zmechanizowanej niż dla mniej zmechanizowanej i ilekroć zachodzi taki wypadek, nie może powstać nieprawidłowy stosunek pomiędzy płacami a mechanizacją. Możemy zatem przyjąć jako regułę, że wyższy stopień mechanizacji jest związany z wyższym, a nie niższym poziomem płac mierzonych w produkcie” (Robinson, 1958, s. 146). Przyszłe analizy zmieniły jednak ten pogląd, co było związane przede wszystkim z pracą P. Sraffy *Produkcja towarów za pomocą towarów*.

Ponieważ cenowe i realne efekty Wicksella są dokładnie przedstawione w dostępnej literaturze i dotyczą bardzo szczegółowych zagadnień, warto wskazać tylko kilka uwag na ich temat. Zagadnienie cenowych i realnych efektów Wicksella włączone w ramy problemów podwójnego przełączenia

¹⁴ Zobacz (Robinson, 1958). Pierwsze wydanie tej pracy w języku angielskim miało miejsce w 1956 roku.

i przeskoku kapitału odegrało poważną rolę w krytyce neoklasycznej funkcji produkcji, teorii produkcyjności krańcowej i marginalnej teorii podziału. Silny impuls dalszej krytyce dała praca P. Sraffy *Produkcja towarów za pomocą towarów*. Ta niezwykle ważna, niewielka pod względem objętości praca spotkała się z bardzo dużym zainteresowaniem wśród ekonomistów różnych orientacji teoretycznych. Wnioski płynące z tego opracowania i krytyki postkeynesowskiej wykazały na płaszczyźnie logicznej ograniczoną poprawność teorii neoklasycznej. Teoria produkcyjności krańcowej i makroekonomiczna funkcja produkcji zachowują swoją ważność tylko w warunkach gospodarki jednoproduktowej i przy pominięciu czasowej struktury nakładów.

Przez wiele lat neoklasycy starali się ignorować wystąpienia J. Robinson i zjawisko nawrotów techniki. Byli skłonni dyskutować nad problemami agregacji kapitału, doskonalili kolejne generacje funkcji produkcji i prowadzili liczne studia empiryczne mające udowodnić przydatność funkcji produkcji. Walory interpretacyjne tego modelu ekonomicznego bardzo wzmacniały stanowisko ekonomii neoklasycznej. Równocześnie jej czołowi przedstawiciele – P.A. Samuelson i R. Solow – podjęli próby wyeliminowania części zarzutów postkeynesowskich za pomocą surogatowej funkcji produkcji i koncepcji stopy przychodu od inwestycji.

Problem „szczególnych przypadków” poruszano jednak coraz częściej wśród krytyków ekonomii neoklasycznej. Ta natomiast praktycznie nie miała żadnych kontrargumentów. To spowodowało, że P.A. Samuelson, jedna z najwybitniejszych postaci współczesnej ekonomii, nie tylko neoklasycznej, zainspirował D. Levhariego do podjęcia problemu nawrotu systemów wytwarzania (Levhari, 1965). Ten zaś sformułował tezę, że nawroty systemów wytwarzania są niemożliwe w sytuacji, w której dla wytworzenia każdego pojedynczego produktu niezbędne są bezpośrednie lub pośrednie nakłady każdego z pozostałych produktów (macierz współczynników technicznych jest nieredukowalna). Innymi słowy, oznacza to brak nawrotów w skali gospodarki narodowej. Reakcja postkeynesistów była natychmiastowa. L. Pasinetti, pół roku po artykule D. Levhariego, wykorzystując aparat metodologiczny P. Sraffy, wykazał powszechność zjawisk uważanych za anomalie (Pasinetti, 1966). Z kolei P. Garegnani, bazując na założeniach D. Levhariego, udowodnił, że nie da się z nich wyprowadzić wniosku o niemożności występowania nawrotu alternatywnych systemów wytwarzania wraz z monotonicznymi zmianami stopy zysku. Sprawdzając własności macierzy wykorzystywanych przez D. Levhariego, P. Garegnani wskazał błąd w jego rozumowaniu i obalił twierdzenie o braku nawrotów (Garegnani, 1966). D. Levhari i P.A. Samuelson, biorąc pod uwagę ogłoszone zastrzeżenia, przyznali się do popełnionego błędu (Levhari i Samuelson, 1966). Do zagadnienia tego nawiązał też M. Morishima (1966) oraz M. Bruno, E. Burmeister i E. Sheshinski (1966). Dyskutanci zwrócili także uwagę na dość niekonwencjonalny charakter wskaźnika „ilość kapitału”

(M. Morishima, L. Pasinetti) oraz zmian wartościowych relacji kapitał-produkt, konsumpcja-zatrudnienie itd. przy monotonicznych zmianach stopy zysku (M. Bruno, E. Burmeister, E. Sheshinski).

Ostatecznym efektem tego etapu dyskusji było przyznanie, że zjawisko nawrotów systemów wytwarzania należy uznać za normalne z wyjątkiem gospodarki jednoproduktowej i spełniającej warunki złotej reguły akumulacji. Co więcej, przy porównaniu gospodarek znajdujących się w równowadze statycznej i charakteryzujących się coraz niższymi stopami zysku okazuje się, że najwyższego z możliwych poziomów konsumpcji na zatrudnionego (w ramach przyjętych w tej analizie założeń konsumpcja na zatrudnionego równa się płacy) nie muszą bynajmniej zapewniać systemy wytwarzania odznaczające się najwyższą wartością kapitału na zatrudnionego. Przeczyło to trzeciemu twierdzeniu neoklasycznej teorii produkcji i podziału. Załamania się tej ortodoksyjnej zależności był świadom P.A. Samuelson, pisząc: „(...) nie jest już dosłownie prawdziwe twierdzenie, że społeczeństwo przechodzi od wysokich stóp procentowych do stóp niskich, wyrzekając się bieżącej konsumpcji dóbr w zamian za większą konsumpcję w przyszłości, przy czym każda następna porcja akumulacji dóbr kapitałowych przynosi coraz niższy i niższy społeczny przychód w postaci produktu krańcowego” (Samuelson, 1966).

Neoklasycy starali się mimo wszystko pomniejszyć znaczenie dyskusji. W celu uporządkowania i weryfikacji podstawowych twierdzeń ekonomii neoklasycznej zwołano w 1967 roku na greckiej wyspie Korfu międzynarodowe sympozjum. Biorący w nim udział postkeynesiści twierdzili, że dotychczasowe wyniki sporów dowodzą zwycięstwa ich punktu widzenia, oznaczając potrzebę zwrotu w kierunku ekonomii klasycznej. Obalając, o czym byli przekonani, koncepcję zagregowanej funkcji produkcji, uważali, że należy odrzucić marginalną teorię produkcji (wartości) i podziału. Rzeczywiście, jeżeli okazuje się, że uzbrojenie pracy i stopa zysku nie są związane tak jednoznacznie zależnością, jak to określa teoria neoklasyczna, to silnie podważona jest więc między krańcowymi produktami czynników i ich cenami, będąca przecież podstawą całej neoklasycznej teorii podziału. Łatwo w tych warunkach przyznać, że krytyka przesłanki o jednorodności kapitału i istnienie efektu nawrotu systemów wytwarzania miały decydujące znaczenie dla obalenia całej marginalnej teorii podziału. Zasadność krytyki postkeynesowskiej uznał P.A. Samuelson. Próbuując podsumować dotychczasowe dyskusje, stwierdzał „(...) jeżeli to wszystko przyprawia o ból wątroby tych, którym tęskno za dawnymi przypowieściami z neoklasycznych dzieł, to musimy sobie uprzytomnić, że udziałem naukowców nie jest żywot łatwy. Winniśmy respektować i oceniać fakty z życia” (Samuelson, 1966, s. 583). Również inni ekonomiści bardzo krytycznie oceniali efekty dyskusji. Amerykańscy naukowcy, jak E. Hunt i G. Sherman, pisali na ten temat: „Aczkolwiek argumentacja była dostępna tylko dla wtajemniczonych, stwierdzone ogólne zasady są dość proste i mają monumentalne zna-

czenie w historii doktryn ekonomicznych. Przedstawiają one logiczny i teoretyczny upadek tradycji intelektualnej wznoszącej się od Jevonsa i Austriaków, która dominowała wśród ekonomistów ortodoksyjnych w ciągu ostatnich 100 lat” (Hunt i Sherman, 1972, s. 45).

Bez wątpienia popełniono wiele błędów metodologicznych, czy raczej przyjęto zbyt wiele upraszczających założeń, tworząc makroekonomiczną funkcję produkcji. Trudno jednak uznać dyskusję za zakończoną, a sympozjum na Korfu – za dostateczny argument przemawiający za odrzuceniem teorii produkcyjności krańcowej i marginalnej teorii podziału. Neoklasycy nadal są zdania, że argumenty postkeynesistów uniemożliwiły co prawda szersze zastosowanie pewnych prostych reguł, ale nie naruszyły zasadniczo marginalnej teorii podziału. Ta ostatnia nie ma nic wspólnego z istnieniem czy nieistnieniem agregatowej funkcji produkcji (Harcourt, 1975). Pierwszy etap dyskusji ograniczał się przede wszystkim do weryfikacji statycznych modeli równowagi i zachodzących w tych modelach zależności. Uznanie zasadności krytyki wpłynęło na rozszerzenie analizy na teorię wzrostu zrównoważonego. Temu celowi były poświęcone m.in. prace D.M. Nutiego i L. Spaventy (Nuti, 1970; Spaventa, 1968; 1970). Dostarczyły one dodatkowo metodologicznych podstaw do zbadania od strony ilościowej cenowych i realnych efektów Wicksella. Okazało się również, że odejście od prostych modeli wykorzystujących homogeniczny kapitał do modeli o kapitale niejednorodnym (P. Garegnanigo) czy modeli „datowanych” nakładów (D.M. Nutiego) wykazało złożoność (niemonotoniczność) funkcji kapitału, produktu czy konsumpcji na zatrudnionego względem stopy zysku.

Wyniki dyskusji, jej pierwszy etap i kolejne prowadzą do dość jednoznacznych wniosków. Postkeynesowska krytyka mocno naruszyła podstawy neoklasycznej teorii produkcyjności krańcowej i marginalnej teorii podziału, ich podstawowego modelu – makroekonomicznej funkcji produkcji, stawiając wiele pozostających bez odpowiedzi pytań. Jednak zdaniem neoklasyków nie jest to dostateczny argument przemawiający za odrzuceniem ich koncepcji teoretycznych. Co więcej, jak twierdzi J.K. Arrow: „Punktem wyjścia dyskusji powinna być jednak zawsze tyle razy krytykowana teoria neoklasyczna. Nie ma żadnej rzeczywiście całościowej alternatywy, która byłaby w takim samym stopniu kompletna” (Arrow, 1974, s. 1).

Krytyczne argumenty i postulaty przyczyniły się natomiast bez wątpienia do rozwoju teorii neoklasycznej, w tym również makroekonomicznej funkcji produkcji. Pojawiły się liczne, bardzo interesujące teoretycznie i empirycznie koncepcje i modele. Nie zmniejszyło się zainteresowanie modelami wzrostu gospodarczego opartymi na makroekonomicznej, neoklasycznej funkcji produkcji, o czym świadczy m.in. liczba zrealizowanych w latach siedemdziesiątych i osiemdziesiątych XX wieku analiz empirycznych i teoretycznych¹⁵.

¹⁵ Warto tu wspomnieć np. o pracach (Bosworth, 1976; Dewey, 1984; Eichhorn, 1970; Johansen, 1972; Pasinetti, 1974).

Co więcej, rozszerzono zakres zastosowań modeli funkcji produkcji, badając za ich pomocą nie tylko znaczenie czynników tradycyjnych (praca i kapitał) we wzroście gospodarczym, ale również rolę postępu technicznego (ucieleśnionego i nieucieleśnionego) i czynników przyrodniczych. Ta ostatnia płaszczyzna zyskuje szczególnie na znaczeniu w warunkach współczesnych ograniczeń surowcowo-energetycznych. Modele opracowywane na bazie makroekonomicznej funkcji produkcji służą, z jednej strony, badaniu poszczególnych komponentów środowiska przyrodniczego w procesach wzrostu, z drugiej – prognozowaniu barier ekologicznych. Oznacza to, że funkcja produkcji nadal pozostaje podstawowym narzędziem analizy relacji ilościowych w procesach produkcji (wzrostu) i podziału. Ekonomia neoklasyczna, doskonaląc swoje koncepcje, nadal powszechnie wykorzystuje funkcję produkcji, badając z jej wykorzystaniem podstawowe procesy ekonomiczne.

Zasadność krytyki postkeynesowskiej osłabiła natomiast przekonanie o bezwzględnej prawdziwości tez neoklasycznych. Widać to szczególnie podczas badań empirycznych. Wśród analityków zaobserwować można trzy postawy. Pierwsza nie dopuszcza jakichkolwiek ustępstw na punkcie ścisłości naukowej. Druga, poszukując związków między teorią a rzeczywistością, dopuszcza pewne kompromisy. Trzecia natomiast dominuje wśród empirystów, którzy stawiają problemy dotyczące bezpośrednio rzeczywistości, poszukując na nie odpowiedzi i nie wiążąc ich wprost z teorią.

Osłabienie koncepcji neoklasycznych przyczyniło się do upowszechnienia drugiej, ostrożniejszej i bardziej sceptycznej postawy badawczej. Można to zauważyć szczególnie wśród przedstawicieli ekonomii neoklasycznej. Postkeynesiści są w tej kwestii znacznie bardziej zdecydowani. Reprezentatywna dla ich stanowiska wydaje się wypowiedź L. Pasinettiego, który pisał: „Ciągłość zmian techniki w miarę zmian stopy zysku nie pociąga za sobą ciągłości zmian wartości dóbr kapitałowych na zatrudnionego. To właśnie w istocie rzeczy wydaje się być jednym z najważniejszych wyników dyskusji w sprawie nawrotów techniki. W świetle tego wyniku teoria kapitału nie wydaje się być właściwym polem dla stosowania rachunku różniczkowego i analizy nieskończonościowej i tym samym analizy marginalnej” (Pasinetti, 1969, s. 523). Wypowiedź ta jednocześnie odzwierciedla jakby pewne tendencje w recepcji wyników dyskusji i polemik w ekonomii neoklasycznej.

Neoklasyczna reakcja na krytykę ze strony ekonomii postkeynesowskiej przyjęła także postać nowych propozycji teoretycznych, znanych pod nazwą surogatowej funkcji produkcji P.A. Samuelsona czy stopy przychodu od inwestycji R. Solowa¹⁶. Poszukiwania miernika kapitału niezależnego od systemu cen prowadzili neoklasycy w trzech podstawowych kierunkach. Pierwszy z nich to próba osłabienia samego założenia homogenicznej struktury kapitału

¹⁶ Reakcja ta została szczegółowo zaprezentowana w literaturze, zob. (Harcourt, 1975; Osiałyński, 1978).

i produktu (np. P.A. Samuelson czy J.R. Hicks). Drugi kierunek wytycza idea modeli rocznikowych (*vintage* – L. Johansen, R. Solow, E. Phelps, W. Salter). To idea, w ramach której nie rezygnuje się z koncepcji homogenicznego kapitału, ograniczając ją jednak do poszczególnych roczników, co oznaczało osłabienie założenia homogeniczności i nadanie koncepcji kapitału wymiaru czasowego. Ostatni z tych kierunków poszukiwań polega na rezygnacji z pojęcia „kapitał” (R. Solow – stopa przychodu od inwestycji), co oznacza w zasadzie wyjście poza ortodoksyjną, neoklasyczną teorię produkcji i podziału.

Krytyka postkeynesowska ukazała słabości teoretyczne i sprzeczności logiczne neoklasycznej teorii produkcji i podziału, a także modelu makroekonomicznej funkcji produkcji, a neoklasyczna reakcja nie rozstrzygnęła powstałych wątpliwości. W końcu lat sześćdziesiątych XX wieku dyskusja wokół teorii kapitału i modelu funkcji produkcji wygasła w sposób naturalny.

2.5. Rozwój teorii kapitału ludzkiego a model funkcji produkcji

Kapitał ludzki był kolejnym czynnikiem, który został wprowadzony do modelu funkcji produkcji, mając przy okazji zastąpić czynnik „praca”. Można się zastanowić nad motywami tej modyfikacji. Bez wątpienia były to powody poznawcze, metodyczno-metodologiczne i obrachunkowe oraz ideologiczne. Praca ludzka czy jej potencjał – siła robocza – wzbudzały od kilku stuleci zainteresowanie badaczy ze względu na ich znaczenie w procesach gospodarowania. W ekonomii klasycznej, w okresie dominacji teorii wartości opartej na pracy, praca i jej potencjał w postaci siły roboczej były wiodącymi obiektami zainteresowania ekonomistów – od A. Smitha do K. Marksa i J. S. Milla (Dobb, 1976). W monistycznych teoriach wartości praca była uważana za jedyny czynnik wartościotwórczy. Ten sposób interpretacji nieco zmodyfikował J.-B. Say, wprowadzając wartościotwórczą równorzędność kapitału, pracy i ziemi. Siła robocza oraz praca były zatem w XIX wieku głównym obiektem badań ekonomicznych, zarówno teoretycznych, jak i praktycznych.

Jak słusznie zauważyła J. Robinson, praca również nie spełniała warunku jednorodności, co było poważnym wyzwaniem metodyczno-metodologicznym i obrachunkowym dla przedstawicieli ekonomii klasycznej czy K. Marksa. Szczytowym przykładem wyzwań poznawczych jest tu tak zwany problem transformacji wartości w cenę produkcji. Inni uczestnicy sporu wokół modelu funkcji produkcji i koncepcji kapitału również byli świadomi problemów obrachunkowych związanych z warunkami homogeniczności oraz agregacji tego czynnika, czyli kapitału.

Był jeszcze jeden powód istotny przy badaniu roli pracy w procesach gospodarowania – ideologiczny. Jak zauważył jednoznacznie K. Marks, jeżeli praca

jest jedynym czynnikiem wartościotwórczym, to cały wytworzony produkt powinien zostać przypisany jej właścicielom – robotnikom. Było to nie do zaakceptowania przez właścicieli innych czynników produkcji (Semkow, 1983).

Kapitał ludzki, ze swojej istoty, miał rozwiązywać niektóre z wyzwań generowanych przez pracę. W modelu funkcji produkcji uznano zasadność Sayowskiej interpretacji wartościotwórczej roli poszczególnych czynników. Koncepcja kapitału ludzkiego tworzy dodatkowe możliwości traktowania ludzkiej pracy na wzór ujęć kapitałowych, jego wewnętrznej jakości, a także uwzględniania nowoczesnych czynników kreujących wytwórczą sprawność (wydajność) aktywności człowieka, jego pracy i jej potencjału. W XIX stuleciu eksponowano energetyczno-materialną formę ekspresji pracy, czyli jej ujęcie fizyczne, smithowsko-marksowskie, bez szczególnego znaczenia aspektów informacyjnych czy psychologiczno-osobowościowych, a zatem pracy umysłowej. W nowożytnych gospodarkach ten drugi wymiar zyskuje jednak szczególnie na znaczeniu, także w postaci ricardiańskiej pracy uprzedmiotowionej, postępu technicznego, nauki i wiedzy czy innowacji. Nowe wyzwania związane z kapitałem ludzkim łączą się także z tak zwaną sztuczną inteligencją.

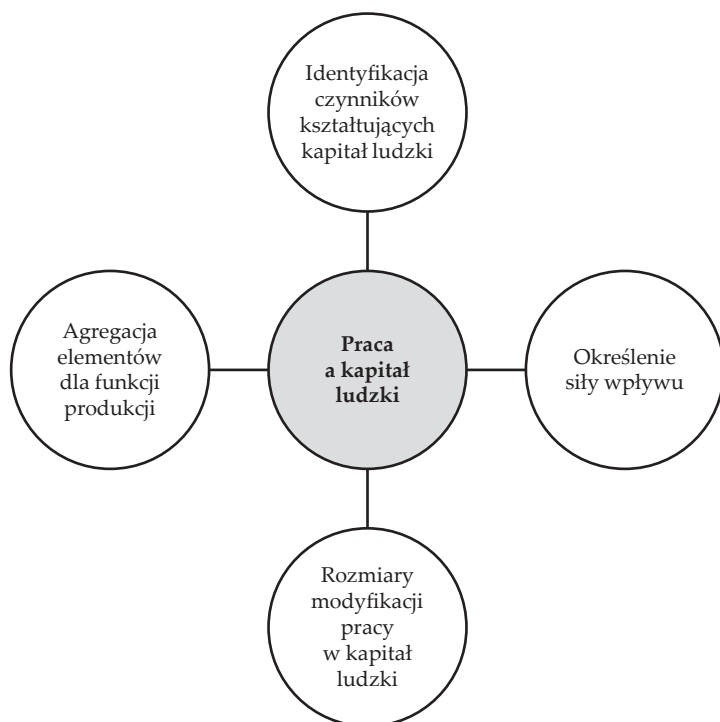
Pojęcie kapitału ludzkiego jest względnie młode we współczesnej ekonomii (Domański, 1993). Pojawiło się po II wojnie światowej dzięki pracom T. Schultza oraz G. Beckera, docenionych Nagrodą Nobla w dziedzinie ekonomii w latach 1979 i 1992. Ich badania dotyczyły tak ważnych problemów badawczych, jak:

- 1) dlaczego industrializacja okazuje się niewystarczającą strategią rozwojową poszczególnych gospodarek?
- 2) dlaczego kraje słabo rozwinięte mają trudności z wchłanianiem nowych technologii i kreacją innowacji?
- 3) dlaczego produkt krajowy rośnie szybciej niż dostępne zasoby ziemi, środków rzeczowych i efekty podziału pracy?

W ekonomii klasycznej oraz w obiektywnej teorii wartości praca była traktowana jako homogeniczny, pod względem jakości i struktury, czynnik produkcji (marksowski „skrzep”). Koncepcja kapitału ludzkiego urealniła to podejście, eksponując czynniki wpływające na różnice jakościowe pracy związane z wykształceniem, dodatkowym formowaniem umiejętności i nabywaniem kwalifikacji, stanem zdrowia, odpoczynkiem i zmęczeniem organizmu, a nawet determinantami o charakterze kulturowym, społecznym czy psychologicznym. Ale jednocześnie komplikuje to wewnętrzną strukturę tego czynnika produkcji, czyniąc go w tym zakresie nieco podobnym do przedstawionego wcześniej kapitału.

Ważne stają się (jak wskazano na rys. 2.2): (1) zidentyfikowanie danej determinanty (czynnika) kształtującej (modyfikującej) kapitał ludzki; (2) określenie siły jej wpływu na kapitał ludzki, jego rozmiary ilościowe i cechy jakościowe; (3) sprecyzowanie jednostek pomiaru tego wpływu i rozmiarów modyfikacji;

(4) dokonanie agregacji tych modyfikacji w celu określenia rozmiarów kapitału ludzkiego wykorzystanych w funkcji produkcji.



Rys. 2.2. Praca a kapitał ludzki – wzajemne relacje

Źródło: opracowanie własne.

Identyfikacja czynników kształtujących kapitał ludzki to niezwykle istotne wyzwanie dla współczesnej teorii ekonomii. W literaturze spotyka się różne definicje kapitału ludzkiego, w ramach których eksponowane są różne czynniki determinujące jego istotę oraz rozmiary (tab. 2.1).

W ekonomii oraz naukach o zarządzaniu, a zwłaszcza zarządzaniu zasobami ludzkimi, najczęściej wśród czynników składających się i wpływających na kapitał ludzki wymienia się: (1) wiedzę; (2) kompetencje; (3) zdolności; (4) umiejętności; (5) *know-how*; (6) posiadaną kulturę; (7) uznawane wartości; (8) stworzone relacje; (9) wewnętrzny system motywacji; (10) reprezentowane postawy; (11) zręczność intelektualną; (12) przywództwo (Szopik-Depczyńska i Korzeniewicz, 2011).

T. Davenport podał ciekawą, użyteczną w modelach ekonomicznych definicję kapitału ludzkiego (Łukasiewicz, 2009, s. 19): kapitał ludzki = (zdolności + zachowania) × wysiłek × czas. G. Łukasiewicz zaproponował następującą

Tabela 2.1. Wybrane definicje kapitału ludzkiego

Autor(-ka)	Składniki (pojęcie) kapitału ludzkiego
T. Schultz	wiedza, umiejętności nabyte poprzez edukację i szkolenia
J. Mincer	wiedza uzyskana w szkole i podczas praktyki zawodowej, mierzona czasem nauki oraz wiekiem
G. Becker	kapitał ludzki to nagromadzone w ludziach zasoby, które wpływają na przyszłe dochody realne
G. Becker	fizyczne i psychiczne właściwości ludzi ukształtowane pod wpływem edukacji, doświadczenia zawodowego oraz opieki medycznej; kapitał ludzki to wiedza, informacje, poglądy, umiejętności oraz zdrowie jednostek
I. Fitz-Enz	cechy posiadane przez jednostkę, stopień motywacji, postawa i solidność, zaangażowanie, uzdolnienia czy kreatywność
R. Domański	zasób wiedzy, umiejętności, zdrowia, energii vitalnej zgromadzonej w społeczeństwie
W. Florczak	wszystkie cechy psychofizyczne, czyli wrodzone zdolności, zasoby wiedzy i poziom wykształcenia, umiejętności i doświadczenie zawodowe, stan zdrowia, poziom kulturalny, aktywność społeczno-ekonomiczna, światopogląd
A. Pocztowski	zasób specyficznych cech i właściwości ucieleśnionych w pracownikach (wiedza, umiejętności, zdolności, zdrowie, motywacja)
M. Armstrong	wiedza, umiejętności i zdolności człowieka, możliwości oraz potencjał do rozwoju i wprowadzenia innowacji, wskazywane przez ludzi pracujących w danej firmie
N. Bontis	czynnik ludzki organizacji, czyli połączone ze sobą: inteligencja, umiejętności i wiedza specjalistyczna, które nadają organizacji jej specyficzny charakter
A. Sajkiewicz	ludzie trwale związani z firmą i jej misją, charakteryzujący się umiejętnością współpracy, kreatywnością postaw i kwalifikacjami
T. Davenport	kapitał ludzki = (zdolności + zachowanie) × wysiłek × czas (ujęcie w postaci wzoru matematycznego)
M. Bratnicki	kapitał ludzki to ludzie, którzy są trwale związani z przedsiębiorstwem i jego misją, posiadają umiejętność współpracy, kreatywność, kwalifikacje, a także motywację, kompetencje i zręczność intelektualną
M. Juchnowicz	kapitał ludzki to wiedza aktualnie posiadana i potencjalna, ucieleśniona w osobie pracownika, użyczana pracodawcy na podstawie określonych stosunków pracy

Źródło: (Andrzejczak, 2011, s. 33; Armstrong, 2011, s. 15; 2016, s. 19; Bontis i Choo, 2002, s. 631; Bratnicki, 2000; Florczak, 2007, s. 112; Juchnowicz, 2014, s. 30; Łukasiewicz, 2009, s. 19; Pocztowski, 2003, s. 22; Sajkiewicz, 1999, s. 60).

definicję kapitału ludzkiego – jako zasobu wiedzy, umiejętności, zdolności, kwalifikacji, postaw, motywacji oraz zdrowia, o określonej wartości, będącego źródłem przyszłych zarobków i satysfakcji. Posiada on odnawialny i powiększający się potencjał ludzki (Łukasiewicz, 2009, s. 20). Natomiast w podręczniku *Elementy mikroekonomii* można znaleźć następującą definicję: „Kapitał ludzki to nakłady (pieniężne, rzeczowe i czas), jakie ponosi każdy człowiek

w związku z nabywaniem kwalifikacji, zdobywaniem wykształcenia i umiejętności zawodowych oraz możliwości produkcyjnych łączących się z ogólnym stanem jego zdrowia fizycznego i psychicznego (nakłady na własne zdrowie i wypoczynek)" (Becla i in., 2001, s. 139).

W pewnym sensie zasób ludzki określa genotyp i fenotyp każdego człowieka. Musi on być jednak rozwijany poprzez inwestowanie w człowieka, czyli ogół działań, które wpływają na przyszły pieniężny i fizyczny dochód. W literaturze przedmiotu (np. Czaja i Fiedor, 2003) wyodrębnia się kilka głównych kategorii działań podnoszących poziom ludzkich umiejętności: (1) formalne kształcenie na wszystkich szczeblach; (2) programy studiów dla dorosłych; (3) szkolenie w czasie pracy; (4) usługi i udogodnienia związane z ochroną zdrowia i wpływające na długość życia i vitalność ludzi; (5) migracje ludności w celu znalezienia lepszej pracy; (6) poszukiwanie informacji o sytuacji ekonomicznej i perspektywach zawodowych; (7) badania naukowe.

Inwestycje w człowieka mogą przyjmować postać decyzji poszczególnych jednostek zainteresowanych kreacją swoich umiejętności i możliwości oraz działań ulokowanych w określonych ramach organizacyjnych. W swojej istocie mogą mieć charakter egzogeniczny lub endogeniczny, co znajduje odzwierciedlenie w niektórych współczesnych modelach endogenicznej funkcji produkcji.

Jak łatwo zauważyć, w centrum zainteresowania teorii kapitału ludzkiego znajduje się człowiek, a raczej jego znaczenie jako czynnika produkcji. Nie chodzi jednak o klasycznie rozumiany rynek pracy, zasób siły roboczej, pojmowany jako wielkość zatrudnienia czy czas pracy. W przypadku kapitału ludzkiego analizuje się także określone jakościowe cechy zasobów ludzkich, jak, wspomniane już, wiedza, umiejętności czy kondycja zdrowotna, które wpływają na możliwości wytwórcze człowieka i wielkość wykonywanej przez niego pracy.

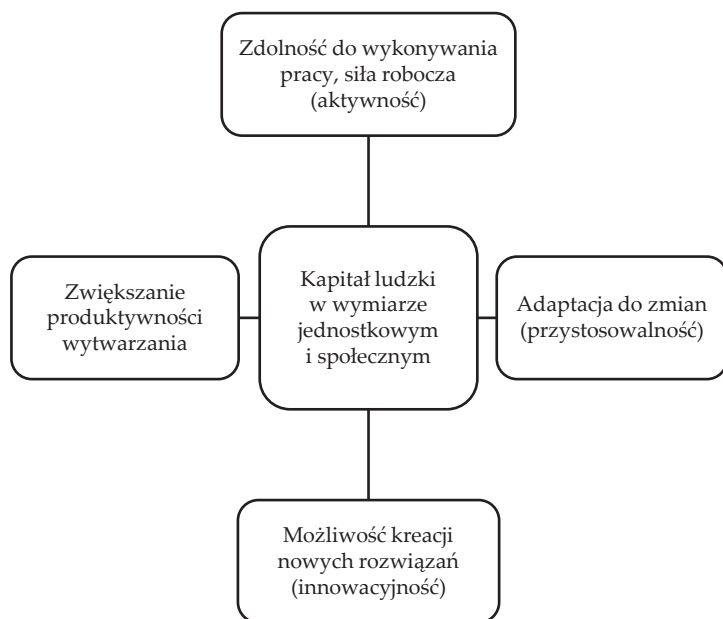
Koncepcja kapitału ludzkiego opiera się na założeniu, że ludzie są skłonni rezygnować z bieżących dochodów, poświęcając czas wolny i środki finansowe na możliwości pozyskiwania przyszłych korzyści, np. wyższych zarobków. Takie ujęcie człowieka nie kłóci się z modelem człowieka gospodarującego, chociaż rozszerza go, tworząc człowieka suwerennego, samokreującego się, który działa zgodnie z zasadą racjonalnego gospodarowania (zob. krytyka *homo oeconomicus*) (Blaug, 1995).

Rzetelne badania powinny uwzględnić fakt rzeczywistego wykorzystywania kapitału ludzkiego, a zatem uwzględniania tych determinant modyfikujących, które mają rzeczywisty wpływ na wielkość wydatkowanej pracy w danym procesie produkcji. Nie jest to oczywiście łatwe pod względem obliczeniowym, co powoduje pozostawanie na etapie uwzględniania całości modyfikacji jako determinanty wpływającej na wielkość wydatkowanej pracy. J. Robinson wspominała o tym problemie w trakcie dyskusji wokół teorii kapitału, przy okazji modelu jej pseudofunkcji produkcji. Problem ten przypomina

nieto trudności metodyczno-obrachunkowe, z jakimi spotykali się zwolennicy obiektywnej teorii wartości, wprowadzając rozróżnienie pracy i siły roboczej. K. Marks jako jeden z pierwszych dostrzegł to wyzwanie.

Jak już zauważono, do współczesnej literatury ekonomicznej pojęcie kapitału ludzkiego wprowadzili przede wszystkim T. Schultz (1961; 1963), G. Becker (1964) oraz J. Mincer (1958), korzystając z tradycji sayowsko-fisherowskiej, która wszystkie zasoby ekonomiczne traktuje jako kapitały w przypadku ich użycia w procesach gospodarowania. Przy wyjaśnianiu istoty kapitału ludzkiego uwaga zwracana jest na główne kierunki jego oddziaływania w wymiarze jednostkowym i społecznym (rys. 2.3), a zwłaszcza na:

- zdolność do wykonywania pracy, którą K. Marks określał pojęciem siły roboczej, będąca jedną z podstawowych form aktywności człowieka, łącząca się z przedsiębiorczością wyrażającą odpowiednie systemy motywacji oraz dyscypliny;
- adaptację do zmian, która wyraża przystosowalność jednostki ludzkiej i grup społecznych do nowych wyzwań w otoczeniu i wewnątrz podmiotu;
- możliwość kreacji nowych rozwiązań, która jest z jednej strony wyrazem ludzkiej innowacyjności, z drugiej – kolejnym wyrazem kreatywności w ramach przedsiębiorczości.



Rys. 2.3. Kierunki oddziaływania kapitału ludzkiego

Źródło: opracowanie własne.

Poza wspomnianą już przedsiębiorczością trzeba zwrócić dodatkowo uwagę, idąc za tokiem rozumowania J.R. Hicksa, na zdolność kapitału ludzkiego do kreacji dodatkowego dochodu (produktu), która we współczesnej ekonomii jest cechą wszelkich form kapitału (Hicks, 1932).

We współczesnej literaturze można znaleźć wiele definicji kapitału ludzkiego, chociaż większość z nich włącza w ramy tej kategorii podobne elementy strukturalne – zasób wiedzy, umiejętności, stan zdrowia, rozmiary energii vitalnej – uznając je za decydujące o jego istocie. „Zasób ten nie jest dany przez genetyczne właściwości danej populacji, ale można go powiększać za pomocą inwestycji w człowieka, czyli przez ogół działań wpływających na przyszły pieniężny i fizyczny dochód przez powiększanie zasobów ucieleśnionych w ludziach: usługi i udogodnienia związane z ochroną zdrowia, poprawą wyżywienia, szkolenie i doskonalenie zawodowe w czasie pracy, kształcenie w systemie edukacji narodowej, poszukiwanie i gromadzenie informacji o sytuacji firm i perspektywach zawodowych, badania naukowe, migracje ludności” (Domański, b.d.).

Nie eksponuje się częściowo naturalnego pochodzenia kapitału ludzkiego, np. genetycznego, zwracając raczej uwagę na inne możliwości powiększania kapitału ludzkiego w wymiarze zarówno jednostki, jak i społeczeństwa. Bez wątpienia aspekty kreacji i/lub odtwarzania kapitału ludzkiego należą do najważniejszych, z ekonomicznego punktu widzenia, jednak redukcja źródeł naturalnych czy kulturowych jest zbyt dalekim uproszczeniem. Energia vitalna, stan zdrowia czy fizyczno-umysłowe predyspozycje (np. talenty) mają, w znacznej mierze, biologiczne pochodzenie.

