

**Instytut Organizacji i Zarządzania
Politechnika Wroclawska**

mgr inż. Edward Bieleninik

***Metody formalne w prognozowaniu
wybranych zjawisk rynkowych***

Praca doktorska

**Promotor
Prof. dr hab. Jan Mikuś**

Wrocław, 2003

Spis treści

<i>Wstęp</i>	5
<i>Rozdział 1 Wprowadzenie</i>	7
1.1. Wskaźniki finansowe w ocenie firmy	8
1.2. Wskaźniki statystyczne w ocenie firmy	10
1.3. Próba oceny przedsiębiorstwa w okresie prognozowanym za pomocą parametrów strukturalnych wzorów analitycznych określających odpowiednie metody z zakresu badań marketingowych.	11
<i>CZĘŚĆ I Analiza retrospektywna oceny rezultatów działalności przedsiębiorstwa jako podstawa badań w okresie prognozowanym</i>	14
<i>Rozdział 2 Plan sytuacyjny przedsiębiorstwa w okresie bazowym jako sformułowanie normatywnych strategii postępowania wobec określonych grup produktów</i>	15
2. 1. Badanie udziału i konkurencyjności na rynku.....	15
2.2. Analiza danych	26
2.3. Macierz BCG dla okresu retrospektywnego	33
<i>Rozdział 3 Ocena efektów cząstkowych zmian obrotów przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym generowana metodą Sterna-Tyszyńskiego</i>	38
3.1. Badanie udziału i konkurencyjności na rynku w okresie retrospektywnym	38
3.2. Analiza danych	40
3.4. Obliczenie efektów cząstkowych zmian w obrotach badanego przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym	49
<i>CZĘŚĆ II Ilościowa ocena działalności przedsiębiorstwa w okresie prognozowanym zdeterminowana jej analizą retrospektywną</i>	53
<i>Rozdział 4 Wykorzystanie sieci neuronowych do graficznej prezentacji rozkładu przestrzennego warunków działalności przedsiębiorstwa w okresie prognozowanym</i>	54
4.1. Prezentacja symulatora.....	54
4.2. Wstępne przetwarzanie danych.....	55
4.3. Przebieg procesu prognozowania	56
4.4. Uzyskane wyniki.....	60
4.5. Macierz BCG jako podstawa planu sytuacyjnego przedsiębiorstwa	62
4.6. Uwagi o metodzie Boston Consulting Group (BCG).....	65
4.6.1. Wyznaczanie estymatorów środków kół i ich promieni.....	65
4.6.3. Analiza numeryczna	69
<i>Rozdział 5 Wykorzystanie sieci neuronowych do prognozowania efektów cząstkowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym</i>	76
5.1. Badanie udziału i konkurencyjności na rynku w okresie prognozowanym.....	76

5.2. Wykorzystanie sieci neuronowych i metody Sterna-Tyszyńskiego do prognozowania efektów cząstkowych zmian obrotów w układzie przestrzenno-branżowym	78
5.2.1. Prezentacja symulatora	78
5.2.2. Przebieg procesu prognozowania	80
5.2.3. Uzyskane wyniki	86
5.2.4. Konstrukcja operatora predykcji efektów cząstkowych zmian w obrotach badanego przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym	87
CZĘŚĆ III Ilościowa ocena działalności przedsiębiorstwa w okresie bazowym i prognozowanym.....	91
Rozdział 6 Selektowność rynku	92
6.1. Sformułowanie problemu.....	92
6.2. Prezentacja i analiza danych	97
6.3. Prognozowanie	104
6.4. Uzyskane wyniki.....	108
6.5. Analiza błędów i agregacja prognoz.....	110
6.5.1 Błąd prognozy	110
6.5.2. Prognozy kombinowane	111
6.5.3. Prognozy przedziałowe.....	113
6.6. Analiza selektowności rynku.....	116
Rozdział 7 Segmentacja rynku	119
7.1. Proces segmentacji rynku	119
7.2. Formalizacja problemu.....	120
7.3. Opis cech obiektów.....	122
7.4. Porównywanie cech obiektów	123
7.5. Podział metod klasyfikacji obiektów	126
7.6. Sieci neuronowe w klasyfikacji obiektów	126
7.7. Przykład numeryczny	131
7.7.1. Segmentacja z wykorzystaniem sieci neuronowej.....	132
7.7.2. Segmentacja z wykorzystaniem metody prostopadłościaków	135
Rozdział 8 Prognoza warunkowa zasięgu handlowego rynku.....	138
8.1. Prezentacja modeli.....	138
8.2. Graficzny obraz zasięgu handlowego badanych ośrodków, przykład.....	139
8.3. Macierz przepływów finansowych w modelu Laksmanana-Hansena	147
8.4. Prognoza warunkowa zasięgu wpływów poszczególnych centrów handlowych w stosunku do obszarów zamieszkania	149
8.5. Prognoza lokalizacji zakupów konsumentów w określonych strukturach geograficznych rynku.....	151
Rozdział 9 Promocja produktów danej firmy oraz alokacja nakładów na aktywizację sprzedaży tych produktów na rozważanych rynkach w okresie prognozowanym	152

9.1. Estymacja parametrów funkcji efektów promocyjnych metodą linearyzacji ...	154
9.2. Prognozowanie proporcji wydatków promocyjnych badanej firmy na poszczególnych rynkach.....	159
<i>Zakończenie</i>	162
<i>DODATKI</i>	164
Dodatek 1 Symulator SNNS	165
Dodatek 2 Przykładowy plik z danymi do uczenia sieci (fragment)	170
Dodatek 3 Przykładowy plik z wynikami prognozy (fragment).....	171
Dodatek 4 Plik z konfiguracją wyuczonej sieci.....	173
Dodatek 5 Wykaz opracowanych programów.....	174
5.1. Program obliczania łącznej liczby nabywców	174
5.2. Program obliczania wzajemnego położenia trzech kół	174
5.3. Program obliczania prognozy metodą Holta	174
5.4. Program klasyfikacji.....	174
5.5. Program obliczania efektów cząstkowych	174
5.6. Program obliczania trendów liniowych.....	174
5.7. Program aproksymacji.....	174
<i>Bibliografia</i>	175

Wstęp

Podstawowym celem pracy jest próba formalizacji wybranych zagadnień z zakresu badań marketingowych oraz ocena możliwości wykorzystania sieci neuronowych w tych badaniach.

W pracy zaproponowano pewną metodologię ilościowej oceny rezultatów działalności przedsiębiorstwa w okresie prognozowanym na podstawie analizy retrospektywnej. Tak jak trudno byłoby przedstawić wszystkie metody ilościowe mogące mieć zastosowanie w analizie problemów marketingu [48, 50], tak również nie jest możliwe przedstawienie wszystkich zagadnień marketingu w odniesieniu do których istnieje możliwość stosowania metod ilościowych. W tym kontekście w pracy dokonano pewnego wyboru zarówno problemów marketingu, jak i stosowanych metod ilościowych ze szczególnym uwzględnieniem sieci prognozujących nie stosowanych dotychczas w tym obszarze.

W kolejnych częściach pracy:

- zaproponowano zarys metodologii ilościowej oceny rezultatów działalności przedsiębiorstwa w okresie prognozowanym na podstawie analizy retrospektywnej ze szczególnym uwzględnieniem sieci neuronowych nie stosowanych dotychczas w tym obszarze badań (Rozdział 1, Wprowadzenie).
- Zaprezentowano wybrane metody ilościowe stosowane w badaniach marketingowych ze szczególnym uwzględnieniem metody Sterna-Tyszyńskiego obliczania efektów cząstkowych zmian obrotów w układzie przestrzenno-branżowym oraz metody portfolio (BCG) umożliwiającej wyznaczenie planu sytuacyjnego przedsiębiorstwa. Z uwagi na to, że w metodzie BCG stosuje się uproszczenie w postaci uwzględnienia w analizie tylko dwóch wymiarów oraz ujęcie każdego wymiaru w zaledwie dwóch przedziałach wartości: duży – mały, omówiono metodę GE, która zwiększa możliwości zastosowań w porównaniu z macierzą BCG i rozszerza pole analizy. Metoda GE nie jest jednak pozbawiona wad. Uważa się bowiem, że procedury wyznaczania średnich ważonych ocen są z jednej strony zbyt złożone, z drugiej zaś strony nie zabezpieczają przed arbitralnością i subiektywnością ocen. W celu zbudowania jednolitego systemu hierarchicznego uporządkowania wszystkich czynników mierzących atrakcyjność rynku i konkurencyjność firmy zaproponowano pewną procedurę wyboru wag wykorzystując metodę ocen ekspertów. Zaproponowana procedura porządkowania czynników mierzących atrakcyjność rynku i przypisanie im odpowiednich wag może być wykorzystana także do porządkowania czynników mierzących konkurencyjność firmy (Cz. I, p. 2.1). Rozważania Cz. I, p.2 i 3 dotyczą okresu retrospektywnego.
- Zaproponowano wykorzystanie sieci neuronowych do graficznej prezentacji rozkładu przestrzennego warunków działalności przedsiębiorstwa w okresie prognozowanym. Jednym ze sposobów określenia pozycji wyrobów lub strategicznych jednostek biznesu są macierze BCG. Wykorzystując znaną w literaturze interpretację graficzną zobrazowania działalności przedsiębiorstwa za pomocą pól kół reprezentujących wielkości udziałów sprzedaży poszczególnych branż lub produktów w ogólnej sprzedaży rynkowej, zaproponowano jej pełny opis analityczny (Cz. II p. 4.6). W szczególności rozważono wykres portfolio uwzględniający rynek odznaczający się niską konkurencyjnością i wysoką dynamiką rozwoju (Cz. II p. 4.7). Zwrócono uwagę na to, że plan sytuacyjny przedsiębiorstwa można wyznaczyć korzystając z dwu sposobów, za pomocą prognoz kombinowanych. W Cz. II p.5.1 zdefiniowano ogólnie operator predykcji uwzględniając architekturę sieci neuronowej, a w p. 5.2.4

przedstawiono jego postać dla konkretnej sieci. Rozważania Cz. II p. 4 i 5 dotyczą okresu prognozowanego.

- Omówiono problem selektywności rynku, której graficznym obrazem jest wykres na którym zaznacza się zasięg poszczególnych marek oraz liczebności wyselekcjonowanych grup konsumentów. W pracy zaproponowano pewne formalne podejście do problemu analizy selektywności rynku ułatwiające algorytmizację problemu i w konsekwencji wykorzystanie programu komputerowego, co nie jest bez znaczenia z uwagi na złożoność problemu (Cz. III. p.6.1). Celem graficznego zilustrowania selektywności rynku napisano program w języku Pascal, który oblicza wzajemne położenie trzech kół, których pola są proporcjonalne do łącznych zakupów poszczególnych marek, a pola wspólnych części są proporcjonalne do liczebności nabywców odpowiednich par produktów. Wyniki uzyskane w programie zostały wykorzystane do otrzymania obrazu graficznego selektywności rynku.
- Zdefiniowano podstawowe pojęcia dotyczące problemu segmentacji, omówiono wybrane problemy klasyfikacji obiektów, zaprezentowano zastosowanie sieci neuronowych do segmentacji rynku. Podano przykład praktycznego wykorzystania wybranych sieci. Przedstawiono algorytm metody prostopadłości segmentacji rynku. Napisano program realizujący prezentowaną metodę wraz z przykładem jego wykorzystania do segmentacji rynku meblarskiego (Cz. III, p. 7.7).
- Dokonano prezentacji modeli zasięgu handlowego rynku, podano rzeczywisty przykład, wyznaczono graficzny obraz zasięgu handlowego badanych ośrodków. Z uwagi na to, że zmienna wyrażająca atrakcyjność jak i zmienna wyrażająca czynniki zniechęcające zawarte w omawianych metodach występują ze współczynnikami wagowymi, zaproponowano pewną procedurę statystyczną adaptowaną do tego celu, której pełny opis zamieszczono w Cz. I, p.2.1. Określono prognozę warunkową zasięgu wpływów poszczególnych centrów handlowych w stosunku do obszarów zamieszkania oraz zdefiniowano pojęcie prognozy warunkowej lokalizacji zakupów konsumentów w określonych strukturach geograficznych rynku.
- Omówiono problem działalności promocyjnej, która z reguły nie ogranicza się do pojedynczych akcji mających na celu optymalizację określonych sfer działalności a wymaga odpowiedniej koordynacji działań, optymalnych alokacji nakładów między różne rynki stosownie do ich efektów cząstkowych. Rozważono problem estymacji parametrów funkcji efektów promocyjnych metodą linearyzacji. W przypadku zastosowania linearyzowanej postaci modelu nieliniowego w zasadzie mogą być wykorzystane wszystkie podstawowe wzory i metody z teorii regresji liniowej. Uzyskane w ten sposób wyniki są przydatne w praktyce w takim stopniu, w jakim postać linearyzowana stanowi dobre przybliżenie modelu rzeczywistego. Uwzględniając drugi typ zależności pomiędzy nakładami na promocję a efektami, wyrażonej za pomocą funkcji logistycznej przy ustalonej kwocie na promocję oraz odpowiednie wzory otrzymano prognozę wydatków promocyjnych na poszczególnych rynkach (Cz. III, p. 9.2).
- W Dodatkach 1 do 4 zamieszczono zwięzły opis obsługi symulatora SNNS, w tym przykładowe pliki z danymi do uczenia i wynikami. W pracy wykorzystano następujące środki informatyczne:
 - symulatory sieci neuronowych trzech różnych firm,
 - pakiet obliczeniowy *Statistica*,
 - pakiet obliczeniowy *Mathematica*,
 - napisano także kilka własnych programów, których wykaz zamieszczono w Dodatku 5.

Rozdział 1

Wprowadzenie

Ocena działalności przedsiębiorstwa jest zagadnieniem równie ważnym, co złożonym. Obejmuje wiele różnorodnych aspektów i wymaga operowania na dużych zbiorach danych dotyczących nie tylko analizowanego przedsiębiorstwa, ale także jego otoczenia. Z kolei przetwarzanie tych danych wymaga zaawansowanych metod ilościowych.

Poniżej przedstawiono próbę uporządkowania elementów (wskaźniki, parametry, metody) oceny działalności przedsiębiorstwa. Podjęta próba nie pretenduje do bycia jedyną i pełną. Zaproponowana została na użytek niniejszej pracy, ale można ją potraktować jako zapoczątkowanie dalszych badań w tym zakresie. Wykorzystano notację wektorową.

