

Aleksandra Witkowska, Marek Witkowski

Akademia Ekonomiczna w Poznaniu

ZASTOSOWANIE MODELU REGRESYJNEGO ZE ZMIENNYMI PARAMETRAMI W RACHUNKU CVP W PRZEDSIĘBIORSTWIE

1. Wstęp

Rachunek CVP (*Cost – Volume – Profit*) jest bardzo często wykorzystywany jako narzędzie wspomagające proces podejmowania decyzji krótkookresowych w przedsiębiorstwie na styku takich kategorii ekonomicznych, jak: koszty – rozmiary działalności – zysk. Wynika to z tego, że w warunkach gospodarki rynkowej następuje zdecydowane zwiększenie odpowiedzialności każdej firmy za generowane koszty oraz dochody i tym samym rozszerzenie stopnia jej oddziaływania na te kategorie.

Rachunek CVP może być prowadzony w dwóch przekrojach: sekwencyjnym i integralnym, które wymagają różnego pokrycia informacyjnego. Przekrój integralny, który będzie przedmiotem naszego zainteresowania w pracy, odnosi się do przedsiębiorstwa jako całości i może być realizowany na podstawie danych pochodzących ze sprawozdawczości finansowej przedsiębiorstwa. Przekrój sekwencyjny natomiast obejmuje swoim zakresem poszczególne produkty firmy i wymaga, jak łatwo zauważyć, bardziej szczegółowego pokrycia informacyjnego.

Tradycyjny rachunek CVP jest prowadzony na podstawie danych pochodzących z jednego okresu (miesiąca, kwartału, roku), nie uwzględnia więc „ścieżki rozwojowej firmy” czyli faktu, że rezultaty działalności firmy w okresie t zależą od tego, co było w okresach wcześniejszych. Jest więc on siłą rzeczy obciążony dużą przypadkowością wynikającą z wnioskowania tylko na podstawie obserwacji z jednego okresu. Ponadto w rachunku CVP zasadniczym problemem jest podział kosztów na stałe i zmienne. W praktyce najczęściej tego podziału dokonuje się metodą „ekspercką”, kwalifikując arbitralnie określone rodzaje kosztów do stałych i zmiennych, co również jest źródłem błędów.

Zasygnalizowane wyżej niedogodności tradycyjnego rachunku CVP stanowiły uzasadnienie dla wykorzystania do jego prowadzenia modelu regresyjnego ze

zmiennymi parametrami. Przydatność tego modelu zostanie zweryfikowana na autentycznym materiale empirycznym pochodzącym z wybranego drogą doboru celowego przedsiębiorstwa. Nazwy jego nie możemy jednak, ze względu na brak zgody Zarządu, ujawnić.

2. Metoda badania

Rachunek CVP składa się z dwóch części. W pierwszej dokonuje się oszacowania progu rentowności przedsiębiorstwa, w drugiej natomiast przeprowadza się analizę wrażliwości progu rentowności na zmiany czynników go wyznaczających. Jeśli rachunek ten prowadzony jest w przekroju integralnym to są to następujące czynniki:

- przychody ze sprzedaży,
- koszty stałe,
- jednostkowe koszty zmienne.

Przyjmując, zgodnie z klasycznymi założeniami rachunku CVP, że zależność między kosztami całkowitymi a przychodami ze sprzedaży jest liniowa, co można zapisać jako [4, s. 83]:

$$KC = \alpha_0 + \alpha_1 PS + U,$$

gdzie: KC oznacza koszty całkowite, PS – przychody ze sprzedaży, α_0 – koszty stałe, α_1 – jednostkowe koszty zmienne (względny poziom kosztów zmiennych), U – składnik losowy,

okazuje się, że próg rentowności firmy jest dany relacją:

$$PRW = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}.$$

Oznacza to, że próg ten wyznaczony jest przez parametry liniowego modelu kosztów względem przychodów ze sprzedaży.

Tak oszacowany próg rentowności ma jednak zasadniczą wadę. Jest mianowicie niezmienny w objętym analizą horyzoncie czasowym $\langle 1; n \rangle$. Wadę tę można wyeliminować przez zastosowanie w procesie jego estymacji liniowego modelu regresyjnego kosztów ze zmiennymi parametrami w postaci:

$$KC_t = \alpha_{0t} + \alpha_{1t} PS_t + U_t \quad (1)$$

dla $t = 1, 2, \dots, n$.

