

Bartłomiej Bartoszewicz, Bartłomiej Garbicz

ZASTOSOWANIE MODELU REGRESJI LINIOWEJ W ANALIZIE KAPITAŁU OBROTOWEGO W MAŁYCH I ŚREDNICH PRZEDSIĘBIORSTWACH

1. Wstęp

Elementem analiz finansowych w przedsiębiorstwie jest analiza obrotowych składników majątkowych i kapitałowych, a więc analiza zapasów, należności i zobowiązań. Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie koncepcji modelu regresji użytecznego w analizie finansowej w zakresie analizy należności i zobowiązań. Przyjętą hipotezą badawczą jest hipoteza mówiąca o tym, że na poziom należności i zobowiązań w przedsiębiorstwie wpływają czynniki zewnętrzne, niezależne od przedsiębiorstwa, związane m.in. z kondycją finansową odbiorców i dostawców czy ogólną koniunkturą gospodarczą. W klasycznej analizie kapitału obrotowego, tj. w analizie obrotowości składników majątkowych, nie uwzględnia się wpływu czynników zewnętrznych, a jedynie czynniki wewnętrzne, takie jak poziom przychodów ze sprzedaży, poziom kosztów (zob. [1; 3; 4]).

Można przyjąć, że małe i średnie przedsiębiorstwa mają często stosunkowo niewielki wpływ na poziom należności, zwłaszcza gdy kontrahenci nie regulują płatności w terminach umownych, ponieważ siła oddziaływania małych przedsiębiorstw na swoich dłużników jest stosunkowo niewielka. Z tego powodu poziom należności jest częściowo niezależny od działań przedsiębiorstwa, a wynika z czynników z jego otoczenia. A zatem oprócz poziomu sprzedaży, który w największym stopniu wpływa na poziom należności, w analizie należałoby również uwzględnić zmienne z otoczenia przedsiębiorstwa, które mogą wpływać na poziom należności. Jednym z czynników zewnętrznych, wpływających na poziom należności, może być kondycja finansowa odbiorców przedsiębiorstwa (osoby fizyczne, inne przedsiębiorstwa). W analizie finansowej nie ma jednego wskaźnika obrazującego kondycję przedsiębiorstwa, jest ona bowiem przedstawiana za pomocą szeregu wskaźników, np. wskaźników rentowności, zadłużenia, płynności finansowej. W ocenie

kondycji przedsiębiorstw można również posłużyć się wskaźnikami koniunktury gospodarczej, przyjmując, że im lepsze wskaźniki koniunktury, tym lepsza jest sytuacja finansowa przedsiębiorstw. Z kolei poziom zobowiązań przedsiębiorstwa zależy nie tylko od kosztów ponoszonych przez przedsiębiorstwo, ale jest również uwarunkowany poziomem należności. Jeśli bowiem cykl regulowania należności wydłuża się, to poziom zobowiązań zazwyczaj również będzie się powiększać.

Przedstawiona poniżej koncepcja modelu jest próbą powiązania czynników wewnętrznych i zewnętrznych mogących mieć wpływ na poziom należności.

2. Koncepcja modelu kapitału obrotowego

Jak wspomniano na wstępie, do czynników wewnętrznych wpływających na poziom należności i zobowiązań należą na pewno: poziom przychodów ze sprzedaży oraz poziom kosztów operacyjnych. Poziom kosztów operacyjnych zostanie uwzględniony z wyłączeniem kosztów amortyzacji, które nie stanowią wydatków przedsiębiorstwa, a zatem nie generują zobowiązań handlowych. Do czynników zewnętrznych zaliczono kondycję finansową odbiorców. Metodą pomiaru kondycji finansowej odbiorców jest analiza wskaźnikowa lub analiza koniunktury. Ogólnodostępne dane, za pomocą których można analizować sytuację finansową przedsiębiorstw, to np. publikowane przez GUS:

- 1) wskaźniki rentowności sprzedaży,
- 2) wskaźniki poziomu kosztów,
- 3) wskaźniki rentowności brutto,
- 4) wskaźniki rentowności netto,
- 5) wskaźniki płynności,
- 6) wskaźniki koniunktury.

Wskaźniki rentowności, płynności i poziomu kosztów są publikowane przez GUS w Biuletynie Statystycznym. Dotyczą one podmiotów gospodarczych spełniających łącznie oba warunki: 1) prowadzenie ksiąg rachunkowych i sporządzanie co kwartał sprawozdania o przychodach, kosztach i wyniku finansowym F-01/I-01; 2) zatrudnienie przekraczające 49 osób.

