

Agnieszka Strycharczyk

Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

MODELOWANIE RYZYKA UPADŁOŚCI A METODY OCENY EFEKTYWNOŚCI WYBRANYCH MODELI

1. Wstęp

Tematyka związana z modelowaniem ryzyka upadłości przedsiębiorstw cieszy się w Polsce coraz większym zainteresowaniem. Jest to związane m.in. z opublikowanym w czerwcu 2004 r. dokumentem bazylejskim – „Ujednolicenie pomiaru kapitału i standardów kapitałowych w skali międzynarodowej, znowelizowana metodologia”, w którym podana została definicja zajścia zdarzenia określanego jako „default”, obejmującego szereg zdarzeń – wyznaczników uprawdopodobnienia braku spłaty, w tym m.in. wystąpienie dłużnika z wnioskiem o bankructwo czy ogłoszenie takiego bankructwa. Pozostałe wskazują na pogarszającą się sytuację ekonomiczno-finansową dłużnika, co również może prowadzić do jego bankructwa, a odnoszą się do sytuacji, w której kredytobiorca najprawdopodobniej nie spłaci w całości zobowiązania kredytowego lub też zalega ze spłatą dłużej niż 90 dni w zakresie dowolnego istotnego zobowiązania kredytowego.

Miarą zajścia takiego zdarzenia jest prawdopodobieństwo defaultu (*probability of default* – PD), którego oszacowanie jest istotne z punktu widzenia oceny ryzyka kredytowego podmiotów gospodarczych, zwłaszcza, gdy wewnętrzny system ratingowy banku opiera się na modelach statystycznych (np. na modelu logitowym). System wewnętrznych ratingów stanowi ważny element dokumentu bazylejskiego i spełnia istotną funkcję regulacyjną przy wyznaczaniu poziomu kapitału regulacyjnego. Stąd tak duże, również w Polsce, zainteresowanie banków jakością swoich systemów ratingowych.

2. Modelowanie ryzyka upadłości przedsiębiorstw i wybrane techniki oceny efektywności modeli

Wciąż popularną metodą badania kondycji firm w gospodarce amerykańskiej jest dobrze znany model Altmana, który wykazuje wysoką zdolność do prognozowania zagrożenia upadłością przedsiębiorstw z tamtego regionu. Model ten znajduje jednak zwolenników również w innych krajach, gdzie jest wykorzystywany do oceny kondycji finansowej przedsiębiorstw, przy czym często modyfikowany – by lepiej odzwierciedlać różnice wynikające ze specyfiki poszczególnych gospodarek lub systemu.

Najlepszym rozwiązaniem jest więc zbudowanie modelu „od podstaw” poprzez dobór właściwych wskaźników finansowych, a następnie nadanie im odpowiednich współczynników (wag). W polskiej literaturze modele te określane są najczęściej jako „systemy wczesnego ostrzegania”.

Jednak zarówno model Altmana, jak i inne modele oparte na analizie dyskryminacyjnej nie odpowiadają na pytanie, jakie jest prawdopodobieństwo, że dany podmiot w określonym horyzoncie czasowym zbankrutuje. Przypisują one jedynie firmę do grona „potencjalnych bankrutów” w zależności od podanych wartości granicznych, co znaczenie utrudnia porównanie dwóch podmiotów o podobnej wartości wskaźnika.

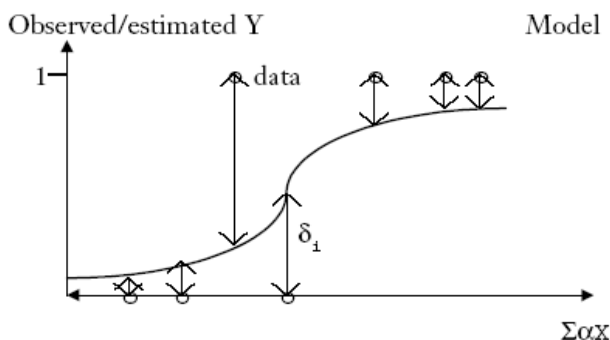
Badania przeprowadzone przez agencję Moody's wykazały, że pomimo swojej popularności model Altmana charakteryzuje się względnie niską siłą predykcji zdarzeń defaultu mierzoną współczynnikiem AR (*accuracy ratio*) w porównaniu z innymi wybranymi modelami, szczególnie modelami opartymi na regresji logistycznej (modele logitowe) – np. RiskCalc Germany, RiskCalc Austria¹.