Niech

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} \vec{a}_{11} \\ \vec{a}_{12} \\ \vec{a}_{13} \\ \vec{a}_{14} \\ \vec{a}_{15} \end{bmatrix} \\ \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} \vec{a}_{21} \\ \vec{a}_{22} \\ \vec{a}_{23} \\ \vec{a}_{24} \\ \vec{a}_{25} \\ \vec{a}_{26} \end{bmatrix} \\ \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} \vec{a}_{31} \\ \vec{a}_{32} \\ \vec{a}_{33} \\ \vec{a}_{34} \\ \vec{a}_{35} \\ \vec{a}_{36} \\ \vec{a}_{37} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

oznacza wektor oceny działalności przedsiębiorstwa,
gdzie

$\vec{a}_1$ - wektor wskaźników finansowych,

$$\vec{a}_{11} = \begin{bmatrix} a_{11;1} \\ a_{11;2} \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_{12} = \begin{bmatrix} a_{12;1} \\ a_{12;2} \\ a_{12;3} \\ a_{12;4} \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_{13} = \begin{bmatrix} a_{13;1} \\ a_{13;2} \\ a_{13;3} \\ a_{13;4} \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_{14} = \begin{bmatrix} a_{14;1} \\ a_{14;2} \\ a_{14;3} \\ a_{14;4} \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_{15} = \begin{bmatrix} a_{15;1} \\ a_{15;2} \\ a_{15;3} \\ a_{15;4} \end{bmatrix},$$

$\vec{a}_2$ - wektor wskaźników statystycznych,

$$\vec{a}_{21} = \begin{bmatrix} a_{21;1} \\ a_{21;2} \end{bmatrix}, \vec{a}_{22} = \begin{bmatrix} a_{22;1} \\ a_{22;2} \\ a_{22;3} \\ a_{22;4} \end{bmatrix}, \vec{a}_{23} = \begin{bmatrix} a_{23;1} \\ a_{23;2} \\ a_{23;3} \\ a_{23;4} \\ a_{23;5} \end{bmatrix}, \vec{a}_{24} = \begin{bmatrix} a_{24;1} \\ a_{24;2} \end{bmatrix}, \vec{a}_{25} = \begin{bmatrix} a_{25;1} \\ a_{25;2} \\ a_{25;3} \end{bmatrix}, \vec{a}_{26} = \begin{bmatrix} a_{26;1} \\ a_{26;2} \\ a_{26;3} \\ a_{26;4} \end{bmatrix}$$

$\vec{a}_3$ - wektor parametrów strukturalnych,,

$$\vec{a}_{31} = \begin{bmatrix} a_{31;1} \\ a_{31;2} \\ a_{31;3} \\ a_{31;4} \end{bmatrix}, \vec{a}_{32} = \begin{bmatrix} a_{32;1} \\ a_{32;2} \\ a_{32;3} \end{bmatrix}, \vec{a}_{33} = \begin{bmatrix} a_{33;1} \\ a_{33;2} \\ a_{33;3} \end{bmatrix}, \vec{a}_{34} = \begin{bmatrix} a_{34;1} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{34;p} \end{bmatrix}, \vec{a}_{35} = \begin{bmatrix} a_{35;1} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{35;lm} \end{bmatrix}, \vec{a}_{36} = \begin{bmatrix} a_{36;1} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{36;n} \end{bmatrix},$$

$$\vec{a}_{37} = \begin{bmatrix} a_{37;1} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{37;n} \end{bmatrix}$$

1.1. Wskaźniki finansowe w ocenie firmy

Ocena zaprezentowana na podstawie danych liczbowych zawartych w sprawozdaniach finansowych – bilansie oraz rachunku zysków i strat – dostarcza ogólnych informacji o sytuacji majątkowej i finansowej przedsiębiorstwa. Analiza wskaźnikowa, która jest jedną z form badania bilansu, polega na wyważeniu różnych sfer działalności firmy za pomocą wskaźników. Analiza wskaźnikowa daje możliwość porównań wskaźników:

- w czasie,
- w przestrzeni,
- z danymi postulowanymi.

W gospodarce rynkowej szczególnego znaczenia nabierają porównania wskaźników w przestrzeni, a więc pomiędzy poszczególnymi przedsiębiorstwami [46]. Porównania w przestrzeni pozwalają ocenić pozycję firmy na rynku i są niezbędne w sytuacji podejmowania decyzji o przyszłości przedsiębiorstwa. Porównania w przestrzeni wymagają publikowania danych o maksymalnej, minimalnej i przeciętnej wielkości wskaźników finansowych danej firmy. Niestety, w Polsce od szeregu lat dane takie nie są publikowane. Istnieje jedynie możliwość obliczenia niektórych wskaźników w oparciu o bilanse publikacyjne, a także możliwość obliczenia wskaźników przeciętnych dla wybranych branż w oparciu o rocznik statystyczny [46]. Uwzględniając zakres danych, zawartych w bilansie oraz rachunku zysków i strat, możliwości budowy wskaźników są bardzo duże. Z tego względu dokonuje się wyboru wskaźników o podobnej treści ekonomicznej i grupuje w zestawy, wykorzystywane dla oceny poszczególnych dziedzin działalności przedsiębiorstwa. Najczęściej są to zestawy wskaźników, mających zastosowanie w ocenie:

- płynności finansów,
- produktywności majątku,
- wypłacalności przedsiębiorstwa,
- rentowności,
- pozycji przedsiębiorstwa w formie spółki akcyjnej na rynku papierów wartościowych.

$\vec{a}_{11}$ - płynność finansowa:	$\vec{a}_{11;1}$ - wskaźnik bieżącej płynności,
	$\vec{a}_{11;2}$ - wskaźnik szybkiej płynności,
$\vec{a}_{12}$ - produktywność majątku:	$\vec{a}_{12;1}$ - wskaźnik produktywności majątku trwałego,
	$\vec{a}_{12;2}$ - wskaźnik produktywności rzeczowego majątku trwałego,
	$\vec{a}_{12;3}$ - wskaźnik produktywności aktywów ogółem,
	$\vec{a}_{12;4}$ - wskaźnik stanowiący stosunek kapitałów obcych do kapitałów własnych,
$\vec{a}_{13}$ - wypłacalność przedsiębiorstwa:	$\vec{a}_{13;1}$ - wskaźnik ogólnego zadłużenia,
	$\vec{a}_{13;2}$ - wskaźnik zadłużenia długoterminowego,
	$\vec{a}_{13;3}$ - wskaźnik udziału zobowiązań długoterminowych w kapitałach obcych,
	$\vec{a}_{13;4}$ - wskaźnik udziału kapitałów własnych w finansowaniu majątku,
$\vec{a}_{14}$ - rentowność przedsiębiorstwa:	$\vec{a}_{14;1}$ - wskaźnik rentowności sprzedaży,
	$\vec{a}_{14;2}$ - wskaźnik rentowności kapitału,
	$\vec{a}_{14;3}$ - wskaźnik rentowności zaangażowanego kapitału całkowitego,
	$\vec{a}_{14;4}$ - wskaźnik rentowności kapitałów własnych,
$\vec{a}_{15}$ - wskaźnik wartości rynkowej firmy:	$\vec{a}_{15;1}$ - wskaźnik produktywności jednego udziału lub jednej akcji,
	$\vec{a}_{15;2}$ - wskaźnik zyskowności jednego udziału lub jednej akcji,
	$\vec{a}_{15;3}$ - wskaźnik zysku do podziału pomiędzy udziałowców lub akcjonariuszy,
	$\vec{a}_{15;4}$ - wskaźnik wartości księgowej jednego udziału lub jednej akcji,
	$\vec{a}_{15;5}$ - wskaźnik maksymalizacji zysku do podziału lub maksymalizacji dywidendy,
	$\vec{a}_{15;6}$ - wskaźnik stopy wypłat zysku do podziału lub stopy wypłat dywidendy,
	$\vec{a}_{15;7}$ - wskaźnik stopy dywidendy,

$\vec{a}_{15;8}$ - wskaźnik pokrycia dywidendy ceną rynkową akcji,

$\vec{a}_{15;9}$ - wskaźnik pokrycia zysku netto ceną rynkową akcji.

Zaprezentowana metoda oceny przedsiębiorstwa, umożliwia w pierwszej kolejności wstępną, o znacznym stopniu uogólnienia, charakterystykę firmy. Ocena wskaźników jest najpopularniejszą, najszerzej stosowaną metodą badania firmy i wnioskowania o jej pozycji finansowej, zyskowności zaangażowania kapitałów, perspektywach rozwojowych.

Szczegółowe badania dotyczące wykorzystania wskaźników finansowych w ocenie firmy przedstawione są w pracy [46].

1.2. Wskaźniki statystyczne w ocenie firmy

Poza konstruowaniem rozkładów w formie tabel lub rysunków istnieje również potrzeba porównań między danymi pochodzącymi z różnych okresów obserwacji oraz różnych obszarów rynku. Wchodzi to w zakres statystycznej analizy danych. Można przy tym posługiwać się podstawowymi miernikami statystycznymi lub bardziej zaawansowanymi technikami. Mierniki statystyczne zwięźle charakteryzują poszczególne zbiory danych odnoszące się zarówno do całej populacji jak i do zbiorowości próbnych.

$\vec{a}_{21}$ - mierniki statystyczne wstępnej analizy ilościowej danych marketingowych:

$\vec{a}_{21;1}$ - miary tendencji centralnej: dominanta, mediana, średnia,

$\vec{a}_{21;1}$ - miary rozproszenia:

- odchylenie standardowe,
- odchylenie ćwiartkowe,
- współczynnik zmienności,
- współczynnik asymetrii,
- współczynnik koncentracji Giniego,

$\vec{a}_{22}$ - miary współwystępowania:

$\vec{a}_{22;1}$ - współczynnik V Cramera,

$\vec{a}_{22;2}$ - współczynnik korelacji wag,

$\vec{a}_{22;3}$ - współczynnik eta,

$\vec{a}_{22;4}$ - współczynnik korelacji Pearsona,

$\vec{a}_{23}$ - mierniki marketingowe:

$\vec{a}_{23;1}$ - mierniki charakteryzujące sprzedaż,

$\vec{a}_{23;2}$ - mierniki charakteryzujące ceny,

$\vec{a}_{23;3}$ - mierniki charakteryzujące dystrybucję,

$\vec{a}_{23;4}$ - mierniki charakteryzujące media,

$\vec{a}_{23;5}$ - mierniki charakteryzujące znajomość marki,

$\vec{a}_{24}$ - metody oceny pozycji marki na rynku:

$\vec{a}_{24;1}$ - pośredni pomiar pozycji marki,

- $\vec{a}_{25}$ - metody segmentacji rynku:
- $\vec{a}_{24;2}$ - bezpośredni pomiar pozycji marki,
 - $\vec{a}_{25;1}$ - kryteria segmentacji,
 - $\vec{a}_{25;2}$ - zmienne profilowe,
 - $\vec{a}_{25;3}$ - wyznaczanie segmentów,
- $\vec{a}_{26}$ - metody konstruowania funkcji sprzedaży:
- $\vec{a}_{26;1}$ - konstrukcja funkcji sprzedaży opisującej zmiany sprzedaży w czasie,
 - $\vec{a}_{26;2}$ - konstrukcja funkcji sprzedaży na podstawie zależności korelacyjnej,
 - $\vec{a}_{26;3}$ - prognozowanie sprzedaży na podstawie autoregresyjnej funkcji sprzedaży,
 - $\vec{a}_{26;4}$ - prognozowanie sprzedaży na podstawie zmian w strukturze podmiotowej rynku.

1.3. Próba oceny przedsiębiorstwa w okresie prognozowanym za pomocą parametrów strukturalnych wzorów analitycznych określających odpowiednie metody z zakresu badań marketingowych.

W wyżej zaproponowanym uporządkowaniu parametry strukturalne oceny działalności przedsiębiorstwa są elementami wektora $\vec{a}_3$. Wyróżniono następujące składowe:

- $\vec{a}_{31}$ - składniki efektów cząstkowych zmian w obrotach:
- $\vec{a}_{31;1}$ - efekt popytowy,
 - $\vec{a}_{31;2}$ - efekt struktury przestrzennej,
 - $\vec{a}_{31;3}$ - efekt konkurencji,
 - $\vec{a}_{31;4}$ - efekt struktury towarowej,
- $\vec{a}_{32}$ - składniki macierzy portfolio:
- $\vec{a}_{32;1}$ - sprzedaż własna,
 - $\vec{a}_{32;2}$ - sprzedaż największego konkurenta,
 - $\vec{a}_{32;3}$ - wzrost rynku,
- $\vec{a}_{33}$ - mierniki zaufania do produktu:
- $\vec{a}_{33;1}$ - przeciętna liczba jednostek zakupionych przez nowych nabywców,
 - $\vec{a}_{33;2}$ - przeciętna liczba jednostek zakupionych przez „starych” nabywców,
 - $\vec{a}_{33;3}$ - udział nabywców powtarzających zakup w łącznej liczbie nabywców,
- $\vec{a}_{34}$ - mierniki segmentacji rynku:
- $\vec{a}_{34;1..p}$ - wyselekcjonowane segmenty rynku,
- $\vec{a}_{35}$ - mierniki selektywności rynku:

$\bar{a}_{35;1..lm}$ - łączne liczby zakupów poszczególnych marek,

$\bar{a}_{36}$ - mierniki zasięgu handlowego rynku:

$\bar{a}_{36;i}$ - mapa zasięgu i-tego centrum,

$\bar{a}_{37}$ - mierniki nakładów na aktywizację sprzedaży:

$\bar{a}_{37;1..n}$ - wydatki promocyjne na poszczególnych rynkach

Jednym z istotnych elementów określających wybór drogi rozwoju przedsiębiorstwa jest jego pozycja zajmowana wśród konkurentów rynkowych. Ocena możliwości zmian tej pozycji oraz czynników ją określających w znacznym stopniu determinują formułowanie i realizację strategii działania przedsiębiorstwa na rynku. Teoretyczne rozważania dotyczące czynników określających pozycję konkurencyjną przedsiębiorstwa znajdują coraz szersze odzwierciedlenie w literaturze marketingowej. Do wyznaczników określających pozycję konkurencyjną przedsiębiorstw zalicza się między innymi [42, 50]]:

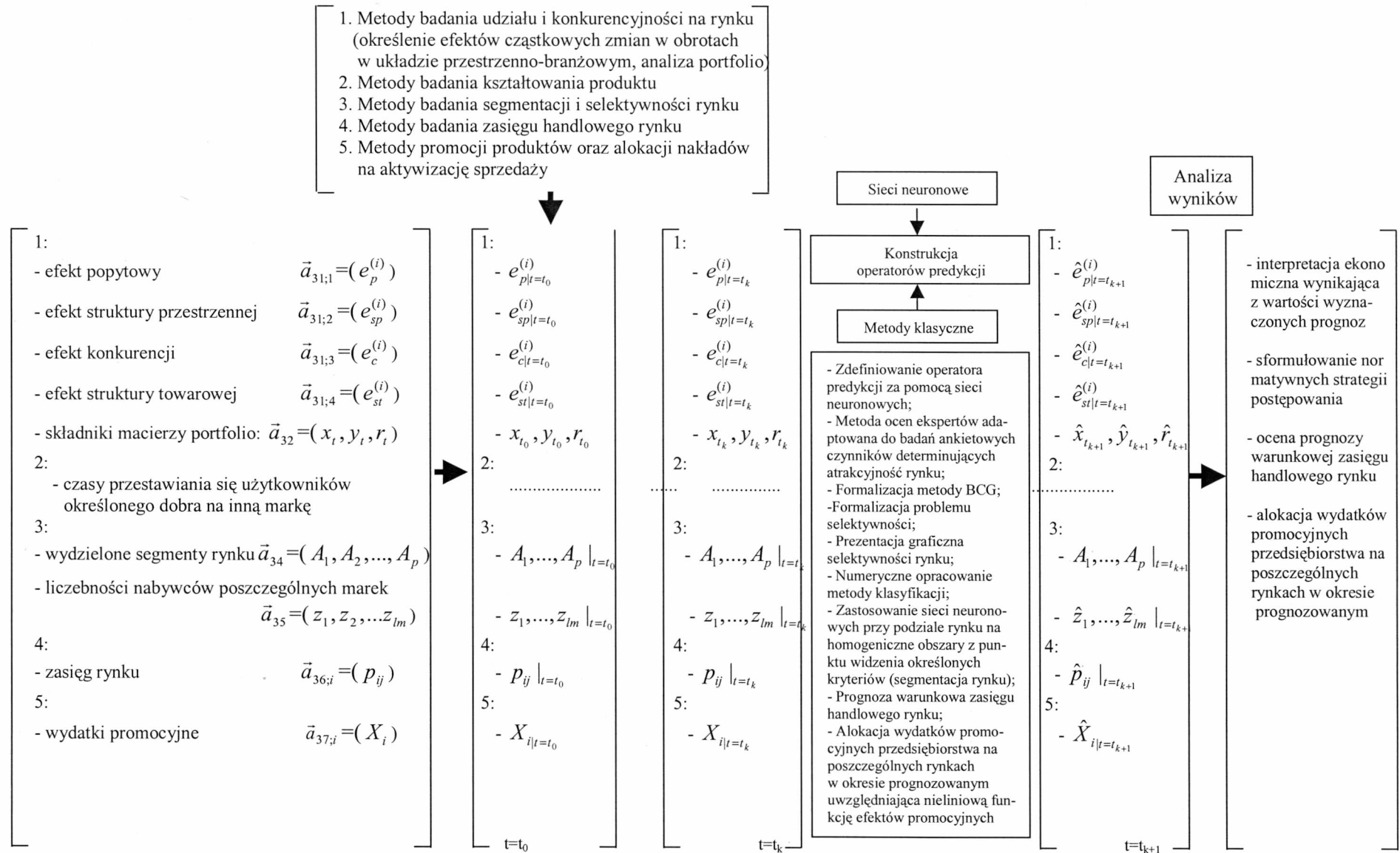
- wartość sprzedaży produktów lub usług,
- wartość majątku przedsiębiorstwa,
- poziom osiąganych zysków,
- zasięg geograficzny rynku,
- udział firmy w globalnej sprzedaży na rynku,
- udział sprzedaży firmy w stosunku do lidera,
- obraz przedsiębiorstwa w oczach klientów.

Wartości liczbowe tych czynników wraz z ich interpretacją ekonomiczną mogą być podstawą oceny rezultatów działalności przedsiębiorstwa w okresie prognozowanym na podstawie analizy retrospektywnej. Z uwagi na podane czynniki charakteryzujące pozycję konkurencyjną przedsiębiorstwa można go traktować jako obiekt mierzalny, co umożliwia wykorzystanie metod ilościowych w realizacji celu pracy.

Wartości liczbowe czynników mających wpływ na określenie pozycji badanego przedsiębiorstwa wyznaczono korzystając z następujących wybranych metod:

- metod badania udziału i konkurencyjności na rynku (określenie efektów częściowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym, analiza portfolio),
- metody badania segmentacji i selektywności rynku,
- metod badania zasięgu handlowego rynku,
- metod dotyczących promocji produktów oraz alokację nakładów na aktywizację sprzedaży tych produktów na rozważanych rynkach w okresie prognozowanym.

Metody te wykorzystano do oceny działalności przedsiębiorstwa w okresie retrospektywnym. Uzyskane za ich pomocą wartości liczbowe czynników określających pozycję badanego przedsiębiorstwa tworzą wielowymiarowe szeregi czasowe, które są podstawą do konstrukcji odpowiednich operatorów predykcji wykorzystując do tego celu sieci neuronowe. Zaproponowany sposób postępowania zmierzający do ilościowej oceny rezultatów działalności przedsiębiorstwa w okresie prognozowanym schematycznie przedstawiono na rys. 1.1.



Rys. 1.1 Ogólny schemat metodologii badań

CZĘŚĆ I

**Analiza retrospektywna oceny rezultatów działalności
przedsiębiorstwa jako podstawa badań w okresie prognozowanym**

Rozdział 2

Plan sytuacyjny przedsiębiorstwa w okresie bazowym jako sformułowanie normatywnych strategii postępowania wobec określonych grup produktów

Pozycjonowanie jest pojęciem, które pojawiło się w wielu podręcznikach do marketingu. Należy jednak zauważyć, że definicja jest narzędziem badawczym i w zależności od celu badania eksponuje różne jej aspekty. W literaturze przedmiotu można znaleźć różne określenia pojęcia pozycjonowanie [33, 49, 52], które cechuje wspólny cel jakim jest znalezienie pozycji dla istniejących bądź nowych wyrobów. Pozycjonowanie jako celowe działanie jest w pewnym stopniu sformalizowaną procedurą, którą można przedstawić jako ciąg następujących po sobie czynności [34, 52]. Jak wynika z cytowanej literatury etapy procesu pozycjonowania są podobne, a różnice występują w stopniu ich szczegółowości.

Pozycję wyrobów można przedstawić w sposób bezpośredni lub pośredni, co zdeterminowane jest rodzajem danych wykorzystywanych do pozycjonowania. Tak więc jeżeli wykorzystujemy dane wtórne (dostępne w przedsiębiorstwie) lub które są efektem postępowania konsumentów na rynku, mówimy o metodzie pośredniej. W tym przypadku wykorzystuje się dane dotyczące sprzedaży w różnym ujęciu – ilościowym, wartościowym.

Metody pośrednie:

- oznaczają pozycję marki w sensie wielkości sprzedaży (ilościowo lub wartościowo):

- w obrębie marek w przedsiębiorstwie,
- w porównaniu z konkurentami (udział względny/bezwzględny),
- macierze portfolio (BCG, McKinsey, ADL) jako oceny konkurencyjności produktu,

- wykorzystują macierz przestawienia

Jak więc widać jednym ze sposobów określenia pozycji wyrobów lub strategicznych jednostek biznesu są macierze portfolio z których najbardziej znana jest macierz BCG. W pracy wykorzystujemy macierz BCG do wyznaczenia planu sytuacyjnego rzeczywistego przedsiębiorstwa w okresie bazowym. Graficzną prezentację rozkładu przestrzennego warunków działalności badanego przedsiębiorstwa w okresie prognozowanym przedstawimy w rozdziale 4 wykorzystując sieci neuronowe.

2. 1. Badanie udziału i konkurencyjności na rynku

Przeprowadzenie analizy sytuacji przedsiębiorstwa prowadzącego zróżnicowaną działalność na rozległym rynku wymaga wyodrębnienia względnie jednorodnych zakresów działania. Te wyodrębnione zakresy działania przyjęto nazywać strategicznymi jednostkami biznesu (*ang. Strategic Business Unit*). Jest to zwykle wydzielona dziedzina aktywności przedsiębiorstwa względnie jednorodna z punktu widzenia planowania strategicznego. Może to być pojedyncza działalność lub zbiór powiązanych działalności, które mogą być planowane oddzielnie w stosunku do reszty przedsiębiorstwa.

Strategiczna jednostka biznesu (SJB) jest najczęściej tożsama z grupą asortymentową, czasem z pojedynczym produktem. W procesie wyodrębniania SJB bierze się pod uwagę m.in. następujące czynniki [20]:

- wspólne cechy technologiczne,
- zaspakajanie określonej grupy potrzeb,
- podobne wyróżniki konkurencyjne,
- wyodrębnienie organizacyjne i funkcjonalne w ramach systemu zarządzania przedsiębiorstwem.

W mniejszych przedsiębiorstwach o niezbyt zróżnicowanym asortymencie wyodrębnianie SJB może być zbędne lub niemożliwe. Analiza pozycji rynkowej obejmuje wówczas całość oferowanych przez przedsiębiorstwo produktów lub usług.

Z punktu widzenia aktualnej sytuacji rynkowej przedsiębiorstwa, a także kształtowania strategii rynkowej ważne jest ustalenie pozycji poszczególnych SJB na rynku i określenie jaka powinna być ich rola w tworzeniu i podziale dochodu przedsiębiorstwa [44]. Zagadnieniami tymi zajmuje się m.in. analiza portfelowa (*ang. portfolio analysis*). Metody portfelowe ułatwiają podejmowanie decyzji co do różnicowania oferty produktowej oraz na szersze spojrzenie zarówno na ofertę firmy, jak i na cały rynek [41]. W praktyce powinny być stosowane w połączeniu z innymi analizami marketingowymi i strategicznymi.

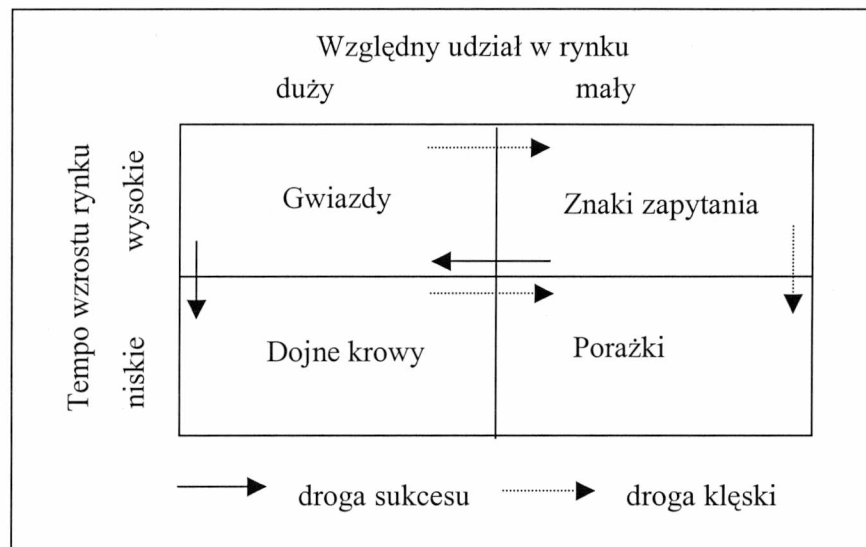
Istnieje wiele metod analizy portfelowej [25, 27, 34, 51]:

- macierz wzrostu/udziału w rynku (macierz BCG),
- macierz oceny atrakcyjności produktu/rynku (General Electric),
- metoda ADL,
- macierz cyklu życia produktu (Hofera),
- metoda analizy portfela technologicznego.

Macierz udziału/wzrostu

Jest to najbardziej znana metoda analizy portfelowej. Zaproponowana przez Boston Consulting Group, stąd często używana nazwa macierz BCG. Metoda pozwala na pozycjonowanie SJB firmy w przestrzeni dwuwymiarowej utworzonej przez osie wskaźnika wzrostu rynku i względny udział w rynku.

Oś pionowa przedstawia, wyrażony w procentach, wskaźnik wzrostu rynku (dynamikę całkowitej sprzedaży na danym rynku). Oś pozioma reprezentuje względny udział w rynku, czyli procentowy udział sprzedaży danego artykułu na rynku odniesiony do procentowego udziału sprzedaży największego konkurenta. W przeciwieństwie do bezwzględnego udziału w rynku, udział względny wyraża siłę przedsiębiorstwa względem największych konkurentów. Względny udział w rynku jest zazwyczaj przedstawiany w skali logarytmicznej, dzięki czemu odległości na osi są proporcjonalne do wzrostu liczonego w procentach. Wartość udziału 0.5 oznacza, że w rozważanym segmencie analizowana firma zajmuje 50% rynku zajmowanego przez największego konkurenta. Wartość 2 oznacza, że największy konkurent zajmuje 50% naszego udziału, zaś wartość 1 oznacza równe udziały. Na każdej osi wybiera się arbitralnie po dwie strefy opisywane odpowiednio jako wysoki i niski wskaźnik wzrostu rynku oraz wysoki i niski udział w rynku. W ten sposób uzyskuje się cztery charakterystyczne obszary (ćwiartki), rys. 2.1. Granicami podziału są najczęściej 1 na osi względnego udziału i 10% na osi dynamiki rynku.



Rys.2.1 Macierz BCG

Poszczególne ćwiartki macierzy odpowiadają różnym stanom produktów. W ten sposób stworzono podstawy do następującej klasyfikacji:

„Gwiazdy” to produkty o dużym wskaźniku wzrostu rynku i utrzymaniu wysokiej pozycji na rynku. Utrzymanie takiej pozycji wymaga dużych nakładów, ale ze względu na to, że produkt jest konkurencyjny i rozwojowy, inwestowanie w gwiazdy daje gwarancję znacznych przychodów.

„Dojne krowy” to produkty dominujące na rynku przy niskim wskaźniku wzrostu rynku. Dochody uzyskane z ich sprzedaży są istotnie wyższe od kosztów utrzymania ich pozycji rynkowej. Uzyskane środki mogą być wykorzystane do finansowania innych produktów (nowych „gwiazd” albo „znaków zapytania”).

„Znaki zapytania” to produkty o niskim udziale w rynku i wysokim wskaźniku wzrostu. Są to z reguły produkty nowo wprowadzane na rynek. Wymagają bardzo dużych nakładów w celu utrzymania/wzrostu udziału w rynku. Nie ma gwarancji, że staną się one „gwiazdami”. W takim przypadku produkty te z czasem stają się „porażkami”.

„Porażki” odznaczają się niskim wskaźnikiem wzrostu i niskim udziałem w rynku. Nie powinno się przeznaczać dużych środków na ich utrzymanie, a jeśli przynoszą straty, to eliminować z oferty.

Usytuowanie poszczególnych produktów firmy w różnych ćwiartkach określa stan portfela produktów firmy i wskazuje kierunki jego reorientacji. Możliwe są tu następujące strategie:

Rozwijać. Dążenie do zwiększenia udziału w rynku, nawet kosztem rezygnacji z krótkoterminowych zysków. Jest to klasyczna strategia przekształcenia „znaków zapytania” w „gwiazdy”.

Utrzymać. Koncentrujemy się na zachowaniu zajmowanego udziału w rynku. Jest to często spotykana strategia stosowana wobec „dojnych krów”.

Eksploatować. Firma dąży do wzrostu rynku w okresie krótkoterminowym nawet

kosztem sprzedaży. Jest to strategia stosowana wobec nie perspektywicznych „dojnych krów”, a także, czasami, wobec „porażek”.

Zaniechać. Likwiduje się działalności wymagające dużych nakładów i nie rokujące większych wpływów w przyszłości. Dotyczy to głównie „porażek”, ale także „znaków zapytania” pozostających zbyt długo w takim stanie.