Wskaźniki koniunktury również są publikowane przez GUS w Biuletynie Statystycznym. Są one obliczane na podstawie przeprowadzanego co miesiąc testu koniunktury wśród dyrektorów przedsiębiorstw. Wynikiem testu jest różnica między procentem odpowiedzi pozytywnych i negatywnych, opisujących aktualną oraz przewidywaną ogólną sytuację ekonomiczną przedsiębiorstwa.

Z powyższych rozważań wynika, że model kapitału obrotowego będzie modelem dwurównaniowym, ponieważ zmiennymi zależnymi będą poziom należności i poziom zobowiązań. Ponadto, jak zauważono, poziom zobowiązań może być zależny od poziomu należności, a więc model będzie mieć następującą postać rekurencyjną:

$$\begin{aligned} N &= f(P, KK, PK, PS, WZ, WT, WC, \varepsilon_1), \\ Z &= f(N, K, KR, KK, PK, WZ, \varepsilon_2). \end{aligned} \quad (1)$$

W modelu przyjęto następujące oznaczenia zmiennych:

1) zmienne zależne:

N – należności krótkoterminowe przedsiębiorstwa [w tys. zł],

Z – zobowiązania krótkoterminowe przedsiębiorstwa [w tys. zł],

2) zmienne niezależne:

P – przychody przedsiębiorstwa [w tys. zł],

K – koszty operacyjne z wyłączeniem amortyzacji [w tys. zł],

KR – wartość zaciągniętych kredytów krótkoterminowych [w tys. zł],

KK – wskaźnik ogólnego klimatu koniunktury [średnia arytmetyczna wartości wskaźników dotyczących aktualnej koniunktury gospodarczej w badanych przedsiębiorstwach],

PK – wskaźnik prognozy koniunktury [średnia arytmetyczna wartości wskaźników dotyczących oczekiwanej w okresie najbliższych trzech miesięcy koniunktury gospodarczej w badanych przedsiębiorstwach],

PS – wskaźnik prognozy koniunktury w zakresie produkcji sprzedanej,

WZ – wskaźnik prognozy koniunktury w zakresie zobowiązań finansowych,

WT – wskaźnik prognozy koniunktury w zakresie zatrudnienia,

WC – wskaźnik prognozy koniunktury w zakresie cen.

W zaprezentowanej postaci modelu ze względu na dostępność danych uwzględniono jedynie wskaźniki koniunktury, a pominięto wskaźniki rentowności i płynności. Wskaźniki rentowności i płynności są prezentowane przez GUS w układzie kwartalnym. W takim przypadku do oszacowania modelu regresji należałoby dysponować danymi za co najmniej 7-8 lat. Bardziej praktyczne jest wykorzystanie danych miesięcznych. Dlatego też do oszacowania parametrów modelu zostały wykorzystane – oprócz poziomu przychodów, kosztów, należności i zobowiązań – wskaźniki koniunktury, publikowane przez GUS co miesiąc. Dodatkowo wskaźniki koniunktury są prezentowane przez GUS w podziale na następujące grupy przedsiębiorstw:

- przetwórstwo przemysłowe,
- produkcja budowlano-montażowa,
- handel detaliczny.

Dla poszczególnych grup są obliczane wskaźniki ogólnego klimatu koniunktury oraz prognoza w obszarach: ogólna sytuacja gospodarcza, produkcja sprzedana, zobowiązania finansowe, zatrudnienie i ceny.

Dzięki podziałowi wskaźników na grupy przedsiębiorstw i obszary funkcjonalne dla każdego przedsiębiorstwa można przy szacowaniu modelu dobrać wskaźniki z odpowiedniej grupy.

W kolejnej części artykułu zaprezentowano wyniki szacowania parametrów dla przykładowego przedsiębiorstwa.

3. Zastosowanie modelu kapitału obrotowego na przykładzie wybranego przedsiębiorstwa

Prezentowane w tym artykule wyniki estymacji parametrów modelu kapitału obrotowego, weryfikacja przyjętych założeń oraz analiza uzyskanych wyników oparte są na danych za okres od stycznia 2003 r. do lipca roku 2005 dotyczących średniego przedsiębiorstwa produkującego kosmetyki.

W dalszych analizach przyjęto, że zależności między zmiennymi w modelu (1) mają charakter liniowy. Dzięki temu założeniu możliwe jest stosowanie modelu regresji liniowej i łatwe szacowanie jego parametrów metodą najmniejszych kwadratów o znanych i pożądanym własnościach statystycznych. W dalszej części artykułu przyjęto także, że ε_1 oraz ε_2 to n -elementowe (n – liczba obserwacji) wektory niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie normalnym $N(0, \sigma^2)$, $i = 1, 2$.