Modelem często stosowanym przy prognozowaniu i ocenie kondycji finansowej klienta jest model logitowy, na którym opierają się m.in. systemy ratingowe rekomendowane przez agencję Moody's. Model ten przyjmuje następującą postać:

$$Y = \frac{\exp(\alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3 + \dots + \alpha_n X_n)}{1 + \exp(\alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3 + \dots + \alpha_n X_n)},$$

gdzie Y jest zmienną zależną (PD), przyjmującą wartości z przedziału $<0; 1>$, przypisane do konkretnego podmiotu i uzależnione m.in. od wartości wskaźników finansowych danej spółki, branży gospodarowania itp. Postać graficzna modelu została przedstawiona na rys. 1.

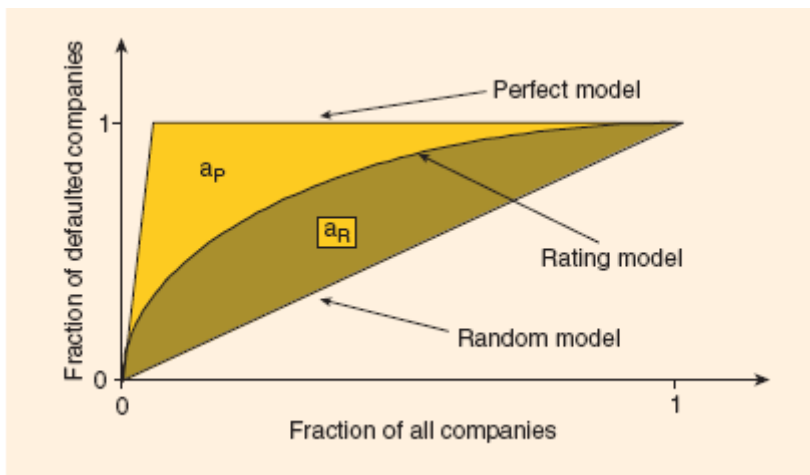
¹ W wyniku badań przeprowadzonych przez Moody's KMV dla różnych gospodarek, w tym m.in. Austrii, Niemiec, Australii, Stanów Zjednoczonych, Portugalii, powstały odrębne modele dla poszczególnych krajów.



Rys. 1. Model logitowy

Źródło: [Moody's Risk... 2002].

Istotnym zagadnieniem jest jednak weryfikacja efektywności danego modelu. Zmieniają się bowiem przepisy prawne (standardy rachunkowości) oraz otoczenie gospodarcze, wprowadzenie pewnych zmian wpływa więc istotnie na poprawę jakości modelu, a w efekcie na zdolność do trafnej oceny przedsiębiorstw i wskazania, które z nich i w jakim stopniu zagrożone są upadłością.



Rys. 2. Cumulative Accuracy Profiles

Źródło: [Engelmann, Tasche 2003, s. 82].

Banki są żywo zainteresowane jakością swoich systemów ratingowych. Weryfikując efektywność takiego systemu lub jego części, „badają” model pod kątem jego

zdolności do prawidłowej oceny kredytobiorców. W praktyce ocenie efektywności poszczególnych modeli służą m.in. podstawowe techniki, jak krzywa CAP (*cumulative accuracy profiles*), wskaźnik dokładności – AR (*accuracy ratio*) czy ROC (*receiver operating characteristic*).

Krzywą *power curve* tworzą punkty wyznaczone dla każdego n% próby, którym odpowiada n% wszystkich przypadków default. Model „idealny” cechuje wysoka koncentracja klientów, którzy faktycznie znaleźli się w grupie klientów „zdefaultowanych” (np. utracili zdolność płatniczą lub zbankrutowali), w ramach grupy podmiotów o najwyższym poziomie ryzyka. W przypadku modeli o niskiej efektywności (szczególnie modelu losowego) można oczekiwać, iż eliminując n% całej populacji eliminuje się n% wszystkich przypadków default, czego graficznym wyrazem jest przekątna na rys. 2.

Syntetyczną miarą efektywności modelu jest wspomniany wcześniej wskaźnik dokładności dopasowania modelu – AR, którego postać jest następująca:

$$AR = \frac{a_R}{a_P}.$$

Model jest tym lepszy, im bardziej wartości wskaźnika AR zbliżają się do 1. Wartości wskaźnika AR dla wybranych modeli przedstawiono w tab. 1.