Przedsiębiorstwo wykorzystujące w swojej strategii marketingowej macierz BCG musi starać się zbilansować portfel produktów poprzez umiejętne stosowanie w/w strategii wobec poszczególnych produktów (SJB). Niezrównoważony portfel może okazać się bardzo niebezpieczny dla funkcjonowania firmy, gdyż przekłada się on bezpośrednio na przepływ gotówki i tempo rozwoju. Jednym z zaleceń jest zróżnicowanie portfela produktów, a w szczególności unikanie zbyt wielu produktów jednakowego typu. Dotyczy to wszystkich ćwiartek macierzy BCG.

Położenie poszczególnych SJB w macierzy BCG ewoluje w czasie i można mówić o ich cyklu życia. Niektóre „znaki zapytania” przekształcają się w „gwiazdy”, następnie stają się „dojnymi krowami” aby w końcu cyklu życia zostać „porażkami”. Z tego względu przedsiębiorstwo powinno nie tylko analizować swój portfel w danym momencie, ale także śledzić jego ewolucję w kolejnych latach.

W literaturze przedmiotu istnieje wiele interpretacji modeli w planach marketingowych działalności przedsiębiorstw, natomiast mniej uwagi poświęca się metodzie wyznaczania poszczególnych obszarów działalności. Określenie planu sytuacyjnego, w którym działalność przedsiębiorstwa jest rozpatrywana w wymiarze wzrostu rynku oraz w wymiarze uczestnictwa największych konkurentów sprowadza się do graficznego zobrazowania działalności za pomocą pól kół reprezentujących wielkość udziału sprzedaży poszczególnych branż lub produktów w ogólnej sprzedaży rynkowej.

Poszczególne produkty są reprezentowane za pomocą kół. Współrzędne środków kół są wyznaczone przez wartości względnego udziału w rynku i wskaźnik wzrostu sprzedaży (2.1).

$$(x, y) = \left(1 + \log \left(\frac{P}{\frac{S_k}{S} \cdot 100} \right), W \right) = \left(1 + \log \left(\frac{S_w}{S_k} \right), W \right) \quad (2.1)$$

gdzie $P = \frac{S_w}{S} \cdot 100$

S - sprzedaż globalna na rynku,

S_w - sprzedaż własna,

S_k - sprzedaż największego konkurenta,

W - wzrost rynku,

Pola kół są proporcjonalne do wartości sprzedaży. Stąd promień koła, o współrzędnych środka określonych przez (2.1) wyraża się wzorem

$$r = \sqrt{\frac{S_w \cdot 100}{\pi \cdot S}} \quad (2.2)$$

Metoda BCG nie jest pozbawiona wad. Nie uwzględnia ona np. sytuacji, gdy osiąganie znaczących zysków odbywa się przy bardzo małym udziale w rynku (firma zdominowała pewien szczególny rynek). W metodzie stosuje się uproszczenie w postaci uwzględnienia w analizie tylko dwóch wymiarów oraz ujęcia każdego wymiaru w zaledwie

dwóch przedziałach wartości: duży – mały.

Macierz oceny atrakcyjności produktu/ryнку (General Electric)

Metoda została opracowana w połowie lat 70-tych przez firmę General Electric z pomocą BCG i McKinsey and Co. W literaturze występuje pod różnymi nazwami: macierz GE, macierz McKinsey, macierz atrakcyjności rynku/produktu.

W metodzie tej poszczególne SJB są pozycjonowane w układzie współrzędnych ze względu na dwie zagregowane zmienne: atrakcyjność rynku/produktu (oś pionowa) oraz pozycję konkurencyjną (oś pozioma). Obie zmienne są wyrażone w wartościach będących średnimi ważonymi ocen poszczególnych czynników determinujących odpowiednio atrakcyjność rynku i pozycję konkurencyjną firmy.

Czynniki determinujące atrakcyjność rynku to m.in.:

- wielkość rynku,
- dynamika rynku,
- rentowność branży,
- cykliczność i sezonowość,
- intensywność konkurencji,
- siła nabywcza i zróżnicowanie popytu,
- poziom technologiczny branży.

Pozycję konkurencyjną najczęściej określają następujące czynniki:

- względny udział w rynku,
- konkurencyjność cenowa,
- jakość produktu,
- znajomość rynku,
- innowacyjność,
- efektywność reklamy i promocji,
- efektywność i geografia sprzedaży.

Lista czynników mierzących atrakcyjność rynku i konkurencyjność firmy może ulegać zmianie. Zależy to m.in. od specyfiki przedsiębiorstwa i branży, struktury rynku, ogólnego stanu gospodarki itp. Wybrane czynniki powinny być uszeregowane wg ich relatywnego znaczenia dla firmy czy branży. Jest to działanie subiektywne i polega na przyznaniu poszczególnym czynnikom odpowiednich wag.

Kolejnym krokiem jest nadanie ocen (rangi) poszczególnym czynnikom z zastosowaniem skali od 1 (najmniej istotny) do 5 (bardzo istotny). Po przemnożeniu wag czynników przez uzyskane oceny otrzymuje się rzeczywiste wartości czynników.

Powyższe postępowanie przeprowadza się dla obu grup czynników. Niech liczba wybranych czynników determinujących pozycję konkurencyjną i atrakcyjność rynku wynosi odpowiednio pk i ar . Przyporządkujmy i-temu czynnikowi determinującemu pozycję konkurencyjną ocenę ck_i i wagę α_i , a j-temu czynnikowi determinującemu atrakcyjność rynku ocenę ca_j i wagę β_j . Wówczas położenie analizowanego produktu w układzie współrzędnych: pozycja konkurencyjna, : atrakcyjność produktu wyraża wzór (2.3).

$$(x, y) = \left(\sum_{i=1}^{pk} \alpha_i * ck_i, \sum_{j=1}^{ar} \beta_j * ca_j \right) \quad (2.3)$$

gdzie

$$\sum_{i=1}^{pk} \alpha_i = 1, \quad \sum_{j=1}^{ar} \beta_j = 1$$

Wyróżnia się trzy przedziały ważonych ocen:

- wysoka (≥ 3.67),
- średnia ($2.34 - 3.66$),
- niska (≤ 2.33).

Na tej podstawie w macierzowym odwzorowaniu układu obu zmiennych uzyskuje się dziewięć pól pozycyjnych. Pola te są grupowane w trzech strefach którym odpowiadają odmienne strategie postępowania (rys.2.2):

- strefa I. Zaleca się inwestowanie w produkty ulokowane w tej strefie co wynika z atrakcyjności rynku i własnej siły konkurencyjnej (strategia rozwoju).
- strefa III. Z uwagi na małą atrakcyjność rynku i niską pozycję konkurencyjną zaleca się zgarnianie ewentualnych zysków i wycofywanie się z rynku (strategia schodzenia z rynku).
- strefa II. Sytuacja produktu w tej strefie jest niejednoznaczna. Zaleca się podtrzymanie pozycji produktu ew. selektywne inwestowanie po szczegółowej indywidualnej ocenie.

Pozycje poszczególnych SJB oznacza się kołami, których średnice są proporcjonalne do udziału obrotów danej SJB w całości obrotów przedsiębiorstwa. Położenie środków kół wyznaczają wyliczone oceny ważne dla obu grup czynników (2.3). Zazwyczaj koła te mają też odrębnie zaznaczony wycinek, który obrazuje udział obrotów przedsiębiorstwa w rynkach poszczególnych branż.

W tym samym układzie macierzowym można również zaznaczać pozycje rynkową firm konkurencyjnych (o ile dysponuje się odpowiednimi danymi).

Podstawową zaletą tej metody jest jej elastyczność. Można ją dowolnie konstruować zależnie od sytuacji na konkretnym rynku. Zwiększa to możliwość zastosowań w porównaniu z macierzą BCG i rozszerza pole analizy.

Metoda GE nie jest pozbawiona wad. Uważa się, że procedury wyznaczania średnich ważonych ocen są z jednej strony zbyt złożone, z drugiej zaś strony nie zabezpieczają przed arbitralnością i subiektywnością ocen. Aby zwiększyć obiektywność ocen badania są często prowadzone przez grupę osób. Inną wadą jest uśrednianie ocen, a zatem neutralizowanie wpływu na wynik analizy czynników o skrajnych ocenach. Czasami też zarzuca się tej metodzie, że dostarcza zbyt ogólnych informacji o sytuacji SJB (w analizie nie uwzględnia się faz życia produktów).

		Pozycja konkurencyjna		
		niska	średnia	wysoka
Atrakcyjność rynku	wysoka	II	I	I
	średnia	III	II	I
	niska	III	III	II
		1		5

Rys. 2.2 Macierz GE

W celu zbudowania jednolitego systemu hierarchicznego uporządkowania wszystkich czynników mierzących atrakcyjność rynku jak i konkurencyjność firmy i przypisania im odpowiednich wag co w konsekwencji prowadzi do wyboru wag, można wykorzystać metodę ocen ekspertów [22]. Analizę opinii ekspertów zaczynamy od sporządzenia zbiorczej tabeli wyników badań ankietowych dotyczących kolejno czynników determinujących atrakcyjność rynku (tab. 2.1) oraz konkurencyjności firmy. W tabeli tej symbol $(z_{ij}; \alpha_{ij})$ oznacza rangę z_{ij} oraz wagę α_{ij} przypisaną i-temu czynnikowi determinującemu atrakcyjność rynku przez j-tego eksperta.

Po zestawieniu wyników badań ankietowych należy dokonać ich statystycznego opracowania. Statystyczna analiza materiałów pochodzących z ankiet zakłada uporządkowanie czynników determinujących atrakcyjność rynku poprzedzone oceną stopnia zgodności odpowiedzi ekspertów w odniesieniu do każdego czynnika oddzielnie i dla całego ich zestawu łącznie. Należy jednak zauważyć, że pogląd zespołu ekspertów na temat hierarchii czynników można sprecyzować właściwie tylko wówczas, gdy odpowiedzi ankietowanych ekspertów nie są zbyt rozbieżne.

Zbiorcza tabela badań ankietowych czynników determinujących atrakcyjność rynku Tabela 2.1

Czynniki determinujące atrakcyjność rynku oraz ich wagi	Eksperti						Suma rang
	1	2	...	j	...	m	
$p_1; \alpha_1$	$(z_{11}; \alpha_{11})$	$(z_{12}; \alpha_{12})$	...	$(z_{1j}; \alpha_{1j})$	...	$(z_{1m}; \alpha_{1m})$	$\sum_{j=1}^m z_{1j}$
$p_2; \alpha_2$	$(z_{21}; \alpha_{21})$	$(z_{22}; \alpha_{22})$	...	$(z_{2j}; \alpha_{2j})$	...	$(z_{2m}; \alpha_{2m})$	$\sum_{j=1}^m z_{2j}$
$p_3; \alpha_3$	$(z_{31}; \alpha_{31})$	$(z_{32}; \alpha_{32})$	...	$(z_{3j}; \alpha_{3j})$	...	$(z_{3m}; \alpha_{3m})$	$\sum_{j=1}^m z_{3j}$
.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	
$p_k; \alpha_k$	$(z_{k1}; \alpha_{k1})$	$(z_{k2}; \alpha_{k2})$	...	$(z_{kj}; \alpha_{kj})$	...	$(z_{km}; \alpha_{km})$	$\sum_{j=1}^m z_{kj}$

Aby dokonać analizy zgodności odpowiedzi ekspertów dane pierwotne będące wynikami badań ankietowych, należy przedstawić w postaci szeregów rozdzielczych odpowiedzi dotyczących każdego czynnika (zob. tab. 2.2). W tabeli tej g_{ij} oznacza liczbę odpowiedzi, która przypisuje i-temu czynnikowi j-te miejsce.

Szeregi rozdzielcze odpowiedzi ekspertów

Tabela 2.2

Lista czynników determinujących atrakcyjność rynku	Liczba opinii o randze czynnika determinującego atrakcyjność rynku						Ogólna liczba opinii
	1	2	...	j	...	h	
p_1	g_{11}	g_{12}	...	g_{1j}	...	g_{1h}	$\sum_{j=1}^n g_{1j}$
p_2	g_{21}	g_{22}	...	g_{2j}	...	g_{2h}	$\sum_{j=1}^n g_{2j}$
p_3	g_{31}	g_{32}	...	g_{3j}	...	g_{3h}	$\sum_{j=1}^n g_{3j}$
.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	
p_k	g_{k1}	g_{k2}		g_{kj}		g_{kh}	$\sum_{j=1}^n g_{kj}$

Na podstawie tab. 2.2 można wyznaczyć miarę zgodności odpowiedzi ekspertów względem każdego czynnika. Jeżeli wskaźnik zmienności dla danego czynnika oznaczmy przez μ_i , to miara zgodności względem tego czynnika przyjmie postać $1-\mu_i$. Jak widać, ocena stopnia zgodności odpowiedzi ekspertów jest wielkością dopełniającą ocenę poziomu zmienności do jedności. Aby obliczyć wielkość μ_i , można zastosować ogólnie znane zasady oceny stopnia zgodności cechy (w naszym przypadku czynnika determinującego atrakcyjność rynku) na podstawie szeregów rozdzielczych (tab. 2.2).

Wielkość współczynników zróżnicowania μ_i dla i-tego czynnika można obliczyć za pomocą wzoru (zob. np. [5])

$$\mu_i = \frac{k^*}{1-k^*} \frac{(\sum_j g_{ij})^2 - \sum_j g_{ij}^2}{(\sum_j g_{ij})^2}$$

w którym : k^* - liczba miejsc danego czynnika, $0 \leq \mu_i \leq 1$

Po przeprowadzeniu analizy zgodności poglądów ekspertów względem wszystkich czynników determinujących atrakcyjność rynku należy określić wspólny ich pogląd względem wszystkich czynników. W tym celu wykorzystując jako wskaźnik podobieństwa odpowiedzi ekspertów miarę s_{ij} (przy założeniu jednorodności zbioru odpowiedzi) wyznaczamy następującą macierz:

Macierz miar podobieństwa odpowiedzi ekspertów

Numer eksperta	1	2	...	n	$\sum_{j=1}^n s_{ij}$	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n s_{ij}$
1	1	s_{12}	...	s_{1n}		
2	s_{21}	1	...	s_{2n}		
.	.	.	.	.		
.	.	.	.	.		
.	.	.	.	.		
n	s_{n1}	s_{n2}	...	1		

w której

$$s_{ij} = \frac{2m_{ij}}{t_i \log\left(1 + \frac{t_j}{t_i}\right) + t_j \log\left(1 + \frac{t_i}{t_j}\right)} \quad [54]$$

m_{ij} – liczba czynników ocenionych jednakowo przez i-tego oraz j-tego eksperta,

t_i – liczba czynników ocenionych przez i-tego eksperta,

t_j – liczba czynników ocenionych przez j-tego eksperta.

Macierz miar podobieństwa odpowiedzi ekspertów umożliwia wybór jednego eksperta, którego poglądy w największym stopniu odzwierciedlają opinie wszystkich ekspertów danej grupy i zgodnie z jego zdaniem ustalamy uporządkowanie czynników determinujących atrakcyjność rynku.