Ponadto wszystkie elementy wektora ε_1 są niezależne od elementów wektora ε_2 .

Wyjściowa postać modelu kapitału obrotowego jest następująca:

$$\begin{aligned} N_t &= \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 P_{t-1} + \alpha_3 KK_t + \alpha_4 PK_t + \alpha_5 PS_t + \alpha_6 WZ_t + \alpha_7 WT_t + \\ &\quad + \alpha_8 WC_t + \varepsilon_{1,t}, \\ Z_t &= \beta_0 + \beta_1 N_t + \beta_2 N_{t-1} + \beta_3 P_t + \beta_4 P_{t-1} + \beta_5 KR_t + \beta_6 K_t + \beta_7 K_{t-1} + \\ &\quad + \beta_8 KK_t + \beta_9 PK_t + \beta_{10} WZ_t + \varepsilon_{2,t}. \end{aligned} \quad (2)$$

Wyniki szacowania parametrów tak sformułowanego modelu prezentują tab. 1-2.

Do estymacji parametrów tego modelu zastosowano metodę najmniejszych kwadratów, przy czym w drugim równaniu obserwacje empiryczne zmiennej oznaczającej poziom należności N zastąpiono wartościami teoretycznymi tej zmiennej z pierwszego równania modelu.

Niebezpieczeństwo kryjące się w tak sformułowanym modelu polega na tym, że dla szeregów czasowych, takich jak te wykorzystywane w modelu, może wystąpić zjawisko regresji pozornej. Polega ono na tym, że dwie obserwacje dwóch niezależnych zmiennych losowych mogą wskazywać na istnienie statystycznie istotnej

Tabela 1. Wyniki estymacji parametrów pierwszego równania modelu (2)

Zmienna	–	P_t	P_{t-1}	KK_t	PK_t	PS_t	WZ_t	WT_t	WC_t
Parametr	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8
Ocena parametru	2607	0,8736	0,7757	–41,58	–7,819	21,36	24,01	45,12	–1,860
Błąd oceny parametru	891,6	0,2403	0,2342	28,62	21,51	22,99	40,34	18,95	12,63
S_e^2	89 251,20	S_e	298,7	n	30				
R^2	0,8085	DW	2,22	AIC	11,6425				

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 2. Wyniki estymacji parametrów drugiego równania modelu (2)

Zmienna	–	N_t	N_{t-1}	P_t	P_{t-1}	KR_t	K_t	K_{t-1}	KK_t	PK_t	WZ_t
Parametr	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}
Ocena parametru	1106	-0,1324	-0,1085	-0,3258	0,2530	-0,0404	1,672	0,7390	-60,55	67,05	55,10
Błąd oceny parametru	1351	0,6219	0,3539	0,7345	0,5863	0,3149	0,4971	0,5418	28,11	22,47	35,74
S_e^2	178 683,87	S_e	422,7	n	30						
R^2	0,6557	DW	1,78	AIC	12,3699						

Źródło: obliczenia własne.

korelacji między tymi zmiennymi w sytuacji, gdy obie zmienne rosną lub maleją w analizowanej próbie. Zastosowanie modelu regresji liniowej dla takich zmiennych prowadzi najczęściej do otrzymania fałszywych wniosków. W celu wykrycia tego zjawiska wystarczy zastąpić w analizowanym modelu bezwzględne obserwacje zmiennych ich pierwszymi przyrostami. Jeśli zmienne rzeczywiście są ze sobą powiązane, to zarówno dla modelu opartego na wartościach bezwzględnych, jak i na pierwszych przyrostach zmiennych otrzymane oceny parametrów będą zbliżone i statystycznie istotnie różne od zera. Z kolei dla zmiennych pozornie zależnych oceny parametrów mogą się znacznie różnić, a ponadto w modelu opartym na pierwszych przyrostach zmiennych oceny parametrów będą statystycznie nieistotne. Wyniki estymacji równań modelu (2) na podstawie pierwszych przyrostów zmiennych zawierają tab. 3 i 4.