Trudnym wyzwaniem z punktu widzenia makroekonomicznej funkcji produkcji jest kwestia pomiaru kapitału ludzkiego i jego agregacji. W literaturze można znaleźć wiele propozycji pomiaru kapitału ludzkiego (szerzej: Herbst, 2007; Pierścieniak i in., 2020).

W 1883 roku E. Engel (1821-1896) próbował ocenić wartość człowieka w kontekście posiadanego wykształcenia, zdrowia i zdolności wytwórczych (Engel, 1883). Wykorzystał w tym celu formułę:

$$C_{xi} = C_{0i} + xC_{0i} + \sum k_i C_{0i}$$

gdzie: i – klasa społeczna, zgodnie z ujęciem E. Engela niższa, średnia lub wyższa, x – wiek do 25 roku, C_{0i} – koszty poniesione od momentu narodzin, $k_i C_{0i}$ – roczny koszt utrzymania.

Jak zauważył Z. Czajkowski (2012), takie podejście cechuje kilka ograniczeń i wad, a mianowicie:

- koszty wytworzenia kapitału ludzkiego nie muszą decydować o jego jakości,
- wartość kapitału jest determinowana raczej przez popyt, a nie przez koszty wytwarzania,

- wiedza i umiejętności dezaktualizują się wraz z narastającym postępem technicznym,
- utrata kompetencji zachodzi w czasie wskutek zapomniania,
- koszty i ceny nie są jednoznacznie określone.

Już w 1966 roku B. Kiker zaproponował prostą, chociaż interesującą pod względem obrachunkowym metodę, zgodnie z którą kapitał ludzki można oszacować na podstawie bieżącej wartości zasobów osiąganych przez jednostkę w przyszłości, pomniejszając ją o wydatki ponoszone na życie (Kiker, 1966). Powrócił w ten sposób do idei L. Dublina i A. Lotki z 1930 roku, czyli formuły:

$$V_0 = \sum P_{0,x} (E_x \times Y_x - C_x) / (1 + i)^x,$$

gdzie: i – stopa procentowa, $P_{0,x}$ – prawdopodobieństwo (w momencie narodzin) przeżycia x lat, E_x – stopa zatrudnienia dla osób w wieku x lat, Y_x – indywidualny roczny przychód od wieku x do $x + 1$, C_x – roczny koszt życia (Dublin i Lotka, 1977).

Ujęcie dochodowe charakteryzuje kilka cech, a mianowicie: (1) wycena kapitału ludzkiego jest wyrażona w cechach rynkowych; (2) wycena uwzględnia aktualne czynniki gospodarcze; (3) potrzebne są dodatkowe informacje, jak tablice trwania życia, płace, stopa bezrobocia, struktura wykształcenia czy rozkład stóp procentowych w czasie. Poważną wadą tego ujęcia jest założenie, że różnice wynagrodzeń odzwierciedlają różnice w produktywności i jakości kapitału ludzkiego.

W roku 1995 C. Mulligan oraz X. Sala-I-Martin zaproponowali koncepcję indeksu polegającą na aproksymacji wartości kapitału ludzkiego na podstawie wskaźnika

$$HI = [w_{i,e} \times w_{i,0}] L_{i,e},$$

gdzie: $w_{i,e}$ – wynagrodzenie w i -tym państwie osoby posiadającej e -ty poziom wykształcenia, $w_{i,0}$ – wynagrodzenie przeciętnego pracownika z minimalnym wykształceniem, w i -tym państwie, $L_{i,e}$ – odsetek siły roboczej posiadającej wykształcenie na e -tym poziomie, w i -tym państwie (Mulligan i Sala-I-Martin, 1995).

W podejściu takim uwzględniane są poprzez poziom wynagrodzeń nie tylko umiejętności i predyspozycje pracownika, ale również uzbrojenie pracy (kapitał fizyczny). Podejście to ma swoje zalety, jak również wady. Do zalet można zaliczyć m.in.: (1) eliminację wpływu zakumulowanego kapitału rzeczowego na wyższą produktywność pracy niewykwalifikowanej; (2) uwzględnianie wpływu czasu edukacji na zmienność otrzymywanych wynagrodzeń; (3) uwzględnianie międzynarodowego zróżnicowania zasobu kapitału ludzkiego. Wśród wad wymienia się np.: (1) przyjęcie jednakowego zasobu kapitału ludzkiego robotników niewykwalifikowanych bez względu na czas

i miejsce obserwacji; (2) nieuwzględnianie różnic wynagrodzeń niebędących efektem różnej wartości kapitału ludzkiego; (3) nieuwzględnianie form kształcenia nieformalnego oraz zdrowia.

G. Messiniss i A. Ahmed wykorzystują indeks nowoczesnych kwalifikacji obliczany na bazie czynnika ukrytego (Messiniss i Ahmed, 2009). Czynniki ten obejmuje ocenę zaawansowania technologicznego i przejawianej wartości ekonomicznej. Uwzględnia się zatem jakość edukacji i rynkową wycenę umiejętności według formuły:

$$I_{k,jt} = \mu_k + \lambda_k \times h_{jt} + e_{k,jt},$$

gdzie: $I_{k,jt}$ – logarytm naturalny k -tego wskaźnika dla j -tego państwa w roku k , μ_k – wartość średnia k -tego wskaźnika, λ_k – ładunek czynnika wspólnego dla k -tego wskaźnika, h_{jt} – czynnik wspólny oraz $e_{k,jt}$ – błąd idiosynkratyczny, czyli błąd panelowych danych, które cały czas zmieniają się w czasie i dla opisywanych obiektów.

Z punktu widzenia modelu funkcji produkcji szczególnego znaczenia nabiera zagadnienie wyceny kapitału ludzkiego. W literaturze przedmiotu występuje kilka ujęć tej kwestii (Czajkowski i in., 2013): (1) ujęcie retrospektywne bazujące na kosztach wytworzenia kapitału ludzkiego; (2) ujęcie prospektywne z wykorzystaniem przyszłych, zdyskontowanych przychodów; (3) ujęcie zbliżone do retrospektywnego, z zastosowaniem parametrów edukacji, w ramach którego uwzględnia się wpływ na kapitał ludzki alfabetyzacji, skolaryzacji, przeciętnego czasu kształcenia oraz wyników testów kompetencyjnych, jak np. PISA; (4) ujęcie agregujące z użyciem indeksów, charakteryzujące się wysublimowanymi statystycznie wskaźnikami, o ograniczonych lub nieistniejących możliwościach interpretacji ekonomicznej; (5) ujęcie oparte na benchmarkingu z testami kompetencji; (6) ujęcia syntetyczne, jak np. *Lisbon Council Human Capital Index*. W jego ramach koszt wytworzenia kapitału ludzkiego obejmuje: (1) koszt alternatywny edukacji rodzicielskiej; (2) nakłady na edukację przed-szkolną i szkolną; (3) wydatki na edukację wyższą; (4) koszt alternatywny edukacji formalnej i nieformalnej osób dorosłych; (5) koszt alternatywny edukacji przez pracę (*learning by doing*). Ponadto indeks uwzględnia cztery obszary analizy kapitału ludzkiego, a mianowicie: (1) poziom kwalifikacji; (2) poziom wykorzystania kapitału ludzkiego; (3) produktywność kapitału ludzkiego; (4) kwestie demograficzne i zatrudnienie (Czajkowski, 2013, rozdz. 2.2).

I. i K. Miciuła wyliczyli cztery grupy opisu kapitału ludzkiego i jego związku z procesami rozwoju, a mianowicie: (1) dotyczące wymiaru ilościowo-jakościowego; (2) kosztowe; (3) dochodowe; (4) rynkowe (Miciuła i Miciuła, 2015).

W ramach pierwszej grupy uwzględnia się zestawy mierników opisujących relacje z edukacją, zdrowiem i rynkiem pracy. Druga grupa polega na zliczaniu wartości wszystkich wydatków będących inwestycją w człowieka, czyli kosztów tworzenia i utrzymania kapitału ludzkiego. Podejście to było chętnie

wykorzystywane przez E. Engela czy T. Schultza. Trzecia grupa ujęć opiera się na zliczeniu aktualnej wartości strumienia dochodów (wynagrodzeń) uzyskanych w związku z posiadanym wykształceniem i została zastosowana przez J.M. Clarka. W czwartej grupie uwzględnia się rynkowy pomiar wartości kapitału ludzkiego, z wykorzystaniem mechanizmu opartego na regulacji popytu oraz podaży. Przy kapitale ludzkim należy dodatkowo pamiętać o jego tworzeniu, utrzymaniu i wykorzystaniu.

Proponowane w literaturze sposoby pomiaru kapitału ludzkiego nie rozwiązują praktycznie żadnego teoretycznego problemu, o których dyskutowano przy okazji kapitału rzeczowego w słynnym sporze wokół teorii kapitału w latach pięćdziesiątych i sześćdziesiątych XX wieku, a także przy okazji sporu wokół tak zwanego problemu transformacji od drugiej połowy XIX stulecia. Pozwalają jednak na sformułowanie spostrzeżenia, że waloryzacja (wycena) kapitału ludzkiego w ujęciu pieniężnym oraz pozapieniężnym wymaga dopracowania metod pomiaru.

Wprowadzenie kapitału ludzkiego jako zmiennej do modelu makroekonomicznej funkcji produkcji spowodowało przeniesienie wielu dodatkowych wyzwań teoretyczno-modelowych związanych przede wszystkim z niemożliwym pomiarem jego składników, z ich agregacją do jednorodnych wewnętrznie zmiennych oraz wyzwań wymiarowych w relacji do pomiaru kapitału rzeczowego czy postępu technicznego.

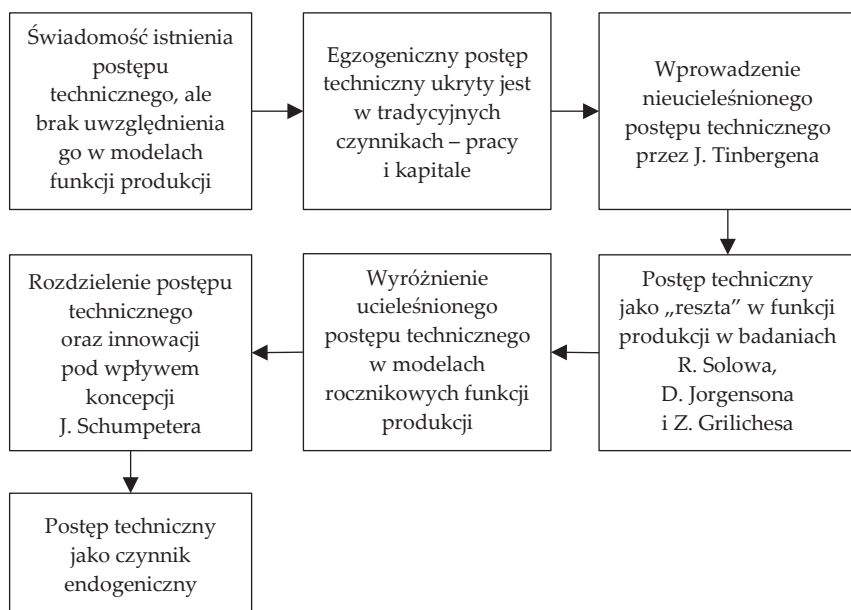
Pojawia się jeszcze jedno pytanie: jak należy traktować zmienną „praca” występującą w tradycyjnym modelu funkcji produkcji? Usunąć, zastępując ją zmienną „kapitał ludzki”, czy pozostawić? Wówczas powstaje kolejna ważna, ale trudna do rozstrzygnięcia kwestia relacji między tymi zmiennymi. Czym jest „praca” w stosunku do „kapitału ludzkiego”? Nie rozstrzygają tego ujęcia traktujące kapitał ludzki jako czynnik endogeniczny wzrostu gospodarczego, jak np. w modelu P. Romera¹⁷.

Na zakończenie rozważań nad miejscem kapitału ludzkiego w modelach makroekonomicznej funkcji produkcji warto dostrzec jeszcze jedno zagadnienie. W literaturze prezentującej doświadczenia praktyczne z zakresu pomiaru kapitału ludzkiego i determinant określających rozmiary tego kapitału dominuje kilka istotnych czynników. Wyraźnie dostrzega się znaczenie doświadczeń zawodowych, formalnej, a w pewnym sensie także nieformalnej, edukacji oraz aktywności przedsiębiorczej. Zaskakująco niski jest udział takich czynników, jak wiek, tradycje rodzinne czy predyspozycje psychiczne oraz osobowościowe, eksponowane w wielu definicjach kapitału ludzkiego. To bardzo interesująca rozbieżność między ujęciem teoretyczno-modelowym a podejściem praktyczno-empirycznym, warta sama w sobie przeprowadzenia dogłębnych badań.

¹⁷ Prezentację poglądów P. Romera można znaleźć w pracach (Romer, 1986; 1989; 1990).

2.6. Dyskusja nad postępem technicznym w kontekście modelu funkcji produkcji

Postęp techniczny, określany w niektórych opracowaniach jako postęp naukowo-techniczny, wzbudzał zainteresowanie ekonomistów od początku dyskusji nad modelem makroekonomicznej funkcji produkcji. Jeszcze wcześniej pojawił się on w rozważaniach nad czynnikami rozwoju gospodarczego. Początkowo nie wprowadzano go do samego modelu funkcji produkcji, przede wszystkim ze względu na traktowanie postępu technicznego jako zmiennej egzogenicznej, niezależnej od determinant ekonomicznych¹⁸. Można jednak wyróżnić określone etapy samego badania postępu technicznego jako potencjalnej zmiennej w tym modelu (rys. 2.4).



Rys. 2.4. Etapy rozwoju badań nad postępem technicznym w modelach makroekonomicznej funkcji produkcji

Źródło: opracowanie własne.

Prekursorzy badań nad modelem makroekonomicznej funkcji produkcji byli świadomi istnienia i znaczenia postępu technicznego, ale nie potrafili zaproponować metod jego wyodrębnienia ze zmiennych „kapitał” oraz „praca”,

¹⁸ Podejście egzogeniczne do postępu technicznego zmieniła praca J. Schumpetera *Teoria rozwoju gospodarczego* z 1911 roku. Pozwoliła ona potraktować postęp techniczny jako czynnik endogeniczny i wyodrębnić innowacje.

a także skutecznych sposobów jego pomiaru. Przyjęli zatem rozsądny pogląd, że postęp techniczny ma charakter egzogeniczny, a zatem powstaje w sposób niezależny, niesterowalny, wręcz przypadkowy, poza procesem produkcji czy wzrostu gospodarczego, pod wpływem czynników pozaekonomicznych, a następnie samoczynnie „przenika” do kapitału rzeczowego, kwalifikacji ludzi czy nowych sposobów organizacji (zarządzania) działalności gospodarczej. Po opublikowaniu pracy P. Douglasa i Ch. Cobba niektórzy analitycy „umieścili” wpływ postępu technicznego w parametrze A z formuły $Y = AK^\alpha L^\beta$. Pewne niebezpieczeństwo, a jednocześnie szansa pojawiły się za pośrednictwem koncepcji J. Schumpetera, ale zrozumiano je wiele lat później.

Na początku lat czterdziestych ubiegłego wieku J. Tinbergen wyeksponował rozróżnienie pomiędzy ucieleśnionym (*embodied*) i nieucieleśnionym (*unembodied*) postępowaniem technicznym (Tinbergen, 1942). Postać ucieleśniona, nadal o charakterze egzogenicznym, była zawarta w kapitale rzeczowym i w pracy. Natomiast część nieucieleśniona, również egzogeniczna, została wprowadzona w postaci formuły reszty modelu e^{ut} .

Podejście J. Tinbergena nie tylko zwróciło uwagę na obie postaci – ucieleśnioną i nieucieleśnioną – postępu technicznego, ale dało też pewien bodziec do badania postępu technicznego jako *residuum* (reszty nie wyjaśnianej przez inne czynniki/wielkości) w modelach makroekonomicznej funkcji produkcji. W takim kierunku potoczyły się badania R. Solowa (1965), a zwłaszcza D. Jorgensona oraz Z. Grilichesa (1967), a także J. Kendricka (1961) i E. Denisona (1962).

Ponieważ z jednej strony nieucieleśniony postęp techniczny wiąże się z założeniami pełnej homogeniczności czynników produkcji i nieograniczonej substytucji (*ex ante* i *ex post*) między pracą a kapitałem, z drugiej natomiast studia empiryczne oparte na koncepcji nieucieleśnionego postępu technicznego wykazały bardzo wysoki udział tego czynnika we wzroście gospodarczym (co *nota bene* odpowiadało neoklasycznej interpretacji roli postępu technicznego we współczesnej gospodarce), przy relatywnie małym znaczeniu czynników tradycyjnych – pracy i kapitału – model funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa z nieucieleśnionym postępowaniem technicznym spotkał się z krytycznym przyjęciem we współczesnej ekonomii, częściowo neoklasycznej, a przede wszystkim postkeynesowskiej.

Zwrócono uwagę zarówno na konieczność precyzyjniejszego mierzenia nakładów pracy i kapitału (szczególnie w analizie długookresowej), jak i na potrzebę ponownej analizy roli kapitału i pracy w procesach wzrostu gospodarczego. W krótkim okresie wzrost wydajności oraz oszczędność nakładów mogą być osiągnięte bez nowych inwestycji, dzięki racjonalizacji w zarządzaniu i organizacji produkcji czy bezinwestycyjnym udoskonaleniom technicznym. Poważniejsze przemiany techniczne i technologiczne łączą się z nowymi inwestycjami, będącymi nośnikami postępu technicznego. R. Solow, który

w pierwszych analizach wykorzystywał koncepcję postępu nieucieleśnionego, zauważył jego ograniczoność, pisząc: „Nie oznacza to oczywiście, że obserwowane tempo postępu technicznego wystąpiłoby nawet wówczas, gdyby tempo wzrostu inwestycji było nieznaczne bądź spadłoby do zera. Jak się wydaje, większość, a być może nawet wszystkie innowacje, aby mogły być zrealizowane, powinny być ucieleśnione w nowych urządzeniach i budowlach” (Solow, 1957, s. 316).

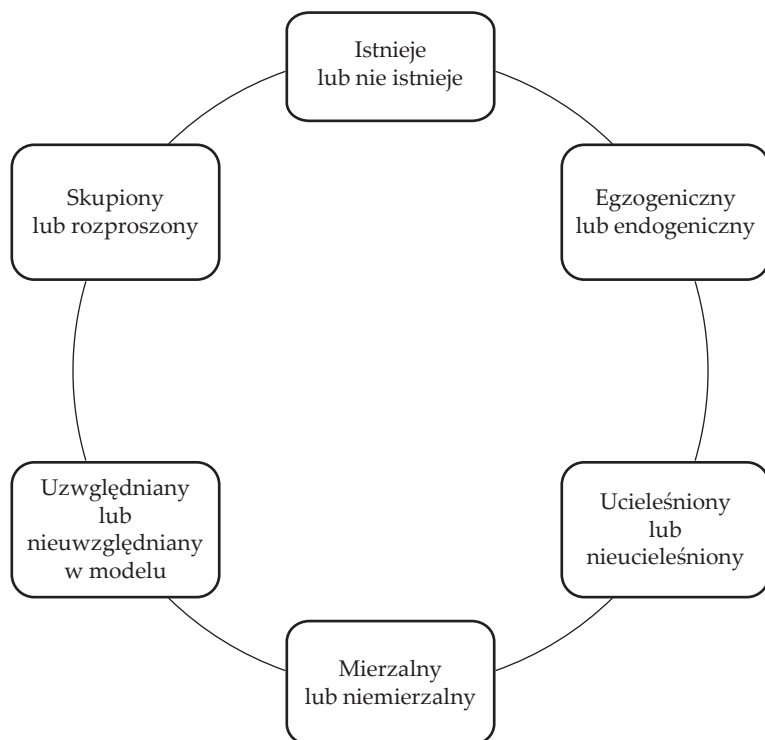
Pod wpływem uwag krytycznych badacze analizowali i opracowywali metody obliczania wpływu postępu technicznego o charakterze ucieleśnionym. Podstawowe znaczenie metodologiczne w tym zakresie miała praca R. Solowa (1962). Skonstruował on nowe ujęcie funkcji produkcji (typu Cobba-Douglasa), wychodząc z założenia, że „(...) nowa technologia może być wdrożona do procesu produkcyjnego tylko za pomocą globalnych inwestycji w nowe budowle i urządzenia” (Solow, 1962, s. 76). Specyfika zmodyfikowanej funkcji produkcji polegała na zastosowaniu specjalnej metody obliczania wielkości zapasu kapitału z uwzględnieniem założenia, że każda następna generacja inwestycji jest bardziej produkcyjna od poprzedniej. Postęp techniczny nie wymaga oddzielnego odzwierciedlenia, ponieważ został wprowadzony do wskaźnika wzrostu samego kapitału. Modele rocznikowe implikują jednak wiele problemów teoretycznych i empirycznych, które wpływają na znacznie mniejszą popularność tego typu modeli w analizach empirycznych. Uzyskiwane za ich pomocą wyniki również wzbudzają liczne zastrzeżenia i kontrowersje.

Już w latach sześćdziesiątych XX stulecia rozpoczęły się badania nad rolą wiedzy w procesach wzrostu – rozwoju gospodarczego, które dały asumpt do rozwoju ekonomii informacji. Szczególne znaczenie miały tu prekursorskie studia F. Machlupa (1962). Pozwoliły one nie tylko bliżej określić znaczenie wiedzy, wpłynęły także na rozdzielenie postępu technicznego oraz innowacji. Był to powrót do koncepcji J. Schumpetera z 1911 roku. Innowacje można było potraktować jako endogeniczną, czyli sterowaną przez czynniki wewnątrzgospodarcze formę przejawiania się postępu technicznego, samodzielną i/lub rozproszoną wśród innych czynników wytwórczych.

Wprowadzenie w latach osiemdziesiątych i dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku endogenicznej interpretacji postępu technicznego przez P. Romera, G.N. Mankiw, D. Romera i D. Weila pozwoliło nie tylko zmienić jego rozumienie, ale również uzyskać uzasadnienie dla nowych badań nad innowacjami, wiedzą i kapitałem intelektualnym, a także kapitałem ludzkim i społecznym¹⁹. Stały się one potencjalnymi, obok czynników ekologicznych, zmiennymi dla modeli makroekonomicznych funkcji produkcji.

¹⁹ Zobacz (Mankiw i in., 1992; Romer, 1986; 1990). Różnice między kapitałem ludzkim a kapitałem społecznym wyeksponowała E. Mączyńska (2023).

Analiza etapów i sposobów rozwoju badań nad postępowem technicznym w modelach makroekonomicznej funkcji produkcji wskazuje na co najmniej sześć sposobów jego traktowania (rys. 2.5).



Rys. 2.5. Sposoby traktowania postępu technicznego w modelach makroekonomicznej funkcji produkcji

Źródło: opracowanie własne.

Pierwszy polega na braniu pod uwagę faktu, że postęp techniczny istnieje lub nie istnieje. W przypadku rozważań dotyczących makroekonomicznej funkcji produkcji przyjęcie założenia nieistnienia postępu technicznego jest raczej skutkiem apriorycznych założeń lub braku zainteresowania danego analityka takimi zagadnieniami. Na przykład prekursorów modelu funkcji produkcji bardziej interesowały idea i potencjalne formalno-matematyczne postaci funkcji produkcji niż zestaw zmiennych objaśniających. Tak było w przypadku F. Edgewortha, P. Wicksteeda czy K. Wicksella. Podobnie jest w wielu późniejszych interpretacjach modelu makroekonomicznej funkcji produkcji, które uwzględniają jedną (techniczne uzbrojenie pracy) lub tylko dwie zmienne objaśniające (kapitał i pracę).

Drugi sposób odnosi się do egzogeniczności lub endogeniczności postępu technicznego. Przez wiele dekad, poczynając od ujęcia D. Ricardo, postęp techniczny był traktowany jako egzogeniczny, a zatem zależny od czynników zewnętrznych. Inaczej mówiąc, takie ujęcie oznacza, że wzrost produkcji czy rozwój ekonomiczny następuje bez zwiększania zużycia zasobów ekonomicznych w procesach wytwarzania. Sam postęp techniczny może być efektem determinant zewnętrznych, pozaekonomicznych czy przypadkowych odkryć.

Endogeniczność interpretacji postępu technicznego pojawiła się później pod wpływem poglądów J. Schumpetera na temat roli innowacji w procesach rozwoju społeczno-ekonomicznego, a także badań nad rolą nauki (wiedzy) we współczesnej gospodarce i społeczeństwie. Tworzenie się społeczeństwa informacyjnego i gospodarki opartej na wiedzy wzmocniło endogeniczną interpretację postępu technicznego czy, szerzej, postępu naukowo-technicznego. W modelach makroekonomicznej funkcji produkcji podejście endogeniczne pojawiło się po stu latach, pod koniec XX stulecia, przede wszystkim w pracach P. Romera, docenionego później w 2018 roku Nagrodą Nobla w dziedzinie ekonomii za rozwój endogenicznej teorii wzrostu gospodarczego. Niektóre formy endogenicznego postępu technicznego, np. innowacje, traktowane są jako indukowany postęp techniczny.

Trzeci sposób traktowania postępu technicznego w modelach makroekonomicznej funkcji produkcji odnosił się do jego ucieleśnionego lub nieucieleśnionego charakteru. Pierwsze z ujęć dotyczy przyjęcia przez postęp techniczny postaci nowych, lepszych dóbr materialnych, linii technologicznych czy wyższych kwalifikacji pracowników. W pewnej mierze umożliwiało to rozwój modeli rocznikowych funkcji produkcji czy idei kapitału ludzkiego. Tak było w badaniach L. Johansena, R. Solowa, E. Phelps'a i W. Saltera. Natomiast postęp techniczny nieucieleśniony ma charakter organizacyjny, występuje w formie nowych rozwiązań logistycznych, marketingowych itp. Tak rozumiał go J. Tinbergen oraz wielu innych przedstawicieli nauk o zarządzaniu, którzy zajmują się właśnie takimi formami postępu technicznego. Bez wątpienia ujęcie nieucieleśnione dało powód nie tylko do głębszych analiz form postępu technicznego za pomocą modeli makroekonomicznej funkcji produkcji, ale również do szerszych studiów nad postępem technicznym we współczesnych społeczeństwach, a przede wszystkim w gospodarce.

Czwarty sposób podejścia do postępu technicznego w modelach makroekonomicznej funkcji produkcji łączy się z zagadnieniem jego mierzalności. Jest to bardzo istotne wyzwanie dotyczące nie tylko samego postępu technicznego, lecz również pozostałych zmiennych występujących w funkcji produkcji. Postęp techniczny jest złożonym i wielowymiarowym zjawiskiem, na które składają się różne elementy, o bardzo odmiennych sposobach opisu, posiadanych cechach i atrybutach, a także możliwościach pomiaru. Sprowadzenie ich do określonego, porównywalnego poziomu jest praktycznie pod względem

obrachunkowym niemożliwe. Można jednak wyobrazić sobie trzy sposoby uproszczonego pomiaru takiego zjawiska, a mianowicie: poprzez (1) metodę residuum; (2) ujęcie pieniężne; (3) niemianowane wskaźniki syntetyczne.

W pierwszym przypadku pomiar wielkości wpływu postępu technicznego na efekt produkcyjny (zmienną objaśnianą) opiera się na potraktowaniu całości nietłumaczonej przez zmienne objaśniające wartości zmiennej zależnej jako efektu oddziaływania właśnie zmian technicznych i technologicznych. Jak wynika z badań ekonometrycznych, nie jest to do końca poprawne, ponieważ „reszta”, czy tak zwany składnik losowy, jest konsekwencją wielu oddziaływań, takich jak np.: (1) niedoskonałości pomiaru poszczególnych zmiennych; (2) niedostateczne dopasowanie modelu; (3) nieuwzględnianie w nim mniej widocznych czynników; (4) brak pełnej wiedzy o modelowanym zjawisku; (5) wpływ zjawisk trudnych do przewidzenia, o charakterze negatywnego ryzyka (niepewności). Poczynając jednak od propozycji J. Tinbergena, R. Solowa, D. Jorgensona, Z. Grilichesa czy J. Kornaia, takie ujęcie stało się dość popularne w literaturze poświęconej makroekonomicznej funkcji produkcji.

Ujęcie monetarne zostało mocno skrytykowane przez postkeynesizm, a zwłaszcza J. Robinson, która wskazała na słynne paradoksy znane pod nazwą cenowych i realnych efektów Wicksella, przeskoku kapitału (nawrotów systemów wytwarzania) i zjawiska podwójnego przełączenia²⁰. W przypadku postępu technicznego pojawia się dodatkowa kwestia pieniężnej waloryzacji wszystkich jego elementów, zwłaszcza o charakterze jakościowym, trudno mierzalnym lub niemierzalnym.

Trzecie ujęcie, oparte na wskaźnikach syntetycznych, nie daje odpowiedzi na pytanie, jak poszczególne zmienne cząstkowe wpływają na finalną wartość miernika syntetycznego. Takie studia wymagają zatem dalszych pogłębionych badań i modelowania oraz pomiarów, nie mówiąc już o interpretacji otrzymanych wyników.

Mierzalność postępu technicznego i ocena (estymacja) jego wpływu na zmienną (zmienne) objaśnianą w modelu makroekonomicznej funkcji produkcji pozostaje nadal niełatwym wyzwaniem w teorii ekonomii, trudnym do rozstrzygnięcia dylematem T. Mayera „prawda kontra precyzja w ekonomii”.

Piąty sposób traktowania postępu technicznego w modelach makroekonomicznej funkcji produkcji ma raczej charakter deklaracyjny. Dotyczy bowiem kwestii, czy uwzględniamy go w takich modelach, czy nie. Jeżeli badamy rzeczywiste zjawiska gospodarcze i społeczne, wówczas nie można nie brać pod uwagę postępu technicznego, który należy do najistotniejszych sił współczesnego świata, w tym procesów społeczno-ekonomicznych. W procesach naukowego poznania kryterium rozstrzygające jest jednoznaczne – postęp technicz-

²⁰ Kwestie te zostały doskonale i szczegółowo omówione w pracach (Harcourt, 1975; Osiałyński, 1978).

ny musi znaleźć się w modelu; należy brać go pod uwagę. Jeżeli natomiast model makroekonomicznej funkcji produkcji służy np. celom dydaktycznym, można zrezygnować z postępu technicznego jako zmiennej objaśniającej.

Jest jeszcze jedno ciekawe podejście do zagadnienia postępu technicznego w modelach makroekonomicznej funkcji produkcji, dotyczące sposobów jego oddziaływania na wyniki produkcyjne (rozwojowe czy wzrostowe). Dotyczy pytania, czy postęp techniczny jest wyodrębnionym, w pełnej mierze autonomicznym, zjawiskiem w gospodarce, czy raczej jego wpływ jest rozproszony poprzez inne zmienne, jak np. przez ucieleśniony kapitał rzeczowy i nieucieleśnione zmiany organizacyjne, przez kapitał ludzki, wzrost racjonalności wykorzystywania zasobów środowiskowych itp.? Badając współczesne formy przejawiania się postępu technicznego, przykładowo w postaci odrębnych Schumpeterowskich epokowych innowacji, czy modernizacyjne ulepszenia istniejących urządzeń i doskonalenia sposobów organizacji procesów wytwarzania, łatwo zauważyć, że tego typu zmiany są zarówno skupione, jak i rozproszone. To generuje zaś nowe wyzwania badawcze i obrachunkowe w zakresie uwzględniania postępu technicznego w modelach makroekonomicznej funkcji produkcji.

2.7. Model funkcji produkcji – dyskusja w literaturze polskiej

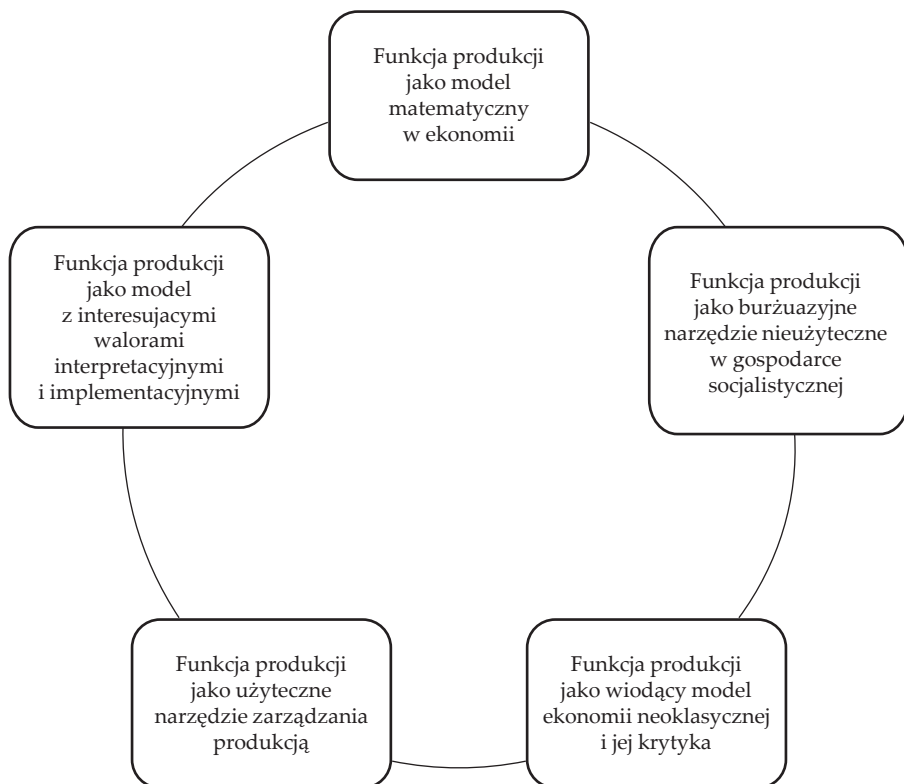
Model makroekonomicznej funkcji produkcji pojawił się w piśmiennictwie polskim dość późno, głównie ze względów ideologicznych. Model bowiem był traktowany jako „burżuazyjne” narzędzie, nieużyteczne w ekonomii politycznej socjalizmu. Był to przede wszystkim wpływ ekonomii radzieckiej, mimo że rozwijała się w niej ciekawa szkoła ekonomii matematycznej.

Dyskusja z wykorzystaniem modelu makroekonomicznej funkcji produkcji w polskiej ekonomii po II wojnie światowej toczyła się na co najmniej pięciu płaszczyznach (rys. 2.6).

Pierwsza płaszczyzna dyskusji nad modelem makroekonomicznej funkcji produkcji, której należy poświęcić więcej uwagi, rozwijała się początkowo pod bardzo silnym wpływem opracowań radzieckich i skupiała się na ideologicznej krytyce podejścia neoklasycznego jako fałszywego. Kryterium prawdziwości łączone było ze zgodnością danego elementu z poglądami K. Marksa, W. Lenina i J. Stalina, a także ich interpretatorami oraz oficjalnymi dokumentami partyjnymi.

Ekonomia marksistowska wychodzi z zasadniczo odmiennych założeń i inaczej ocenia koncepcję makroekonomicznej funkcji produkcji. Oceny te różniły się pod względem zarówno roli poszczególnych czynników produkcji, sposobów interpretacji modelu, określania proporcji ich substytucji, jak

i udziału czynników w produkcie społecznym. Odmienne było również wykorzystanie funkcji produkcji w planowaniu i prognozowaniu gospodarczym.



Rys. 2.6. Płaszczyzny dyskusji i traktowania modelu makroekonomicznej funkcji produkcji w literaturze polskiej po II wojnie światowej

Źródło: opracowanie własne.