Do wyznaczenia tego eksperta wykorzystamy macierz miar podobieństwa odpowiedzi ekspertów obliczonych dla każdej pary ekspertów należącej do danej grupy. Ostatecznie przyjmujemy takie uporządkowanie czynników determinujących atrakcyjność rynku, które zaproponował ekspert dla którego suma miar podobieństwa odpowiedzi z pozostałymi odpowiedziami jest największa. Aby dokonać wyboru takiego eksperta należy ustalić numer l , dla którego

$$\sum_{j=1}^n s_{lj} = \max\left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n s_{1j}, \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n s_{2j}, \dots, \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n s_{lj}, \dots, \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n s_{nj}\right) \quad (2.4)$$

Zauważmy, że przyjęte uporządkowanie czynników generuje wybór wag α_{il} ($i = 1, 2, 3, \dots, k$), α_{il} – waga przypisana i -temu czynnikowi przez l -tego eksperta.

Zaproponowana procedura porządkowania czynników mierzących atrakcyjność rynku i przypisania im odpowiednich wag może być oczywiście wykorzystana do porządkowania czynników mierzących konkurencyjność firmy. W tym celu należy w tabeli 2.1 zamiast czynników determinujących atrakcyjność rynku $p_1, p_2, \dots, p_n$ i ich wag $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ wpisać czynniki determinujące konkurencyjność firmy $u_1, u_2, \dots, u_s$ i ich wagi $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$ a zamiast symbolu $(z_{ij}; \alpha_{ij})$ użyć zapisu $(x_{ij}; \beta_{ij})$ oznaczającego w tym kontekście rangę x_{ij} oraz wagę β_{ij} przypisaną i -temu czynnikowi determinującemu konkurencyjność firmy przez j -tego eksperta. W tabeli 2.2 zamiast symbolu g_{ij} należy wprowadzić g_{ij}^* , co oznacza liczbę odpowiedzi, która przypisuje i -temu czynnikowi determinującemu konkurencyjność firmy j -te miejsce. Wprowadzając formalne zmiany wyznaczamy macierz miar podobieństwa odpowiedzi ekspertów, która umożliwi wybór jednego eksperta (zob. wzór (2.4)) co w konsekwencji po uporządkowaniu czynników determinujących konkurencyjność firmy, generuje wybór wag β_i ($i = 1, 2, \dots, s$).

Macierz ADL

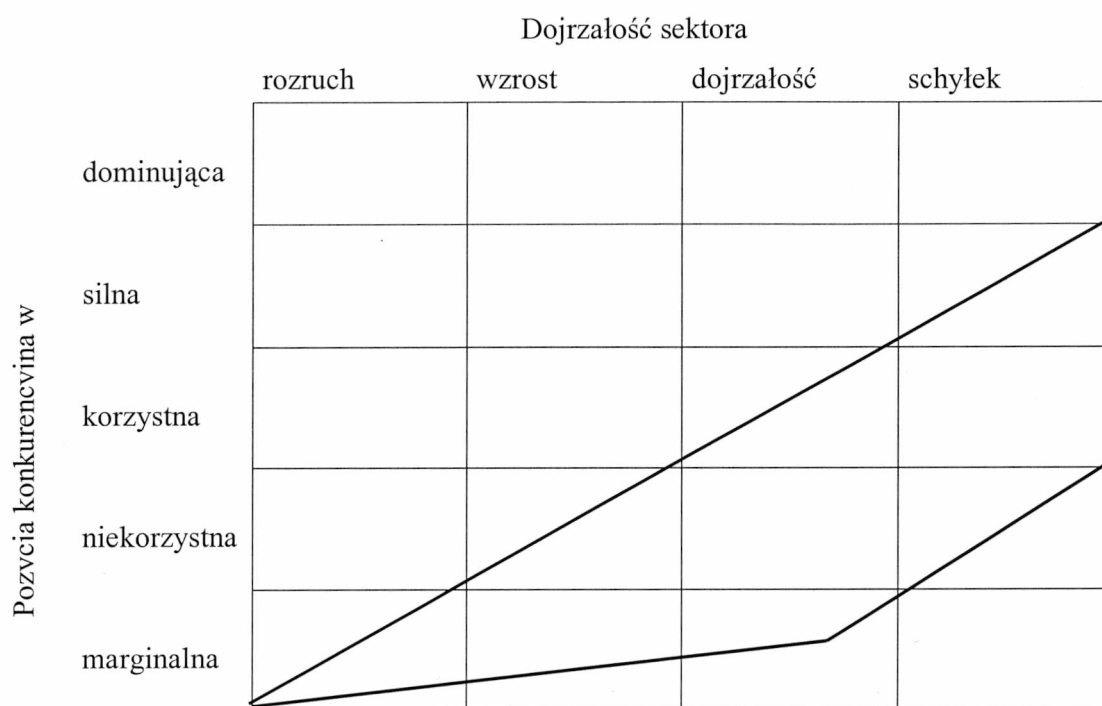
Metoda została zaproponowana w latach 70-tych przez firmę A.D. Little Inc. Koncepcja jest oparta na założeniu, że zdolność produktu do przynoszenia zysku wynika z pozycji konkurencyjnej produktu lub przedsiębiorstwa, stopnia dojrzałości sektora oraz dodatkowo jest uwarunkowana fazą cyklu życia produktu. Twórcy metody wiążą sukces rynkowy przedsiębiorstwa z jego innowacyjnością. Produkty innowacyjne wyróżniają przedsiębiorstwo w gronie konkurentów i stwarzają przesłanki do przewodzenia na rynku. Źródłem sukcesu mogą być też produkty z sektorów dojrzałych i schyłkowych pod warunkiem zajmowania w nich silnej pozycji konkurencyjnej.

Macierz ADL jest skonstruowana na podstawie dwóch zmiennych:

- pozycji konkurencyjnej w sektorze,
- stopnia dojrzałości rynku (sektora) zgodnie z cyklem życia produktu (rys. 2.3).

Oś pozioma przedstawia dojrzałość sektora i najczęściej zawiera cztery fazy: rozruch, wzrost, dojrzałość, schyłek. Oś pionowa reprezentuje pozycję konkurencyjną i ma pięciostopniową skalę: pozycja dominująca, silna, korzystna, niekorzystna, marginalna.

Macierz ADL składa się zatem z 20 pól (w niektórych wersjach z 24 czy 30 pól). W polach tych są pozycjonowane poszczególne SJB w postaci kół o powierzchni proporcjonalnej do ich udziału w przychodach przedsiębiorstwa.



Rys. 2.3 Macierz ADL

Znajomość faz, w jakich znajdują się poszczególne SJB oraz ich pozycji konkurencyjnej na rynku pozwala na właściwą alokację zasobów i planowanie strategii rozwoju przedsiębiorstwa. Możliwe są tu następujące strategie:

- rozwój (obszar powyżej górnej linii na rys. 2.3),
- selektywne inwestowanie (obszar między linią górną a dolną),
- likwidacja (obszar poniżej dolnej linii).

Mimo wielu zalet, macierz ADL jest krytykowana za ograniczoną praktyczność i subiektywizm w stosowaniu kryteriów wyznaczania jej głównych wymiarów.

Inne metody analizy portfelowej

Macierz cyklu życia produktu została opracowana przez Ch. W. Hofera z myślą o dużych korporacjach przemysłowych i jest rozwinięciem macierzy GE i ADL. Jednym z wymiarów macierzy jest dojrzałość sektora (oś pionowa), a drugim – pozycja konkurencyjna przedsiębiorstwa w danym sektorze (oś pozioma). Wyróżnia się pięć faz dojrzałości sektora i trzy obszary pozycji konkurencyjnej. Powstaje w ten sposób 15-polowa macierz.

Poszczególne SJB są pozycjonowane w postaci kół o powierzchni proporcjonalnej do ich udziału w przychodach przedsiębiorstwa. Macierz Hofera daje obraz portfela wyrobu w różnych fazach cyklu życia produktu. Na tej podstawie można prognozować rozwój poszczególnych sektorów i podejmować działania mające na celu bilansowanie portfela produkcji.

Odmianą metody ADL jest metoda analizy portfela technologicznego [41]. Portfel technologiczny jest określany na podstawie atrakcyjności danej technologii oraz wielkości

potencjału produkcyjnego przedsiębiorstwa w odniesieniu do najważniejszych konkurentów. Najczęściej stosowanymi kryteriami oceny atrakcyjności technologicznej są możliwości rozwoju danej technologii, uniwersalność, standaryzacja, czas potrzebny na opracowanie i wdrożenie. Metoda analizy portfela technologicznego dostarcza wskazówek co do inwestowania w atrakcyjne technologie, stosowania selektywnego rozwoju w odniesieniu do technologii mniej atrakcyjnych oraz rezygnacji z technologii nieatrakcyjnych.

2.2. Analiza danych

Dostępne i dalej wykorzystane dane zamieszczono w tabeli 2.4. Dane dotyczą 5 produktów oznaczonych w tabeli 2.4 i wszędzie dalej w niniejszym tekście literami A, B, C, D, E (dużymi lub małymi). Obejmują one 4-letni okres działalności pewnej firmy i są podane w ujęciu kwartalnym.

Wykorzystano następujące oznaczenia:

- S_w - sprzedaż własna,
- S_k - sprzedaż największego konkurenta,
- S - sprzedaż globalna na rynku,
- W - wzrost rynku.

Wykresy poszczególnych szeregów czasowych zamieszczono odpowiednio na rysunkach 2.4, 2.5, 2.6, 2.7. Dalsza analiza danych polega na wyodrębnieniu trendu. Stwierdzono występowanie trendu liniowego w szeregach S_w , S_k , W . Dla tych szeregów wyznaczono liniowe funkcje trendu bazując na metodzie najmniejszych kwadratów:

$$y_i^{(j)} = a_i x^{(j)} + b_i \quad (2.5)$$

W przypadku szeregów S trend liniowy występuje dla produktów A i E, dla pozostałych jest to trend kwadratowy. Zatem dla szeregów S_A i S_E wyznaczono liniowe funkcje trendu zgodnie ze wzorem 2.5, a dla szeregów S_B , S_C i S_D wyznaczono kwadratowe funkcje trendu:

$$y_i^{(j)} = a_i x^{(j)} x^{(j)} + b_i x^{(j)} + c_i \quad (2.6)$$

Wartości współczynników trendu zamieszczono w tabeli 2.3.

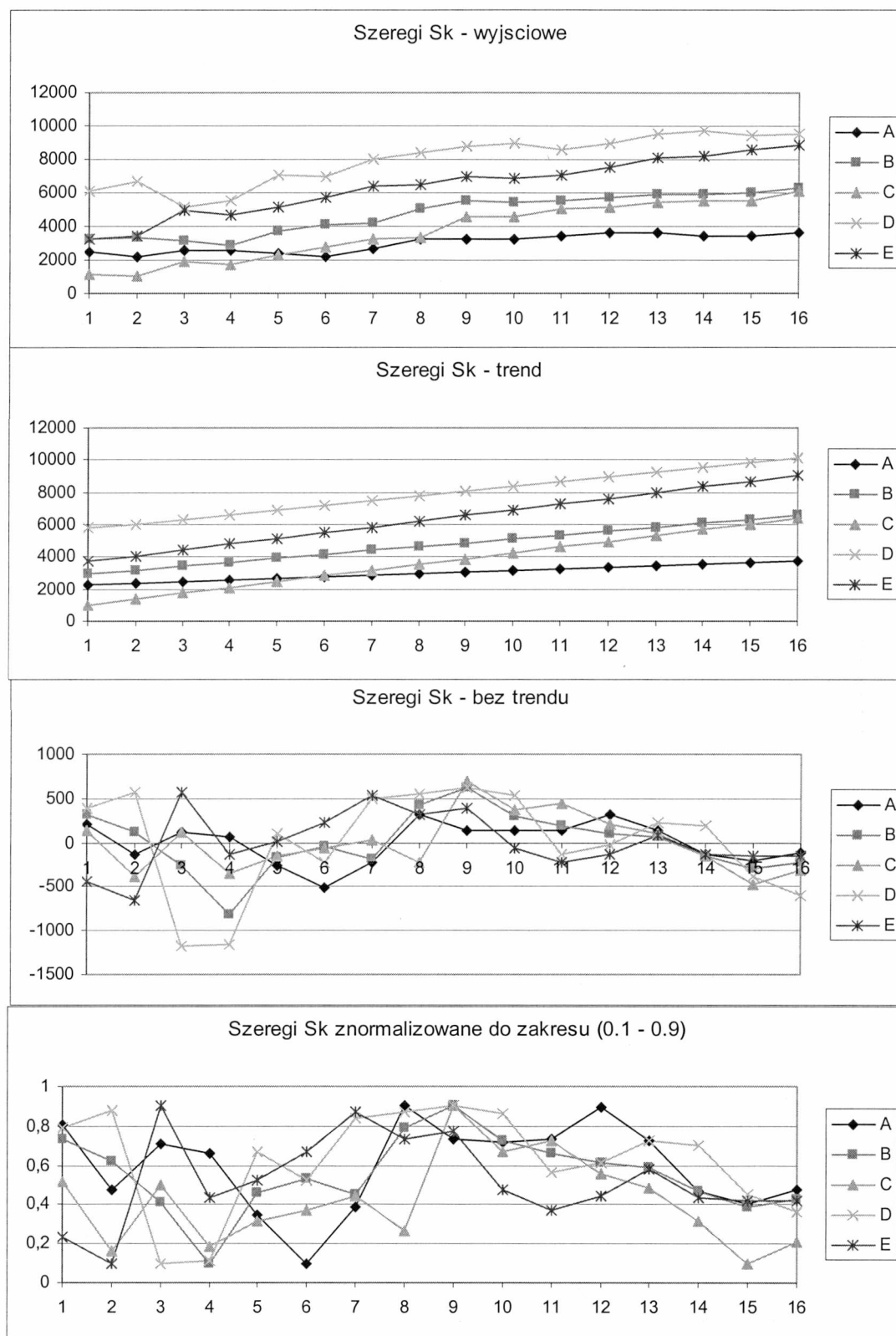
Estymatory parametrów strukturalnych w liniowych i kwadratowych funkcjach trendu Tabela 2.3

Produkt	S_w		S_k		W		S		
	a_i	b_i	a_i	b_i	a_i	b_i	a_i	b_i	c_i
A	111,6	2176,1	100,7	2145,8	-0,011	3,315	224,8	5959,4	
B	257,6	2614,2	240,2	2698,7	0,094	3,535	25,82	422,96	14225,34
C	356	827,9	357	669,3	0,078	11,221	46,89	413,43	4344,11
D	248,8	5849,5	293,5	5461,8	-0,057	7,128	35,03	1196,6	17897,93
E	355,6	3482,9	355,5	3355,1	-0,105	7,737	1373,5	12522,7	