Analiza otrzymanych wyników wskazuje, że w przypadku części zmiennych niezależnych występuje zjawisko korelacji pozornej ze zmienną zależną (w obu równaniach modelu). W równaniu pierwszym oceny parametrów przy zmiennych oznaczających przychody ze sprzedaży oraz przychody ze sprzedaży opóźnione o jeden miesiąc nie uległy dużym zmianom i są nadal istotnie różne od zera. W przypadku innych zmiennych mogą występować korelacje pozorne ze zmienną zależną – oceny parametrów przy zmiennych PK czy WT znacznie się zmieniły, niekiedy

Tabela 3. Wyniki estymacji parametrów pierwszego równania modelu (2) oparte na pierwszych przyrostach zmiennych

Zmienna	–	ΔP_t	ΔP_{t-1}	ΔKK_t	ΔPK_t	ΔPS_t	ΔWZ_t	ΔWT_t	ΔWC_t
Parametr	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8
Ocena parametru	28,90	0,8350	0,8081	-87,19	22,25	31,67	5,582	6,013	2,987
Błąd oceny parametru	80,75	0,2598	0,2587	49,73	32,73	29,40	41,10	29,13	18,92
S_e^2	171 857,33	S_e	414,6	n	29				
R^2	0,5332	DW	2,39	AIC	12,3035				

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 4. Wyniki estymacji parametrów drugiego równania modelu (2) oparte na pierwszych przyrostach zmiennych

Zmienna	–	ΔN_t	ΔN_{t-1}	ΔP_t	ΔP_{t-1}	ΔKR_t	ΔK_t	ΔK_{t-1}	ΔKK_t	ΔPK_t	ΔWZ_t
Parametr	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}
Ocena parametru	-44,09	1,061	-0,4765	-1,418	-0,4975	0,1648	1,306	0,6786	104,2	13,52	-26,52
Błąd oceny parametru	89,52	0,8991	0,4431	0,9440	0,7661	0,2930	0,4922	0,4620	74,89	43,52	47,37
S_e^2	213 547,57	S_e	462,1	n	29						
R^2	0,5341	DW	1,94	AIC	12,5533						

Źródło: obliczenia własne.

zmianie uległ znak oceny parametru, a parametr pozostał statystycznie nieistotny. Podobna sytuacja występuje w równaniu drugim – ocena parametru przy zmiennej oznaczającej koszty bez amortyzacji K nie uległa dużej zmianie, ale np. dla zmiennych KK oraz PK zmiany są bardzo istotne (różny znak oceny parametru, statystyczna nieistotność).

Omówione powyżej wyniki prowadzą do wniosku, że prawidłowa analiza zależności należności i zobowiązań w przedsiębiorstwie od wewnętrznych i zewnętrznych czynników wpływających na należności i zobowiązania powinna opierać się na estymacji równań z pierwszymi przyrostami zmiennych, a nie ich poziomami bezwzględnymi.

W pierwszej kolejności przeprowadzono eliminację zmiennych nieistotnych z równania pierwszego. Wyboru ostatecznej postaci tego równania dokonano na podstawie poziomu kryterium informacyjnego Akaike AIC . Tabela 5. przedstawia wyniki estymacji parametrów ostatecznej postaci równania pierwszego.

Tabela 5. Wyniki estymacji parametrów ostatecznej wersji pierwszego równania modelu (2) oparte na pierwszych przyrostach zmiennych

Zmienna	–	ΔP_t	ΔP_{t-1}	ΔKK_t	ΔPS_t
Parametr	α_0	α_1	α_2	α_3	α_5
Ocena parametru	25,11	0,8825	0,8230	-69,10	37,50
Błąd oceny parametru	72,93	0,2304	0,2242	40,98	22,82
S_e^2	148 217,60	S_e	385,0	n	29
R^2	0,5169	DW	2,45	AIC	12,0620

Źródło: opracowanie własne.

Ostateczna postać równania pierwszego modelu (2) wskazuje, że zmiany należności przedsiębiorstwa spowodowane są zmianami przychodów w bieżącym oraz w poprzednim miesiącu. Zmiany należności związane są także ze zmianami wskaźnika ogólnego klimatu koniunktury oraz wskaźnika prognozy koniunktury z zakre-

się produkcji sprzedanej. Znaki ocen parametrów strukturalnych przy wszystkich zmiennych występujących w modelu są zgodne z oczekiwaniami. Należy zwrócić uwagę, że dwie ostatnie zmienne nie mają istotnego wpływu na zmienną na poziomie istotności 0,1 (p -value w teście istotności t -Studenta wynosi dla tych zmiennych odpowiednio 0,105 oraz 0,113). Przyczyn tego można upatrywać w tym, że w analizowanym przypadku dysponujemy dość krótkimi szeregami czasowymi. Usunięcie obu nieistotnych zmiennych niezależnych z modelu prowadzi do pogorszenia wartości kryterium informacyjnego Akaike AIC .