W modelu tym parametry α_{0t} i α_{1t} są zmienne w czasie w tym sensie, że każdemu okresowi t odpowiadają inne z reguły wartości tych parametrów [5, s. 120-122].

Wtedy integralny próg rentowności jest dany relacją:

$$PRW_t = \frac{\alpha_{0t}}{1 - \alpha_{1t}} \text{ dla } t = 1, 2, \dots, n,$$

czyli jest zmienny w czasie.

Zasadniczą częścią rachunku CVP jest analiza wrażliwości. Stanowi ona narzędzie oceny ryzyka operacyjnego w przedsiębiorstwie. Stosując ją, możemy bowiem zbadać [8, s. 207-208]:

1) odporność przedsiębiorstwa na zmiany przychodów ze sprzedaży w okresie t , obliczając:

$$MPS_t = 1 - \frac{\alpha_{0t}}{PS_t(1 - \alpha_{1t})},$$

2) odporność firmy na zmianę jednostkowych kosztów zmiennych w okresie t , obliczając:

$$kz_t(\max) = 1 - \frac{\alpha_{0t}}{PS_t}$$

oraz

$$Mkz_t = \frac{kz_t(\max) - kz_t}{kz_t} = \frac{kz_t(\max)}{\alpha_{1t}} - 1,$$

3) odporność firmy na zmianę kosztów stałych w okresie t , obliczając:

$$KS_t(\max) = PS_t(1 - \alpha_{1t})$$

oraz

$$MKS_t = \frac{KS_t(\max) - KS_t}{KS_t} = \frac{PS_t(1 - \alpha_{1t})}{\alpha_{0t}} - 1$$

gdzie: MPS_t oznacza margines bezpieczeństwa ze względu na zmiany przychodów ze sprzedaży w okresie t , Mkz_t – margines bezpieczeństwa ze względu na zmiany jednostkowych kosztów zmiennych w okresie t , MKS_t – margines bezpieczeństwa ze względu na zmiany kosztów stałych w okresie t , $kz_t(\max)$ – maksymalny poziom jednostkowych kosztów zmiennych w okresie t , $KS_t(\max)$ – maksymalny poziom kosztów stałych w okresie t .

Mierniki te pokazują, jak dalece próg rentowności jest wrażliwy na zmiany wyznaczających go czynników. Im wrażliwość ta jest mniejsza, tym mniejsze jest również ryzyko operacyjne.

Istotne znaczenie w rachunku CVP ma też określenie wpływu, jaki mają na zysk operacyjny przychody osiągnięte ze sprzedaży. Służy do tego wskaźnik tworzenia zysku operacyjnego dany relacją [3, s. 56-57]:

$$WZ_t = \frac{PS_t - KZ_t}{PS_t - KC_t} = \frac{PS_t(1 - \alpha_{1t})}{PS_t(1 - \alpha_{1t}) - \alpha_{0t}},$$

gdzie: KZ_t oznacza całkowite koszty zmienne w okresie t .

Miernik ten pokazuje, o ile procent zmieni się zysk operacyjny w okresie t , jeśli przychody ze sprzedaży w tym okresie zmieniają się o 1%. Warto zauważyć, że

$WZ_t = \frac{1}{MPS_t}$. Oznacza to, że przy dużych kosztach stałych wzrasta zdolność do

tworzenia zysku, ale maleje margines bezpieczeństwa osiągnięcia tego zysku [2, s. 132-134). Pojawia się więc dylemat, czy prowadzić działalność przy wysokim progu rentowności i małym marginesie bezpieczeństwa (czyli dużym zysku) czy też odwrotnie.

3. Ilustracja empiryczna

Przedstawiona w punkcie poprzednim metoda postępowania badawczego została poddana egemplifikacji empirycznej w oparciu o autentyczny materiał źródłowy pochodzący z wybranego w sposób celowy przedsiębiorstwa. Jednostką czasu badania był kwartał, a badanie objęło lata 2003-2005.

Dane statystyczne dotyczyły przychodów ze sprzedaży (X) oraz kosztów działalności operacyjnej (Y) i były zawarte w sprawozdaniach F-01 badanej firmy.

Przed estymacją parametrów modelu regresyjnego dokonaliśmy weryfikacji odporności tego modelu na nietypowe, wyraźnie odróżniające się od pozostałych, obserwacje. Występowanie takich obserwacji jest niekorzystne z punktu widzenia jakości oszacowań modelu regresyjnego. W tym celu zastosowaliśmy współczynniki rzutowania h_i , które są elementami diagonalnymi macierzy w postaci [6, s. 254-259]:

$$H = X(X^T X)^{-1} X^T,$$

zwanej macierzą rzutowania, gdzie X jest macierzą obserwacji na zmiennych objaśniających modelu regresji.