W poglądach K. Marksa (Shoul, 1957) i w ekonomii marksistowskiej odrzuca się Sayowską interpretację wartościotwórczej roli wszystkich czynników. Zdaniem marksistów w ekonomii postklasycznej i neoklasycznej popełnia się dwa rodzaje błędów:

- 1) ekonomiczne cechy zjawisk i procesów gospodarczych przypisuje się materialnym właściwościom rzeczy, czyli wywodzi się zjawiska społeczne ze zjawisk technicznych,
- 2) określonym właściwościom materialnym środków produkcji przypisuje się cechy społeczne, czyli wyprowadza się zjawiska techniczne ze zjawisk społecznych.

Przykładem pierwszego rodzaju błędów może być fakt wyjaśniania zdolności kapitału do pomnażania wartości jego technicznymi funkcjami środka produkcji, drugiego natomiast – tłumaczenie udziałem kapitału zdolności zwiększania produktywności pracy, co wynika raczej z technicznych funkcji środków pracy. K. Marks bardzo konsekwentnie rozróżniał substancję materialną i jej formę społeczną, materialny proces pracy i proces tworzenia wartości, materialne środki produkcji i ich funkcje społeczne. „Społeczny proces produkcji jest zarówno procesem produkcji materialnych warunków życia ludzi, jak i procesem, który odbywa się na gruncie specyficznych, historyczno-ekonomicznych stosunków produkcji i który produkuje i reprodukuje same te stosunki, a przeto także i reprezentantów tego procesu, materialne warunki ich życia oraz ich wzajemne stosunki, tzn. odpowiadającą im określoną formę społeczeństwa. Całokształt bowiem stosunków, w których reprezentanci tej produkcji pozostają do natury i do siebie nawzajem, i w których produkują, ów całokształt jest właśnie społeczeństwem, jeżeli rozpatrywać je z punktu widzenia jego struktury ekonomicznej” (Marks, 1957, s. 399). Badanie dualizmu pomiędzy materialnym procesem produkcji a jego historyczną formą społeczną jest podstawowym zadaniem ekonomii (Marks, 1966, s. 582).

Zbudowanie makroekonomicznej funkcji produkcji wymaga konieczności określenia charakteru związku pomiędzy czynnikami produkcji. W ekonomii neoklasycznej pomaga w tym szeroko pojmowana substytucja i potencjalna konieczność występowania czynników produkcji w procesie wytwarzania. Jest to warunek konieczny, ale niewystarczający. Drugim jest rzadkość (ograniczoność) czynników wytwórczych pod względem wielkości i struktury na danym poziomie rozwoju gospodarczego. Fakt istnienia Sayowskiej teorii czynników produkcji w szczególny sposób eksponuje model funkcji produkcji. Wielu ekonomistów marksistowskich, rozumiejąc konieczność wyodrębniania czynników wytwórczych do badania, prognozowania i planowania wzrostu, nie wyjaśnia jego teoretycznych przesłanek. Krytykuje natomiast neoklasyczne ujęcie czynnikowe, jakoby przeczyło marksowskiej teorii wartości. W rzeczywistości sprzeczność ta jest pozorna. Środki produkcji i siła robocza jako źródło wartości występują w formie wartościowej, a jako źródło sumy wartości użytkowych – w postaci masy środków produkcji i pracy żywej. To rozróżnienie jest ważne dla zrozumienia końcowych wniosków K. Marksa na temat oceny źródeł wzrostu produkcji społecznej. Główny wniosek, wynikający z koncepcji K. Marksa, o dwoistym charakterze pracy ucieleśnionej w towarze, a więc i o dwojakiej funkcji środków produkcji znajdującej wyraz w rozróżnieniu między organicznym i technicznym składem kapitału, można sformułować następująco: ponieważ wyniki produkcji społecznej przyjmują zarówno formę łącznej wartości, jak i postać wolumenu dóbr i usług materialnych, to także źródła wzrostu w tych dwóch aspektach są różne. W pierwszym przypadku jest to ilość pracy żywej sprowadzonej do prostej pracy abstrakcyjnej i przenie-

siona wartość środków produkcji. W drugim natomiast to fizyczne rozmiary stosowanych środków produkcji i pracy żywej w połączeniu z ich jakościowymi charakterystykami. Zgodnie z ujęciem K. Marksa jedynym czynnikiem wartościotwórczym jest praca – praca żywa w formie abstrakcyjnej i przeniesiona wartość środków produkcji. Z tego powodu powiększenie rozmiarów wytwarzanej wartości może się odbywać dwiema drogami: poprzez powiększenie masy pracy żywej, z uwzględnieniem jej złożoności, i przez powiększenie wartości przeniesionej. Wzrost wydajności pracy żywej nie powiększa przy tym wartości nowo wytworzonej, lecz oznacza wzrost wartości przeniesionej, wskutek czego rośnie łączna wartość społeczna. Postępujący społeczny podział pracy prowadzi do coraz większej wewnętrznej niejednorodności czynników produkcji, a to komplikuje wykorzystanie modelu funkcji produkcji. Zdaniem ekonomistów marksistowskich funkcja produkcji odzwierciedla przede wszystkim wymiar techniczno-ekonomiczny. Kreowanie funkcji produkcji ma stworzyć podstawy funkcjonalnej teorii wyjaśniającej *ex ante* kształtowanie się stopy zysku lub realnej płacy. Zawęża to zakres teorii produkcji i podziału do relacji ilościowych (szerzej: Bhaduri, 1969).

Zagadnieniem spornym są granice stosowalności metod ilościowych oraz sposoby interpretacji wykorzystywanych formuł. Jak zauważają przedstawiciele ekonomii marksistowskiej, ograniczając się do badania współzależności strukturalno-funkcjonalnych, zwolennicy podejścia ilościowego nie analizują społecznych i historycznych aspektów życia gospodarczego, traktując je jako swoiste daty (wielkości ustalone, często o egzogenicznym charakterze). W ekonomii marksistowskiej zwrócono również uwagę na kwestie mierzalności i niejednorodności badanych zmiennych oraz problem agregacji mikroekonomicznych funkcji produkcji w celu uzyskania ujęcia makroekonomicznego.

Konstruowanie modeli teoretycznych jest częścią metody badawczej w ekonomii, także marksistowskiej. Niedopuszczalne są jednak modelowe uproszczenia, które odrzucają założenia wyrażające treści społeczne gospodarowania, reifikując w ten sposób kategorie i stosunki ekonomiczne. Według ekonomii marksistowskiej „znakomita większość współczesnych burżuazyjnych teorii wzrostu staje się takimi właśnie studiami potencjalnych «ścieżek wzrostu», gwarantowanych stóp wzrostu itd.” (Fiedor, 1979, s. 328).

Ilościowy związek między nakładami a wynikami produkcji może być wyrażony w formie funkcji, którą określa się mianem funkcji produkcji. W języku formalno-matematycznym funkcja produkcji będzie wyrażona konkretną formułą ustanawiającą ilościową zależność odpowiednio między nakładami czynników produkcji a wielkością wytwarzanej produkcji. Funkcja produkcji umownie jest funkcją w sensie matematycznym, gdyż nie wyraża ściśle funkcyjnej zależności między zmiennymi, lecz określa zbliżoną do rzeczywistości zależność korelacyjną w wybranej klasie funkcji. Zależ-

ność polega w tym przypadku na takim wyborze i ocenie parametrów, aby zależność teoretyczną przybliżyć do rzeczywistej. Błędy powstają wskutek przyjmowania hipotez upraszczających (założeń modelowych) dotyczących realnego procesu produkcji. Redukcja liczby zmiennych w modelu funkcji produkcji prowadzi do sytuacji, w której parametry „wchłaniają” oddziaływanie wszystkich pominiętych czynników i zależność między zmiennymi ulega wypaczeniu w porównaniu z zależnością rzeczywistą. Mamy do czynienia ze sztywnością wymogów stawianych przez odpowiednie metody estymacji parametrów. Najczęściej wykorzystuje się metodę najmniejszych kwadratów, pod warunkiem że między argumentami funkcji produkcji nie występuje współliniowość, w szeregach czasowych nie obserwuje się zależności następnych wyrazów szeregu od poprzednich, czyli autokorelacji. Są jeszcze błędy obserwacji i agregacji.

Tego typu uwagi oraz spostrzeżenia pojawiły się w literaturze polskiej przede wszystkim za pośrednictwem przedstawicieli ekonometrików. Były także, chociaż rzadziej, formułowane przez ekonomistów w drugiej połowie lat sześćdziesiątych i siedemdziesiątych XX wieku. Dotyczy to dyskusji, jaka rozwinęła się po opublikowaniu w 1961 roku pracy J. Pajestki *Zatrudnienie i inwestycje a wzrost gospodarczy* (Pajestka, 1961). Rok później M. Nasiłowski opublikował w poczytnym wówczas czasopiśmie „Życie Gospodarcze” artykuł krytykujący wykorzystywanie funkcji produkcji w ekonomii politycznej socjalizmu i praktyce gospodarki centralnie planowanej. Wywołało to gorącą, często mało merytoryczną dyskusję nad modelem funkcji produkcji (tab. 2.2). Już w 1962 roku ukazały się dwa opracowania, których autorzy przedstawiali ten model w zupełnie innej perspektywie. W. Sadowski próbował przybliżyć ekonometryczne cechy funkcji produkcji i możliwości jej wykorzystywania do opisu koncepcji wzrostu gospodarczego. H. Dunajewski bardziej krytycznie przedstawił strukturę i stosowalność funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa.

Pomimo początkowej niechęci do tego modelu, funkcja produkcji wzbudzała coraz szersze zainteresowanie wśród ekonomistów, wpływając na powstawanie artykułów i rozpraw doktorskich. Dyskusja ponownie ożyła po trzech krytycznych publikacjach M. Nasiłowskiego z 1968 i 1969 roku. Dyskusję próbowali uporządkować przedstawiciele ekonometrii, a zwłaszcza Z. Pawłowski, K. Zajac i A. Zeliaś. Szczególnie pierwszy z badaczy starał się uzasadnić i pokazać użyteczność modelu funkcji produkcji w życiu gospodarczym, zwłaszcza na poziomie mikroekonomicznym. Ich podejście nie spotkało się jednak z szerszym zainteresowaniem ekonomistów marksistowskich, którzy dokonali krytycznej oceny modelu funkcji produkcji jako podstawy badawczej wzrostu gospodarczego czy rozwoju społeczno-ekonomicznego gospodarki polskiej. Swoje analizy M. Nasiłowski, A. Bączykowski czy J. Zajchowski próbowali łączyć z nową strategią gospodarczą epoki E. Gierka.

Tabela 2.2. Główne prace wyznaczające etapy dyskusji nad modelem funkcji produkcji w literaturze polskiej po 1960 roku

Autor – rok publikacji – tytuł – miejsce wydania
1. Pajestka, J. (1961). <i>Zatrudnienie i inwestycje a wzrost gospodarczy: studium teoretyczne zależności rozwojowych i analiza statystyczno-ekonomiczna dla Polski Ludowej</i> . Wydawnictwo PWN.
2. Nasiłowski, M. (1962). Zatrudnienie i inwestycje a wzrost gospodarczy. <i>Życie Gospodarcze</i> , 17.
3. Sadowski, W. (1962). W sprawie ekonometrycznej koncepcji wzrostu. <i>Ekonomista</i> , 4.
4. Dunajewski, H. (1962). Struktura i stosowalność funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa. <i>Ekonomista</i> , 3.
5. Linek, S. (1964). Typy funkcji produkcji. <i>Zeszyty Naukowe WSE we Wrocławiu</i> , 19.
6. Egon, V. (1968). Mikro- i makroekonomiczna funkcja produkcji. <i>Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny</i> , 30(1).
7. Nasiłowski, M. (1968). Ekonometryczna analiza funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa. <i>Ekonomista</i> , 2.
8. Nasiłowski, M. (1968). Funkcja produkcji jako narzędzie analityczne w teorii wzrostu gospodarczego. <i>Ekonomista</i> , 5.
9. Górski, J. (1968). O ograniczoności inwestycyjnego modelu wzrostu gospodarki socjalistycznej. <i>Praca i Zabezpieczenie Społeczne</i> , 10-11.
10. Pawłowski, Z. (1968). Metoda ekonometrycznej analizy efektów postępu technicznego. <i>Ekonomista</i> , 3.
11. Zając, K. i Zeliaś, A. (1968). Ekonometryczna analiza funkcji produkcji i wydajności pracy w przedsiębiorstwie przemysłowym. <i>Przegląd Statystyczny</i> , 4.
12. Nasiłowski, M. (1969). Spór o interpretację funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa. <i>Ekonomista</i> , 3.
13. Malczyk, M. i Żółtowska, E. (1969). Czy ekonometryczna analiza funkcja produkcji typu Cobba-Douglasa? <i>Ekonomista</i> , 3.
14. Pawłowski, Z. (1970). <i>Ekonometryczna analiza procesu produkcyjnego</i> . PWN.
15. Pawłowski, Z. (1970). Funkcja produkcji z uwzględnieniem czynnika organizacyjnego. <i>Ekonomista</i> , 4.
16. Bączkowski, A. (1974). <i>Mierniki intensywności wzrostu gospodarczego</i> . PWE.
17. Nasiłowski, M. (1974). <i>Analiza czynników rozwoju gospodarczego PRL</i> . PWE.
18. Zajchowski, J. (1974). <i>Makroekonomiczna funkcja produkcji dla gospodarki Polski w latach 1960-1970</i> . PWE.
19. Zagórski, J. (1976). Neoklasyczna funkcja produkcji w teorii i praktyce. <i>Ekonomista</i> , 4.
20. Starzeński, O. (1978). <i>Ekonometryczno-predyktywne modele nakładów i wyników</i> . PWN.
21. Nasiłowski, M. (1980). Empiryczna weryfikacja funkcji produkcji Cobba-Douglasa. <i>Ekonomista</i> , 4.
22. Grudzewski, W. i Roślanowska-Plichcińska, K. (1980). Analiza wymiarowa a teoria produkcji. <i>Ekonomista</i> , 3-4.
23. Krzysztofiak, M. (1982). Wzrost gospodarczy Polski w latach 1950-1980 na tle europejskich krajów RWPG. <i>Ekonomista</i> , 5-6.
24. <i>Ekonometryczna analiza czynników produkcji w wydajności pracy w przemyśle w latach 1979-1981</i> . (1983). PWE.
25. Chmiel, J. (1983). <i>Analiza procesów produkcyjnych za pomocą funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa</i> . PWN.

Źródło: opracowanie własne.

Ważnym opracowaniem w dyskusji nad modelem funkcji produkcji był artykuł J. Zagórskiego, w którym autor zaprezentował model w kontekście ekonomii neoklasycznej, z której się wywodzi.

W latach siedemdziesiątych ubiegłego wieku pojawiły się inne prace, które można było potraktować jako formę otwarcia nowej płaszczyzny traktowania modelu makroekonomicznej funkcji produkcji, w postaci jej prezentacji i merytorycznej krytyki, jako wiodącego modelu ekonomii neoklasycznej. Bez wątpienia główna zasługa w tym zakresie przypada pracy G. Harcourta *Spory wokół teorii kapitału*, przetłumaczonej i wydanej przez Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne w 1975 roku. Jest to najlepsza merytorycznie prezentacja słynnej dyskusji pomiędzy przedstawicielami ekonomii neoklasycznej, z R. Solowem i P.A. Samuelsonem na czele, a postkeynesistami – z J. Robinson, N. Kaldorem i L. Pasinettim, przy współudziale neoricardian, z P. Sraffą. Książka ta pokazała, jak można bardzo merytorycznie prezentować poglądy innych badaczy, zgadzając się z nimi lub nie. Pewnym paradoksem może być tu fakt, że do jej wydania przyczynił się gorący zwolennik ekonomii marksistowskiej S. Żurawicki. Mimo swego krytycyzmu, docenił on walory pracy G. Harcourta, pisząc: „Książka Harcourta, chociaż napisana jest z punktu widzenia, którego marksista zaakceptować nie może, będzie dla polskiego czytelnika lekturą ze wszech miar pożyteczną” (Żurawicki i Żurawicki, 1975, s. 23). Praca ta wpłynęła na wzrost zainteresowania tymi problemami wśród polskich ekonomistów. Zaowocowało to kilkoma ciekawymi pracami J. Osiatyńskiego (1975; 1978) czy J. Zagórskiego (1976). W latach osiemdziesiątych XX wieku problematyka wróciła przede wszystkim za pośrednictwem opracowań B. Fiedora (1978; 1984; 1986), a także dysertacji doktorskiej S. Czai pt. *Makroekonomiczna funkcja produkcji i jej krytyka w ekonomii postkeynesowskiej i marksistowskiej* z 1989 roku.

W kolejnych dekadach problemy sformułowane i dyskutowane w słynnym sporze Cambridge kontra Cambridge wracają przy okazji dyskusji nad poznawczymi i metodyczno-metodologicznymi podstawami modeli makroekonomicznej funkcji produkcji. Mniej dotyczą one samego sporu, który dzisiaj jest najczęściej przedmiotem rozważań nad historią myśli ekonomicznej i historią zastosowań metod matematyczno-ilościowych w ekonomii, a bardziej otwierają kolejną płaszczyznę dyskusji, w której funkcję produkcji traktuje się jako model z ciekawymi walorami interpretacyjnymi i implementacyjnymi, jak np. w zakresie rozumienia związków pomiędzy zjawiskami gospodarczymi czy uwzględniania nowych zjawisk (np. Czaja, 2014; Maziarz, 2020).

Opracowania J. Zagórskiego, J. Osiatyńskiego i tłumaczenia z literatury światowej wpłynęły na kolejną publikację M. Nasiłowskiego, w której autor starał się pokazać problemy empirycznej weryfikacji funkcji produkcji Cobb-Douglassa oraz, szerzej, niską użyteczność tego modelu w gospodarce planowej. Wywołało to reakcję M. Krzysztofiaka pokazującego błędy, nawet obrachunkowe, zawarte w pracy M. Nasiłowskiego. Spory wokół funkcji produkcji przyjęły wówczas bardziej personalny niż merytoryczny charakter, co spowodowało wyciszenie samej dyskusji. Jej zamknięciem była praca J. Chmiela z 1983 roku (Chmiel, 1983). Ta interesująca publikacja zdecydowanie lepiej

przybliżała formalno-modelowe zagadnienia funkcji produkcji niż teoretyczno-ekonomiczną interpretację tego podejścia.

Kolejną płaszczyznę dyskusji reprezentowali badacze „matematyzujący” lub akceptujący ujęcia formalne, dla których to badaczy sam model był ciekawym narzędziem o różnych możliwych walorach, przede wszystkim poznawczych oraz statystyczno-obrachunkowych. Podobnie traktowali pozostałe sformalizowane modele, nie doszukując się innych aspektów. W literaturze polskiej najwybitniejszym reprezentantem tego aideologicznego podejścia był O. Lange, który interesował się zastosowaniami matematyki w ekonomii jeszcze przed II wojną światową i rozwijał je w trakcie pobytu w Stanach Zjednoczonych, gdzie uchodził za czołowego przedstawiciela ujęcia matematycznego w Szkole Chicago. Po II wojnie światowej, opublikował w Polsce wiele prac z ekonometrii, statystyki gospodarczej czy cybernetyki ekonomicznej, którą w latach pięćdziesiątych XX wieku traktowano jako „burżuazyjną pseudonaukę”. O. Lange wraz z M. Kaleckim i A. Wakarem przyczynił się do wykształcenia całego pokolenia młodych polskich uczonych, którzy następnie podjęli badania na ten temat w latach sześćdziesiątych i siedemdziesiątych ubiegłego wieku. Ukazało się wówczas wiele bardzo interesujących prac ekonometrycznych, z zakresu ekonomii matematycznej czy cybernetyki ekonomicznej. Model funkcji produkcji był w nich traktowany jako typowo matematyczne narzędzie, poddawane obróbce formalnej. Pewną finalizacją tego nurtu badań funkcji produkcji jest natomiast praca J. Chmiela *Wartość, cena, zysk a racjonalność dynamicznej gospodarki* (Chmiel, 2011). Praca ta nie wywołała jednak szerszych dyskusji nad modelem funkcji produkcji.

Należy wspomnieć, że na poglądy polskich ekonomistów marksistowskich silny wpływ miały prace publikowane w Związku Radzieckim. Początkowo, od lat sześćdziesiątych XX wieku, autorzy tych prac odnosili się bardzo krytycznie do modelu funkcji produkcji, próbując dyskredytować takie ujęcie z perspektywy ekonomii marksistowskiej, w tym także samego K. Marksa, chociaż model ten zaproponowano kilkadziesiąt lat po jego śmierci. Widać to np. w pracach L. Altera (1966) oraz I. Osadcza (1967).

Na początku lat siedemdziesiątych ubiegłego wieku pojawiły się pierwsze opracowania, których autorzy zaczęli doceniać walory ujęć matematycznych i modelu funkcji produkcji²¹. Jak zauważył J. Kotow: „prace burżuazyjnych ekonomistów w tej dziedzinie przedstawiają duże znaczenie i dla naszej nauki ekonomii” (Kotow, 1972, s. 49). Zmiana poglądów w ekonomii radzieckiej łączyła się z szybkim rozwojem szkoły matematycznej. (np. Barkałow, 1981; Terechow, 1974).

²¹ B. Michalewski i I. Sołowiew oszacowali w 1966 roku pierwszy model makroekonomicznej funkcji produkcji dla gospodarki Związku Radzieckiego, zob. (Michalewski i Sołowiew, 1966).

Największe trudności w procesie konstruowania funkcji produkcji w gospodarce planowej, a także rynkowej dotyczyły etapu zbierania i opracowywania danych wyjściowych. Etap ten warunkuje zaś dalsze wyniki. Jak zauważył W. Dadajan: „Prawdopodobnie rozstrzygnięcie problemu informacji niezbędnej dla podjęcia rachunków modelowych (w szczególności w odniesieniu do parametrów funkcji produkcji), jak również przewyciężenie trudności charakteru czysto rachunkowego stworzy warunki do uznania funkcji produkcji za jeden z ważniejszych elementów prac przedplanowych, wykonywanych w stadiach analitycznych, poprzedzających podejmowanie najefektywniejszych decyzji gospodarczych na wyższych i średnich szczeblach zarządzania gospodarką narodową” (Dadajan, 1974, s. 118).

Problemy dotyczą nie tylko doboru zmiennych i opracowywania informacji wyjściowych, ale także doboru formuły funkcji produkcji oraz ekonomicznej interpretacji otrzymywanych parametrów. Funkcje produkcji, szczególnie jednorodne stopnia pierwszego, skonstruowane na gruncie ekonomii neoklasycznej, stanowią w niej podstawowy instrument analizy wzrostu i uzasadnienia podziału dochodu narodowego. Jak pisał M. Nasiłowski: „Skonstruowanie ciągłej funkcji produkcji opartej na założeniu całkowitej i doskonałej podzielności czynników wytwórczych oraz na braku jakichkolwiek korzyści wynikających ze skali produkcji stanowiło podstawę i warunek *sine qua non* neoklasycznej teorii podziału dochodu narodowego opartej na krańcowej produktywności czynników wytwórczych” (Nasiłowski, 1968b, s. 327). Z założeń teorii produkcyjności krańcowej czynników wytwórczych przy funkcji liniowo-homogenicznej wynika, że elastyczności produkcyjne nakładów poszczególnych czynników równają się udziałowi tych czynników w produkcji (dochodzie). Jest to jednak, *ex definitione*, prawdziwe tylko w warunkach doskonałej konkurencji, zrównoważonego wzrostu oraz stałej struktury wytwarzanego produktu i braku korzyści skali, kiedy obowiązuje teoremat Eulera.

Niektórzy ekonomiści marksistowscy próbowali dokonać ekonometrycznej weryfikacji parametrów funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa, stosując różne metody ich estymacji (Nasiłowski, 1968a). Niestety, próby te nie dały jednoznacznej odpowiedzi na postawione pytania: czy zasadne jest stosowanie określonych typów funkcji produkcji?, jaka jest właściwa interpretacja parametrów takiej funkcji?, co jest kryterium oceny poprawności danej funkcji produkcji? W rzeczywistości ekonomicznej, praktycznie w każdej gospodarce zdolnej do reprodukcji, musi istnieć pozytywny związek między nakładami czynników wytwórczych a efektami produkcyjnymi, co oznacza, że zawsze istnieje jakaś ogólnie sformułowana funkcja produkcji. Na czym polega więc trudność jej odkrycia? Co decyduje o ewentualnym sukcesie tych poszukiwań? Odpowiedź na te pytania jest bardzo trudna.

Konstruując empiryczną funkcję produkcji, należy dokonać kilku ustaleń. Po pierwsze, trzeba sprawdzić, na ile dana gospodarka spełnia założenia wyj-

ściowe leżące u podstaw funkcji produkcji, np. doskonałej konkurencji, pełnej substytucji, co bez wątpienia ma wpływ na otrzymane wyniki. Do założeń tych trzeba także zaliczyć, choć jest to rzadko formułowane *expressis verbis*, postulat powszechnej racjonalności postępowania podmiotów gospodarczych, w tym zwłaszcza producentów. Niespełnienie w rzeczywistości gospodarczej tego założenia z jednej strony może oddziaływać na wyniki ilościowe opartych na koncepcji makroekonomicznej funkcji produkcji studiów empirycznych, z drugiej zaś może prowadzić wręcz do ekonomicznej nieinterpretacyjności tych wyników (Nasiłowski, 1974). Jeżeli w konsekwencji mówi się potem o niemożności wykorzystywania funkcji produkcji w makroekonomicznych studiach empirycznych, to taki wniosek jest teoretycznie nieuprawniony.

Po drugie, nadal wiele problemów związanych jest z kwestiami mierzalności elementów poszczególnych czynników produkcji, szczególnie kapitału, oraz ich agregacji. Każda agregacja i związane z nią uśrednianie zwiększają błędy natury rachunkowej i utrudniają interpretację otrzymywanych wyników.

Po trzecie, aktualne pozostają zagadnienia doboru metod estymacji parametrów funkcji produkcji. Wykorzystywane powszechnie w ekonometrii metody opierają się przede wszystkim na założeniu liniowej zależności pomiędzy zmiennymi. Wymuszona liniowość jest, zdaniem G. Tintnera, największą słabością modeli ekonometrycznych. „Liniowość (...) znajduje zastosowanie jedynie w dość wąskim przedziale w pobliżu średnich wartości naszych zmiennych. Utrudnia to bardzo przewidywanie za pomocą naszych modeli, gdyż w stosunku do przewidywań na dłuższe okresy nie będziemy na pewno w stanie utrzymać założenia liniowości” (Tintner, 1965, s. 255). Stosowanie metod opierających się na założeniu liniowości, braku autokorelacji czy współliniowości w sytuacji, gdy rzeczywisty przebieg procesów ma nieco lub zupełnie odmienny charakter, pogłębia jedynie błędy i dodatkowo wzmacnia trudności interpretacji.

Nie bez znaczenia pozostaje również problem charakteru rozkładu zmiennych losowych. Wiadomo z literatury, że aparat statystyczny używany w praktyce jest opracowany przede wszystkim dla rozkładów symetrycznych, np. dla rozkładu normalnego. „Tymczasem (...) rozkłady empiryczne pojawiające się przy badaniu zjawisk społecznych i ekonomicznych są prawie wyłącznie rozkładami asymetrycznymi” (Forlicz, 1986, s. 7). Stawia to przed ekonometrią konieczność nowego spojrzenia na wykorzystywane dotychczas metody estymacji parametrów modeli ekonomicznych, w tym również funkcji produkcji.

Z powyższych uwag można wysnuć wniosek, że wykorzystywane metody estymacji i interpretacji parametrów funkcji produkcji opierają się na niepełnych lub niewłaściwych podstawach. Likwidacja tych słabości jest głównym zadaniem prowadzonych badań ekonometryczno-ekonomicznych. Stąd też należałoby raczej postulować doskonalenie, a nie odrzucanie modelu makroekonomicznej funkcji produkcji.

Sceptycy, a także zagorzali przeciwnicy modeli funkcji produkcji zdawali sobie sprawę, że krytyczne wypowiedzi na temat walorów poznawczych tych modeli nie przekreślają ich przydatności jako jednego z instrumentów analizy ekonomicznej czy narzędzia prognozowania. Postulowali jednak „daleko idącą ostrożność” w procesie posługiwania się samym tego typu modelem. Ich zdaniem funkcje produkcji należy traktować jako jedną z formuł symulowania procesu wzrostu produkcji, która tylko w przybliżeniu odzwierciedla jego strukturę. Nie trzeba natomiast przypisywać rzeczywistemu procesowi wzrostu gospodarczego właściwości, które wynikają z formuły matematycznej funkcji produkcji i nie znajdują jednoznacznego potwierdzenia w badaniach empirycznych.

Reasumując toczącą się w polskiej myśli marksistowskiej dyskusję na temat modelu makroekonomicznej funkcji produkcji, można sformułować kilka wniosków. Po pierwsze, wyróżnić można kilka etapów samej dyskusji, od dominacji argumentów ideologicznych poprzez badanie właściwości modelu aż po próby jego skutecznego i użytecznego wykorzystywania. Po drugie, wskazano wnioski o użyteczności modelu funkcji produkcji dla wyjaśniania warunków optymalizacji produkcji, sformułowania podstawowych prawidłowości analizy marginalnej czy określania użyteczności wielkości krańcowych i średnich w analizie ekonomicznej, a także identyfikowania efektywności różnorodnych czynników produkcji. Po trzecie, uznano walory modelu funkcji produkcji przy wyjaśnianiu wielu kategorii ekonomicznych, jak np. substytucja czynników produkcji, granica substytucji, organiczność czynników, działanie prawa malejących produktywności czynników produkcji, jego zasadność i warunki działania. Po czwarte, w ekonomii marksistowskiej nie zaakceptowano innego niż oparte na pracy K. Marksa podejścia do teorii wartości.

Uważna analiza dyskusji nad modelem makroekonomicznej funkcji produkcji, która toczyła się w literaturze polskiej w latach sześćdziesiątych, siedemdziesiątych i na początku osiemdziesiątych XX stulecia, pozwala lepiej pojąć różnice między perspektywą neoklasyczną a marksistowską w ocenie zjawisk gospodarczych, procesów ekonomiczno-matematycznego modelowania i rozumienia wielu podstawowych terminów (Czaja, 1989). Można mieć jedynie pewien dyskomfort ze względu na to, iż wielu jej uczestników nie przyznawało się później do swoich wcześniejszych poglądów.

2.8. Egzogeniczność a endogeniczność w modelu funkcji produkcji

Egzogeniczność i endogeniczność to niezwykle ważne cechy zjawisk i procesów społeczno-ekonomicznych oraz opisujących je zmiennych. W badaniach nad modelami ekonomicznymi występują:

- 1) tak zwane daty, czyli wielkości apriorycznie ustalone, przyjęte jako stałe w badanych warunkach czasoprzestrzennych;
- 2) zmienne, ulegające przeobrażeniom ilościowym, a czasem i jakościowym, którym poświęca się szczególną uwagę, wyjaśniając przyczyny istnienia (istotę), czynniki zmian czy znaczenie dla badanego obiektu;
- 3) parametry, czyli wielkości przyjmujące określony poziom, uzależniony od kształtowania się zmiennych i przyjmowanych rozmiarów dat.

Daty są typowym uproszczeniem badawczym, wynikającym z kilku powodów, a mianowicie: (1) wcześniejszego kształtowania się ich przyczyn; (2) przyjętych założeń modelowych, jak skala mapy w kartografii; (3) niemożności jednoczesnego badania zjawisk, czyli konieczności stosowania zasady *ceteris paribus*. W określonych warunkach jest to także potrzeba odpowiednio skutecznej realizacji celu badawczego i sprawdzenia postawionych hipotez.

Zmienne obejmują te czynniki, które są przedmiotem badania (modelowania), a ich wprowadzenie do formalnego modelu wymaga dodatkowo sprecyzowania:

- 1) jakie zmienne traktujemy jako zmienne zależne (skutki), a jakie jako niezależne (przyczyny);
- 2) jakie są zależności pomiędzy zmiennymi, zarówno zależnymi i niezależnymi, jak i w ramach poszczególnych klas;
- 3) ile takich zmiennych i dlaczego zostało wprowadzonych do modelu.

Rozwiązanie wymienionych kwestii jest bezpośrednio powiązane z wyjściową znajomością istoty badanych zjawisk oraz celami postawionymi przed badaniami. Rzadziej wspominanymi ograniczeniami są natomiast bariery natury informacyjno-statystycznej i formalne charakterystyki zastosowanych modeli.

Parametry są przede wszystkim efektem przeprowadzonych badań i tworzą głównie wyzwania natury interpretacyjnej, co wyraźnie widać w modelach makroekonomicznej funkcji produkcji (szerzej: Czaja, 2020a). Uważni badacze dostrzegą również wpływ przyjętych założeń modelu na otrzymane parametry.

Modelowanie samo w sobie z istoty opiera się na uproszczeniach i na wykorzystywaniu idealizacji oraz abstrahowania. Przez pierwsze pojęcie rozumie się najczęściej eksperyment myślowy (logiczny) polegający na uproszczeniu analizy rzeczywistości poprzez eliminację czynników mniej istotnych i skupieniu się na elementach decydujących, często o wyidealizowanej postaci. Inaczej mówiąc, idealizacja jest eksperymentem upraszczającym rzeczywisty obiekt do modelu (wzorca) z idealnymi cechami. „Podstawowy problem idealizacji polega na umiejętności wyodrębniania czynników wiodących” (Poskrobko i in., 2020, s. 51). Abstrahowanie pojmowane jest natomiast jako tworzenie pojęć o ogólniejszym, ale i szerszym charakterze na bazie elementów wyjściowych o różnym poziomie szczegółowości deskrypcji i analizy.

Podział czynników na ustalone i zmienne z uwzględnieniem złożoności badanych procesów / zjawisk ekonomicznych czy społecznych musi się opierać na modelowaniu, połączonym z idealizacją i abstrahowaniem. Problemy poznawczo-metodyczno-metodologiczne komplikują się w czasie i przestrzeni. Wynika to m.in. z odmienności ich znaczenia i zmienności temporalnej, co eksponuje bardzo mocno koncepcja chaosu deterministycznego. Bez wątplenia wyzwania takie dotyczą modelu funkcji produkcji. Wybór zmiennych do tego modelu związany jest z rozpoznaniem techniczno-ekonomicznym procesów produkcji czy wzrostu / rozwoju gospodarczego, ale również ze znaczeniem poszczególnych czynników produkcji w kreacji efektów produkcyjnych. Nie bez znaczenia są także inne kwestie.

Endogeniczność i egzogeniczność dotyczy bezpośrednio przede wszystkim dwóch wspomnianych grup czynników, a mianowicie apriorycznie ustalonych stałych oraz zmiennych, natomiast pośrednio – parametrów. Uznanie określonego czynnika za endo- lub egzogeniczny wiąże się z kilkoma bardzo ważnymi konsekwencjami:

- po pierwsze, zmienia zasadniczo sposób rozumienia badanego zjawiska,
- po drugie, ma wpływ, chociaż nie aż tak widoczny, na formalno-logiczno-matematyczną postać modelu,
- po trzecie, decyduje o sposobach interpretacji otrzymanych wyników (parametrów).

Głównym zagadnieniem dotyczącym endo- czy egzogeniczności jest ustalenie, kiedy mamy do czynienia z jedną lub drugą sytuacją. Nieznane są powszechnie akceptowane kryteria, które umożliwiłyby dokonanie takiego podziału. Stąd też stosuje się mieszane podejście, oparte na wiedzy badaczy oraz ich postawach o charakterze światopoglądowym, a nawet ideologicznym. Rozwój nauk ekonomicznych będzie wzmacniał pierwszy element, natomiast drugi pozostanie nierozstrzygalny, trochę o charakterze *credo*.