Tabela 1. Wskaźnik AR dla wybranych modeli

Model	AR
Wskaźnik ROA	53%
Zredukowany Z'-Score ²	53%
Z'-Score	43%
Model Mertona	67%
Model Moody'sa	73%

Źródło: opracowanie na podstawie [*Benchmarking Quantitative...* 2000].

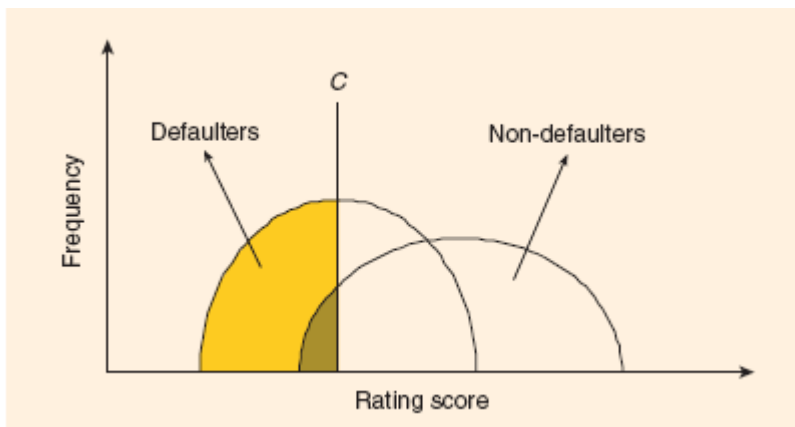
Tendencję podobną do przedstawionej w tab. 1 zaobserwowano w polskim sektorze bankowym, gdzie wskaźnik AR³ kształtował się w granicach ok. 58%. Zastosowanie modelu regresji logistycznej systemu rekomendowanego przez agencję Moody's dla tych samych przedsiębiorstw podniosło wyniki AR średnio do ok. 64%⁴. Efektywność modelu Altmana również okazała się najniższa.

² Wersja modelu Altmana z 1993 r.

³ Badania przeprowadzone na próbie 3750 podmiotów korporacyjnych.

⁴ Wyniki dla modeli stosowanych dla poszczególnych gospodarek, w tym Austrii i Niemiec, różnią się, lecz są istotnie wyższe od modelu Z'-Score.

Kolejnym sposobem oceny jakości modelu jest skonstruowanie krzywej ROC. Wygląd krzywej zależy od rozkładu klas ratingowych, wartości PD lub innych wielkości charakteryzujących poziom ryzyka podmiotów niewypłacalnych (bądź bankructw) w próbie oraz podmiotów wypłacalnych.



Rys. 3. Rozkład klas ratingowych podmiotów należących do grupy default i non-default

Źródło: [Engelmann, Tasche 2003, s. 83].

Przy danej wartości punktu odcięcia C (*cut-off value*), $HR(C)$ ⁵, zadana wzorem:

$$HR(C) = \frac{H(C)}{N_D},$$

oznacza udział klientów poprawnie zaklasyfikowanych przez model do tzw. grupy klientów zdefaultowanych – $H(C)$ w grupie wszystkich podmiotów, które zdefaultowały – N_D .

Z kolei $FAR(C)$ ⁶, określona wzorem:

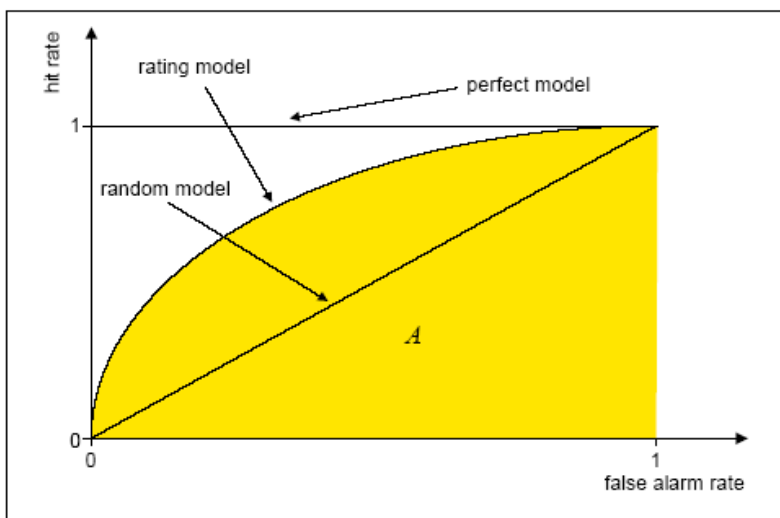
$$FAR(C) = \frac{F(C)}{N_{ND}},$$

wyraża stosunek podmiotów błędnie przypisanych przez model do grupy default do wszystkich podmiotów należących do grupy non-default.