Następnie uznaliśmy obserwację o numerze i za nietypową (wpływową), jeśli $h_i > h_{kr}$, przy czym:

$$h_{kr} = \frac{3(k+1)}{n},$$

gdzie k oznacza liczbę zmiennych objaśniających w modelu regresji, n – liczbę obserwacji.

Wartości współczynników h_t zamieściliśmy w tab. 1.

Tabela 1. Wartości wpływowe dla danych, na podstawie których oszacowano model regresji ze zmiennymi parametrami

t	h_t	t	h_t
1	0,212	7	0,137
2	0,240	8	0,102
3	0,103	9	0,165
4	0,293	10	0,114
5	0,138	11	0,084
6	0,083	12	0,327
$h_{kr} = 0,50$			

Źródło: obliczenia własne.

Wartość h_{kr} jest wartością krytyczną współczynników rzutowania i stanowi kryterium identyfikacji obserwacji wpływowych. Łatwo więc zauważyć, obserwując zawarte w tab. 1 charakterystyki liczbowe, że żadnej z 12 obserwacji, na podstawie których szacowaliśmy parametry modelu regresyjnego, nie można uznać za wpływową.

Ponadto, ponieważ jednostką czasu badania był kwartał, dokonaliśmy sprawdzenia, czy wyróżnione zmienne podlegają wahaniom sezonowym. W tym celu zastosowaliśmy prosty test sezonowości [7, s. 406], którego wyniki ujęliśmy w tab. 2.

Tabela 2. Wyniki weryfikacji hipotezy o występowaniu sezonowości badanych zmiennych ekonomicznych

Zmienna	Wartość sprawdzianu hipotezy zerowej	Wartość krytyczna testu ($\alpha = 0,05$)	Decyzja
Koszty działalności operacyjnej	3,081	6,898	Brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej głoszącej, że wahania sezonowe nie występują
Przychody ze sprzedaży	3,081	6,898	

Źródło: obliczenia własne.

Zawarte w tab. 2 wyniki potwierdzają hipotezę, że żadna ze zmiennych nie była obciążona sezonowością. W związku z tym dokonaliśmy estymacji parametrów modelu ze zmiennymi parametrami, korzystając z procedury opisaną przez S. Bartosiewicz [1, s. 116-121]. Procedura ta, dostosowana do specyfiki naszego problemu badawczego, jest następująca:

a. Zakładamy, że funkcja regresji kosztów jest funkcją liniową względem rozmiarów działalności w postaci:

$$Y = a_0 + a_1 X + \xi,$$

gdzie: Y oznacza koszt całkowity, X – rozmiary działalności, a_0 – koszty stałe, a_1 – przeciętny przyrost kosztów na jednostkę przyrostu rozmiarów działalności (jednostkowe koszty zmienne).

b. Obieramy pewną liczbę $l = n+1/2$ i następnie na podstawie szeregów czasowych wyróżnionych zmiennych wyznaczamy $n-l+1$ odcinkowych funkcji kosztów w postaci:

$$Y_t = a_{0j} + a_{1j}X_t + \xi_t, \quad (2)$$

gdzie: $j = 1, 2, \dots, n-l+1$; $t = j, j+1, \dots, j+l-1$.

W ten sposób kolejne funkcje typu (2) opisują zależności między kosztami a rozmiarami działalności w kolejnych następujących po sobie przedziałach czasu ($t, t+l-1$).

c. Ze wzoru (2) widać, że dla każdego t otrzymuje się tyle wartości parametrów, ile równań typu (2) odnosi się do tego samego okresu t . W związku z tym konieczne staje się obliczenie dla każdego t średnich z wartości parametrów a_{0j} oraz a_{1j} . Korzystamy wówczas ze wzorów:

$$a_{1t} = \begin{cases} \frac{1}{t} \sum_{j=1}^t a_{1j} & t = 1, 2, \dots, l \\ \frac{1}{l} \sum_{j=t-l+1}^l a_{1j} & t = l+1, l+2, \dots, n-l+1 \\ \frac{1}{n-t+1} \sum_{j=t-l+1}^{n-t+1} a_{1j} & t = n-l+2, n-l+3, \dots, n \end{cases} \quad (3)$$