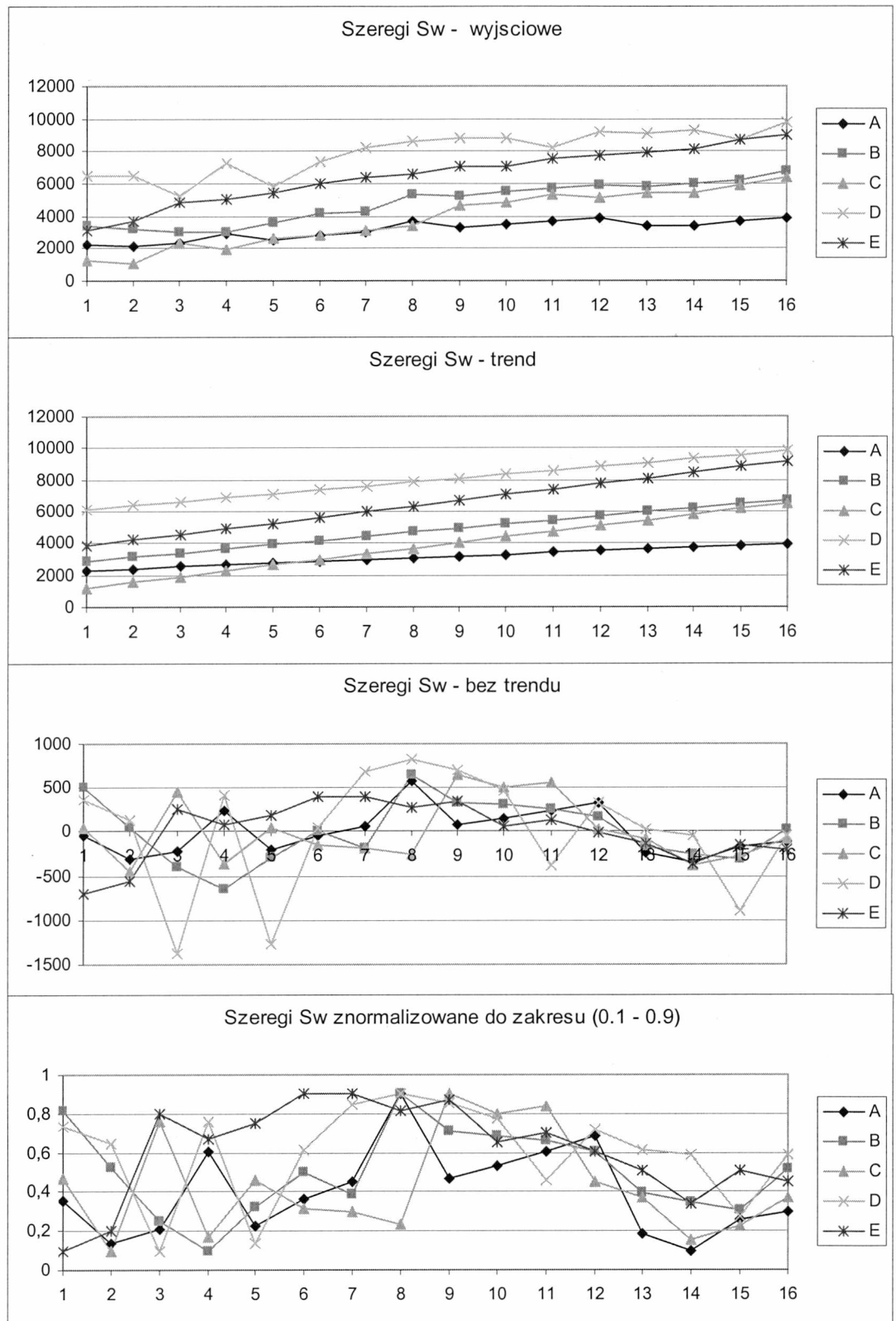
Na rysunkach 2.4, 2.5, 2.6 i 2.7 zamieszczono wykresy szeregów czasowych w układzie: szeregi wyjściowe, trend, szeregi bez trendu, szeregi bez trendu znormalizowane. Dekompozycja szeregów jest wstępem do procesu ich prognozowania. Na podstawie wstępnej analizy tak zdekomponowanych szeregów można stwierdzić, że w przypadku szeregów S dobrą prognozą będzie ich przedłużenie (ekstrapolacja) zgodnie z wyznaczonymi funkcjami trendów (odchylenia od trendu są bardzo małe – patrz rys. 2.7). Prognozowanie pozostałych szeregów zostanie wykonane po odjęciu trendów.

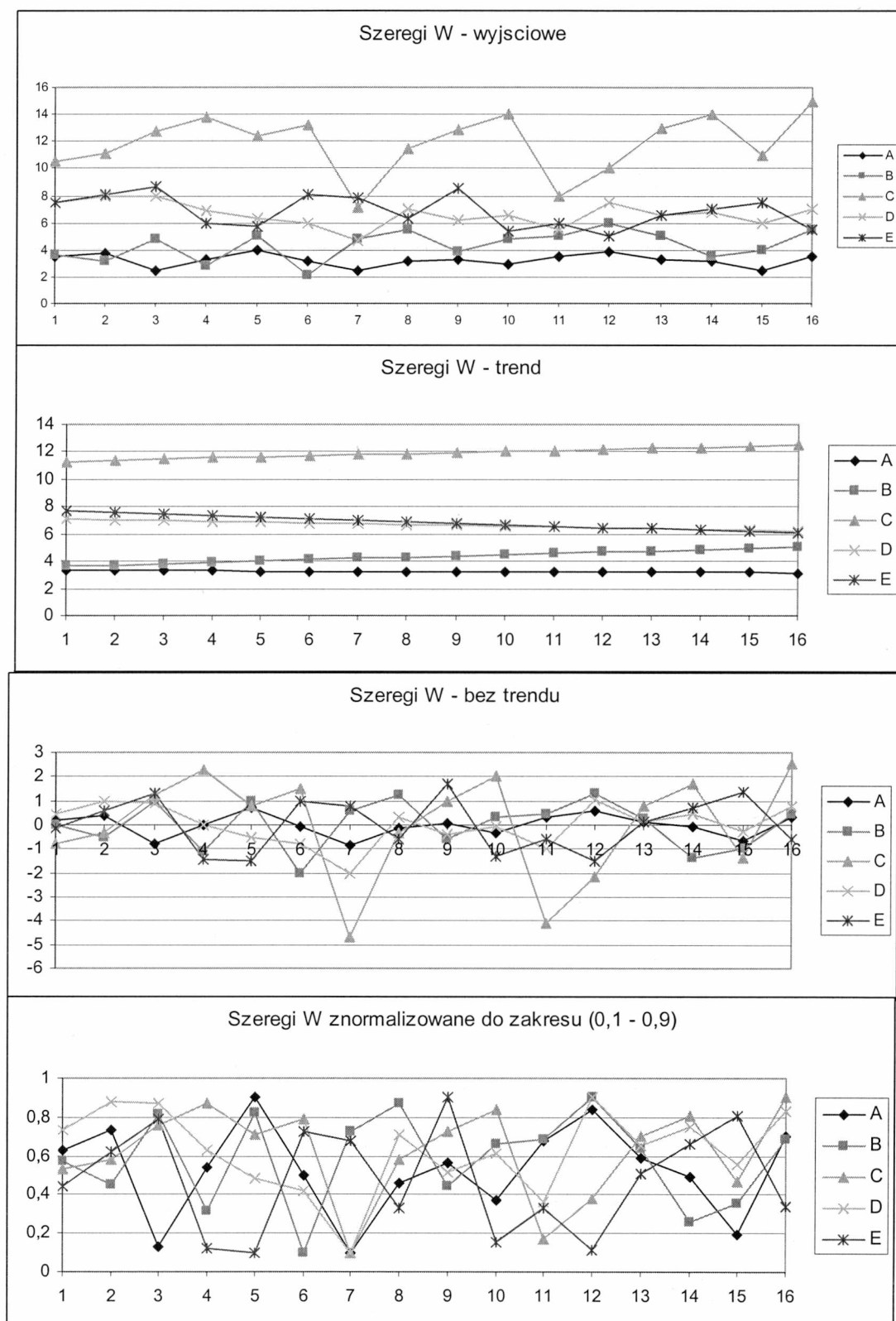
Dynamika i udział obrotów na rynku Tabela 2.4

	Okres	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Produkt	Szereg																
A	S _w	2239	2093	2291	2861	2536	2808	3020	3645	3260	3446	3638	3846	3383	3394	3687	3847
	S _k	2463	2218	2565	2617	2388	2233	2635	3267	3195	3281	3396	3664	3592	3418	3457	3635
	S	6212	6443	6605	6821	7099	7328	7506	7737	7994	8230	8403	8633	8904	9097	9342	9584
	W	3,5	3,7	2,5	3,3	4,0	3,2	2,4	3,1	3,3	2,9	3,5	3,8	3,3	3,1	2,5	3,5
B	S _w	3374	3165	2983	2995	3608	4160	4227	5321	5267	5492	5704	5879	5793	5969	6167	6758
	S _k	3261	3304	3165	2841	3723	4095	4201	5048	5483	5407	5528	5681	5884	5905	6006	6310
	S	14660	15137	15861	16308	17120	17485	18331	19340	20084	21042	21969	23180	24114	25194	26398	27531
	W	3,6	3,2	4,8	2,8	5,0	2,1	4,8	5,5	3,8	4,8	5,0	6,0	5,0	3,5	4,0	5,5
C	S _w	1230	1085	2345	1894	2644	2807	3140	3409	4671	4887	5298	5127	5372	5427	5890	6434
	S _k	1167	1003	1861	1750	2305	2745	3200	3295	4582	4608	5042	5153	5407	5511	5557	6069
	S	4775	5331	6008	6835	7680	8694	9308	10382	11720	13374	14783	16048	17664	19107	21292	22885
	W	10,5	11,1	12,7	13,8	12,4	13,2	7,1	11,5	12,9	14,0	8,0	10,0	13,0	14,0	11,0	15,0
D	S _w	6468	6478	5221	7264	5831	7384	8270	8659	8793	8803	8208	9165	9112	9294	8685	9792
	S _k	6142	6624	5163	5485	7034	6998	8007	8362	8730	8935	8561	8963	9510	9754	9474	9565
	S	18880	20385	22007	23530	25015	26513	27155	29700	31542	33603	35384	37217	39142	41556	43922	45957
	W	7,5	8,0	7,9	6,9	6,3	6,0	4,7	7,0	6,2	6,5	5,5	7,5	6,5	6,8	6,0	7,0
E	S _w	3141	3640	4807	4985	5450	6012	6368	6605	7035	7100	7522	7739	7965	8089	8673	8959
	S _k	3264	3415	4998	4637	5138	5706	6374	6518	6936	6841	7036	7495	8057	8193	8528	8887
	S	14300	15462	16815	17803	18827	20346	21940	23330	25311	26671	28120	28604	30006	31924	32767	34936
	W	7,5	8,1	8,7	5,9	5,7	8,1	7,8	6,3	8,5	5,4	6,0	5,0	6,5	7,0	7,5	5,5

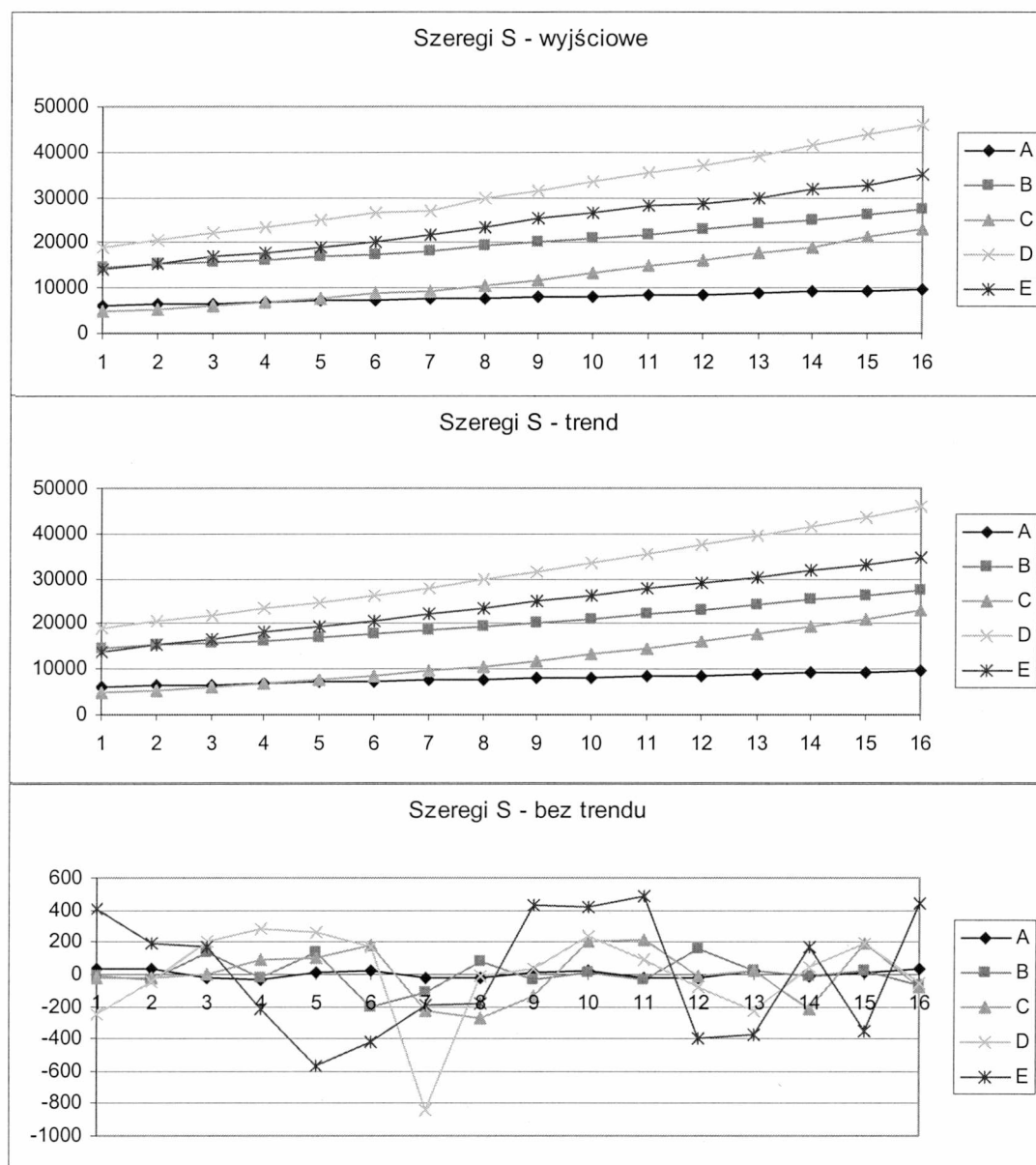


Rys. 2.4 Szeregi czasowe S_k produktów A, B, C, D, E





Rys.2.6 Szeregi czasowe W produktów A, B, C, D, E



Rys. 2.7 Szeregi czasowe S produktów A, B, C, D, E

2.3. Macierz BCG dla okresu retrospektywnego

W tabeli 2.5 zestawiono dane dla okresów retrospektywnych niezbędne do analizy BCG. Wartości S_w , S_k , S i W dla okresów 1 do 16 zaczerpnięto z tabeli 2.4. Wartości x oraz r obliczono w oparciu o wzory 2.1 i 2.2.