Zamykając trudny do jednoznacznego rozstrzygnięcia problem endo- i egzogeniczności, warto jeszcze zwrócić uwagę na to, że wykorzystywanie podejścia endogenicznego w miejsce dominującej egzogeniczności wzbogaciło sam model funkcji produkcji, jego interpretację, a także rozszerzyło płaszczyzny badawcze, w ramach których wykorzystuje się model. Dało to jednocześnie asumpt do pogłębionego badania zjawisk i procesów społeczno-ekonomicznych, pozwoliło również na sformułowanie różnych rekomendacji dla wszystkich podmiotów działających we współczesnej gospodarce, a zwłaszcza dla producentów i państwa.

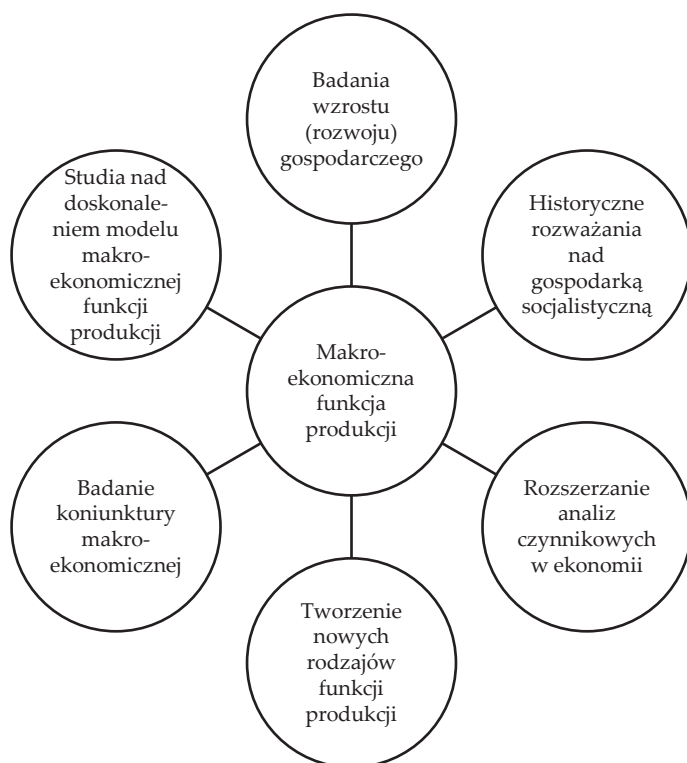
WYBRANE TYPOWE I NIETYPOWE PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA NEOKLASYCZNEJ MAKROEKONOMICZNEJ FUNKCJI PRODUKCJI W TEORII EKONOMII I W PRAKTYCE GOSPODARCZEJ

Model neoklasycznej makroekonomicznej funkcji produkcji, mimo wielu krytycznych ocen, z jakimi się spotkał od chwili powstania, pozostaje najpopularniejszym rozwiązaniem koncepcyjnym we współczesnej ekonomii. Wyraża się to nie tylko w powszechnym powoływaniu się na niego w literaturze, ale także w bardzo dużej liczbie prób zastosowania w teorii i w praktyce gospodarczej. W takich warunkach nie sposób skutecznie śledzić, a tym bardziej jednoznacznie oceniać użyteczności funkcji produkcji w wymiarze zarówno teoretyczno-poznawczym, jak i praktyczno-decyzyjnym. Mimo to warto przytoczyć kilka spektakularnych prób użycia tego modelu we współczesnej myśli ekonomicznej i praktyce życia gospodarczego. Aby nieco uporządkować te kwestie, można się posłużyć schematem (rys. 3.1).

Obejmuje on m.in.:

- wykorzystanie makroekonomicznego modelu funkcji produkcji w badaniach nad wzrostem (rozwojem) gospodarczym;
- historyczne już obecnie studia nad możliwościami stosowania funkcji produkcji do oceny funkcjonowania gospodarki planowej (socjalistycznej), a obecnie o podwyższonym poziomie etatyzmu;
- systematyczne rozszerzanie analiz czynnikowych w ekonomii, które objęły m.in. innowacje, postęp techniczny czy kapitał ludzki;
- próby tworzenia zupełnie nowych rodzajów funkcji produkcji, jak np. funkcji ekologicznych, informacyjnych czy psychologicznych i z zakresu zarządzania;

- stosowanie funkcji produkcji do badania koniunktury makroekonomicznej w skali poszczególnych gospodarek, ekonomicznych przestrzeni integracji, jak np. Unii Europejskiej, czy nawet całego świata;
- trwające od wielu dekad studia nad doskonaleniem walorów teoretycznych i implementacyjnych modelu makroekonomicznej funkcji produkcji.



Rys. 3.1. Wybrane próby wykorzystania modelu makroekonomicznej funkcji produkcji we współczesnej teorii ekonomii i w praktyce życia gospodarczego

Źródło: opracowanie własne.

3.1. Wykorzystywanie modelu makroekonomicznej funkcji produkcji w teoriach wzrostu gospodarczego

Model makroekonomicznej funkcji produkcji bardzo szybko stał się podstawą neoklasycznej teorii wzrostu gospodarczego, co było logiczną konsekwencją sposobu traktowania produkcji jako istoty wzrostu / rozwoju społeczno-ekonomicznego w tej szkole teoretycznej. Warto tu zwrócić uwagę na dwa

zagadnienia, a mianowicie: (1) sposoby interpretacji kategorii wzrostu gospodarczego i rozwoju społeczno-ekonomicznego; (2) miejsce procesów produkcji w szeroko rozumianych procesach gospodarowania.

W teorii ekonomii można wyodrębnić dwa zasadniczo odmienne stanowiska oceniające wzajemne relacje między wzrostem gospodarczym a rozwojem społeczno-gospodarczym¹. Pierwsze utożsamia te pojęcia i jest charakterystyczne dla ekonomii neoklasycznej, wykorzystującej makroekonomiczną funkcję produkcji. Wzrost gospodarczy (rozwój ekonomiczny) opisywany jest za pomocą różnorodnych mierników, opartych zwłaszcza na systemie statystyki społeczno-ekonomicznej SNA, czyli produkt narodowy (krajowy) brutto, produkt narodowy (krajowy) netto, dochód narodowy, dochody osobiste oraz dochody do dyspozycji.

Drugie stanowisko zdecydowanie rozróżnia oba zjawiska i opisujące je kategorie. Wzrost gospodarczy oznacza zmiany ilościowe wybranych i pożądanych (bez wyjaśnienia, dlaczego następują te zmiany) wskaźników opisujących zjawiska ekonomiczne, takich jak produkt narodowy brutto (PNB) czy produkt krajowy brutto (PKB). Rozwój społeczno-gospodarczy obejmuje, poza zmianami ilościowymi, zmiany strukturalne i jakościowe. Zmiany strukturalne mogą dotyczyć zmian proporcji udziału poszczególnych branż, gałęzi, działów czy sektorów w kreacji produktu narodowego (krajowego) brutto, a także zmian proporcji regionalnych. Zmiany jakościowe obejmują natomiast przeobrażenia techniczno-technologiczne, zmienne udziały poszczególnych rodzajów kapitału w wytwarzaniu wolumenu dóbr i usług.

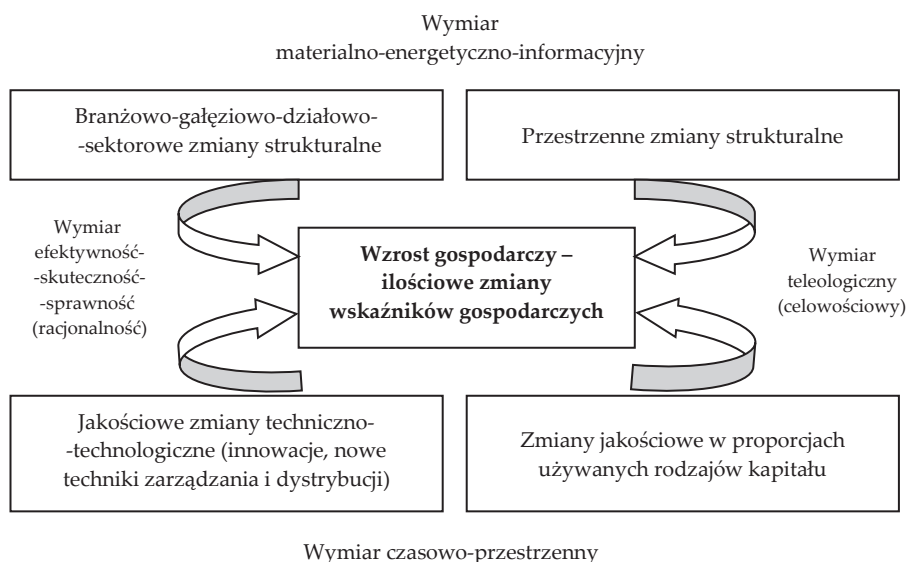
Włączanie kolejnych zespołów uwarunkowań (rys. 3.2) wzbogaca zestaw agregatowych wskaźników o pojęcie dobrobytu, jakości życia, ekorozwoju czy zrównoważonego i trwałego rozwoju opartego na homeostazie łańdów. Każdy z tych obiektów może być opisany jako układ dynamiczny, w ramach którego można wykorzystać model makroekonomicznej funkcji produkcji.

Literatura zawiera znaczną liczbę modeli wzrostu gospodarczego opartych na makroekonomicznej funkcji produkcji². Dotyczy to zwłaszcza koncepcji wywodzących się z ekonomii neoklasycznej. Do najczęściej wykorzystywanych rozwiązań należą:

¹ Interesujące uwagi na temat pojmowania wzrostu gospodarczego i rozwoju społeczno-ekonomicznego można znaleźć w (Mączyńska, 2018, s. 39; 2024).

² Przeglądy takich modeli znaleźć można m.in. w pracy (Barro i Sala-I-Martin, 2003). Jeszcze bardziej szczegółowe prezentacje współczesnych modeli wzrostu gospodarczego w bardzo różnorodnych ujęciach znaleźć można w pracach (Aghion i Durlauf, 2005-2014) w postaci dwóch tomów: tom pierwszy z 2005 roku i tom drugi z 2014. Bardzo interesujące jest również zestawienie przygotowane przez W. Krelle w pracy *Theorie des Wirtschaftlichen Wachstums* (Krelle, 1985). Teoria wzrostu gospodarczego doczekała się wielu takich zestawień, klasyfikacji i opracowań. Warto na przykład wspomnieć o opracowaniu (Próchniak, 2023). Neoklasyczne podejście do teorii wzrostu gospodarczego znajdziemy w pracy (Meade, 1960).

- 1) model R. Solowa i T. Swana z 1956 roku (Solow, 1956; Swan, 1956), będący dzisiaj klasyką ujęcia obecną w wielu podręcznikach akademickich;
- 2) nieco wcześniejszy model F. Ramseya z 1928 roku (Ramsey, 1928), przywołany i rozwinięty w latach sześćdziesiątych ubiegłego wieku przez T. Koopmansa (1965) i D. Cassa (1965), z endogeniczną stopą oszczędności;
- 3) model P. Diamonda (1965), uwzględniający ograniczony horyzont czasowy i modyfikacje demograficzne.



Rys. 3.2. Relacje wzrost gospodarczy – rozwój ekonomiczny i ich wymiary

Źródło: opracowanie własne.

Są to przede wszystkim ujęcia egzogeniczne, z niewielkimi modyfikacjami o charakterze endogenicznym, a zatem kierunki (ścieżki) i tempo zmian są warunkowane czynnikami zewnętrznymi, spoza systemu gospodarczego.

Właściwe modele endogeniczne wzrostu gospodarczego rozwinęły się po 1986 roku, kiedy opublikowany został artykuł P. Romera *Increasing Returns and Long-Run Growth* (Romer, 1986). Zasadniczą odmienność tych modeli łączyła się z wyeliminowaniem założenia malejących przychodów przyjmowanego we wcześniejszych neoklasycznych ujęciach.

Od czasu opublikowania artykułu P. Romera pojawiło się wiele ciekawych endogenicznych ujęć wzrostu gospodarczego. Do najczęściej przywoływanych należą następujące rozwiązania:

1. Modele K. Arrowa i P. Romera oparte na koncepcji *learning-by-doing*. Model w propozycji P. Romera (1990) nie potwierdza istnienia zjawiska konwergencji między gospodarkami, a raczej odwrotnie, pokazuje, że kraje wy-

soko rozwinięte utrzymują szybsze tempo zmian niż słabo rozwinięte, co potwierdzają badania D. Acemoglu, S. Johnsona i J. Robinsona – laureatów Nagrody Nobla w dziedzinie ekonomii z 2024 roku. Model P. Romera prowadzi ponadto do wniosku, że w gospodarce doskonale konkurencyjnej wiedza jest słabiej absorbowana niż w gospodarce planowej, konieczna jest zatem wręcz etatystyczna ingerencja państwa, aby zwiększać wskaźniki absorpcji wiedzy³.

2. Modele dwusektorowe, uwzględniające kapitał fizyczny i kapitał ludzki u R. Lucasa lub dobro produkcyjne i dobro konsumpcyjne u H. Uzawy (1962), z wykorzystaniem efektów zewnętrznych.
3. Model S. Rebelo z 1991 roku (Rebelo, 1991).
4. Model P. Romera z endogenicznym postępem technicznym (Romer, 1990).
5. Model P. Aghiona i P. Howitta z 1992 roku, wykorzystujący idee „twórczej destrukcji”, J. Schumpetera, czyli uwzględniający innowacje poprawiające jakość dóbr (Aghion i Howitt, 1992).
6. Rozszerzony model N. Mankiwa, D. Romera i D. Weila z 1992 roku, będący zmodyfikowanym ujęciem znanego modelu R. Solowa (Mankiw i in., 1992).

Wszystkie wymienione modele łączy wspólna cecha wykorzystywania makroekonomicznej funkcji produkcji do wyjaśniania procesów wzrostu gospodarczego. To najistotniejszy wniosek z powyższej krótkiej analizy teorii wzrostu gospodarczego w kontekście rozważań prowadzonych w książce. Tym samym potwierdzona została teza, że makroekonomiczny model funkcji produkcji posiada, mimo swoich ułomności, wiele użytecznych cech. Spostrzeżenie to można wzmocnić, zauważając że modele wykorzystujące funkcję produkcji można rozszerzać na inne aspekty współczesnego życia gospodarczego, jak np. na rolę państwa (etatyzm), sterowany przyrost naturalny (polityka pro-populacyjna i emigracyjna) czy uwzględnianie wymiany międzynarodowej (otwieranie gospodarki).

Najważniejsze różnice w podejściu tradycyjnym i endogenicznym dotyczą przede wszystkim relacji przychodów z odtwarzanych czynników produkcji i efektów skali. Tradycyjne modele opierają się na malejących przychodach czynników produkcji i stałych efektach skali. W modelach endogenicznego wzrostu gospodarczego uwzględniano co najmniej stałe lub rosnące efekty skali z czynników.

Tradycyjne modele neoklasyczne łączą długookresowy wzrost gospodarczy z egzogenicznym postępem technicznym, natomiast modele endogeniczne eksponują wiele czynników. Należą do nich np. inwestycje w kapitał ludzki, wydłużanie czasu pracy, wyższe nakłady na badania i rozwój czy wyższa efektywność innowacji.

³ Wniosek ten jest ciekawym punktem wyjścia do badania warunków wzrostu gospodarczego w gospodarce opartej na wiedzy i społeczeństwie informacyjnym.

Ciekawym spostrzeżeniem płynącym z neoklasycznych modeli wzrostu gospodarczego jest sposób interpretacji konwergencji warunkowej, która ilustruje tempo rozwoju gospodarek rozwiniętych i zacofanych. W modelach tradycyjnych zjawisko konwergencji względnej (szybsze tempo rozwoju gospodarek zacofanych) jest potwierdzane, w modelach endogenicznych raczej nie.

Traktowanie procesów produkcji jako istoty aktywności gospodarczej pozwala także wykorzystywać model makroekonomicznej funkcji produkcji do analizy innych związków między przemianami cywilizacyjnymi i ich determinantami a istotnymi zjawiskami, które bada współczesna ekonomia. Z teorii wzrostu gospodarczego model funkcji produkcji został przeniesiony także na inne zagadnienia łączące się z makroekonomicznymi procesami gospodarowania. Jedną z takich ciekawych propozycji było podjęcie badań nad znaczeniem inwestycji we wzroście poprzez rozstrzygnięcie kwestii, jak inwestycje ograniczają istnienie i oddziaływanie tak zwanych wąskich gardeł. Jak zauważa się w literaturze, im silniej „wąskie gardło” spowalnia funkcjonowanie i rozwój gospodarki, tym większe jest znaczenie określonej inwestycji. Warto zatem badać, czy w skali makroekonomicznej da się takie oddziaływania dostrzec. Za punkt wyjścia może służyć pogląd, że wzrost gospodarczy da się traktować jako kryterium efektywności gospodarki, zatem analiza kształtowania się modelu makroekonomicznej funkcji produkcji będzie potwierdzać poprawność badań i interpretacji.

3.2. Próba skonstruowania makroekonomicznej energetycznej funkcji produkcji

Energia występująca w różnych formach jest podstawą wszelkich zmian w przyrodzie; jest warunkiem każdego ruchu, od kinetycznego poczynając, a na przemianach materii kończąc. Energetyczne uwarunkowania zjawisk przyrodniczych nie podlegają dyskusji i znajduje to wyraz w znaczeniu analiz energetycznych w fizyce czy chemii. Nieco inaczej wygląda stosunek nauk ekonomicznych do roli energii w procesach produkcji i konsumpcji. Z jednej strony fizyczny wymiar tych procesów nie jest kwestionowany⁴. Z drugiej jed-

⁴ Procesy produkcji i konsumpcji polegają na transformacji (przekształcaniu) jednych postaci materii w inne. Używając języka współczesnej termodynamiki, tego typu przemiany oznaczają zmianę materii/energii charakteryzującej się niską entropią w jej wysokoentropijne formy. Biorąc pod uwagę formułę Einsteina równoważącą materię i energię, możemy określenie entropijności związane definicyjnie z użytecznością poszczególnych form energii przenieść na materię. Wówczas pojęcie niskiej entropii jest charakterystyką surowców znajdujących się w złożu, natomiast wysoka entropia łączona jest z odpadami, czyli mało użyteczną postacią materii. Nawet w tych warunkach dyskusyjna pozostaje kwestia, czy materia i energia odgrywają substytucyjną rolę w procesach produkcji i konsumpcji. Z czysto fizycznego punktu widzenia można materię transformować w energię (np. podczas anihilacji) i odwrotnie (fuzja termojądrowa). Ze względu jednak

nak, jak pisał fizyk F. Soddy: „Gdybyśmy mieli wystarczająco dużo energii, to moglibyśmy podtrzymywać życie oraz wytwarzać każdy potrzebny materiał. To właśnie dlatego strumień energii powinien być podstawowym przedmiotem uwagi w ekonomii” (Soddy, 1933, s. 56).

Swoiste, występujące w ekonomii uproszczenie ma źródło w egzystującej w niej od wielu lat tradycji, zgodnie z którą wszystkie czynniki produkcji traktowane są jako niezależne od siebie. Pierwszą tego konsekwencją jest uznanie ich „produktotwórczej” (w ujęciu fizycznym i wartościowym) roli. Już w koncepcji J.-B. Saya ogólna produkcja zależy od ilości zastosowanych w danym czasie czynników i ich wydajności. Każdy czynnik wytwórczy oddaje w procesie produkcji określone usługi, które generują przyrost efektu końcowego – produktu. W ten sposób czynniki produkcji stają się współtwórcami pewnej części dochodu, który może być zrealizowany na rynku. Produkcyjność czynników rozumiana jest w sposób pośredni. Nie same czynniki tworzą wartość, lecz usługi przez nie świadczone. One też decydują o dochodach właścicieli poszczególnych czynników. Dla J.-B. Saya i jego następców wszystkie czynniki współdziałające w procesie produkcji są produkcyjne (wartościotwórcze) i są traktowane jako niezależne. Wielkość wkładu (udział) poszczególnych czynników w produkcie wyjaśnia teoria produkcyjności krańcowej.

Drugą konsekwencją traktowania czynników produkcji jako niezależnych jest pomniejszanie roli energii w procesach produkcji i konsumpcji. Przyjmuje ono najczęściej postać nieuwzględniania energii jako samodzielnego czynnika w modelach ekonomicznych, zwłaszcza w modelu funkcji produkcji. Tradycyjna formuła najpopularniejszego tego typu modelu – funkcji Cobba-Douglassa – opiera się na dwóch czynnikach: kapitale i pracy. Również późniejszy rozwój tych modeli nie poszedł w kierunku włączenia energii jako samodzielnego czynnika. Sytuacja uległa pewnej zmianie dopiero od momentu włączenia problematyki środowiskowej do analiz ekonomicznych. Doświadczenia praktyczne wielu gospodarek wymusiły, a analizy teoretyczne umożliwiły, przynajmniej częściowo, zmianę stosunku do przyrodniczego otoczenia procesów gospodarowania i roli w nich czynników środowiskowych, takich jak: zasoby dostępnej ziemi, zasoby i strumienie energii / surowców, rozmiary przestrzeni geograficznej czy pojemność asymilacyjna ekosystemów. Rację bytu straciło we współczesnych analizach pojęcie „dóbr wolnych”, mające swoją długą Sayowską tradycję (szerzej: Czaja i Jakubczyk, 1991). Modele wzrostu gospodarczego zaczęły uwzględniać różnorodne warunki i ograniczenia ekologiczne⁵. Pojawiły się również rozszerzone „środowiskowe” koncepcje funkcji produkcji, w tym modele energetyczne.

na inne własności materia jest w procesach ekonomicznych elementem konstrukcyjnym, natomiast energia to siła sprawcza tych procesów. Szerzej na ten temat w (Czaja, 1997b).

⁵ Szeroko po raz pierwszy w literaturze polskiej problemy tego typu zostały omówione w pracy (Czaja i in., 1993).

Przykładem może być rozwiązanie przedstawione przez R. Ayresa i M. Millera (1990). Zaproponowano w nim analizę procesów wzrostu gospodarczego w oparciu o czteroczynnikową funkcję produkcji. Model uwzględnia bowiem siłę roboczą bezpośrednio związaną z populacją $L = kN$, homogeniczny wewnętrzz poszczególnych roczników kapitał $K = kN$, użyteczne zasoby energii $S = sN$ i wiedzę technologiczną T . Współczynniki k i s odzwierciedlają relacje *per capita* poszczególnych zasobów. W modelu zrezygnowano z dość powszechnego założenia, że ludność N przyrasta w sposób wykładniczy, przy stałej stopie wzrostu n . Przyjęto natomiast, iż populacja powiększa się według następującej formuły: $N^* = gN(1 - N/\check{N})$, $N \geq 0$, gdzie: $\check{N}$ – maksymalna liczba ludności, nieprzekraczająca swoimi potrzebami możliwości wytwórczych tradycyjnego rolnictwa, dla którego bariery wyznaczają zasoby oraz walory bonitacyjne gleby, opady, położenie i dostępność działek.

Homogeniczny wewnętrzz poszczególnych roczników kapitał K powiększa swoje zasoby zgodnie z formułą: $K^* = I - dK$, $I \geq 0$, gdzie: I – aktualny poziom inwestycji, a współczynnik d – stopa fizycznej deprecjacji. Po przekształceniach otrzymujemy przyrost kapitału na mieszkańca: $k^* = i - (d + g)(1 - N/\check{N})k$, $i \geq 0$.

Trzecią zmienną uwzględnioną w modelu jest zasób użytecznej energii S^6 , zarówno odnawialnej, jak i nieodtwarzalnej. W przypadku tej zmiennej istnieje prosta relacja między zasobem i strumieniem, a mianowicie: $R = \check{R} - S^*$, $S^* \leq 0$, gdzie: R – odnawialny strumień energii (np. światła słonecznego), S^* – stopa zużycia wyczerpywalnych zasobów energetycznych Ziemi. W ujęciu *per capita* otrzymujemy: $s^* = \check{r} - r - g(1 - N/\check{N})s$, $s^* \leq 0$.

Równanie to opisuje fakt, że zasoby wyczerpywalne nie mogą rosnąć. Inną kwestią jest, że globalne zużycie tych zasobów jest ograniczone w czasie do wielkości pierwotnych zasobów S_0 i przyrostu zasobów odnawialnych S .

$$S_0 + \int_0^\infty S dt = S_0 \int_0^\infty (\check{R} - R) dt = 0.$$

Czwartym zasobem jest wiedza technologiczna T . Jej wzrost jest proporcjonalny do postępu naukowo-technicznego. W modelu Ayresa-Millera przyrost ten opisuje równanie: $T^* = J = Nj$, $j \geq 0$, gdzie: J – aktualna stopa dyfuzji wiedzy teoretycznej w postaci maszyn i urządzeń (stopa „ucieleśniania” wiedzy).

Wykorzystując powyższe uwagi, można określić ogólną postać funkcji produkcji, która opisuje nam gospodarkę spełniającą sformułowane ograniczenia,

⁶ Zasoby kapitału, energii i wiedzy technologicznej traktowane są w tym modelu jako zasoby negentropii. Pojęcie to oznacza te wszystkie nośniki czynników produkcji, które przyczyniają się do zmniejszenia nieorganizowania systemu, czyli zmniejszenia entropii. Może się wydawać, że pojęcie to, użyteczne w analizach wzrostu gospodarczego, koliduje z II prawem termodynamiki. Sprzeczność ta jest jednak pozorna, ponieważ wszelkie zasoby negentropii spełniają swoje funkcje tylko i wyłącznie kosztem przyrostu entropii otoczenia systemu. Innymi słowy, zmniejszenie nieorganizowania systemu (np. gospodarki) może się odbywać jedynie kosztem odpowiedniego wzrostu entropii w jego otoczeniu. W efekcie II prawo termodynamiki nie zostaje zakłócone.

a zatem $Q = F(K, L, R)$. Najbardziej interesujące są miejsce i rola energii w tym modelu. Przyjmując, że F jest miarą ilości użytecznej energii „ucieleśnionej” w produkcji gospodarki i R z definicji jest nakładem energii, mamy że efektywność jest proporcjonalna do stopy F/R : $E = F(K, L, R)/R$ lub w zredukowanej postaci: $E = f/r$ albo $r = f/E$, gdzie f oznacza produkt *per capita*: $f = F/N$.

Tego typu warunki nałożone na funkcję produkcji ograniczają zastosowanie tradycyjnej analizy opartej na funkcji Cobba-Douglasa czy CES. Zakładają one bowiem nieograniczoną substytucję, która musi dotyczyć również relacji energia – inne czynniki produkcji. A tego typu założenie nie jest poprawne z fizycznego punktu widzenia. Tym samym neoklasyczne długookresowe kryteria stałego, nieograniczonego wzrostu zaproponowane przez J. Stiglitz (1974) i R. Solowa (1974) nie są w tych warunkach zadowalające. Znacznie lepiej oddają istotę problemu kryteria zaproponowane przez P. Dasguptę i G. Heala (1974), przyjmujące postać:

$$\lim_{R \rightarrow 0} F(R) = 0 \text{ oraz } \lim_{R \rightarrow 0} \frac{\partial F(R)}{\partial R} = \infty.$$

Oznaczają one, że jeżeli substytucja pomiędzy kapitałem z zasobem użytecznej energii jest doskonale wykonalna w krótkim okresie, jest używana jedynie nieucieleśniona energia, która może być zmniejszona przez inwestycje kapitałowe. Jeżeli ta substytucja osiągnie granicę ($E = 1$), to oznacza, że energia ta musi być dostarczona z zewnątrz, z otoczenia systemu. Elastyczność substytucji w tym momencie jest równa zero. Aby uniknąć tego ograniczenia występującego w tradycyjnej analizie, musimy wykorzystać nietradycyjne funkcje produkcji, jak np. funkcję Bergströma.

Na czym polega trudność w traktowaniu energii jako samodzielnego czynnika? Przyczyn jest wiele, ale mają one różne znaczenie poznawcze i metodologiczne. Najważniejszy wydaje się fakt, że tradycyjne czynniki produkcji – kapitał, praca czy ziemia – nie są niezależne. Jak już wspomnieliśmy, w ekonomii istnieje silna tradycja traktowania ich jako niezależne od siebie wzajemnie. Jak pisze jednak R. Costanza, a z czym trudno się nie zgodzić, „(...)można jednak przywołać mocne dowody przemawiające za tym, że te czynniki nakładów nie są niezależne i że do wytworzenia każdego z nich niezbędna jest energia” (Costanza, 1992, s. 75). Nie bez znaczenia jest również to, że określenie dokładnej ilości energii, która jest użytkowana w formie pośredniej i bezpośredniej w poszczególnych procesach produkcji/konsumpcji, jest niezwykle trudne. Wiąże się to zarówno ze złożonością powiązań i przepływów energetycznych, jak i niedostatecznym rozpoznaniem fizycznej istoty procesów transformacji energii (od strony ilości energii wchodzącej do procesów, jak i ich termodynamicznej efektywności). Klasycznym przykładem tego typu trudności mogą być procesy produkcji rolniczej (roślinnej), gdzie, mimo niezaprzeczalnego postępu nauk przyrodniczych, nadal nie jest jednoznacznie określona efektywność

fotosyntezy, a wiadomo, że jest ona podstawowym procesem absorpcji energii Słońca. Podobne problemy występują, gdy próbujemy określić nakłady energii i efektywność jej wykorzystania w procesach technologicznych.

Rozszerzona formuła funkcji produkcji niesie ze sobą te same trudności interpretacyjne i obrachunkowe, jakie istnieją przy jej tradycyjnych postaciach. Dotyczą one zarówno kwestii agregacji poszczególnych zmiennych, ich porównywalności i analizy wymiarowej, jak i dostępności informacji czy poprawności technik estymacji parametrów oraz zasadności metod ich interpretacji. Pomimo tych trudności ekonomiści podejmowali próby wprowadzenia energii jako samodzielnego czynnika do analiz efektywności gospodarowania. Przyjmowały one różnorodną postać – od liczenia globalnych nakładów energii poczynając, poprzez analizę przepływów energii aż po określenie efektywności jej wykorzystania i optymalizację zużycia. Próby te przyczyniły się do powstania analizy energetycznej.

Jako samodzielne podejście badawcze pojawiła się ona na początku lat siedemdziesiątych. Na jej powstanie złożyła się z jednej strony krytyka konwencjonalnych mierników gospodarczych, takich jak produkt społeczny brutto, dochód narodowy, mierniki dobrobytu społecznego, z drugiej – krytyka metod statystycznych, a szczególnie niejednorodności wymiarowej wskaźników. Duże znaczenie miała również teoria agregacji, a zwłaszcza niedoskonałość systemów cen wykorzystywanych w tworzeniu agregatów opisujących zasoby i strumienie występujące w gospodarce. Ważnym impulsem do rozwoju badań w tym kierunku była wydana w 1971 roku praca N. Georgescu-Roegen *The Entropy Law and the Economic Process* (Georgescu-Roegen, 1971). Tego typu analizy wymagają połączenia wiedzy biologicznej i technicznej z wiedzą ekonomiczną. Nie jest to łatwe, toteż nie wypracowano jeszcze w analizach energetycznych odpowiednich, jednolitych podstaw metodologicznych. Głównym przedmiotem analizy energetycznej jest strumień energii. Interesuje się ona przede wszystkim energią ucieleśnioną⁷ oraz strukturą i kierunkami przepływu energii w gospodarce. Jako narzędzie takiej analizy wykorzystuje się bardzo często metodę przepływów międzygałęziowych (*input-output analysis*). Polega ona, jak wiemy, na swoistej transformacji wektora nakładów netto (zewnętrznych) w połączeniu z macierzą transakcji wewnętrznych. W jej efekcie otrzymujemy wyjściowy wektor wyników. Można ją zatem traktować jako swoistą formułę funkcji produkcji. Na podstawie dotychczasowych osiągnięć można wyróżnić pewne kierunki rozwoju analizy energetycznej. Dotyczą one:

- 1) porównania efektów z nakładami określonymi w jednostkach energii (badanie zysków energetycznych);

⁷ Przez energię ucieleśnioną (*embodied energy*) będziemy rozumieć całkowitą ilość energii potrzebną do produkcji dóbr i usług.

- 2) porównania rzeczywistych nakładów energii z nakładami hipotetycznymi (analiza sprawności termodynamicznej);
- 3) porównania globalnych nakładów energii ze zagregowanymi, stosowanymi aktualnie wskaźnikami rozwoju społeczno-ekonomicznego (badanie energochłonności rozwoju społeczno-gospodarczego);
- 4) analizy jakości energii (analiza egzergii);
- 5) możliwości przełamania przestrzennego bariery rozwojowej (energetycznej).

Trzy pierwsze kierunki rozwoju analizy energetycznej wykorzystują różne postacie funkcji produkcji, od rozszerzonych formuł typu Ayresa-Millera poprzez różnorodne modyfikacje „efektywnościowe”, koncepcję przepływów międzygałęziowych, aż po złożone, oparte na teorii systemów, modele obiegu i transformacji energii w gospodarce i środowisku przyrodniczym.

Analiza energetyczna to bardzo młody kierunek badań ekonomiczno-ekologicznych, który wypracowuje dopiero własne podstawy metodologiczne i teoriopoznawcze. Opiera się na dorobku wielu dyscyplin nauki (termodynamiki, ekologii, biologii, ekonomii itd.). Często musi korzystać z danych szacunkowych i niedokładnie sprecyzowanych wskaźników, co znacznie obniża wartość przeprowadzanych przez nią badań. Sama analiza energetyczna nie jest jednorodna wewnętrznie, a poszczególne kierunki jej rozwoju mają różny dorobek teoretyczny. Jest to jednak bardzo interesująca próba analizy zagadnień ekonomiczno-ekologicznych i przełamania ograniczeń tradycyjnie pojmowanej teorii ekonomii.

Jako swoistą ciekawostkę można potraktować propozycję polskiego przedstawiciela energetyzmu Z. Rytla. Ten nieco zapomniany współcześnie polski przedstawiciel nauk o organizacji i zarządzaniu próbował rozwiązać problemy pomiaru nakładów pracy i kapitału za pomocą tak zwanej „energetycznej koncepcji oceny działań”, wykorzystując w tym celu wskazówki energetyzmu⁸. Zastosował do tego formułę:

$$E = E_o + E_m = R + S_n + S_u + S_m + S_b,$$

gdzie: E – energia, E_o – energia w czynniku ludzkim, E_m – energia w czynnikach materialnych, czyli maszynach, urządzeniach, promieniach słonecznych itp., R – wynik działalności, S_n – straty nieuniknione, związane z danym działaniem, S_u – straty nieuniknione w danych warunkach, lecz dające się usunąć przy zmianie warunków, S_m – straty dające się usunąć w bieżących warunkach (marnotrawstwo), S_b – straty bezczynności związane z niewykorzystaniem energii materialnej przez osoby.

Koncepcja Z. Rytla jest ciekawą propozycją sformułowaną raczej dla osób zajmujących się kierowaniem aktywnością innych ludzi. Powinny one przede wszystkim skupiać się na likwidacji strat, których da się uniknąć. Pozwala to

⁸ Z. Ryteł przedstawił swoją koncepcję w pracy (Rytele, 1947).

bowiem poruszać się zgodnie z zasadą racjonalnego działania, a zatem albo uzyskać maksymalny efekt z danych nakładów, albo zmniejszyć do minimum ilość zużytej energii, dla danego efektu. Dodatkową zaletą równania Z. Rytla jest możliwość doprecyzowania pojęcia sprawności działania i jego skuteczności. Sprawność oznacza zatem relację wyniku działania R do sumy energii $E_o + E_m$; jest to wielkość mniejsza od jedności. W przypadku skuteczności działania wykorzystuje się optymalne wzorce, które mogą oznaczać: (1) relację rzeczywistego wyniku do wzorcowego maksimum, czyli wydajność, lub (2) przyjmując stałość wyniku, relację wzorcowych nakładów do nakładów rzeczywistych, czyli skuteczność oszczędności.