$$a_{0t} = \begin{cases} \frac{1}{t} \sum_{j=1}^t a_{0j} & t = 1, 2, \dots, l \\ \frac{1}{l} \sum_{j=t-l+1}^l a_{0j} & t = l+1, l+2, \dots, n-l+1 \\ \frac{1}{n-t+1} \sum_{j=t-l+1}^{n-t+1} a_{0j} & t = n-l+2, n-l+3, \dots, n \end{cases} \quad (4)$$

d. Na podstawie obliczonych według wzorów (3) i (4) ocen parametrów oraz uwzględniając równanie (2), opisujemy zależność między kosztami a rozmiarami działalności za pomocą relacji:

$$\hat{y}_t = a_{0t} + a_{1t}x_t \text{ dla } t = 1, 2, \dots, n.$$

Wyniki tej estymacji zaprezentowaliśmy w tab. 3.

Tabela 3. Wyniki estymacji parametrów modelu regresyjnego ze zmiennymi parametrami typu (2)

t	a_{0t}	a_{1t}
1	284,3	0,6311
2	305,8	0,6253
3	332,6	0,6166
4	348,5	0,6144
5	317,6	0,6404
6	337,4	0,6417
7	350,9	0,6459
8	377,5	0,6369
9	372,9	0,6442
10	432,4	0,6108
11	456,9	0,5974
12	518,9	0,5546
$\times$	$V_u = 2,49\%$ $\varphi^2 = 2,7\%$	

Źródło: obliczenia własne.

Oszacowany model jest, jak widać, modelem o dobrej „jakości” gdyż:

- błąd losowy modelu jest relatywnie mały, o czym mówi współczynnik zmienności losowej V_u ,
- model wyjaśnia aż 97,3% zmienności kosztów operacyjnych w badanym horyzoncie czasowym, na co wskazuje współczynnik zgodności φ^2 .

Ponadto dostrzegamy dyferencjację ocen jego parametrów w czasie, co wskazuje wyraźnie, że koszty stałe są kosztami okresu, a nie kosztami bezwzględnie stałymi. Koszty te miały w analizowanym okresie tendencję wzrostową, co świad-

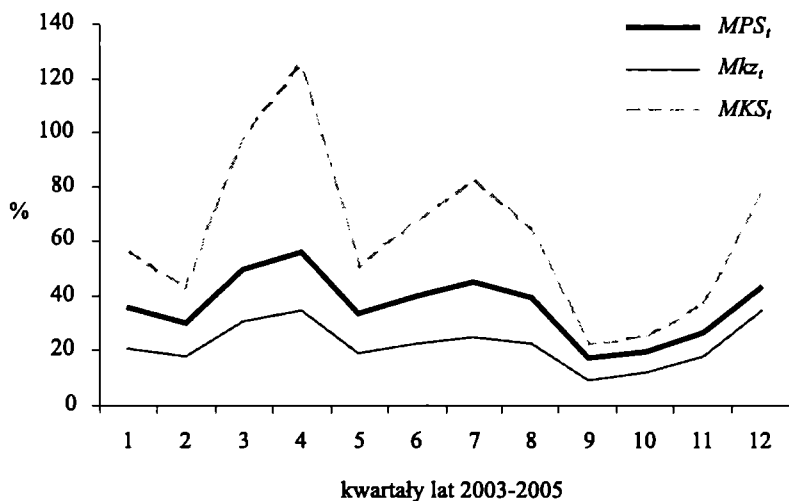
Tabela 4. Rachunek CVP w badanym przedsiębiorstwie w przekroju kwartalnym w latach 2003-2005

t	PRW_t (w tys. zł)	MPS_t (w %)	kz_t (max)	Mkz_t (w %)	KS_t (max) (w tys. zł)	MKS_t (w %)	WZ_t
1	770,8	35,7	0,7627	20,9	442,0	55,5	2,803
2	816,0	29,7	0,7365	17,8	434,9	42,2	3,368
3	867,4	49,2	0,8054	30,6	655,1	97,0	2,031
4	903,8	55,5	0,8286	34,9	783,8	124,9	1,800
5	883,3	33,4	0,7605	18,7	476,8	50,1	2,995
6	941,8	40,1	0,7854	22,4	563,3	66,9	2,495
7	991,1	45,0	0,8053	24,7	638,4	81,9	2,221
8	1039,8	39,0	0,7786	22,2	619,0	64,0	2,563
9	1047,9	17,6	0,7069	9,7	452,7	21,4	5,671
10	1110,9	19,8	0,6879	12,6	539,2	24,7	5,048
11	1134,9	26,7	0,7048	18,0	623,2	36,4	3,748
12	1164,9	43,7	0,7493	35,1	922,1	77,7	2,287
• średnia	972,7	36,3	0,7593	22,3	595,9	61,9	3,086
• współczynnik zmienności (w %)	12,7	30,3	5,6	34,3	23,6	46,9	37,3

Źródło: obliczenia własne.