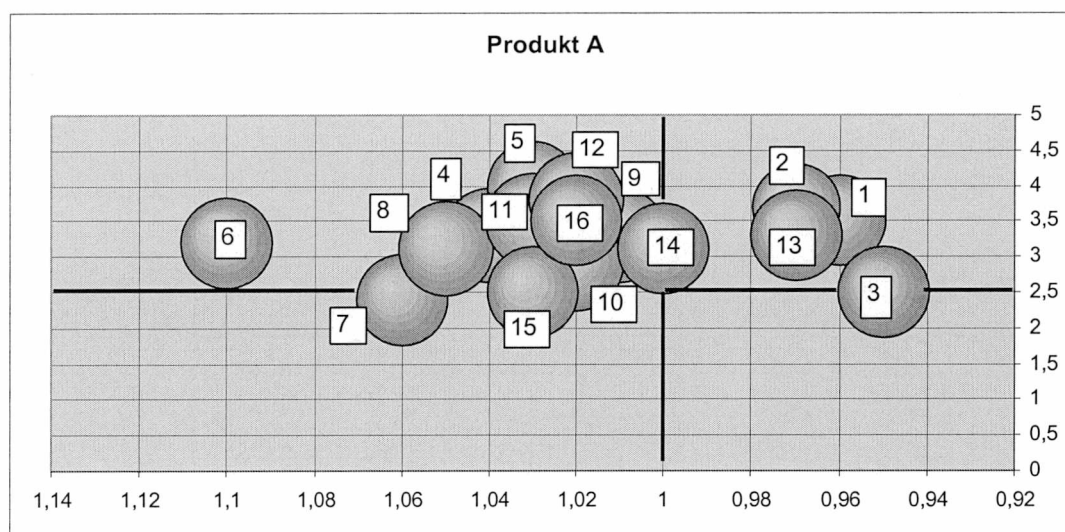
Dane do budowy macierzy BCG Tabela 2.5

Okres	S_w	S_k	S	x	W	r
Produkt A						
1	2239	2463	6212	0,96	3,50	3,39
2	2093	2218	6443	0,97	3,70	3,22
3	2291	2565	6605	0,95	2,50	3,32
4	2861	2617	6821	1,04	3,30	3,65
5	2536	2388	7099	1,03	4,00	3,37
6	2808	2233	7328	1,10	3,20	3,49
7	3020	2635	7506	1,06	2,40	3,58
8	3645	3267	7737	1,05	3,10	3,87
9	3260	3195	7994	1,01	3,30	3,60
10	3446	3281	8230	1,02	2,90	3,65
11	3638	3396	8403	1,03	3,50	3,71
12	3846	3664	8633	1,02	3,80	3,77
13	3383	3592	8904	0,97	3,30	3,48
14	3394	3418	9097	1,00	3,10	3,45
15	3687	3457	9342	1,03	2,50	3,54
16	3847	3635	9584	1,02	3,50	3,57
Produkt B						
1	3374	3261	14660	1,01	3,60	2,71
2	3165	3304	15137	0,98	3,20	2,58
3	2983	3165	15861	0,97	4,80	2,45
4	2995	2841	16308	1,02	2,80	2,42
5	3608	3723	17120	0,99	5,00	2,59
6	4160	4095	17485	1,01	2,10	2,75
7	4227	4201	18331	1,00	4,80	2,71
8	5321	5048	19340	1,02	5,50	2,96
9	5267	5483	20084	0,98	3,80	2,89
10	5492	5407	21042	1,01	4,80	2,88
11	5704	5528	21969	1,01	5,00	2,87
12	5879	5681	23180	1,01	6,00	2,84
13	5793	5884	24114	0,99	5,00	2,77

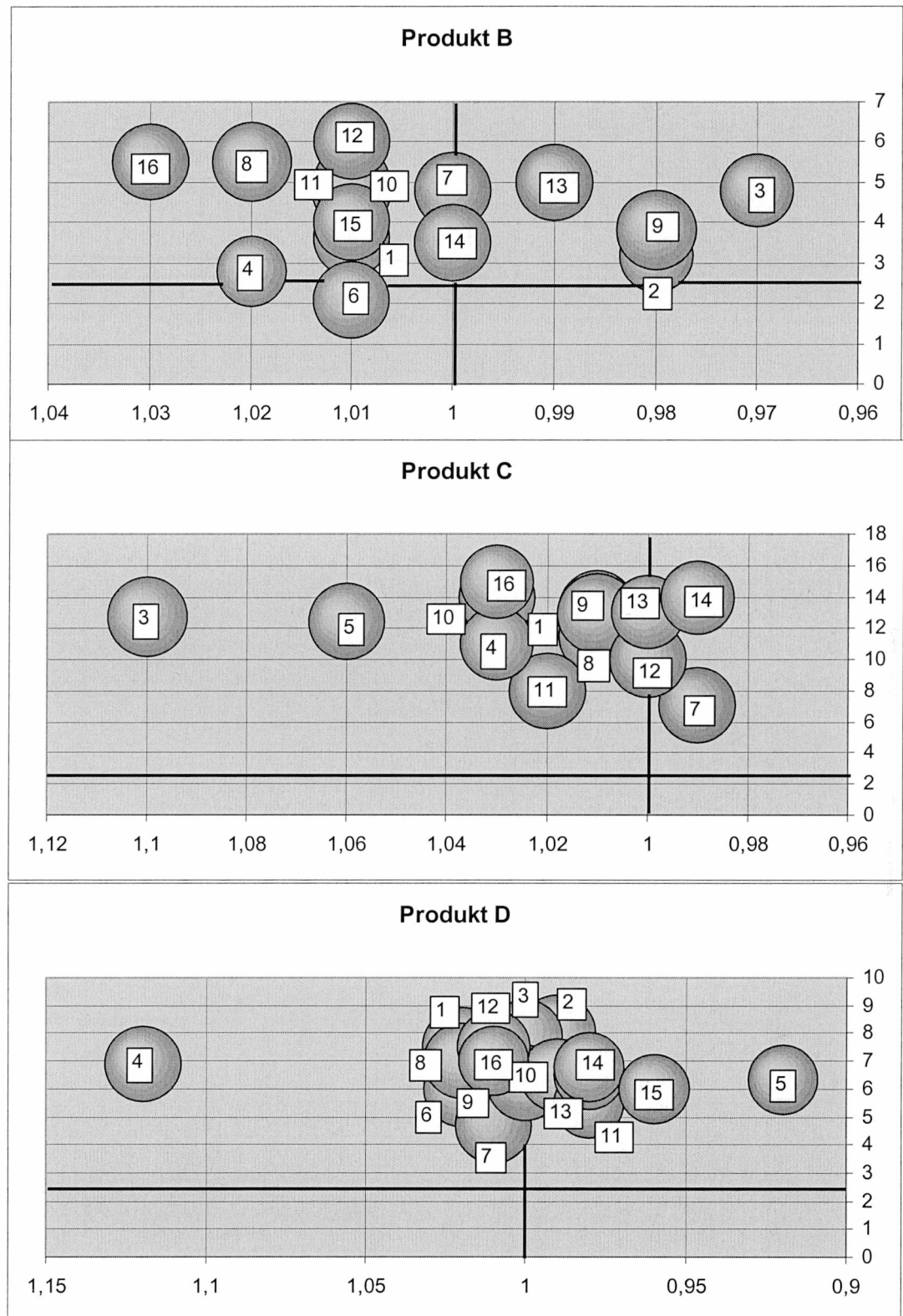
14	5969	5905	25194	1,00	3,50	2,75
15	6167	6006	26398	1,01	4,00	2,73
16	6758	6310	27531	1,03	5,50	2,80
Produkt C						
1	1230	1167	4775	1,02	10,50	2,86
2	1085	1003	5331	1,03	11,06	2,55
3	2345	1861	6008	1,10	12,70	3,52
4	1894	1750	6835	1,03	13,80	2,97
5	2644	2305	7680	1,06	12,40	3,31
6	2807	2745	8694	1,01	13,20	3,21
7	3140	3200	9308	0,99	7,10	3,28
8	3409	3295	10382	1,01	11,50	3,23
9	4671	4582	11720	1,01	12,90	3,56
10	4887	4608	13374	1,03	14,00	3,41
11	5298	5042	14783	1,02	8,00	3,38
12	5127	5153	16048	1,00	10,00	3,19
13	5372	5407	17664	1,00	13,00	3,11
14	5427	5511	19107	0,99	14,00	3,01
15	5890	5557	21292	1,03	11,00	2,97
16	6434	6069	22885	1,03	15,00	2,99
Produkt D						
1	6468	6142	18880	1,02	7,50	3,30
2	6478	6624	20385	0,99	8,00	3,18
3	5221	5163	22007	1,00	7,90	2,75
4	7264	5485	23530	1,12	6,90	3,13
5	5831	7034	25015	0,92	6,30	2,72
6	7384	6998	26513	1,02	6,00	2,98
7	8270	8007	27155	1,01	4,70	3,11
8	8659	8362	29700	1,02	7,00	3,05
9	8793	8730	31542	1,00	6,20	2,98
10	8803	8935	33603	0,99	6,50	2,89
11	8208	8561	35384	0,98	5,50	2,72
12	9165	8963	37217	1,01	7,50	2,80
13	9112	9510	39142	0,98	6,50	2,72
14	9294	9754	41556	0,98	6,80	2,67
15	8685	9474	43922	0,96	6,00	2,51
16	9792	9565	45957	1,01	7,00	2,60
Produkt E						

1	3141	3264	14300	0,98	7,50	2,64
2	3640	3415	15462	1,03	8,10	2,74
3	4807	4998	16815	0,98	8,70	3,02
4	4985	4637	17803	1,03	5,90	2,99
5	5450	5138	18827	1,03	5,70	3,04
6	6012	5706	20346	1,02	8,10	3,07
7	6368	6374	21940	1,00	7,80	3,04
8	6605	6518	23330	1,01	6,30	3,00
9	7035	6936	25311	1,01	8,50	2,97
10	7100	6841	26671	1,02	5,40	2,91
11	7522	7036	28120	1,03	6,00	2,92
12	7739	7495	28604	1,01	5,00	2,93
13	7965	8057	30006	1,00	6,50	2,91
14	8089	8193	31924	0,99	7,00	2,84
15	8673	8528	32767	1,01	7,50	2,90
16	8959	8887	34936	1,00	5,50	2,86

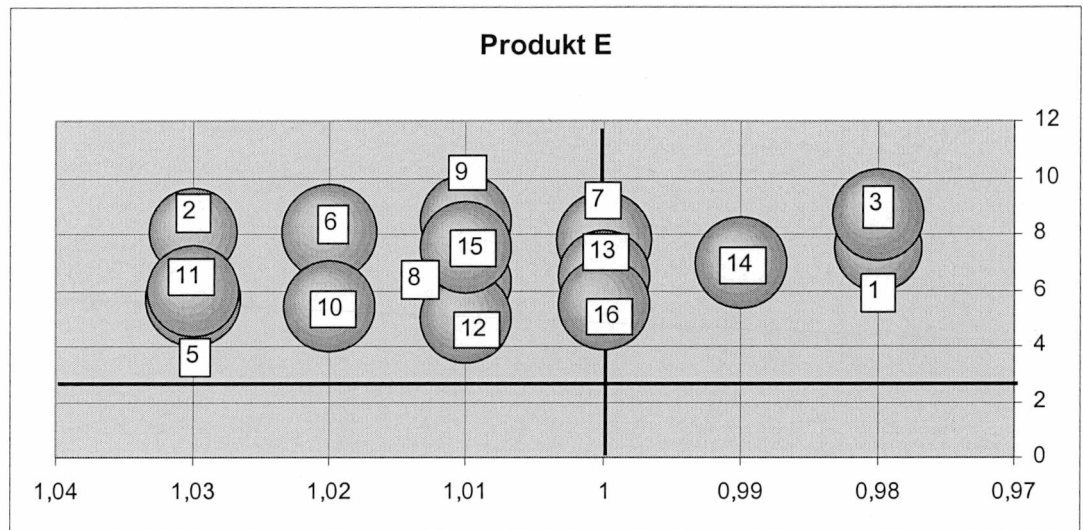
Sytuację przedsiębiorstwa w zakresie produktów A, B, C, D, E w okresie retrospektywnym przedstawiają macierze BCG na rysunkach 2.8, 2.9 i 2.10.



Rys. 2.8 Macierz BCG dla produktu A, liczby oznaczają numery okresów



Rys. 2.9 Macierze BCG dla produktów B, C, D



Rys. 2.10 Macierz BCG dla produktu E

Na podstawie analizy macierzy BCG (rys. 2.8, 2.9, 2.10) można sformułować normatywne strategie postępowania wobec określonych grup produktów. Uwzględnione zostaną dwa ostatnie spośród rozpatrywanych okresów (k=15, k=16). Wyniki analizy zamieszczono w tabeli 2.6.

Tabela 2.6

Elementy strategiczne	Kategorie portfelu produktów (przedsięwzięć)			
	PORAŻKI	ZNAKI ZAPYTANIA	GWIAZDY	DOJNE KROWY
Cel	Produkty k=15 - k=16 -	Produkty k=15 D k=16 E	Produkty k=15 B, C, E k=16 A, B, C, D	Produkty k=15 A k=16 -
	ograniczyć udział w rynku	selektywnie rozbudować	utrzymać, nieznacznie rozbudować udział w rynku	utrzymać, nieznacznie ograniczyć udział w rynku
	minimalne; sprzedać gdy się nadarzy okazja lub zlikwidować	duże inwestycje rozwojowe lub sprzedaż	duże inwestycje z przepływu gotówki netto	małe inwestycje, wyłącznie przeanalizowane
Zachowanie się ze względu na ryzyko	silnie zredukować	akceptować	akceptować	ograniczyć

Rozdział 3

Ocena efektów cząstkowych zmian obrotów przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym generowana metodą Sterna-Tyszyńskiego

3.1. Badanie udziału i konkurencyjności na rynku w okresie retrospektywnym

Jedną z procedur obliczania efektów cząstkowych zmian obrotu w układzie przestrzenno-branżowym jest metoda Sterna-Tyszyńskiego, w której uwzględniając ten układ, stosuje się tabelaryczne zestawienie obrotów wg rynków i produktów dla poszczególnych okresów. Tak więc jeżeli przedsiębiorstwo prowadzi sprzedaż p produktów na r rynkach, wówczas obroty przedsiębiorstwa w dwóch porównywalnych okresach można przedstawić za pomocą macierzy o wymiarach $p \times r$ postaci

$$\begin{bmatrix} w_{11}^{(0)} & w_{12}^{(0)} & \dots & w_{1r}^{(0)} \\ w_{21}^{(0)} & w_{22}^{(0)} & \dots & w_{2r}^{(0)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_{p1}^{(0)} & w_{p2}^{(0)} & \dots & w_{pr}^{(0)} \end{bmatrix} \begin{matrix} w_{1.}^{(0)} \\ w_{2.}^{(0)} \\ \dots \\ w_{p.}^{(0)} \end{matrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{matrix} w_{.1}^{(0)} & w_{.2}^{(0)} & \dots & w_{.r}^{(0)} & w_{..}^{(0)} \end{matrix}$$

dla okresu podstawowego, oraz w postaci

$$\begin{bmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{12}^{(1)} & \dots & w_{1r}^{(1)} \\ w_{21}^{(1)} & w_{22}^{(1)} & \dots & w_{2r}^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_{p1}^{(1)} & w_{p2}^{(1)} & \dots & w_{pr}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{matrix} w_{1.}^{(1)} \\ w_{2.}^{(1)} \\ \dots \\ w_{p.}^{(1)} \end{matrix} \quad (3.2)$$

$$\begin{matrix} w_{.1}^{(1)} & w_{.2}^{(1)} & \dots & w_{.r}^{(1)} & w_{..}^{(1)} \end{matrix}$$

dla okresu badanego.