W ten sposób dla wszystkich wartości C , przy danych wartościach $HR(C)$ oraz $FAR(C)$, można wyznaczyć krzywą ROC:

⁵ Hit rate.

⁶ False alarm rate.



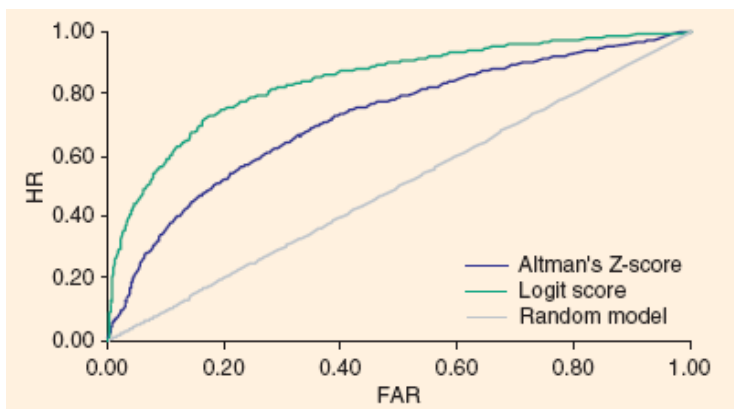
Rys. 4. Receiver Operating Characteristic

Źródło: [Engelmann, Tasche 2003, s. 83].

Jakość modelu jest tym lepsza, im większe jest pole A pod krzywą ROC. Pole A można wyznaczyć, podstawiając wartości $HR(C)$ oraz $FAR(C)$ do wzoru:

$$A = \int_0^1 HR(FAR) d(FAR).$$

Dla modelu idealnego pole to wynosi 1, dla modelu losowego 0,5. Krzywe ROC dla wybranych modeli przyjmują postać:



Rys. 5. Krzywe ROC dla wybranych modeli

Źródło: [Engelmann, Tasche 2003, s. 86].

Wyraźnie widać więc przewagę modeli opartych na regresji logistycznej (w tym modeli rekomendowanych przez agencję ratingową Moody's) nad modelem Altmana.

3. Podsumowanie

Modelowanie ryzyka upadłości oraz techniki walidacji owych modeli zaczęły być popularne również w Polsce, zwłaszcza w polskim systemie bankowym, gdzie te ostatnie służą przede wszystkim do walidacji systemów ratingowych.

Wyniki analizy przeprowadzonej na wybranej próbie polskich przedsiębiorstw podkreślają brak efektywnego modelu dla całej polskiej gospodarki na wzór modeli Moody's KMV, funkcjonujących w wybranych gospodarkach europejskich (Austria, Niemcy, Portugalia itp.), który pozwoliłby na ocenę polskich przedsiębiorstw z różnych branż oraz na porównanie tych podmiotów z firmami spoza Polski.

Literatura

- Benchmarking Quantitative Default Risk Models: A Validation Methodology*, Rating Methodology, „Moody's Investors Service”, March 2000.
- Engelmann B., Tasche D., *Testing Rating Accuracy*, „Risk Magazine”, January 2003.
- International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards*, BIS, Basel 2004.
- Moody's Risk CalcTM for Private Companies: Austria*, Rating Methodology, „Moody's Investors Service”, September 2002.
- Studies on the Validation of the Internal Rating Systems, Revised Version* – May 2005, Basel Committee on Banking Supervision, BIS.

BANKRUPTCY RISK MODELING AND METHODS OF FORECASTING THE RISK

Summary

The issue of bankruptcy of Polish enterprises receives growing attention – especially when concerning on the main issues banks will have to face to comply with the new Basel II internal ratings-based approach. Therefore bankruptcy risk assessment models are in the center of interest as well as the methods of their quality measurement.

Due to a variety of technical developments in finance, it has become possible both to quantify the level of default risk in a single asset and test the model's accuracy – simply defined as a model's ability to correctly classify firms.