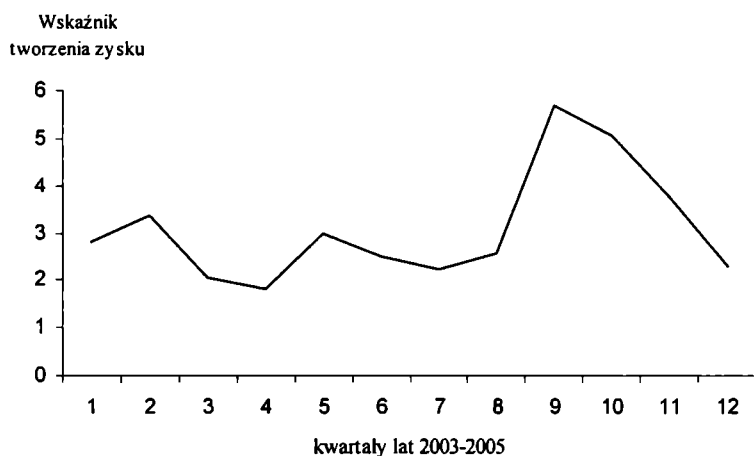
czy o zmniejszającej się elastyczności przedsiębiorstwa i ponoszeniu przez nie coraz większego ciężaru kosztów stałych.

W kontekście powyższych spostrzeżeń wydaje się, że można zastosować oszacowany model do przeprowadzenia rachunku CVP w badanej firmie. Rezultaty tego rachunku według zasad omówionych w punkcie 2 pracy zostały ujęte w tab. 4 i na rys. 1, 2.



Rys. 1. Marginesy bezpieczeństwa w rachunku CVP w badanym przedsiębiorstwie w przekroju kwartalnym w latach 2003-2005

Źródło: dane z tab. 4.



Rys. 2. Wskaźnik tworzenia zysku operacyjnego w badanym przedsiębiorstwie w przekroju kwartalnym lat 2003-2005

Źródło: dane z tab. 4.

Zawarte w tab. 3 syntetyczne charakterystyki liczbowe pozwalają na kilka konstatacji.

- W każdym kwartale badanego horyzontu czasowego przedsiębiorstwo generowało zysk na działalności operacyjnej, co skutkowało tym, że odległość od progu rentowności była dodatnia, jakkolwiek zmienna w czasie. Oznaczało to, że przedsiębiorstwo było odporne na zmiany przychodów ze sprzedaży. Odporność ta wahała się od 17,6% (I kwartał 2005 r.) do 55,5% (IV kwartał 2003 r.). Warto jednak zwrócić uwagę na to, że odporność ta, ogólnie biorąc, zmniejszała się wraz z upływem czasu.
- Maksymalny poziom jednostkowych kosztów zmiennych charakteryzował się bardzo małą dyspersją w przekroju kwartalnym, natomiast dużo większą zmiennością cechował się wskaźnik marginesu bezpieczeństwa ze względu na zmiany tych kosztów. Wskaźnik ten wahał się w granicach 9,7-35,1%. O ile więc w I kwartale 2005 r. wzrost *kz* o 9,7% skutkował znalezieniem się firmy w progu rentowności, to w IV kwartale 2005 r. dopiero wzrost *kz* o 35,1% w stosunku do jego poziomu rzeczywistego zaobserwowanego w tym kwartale powodowałby znalezienie się firmy w strefie „zerowego” operacyjnego wyniku finansowego. Widać więc wyraźnie, że wrażliwość przedsiębiorstwa na zmiany względnego poziomu kosztów zmiennych w poszczególnych kwartałach była zdecydowanie mniejsza niż wrażliwość na zmiany przychodów ze sprzedaży.
- Przedsiębiorstwo charakteryzowało się największą odpornością na zmiany kosztów stałych, o czym świadczy obliczony dla nich margines bezpieczeństwa, który wahał się od 21,4% w I kwartale 2005 r. do 124,9% w IV kwartale 2003 r. Oznacza to, że dyspersja wrażliwości na zmiany kosztów stałych w przekroju kwartalnym była bardzo wysoka, co wskazuje, że w firmie koszty stałe mogły wzrosnąć w zależności od kwartału od 21,4 do 124,9% w stosunku do rzeczywistych kosztów stałych, a przedsiębiorstwo jeszcze nie znalazło się w strefie straty (oczywiście przy *ceteris paribus* pozostałych czynników, czyli przychodów ze sprzedaży i jednostkowych kosztów zmiennych).
- Wskaźnik tworzenia zysku operacyjnego wskazuje na zróżnicowaną zdolność przychodów ze sprzedaży do generowania zysku w poszczególnych kwartałach. Był on najczęściej największy w I kwartale, najniższy zaś w III. Obserwując go, można zauważyć, że zmniejsza się on w miarę oddalania się od progu rentowności. Widać więc wyraźnie, że niższy próg rentowności to wyższy margines bezpieczeństwa *MPS*, i jednocześnie mniejszy wskaźnik tworzenia zysku operacyjnego i tym samym mniejsze ryzyko.