Pewnym mankamentem autorskiej interpretacji równania okazała się jej niejednorodność. Sprawność była rozpatrywana w jednostkach energetycznych, natomiast skuteczność – w pieniądzu. Gdyby utrzymać jednakowy charakter interpretacji, samo równanie byłoby bardziej użyteczne dla funkcji produkcji, chociaż nie likwiduje to problemów obrachunkowych, z jakimi spotyka się podejście energetyczne.

Wykorzystując rozważania na temat sprawności i skuteczności działania, Z. Rytel sformułował ogólne prawo optymalnej działalności w następującej postaci: przy jakiegokolwiek działalności, zwiększając rozchody (nakłady), wysiłek (efekt) osiąga w pewnym punkcie optymalną wydajność, poza którą użyteczny wynik maleje.

3.3. Endogeniczna funkcja produkcji P. Romera

Poważnym wyzwaniem dla sposobu interpretacji modelu funkcji produkcji były próby odejścia od rozwiązań o charakterze egzogenicznym ku endogenizacji wiedzy, w tym postępu technicznego i innowacji. Inspiracją były tu koncepcje J. Schumpetera oraz F. Knighta. Koncepcja Schumpeterowskich innowacji nie zamykała bowiem ścieżki ich endogenizacji, natomiast F. Knight nie godził się, aby rosnące przychody skali czy efekty zewnętrzne traktować jako bliżej niewyjaśnianą „czarną skrzynkę” (Knight, 1925). Badania te rozwinął K. Arrow w modelu *learning-by-doing*, łącząc rosnące przychody skali z odkrywaniem nowej wiedzy za pomocą inwestycji i produkcji, a efekty zewnętrzne traktując jako skutek upowszechniania się tej wiedzy (Arrow, 1962). Pozwalało to przejść do ujęcia wiedzy / postępu technicznego jako czynnika endogenicznego, który łączy się z celowymi decyzjami *homo oeconomicus* (Tokarski, 1996), a także z określoną polityką makroekonomiczną (Wojtyła, 1995). P. Romer tłumaczy to brakiem możliwości w pełni skutecznej ochrony wiedzy i uniknięcia efektów imitacji w konkurencyjnej gospodarce rynkowej (Romer, 1986, s. 1003).

Najbardziej znana wersja modelu P. Romera uwzględnia cztery czynniki wzrostu gospodarczego (Romer, 1990, s. 78-79):

- 1) kapitał K , mierzony w jednostkach dóbr konsumpcyjnych;
 - 2) pracę L , obejmującą umiejętności charakterystyczne dla zdrowego fizycznie ludzkiego ciała, mierzone liczbą ludzi, co przypomina podejście znane z ekonomii klasycznej i koncepcji K. Marksa;
 - 3) kapitał ludzki H , który wyraża skumulowany efekt edukacji formalnej i szkoleń, a zatem wiodące elementy tego tradycyjnie pojmowanego czynnika;
 - 4) składnik technologiczny A , zawierający zasób wiedzy naukowo-technicznej.
- Czynniki te zostają wprowadzone do modelu funkcji produkcji, który przyjmuje postać:

$$Y = (AK)^{\alpha} H^{\beta} L^{1-\alpha-\beta}.$$

Takie podejście niesie wiele nowych, ciekawych implikacji odnoszących się zwłaszcza do charakteru wiedzy / postępu technicznego we współczesnej gospodarce.

Po pierwsze, następuje rozdzielenie wiedzy ukrytej w człowieku w formie kapitału ludzkiego od wiedzy jawnej, dostępnej i niepodlegającej rywalizacji. Z tego drugiego zbioru może korzystać każdy, jeżeli potrafi i chce.

Po drugie, o zmianach składnika technologicznego decydują łącznie efekty pracy kapitału ludzkiego zatrudnionego w sferze badań i rozwoju (B+R), związane z wielkością zakumulowanej wiedzy w gospodarce H_A i odniesione do zasobów wiedzy A , to jest:

$$\Delta A = \delta H_A A,$$

gdzie: δ – efektywność nakładów w sferze B+R. Paul Romer założył, że: (1) skierowanie większej ilości kapitału ludzkiego do sfery B+R prowadzi do wyższej stopy tworzenia nowych rozwiązań; (2) im szerszy jest zasób rozwiązań i wiedzy, tym wyższa jest efektywność pracowników sfery B+R; (3) wyniki prac badawczo-rozwojowych są liniowo skorelowane z nakładami H_A oraz A , a pozostałe czynniki są niezmiennie.

Po trzecie, wiedza jako czynnik wzrostu gospodarczego przejawia się w sposób pośredni i bezpośredni. W pierwszym przypadku dotyczy to rozszerzenia aparatu produkcyjnego, w drugim ta wiedza zwiększa całościowy jej zasób, co podnosi produktywność krańcową kapitału ludzkiego w sferze B+R. Brak możliwości pełnej ochrony wiedzy prowadzi do wystąpienia korzyści zewnętrznych. Wzrost efektów działalności sektora B+R wpływa na rozszerzanie zasobu wiedzy, a w konsekwencji na wzrost produktywności kapitału ludzkiego. To prowadzi do zwiększania zasobów kapitału ludzkiego i, finalnie, do wzrostu gospodarczego.

Po czwarte, na zasób kapitału ludzkiego w gospodarce składa się kapitał ludzki zatrudniony w sektorze B+R, czyli H_A . To jednak wywołuje poważne problemy pomiaru udziału czynnika wiedzy w procesie wzrostu gospodarczego (np. Barro, 1991; Lucas, 1988; Mankiw i in., 1992). Jak już wielokrotnie wspo-

mniano, kwestie empirycznego pomiaru wpływu poszczególnych czynników (zmiennych funkcji produkcji) na efekt finalny procesów wzrostu gospodarczego są bardzo trudne do rozwiązania.

W. Welfe pisał, że cechą wspólną modeli endogenicznych jest wyodrębnienie zasobu kapitału ludzkiego H jako zmiennej objaśniającej (niezależnej) w makroekonomicznej funkcji produkcji (Welfe, 2000). Jakościowy, a nie ilościowy wymiar podaży pracy decyduje o wzroście gospodarczym. A dla tego jej aspektu istotne są nakłady inwestycyjne na kapitał ludzki i odpowiednia polityka makroekonomiczna państwa.

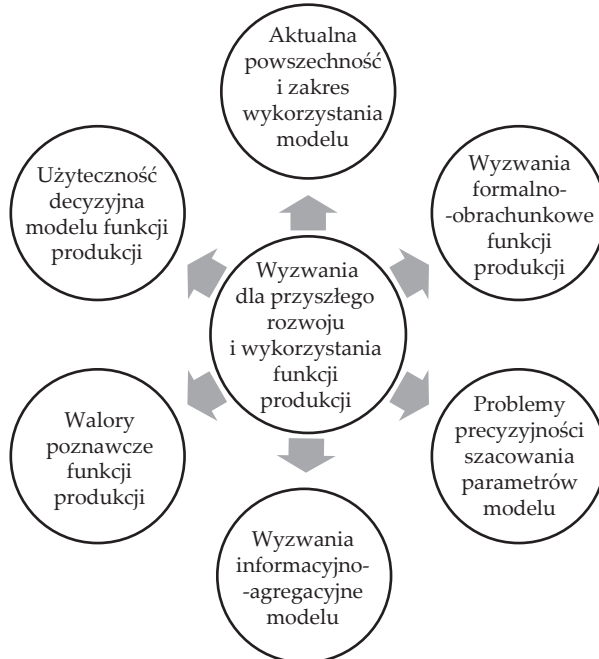
P. Drucker zauważył w swojej słynnej książce *Spółczesność pokapitalistyczna*, że: (1) nie rozumiemy zbyt dokładnie, jakie jest znaczenie wiedzy w postaci czynnika ekonomicznego; (2) nie mamy na razie możliwości sformułowania odpowiedniej teorii i jej zweryfikowania; (3) potrzebujemy takiej teorii, aby wyjaśnić istotę współczesnego rozwoju społeczno-gospodarczego oraz roli w nim innowacji (Drucker, 1999). W tym zakresie prekursorska rola podejścia P. Romera i innych badaczy jest odpowiednio ważna.

Przywołując koncepcję P. Romera, warto jeszcze wskazać kilka elementów, które dały asumpt do rozwoju nie tylko modelu makroekonomicznej funkcji produkcji, ale całej współczesnej ekonomii. Chodzi mianowicie o wyeksponowanie wiedzy jako czynnika nowoczesnego postępu technicznego. W ramach społeczeństwa informacyjnego i gospodarki opartej na wiedzy zasoby informacji i umiejętności ich wykorzystania decydują zarówno o kierunkach (ścieżkach) przemian społeczno-gospodarczych, jak i o ich tempie. Potwierdzają to liczne badania z zakresu ekonomii informacji, charakteru nowoczesnego rozwoju społeczno-gospodarczego czy skuteczności realizowanych polityk. Podejście P. Romera dodatkowo wyeksponowało zagadnienie roli państwa w procesach kreacji i dyfuzji oraz absorpcji wiedzy. Wzmocnione zostało również zainteresowanie schumpeterowską kreatywną destrukcją oraz innowacyjnością gospodarek, na poziomie zarówno mikro-, jak i makroekonomicznym. Podejście zaproponowane przez P. Romera, a następnie rozwinięte przez samego autora oraz innych badaczy, odgrywa istotną rolę we współczesnej ekonomii, zwłaszcza w teorii wzrostu endogenicznego.

Można dostrzec jeszcze jedno ciekawe zjawisko, wywodzące się z procesów „fizykalizacji”, urealnienia analiz ekonomicznych, a mianowicie potrzebę istnienia różnicy potencjałów jako warunku jakiegokolwiek rozwoju. Jeżeli różnica taka nie istnieje, wówczas nie ma możliwości pożądanych zmian społeczno-ekonomicznych, a osiągany jest jedynie stan stagnacji (zerowego wzrostu) lub spadek poziomu zaawansowania cywilizacyjnego. Ze spostrzeżenia tego płyną poważne wnioski dotyczące zarówno potrzeby utrzymania takich „różnic potencjałów”, jak i kierunków czy tempa upodabniania się gospodarek, czyli swoistej homogenizacji współczesnych procesów gospodarowania. Odnosi się to nie tylko do rozwoju w skali globalnej, ale także do integrujących się przestrzeni, np. Unii Europejskiej.

PERSPEKTYWY WYKORZYSTYWANIA FUNKCJI PRODUKCJI W PRZYSZŁYCH BADANIACH EKONOMICZNYCH

Zakończenie prezentacji wybranych zagadnień związanych z makroekonomicznym modelem funkcji produkcji zachęca do postawienia pytania o jego wykorzystanie w przyszłych badaniach ekonomicznych. Nie jest to pytanie proste, podobnie jak wszelkie próby przewidywania przyszłości, w tym zwłaszcza rozwoju ludzkiej wiedzy. Gdyby jednak je postawić, można zwrócić uwagę na kilka co najmniej ciekawych wyzwań (rys. 4.1).



Rys. 4.1. Wybrane wyzwania dla przyszłego rozwoju i wykorzystywania modelu makroekonomicznej funkcji produkcji

Źródło: opracowanie własne.

Warto się przyjrzeć tym wyzwaniom, pamiętając, że pojawiły się one już w trakcie ponad półtora stulecia wykorzystywania modelu makroekonomicznej funkcji produkcji, nie tracąc na znaczeniu pomimo wielu ciekawych prób ich rozwiązania. Będą odgrywać dużą rolę również w najbliższej przyszłości nauk ekonomicznych i samego modelu.

4.1. Powszechność i zakres wykorzystywania modelu funkcji produkcji w ekonomii

Funkcja produkcji, od momentu pojawienia się tej idei, wzbudzała bardzo duże zainteresowanie zarówno wśród teoretycznych ekonomistów matematyzujących, jak i praktyków gospodarczych. Okazało się bowiem, że modele tego typu mają różnorodne walory – od poznawczych poprzez predykcyjne aż po decyzyjne. Tym samym tworzyły one podstawę do różnorodnych i powszechnych zastosowań (Czaja i Becla, 2020).

Tabela 4.1. Uwarunkowania szerokiego wykorzystania modelu makroekonomicznej funkcji produkcji

Uwarunkowanie	Charakterystyka
1	2
Realność opisywanych relacji	Przedmiotem modelowania są wyłącznie realne procesy produkcji i/lub rozwoju. Dla ekonomisty empiryka jest to zaleta i konieczność, dla teoretyka w mniejszym zakresie
Mierzalność opisywanych relacji	Model obejmuje wielkości, a zatem elementy (produkt, czynniki produkcji) mierzalne ilościowo. Jest to zaleta przy modelowaniu matematycznym
Szeroki zakres stosowania	Model pozwala opisać w zasadzie dowolny proces produkcji (rozwoju), o różnym poziomie agregacji i/lub złożoności. Uniwersalizm bywa traktowany jako wada, ponieważ daje niejednoznaczne wyniki
Istnienie postaci formalnej (matematyczno-statystycznej)	Model może przyjmować zróżnicowane postacie formalne, które najlepiej (w najlepiej dopasowany sposób) opisują dany proces produkcji (rozwoju). Taka elastyczność może być zaletą, ale i wadą wynikającą z niejednoznaczności
Szeroki zakres interpretacji parametrów	Oszacowane parametry modelu pozwalają na szeroki zakres ich interpretacji, od czysto formalnych aż po skrajnie merytoryczne. To ciekawe wyzwanie poznawcze, ale i wada wynikająca z braku jednoznacznej interpretacji
Zindywidualizowana użyteczność	Uogólniony model funkcji produkcji pozwala na skalibrowanie go do bardzo konkretnych procesów produkcji (rozwoju). Jest to zaleta z punktu widzenia praktyki, ale wada z punktu widzenia teorii

1	2
Odpowiednia pojemność informacyjna	Każda konkretna postać modelu ma określoną pojemność informacyjną, niezbędną do wyjaśnienia danego procesu produkcji (rozwoju) i zredukowania tak zwanego składnika losowego. Jest to zwykle traktowane jako zaleta, jeżeli przekroczony jest próg dokładności (precyzji)
Użyteczność kognitywna, predykcyjna i decyzyjna modelu	Każda wyestymowana postać modelu ma określony zakres użyteczności poznawczej, predykcyjnej oraz decyzyjnej. Są to zalety, jeżeli dają wyniki cenne dla praktyki. Wady łączą się z możliwościami zbyt dużych błędów praktycznych (nietrafionych prognoz czy niepoprawnych decyzji)

Źródło: (Czaja i Becla, 2020, s. 15).

W literaturze można znaleźć liczne opracowania, w których wykorzystano model makroekonomicznej funkcji produkcji w celach zarówno poznawczych, jak i predykcyjnych. Otrzymane na ich podstawie wnioski z jednej strony wzbudzały duże zainteresowanie, z drugiej zaś wywoływały różne kontrowersje. Te ostatnie rodziły najczęściej kolejne pytania, na które szukano odpowiedzi. Otrzymywane wyniki prowadziły z kolei do powstawania nowych ujęć czy koncepcji. W ten sposób rozwijała się wiedza ekonomiczna, zarówno w postaci nowych modeli, jak i lepszego rozumienia realnych zjawisk gospodarczych. Model makroekonomicznej funkcji produkcji odegrał w tym zakresie bardzo ważną rolę. Dotyczyła ona zwłaszcza:

- 1) badania zależności między nakładami czynników produkcji a efektami produkcyjnymi, a także w zakresie wzajemnych relacji pomiędzy czynnikami;
- 2) pojmowania i analizowania wpływu postępu technicznego na efekty wytwórcze;
- 3) sposobów pojmowania i możliwości obrachunkowego agregowania poszczególnych czynników (kapitału, pracy, postępu technicznego), a także mikroekonomicznych funkcji produkcji;
- 4) tworzenia podstaw współczesnej neoklasycznej teorii wzrostu gospodarczego, opartej na ujęciu strony podażowej;
- 5) możliwości wykorzystania modelu funkcji produkcji w gospodarce planowej czy w gospodarce z podwyższonym zakresem etatyzmu (interwencjonizmu) państwowego;
- 6) możliwości zbadania zjawiska konwergencji względnej i porównania ścieżek rozwoju różnych gospodarek;
- 7) sprawdzenia efektywności funkcjonowania gospodarek w procesach produkcji i inwestowania;
- 8) określania determinant koniunktury gospodarczej i przenoszenia się oddziaływania takich czynników między gospodarkami;
- 9) badania znaczenia nowych czynników, np. środowiskowych czy informacyjnych, w procesach gospodarowania / wzrostu ekonomicznego.

Model funkcji produkcji był i jest również wykorzystywany jako podstawa formułowania prognoz. Szczególnie użyteczne są prognozy oparte na mikroekonomicznej wersji modelu, ponieważ opisuje on konkretny proces wytwarzania na poziomie przedsiębiorstwa. Jeżeli spojrzymy na model makroekonomiczny, to na jego bazie, podobnie jak w modelach mikroekonomicznych, można budować następujące przewidywania:

- 1) wartości efektu produkcyjnego przy ustalonych apriorycznie poziomach wykorzystania czynników produkcji, co pozwala lepiej zrozumieć granice zmian ilościowych w danej gospodarce;
- 2) rozmiarów niezbędnych nakładów czynników produkcji dla osiągnięcia założonego poziomu produktu, co pozwala zidentyfikować potencjalne bariery wzrostu w postaci zbyt wysokich niezbędnych ich nakładów;
- 3) ustalenie niezbędnych dla poprawności przewidywań proporcji między nakładami czynników.

W przypadku przygotowywania prognoz pojawia się bardzo interesujące zagadnienie relacji między przeszłością, dotychczasowym kształtowaniem się zjawiska, a przyszłością, spodziewanym jego kształtowaniem się w prognozowanym okresie. Relacje te bada się najczęściej za pomocą tak zwanych oczekiwań i studiów nad charakterem zależności rozpatrywanych w ekonomii. Dwa najbardziej popularne ujęcia obejmują oczekiwania ekstrapolacyjne oraz adaptacyjne. Pierwsze oznaczają sytuację, w której przyszły przebieg jest w całości (co do czynników i mechanizmu) warunkowany dotychczasowym okresem, czyli przeszłością. Oczekiwania adaptacyjne oznaczają wprowadzenie określonych modyfikacji, jak np. nierównomiernego wpływu zjawisk z przeszłości na ich przyszły przebieg. Ważne są również wspomniane już sposoby rozumienia związków między zjawiskami oraz ich wzajemna ciągłość w czasie (np. Kolenda i Kolenda, 1999). Przy prognozowaniu należy pamiętać także o statystycznych uwarunkowaniach związanych m.in. z przedziałem ufności, statystycznymi testami hipotez czy rozkładami prawdopodobieństw zmiennych wykorzystywanych przy opracowywaniu przyszłych szacunków¹.

Nawet pobieżna analiza powszechności wykorzystania modelu makroekonomicznej funkcji produkcji pozwala dostrzec ciekawe zjawisko, a mianowicie krytyka tego ujęcia nie zmniejszała zainteresowania nim. Wręcz przeciwnie, rosło ono zarówno ze strony jego krytyków, jak i zwolenników. Ponadto nowe wyzwania stojące przed współczesnymi gospodarkami oraz społeczeństwami nie redukowały prób korzystania z modelu makroekonomicznej funkcji produkcji. Wpływały natomiast na poszukiwania sposobów wykorzystania tego modelu do badania nowych problemów. Widać to na przykładzie włączania zasobów środowiskowych do modeli funkcji produkcji czy analizy roli wie-

¹ Wystarczy zapoznać się z pracami, które podejmują kwestie teorii prognozowania, jak np. (Cieślak, 1997; Grabiński i in., 1983; Zeliaś, 1979).

dzy i innowacji we współczesnych procesach produkcji (wzrostu). Prowadzi to nie tylko do określania ścieżek rozwoju, ale także do identyfikacji wiodących czynników oraz pomiaru zakresu (siły, znaczenia) ich wpływu.

4.2. Problemy formalno-obrachunkowe modelu funkcji produkcji

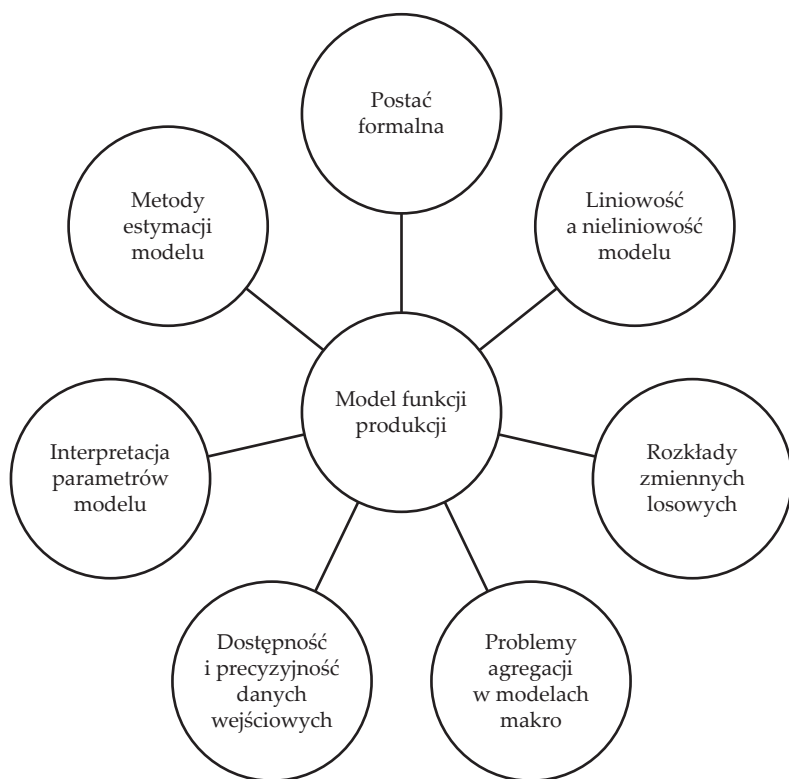
Model funkcji produkcji wzbudza, podobnie jak wiele innych modeli formalnych wykorzystywanych w ekonomii, liczne kontrowersje wynikające bezpośrednio z jego postaci matematycznej. Pierwsze tego typu wątpliwości pojawiły się już na przełomie XIX i XX stulecia, kiedy zaproponowana została idea takiego modelu. Wówczas uczestnicy dyskusji, a zwłaszcza P. Wicksteed, K. Wicksell i V. Pareto, zwrócili uwagę na matematyczne założenia modelu funkcji produkcji w kontekście problemów i warunków spełnianych w ramach rzeczywistych procesów produkcji oraz podziału. Od słynnej pracy P. Wicksteeda *An Essay on the Co-ordination of the Laws of Distribution* (Wicksteed, 1894) każdemu ważnemu opracowaniu dotyczącemu funkcji produkcji towarzyszyły spory wokół jej własności formalno-matematycznych. Można je sprowadzić do kilku następujących kwestii (rys. 4.2):

- do dyskusji nad postaciami formalno-analitycznymi modelu, a zwłaszcza ujęciami multiplikatywnymi czy addytywnymi, jedno- czy wielorównanowymi;
- do kwestii liniowości i/lub możliwości linearyzacji modelu w kontekście powszechnej w zjawiskach ekonomiczno-społecznych nieliniowości;
- do ważnych ze statystycznej poprawności zagadnień rozkładu zmiennych losowych wykorzystywanych w funkcji produkcji;
- do problemów agregacji zmiennych oraz mikrofunkcji, istotnych z punktu widzenia makroekonomicznej, a zatem zagregowanej funkcji produkcji;
- do ciekawego wyzwania łączącego się z dostępnością oraz precyzyjnością danych wejściowych, w ujęciach zarówno czasowych, jak i przekrojowych;
- do dyskusyjnych i wzbudzających wiele kontrowersji interpretacji parametrów modelu funkcji produkcji,
- do łączącego się z postacią formalną i zagadnieniem liniowości problemu metod estymacji modelu, a zwłaszcza klasycznej metody najmniejszych kwadratów i jej odmiany podwójnej (np. Bodkin i Klein, 1967).

Dyskusje wokół postaci analitycznej funkcji produkcji łączyły się z cechami rzeczywistych procesów produkcji. Nawet wstępne obserwacje pokazują, że poszczególne czynniki biorące w nich udział są zarówno komplementarne, a zatem uzupełniające się, jak i substytucyjne, czyli zastępujące się.

Komplementarność wynika z potrzeby uczestnictwa w produkcji wszystkich niezbędnych czynników, w odpowiednich, zgodnych z I zasadą termody-

namiki i wiedzą technologiczną ilościach, a także o odpowiedniej jakości. Ten ostatni warunek powiązany jest z apriorycznie założonymi, czyli pożądanymi cechami finalnego produktu.



Rys. 4.2. Główne kwestie formalno-obrachunkowe formułowane w stosunku do modelu funkcji produkcji

Źródło: opracowanie własne.

Substytucyjność, opisująca zakres wzajemnej zastępowalności czynników wytwórczych w procesach produkcji, jest także cechą realnych zjawisk gospodarczych. Głównym wyzwaniem jest natomiast akceptowalny jej zakres, od zupełnego jej braku aż po pełną wymiennność. O ile spotyka się różne proporcje, w jakich czynniki mogą być wzajemnie zastępowalne, o tyle najczęściej kontrowersji wzbudzają wielkości graniczne. Zupełny brak substytucji może być dopuszczalny, chociaż wymaga to ustalenia albo absolutnie minimalnych, niezbędnych ilości danego czynnika w procesie produkcji, co wyznacza warunek ich komplementarności, albo rozwiązań optymalnych. W drugim przypadku dopuszczenie zmiany proporcji między użytymi czynnikami nie pozwala na zachowanie wielkości optymalnych. Zadanie optymalizacyjne należy rozwią-

zać ponownie. Pełna substytucyjność łamie natomiast bazowy warunek komplementarności czynników w procesach produkcji.

Zakres substytucyjności czynników produkcji, a także jej elastyczność rodzi wiele dodatkowych konsekwencji dla postaci analityczno-formalnych modelu funkcji produkcji, o czym pisze się często w literaturze (np. Czaja, 2020). Dotyczą one bowiem wielu sposobów interpretacji samego modelu, działania prawa malejących przychodów itp. Problem substytucyjności pozwolił na wyróżnienie kilku klas funkcji produkcji, jak np. funkcje typu Cobba-Douglasa, CES czy VES.

Drugie wyzwanie, które przekłada się na analityczną postać funkcji produkcji, łączy się z zagadnieniem addytywności lub multiplikatywności relacji pomiędzy czynnikami. Jest to zagadnienie nie tylko formalne, ale przede wszystkim poznawczo-metodyczne. Dotyczy bowiem oceny wpływu poszczególnych czynników wytwórczych zarówno na efekt produkcyjny (ekonometrycznie zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą)², jak i na siebie wzajemnie, co pozwala podnieść zagadnienie synergii, a zatem pewnej nadwyżki produktowej związanej ze „współdziałaniem” czynników ze sobą. Może ona być ciekawym wyjaśnieniem, przynajmniej częściowym, reszty Solowa-Denisona, traktowanej jako rezydualne działanie postępu technicznego. Może to stanowić nowy, ciekawy kierunek badań nad modelem funkcji produkcji. Biorąc pod uwagę problem substytucji i komplementarności czynników produkcji oraz efekty synergistyczne, najczęściej wykorzystuje się multiplikatywne postaci funkcji produkcji.

Trzecim wyzwaniem wpływającym na analityczno-formalną postać modelu funkcji produkcji jest liczba uwzględnianych czynników. Najczęściej w literaturze wykorzystuje się modele dwuczynnikowe (z kapitałem i pracą) oraz jednoczynnikowe (z technicznym uzbrojeniem pracy). Znacznie rzadziej wykorzystuje się modele, w których występują trzy lub więcej czynników (zmiennych objaśniających). Takie próby dotyczyły energii w modelu Edelberga, nieucieleśnionego postępu technicznego w ujęciu modelu Tinbergena czy modelu Solowa, a także w ekologicznych modelach funkcji produkcji, gdzie pojawia się zmienna „zasoby środowiska przyrodniczego”, czy w modelach opracowywanych dla gospodarki cyfrowej, w których pojawia się zmienna „informacja”.

Problem liniowości czy nieliniowości jest zagadnieniem natury poznawczej. W fizyce, chemii, a zwłaszcza w naukach przyrodniczych dość powszechnie przyjmuje się, że zdecydowana większość relacji pomiędzy zjawiskami ma charakter nieliniowy, a zatem tak je należy interpretować i opisywać za pomocą modeli formalnych. Problemem jest nasza dość ograniczona wiedza i umiejętności obliczania (estymowania) parametrów takich modeli. W znacznie lepszej

² W tym momencie pojawia się zagadnienie sposobu interpretacji zależności pomiędzy zjawiskami. Zobacz szerzej (Maziarz, 2020).

sytuacji jesteśmy wówczas, gdy związki są liniowe. Mamy bowiem do czynienia z modelami prostszymi i bardziej skutecznymi metodami szacowania parametrów. Otrzymane wyniki są zdecydowanie precyzyjniejsze, łatwiejsze do wykorzystania, czy to w procesach decyzyjnych, czy w prognozowaniu.

Jeżeli jednak zależności mają charakter nieliniowy, to zastosowanie podejścia liniowego prowadzi do jednej z dwóch sytuacji: (1) otrzymane wyniki są statystycznie nieistotne, co jest problemem z punktu widzenia weryfikacji modelu czy postawionych hipotez; (2) trzeba przyjąć aprioryczne wartości parametrów, narażając się na popełnienie błędów, jak uczynili to twórcy pierwszego modelu funkcji produkcji – Ch. Cobb i P. Douglas.

Określenie liniowego czy nieliniowego charakteru związku między badanymi zjawiskami łączy się ze złożonymi, dodatkowymi badaniami. Nie zawsze dają one jednoznaczne wyniki pomimo swojej kosztowności i czasochłonności. W przypadku procesów produkcji wstępna analiza podpowiada relacje liniowe lub proporcjonalne. Otrzymane parametry nie zawsze to jednak potwierdzają.

Resumując, można stwierdzić, że kwestia liniowości – nieliniowości relacji między zjawiskami jest jednym z najważniejszych wyzwań nauk ekonomicznych. Każdy sukces poznawczy w tym zakresie będzie przybliżał do lepszego rozumienia zjawisk i procesów ekonomiczno-społecznych, a same modele będą zyskiwać lepsze walory decyzyjne oraz predykcyjne.

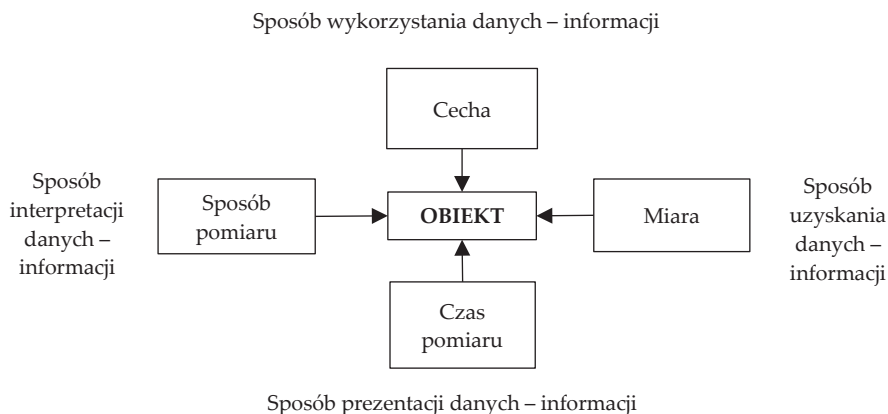
Pozostaje jeszcze jedno bardzo ciekawe zagadnienie związane z makroekonomiczną neoklasyczną funkcją produkcji, czyli analiza wymiarowa. Jest to kwestia istotna w teorii ekonomii i w modelach formalno-ekonomicznych, zwłaszcza w tych ujęciach, które wzorują się na współczesnej fizyce. Analiza wymiarowa wzbudza duże zainteresowanie, nieprzynoszące jednak zbyt wielu ważnych rozwiązań. Znacznie więcej jest natomiast wyzwań badawczych i metodyczno-metodologicznych. Analiza wymiarowa nie będzie przedmiotem dalszych, bardziej szczegółowych rozważań, chociaż w kontekście modelu makroekonomicznej neoklasycznej funkcji produkcji typu Cobba-Douglassa zasługuje na uwagę. Zainteresowanych czytelników można odesłać do odpowiedniej literatury (szerzej: Kwaśnicki, b.d.). Znaleźć można w niej kilka głosów znanych ekonomistów na ten temat, które warto odnotować³.

³ W dwóch numerach czasopisma „Studia Ekonomiczne” („Studia Ekonomiczne” nr 3/2006 oraz nr 1-2/2007) są zamieszczone artykuły: K. Kostro, *Wprowadzenie do dyskusji: Barnett, szkoła austriacka a wymiary w ekonomii*; W. Barnett II, *Wymiary a ekonomia. Niektóre problemy*; W. Kwaśnicki, M. Zieliński, *Uwagi do artykułu Barnetta „Wymiary a ekonomia”*; T. Bednarski, *Głos polemiczny do artykułu Williama Barnetta*; A. Malawski, *Nieco hałasu o coś, czyli kilka uwag ad hoc o wymiarowości w ekonomii*; T. Żylicz, *Czy w ekonomii jednostki pomiaru coś znaczą?*; E. Panek, *Uwagi na marginesie artykułu W. Barnetta „Dimensions and Economics: Some Problems”*; Z. Czerwiński, *Kilka słów o sprawie wymiarów w ekonomii*; Z. Hockuba, *Złożoność a ekonomia. Wybrane problemy. Uwagi na marginesie artykułu Williama Barnetta II*; K.M. Przyłuski, *Wymiary a ekonomia. Nie ma problemu*.

Kolejnym ciekawym wyzwaniem, na które zwracają uwagę ekonomiści, jest dostępność i precyzyjność danych wejściowych. Łączy się ono z elementami zawartymi na rys. 4.3. To, czy obiekt, którym może być określony czynnik produkcji, będzie właściwie przedstawiany, zależy od co najmniej czterech elementów, a mianowicie od: (1) cechy, (2) miary, (3) czasu pomiaru, (4) sposobu pomiaru. Cecha oznacza charakterystykę obiektu, którą w przypadku czynnika produkcji jest zazwyczaj wielkość oraz jednorodność wewnętrzna. Jeżeli warunek jednorodności jest spełniony, wielkość określana jest fizycznymi jednostkami miar, jak np. sztuki, kilogramy, metry itp. Jeżeli warunek homogeniczności nie jest spełniony, wówczas jednostka miary „musi” ułatwić agregację niejednorodnej cechy. Pozostałe dwa elementy – czas i sposób pomiaru – powinny spełniać wymagania modelu. Wymiar temporalny łączy się najczęściej z czasem kalendarzowym – rok, kwartał czy dzień. Pomiar natomiast oznacza albo ewidencję w postaci jednorazowego spisu z natury, albo ewidencję księgową w danym przedziale czasu.

Dostępność i precyzyjność danych wejściowych łączy się nie tylko z aspektami ich deskrypcji, ale także ze sposobami obchodzenia się, co można określić:

- sposobem uzyskania danych, czyli wygenerowania,
- sposobem ich prezentacji, czyli opisu,
- sposobem ich interpretacji, czyli przekształcenia w informację,
- sposobem wykorzystania, czyli nadania danej cechy użyteczności.