Wartości teoretyczne zmiennej oznaczającej należności N otrzymane w ostatecznej postaci równania pierwszego wykorzystano do estymacji parametrów równania drugiego oraz eliminacji zmiennych nieistotnych. W tym wypadku również posłużono się kryterium informacyjnym Akaike AIC . Wyniki estymacji parametrów ostatecznej wersji równania drugiego przedstawia tab. 6.

Tablica 6. Wyniki estymacji parametrów ostatecznej wersji drugiego równania modelu (2) oparte na pierwszych przrostach zmiennych

Zmienna	–	ΔP_t	ΔK_t	ΔK_{t-1}	ΔK_t
Parametr	β_0	β_3	β_6	β_7	β_8
Ocena parametru	-28,85	-0,3137	1,433	0,5327	54,98
Błąd oceny parametru	81,57	0,2085	0,3272	0,3288	41,57
S_e^2	186 515,35	S_e	431,9	n	29
R^2	0,4574	DW	2,13	AIC	12,2919

Źródło: obliczenia własne.

Ostateczna wersja równania drugiego wskazuje, że zmiany zobowiązań przedsiębiorstwa wynikają ze zmian przychodów ze sprzedaży, kosztów w bieżącym miesiącu, kosztów w poprzednim miesiącu. Ponadto zmiany zobowiązań występują łącznie ze zmianami ogólnego wskaźnika koniunktury. Znaki ocen parametrów w tym równaniu są również zgodne z oczekiwaniami. W otrzymanym równaniu tylko jedna zmienna – zmiany kosztów w bieżącym miesiącu – istotnie wpływa na zmienną zależną. Wartości p -value wynoszą odpowiednio 0,146, 0,118 oraz 0,198 dla przychodów, kosztów opóźnionych o jeden miesiąc oraz wskaźnika ogólnej koniunktury.

4. Wnioski i uwagi końcowe

Wnioski wynikające z prezentowanych rozważań są następujące:

1. W ostatecznej wersji równania drugiego, dotyczącego szacowania poziomu zobowiązań, na uwagę zasługuje brak zmiennej oznaczającej należności. Oznacza to, że w badanym okresie zmiany należności nie wpływały na zobowiązania w tym przedsiębiorstwie.

2. Dane opisujące sytuację finansową przedsiębiorstw, które są publikowane przez GUS, dotyczą pewnej grupy przedsiębiorstw. Może zatem wystąpić sytuacja, że zmienne zależne będą słabo powiązane z publikowanymi przez GUS wskaźnikami koniunktury, jeśli odbiorcami są przedsiębiorstwa o innej charakterystyce niż te badane przez GUS.
3. Ze względu na małą ilość danych pochodzących z analizowanego przedsiębiorstwa związek należności i zobowiązań ze zmiennymi opisującymi otoczenie przedsiębiorstwa nie został jednoznacznie potwierdzony przy wykorzystaniu wskaźników koniunktury publikowanych przez GUS. Przyczyną tego może być brak rzeczywistych zależności analizowanych wielkości ekonomicznych lub zbyt krótkie szeregi czasowe, jakimi dysponowali autorzy badania. Niemniej autorzy niniejszego artykułu uznają przeprowadzone badania za obiecujące i wymagające dalszych analiz, ale z wykorzystaniem dłuższych szeregów danych, a także dla innych przedsiębiorstw niż omawiane w artykule.

Literatura

- [1] *Analiza finansowa w zarządzaniu przedsiębiorstwem*, red. L. Bednarski, T. Waśniewski, Fundacja Rozwoju Rachunkowości w Polsce, Warszawa 1996.
- [2] Bednarski L., Borowiecki R., Duraj J., Kurtyś E., Waśniewski T., Wersty B., *Analiza ekonomiczna przedsiębiorstwa*, AE, Wrocław 2001.
- [3] Gabrusewicz W., *Podstawy analizy finansowej*, PWE, Warszawa 2005.
- [4] Sierpińska M., Jachna T., *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*, PWN, Warszawa 2004.

APPLICATION OF REGRESSION MODELS TO WORKING CAPITAL ANALYSIS IN SMALL AND MEDIUM FIRM SECTOR

Summary

Analysis of accounts receivable and accounts payable is an important part of working capital management. In this paper a regression model of accounts receivable and accounts payable is presented. The research hypothesis is that these quantities (for a company in small and medium firm sector) not only depend on income and costs, but also on factors external to the enterprise, such as financial situation of suppliers and clients, and the entire economy (quantified by indicators published by the Central Statistical Office).