Rekapitulując, można stwierdzić, że działalność operacyjna badanego przedsiębiorstwa jest stosunkowo wysoce odporna na zmiany podstawowych zmiennych generujących wynik finansowy tej działalności. Największą przy tym odpornością charakteryzowała się ona na zmiany kosztów stałych, najmniejszą zaś na zmiany względnego poziomu kosztów zmiennych.

W świetle wyników przeprowadzonego badania empirycznego wydaje się nie podlegać dyskusji, że zastosowanie modelu regresyjnego ze zmiennymi parametrami w rachunku CVP przyczyniło się do opisu odporności przedsiębiorstwa na zachodzące w czasie zmiany ryzyka operacyjnego w sposób bardziej zbliżony do rzeczywistości. Pozwoliło bowiem wyjść naprzeciw rozsądnemu, jak sądzimy, założeniu, że wyniki działalności przedsiębiorstwa w okresie t w sposób bezpośredni zależą od jego wyników w okresach wcześniejszych. Model ten umożliwił też potraktowanie kosztów stałych jako kosztów okresu, a nie jako kosztów bezwzględnie stałych w rozpatrywanym horyzoncie czasowym. Wreszcie, co uważamy za szczególnie cenne, prezentowany model może być wykorzystany do konstrukcji prognoz podstawowych zmiennych występujących w rachunku CVP.

Literatura

- [1] Bartosiewicz S., *Ekonometria, Technologia ekonometrycznego przetwarzania informacji*, PWE, Warszawa 1976.
- [2] Dobija M., *Rachunkowość zarządcza*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1994.
- [3] Duliniec A., *Struktura i koszt kapitału w przedsiębiorstwie*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001.
- [4] Nowak E., *Zaawansowana rachunkowość zarządcza*, PWE, Warszawa 2003.
- [5] *Prognozowanie gospodarcze*, red. M. Cieślak, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001.
- [6] *Statystyczne metody analizy danych*, red. W. Ostasiewicz, AE, Wrocław 1998.
- [7] *Statystyka*, red. J. Paradysz, AE, Poznań 2005.
- [8] Sierpińska M., Jachna T., *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2002.

THE USE OF REGRESSIVE MODEL WITH VARIABLE PARAMETERS IN CVP CALCULUS IN AN ENTERPRISE

Summary

The CVP calculus is one of the mainly used instruments in the process of short-term decision making in an enterprise. It allows to include such important economic categories as costs, the extents of activity or profit.

A classic CVP calculus is of a static character, because it is built on the data from one period.

Furthermore, in the mentioned calculus, the basic problem is the specification of the fixed and variable costs. In the classic meaning, the CVP calculus is made by using the expert method.

The above facts make the CVP calculus in its traditional version very coincidental.

Because of this, in the thesis we advise to use the regressive model with variable parameters in CVP calculus. Its usefulness was verified on the authentic reference book from the purposely chosen enterprise.

The results of the research let us state that the proposed method has both content-related and practical values, because:

- it allows to immerse into the “history” of running of the enterprise,
- it makes possible to specificate both fixed and variable costs, where the fixed costs are considered as period costs,
- it takes CVP calculus holistically,
- the calculated measures from CVP's analysis viewpoint have clear interpretation,
- it can be useful to make a short-term prognosis parameters in the CVP calculus.