Rys. 4.3. Charakterystyka zależności danej (informacji) opisującej obiekt

Źródło: opracowanie własne.

Przedstawione na rys. 4.3 uwarunkowania związane z modelem funkcji produkcji pokazują, jak złożonym procesem poznawczym i obliczeniowym jest samo przygotowanie tego typu rozwiązań, mimo że relacja między efek-

tem produkcyjnym a wykorzystywanymi czynnikami produkcji wydaje się oczywista i jednoznacznie uzasadniona.

Modelowanie funkcji produkcji, poza wszelkimi trudnościami, generuje ważne dla dociekań ekonomicznych wyzwania poznawcze i metodyczno-metodologiczne. Ten właśnie aspekt warto eksponować, ponieważ łączy on pytanie: jak? z pytaniem: dlaczego?

4.3. Problemy precyzyjności szacowania parametrów modelu funkcji produkcji i ich interpretacja

Błędy w dopasowaniu funkcji produkcji powstają wskutek przyjęcia licznych hipotez upraszczających, nieuniknionych przy konstruowaniu dowolnego modelu realnego procesu gospodarczego. W szczególności ograniczenie liczby rozpatrywanych zmiennych (zmniejszenie rozmiarów modelu) prowadzi do tego, że w wyniku oceny statystycznej parametry wchłaniają w siebie zagregowane oddziaływanie wszystkich pominiętych czynników i zależność między zmiennymi ulega przekształceniu (wypaczeniu) w porównaniu z zależnością rzeczywistą. Mamy do czynienia ze sztywnością wymogów stawianych przez odpowiednie metody oceny (estymacji) parametrów. Najczęściej wykorzystuje się metodę najmniejszych kwadratów, pod warunkiem że między argumentami funkcji produkcji nie występuje zależność wzajemna (współliniowość), a w szeregach czasowych nie obserwuje się zależności następnych wyrazów szeregu od poprzednich (autokorelacja). Są jeszcze błędy obserwacji i agregacji (np. Green, 1964).

„Klasyczna teza o neutralności pieniądza implikuje, że poziom realnego produktu jest niezależny od ilości pieniądza w gospodarce” (Snowdon i in., 1998, s. 54). Pozwala to przejść w teorii produkcji czy wzrostu / rozwoju gospodarczego do modelu funkcji produkcji. Krótkookresowa funkcja produkcji jest najpowszechniejszym sposobem interpretacji tego modelu. Zapisana w postaci znanej formuły $Y = AF(K, L)$, gdzie: Y – produkt, K – nakłady kapitału, L – nakłady pracy, wyraża maksymalną wielkość produktu, jaką można wytworzyć za pomocą określonych, danych nakładów pracy i kapitału. Ponieważ modelowi nadaje się postać krótkookresową, co w ekonomii oznacza istnienie wielkości stałych, w funkcji produkcji przyjmuje się najczęściej zmiennność nakładów pracy. Rozmiary nakładów kapitału oraz stan technologii są z założenia na poziomie mikroekonomicznym stałe. W skali całej gospodarki efektywność zużycia kapitału nie jest jednak bez znaczenia. A zatem K oznacza wielkość nakładów kapitału zużytych w danym okresie, natomiast A może być wskaźnikiem łącznej produkcyjności czynników wytwórczych. Tym samym jest to odrębny czynnik wzrostu, obejmujący wpływ ulepszeń technologicznych i podnoszących ogólną efektywność wykorzystania czynników wytwórczych.

Jeżeli w funkcji produkcji założymy stałe przychody skali, to otrzymamy formułę $Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$, gdzie $0 < \alpha < 1$. Tak więc A przyjmuje postać $Y/(K^\alpha L^{1-\alpha})$. Nie są znane jednak sposoby łatwego zmierzenia A . Przyjmuje się zatem metodę rezydualną (resztową).

O ile dane dotyczące produktu, kapitału i pracy są dostępne, chociaż ich pomiar i agregacja bez użycia cen są praktycznie niemożliwe, o tyle α i $(1 - \alpha)$ są szacunkami. Otrzymuje się relację: $\Delta Y/Y = \Delta A/A + \alpha \Delta K/K + (1 + \alpha) \Delta L/L$, czyli funkcję produkcji typu Cobba-Douglassa w postaci stóp zmian. W efekcie mamy $\Delta A/A = \Delta Y/Y - [\alpha \Delta K/K + (1 + \alpha) \Delta L/L]$. Jest to tak zwana reszta Solowa, interpretowana jako miernik postępu technicznego. E. Prescott pisał, że „proces zmian procentowych w procesie technologicznym jest błędzeniem losowym z dryfowaniem plus pewien błąd pomiaru niewykazujący autokorelacji w czasie” (Prescott, 1986, za: Snowden i in., 1998, s. 270), natomiast Ch. Plosser zauważył: „wydaje się, iż możliwe do przyjęcia jest postrzeganie poziomu produktywności jako błędzenia losowego” (Plosser, 1989, za: Snowden i in., 1998, s. 270).

Nie wszyscy badacze zgadzają się z taką interpretacją. Część traktuje A jako wynik kalibracji samego modelu funkcji produkcji do wartości empirycznych, czyli dopasowania danych empirycznych do teoretycznych. W badaniach statystyczno-ekonometrycznych widać zawsze odstępstwo wielkości empirycznych od modelowych. Może być co najmniej kilka powodów takiego stanu rzeczy, a mianowicie:

- 1) błędy pomiarów w praktyce gospodarczej, przy założeniu poprawności analizy wymiarowej i zastosowanych jednostek;
- 2) niepoprawność samej analizy wymiarowej, czyli stosowania niewłaściwych, nieporównywalnych jednostek miary;
- 3) pojawienie się nieuwzględnianych w modelu funkcji produkcji zjawisk zakłócających osiągnięcie maksymalnego produktu, czyli ryzyka i niepewności;
- 4) niepoprawność zastosowanych metod estymacji, np. podejścia liniowego, czyli klasycznej metody najmniejszych kwadratów, do relacji nieliniowych;
- 5) bliżej nierozpoznane wady samego modelu funkcji produkcji, np. w kwestii agregacji zmiennych czy relacji między zmiennymi objaśniającymi a zmienną objaśnianą i samymi zmiennymi objaśniającymi, multiplikatywność a addytywność postaci funkcji.

W tradycyjnym ujęciu modelu funkcji produkcji przyjmuje się kilka jego własności, a mianowicie:

- 1) istnienie dodatniej korelacji między zatrudnieniem a produktem;
- 2) uwzględnianie malejącej produktywności (malejących przychodów) czynnika zmiennego;
- 3) przesunięcie funkcji produkcji w górę, gdy zwiększa się nakład kapitału K i wzrasta efektywność wykorzystania czynników wytwórczych.

Pozwala to dokonać oceny warunków optymalnego poziomu zatrudnienia czynnika zmiennego, czyli pracy, nawet w sytuacji wystąpienia efektu dochodowego. Model klasyczny zakłada bowiem wyższą elastyczność („reagliwość”) pracy na efekt substytucyjny niż dochodowy.

Zestawienie pojawiających się problemów precyzyjności szacowania parametrów modelu makroekonomicznej funkcji produkcji i ich interpretacji dotyczy nie tylko tej klasy modeli czynnikowych, ale modeli oraz modelowania ekonomicznego w ogóle. Praktycznie każdy model przedstawiany oraz wykorzystywany w ekonomii generuje problemy: (1) precyzyjności odzwierciedlenia rzeczywistości gospodarczej, czyli dopasowania; (2) dokładności szacowania parametrów; (3) sposobów ich interpretacji.

Wyzwania te ciekawie interpretuje T. Mayer w swojej pracy *Prawda kontra precyzja w ekonomii* z 1993 roku. „Niniejsza książka bierze w obronę ekonomię empiryczno-naukową przeciwko natrętnemu narzucaniu jej kryteriów właściwych ekonomii formalnej. (...) Podejście to wyrządziło dużo szkód, odwracając uwagę ekonomistów od takich aspektów problematyki, których nie można traktować w sposób rygorystyczny” (Mayer, 1996, s. 8). Natomiast J. Robinson, zapytana o granice dokładności modelowania w ekonomii, dowcipnie odpowiedziała, że dokładny model jest tyle samo wart, ile mapa turystyczno-krajoznawcza w skali 1 do 1.

Problem precyzyjności estymacji parametrów łączy się bezpośrednio z ekonometrycznymi metodami dopasowania teoretycznego modelu do rozkładu empirycznych realizacji modelowanego zjawiska/procesu. To jedno z najważniejszych, ale i najciekawszych wyzwań współczesnej ekonomii i towarzyszącej jej ekonometrii, podejmowane także przy okazji empirycznych zastosowań modelu makroekonomicznej funkcji produkcji.

Nie mniej istotne jest również wielokrotnie podejmowane przy okazji omawiania modelu makroekonomicznej funkcji produkcji zagadnienie interpretacji jej parametrów. Przywołane propozycje, argumenty i kontrargumenty przyczyniły się bez wątpienia do lepszego rozumienia tej klasy modeli i ich relacji w stosunku do rzeczywistych procesów produkcji czy wzrostu / rozwoju ekonomicznego. Brak jednoznacznie i powszechnie akceptowanych rozwiązań to bardzo ważny bodziec do dalszych poszukiwań i pogłębiania wiedzy ekonomicznej.

Problem szeroko pojmowanej precyzyjności modelowania, szacowania i interpretacji parametrów będzie zyskiwał na znaczeniu w miarę rozwoju i doskonalenia technik oraz metod pomiaru, gromadzenia i obróbki danych, czego można oczekiwać od rozwoju sztucznej inteligencji w tym zakresie. Model makroekonomicznej funkcji produkcji pozostanie obiektem badań w tym aspekcie poszukiwań intelektualno-poznawczych.

4.4. Wyzwania informacyjno-agregacyjne modelu funkcji produkcji

Teoria agregacji jest jednym z ważniejszych, a jednocześnie trudniejszych działów ekonometrii. W teorii tej sporo istotnych problemów zostało dotychczas jedynie częściowo rozwiązanych, a w wielu przypadkach nie potrafiono znaleźć jeszcze odpowiedniej metody postępowania. Ogólnie biorąc, przez agregację rozumiemy proces łączenia danych liczbowych dotyczących zbiorów jednostek niższego rzędu, wskutek czego otrzymuje się informacje liczbowe dotyczące jednostek wyższego rzędu. Problematyka teorii agregacji jest bardzo bogata. Oprócz ogólnych rozważań nad istotą i rodzajami agregacji teoria ta zajmuje się ustaleniem związków, jakie zachodzą między poszczególnymi relacjami ekonometrycznymi modeli opisujących stosunki wzajemne między pewnymi jednostkami niższego rzędu a odpowiednimi relacjami modeli dla wielkości zagregowanych, czyli dla wielkości odpowiadających jednostkom wyższego rzędu. Zadaniem teorii agregacji jest także sprecyzowanie odpowiedzi na pytanie, w jaki sposób, dysponując danymi zagregowanymi, można uwzględniać w modelach ekonometrycznych rozkład interesujących nas zmiennych w poszczególnych jednostkach niższego rzędu. Teoria agregacji zajmuje się wreszcie problematyką błędów, jakie mogą powstać przy predykcji na podstawie modeli opartych na danych wysoce zagregowanych, jeżeli na przestrzeni czasu między momentem dokonywania predykcji a okresem T , do którego odnosi się predykcja, zajdą istotne zmiany w strukturze jednostek niższego rzędu, na podstawie których uzyskano dane zagregowane. Zagadnienie to prowadzi do poszukiwania metod tzw. agregacji doskonałej⁴.

Właściwą dyskusję wokół problemów agregacji rozpoczął w 1946 roku wybitny amerykański ekonomista i ekonometryk L. Klein, laureat Nagrody Nobla w dziedzinie ekonomii z 1980 roku. W artykule opublikowanym w periodyku „Econometrica” zwrócił on uwagę na konieczność połączenia teorii firmy opartej na funkcji produkcji z teoriami makroekonomicznymi wykorzystującymi funkcje zagregowane (Klein, 1946)⁵. Zdaniem L. Kleina „Wiele z konstruowanych obecnie matematycznych modeli systemów ekonomicznych, a zwłaszcza teoria cykli koniunkturalnych, jest bardzo luźno związanych z postępowaniem właścicieli firm, które kształtuje się zgodnie z zasadami ekonomicznego działa-

⁴ Pojęcie to wprowadził znany holenderski ekonometryk H. Theil, szukając praktycznych metod takiej agregacji, która nie prowadziłaby do błędów predykcji w przypadku zmian strukturalnych w zbiorowościach jednostek niższego rzędu. Porównaj (Theil, 1954).

⁵ Początkowo, o czym świadczą prace P. Douglasa, Ch. Cobba, V. Edelberga czy J. Tinbergena, ekonomiści szacowali parametry funkcji produkcji dotyczących całej gospodarki narodowej lub pewnych jej działów. Później, pod wpływem prac M. Bronfenbrennera i M.W. Redera, zainteresowania ekonomii zaczęły się koncentrować wokół funkcji produkcji przedsiębiorstw. Zobacz (Bronfenbrenner, 1944; Reder, 1943).

nia. W modelach matematycznych równania popytu na czynniki produkcji dla całej gospodarki wyprowadza się z założenia, że przedsiębiorcy dążą wspólnie do maksymalizacji pewnego agregatowego zysku, podczas gdy w praktyce firmy dążą do maksymalizacji swojego własnego zysku" (Klein, 1946, s. 303). W roku 1947 inny znakomity ekonomista, W. Leontief, sformułował warunek słabej separowalności czynników produkcji jako podstawę możliwości agregacji heterogenicznych dóbr kapitałowych (Leontief, 1947). Rok później A. Nataf ogłosił swój teoremat, zgodnie z którym agregacja funkcji produkcji jest możliwa, jeżeli lokalne funkcje produkcji są addytywnie separowalne względem kapitału i pracy (Nataf, 1948). Kolejne opracowania potwierdzały praktyczną niemożność agregacji zmiennych w makroekonomicznej funkcji produkcji.

W literaturze problemu znaleźć można trzy filozofie rozwiązywania podstawowych problemów agregacji⁶. Dwie polegają na założeniu, że agregacja musi być trwała. Trwałość oznacza, że użycie agregatowej funkcji produkcji do problemu ekonomicznego prowadzi do identycznych wyników, bez względu na otrzymywane relacje produkcyjne. Trzecia jest związana z poszukiwaniem ogólnych zasad agregacji.

Podjęta przez L. Kleina próba określenia warunków agregacji mikroekonomicznych funkcji produkcji miała zdecydowanie ekonometryczno-formalny charakter i nie przyczyniła się bezpośrednio do sprecyzowania ogólnych zasad i warunków agregacji. L. Klein wykorzystał jako agregaty produkcji i nakładów czynników wytwórczych oraz ich cen średnie geometryczne poszczególnych mikrowielkości. Jak zauważył A. Walters, takie ujęcie prowadzi do pewnych nieścisłości arytmetycznych (Walters, 1963). W warunkach konkurencji doskonałej każdy produkt ma jednakową cenę, niezależną od przedsiębiorstwa wytwarzającego dane dobro. Jeżeli cenę wstawimy do wzoru L. Kleina, to cena w gałęzi nie będzie równa jednakowej cenie otrzymywanej przez wszystkie przedsiębiorstwa. To samo dotyczy średniej płacy i ceny usług kapitałowych.

R. Solow, badając możliwości agregacji kapitału w funkcji produkcji, stwierdził, że agregacja taka jest możliwa tylko wtedy, kiedy stosunek produktywności krańcowej dwóch dowolnych wybranych dóbr kapitałowych jest zależny jedynie od wkładu kapitału (a nie od innych czynników) (Hesse i Linde, 1976). Uogólniając, można to twierdzenie sformułować nieco inaczej. Grupa czynników ($L_1, \dots, L_m$) jest agregowalna, kiedy stosunek produktywności krańcowej dwóch dowolnych wybranych czynników z tej grupy zależy tylko od

⁶ Pierwsza *filozofia* wiąże się z pracami L. Kleina i R. Solowa (1946, 1956). Autorzy potraktowali mikrofunkcje produkcji jako relacje techniczne. Druga *filozofia* zapoczątkowana została niezależnie przez K. Maya (1946, 1947) i S. Pu (1946). Funkcja produkcji traktowana jest jako relacja techniczna oraz model teoretyczno-ekonomiczny wykorzystywany do badania relacji ekonomicznych w zakresie teorii popytu (funkcja popytu) i alokacji. Trzecią *filozofię* zapoczątkował H. Theil (1954).

wkładu czynników, które do tej grupy należą. Dla pewnej funkcji produkcji własność tę można przedstawić następująco:

$$\text{jeżeli mamy } Q = F(L_1, \dots, L_m; K_1, \dots, K_n),$$

to musi być:

$$[\partial F / \partial L_r; \partial F / \partial K_i] : \partial K_i = 0, \text{ dla dowolnych } i \in 1, \dots, n,$$

$$[\partial F / \partial K_i; \partial F / \partial L_r] : \partial L_r = 0, \text{ dla dowolnych } r \in 1, \dots, m.$$

Jeżeli funkcja produkcji F ma powyższą własność, to będzie nazwana funkcjonalnie rozdzielną. Używając tego pojęcia, sformułujemy warunek agregacji następująco: grupy czynników $L_1, \dots, L_m$ i $K_1, \dots, K_n$ w funkcji produkcji $Q = F(L_1, \dots, L_m; K_1, \dots, K_n)$ są agregowalne, kiedy F względem tych grup czynników jest funkcjonalnie rozdzielna. Wówczas funkcja produkcji przybierze postać:

$$Q = F(L, K),$$

gdzie: $L = L(L_1, \dots, L_m)$ i $K = K(K_1, \dots, K_n)$.

Powyższe funkcje agregatowe (indeksowe) muszą spełniać trzy podstawowe warunki⁷:

1. Funkcja indeksowa powinna być jednoznaczna. Oznacza to, że każda dowolna kombinacja K_i (lub L_i) musi posiadać tylko jedną wartość agregatu. Agregat ten zależy jedynie od części składowych, a nie zależy od innych czynników. Agregat musi przybierać wartości nieujemne.
2. Jeżeli powiększamy dowolny argument funkcji agregatowej, przy stałości wszystkich pozostałych argumentów, agregat powinien rosnąć. Formalnie oznacza to, że dla $L = L(L_1, \dots, L_m)$ i $K = K(K_1, \dots, K_n)$ muszą być spełnione warunki:

$$\partial K / \partial K_i > 0, i = 1, \dots, n,$$

$$\partial L / \partial L_r > 0, r = 1, \dots, m.$$

3. Wzrost wszystkich argumentów funkcji agregatowej w jednakowej proporcji procentowej powoduje taki sam procentowy wzrost wielkości agregatu.

Opierając się na powyższym teoremacie R. Solowa, ekonomiści podejmowali w ostatnim trzydziestoleciu wiele prób precyzowania różnorodnych warunków agregowalności poszczególnych zmiennych i klas funkcji produkcji. Otrzymane wyniki nie napawają jednak optymizmem. Trwała agregacja jest możliwa w określonych warunkach modelowych, kiedy albo nie istnieje możliwość substytucji pomiędzy czynnikami produkcji, albo indywidualne, linio-

⁷ Szerzej na ten temat w (Hesse i Linde, 1976, cz. II, s. 236-240). Zapis $[\partial F / \partial L_r; \partial F / \partial K_i] : \partial K_i = 0$, dla dowolnych $i \in 1, \dots, n$ oraz analogicznie $[\partial F / \partial K_i; \partial F / \partial L_r] : \partial L_r = 0$, dla dowolnych $r \in 1, \dots, m$ możemy odczytać w ten sposób, że produkt krańcowy jakiegokolwiek dobra kapitałowego nie zmienia relacji, w jakiej powstają względem siebie dwa dowolnie wybrane rodzaje pracy (L_r, L_i).

wo-homogeniczne funkcje produkcji są tego typu, że przy optymalnej alokacji środków produkcji intensywności środków produkcji w każdym zastosowaniu są równe. W rzeczywistości warunki te nie są spełnione. Indeks (agregat) ilości kapitału i indeks cen kapitału nie są niezależne od wkładu pracy (niespełniony jest teoremat Solowa) (Pokropp, 1972).

W 1954 roku ukazała się znana praca H. Theila dotycząca liniowej agregacji relacji ekonomicznych (Theil, 1954). Agregaty sformułowane przez H. Theila były liniowymi funkcjami zmiennych mikroekonomicznych, a między tymi mikroekonomicznymi zmiennymi zachodziły również liniowe zależności funkcyjne. Nie zajmował się on funkcjami produkcji, niemniej jednak jego praca miała silny wpływ na sposoby traktowania problemu agregacji funkcji mikroekonomicznych. Dla funkcji CES próbowano definiować agregatowe zmienne jako sumę zmiennych mikroekonomicznych. Dla funkcji typu Cobba-Douglasa – liniowej po zlogarytmowaniu – próbowano stosować teorię agregacji relacji liniowych opracowaną przez H. Theila. Oznacza to w efekcie powrót do koncepcji L. Kleina. Poprawność takiego rozumowania zakwestionował F. Fisher (1969). Doszedł on do wniosku, że ogólnie biorąc nie da się pogodzić założeń o liniowej zależności między mikro- i makrozmiennymi z założeniami dotyczącymi zależności pochodnych mikro- i makroekonomicznej funkcji produkcji, a więc agregatowa funkcja nie istnieje.

Problem agregacji nabiera szczególnego znaczenia ze względu na rolę makroekonomicznej funkcji produkcji. Jest ona niezbędnym narzędziem analizy w makroekonomii. Występuje praktycznie w każdej dyskusji ekonomicznej od momentu pojawienia się ekonomii neoklasycznej, bez względu na to, czy jest wyrażona formalnie (matematycznie), czy też nie. Funkcja produkcji zyskała dodatkowe znaczenie w teorii wzrostu, w tym również uwarunkowanego ekologicznie (por. Czaja i in., 1993, rozdz. 5-7). Rola, jaką odgrywa funkcja produkcji w teorii ekonomii, sprzyja próbom ekonometrycznego określenia parametrów. Ekonometrycy w sposób szczególny stykają się z problemami agregacji i mierzenia czynników produkcji oraz produktu. W praktyce ekonometrycy posługują się agregatami: produkcji $g_i p_i$, gdzie p_i – cena i -tego produktu; kapitału $K_i p_i$, gdzie p_i – cena i -tego dobra kapitałowego, i agregatem pracy L_i opartym na liczbie zatrudnionych lub godzinach pracy z ewentualnym uwzględnieniem kwalifikacji. Agregaty tego rodzaju stają się bardziej pojęciem statystycznym niż miarą konkretnej zmiennej, ich wielkość zmienia się w zależności od ich wewnętrznej struktury, w zależności od cen będących podstawą agregacji, zwykle odbiegających od warunków równowagi, a więc teoretycznie nieprawidłowych. Posługiwanie się takimi agregatami jest koniecznością, gdyż brakuje innych bardziej dokładnych informacji w skali całej gospodarki. W tych warunkach posługiwanie się koncepcją produktywności krańcowej jest bardzo utrudnione, jeżeli nawet nie pozbawione sensu. To wpłynęło również na poszukiwanie możliwości agregowania nie zmien-

nych, lecz funkcji produkcji poszczególnych przedsiębiorstw. Nie jest to jednak podstawowy wątek dyskusji, a dodatkowo nie rozwiązuje wcześniej powstałych problemów. Agregacja wymaga nie tylko określenia charakteru związku między poszczególnymi poziomami agregacji (mikro- a makroekonomiczna), ale niesie też problem miernika. Wiele kontrowersji wywołuje również problem danych wykorzystywanych w badaniach ekonometrycznych, a szczególnie danych o zasobie kapitału i zatrudnienia oraz danych czasowych (*time series*) i przekrojowych (*cross sectional*).

Ustalenie prawidłowych, zgodnych z teorią ekonomii i korespondujących z rachunkiem ekonomicznym, metod mierzenia nakładów czynników produkcji oraz ilości uzyskanego produktu nadal jest jednym z głównych problemów teorii i praktyki ekonomicznej. Ekonomści różnych szkół intensywnie poszukują prawidłowych zasad i metod rachunku ekonomicznego, a jednocześnie, idąc za wskazówką K. Sato, iż „mierzenie bez teorii popycha nas na grząski teren” (Sato, 1975, s. XXI), starają się rozwinąć teoretyczne podstawy agregacji i usunąć niedoskonałości modelu makroekonomicznej funkcji produkcji ujawnione w licznych dyskusjach stanowiących jeden z głównych elementów współczesnej ekonomii.

Zakończenie

Funkcja produkcji pozostaje nadal głównym modelem ekonomii neoklasycznej o znaczeniu przekraczającym ramy tej szkoły. Stała się również trwałym elementem ekonomii postkeynesowskiej oraz marksistowskiej, nie tylko jako obiekt krytycznych analiz. Model funkcji produkcji jest wykorzystywany zarówno w analizie mikroekonomicznej, do opisu procesu produkcji zachodzącego w przedsiębiorstwie (firmie), jak i w ujęciu makroekonomicznym, do opisu oraz analizy procesów produkcji, podziału i wzrostu gospodarczego.

W pojęciu funkcji produkcji znalazła wyraz charakterystyczna dla współczesnej ekonomii tendencja formalizacji, aksjomatyzacji i logicznej przejrzystości rozważań ekonomicznych, szerokiego wykorzystywania modeli i procedur modelowania. Funkcja produkcji odzwierciedla także silne dążenie ekonomii neoklasycznej do ujęcia produkcji (czy szerzej – gospodarki) kapitalistycznej jako produkcji (gospodarki) w ogóle i analizowania procesu produkcji bez poważniejszych powiązań ze społeczną i instytucjonalną formą jej organizacji.

Wprowadzając do teorii ekonomii pojęcie funkcji produkcji opierającej się przede wszystkim na zależnościach techniczno-ekonomicznych, ekonomia neoklasyczna prezentowała ogólne prawa produkcji (prawa uniwersalne w ujęciu J.B. Clarka), bez szerszego uwzględniania ich ram społecznych. Idea niezależnych od instytucjonalno-społecznych form gospodarowania praw produkcji staje się coraz popularniejsza w całej współczesnej ekonomii. Jej wyrazem jest m.in. próba przekształcenia ekonomii w dział prakseologii, rozwinięta w ramach nurtu subiektywno-marginalistycznego, a w formie klasycznej już dziś zaprezentowana przez koncepcję L. Robbinsa.

Rozwój ekonometrii i technik formalnych dodatkowo zwiększył popularność funkcji produkcji. Z jednej strony, prekursorskie badania P. Douglasa i Ch. Cobba pozwoliły znaleźć empiryczne dowody na istnienie zależności opisywanych przez funkcję produkcji w gospodarce, z drugiej – nowoczesne techniki obliczeniowe umożliwiły wykorzystywanie funkcji produkcji w bieżącym sterowaniu produkcją (szczególnie poprzez wykorzystanie procedur optymalizacyjnych i prognostycznych). Dodatkowym impulsem upowszechniania w analizie ekonomicznej całej klasy modeli funkcji produkcji był rozwój współczesnej teorii wzrostu. Dzięki pracom R. Harroda i E. Domara znalazła w niej zastosowanie funkcja LHD, uwzględniająca komplementarność czynni-

ków produkcji, dzięki zaś badaniom R. Solowa – najpowszechniejsza w ekonomii neoklasycznej funkcja zakładająca substytucję czynników produkcji. Funkcja produkcji okazała się, przynajmniej teoretycznie, modelem opisującym równie dobrze proces produkcji i podziału produktu społecznego (dochodu), jak i proces wzrostu.

Jak każdy model ekonomiczny funkcja produkcji nie jest pozbawiona założeń i uproszczeń, które wywołały liczne kontrowersje i krytyki. Najsilniejsze spory związane były z neoklasyczną koncepcją funkcji produkcji, jej podstawowymi założeniami poznawczo-metodologicznymi (prawo Saya, model doskonałej konkurencji, założenie ogólnej racjonalności postępowania podmiotów gospodarujących, prawo produkcyjności krańcowej czynników produkcji) oraz z interpretacją parametrów i otrzymywanych wyników i miały miejsce w latach sześćdziesiątych i pierwszej połowie lat siedemdziesiątych XX stulecia. Dyskusje te, znane pod nazwą „sporów wokół teorii kapitału” lub polemiki „Cambridge kontra Cambridge”, nie tyle przyczyniły się do obniżenia słabości modelu neoklasycznej funkcji produkcji (najważniejsze niedoskonałości tego modelu były znane już od czasów P. Wicksteeda, K. Wicksella i J. Schumpetera), ile przyniosły wiele bardzo interesujących rozwiązań teoretycznych i badań empirycznych, wpływając na dalszy rozwój neoklasycznej teorii produkcji, podziału i wzrostu. Ocena konsekwencji toczących się wówczas dyskusji i dalszego rozwoju koncepcji funkcji produkcji czy, szerzej, ekonomii neoklasycznej, skłania do uznania roli ekonomii neoklasycznej przedstawionej przez B. Fiedora. Jego zdaniem: „atak podjęty ze stanowiska postkeynesowskiego czy też neoricardiańskiego (P. Sraffa, L. Pasinetti, J. Robinson) nie spowodował istotnej erozji pozycji, jaką myśl neoklasyczna zajmuje we współczesnej ekonomii... Mimo całej dyskusji nad neoklasycznym pojęciem kapitału i jego miarą, mimo zdecydowanego ataku postkeynesistów na fundament teoretyczny ekonomii neoklasycznej, jaką jest teoria produkcyjności krańcowej czynników wytwórczych i bezpośrednio z niej wynikająca marginalna teoria podziału, pozostaje ekonomia neoklasyczna do dzisiaj panującą ortodoksją” (Fiedor, 1986, s. 5). Spektakularnym potwierdzeniem tej oceny może być fakt, iż zdecydowana większość laureatów Nagrody Nobla w dziedzinie ekonomii to przedstawiciele ekonomii neoklasycznej, ale zarazem jest to krytykowane. Można bez ryzyka większej pomyłki stwierdzić, że każdy ważniejszy traktat ekonomiczny i ekonometryczny zajmujący się problemami produkcji, podziału i wzrostu gospodarczego zawiera przynajmniej fragment poświęcony funkcji produkcji.

Popularność funkcji produkcji we współczesnej myśli ekonomicznej wynika z co najmniej kilku podstawowych przyczyn:

1. Wykorzystując względną samodzielność procesów pracy i względną samodzielność czynników produkcji, okazała się trafnym, dość precyzyjnym narzędziem odzwierciedlającym ekonomiczne warunki procesu produkcji, co pozwoliło szeroko wykorzystywać ją również do opisu procesów

wzrostu gospodarczego. Stała się z tego powodu podstawowym modelem neoklasycznej teorii wzrostu. Mamy tu na myśli przede wszystkim funkcję produkcji opisującą czynniki produkcji o charakterze substytucyjnym. Liczne zastosowania znalazła również funkcja produkcji wykorzystująca komplementarność czynników produkcji. Funkcja produkcji może w postaci formalnej opierać się na ujęciu zarówno funkcyjnym, wymagającym ciągłości zmian, jak i macierzowym, o dyskrecjonalnym charakterze. To dodatkowo zwiększa zakres jej wykorzystywania i popularność.

2. Funkcja produkcji jako model opiera się na głównych założeniach poznawczo-metodologicznych ekonomii neoklasycznej. Sama konstrukcja tego modelu pozwala założenia te dość precyzyjnie wmontowywać, co dodatkowo zwiększa jego atrakcyjność. Można sformułować tezę, że funkcja produkcji, ze względu na swój charakter i strukturę wewnętrzną (logiczną i formalną), z jednej strony jest zgodna z formalno-modelowym charakterem rozważań ekonomicznych, z drugiej łączy i wykorzystuje akceptowane przez najsilniejszy teoretycznie kierunek współczesnej ekonomii założenia poznawczo-metodologiczne.
3. Funkcja produkcji ma wiele zalet interpretacyjnych, co pozwala nie tylko wykorzystywać ją do bieżącego zarządzania czy planowania gospodarczego (w skali mikro- i makroekonomicznej), lecz także interpretować wiele kategorii i zjawisk ekonomicznych w duchu marginalnej teorii podziału.
4. Istotną zaletą funkcji produkcji, podkreślaną przez wszystkie interesujące się nią szkoły teoretyczne, jest możliwość jej wykorzystywania w analizie ekonomicznej, bieżącym zarządzaniu i planowaniu. Rozszerza to znacznie aplikacyjną użyteczność tego modelu.
5. Pewna swoboda interpretacyjna czyni funkcję produkcji atrakcyjną dla wielu szkół teoretycznych, często konkurujących ze sobą. Związane jest to także z „inżynierskim” charakterem funkcji produkcji. Pomimo pewnych ograniczeń, stosuje się ją przy ustalaniu rozmaitych zależności funkcyjnych w gospodarce, np. zależności między przyrostem produkcji a nakładami niezbędnych zasobów, między dynamiką globalnego produktu narodowego a okresem zwrotu kapitału, uzbrojeniem pracy w kapitał i jej produktywnością oraz między samymi elementami procesu produkcji i wzrostu. Budowa i analiza funkcji produkcji to ważny instrument modelowania postępu technicznego. Dopuszczalne wyniki daje ona także przy ustalaniu długookresowych kierunków wzrostu (rozwoju) gospodarczego, ponieważ w takiej analizie na znaczeniu zyskuje charakterystyka poziomu i struktury technologii, tempa i głównych tendencji postępu technicznego, do czego powszechnie wykorzystuje się funkcję produkcji.
6. Model ten znalazł też szerokie zastosowanie w analizie czynnikowej. Funkcja produkcji jest częstym instrumentem analitycznym przy badaniu problemów ekonomicznej efektywności produkcji, przy określaniu proporcji

podziału, zarówno pomiędzy czynniki produkcji, jak i pomiędzy akumulację i spożycie, przy wyborze typu reprodukcji (intensywna a ekstensywna, kapitałochłonna a pracochłonna), przy ustalaniu stopnia wzajemnej substitucji i najbardziej celowych kombinacji zasobów czynników produkcji (pracy, kapitału, zasobów przyrodniczych) w celu maksymalizacji produktu społecznego i zysku. Zastosowanie funkcji produkcji w analizie czynnikowej jest akceptowane w wielu szkołach teoretycznych. Funkcja produkcji pozwala również na ocenę ogólnej, kompleksowej efektywności produkcji, przełamując ograniczenia cząstkowych, jednostronnych wskaźników efektywności.

7. Najszersze zastosowanie funkcja produkcji znajduje jednak przy określaniu przyszłych rozmiarów produkcji. Już od dłuższego czasu korzysta się z tego modelu w prognozach ogólnoeconomicznych, a jego elementy stosuje się na wszystkich poziomach agregacji i w modelach wszystkich horyzontów czasowych, tzn. krótko-, średnio- i długookresowych. Jak wykazuje doświadczenie, ujęcie to jest najbardziej efektywne na poziomie mikroekonomicznym, w funkcjach technicznych i techniczno-produkcyjnych, choć również ujęcie makroekonomiczne nie jest pozbawione zasadności, szczególnie w gospodarkach spełniających, przynajmniej w przybliżeniu, założenia modelu.
8. Dogodność funkcji produkcji polega m.in. na tym, że pozwala ona sprowadzić ogromny zasób źródłowej informacji ekonomicznej do niewielkiej liczby parametrów techniczno-ekonomicznych charakteryzujących proces produkcji (wzrostu) i dominujące tendencje postępu technicznego oraz naukowego, parametrów pozwalających zmierzyć w toku analizy funkcjonalnej poszczególne czynniki podnoszenia efektywności gospodarowania. Funkcja produkcji pozwala więc np. odzwierciedlić sumaryczne zmiany w technologii i organizacji produkcji, w uzbrojeniu kapitałowym pracy i w materiałochłonności produkcji, w jakościowej strukturze siły roboczej (poziom wykształcenia ogólnego i kwalifikacji zawodowych, jego zmiany), w oszczędnościach wynikających ze skali produkcji itd. Funkcja produkcji wyraża ustalone na podstawie przeszłych doświadczeń przeciętne rozmiary produkcji przy danym poziomie techniki i technologii oraz przy pewnej kombinacji zastosowanych zasobów, które w najbardziej ogólnej postaci reprezentują siła robocza (praca), kapitał (środki produkcji), wykorzystane działki ziemi (bogactwa przyrodnicze) oraz postęp techniczny.
9. Operacyjną zaletą funkcji produkcji jest możliwość sprowadzania jej formuł do postaci liniowej (zlogarytmizowanej), co bardzo ułatwia „obróbkę” ekonometryczną modelu. Nieliniowa postać wyjściowa pozwala natomiast dobrze opisać (oddać charakter) nieliniowość procesów gospodarczych. Zwiększa to dodatkowo zainteresowanie tym modelem.

10. Funkcja produkcji nie wyczerpała wszystkich swoich możliwości interpretacji i zastosowania. Świadczy o tym coraz szersze wykorzystywanie tego modelu w rozwijających się szczególnie dynamicznie w ostatnich latach badaniach ekologiczno-ekonomicznych, przede wszystkim w teorii wzrostu uwarunkowanego ekologicznie (wzrostu ekologicznie-ekonomicznie zrównoważonego). Ta dodatkowa płaszczyzna zastosowania funkcji produkcji i połączona z nią możliwość reinterpretacji modelu jest szczególnie interesująca w świetle coraz powszechniejszej tendencji do zmiany dotychczasowych paradygmatów teorii ekonomii i włączenia zagadnień ekologicznych w ramy ekonomii politycznej, tendencji warunkowanej ograniczonością środowiska przyrodniczego oraz jego postępującą degradacją.

Nowe możliwości poznawcze i interpretacyjne tkwiące w funkcji produkcji zwiększają atrakcyjność modelu i skłaniają do dalszych badań teoretycznych oraz empirycznych opierających się na funkcji produkcji. Można mieć nadzieję, że modele ekonomiczno-matematyczne (wśród nich i funkcja produkcji) będą znajdować coraz szersze zastosowanie w badaniach aplikacyjnych i teoretycznych w nowych warunkach stworzonych przez aktualne i przyszłe tendencje w rozwoju postępu naukowo-technicznego oraz przeobrażenia ekologiczno-ekonomiczne.

Reasumując, można postawić pytanie: dlaczego model makroekonomicznej, neoklasycznej funkcji produkcji jest tak bardzo popularny w literaturze ekonomicznej? Gdyby spojrzeć na jego walory poznawcze, predykcyjne, a zwłaszcza decyzyjne, nietrudno jest znaleźć powody tej sytuacji.

Można się doszukać jeszcze innej interpretacji popularności modelu makroekonomicznej, neoklasycznej funkcji produkcji, a mianowicie: posiada on ciekawe formalno-matematyczne właściwości, pozwalające na określone przekształcenia i interpretacje otrzymanych wyników. Jednak większość spośród tysięcy artykułów ukazujących się corocznie w periodykach ekonomicznych na świecie nie ma, niestety, poważniejszych walorów poznawczych, a także znaczenia decyzyjnego. Jest jedynie zgodna z obowiązującym trendem modelowego przedstawiania problemów gospodarczych. Każdy artykuł, który ma być opublikowany, musi bowiem zawierać:

- 1) przegląd dotychczasowego dorobku literatury, bez względu na to, czy jest ona wartościowa, czy nie, po to, aby zwiększać wskaźniki wpływu,
- 2) prezentację modelu, który posłużył autorowi do statystycznego „przemienienia danych”,
- 3) ekspozycję dorobku własnego, który nie musi się bezpośrednio odnosić do rzeczywistości gospodarczej i nie musi być szczególnie ciekawy.

W znaczącej liczbie przypadków poszczególne opracowania przynoszą informacje, które ani nie rozwijają wiedzy w danym zakresie, ani nie są szczególnie użyteczne. Są natomiast wyrazem swoistej „dyktatury matematyzujących ekonomistów”. W opracowaniach modelowych niewiele jest uchybień logicz-

nych, łatwo się je recenzuje i są eleganckie narracyjnie. Ich „drobną wadą” jest brak dopasowania do rzeczywistości społeczno-gospodarczej.

Z właściwą sobie umiejętnością J.K. Galbraith ujmuje to zjawisko, pisząc o „technicznej ucieczce” ekonomii od realnego świata życia gospodarczego w świat abstrakcyjnych, sformalizowanych modeli ekonomicznych (Galbraith, 2011, s. 262).

Warto tu przytoczyć jeszcze inną, dość zabawną i zarazem zmuszającą do poważnej refleksji, trójelementową argumentację na rzecz popularności modelu funkcji produkcji (Growiec, 2012). Zgodnie z nią używamy tego modelu: 1) ponieważ jest to według P.A. Samuelsona (1961) i R. Solowa (1966) użyteczna metafora, dostatecznie dobra aproksymacja na potrzeby badań empirycznych, gdzie trzeba dokonywać określonych uproszczeń; 2) gdyż akceptujemy stwierdzenie, że dopóki model działa, to go nie kwestionujemy, jak zauważa Ch. Ferguson (1972), zwłaszcza że daje on relatywnie szerokie możliwości interpretacji danych empirycznych poprzez analogię w podejściu mikro i makro, co wyeksponował R. Solow (1966), a także 3) ze względu na syndrom TINA (*There is no Alternative*), czyli brak lepszych opcji.

W pracy dokonano oceny popularności makroekonomicznej funkcji produkcji w badaniach i prognozowaniu relacji ilościowych w procesie wzrostu, ze szczególnym uwzględnieniem postępu naukowo-technicznego i kwalifikacji (kapitału ludzkiego) jako czynników współczesnego wzrostu gospodarczego. Ten ostatni kierunek badań świadczy wyraźnie o niewyczerpanych jeszcze możliwościach poznawczych tkwiących w modelach opartych na funkcji produkcji. Można mieć nadzieję, że modele ekonomiczno-matematyczne (w tym także funkcja produkcji) będą znajdować coraz szersze zastosowanie w badaniach aplikacyjnych i teoretycznych w nowych warunkach tworzonych przez nowe tendencje w rewolucji naukowo-technicznej oraz przeobrażenia ekologiczno-ekonomiczne.

Bibliografia

- Aghion, P. i Durlauf, S. (2005-2014). *Handbook of Economic Growth*. Elsevier.
- Aghion, P. i Howitt, P. (1992). A Model of Growth through Creative Destruction. *Econometrica*, 60, 323-351.
- Allen, R. (1975). *Teoria makroekonomiczna*. PWN.
- Alter, L. (1966). Metodologiczskie problemy teorii ekonomicznego rosta. *Mirowa ekonomika i miedzunarodnye otnoszenija*, 12, 80-85.
- Andrzejczak, A. (2011). *Ekonomizacja szkolenia pracowników jako czynnik wartości przedsiębiorstwa*. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu.
- Armstrong, M. (2011-2016). *Zarządzanie zasobami ludzkimi*. Wolters Kluwer Polska.
- Arrow, K. J. (1974). Limited Knowledge and Economic Analysis. *American Economic Review*, 64(3).
- Arrow, K. (1962). The Economic Implications of Learning by Doing. *Review of Economic Studies*, 29, 155-172.
- Ayres, R. i Miller, M. (1990). The Role of Technological Change. *Journal of Environmental Economics and Management*, 7, 353-371.
- Barkałow, N. (1981). *Proizvodstwiennye funkcii w modelijach ekonomicznego rosta*. Izdatelstwo Ekonomia.
- Barro, R. (1991). Economic Growth in a Cross-Section of Countries. *Quarterly Journal of Economics*, May.
- Barro, R. i Sala-i-Martin, X. (2003). *Economic Growth*. The MIT Press.
- Bączkowski, A. (1974). *Mierniki intensywności wzrostu gospodarczego*. PWE.
- Becker, G. (1964). *Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education*. National Bureau of Economic Research, New York, University of Chicago Press.
- Becla, A. (2018). *Pozyskiwanie, wykorzystanie i ochrona informacji w warunkach gospodarki opartej na wiedzy i społeczeństwa informacyjnego*. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.
- Becla, A., Czaja, S., Hałasa, J. M. i Rumianowska, I. (2001). *Elementy mikroekonomii*. Wydawnictwo I-BiS.
- Bergström, V. i Melander, H. (1979). Production Function and Factor Demand Functions in Postwar Swedish Industry. *Scandinavian Journal of Economics*, 4.
- Bhaduri, A. (1969). On the Significance of Recent Controversies on Capital Theory: A Marxian View. *Economic Journal*, 79, 532-539.
- Blaug M. (1995). *Metodologia ekonomii*, PWN, Warszawa
- Blaug, M. (2003). *Ugly Currents in Modern Economics*, za: D. Wade Hands, Did Milton Friedman's Methodology License the Formalist Revolution. *Journal of Economic Methodology*, 4.

- Bodkin, R. i Klein, L. (1967). Nonlinear Estimation of Aggregate Production Function. *Review of Economics and Statistics*, 49.
- Böhm-Bawerk von, E. (1891). *The Positive Theory of Capital*. Macmillan.
- Bontis, N. i Choo, C. (red.) (2002). *Strategic Management of Intellectual Capital and Organizational Knowledge*. Oxford University Press.
- Bosworth, D. (1976). *Production Functions*. Lexington Mass.
- Bratnicki, M. (2000). Pomiar kapitału intelektualnego. *Ekonomika i Organizacja Przedsiębiorstwa*, 11, 12-15.
- Bronfenbrenner, M. (1944). Production Function: Cobb-Douglas, Interfirm, Intrafirm. *Econometrica*, 12(1), 35-44.
- Bronfenbrenner, M. i Douglas, P. H. (1939). Cross Section Studies in the Cobb-Douglas Function. *Journal of Political Economy*, 12.
- Bruno, M., Burmeister, E. i Sheshinski, E. (1966). The Nature and Implications of the Re-switching of Techniques. *Quarterly Journal of Economics*, 21(4), 526-553.
- Bugajska-Besztak, B., Czaja, S. i Jakubczyk, Z. (1991). Podstawy metodologiczne i poznawcze makroekonomicznej neoklasycznej funkcji produkcji (uwagi wstępne). *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu*, 603, 91-102.
- Cartwright, N. i Reiss, J. (2008). Uncertainty in Econometrics: Evaluating Policy Counterfactuals. *Error in Economics: Towards a More Evidence-Based Methodology* (s. 187-213). Routledge.
- Cass, D. (1965). Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. *Review of Economic Studies*, 32, 233-240.
- Champerowne, D. (1953-1954). The Production Function and the Theory of Capital: A Comment. *Review of Economic Studies*, 20(2), 112-135.
- Chenery, M. B. (1949). Engineering Production Functions. *Quarterly Journal of Economics*, 4.
- Chmiel, J. (2011). *Wartość, cena, zysk a racjonalność dynamicznej gospodarki*. Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Chmiel, J. (1983). *Analiza procesów produkcyjnych za pomocą funkcji produkcji typu Cobb-Douglasa*. PWN.
- Cieślak, M. (red.) (1997). *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania*. Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Cobb, Ch. i Douglas, P. (1928). The Theory of Production. *American Economic Review*, 8(1), supplement (March 1928), 139-165.
- Costanza, R. (1992). Energia ucieleśniona i wartość ekonomiczna. *Środowisko-społeczeństwo-gospodarka*. Wydawnictwo Ekonomia i Środowisko.
- Czaja, S. (1989). *Makroekonomiczna funkcja produkcji i jej krytyka w ekonomii postkeynesowskiej i marksistowskiej*. Niepublikowana rozprawa doktorska. Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu.
- Czaja, S. (1997a). Problem i warunki agregacji funkcji produkcji we współczesnej teorii ekonomii. Krótki przegląd zagadnień. *Ekonomia i Międzynarodowe Stosunki Gospodarcze*, 2, 34-40.
- Czaja, S. (1997b). *Teoriopoznawcze i metodologiczne konsekwencje wprowadzenia prawa entropii do teorii ekonomii*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu.
- Czaja, S. (2011). *Czas w ekonomii*. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.
- Czaja, S. (2014). Informacyjne uwarunkowania wykorzystania modeli ekonomicznych w badaniu relacji gospodarka – środowisko przyrodnicze (na przykładzie modelu funkcji produkcji). *Optimum. Studia ekonomiczne*, 4, 3-21.

- Czaja, S. (2020a). *Makroekonomiczna neoklasyczna funkcja produkcji. Tom 1. Geneza, istota, założenia, klasy*. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.
- Czaja, S. (red.). (2020b). *Historia myśli ekonomicznej. Zarys problematyki*. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.
- Czaja, S. i Becla, A. (2020). Zalety i wady (ograniczenia) podstawą popularności modelu makroekonomicznej funkcji produkcji. *European Journal of Management and Social Sciences*, 1, 11-16.
- Czaja, S., Becla, A., Włodarczyk, J. i Poskrobko, T. (2012). *Wyzwania współczesnej ekonomii. Wybrane problemy*. Difin.
- Czaja, S. i Fiedor, B. (1985). Postęp naukowo-techniczny jako czynnik wzrostu gospodarczego Polski. Próba analizy ilościowej. *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu*, 314, 91-104.
- Czaja, S. i Fiedor, B. (2003). Kapitał ludzki oraz mechanizmy i główne sfery jego rozwoju w Polsce w okresie transformacji. W: J. Mujżel (red.), *Problemy wzrostu gospodarczego w warunkach ustrojowej transformacji w Polsce* (s. 74-119). IE PAN.
- Czaja, S., Fiedor, B. i Jakubczyk, Z. (1993). *Ekologiczne uwarunkowania wzrostu gospodarczego w ujęciu współczesnej teorii ekonomii*. Wydawnictwo Ekonomia i Środowisko.
- Czaja, S. i Forlicz, S. (1997). Procedury wyznaczania dziedziny i ekstremów lokalnych funkcji produkcji zadanej empirycznie. *Ekonomia i Międzynarodowe Stosunki Gospodarcze*, 2, 41-48.
- Czaja, S. i Jakubczyk, Z. (1991). Spory wokół przedmiotu badań ekonomii politycznej (sayowsko-langowskie a ekologiczne ujęcie związków człowiek – przyroda). *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu*, 572, 15-22.
- Czaja, S. i Malaga, K. (2019). William Daubney Nordhaus i Paul Michael Romer – laureaci Nagrody Nobla w dziedzinie ekonomii w 2018 r. *Ekonomista*, 3, 355-368.
- Czajkowski, Z. (2012). Kapitał ludzki – pojęcie i miary. *Prace i Materiały Instytutu Gospodarki Światowej*, 312.
- Czajkowski, Z. (2013). Kapitał ludzki i innowacje – podstawowe pojęcia, miary i wzajemne zależności. W: M. Weresa (red.), *Kapitał ludzki i innowacyjność jako czynniki długookresowych przewag konkurencyjnych w handlu międzynarodowym. Wnioski dla Polski*. Oficyna Wydawnicza Szkoła Główna Handlowa w Warszawie.
- Czajkowski, Z., Kowalski, A., Michorowska, B. i Weresa, M. (2013). Kapitał ludzki i innowacje – podstawowe pojęcia, miary i wzajemne zależności. W: M. Weresa (red.), *Kapitał ludzki i innowacyjność jako czynniki długookresowych przewag konkurencyjnych w handlu międzynarodowym. Wnioski dla Polski* (s. 73-97). Oficyna Wydawnicza Szkoła Główna Handlowa w Warszawie.
- Dadajan, W. (1974). *Ekonomiczne prawa socjalizmu i optymalne decyzje*. PWE.
- Dasgupta, P. i Heal, G. (1974). The Optimal Depletion of Exhaustible Resources. *Review of Economic Studies. Symposium on the Economics of Exhaustible Resources*.
- Denison, E. (1962). *The Sources of Economic Growth in the United States and the Alternatives Before Us*. Oxford University Press.
- Dewey, D. (1984). *Modern Capital Theory*. Macmillan.
- Diamond, P. (1965). National Debt in a Neoclassical Growth Model. *American Economic Review*, 55, 1126-1150.
- Dobb, M. (1976). *Teorie wartości i podziału od Adama Smitha. Ideologia a teoria ekonomii*. PWE.
- Domański, R. (b.d.). *Kapitał ludzki*. Pobrano 1 października 2021 z <https://encyklopedia.pwn.pl/haslo/kapital-ludzki;3920045.html>

- Domański, S. R. (1993). *Kapitał ludzki i wzrost gospodarczy*. PWN.
- Douglas, P. (1976). The Cobb-Douglas Production Function Once Again: Its History, Its Testing, and Some New Empirical Values. *Journal of Political Economy*, 84(5), 903-904.
- Drucker, P. (1999). *Spółczesność pokapitalistyczna*. Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Dublin, L. i Lotka, A. (1977). *The Money Value of a Man*. Amo Press.
- Dunajewski, H. (1962). Struktura i stosowalność funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa. *Ekonomista*, 3.
- Durand, D. (1937). Some Thoughts on Marginal Productivity with Special Reverence to Professor Douglas. *Journal of Political Economy*, 45(6), (December), 740-758.
- Edelberg, V. (1936). An Econometric Model of Production and Distribution. *Econometrica*, 4(3), 210-226.
- Eichhorn, W. (1970). *Theorie der homogenen Produktionsfunktion*. Springer Verlag.
- Ekonometryczna analiza czynników produkcji w wydajności pracy w przemyśle w latach 1979-1981*. (1983). PWE.
- Engel, E. (1883). *Der Wert des Menschen*. Verlag von Leonhard Simian.
- Ferguson, C. E. (1972). The Current State of Capital Theory. *Southern Economic Journal*, 39 (October).
- Fiedor, B. (1978). Neoklasyczna teoria wzrostu gospodarczego. *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu*, 136, 5-50.
- Fiedor, B. (1984). Ekonomia postkeynesowska w systemie współczesnej niemarksistowskiej ekonomii politycznej. Krytyka neoklasycyzmu. *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu*, 260, 73-95.
- Fiedor, B. (1986). Neoklasyczna teoria postępu technicznego. Próba systematyzacji i krytycznej analizy. *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu*, 345.
- Fiedor, B. (red.). (1979). *Historia myśli ekonomicznej*. Wydawnictwo Ossolineum.
- Fiedor, B. (red.). (1982). *Kierunki rozwoju współczesnej ekonomii*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu.
- Fisher, F. M. (1969). The Existence of Aggregate Production Functions. *Econometrica*, 37, 553-577.
- Fleck, F. (1966). *Die Messung des technischen Fortschritts im Rahmen des gesamtwirtschaftlichen Wachstumsprozesses*. Springer Verlag.
- Florczak, W. (2007). Kapitał ludzki a rozwój gospodarczy. W: W. Welfe (red.), *Gospodarka oparta na wiedzy*. PWE.
- Flux, A. (1894). P. Wicksteed „An Essay on the Co-ordination of the Laws of Distributions” – Review. *Economic Journal*, 4, 305-308.
- Forlicz, S. (1986). Rozkłady asymetryczne zmiennej losowej. *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu*, 348.
- Galbraith, J. K. (2011). *Ekonomia w perspektywie*. Krytyka historyczna. PTE.
- Garegnani, P. (1966). Switching of Techniques. *Quarterly Journal of Economics*, 21(4).
- Garegnani, P. (1970). Heterogeneous Capital, the Production Function and the Theory of Distribution. *Review of Economic Studies*, 37, 429-431.
- Georgescu-Roegen, N. (1971). *The Entropy Law and the Economic Process*. Hardcover.
- Glennan, J. (2012). Mechanisms. W: H. Beebe, C. Hitchcock, P. Menzies (red.), *The Oxford Handbook of Causation* (s. 315-325). Oxford University Press.
- Górski, J. (1968). O ograniczoności inwestycyjnego modelu wzrostu gospodarki socjalistycznej. *Praca i Zabezpieczenie Społeczne*, 10-11.

- Grabiński, T. i in. (1983). *Metody prognozowania rozwoju społeczno-gospodarczego*. PWE.
- Granger, C. (1969). Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods. *Econometrica*, 37(3), 424-438.
- Green, H. (1964). *Aggregation in Economic Analysis: An Introductory Survey*. Princeton University Press.
- Growiec, J. (2012). *Zagregowana funkcja produkcji w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji*. Oficyna Wydawnicza SGH.
- Grudzewski, W. i Rosłanowska-Plichcińska K. (1980). Analiza wymiarowa a teoria produkcji. *Ekonomista*, 3-4.
- Hahn, F. (1982). Neo-Ricardians. *Cambridge Journal of Economics*, 6.
- Harcourt, G. (1969). Some Cambridge Controversies. *Journal of Economic Literature*, 7(2).
- Harcourt, G. (1975). *Spory wokół teorii kapitału*. Cambridge contra Cambridge. PWE.
- Herbst, M. (red.). (2007). *Kapitał ludzki i kapitał społeczny a rozwój regionalny*. Wydawnictwo Naukowe SCHOLAR.
- Hesse, H. i Linde, R. (1976). *Gesamtwirtschaftliche Produktionstheorie*. Springer Verlag.
- Hicks, J. R. (1932). *The Theory of Wages*. Macmillan.
- Hicks, J. R. (1978). *Kapitał i wzrost*. PWN.
- Hicks, J. R. (1979). *Causality in Economics*. Basic Books.
- Holtz-Eakin, D. (1994). Public Sector and the Productivity. *The Review of Economics and Statistics*, 2 (February).
- Hunt, E. i Sherman, G. (1972). Value, Alienation and Distribution. *Science and Society*, 36(1).
- Inada Ken-Ichi. (1963). On a Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and a Generalization. *The Review of Economic Studies*, 30(2), 119-127.
- Jakimowicz, A. (2003). *Od Keynesa do teorii chaosu*. Seria: „Współczesna Ekonomia”. Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Johansen, L. (1972). *Production Functions – An Integration of Micro and Macro. Short-Run and Long-Run Aspects*. North-Holland.
- Jorgenson, D. i Griliches, Z. (1967). The Explanation of Productivity Change. *The Review of Economic Studies*, 34(3), (1 July), 249-283.
- Juchnowicz, M. (2014). *Zarządzanie kapitałem ludzkim. Procesy – narzędzia – aplikacje*. Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Kaldor, N. (1966). Marginal Productivity and Macro-Economic Theories of Distribution. *Review of Economic Studies*, 33(10).
- Kalinowski, S. (2002). Zastosowanie funkcji Cobba-Douglasa do analizy procesów produkcyjnych w polskich przedsiębiorstwach. *Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny*, LXIV(1).
- Kendrick, J. (1961). *Productivity Trends in the United States*. Princeton University Press.
- Keynes, J. M. (1956). *Ogólna teoria zatrudnienia, procentu i pieniądza*. PWN.
- Kiker, B. F. (1966). Roots of the Concept of Human Capital. *Journal of Political Economy*, 74(5), 481-491.
- Klein, L. (1946). Remarks on the Theory of Aggregation. *Econometrica*, 14, 303-312.
- Knight, F. (1921). *Risk, Uncertainty, and Profit*. Wydawnictwo H. Mifflin.
- Knight, F. (1925). On Decreasing Cost and Comparative Cost: A Rejoinder. *Quarterly Journal of Economics*, 39, 331-333.
- Kolenda, K. i Kolenda, M. (1999). *Analiza i prognozowanie szeregów czasowych*. Agencja Wydawnicza Placet.

- Koopmans, T. (1965). On the Concept of Optimal Economic Growth. *The Econometric Approach to Development Planning*.
- Kotow, J. (1972). *Primienienije matematycznych metodow w ekonomikie i politicheskaja ekonomija socjalizma*. Izdatielstwo Ekonomika.
- Krelle, W. (1985). *Theorie des Wirtschaftlichen Wachstums*. Springer Verlag.
- Krzysztofciak, M. (1982). Wzrost gospodarczy Polski w latach 1950-1980 na tle europejskich krajów RWPG. *Ekonomista*, 5-6.
- Kwaśnicki, W. (b.d.). *Problemy analizy wymiarowej w ekonomii*. <https://mises.pl/storage/files/articles/2012/02/kwasnicki-problemy-analizy-wymiarowej-w-ekonomii.pdf>
- Landreth, H. i Colander, D. (2005). *Historia myśli ekonomicznej*. Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Leontief, W. (1947). Introduction to a Theory of the Internal Structure of Functional Relationships. *Econometrica*, 15, 361-373.
- Levhari, D. (1965). A Nonsubstitution Theorem and Switching of Techniques. *Quarterly Journal of Economics*, 20(1).
- Levhari, D. i Samuelson, P. A. (1966). The Nonswitching Theorem is False. *Quarterly Journal of Economics*, 21(4).
- Linek, S. (1964). Typy funkcji produkcji. *Zeszyty Naukowe WSE we Wrocławiu*, 19, 54-61.
- Lucas, R. (1988). On a Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics*.
- Łukasiewicz, G. (2009). *Kapitał ludzki organizacji. Pomiar i sprawozdawczość*. Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Machlup, F. (1962). *The Production and Distribution of Knowledge in the United States*. Princeton University Press.
- Malczyk, M. i Żółtowska, E. (1969). Czy ekonometryczna analiza funkcja produkcji typu Cobba-Douglassa? *Ekonomista*, 3.
- Mankiw, N. G., Romer, D. i Weil, D. (1992). A Contribution to the Empirics of Economics Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 107(2), 407-437.
- Marks, K. (1957). *Kapitał*. Książka i Wiedza.
- Marks, K. (1966). *Teorie wartości dodatkowej*. Część 3. Książka i Wiedza.
- Mayer, T. (1996). *Prawda kontra precyzja w ekonomii*. PWN.
- Maziarz, M. (2020). *The Philosophy of Causality in Economics. Causal Inferences and Policy Proposals*. Routledge.
- Mączyńska, E. (2018). Chaos w gospodarce globalnej, potrzeba instytucjonalno-ustrojowego ładu. *Biuletyn PTE*, 2, 34-44. <http://www.pte.pl/pliki/1/68/biuletyn-2018-02.pdf>
- Mączyńska, E. (2023). Kapitał społeczny to podstawa każdej gospodarki. *Biuletyn PTE*, 3, 40-54. https://pte.pl/uploads/040_054_maczynska_kapital_spoleczny_24b11033f6.pdf?updated_at=2023-09-19T08:16:31.383Z
- Mączyńska, E., Gorynia, M. i Okoń-Horodyńska, E. (2024). Grzegorz W. Kołodko i nowa szkoła ekonomii. *Ekonomia kontekstualna*. https://www.researchgate.net/profile/ElzbietaMaczynska/publication/379257119_Grzegorz_W_Kolodko_i_nowa_szkola_ekonomii_Ekonomia_kontekstualna/links/66018449a8baf573a1db82b4/Grzegorz-W-Kolodko-i-nowa-szkola-ekonomii-Ekonomia-kontekstualna
- Meade, J. E. (1960). *A Neo-Classical Theory of Economic Growth*. Routledge.
- Medio, A. (1976). Neoklasycy, neoricardianie i Marks. *Ekonomista*, 3, 534-542.
- Messiniss, G. i Ahmed, A. (2009). *Human Capital, Innovation and Technology Diffusion*. Working Paper, Centre for Strategic Economic Studies, Victoria University, Melbourne.

- Michalewski, B. i Sołowiew, I. (1966). Proizvodstwiennaja funkcija narodnogo chozajstwa SSSR 1951-1963. *Ekonomika i matematičeskije metody*, 6.
- Miciuła, I. i Miciuła, K. (2015). Metody pomiaru wartości kapitału ludzkiego. *Zeszyty Naukowe*, 858, Seria: „Współczesne problemy ekonomiczne”, 11, 269-280.
- Mincer, J. (1958). Investment in Human Capital and Personal Income Distribution. *Journal of Political Economy*, 66(4) (August), 281-302.
- Morishima, M. (1966). Refutation on the Nonswitching Theorem. *Quarterly Journal of Economics*, 21(4), 520-525.
- Mulligan, C. i Sala-I-Martin, X. (1995). A Labor-Income Based Measure of the Value of Human Capital: An Application to the States of the United States. NBER Working Paper, Series, 5018 (February).
- Nadiri, M. i Nandi, B. (1999). Technical Change, Markup, Divestiture and Productivity Growth in the U.S. Telecommunications Industry. *The Review of Economics and Statistics*, 4 (January).
- Nasiłowski, M. (1962). Zatrudnienie i inwestycje a wzrost gospodarczy. *Życie Gospodarcze*, 17.
- Nasiłowski, M. (1968a). Ekonometryczna analiza funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa. *Ekonomista*, 2.
- Nasiłowski, M. (1968b). Funkcja produkcji jako narzędzie analityczne w teorii wzrostu gospodarczego. *Ekonomista*, 5.
- Nasiłowski, M. (1969). Spór o interpretację funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa. *Ekonomista*, 3.
- Nasiłowski, M. (1974). *Analiza czynników rozwoju gospodarczego PRL*. PWE.
- Nasiłowski, M. (1980). Empiryczna weryfikacja funkcji produkcji Cobba-Douglasa. *Ekonomista*, 4.
- Nataf, A. (1948). Sur la possibilité de construction de certain macromodeles. *Econometrica*, 16, 232-244.
- Nuti, D. M. (1970). Capitalism, Socialism and Steady Growth. *Economic Journal*, 80(1).
- Olsson, C.-A. (1971). The Cobb-Douglas or the Wicksell Function? *Economic and History*, 14(1), 64-69.
- Osadczaja, I. (1967). Nieoklasykieskaja teorija rosta w sowriemiennoj političeskoj ekonomii. *Mirowaja ekonomika i meždunarodnyje otnoszenija*, 3, 25-28.
- Osiatyński, J. (1975). Efekty Wicksella a efektywność inwestycji. *Ekonomista*, 4, 849-861.
- Osiatyński, J. (1978). *Kapitał, podział, wartość. Kryzys ekonomii neomarginalistycznej*. PWN.
- Pajestka, J. (1961). *Zatrudnienie i inwestycje a wzrost gospodarczy: (studium teoretyczne zależności rozwojowych i analiza statystyczno-ekonomiczna dla Polski Ludowej)*. PWN.
- Pasinetti, L. (1966). Changes in the Rate of Profit and Switches of Techniques. *Quarterly Journal of Economics*, 21(4).
- Pasinetti, L. (1969). Switches of Technique and the Rate of Return in Capital Theory. *Economic Journal*, 2, 508-531.
- Pasinetti, L. (1974). *Growth and Income Distribution*. University Press.
- Pawłowski, Z. (1968). Metoda ekonometrycznej analizy efektów postępu technicznego. *Ekonomista*, 3.
- Pawłowski, Z. (1970a). *Ekonometryczna analiza procesu produkcyjnego*. PWN.
- Pawłowski, Z. (1970b). Funkcja produkcji z uwzględnieniem czynnika organizacyjnego. *Ekonomista*, 4.

- Pierścieniak, A., Bialkowska, M. i Ohimor, J. (2020). Kapitał ludzki w przedsiębiorstwie – wyzwania badawcze. *Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Humanitas*, (1), 177-190.
- Plosser, Ch. (1989). Understanding Real Business Cycles. *Journal of Economic Perspectives* (Summer).
- Płochocki, Z. (1986). *Atomistyka współczesna*. Cz. 1. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
- Pocztowski, A. (red.) (2003). *Najlepsze praktyki zarządzania zasobami ludzkimi*. Oficyna Ekonomiczna.
- Pokropp, F. (1972). *Aggregation van Produktionsfunktionen, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*. Springer Verlag.
- Poskrobko, B., Borys, T. Czaja, S. i Poskrobko, T. (2020). *Warsztat naukowy ekonomisty*. Wydawnictwo Ekonomia i Środowisko.
- Prescott, E. (1986). Theory Ahead of Business Cycle Measurement. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* (Fall).
- Próchniak, M. (2023). *Modele wzrostu gospodarczego*. Szkoła Główna Handlowa w Warszawie. modele_wzrostu.pdf
- Ramsey, F. (1928). A Mathematical Theory of Saving. *Economic Journal*, 38, 543-559.
- Rebelo, S. (1991). Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth. *Journal of Political Economy*, 99, 500-521.
- Reder, M. (1943). An Alternative Interpretation of the Cobb-Douglas Function. *Econometrica*, 11(3), 259-264.
- Reinhart, C. i Rogoff, K. (2010). Growth in a Time of Debt. *American Economic Review*, 100(2), 573-578.
- Ricardo, D. (1957). *Zasady ekonomii politycznej i opodatkowania*. PWN.
- Robinson, J. (1953-1954). The Production Function and the Theory of Capital. *Review of Economic Studies*, 20(1), 81-106.
- Robinson, J. (1958). *Akumulacja kapitału*. PWN.
- Robinson, J. (1973). *Herezje ekonomiczne*. PWN.
- Robinson, J. i Eatwell, J. (1973). *An Introduction to Modern Economics*. Routledge.
- Romer, P. (1986). Increasing Returns and Long-Run Growth. *Journal of Political Economy*, 94(5) (1 October), 1002-1037.
- Romer, P. (1989). *Human Capital and Growth: Theory and Evidence*. NBER, Inc.
- Romer, P. (1990). Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy*, 98(5), 72-102.
- Rytel, Z. (1947). *Teoretyczne podstawy organizacji*. Instytut Naukowej Organizacji Kierownictwa.
- Sadowski, W. (1962). W sprawie ekonometrycznej koncepcji wzrostu. *Ekonomista*, 4.
- Sajkiewicz, A. (1999). *Zasoby ludzkie w firmie. Organizacja. Kierowanie. Ekonomika*. Poltext.
- Samuelson, P. A. (1962). Parable and Realism in Capital Theory: The Surrogate Production Function. *Review of Economic Studies*, 29(3), 193-206.
- Samuelson, P. A. (1966). A Summing Up. *Quarterly Journal of Economics*, 21(4).
- Sato, K. (1975). *Production Function and Aggregation*. North-Holland Publishing Company.
- Schultz, T. (1961). Investment in Human Capital. *American Economic Review*, 51 (March), 1-17.
- Schultz, T. (1963). *The Economic Value Education*. Columbia University Press.
- Semkow, J. (1983). *Karola Marksa teoria ekonomiczna*. PWN.
- Shoul, B. (1957). Karl Marx and Say's Law. *Quarterly Journal of Economics*, 12(71).
- Snowdon, B., Vane, H. i Wynarczyk, P. (1998). *Współczesne nurty teorii makroekonomii*. Wydawnictwo Naukowe PWN.

- Soddy, F. (1933). *Wealth, Virtual Wealth and Debt: The Solution of the Economic Paradox*. Macmillan.
- Solow, R. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, LXX, 65-94.
- Solow, R. (1957). Technical Change and the Aggregate Production. *Review of Economic and Statistics*, 39, 312-320.
- Solow, R. (1962). Technical Progress, Capital Formation and Economic Growth. *American Economic Review*, 52.
- Solow, R. (1967). *Teoria kapitału i stopa przychodu*. PWN.
- Solow, R. (1974). The Economics of Resources or the Resources of Economics. *American Economic Review*, 64.
- Spaventa, L. (1968). Realism without Parables in Capital Theory. *Recherches recentes sur la fonction de production. Economie mathématique et économétrie*, 2.
- Spaventa, L. (1970). Rate of Profit, rate of Growth, and Capital Intensity in a Simple Production Model. *Oxford Economic Papers*. N.S., 22, 129-147.
- Sraffa, P. (1960). *Production of Commodities by Means of Commodities: Prelude to a Critique of Economic Theory*. Cambridge University Press.
- Sraffa, P. (1965). *Produkcja towarów za pomocą towarów. Wstęp do krytyki teorii ekonomii*. PWN.
- Stankiewicz, W. (2007). *Historia myśli ekonomicznej*. PWE.
- Starzeński, O. (1978). *Ekonometryczno-predyktywne modele nakładów i wyników*. PWN.
- Stiglitz, J. (1974). Growth with Exhaustible Natural Resources. Efficient and Optimal Growth Path. *Review of Economic Studies*, 41(5), 123-137.
- Swan, T. (1956). Economic Growth and Capital Accumulation. *Economic Record*, 32, 334-361.
- Szopik-Decpzyńska, K. i Korzeniewicz, W. (2011). Kapitał ludzki w modelu wartości przedsiębiorstwa. *Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania*, 24, 177-204.
- Terechow, L. (1974). *Proizvodstviennyye funktsii*. Izdatelstvo Ekonomika.
- Theil, H. (1954). *Linear Aggregation of Economic Relations*. North Holland Publishing Company.
- Tinbergen, J. (1942). Professor Douglas' Production Function. *Revue de l'Institut International de Statistique*, 10, 37-48.
- Tinbergen, J. (1959). *Selected Papers*. Wolters Kluwer.
- Tintner, G. (1965). *Wwiedienije w ekonometriju*. Izdatelstvo Ekonomika.
- Tokarski, T. (1996). Postęp techniczny a wzrost gospodarczy w modelach endogenicznych. *Ekonomista*, 5.
- Uzawa, H. (1962). Production Function with Constant Elasticities of Substitution. *Review of Economic Studies*, 29.
- Velrose, E. (1968). Mikro- i makroekonomiczna funkcja produkcji. *Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny*, 30(1), 191-203.
- Walters, A. (1963). Production and Cost Functions. An Econometric Survey. *Econometrica*, 31, 1-16.
- Welfe, W. (2000). Empiryczne modele wzrostu gospodarczego. *Ekonomista*, 4.
- Welfe, W. (2013). Ekonometryczne modelowanie gospodarki narodowej. *Bank i Kredyt*, 41(1), 1-32.
- Wicksell, K. (1900). Marginal Productivity as the Basis of Distribution in Economics. *Economisk Tidskrift*, 305-337.
- Wicksteed, P. (1894). *An Essay on Co-ordination of the Laws of Distribution*. Macmillan.

- Wiener, N. (1956). The Theory of Prediction. *Modern Mathematics for the Engineering*.
- Wojtyna, A. (1995). Polityka ekonomiczna a wzrost gospodarczy. *Gospodarka Narodowa*, 6.
- Woźniak, M. C. (2004). *Wzrost gospodarczy. Podstawy teoretyczne*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie.
- Zagórski, J. (1976). Neoklasyczna funkcja produkcji w teorii i praktyce. *Ekonomista*, 4, 775-814.
- Zajac, K. i Zeliaś, A. (1968). Ekonometryczna analiza funkcji produkcji i wydajności pracy w przedsiębiorstwie przemysłowym. *Przegląd Statystyczny*, 4.
- Zajchowski, J. (1974). *Makroekonomiczna funkcja produkcji dla gospodarki Polski w latach 1960-1970*. PWE.
- Zeliaś, A. (1979). *Teoria prognozy*. PWE.
- Żurawicki, S. i Żurawicki, L. (1975). Przedmowa do wydania polskiego. W: G. Harcourt, *Spory wokół teorii kapitału*. PWE.

Spis rysunków

1.1. Sposoby podejścia do problemu procentu w literaturze ekonomicznej	16
1.2. Aspekty rewolucji formalistycznej (matematyczno-modelowej) w ekonomii na przełomie XIX oraz XX wieku.....	20
1.3. Kierunki matematyzacji współczesnej ekonomii i wykorzystania metod ilościowych w kontekście Nagrody Nobla.....	21
1.4. Wybrane formy postępu technicznego wykorzystywane w modelach funkcji produkcji	25
2.1. Chronologia rodzajowa ewolucji kontrowersji wokół modelu funkcji produkcji	42
2.2. Praca a kapitał ludzki – wzajemne relacje.....	68
2.3. Kierunki oddziaływania kapitału ludzkiego.....	71
2.4. Etapy rozwoju badań nad postępow technicznym w modelach makroekonomicznej funkcji produkcji.....	76
2.5. Sposoby traktowania postępu technicznego w modelach makroekonomicznej funkcji produkcji	79
2.6. Płaszczyzny dyskusji i traktowania modelu makroekonomicznej funkcji produkcji w literaturze polskiej po II wojnie światowej	83
3.1. Wybrane próby wykorzystania modelu makroekonomicznej funkcji produkcji we współczesnej teorii ekonomii i w praktyce życia gospodarczego.....	96
3.2. Relacje wzrost gospodarczy – rozwój ekonomiczny i ich wymiary.....	98
4.1. Wybrane wyzwania dla przyszłego rozwoju i wykorzystywania modelu makroekonomicznej funkcji produkcji.....	109
4.2. Główne kwestie formalno-obrachunkowe formułowane w stosunku do modelu funkcji produkcji.....	114
4.3. Charakterystyka zależności danej (informacji) opisującej obiekt	117

Spis tabel

2.1. Wybrane definicje kapitału ludzkiego.....	69
2.2. Główne prace wyznaczające etapy dyskusji nad modelem funkcji produkcji w literaturze polskiej po 1960 roku	87
4.1. Uwarunkowania szerokiego wykorzystania modelu makroekonomicznej funk- cji produkcji	110

Skorowidz rzeczowy

A

addytywność 112, 113, 119, 122
agio 18
agregacja danych 8, 29-30, 32-33, 86, 91, 104, 110, 113-114, 118-119, 121-125, 129, 133
agregacja funkcji produkcji 29-30, 32-33, 38, 85, 122-125, 129, 133
agregacja modelu 110, 114
agregacja kapitału 29, 55, 57, 62, 66, 72, 75, 122
akumulacja kapitału 63, 139
analiza danych historycznych 10, 21, 37-38, 90, 113-114, 117, 119-121, 125, 130
analiza kłometryczna 40
analiza przepływów międzygąłęziowych 39, 104-105
analiza sprawności termodynamicznej 105
analiza wymiarowa 33, 38-39, 47, 52, 87, 104, 116, 119, 136-137
autokorelacja 86, 91, 118-119

B

badania operacyjne 20-21

C

cenowe efekty Wicksella 48, 61, 138
chaos deterministyczny 21, 54, 94, 136
cykl koniunkturalny 121
czynnik wytwórczy 8, 13, 15, 18, 25, 38, 52, 57, 60, 78, 84, 90, 101, 114-115, 118-119, 122, 127
czynniki egzogeniczne 5, 24, 36, 70, 85, 92-94, 98, 106

D

daty 64, 85, 93
dictum Hume'a 14
dobrobyt 19-20, 97, 104
dochody do dyspozycji 97
dochód narodowy 90, 97, 104
doskonała podzielność dóbr i czynników produkcji 80
dostateczne rozproszenie popytu i podaży 80
double switching effect (patrz efekt podwójnego przełączenia)
dynamika 39, 128

E

efekt podwójnego przełączenia 59, 61, 81
efekty skali malejące 23
efekty skali produkcji 1, 23, 48, 50-51, 90, 99,
efekty skali rosnące 23, 99, 106
efekty skali stałe 14, 23, 54, 99, 119
egzergia 105
egzogeniczność 5, 12, 22-23, 53, 70, 76, 85, 92-94, 98, 106
Ekologiczny Szczyt Ziemi w Rio de Janeiro 35
ekonometria 21, 36-38, 40-41, 52, 86, 89, 91, 120-121, 126, 140
ekonomia dobrobytu 19-20
ekonomia informacji 78, 198
ekonomia klasyczna 15-17, 66-67, 92
ekonomia marksistowska 45-46, 82-85, 88-90, 92, 126, 133
ekonomia matematyczna 12-13, 19, 21, 46, 52, 82, 89

ekonomia neoklasyczna 11-13, 32, 37, 46, 50, 54-55, 57, 62-63, 65, 77, 83-84, 87-88, 90, 97, 124, 126-128

ekonomia neoricardińska 45-46, 88, 127, 137

ekonomia neowalrasowska 20

ekonomia postkeynesowska 23, 36-37, 45, 54-56, 65, 77, 81, 88, 126-127, 133, 135

elastyczność produkcji 39, 50, 52, 58, 90

elastyczność substytucji 26, 29-31, 51, 55, 58, 77, 82, 91-92, 103, 114-115

endogeniczna funkcja produkcji Romera 5, 9, 75, 98-99, 106-108

endogeniczność 5, 9, 12, 36, 40, 43, 70, 80, 92-94, 98-99, 106

endogeniczny wzrost gospodarczy 7, 42, 75-76, 80, 98-100, 108, 140

energetyczna funkcja produkcji 5, 9, 36, 42-43, 100-101

energetyczna koncepcja oceny działalności Rytla 105-106

energetyczna teoria wartości 43

energetyzm 36, 44, 105

energia nieodnawialna 102

energia odnawialna 102

entropia 47, 100, 102, 104, 133, 135

estymacja modelu 37-39, 42, 81, 113-114, 119

estymacja parametrów modelu 36, 38-39, 50, 53, 86, 90-91, 104, 118, 120

F

fizykalizacja ekonomii 9, 54, 108

funkcja homogeniczna stopnia pierwszego 13-15, 48, 50-51, 54, 90, 124

funkcja LHD 126

funkcja produkcji CES 103

funkcja produkcji Cobb-Douglasa 5, 14, 19, 21, 23, 42, 50-54, 87-88, 101, 103, 116, 133, 135-139

funkcja produkcji Edelberga 23, 53, 115, 121, 135

funkcja produkcji rocznikowa (*vintage approach*) 29-33, 53, 66, 76, 78, 80, 102

funkcja produkcji Sato-Hoffmana 125, 139

funkcja produkcji Tinbergena 23-24, 27-28, 31, 53, 76-77, 81, 115, 121, 140

funkcja produkcji typu Cobba-Douglasa 12, 22-23, 26-28, 30, 39, 50-52, 77-78, 86-87, 90, 115-116, 119, 124, 133, 135, 138

funkcja produkcji typu VES (*Variable Elasticity of Substitution* – zmienna elastyczność substytucji) 115

funkcja Uzawy 140

funkcja *well-behaved* 55

funkcja Wicksella 12-14, 23, 50-51, 79, 113, 127, 138, 140

G

gospodarka centralnie planowana 43, 46, 86

gospodarka centralnie sterowana 35, 42, 44

gospodarka oparta na mądrości 44

gospodarka oparta na wiedzy 35, 44, 80, 99, 108, 132, 135

H

heterodoksyjny model wzrostu 36

homo oeconomicus 46, 70, 106

homogeniczność funkcji produkcji 13-15, 29, 48, 50-51, 54, 90, 124

I

innowacyjność 71, 108, 134

input-output analysis (patrz analiza przepływów międzygałęziowych)

interpretacja parametrów modelu 6-8, 11, 21, 27-28, 36-41, 43-44, 46, 49-50, 52-53, 62, 77-83, 85, 87-91, 93-94, 97, 100, 104, 106, 110, 113-115, 117-120, 127-128, 130-131, 138-139

inwestycje 18, 30-34, 60, 62, 65-66, 70, 72, 74, 77-78, 86-87, 99-100, 102-103, 106, 108, 111, 135-138

J

jednorodność czynników wytwórczych 8, 50, 53, 55-57, 59-60, 63, 66, 75

K

kapitał 5, 8-9, 13, 15-19, 23-35, 37, 39,
42-67, 70-73, 75-82, 84, 88, 91, 97-99,
101-103, 107, 111, 115, 118-119, 122-
125, 127-129, 136-141
kapitał heterogeniczny 36, 57, 59, 64, 122,
135
kapitał homogeniczny 29, 45, 55, 63-66,
102
kapitał intelektualny 78, 133
kapitał ludzki 5, 7, 9, 12, 33, 36, 42-44, 53,
66-75, 80, 82, 95, 99, 107-108, 131, 134-
140, 142-143
kapitał społeczny 7, 58, 78, 136
kapitałoucieleśniony postęp
techniczny 32
Klub Rzymski 35
komplementarność czynników
produkcji 48, 113-115, 126, 128
koncepcja długookresowej równowagi
rynkowej 15, 17
koncepcja nauki ekonomii Robbinsa 126
Konferencja Sztokholmska 35
koniunktura gospodarcza 36, 39, 96, 111
konkurencja doskonała 13-15, 17, 20, 46-
47, 90-91, 99, 122, 127
Konsensus Waszyngtoński 35
krańcowa stopa substytucji 26
krzywa Phillipsa 35
kwalifikacje zawodowe (*arts*) 24, 26, 28,
67-70, 74, 77, 80, 124, 129, 131

L

lichwa 15
liniowość modelu 91, 113-116
LINK Kleina 36, 39-40, 46

M

maksymalizacja zysku 122, 129
marginalistyczna teoria podziału 14, 19,
45-46, 49-50, 54, 56, 59, 62-64, 127-128,
135-136, 140
mechanizm rynkowy 75
merkantylizm 11, 16-17
metoda najmniejszych kwadratów 23,
37, 53-54, 86, 113, 118-119

metody ilościowe 21, 85, 142
mierzalność postępu technicznego 81
mikroekonomiczna funkcja produkcji 85-
87, 111-113, 122, 124, 129, 140
model glina-glina (*clay-clay*) 30
model Kaldora 45, 136
model kit-glina (*putty-clay*) 30
model kit-kit (*putty-putty*) 30
model *learning-by-doing* Arrowa 98, 106,
132
model podziału produktu
Pasinettiego 45, 138
model wzrostu gospodarczego
uwarunkowanego ekologicznie 36,
44, 124, 130, 133-134
modele dwusektorowe 99
modele rocznikowe 29-32, 53, 66, 76, 78,
80, 102
modele vintage (patrz modele
rocznikowe)
modelowanie z millowską
koniecznością 40
multiplikatywne funkcje produkcji 48,
113, 115, 119

N

Nagroda Nobla 20-22, 37, 52, 80, 99, 121,
127, 134, 142
nawroty systemów wytwarzania 62-63,
65, 81
negentropia 102
neoklasyczne przypowieści 43, 45, 55,
59-60, 63
neoliberalizm 35
neutralność pieniądza 118
neutralność postępu technicznego
Harroda 26, 31, 53
neutralność postępu technicznego
Hicksa 26, 53
neutralność postępu technicznego
Solowa 26, 30, 53, 78, 98, 115, 119,
140
nieliniowość modelu 37, 114, 116, 119,
129
nieliniowość procesów 113, 115-116, 119,
129

niepewność 15, 20-21, 38, 54, 81, 119
 nieucieleśniony (*disembodied*) postęp
 techniczny 23-28, 32-33, 39, 43, 53,
 65, 76-80, 82, 115
 nurt subiektywno-marginalistyczny 11,
 15, 126

O

obiektywna teoria wartości 11, 67, 71
 optimum Pareto 13, 20
 optimum 20, 133
 oszczędności 58, 77, 106, 129

P

parametry 6-7, 9, 23, 27-28, 33, 36-39, 41,
 46, 50, 52-54, 74, 77, 86, 90-91, 93-94,
 104, 109-110, 113-116, 118-121, 124,
 127, 129
 parametry elastyczności 23, 50-52, 58, 90
 płaca 15, 18, 30-31, 33, 40, 46, 48, 56, 59-
 -61, 63, 73, 85, 122
 podział 9, 11, 13-14, 19, 39, 45-50, 54-56,
 58-60, 62-67, 85, 90, 94, 113, 126-129,
 134, 138
 pomiar wartości 18, 33, 47, 56, 75, 77,
 80-81, 105, 107-108, 113, 116-117, 119,
 120, 133, 137
 postać analityczna modelu 7, 26, 87, 113,
 115, 138
 postęp techniczny egzogeniczny 5, 9,
 24-25, 27, 29, 31, 33-34, 36, 43, 76-77,
 79-80, 99, 106
 postęp techniczny endogeniczny 9, 25,
 33-34, 43, 76, 78-80, 99, 106, 139-140
 postęp techniczny indukowany (patrz
 postęp techniczny endogeniczny)
 postęp techniczny jako „reszta” 28, 33,
 38-39, 76-77, 81, 115, 119
 postęp techniczny kapitałochłonny 25
 postęp techniczny kapitałooszczędny 25
 postęp techniczny neutralny 25-26, 30
 postęp techniczny neutralny według
 Harroda 26, 31, 53
 postęp techniczny neutralny według
 Hicksa 26, 53

postęp techniczny neutralny według
 Solowa 26, 30, 53, 78, 98, 115, 119,
 140
 postęp techniczny nieucieleśniony 23-28,
 32-33, 39, 43, 53, 65, 76-80, 82, 115
 postęp techniczny pracochłonny 25-26,
 60-61
 postęp techniczny pracooszczędny 25
 postęp techniczny ucieleśniony 24-26,
 28-29, 32-34, 43, 53, 65, 69, 72, 76-80, 82
 postkalekianizm 45
 postkeynesowski model wzrostu 31, 36
 praca 17, 24, 26, 29, 44, 50, 52, 55, 57, 59,
 65-68, 75-77, 85, 103, 115, 129, 142
 prawdziwość 51, 65, 82
 prawo entropii 47
 prawo Saya 127, 139
 prawo zachowania masy 47
 prebischowskie peryferia i centra 35
 procent 14-19, 33, 136, 142
 produkt krajowy brutto PKB 97, 104
 produkt narodowy brutto PNB 97
 produkt narodowy netto 97
 przekuwalny kapitał 29-30, 59-60
 przeskok kapitału 62, 81
 przychody skali 13-14, 23, 58, 98, 106,
 115, 119
 przyczynowość kontrfaktyczna 40-41
 przyczynowość
 manipulacyjistyczna 40-41
 przyczynowość mechanistyczna 40-41
 przyczynowość probabilistyczna 40
 przyczynowość regularnościowa 40
 przyczynowość zjawisk
 ekonomicznych 37, 40-41, 54
 pseudofunkcja produkcji Robinson 45, 70

R

radziecka ekonomia matematyczna 46,
 82, 89
 realne efekty Wicksella 45, 48, 53, 61, 64,
 81, 138
 realność 110
 realny socjalizm 35
 reinterpretacja parametrów funkcji
 produkcji 36, 130

relacje liniowe 37, 54, 91, 113-116, 119, 124, 129
 relacje nieliniowe 37, 113-116, 119, 129
 rewolucja formalistyczna w ekonomii 19-22, 142
 rewolucja matematyczno-modelowa w ekonomii (patrz rewolucja formalistyczna w ekonomii)
 rozkład zmiennych losowych 91, 113-114
 rozwój społeczno-ekonomiczny 43, 54, 80, 86, 96-97, 105, 108, 136
 równowaga i stabilność Samuelsona 20
 ryzyko 15, 20

S

sayowskie czynniki produkcji 17, 23, 43, 57, 83-84
 scenariusze globalizacji 35
 scenariusze integracji 35
 społeczeństwo informacyjne 35, 44, 80, 99, 108, 132
 spór Cambridge kontra Cambridge 8, 19, 23, 43, 48, 88, 127, 136
 spór wokół teorii kapitału 5, 8-9, 19, 23, 35, 37, 43, 45, 48, 54-55, 57, 59, 61, 63, 65-66, 75, 88, 136, 141
 sprawność energetyczna 105-106
 stan stacjonarny 15, 57-58
 statyczny model równowagi 57
 statystyka społeczno-ekonomiczna 21, 97
 stopa procentowa 16-19, 32, 48, 55-59, 61, 63, 73
 stopa procentowa mieszana 17
 stopa procentowa monetarna 17
 stopa procentowa realna 17
 stopa procentowa według Böhm-Bawerka 17-19, 133
 stopa procentowa według Fishera 17-19
 stopa przychodu od inwestycji Solowa 62, 65-66
 stopa zysku 15, 17, 32, 55-56, 58-59, 61-65, 85
 strumień 17-18, 75, 101-102, 104
 subiektywna teoria wartości 11
 substytucja 26, 29-31, 55, 58, 77, 82, 84, 91-92, 103, 114-115, 123, 127, 129

substytucja *ex ante* 29-32, 77, 85
 substytucja *ex post* 29-31, 77
 substytucja ograniczona 48, 55
 surogatowa funkcja produkcji 62, 65
sustainable development 35, 39, 44
 ścieżka złotego wieku wzrostu 15
 ścieżka zrównoważonego wzrostu 12, 32, 39, 44, 64, 90, 97, 130
 środowisko przyrodnicze 54, 65, 101, 105, 111-112, 115, 130, 133-134, 139

T

teoremat Eulera 13, 23, 48, 51, 58, 90
 teoria gier 20-21
 teoria produktywności krańcowej (marginalnej) 13-14, 17, 19, 26, 47-48, 52, 54, 56, 58-60, 62, 64, 90, 92, 101, 107, 122, 124, 127
 teoria produktywności krańcowej czynników produkcji Clarka 13-14, 48, 75, 126
 teoria rozwoju innowacyjnego J. Schumpetera 17, 76-78, 80, 82, 99, 106, 108
 teoria rozwoju społeczno-ekonomicznego 43, 54, 108
 teoria równowagi ogólnej Walrasa 57
 teoria wyzysku Marksa 14, 49
 teoria zachowania konsumenta Gossena-Jevonsa-Mengera 11
 teorie niezasłużonych dochodów 14
 twierdzenia Arrowa-Debreu 20, 22
 twórcza destrukcja Schumpetera 99, 108

U

ujęcie dochodowe kapitału ludzkiego 73
 U-kształtne koszty przeciętne 13
 uzbrojenie kapitałowe 24, 26, 34, 58-59, 63, 73, 79, 115, 128-129

W

walory decyzyjne modelu 110, 116, 130
 walory poznawcze modelu 8, 109-110, 130
 walory predykcyjne modelu 110, 116, 130

wartość dóbr obecnych 17-18

wartość 9, 11, 16-19, 31-32, 51, 55-58, 63,
65-67, 72-75, 84-85, 89, 92, 101, 112,
133-134, 137-138, 140

warunki Ken-Ichi Inady 50-51, 136

wiedza 16, 28, 44, 67-70, 72-73, 78, 80-81,
94, 99, 102, 104, 106-109, 114-115, 120,
130, 132, 135

współliniowość 86, 91, 118

wykładnik organizacyjno-techniczny
Kornaia 39, 46

wzrost gospodarczy 5, 7, 9, 24, 35, 37,
43-44, 50-51, 54, 58, 64-65, 75, 77, 80,
86-87, 92, 96-102, 106-108, 111, 126-
-128, 131-132, 134-142

Z

zasób 29-31, 34, 48, 56, 60, 67-73, 80, 82,
101-104, 107-108, 112, 115, 125, 128-
-129, 132, 139

ziemia 14, 17, 23, 39, 43, 47, 53, 57, 66-67,
101, 103, 129

zjawiska ekologiczno-ekonomiczne 7,
105, 130-131

zmienna niezależna (objaśniająca) 7, 32,
60, 79, 82, 93, 108, 115, 119

zmienna zależna (objaśniana) 7, 81, 93,
115, 119

zmienne egzogeniczne 76, 94

zmienne endogeniczne 94, 108

zysk 13-18, 33, 46, 56, 58-60, 89, 104, 122,
129, 133

Skorowidz nazwisk

A

Acemoglu Daron 99
Aghion Philippe 97, 99
Ahmed Aboutaleb 74, 137
Allen Richard 60, 132
Alter Lew 89, 132
Andrzejczak Aldona 69, 132
Angrist Joshua 37
Armstrong Michael 69, 132
Arrow Kenneth 20, 22, 64, 98, 106, 132
Ayres Robert 102, 105, 132

B

Barkałow Nikołaj 89, 132
Barnett William 116
Barro Robert 97, 107, 132
Bączykowski Andrzej 86-87, 132
Becker Gary 67, 69, 71, 132
Becla Agnieszka 34, 70, 110-111, 132, 134
Beebee Helen 135
Bergström Victor 54, 103, 132
Bhaduri Anik 85, 132
Białkowska Małgorzata 139
Blaug Mark 21-22, 70, 132
Bodkin Richard George 133
Böhm-Bawerk von, Eugen 12, 17-19, 133
Bontis Nick 69, 133
Borys Tadeusz 139
Bosworth, David 54, 133
Bratnicki Mariusz 69, 133
Bronfenbrenner Martin 23, 54, 121, 133
Bruno Mark 62-63, 133
Bugajska-Besztak Barbara 133
Burmeister Eytan 62-63, 133

C

Cantillon Richard 17
Cartwright Nicole 41, 133
Cass David 98, 133
Champerowne David 60-61, 133
Chenery Hollis 54, 133
Chmiel Józef 87-89, 133
Choo Chun Wei 69, 133
Cieślak Maria 112, 133
Clark John Bates 12-15, 18-19, 48, 75, 126
Cobb Charles 5, 9, 12, 14, 19, 21-23, 26-28,
30, 39, 42, 48-54, 77-78, 86-88, 90, 101,
103, 115-116, 119, 121, 124, 126, 133,
135-139
Colander David 12, 19-20, 137
Costanza Robert 103, 133
Czajkowski Ziemowit 72, 74, 134
Czerwiński Zbigniew 116

D

Dadajan Władysław 90, 134
Dasgupta Partha 134
Debreu Gerard 20
Denison Edward 33, 77, 115, 134
Dewey Donald 64, 134
Diamond Peter 98, 134
Dobb Maurice 60, 66, 134
Domański Ryszard 67, 69, 72, 134-135
Domar Evstey 28, 31, 126
Douglas Paul 5, 9, 12, 14, 19, 21-23, 26-28,
30, 39, 42, 48-54, 77-78, 86-88, 90, 101,
103, 115-116, 119, 121, 124, 126, 133,
135-140
Drucker Peter 108, 135

Dublin Louis 73, 135
Dunajewski Henryk 86-87, 135
Durand David 23, 51, 135
Durlauf Steven 97

E

Eatwell John 139
Edelberg Victor 23, 53, 115, 121, 135
Edgeworth Francis 13, 19
Eichhorn William 64, 135
Einstein Albert 100
Empedokles 47
Engel Ernst 72, 75, 135
Euler Leonard 13, 23, 48, 51, 58, 90

F

Ferguson Charles 15, 17, 131, 135
Fiedor Bogusław 9-10, 26, 32, 55, 70, 85, 88, 127, 134-135
Fisher Franklin 124, 135
Fisher Irving 17-19, 32
Fleck Florian 59-60, 135
Florczak Waldemar 69, 135
Flux Alfred 13, 48, 135
Forlicz Stefan 91, 134-135
Frisch Ragnar 37

G

Galbraith John Kenneth 46, 131, 135
Garegnani Pierangelo 45, 62, 64, 135
Georgescu-Roegen Nicolas 104, 135
Glennan Stuart 41, 135
Gorynia Marian 137
Górski Janusz 87, 135
Grabiński Tadeusz 112, 136
Granberg Aleksandr 46
Granger Clive 41, 136
Green Harry 118, 136
Griliches Zvi 76-77, 81, 143
Growiec Jakub 131, 136
Grudzewski Wiesław 87, 136

H

Hahn Frank 31, 46, 136
Hałasa Małgorzata Jolanta 132
Harcourt Goeffrey 8-9, 19, 35, 43, 53, 55, 59-60, 64-65, 81, 88, 136, 141

Harrod Roy 26, 31, 53, 126
Heal Geoffrey 103, 134
Herbst Mikołaj 72, 136
Hesse Helmut 122-123, 136
Hicks John Richard 26, 41, 53, 66, 72, 136
Hitchcock Christopher 135
Hockuba Zbigniew 116
Holtz-Eakin Douglas 52, 135
Howitt Peter 99, 132
Hunt Eduard 63-64, 136

I

Imbens Guido 37
Inada Ken-Ichi 50-51, 136

J

Jakimowicz Aleksander 39, 136
Jakubczyk Zbigniew 101, 133-134
Jevons William Stanley 11-12, 19, 64
Johansen Lary 29, 64, 66, 80, 136
Johanson Simon 99
Jorgenson Dale 76-77, 81, 136
Joule James 47
Juchnowicz Marta 69, 136

K

Kaldor Nicolas 45, 58, 88, 136
Kalinowski Sławomir 52, 136
Kantorowicz Leonid 46
Kendrick William 28, 77, 136
Keynes John Maynard 17-19, 21-22, 54, 136
Kiker Ben 73, 136
Klein Lawrence 36, 113, 121-122, 124, 133, 136
Knight Frank 15, 17, 60, 106, 136
Kolenda Karol 122, 136
Kolenda Maria 122, 136
Kołodko Grzegorz 137
Koopmans Tijaling 98, 137
Kornai Janos 39, 46, 53, 81
Korzeniewicz Wiktoria 68, 140
Kostro Karol 116
Kotow Jurij 89, 137
Kowalski Arkadiusz 134
Krelle Wilhelm 97, 137

Krzysztofiak Mirosław 87-88, 137
Kwaśnicki Witold 116, 137

L

Landreth Harry 12, 19-20, 137
Lange Oskar 19, 46, 89, 133-135
Lavoisier Antoine 47
Leontief Wassilij 122, 137
Levhari David 62, 137
Linde Richard 122-123, 136
Linek Stefan 87, 137
Lotka Alfred 73, 135
Lucas Robert 99, 107, 137

Ł

Łomonosow Michał 47
Łukasiewicz, Grzegorz 68-69, 137

M

Machlup Fritz 78, 137
Malaga Krzysztof 40, 134
Malawski Andrzej 116
Malczyk Marian 87, 137
Mankiw Gregory 78, 99, 107, 137
Marks Karol 14, 16, 31, 49, 66, 71, 82-85,
89, 92, 107, 137, 139
Marshall Alfred 12, 15
Mayer Julius 47
Mayer Thomas 12, 15, 51, 81, 120, 137
Maziarz Mariusz 37, 40-41, 88, 115, 137
Mączyńska Elżbieta 4, 78, 97, 137
Meade James 97, 137
Medio Andreas 55, 57, 137
Melander Hubert 54, 132
Menger Karl 11-12
Menzies Peter 135
Messiniss George 74, 137
Michalewski Boris 89, 138
Michorowska Beata 134
Miciuła Ireneusz 74, 138
Miciuła Krzysztof 74, 138
Mill John Stuart 66
Miller Merton 102, 105, 132
Mincer Jacob 69, 71, 138
Morishima Michio 62-63, 138
Mujżel Józef 134
Mulligan Casey 73, 138

N

Nadiri Mark 52, 138
Nandi Banani 52, 138
Nasiłowski Mieczysław 86-88, 90-91, 138
Nataf Andre 122, 138
Nordhaus William 40, 134
Nowożyłow Gienrich 46
Nuti Domenico Mario 64, 138

O

Ohimor Justyna 139
Okoń-Horodyńska Ewa 137
Olsson Carl-Axel 14, 138
Osadcza Irina 138
Osiatyński Jerzy 8-9, 35, 43, 53, 55, 65, 81,
88, 138

P

Pajestka Józef 46, 86-87, 138
Panek Emil 116
Pareto Vilfredo 11, 19, 113
Pasinetti Luigi 45, 62-65, 88, 127, 138
Pawłowski Zbigniew 86-87, 138
Phelps Edward 29, 66, 80
Pierścieniak Andrzej 139
Plosser Charles 119, 139
Płochocki Zbigniew 47, 139
Pocztowski Aleksy 69, 139
Pokropp Frank 124, 139
Poskrobko Bazyli 93, 139
Poskrobko Tomasz 134, 139
Prescott Edward 119, 139
Próchniak Mariusz 97, 139
Przyłuski Krzysztof 116

R

Ramsey Frank 98, 139
Reagan Ronald 35
Rebelo Sergio 99, 143
Reder Mark 23, 121, 139
Reinhart Carmen 40, 139
Reiss Julian 41, 133
Ricardo Dawid 16-17, 46, 80, 139
Robbins Lionel 126
Robinson James 99
Robinson Joan 23, 37, 45, 54-57, 60-62, 66,
70, 81, 88, 120, 127, 139

Rogoff Kenneth 40, 139
Romer David 78, 99, 137
Romer Paul Michael 5, 9, 75, 78, 80, 98-99, 106-108, 134, 139
Rosłanowska-Plichcińska Krystyna 87, 136
Rumianowska Irena 132
Rytel Zygmunt 105-106, 139

S

Sadowski Wiesław 86-87, 139
Sajkiewicz Alicja 69, 139
Sala-i-Martin, Xavier 73, 97, 132, 138
Salter Walter 29, 66, 80
Samuelson Paul Anthony 62-63, 65-66, 88, 131, 137, 139
Sato Kazuo 125, 139
Say Jean-Baptiste 16, 66, 101, 127, 139
Schultz Theodore 67, 69, 71, 75, 139
Schumpeter Józef 12, 15, 17, 76-78, 80, 99, 106, 127
Semkow Jarosław 67, 139
Sherman Howard 136
Sheshinski Eytan 62-63, 133
Shoul Bernice 83, 139
Smith Adam 66, 134
Snowdon Brian 118-119, 139
Soddy Frederick 101, 140
Solow Robert Merton 26, 28-30, 32, 53, 62, 65-66, 76-78, 80-81, 88, 98-99, 103, 115, 119, 122-124, 127, 131, 138, 140
Sołowiew Ivan 89, 138
Spaventa Luigi 64, 140
Sraffa Piero 45, 88, 127, 140
Stankiewicz Waław 12, 140
Starzeński Oskar 87, 140
Stiglitz Joseph 103, 140
Swan Theodore 57-58, 98, 140
Szopik-Decpzyńska Katarzyna 68, 140

T

Terechow Leonid 89, 140
Thatcher Margaret 35
Theil Henri 121-122, 124, 140
Tomasz z Akwinu 11

Tinbergen Jan 23-24, 27-28, 31, 37, 53, 76-77, 80-81, 115, 121, 140
Tintner Gerhard 91, 140
Tokarski Tomasz 106, 140

U

Uzawa Hirofumi 140

V

Vane Howard 139
Veblen Thorstein 14
Velrose Edward 140

W

Wakar Aleksy 89
Walras Leon 11, 19, 57
Walters Alan 122, 140
Weil David 78, 99, 137
Welfe Władysław 40, 46, 108, 135, 140
Weresa Marzenna 134
Wicksell Knut 12-14, 23, 45, 48, 50-51, 53, 61, 64, 79, 81, 113, 127, 138, 140
Wicksteed Philip 11, 13, 23, 47-48, 50-51, 79, 113, 127, 135, 140
Wiener Norbert 41, 141
Wieser Friedrich 12
Włodarczyk Julia 134
Wojtyna Andrzej 106, 141
Woźniak Michał 34-35, 141
Wynarczyk Peter 139

Z

Zagórski Józef 87-88, 141
Zajac Kazimierz 86-87, 141
Zajchowski Józef 86-87, 141
Zawadzki Władysław 19
Zeliaś Aleksander 86-87, 112, 141
Zieliński Marek 116

Ż

Żółtowska Elżbieta 87, 137
Żurawicki Leon 88, 141
Żurawicki Seweryn 88, 141
Żylicz Tomasz 116

Macroeconomic Neoclassical Production Function

Evolution – Controversies – Applications

Abstract

The production function model is widely used in modern economics. From the appearance of its first concepts to its current forms, many approaches to the model have been developed. The book traces its evolution from the late 19th century to the 21st century. The main controversies related to the production function are presented, especially around the theory of capital, technical progress and the application of the model in a centrally planned economy. New applications of the macroeconomic neoclassical production function are also discussed, notably:

- (1) in theories of economic growth,
- (2) as an energy production function,
- (3) in the form of an endogenous production function.

The volume concludes with a presentation of perspectives on the use of the production function in future economic research. Attention is drawn to certain methodological, accounting and interpretative challenges accompanying the model. The macroeconomic neoclassical production function model will remain one of the most important in contemporary economic thought.