Elementy $w_{ij}^{(s)}$ ($s = 0, 1$) macierzy (3.1) oraz (3.2) oznaczają wartości sprzedaży i -tego produktu na j -tym rynku odpowiednio w okresie podstawowym ($s=0$) i okresie badanym ($s=1$). Uzupełnione macierze (3.1), (3.2) zawierają ponadto na obrzeżach sumy wierszy i kolumn co oznaczono umieszczając kropkę na miejscu wskaźnika względem którego dokonuje się sumowania. Tak np. suma i -tego wiersza, a więc $w_{i.}^{(s)}$ ($s = 0, 1$) oznacza wartość sprzedaży i -tego produktu na wszystkich rynkach w okresie podstawowym ($s=0$) oraz w okresie badanym ($s=1$), natomiast suma j -tej kolumny $w_{.j}^{(s)}$ ($s = 0, 1$) oznacza wartość sprzedaży wszystkich produktów na j -tym rynku w okresie podstawowym ($s=0$) oraz w okresie badanym ($s=1$). Suma wierszy i kolumn $w_{..}^{(s)}$ ($s = 0, 1$) oznacza wartość sprzedaży wszystkich produktów na wszystkich rynkach odpowiednio w okresie podstawowym ($s=0$) oraz w okresie badanym ($s=1$).

W celu określenia efektów cząstkowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym dokonano dekompozycji przyrostu obrotów wg zasad łańcuchowego podstawienia. Dekompozycja ta w układzie produktów przybiera postać (zob. np. [4]):

$$\Delta w_{i.} = \left(\sum_{j=1}^r w_{ij}^{(1)} - \sum_{j=1}^r r_{ij} w_{ij}^{(0)} \right) + \left(\sum_{j=1}^r r_{ij} w_{ij}^{(0)} - r_{i.} w_{i.}^{(0)} \right) + (r_{i.} w_{i.}^{(0)} - r_{..} w_{i.}^{(0)}) + (r_{..} w_{i.}^{(0)} - w_{i.}^{(0)}) \quad (3.3)$$

w której elementy r_{ij} macierzy dynamiki oznaczają wskaźniki tempa wzrostu sprzedaży i-tego produktu na j-tym rynku przy uwzględnieniu okresów podstawowego oraz badanego, elementy $r_{i.}$ oznaczają wskaźniki tempa wzrostu sprzedaży i-tego produktu na wszystkich rynkach. Występująca we wzorze (3.3) wielkość $r_{..}$ oznacza wskaźnik wzrostu sprzedaży wszystkich produktów na wszystkich rynkach. Wymienione wielkości determinują dynamikę obrotów na obszarze działania rozważanego przedsiębiorstwa.

Wpływ różnych sfer oddziaływań czynników na zmianę obrotów przedsiębiorstwa $\Delta w_{i.}$ wyrażają następujące efekty cząstkowe:

- $\sum_{j=1}^r w_{ij}^{(1)} - \sum_{j=1}^r r_{ij} w_{ij}^{(0)}$ - efekt konkurencji uwzględniający konkurencyjność danego produktu na poszczególnych rynkach,
- $\sum_{j=1}^r r_{ij} w_{ij}^{(0)} - r_{i.} w_{i.}^{(0)}$ - efekt struktury przestrzennej uwzględniający wpływ rozmieszczenia przestrzennego produktu z punktu widzenia jego pokupności,
- $r_{i.} w_{i.}^{(0)} - r_{..} w_{i.}^{(0)}$ - efekt struktury towarowej uwzględniający wpływ zróżnicowania asortymentowego na obroty,
- $r_{..} w_{i.}^{(0)} - w_{i.}^{(0)}$ - efekt popytowy uwzględniający oddziaływania związane z ogólną pojemnością i chłonnością rynku na dane produkty.

Kolejna dekompozycja wg kolumn macierzy, pozwala analogicznie jak dla towarów, obliczyć efekty cząstkowe dla rynków. Odpowiednikiem wzoru (3.3) w odniesieniu do rynków jest wzór (zob. np. [4]):

$$\Delta w_{.j} = \left(\sum_{i=1}^p w_{ij}^{(1)} - \sum_{i=1}^p r_{ij} w_{ij}^{(0)} \right) + \left(\sum_{i=1}^p r_{ij} w_{ij}^{(0)} - r_{.j} w_{.j}^{(0)} \right) + (r_{.j} w_{.j}^{(0)} - r_{..} w_{.j}^{(0)}) + (r_{..} w_{.j}^{(0)} - w_{.j}^{(0)}) \quad (3.4)$$

w którym:

- efekt konkurencji e_c wskazujący na stopień konkurencyjności przedsiębiorstwa na danym rynku w zakresie oferowanych towarów wyraża się wzorem

$$e_c = \sum_{i=1}^p w_{ij}^{(1)} - \sum_{i=1}^p r_{ij} w_{ij}^{(0)}$$

- efekt struktury towarowej e_{st} uwzględniający selektywność rynków branżowych względem danych produktów wyraża się wzorem

$$e_{st} = \sum_{i=1}^p r_{ij} w_{ij}^{(0)} - r_{.j} w_{.j}^{(0)}$$

- efekt struktury przestrzennej e_{sp} uwzględniający atrakcyjność rynków przestrzennych wyraża się wzorem

$$e_{sp} = r_{.j} w_{.j}^{(0)} - r_{..} w_{.j}^{(0)}$$

- efekt popytowy wyraża się wzorem

$$e_p = r..w_{.j}^{(0)} - w_{.j}^{(0)}.$$

Zauważmy, że struktury wzorów (3.3) i (3.4) są podobne choć interpretacja poszczególnych efektów e_c , e_{st} , e_{sp} , e_p jest nieco odmienna (zob. [4]). Interpretacja składowych wzorów (3.3) i (3.4) pozwala ocenić sytuację przedsiębiorstwa na rynku zarówno w układzie branżowym jak i przestrzennym w okresie retrospektywnym. Inaczej mówiąc metoda Sterna-Tyszyńskiego obliczania efektów cząstkowych zmian obrotów w układzie przestrzenno-branżowym pozwala ocenić sytuację badanego przedsiębiorstwa na rynku na bieżąco. Można jednak korzystając z analizy retrospektywnej efektów cząstkowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa na podstawie odpowiednio zdefiniowanego zbioru obserwacji wyznaczyć prognozę tych efektów. Jest to tematem rozdziału 5 Cz. II.

3.2. Analiza danych

Wykorzystane dane przedstawiają obroty badanego przedsiębiorstwa w ujęciu kwartalnym i obejmują lata 1996, 1997, 1998, 1999. Przedsiębiorstwo prowadzi sprzedaż 5 wyrobów na 4 rynkach. Zgodnie z konwencją przyjętą w [6] wiersze macierzy odpowiadają poszczególnym wyrobom, a kolumny rynkom. Kolejna grupa danych ilustruje dynamikę obrotów na obszarze działania przedsiębiorstwa.

Dane dotyczące obrotów przedsiębiorstwa:

$$\begin{aligned}
 W^{(0)} &= \begin{bmatrix} 2585 & 1974 & 1929 & 2244 \\ 2889 & 1735 & 2066 & 1380 \\ 1466 & 1533 & 1284 & 1251 \\ 5147 & 3370 & 2630 & 3071 \\ 3831 & 3023 & 2880 & 3297 \\ 15918 & 11635 & 10789 & 11243 \end{bmatrix} \begin{matrix} 8732 \\ 8070 \\ 5534 \\ 14218 \\ 13031 \\ 49585 \end{matrix} & W^{(1)} = \begin{bmatrix} 2416 & 1844 & 1795 & 2106 \\ 2624 & 1576 & 1877 & 1253 \\ 1221 & 1276 & 1069 & 1041 \\ 6647 & 4352 & 3397 & 3966 \\ 5854 & 4620 & 4401 & 5038 \\ 18762 & 13668 & 12539 & 13404 \end{bmatrix} \begin{matrix} 8161 \\ 7330 \\ 4607 \\ 18362 \\ 19913 \\ 58373 \end{matrix} \\
 W^{(2)} &= \begin{bmatrix} 2654 & 2020 & 1966 & 2306 \\ 2788 & 1674 & 1993 & 1332 \\ 1833 & 1916 & 1605 & 1563 \\ 6267 & 4103 & 3203 & 3739 \\ 4977 & 3927 & 3741 & 4283 \\ 18519 & 13640 & 12508 & 13223 \end{bmatrix} \begin{matrix} 8946 \\ 7787 \\ 6917 \\ 17312 \\ 16928 \\ 57890 \end{matrix} & W^{(3)} = \begin{bmatrix} 7420 & 5665 & 5515 & 6467 \\ 4912 & 2950 & 3513 & 2346 \\ 3020 & 3127 & 2643 & 2575 \\ 10782 & 7059 & 5504 & 6433 \\ 5891 & 4649 & 4429 & 5070 \\ 32025 & 23450 & 21604 & 22891 \end{bmatrix} \begin{matrix} 25067 \\ 13721 \\ 11365 \\ 29778 \\ 20039 \\ 99970 \end{matrix} \\
 W^{(4)} &= \begin{bmatrix} 6281 & 3709 & 3677 & 1653 \\ 4977 & 3867 & 2825 & 1783 \\ 3389 & 2357 & 1968 & 2535 \\ 10038 & 6269 & 5386 & 5649 \\ 6871 & 4099 & 3904 & 3740 \\ 31556 & 20301 & 17760 & 15360 \end{bmatrix} \begin{matrix} 15320 \\ 13452 \\ 10249 \\ 27342 \\ 18614 \\ 84977 \end{matrix} & W^{(5)} = \begin{bmatrix} 5293 & 2958 & 2925 & 2754 \\ 4026 & 2954 & 2267 & 2391 \\ 3500 & 2106 & 2002 & 2404 \\ 10565 & 6702 & 6028 & 6846 \\ 9103 & 5163 & 5008 & 4694 \\ 32487 & 19883 & 18230 & 19089 \end{bmatrix} \begin{matrix} 13930 \\ 11638 \\ 10012 \\ 30141 \\ 23968 \\ 89689 \end{matrix}
 \end{aligned}$$

$$W^{(6)} = \begin{bmatrix} 4355 & 2994 & 2643 & 2618 \\ 4196 & 3062 & 2377 & 1692 \\ 3771 & 2302 & 2457 & 2154 \\ 10190 & 6570 & 6405 & 5951 \\ 8452 & 5077 & 4774 & 4272 \\ 30964 & 20005 & 18656 & 16687 \end{bmatrix} \begin{matrix} 12610 \\ 11327 \\ 10684 \\ 29116 \\ 22575 \\ 86312 \end{matrix}$$

$$W^{(7)} = \begin{bmatrix} 17432 & 10486 & 11394 & 6263 \\ 7389 & 5541 & 4322 & 3272 \\ 6523 & 4262 & 3733 & 4113 \\ 18839 & 13626 & 11473 & 9805 \\ 13692 & 7988 & 8606 & 8834 \\ 63875 & 41903 & 39528 & 32287 \end{bmatrix} \begin{matrix} 45575 \\ 20524 \\ 18631 \\ 53743 \\ 39120 \\ 177593 \end{matrix}$$

$$W^{(8)} = \begin{bmatrix} 6986 & 4180 & 4109 & 2886 \\ 4931 & 4688 & 3510 & 3186 \\ 5865 & 2699 & 2586 & 2548 \\ 11714 & 6983 & 6107 & 6672 \\ 6764 & 5815 & 5432 & 3628 \\ 36260 & 24365 & 21744 & 18920 \end{bmatrix} \begin{matrix} 18161 \\ 16315 \\ 13698 \\ 31476 \\ 21639 \\ 101289 \end{matrix}$$

$$W^{(9)} = \begin{bmatrix} 4998 & 4525 & 3822 & 3031 \\ 5264 & 2779 & 2175 & 4049 \\ 3663 & 2983 & 3184 & 2486 \\ 12137 & 8420 & 8030 & 8656 \\ 10936 & 7008 & 5138 & 6892 \\ 36998 & 25715 & 22349 & 25114 \end{bmatrix} \begin{matrix} 16376 \\ 14267 \\ 12316 \\ 37243 \\ 29974 \\ 110176 \end{matrix}$$

$$W^{(10)} = \begin{bmatrix} 6415 & 4982 & 4700 & 2732 \\ 5350 & 3661 & 635 & 4632 \\ 4460 & 3373 & 3471 & 2713 \\ 13022 & 8255 & 7744 & 9104 \\ 9987 & 6995 & 5517 & 6437 \\ 39234 & 27266 & 24067 & 25618 \end{bmatrix} \begin{matrix} 18829 \\ 16278 \\ 14017 \\ 38125 \\ 28936 \\ 116185 \end{matrix}$$

$$W^{(11)} = \begin{bmatrix} 18442 & 10663 & 12005 & 6642 \\ 5436 & 6132 & 4464 & 3421 \\ 5257 & 4436 & 4521 & 4152 \\ 19392 & 16341 & 12032 & 9621 \\ 15621 & 7834 & 8738 & 8666 \\ 64148 & 45406 & 41760 & 32502 \end{bmatrix} \begin{matrix} 47752 \\ 19453 \\ 18366 \\ 57386 \\ 40859 \\ 183816 \end{matrix}$$

$$W^{(12)} = \begin{bmatrix} 7977 & 5012 & 5441 & 3967 \\ 5092 & 3423 & 3528 & 3082 \\ 5076 & 4491 & 3911 & 2961 \\ 13977 & 10014 & 7935 & 7594 \\ 6943 & 6010 & 6506 & 5536 \\ 39065 & 28950 & 27321 & 23140 \end{bmatrix} \begin{matrix} 22397 \\ 15125 \\ 16439 \\ 39520 \\ 24995 \\ 118476 \end{matrix}$$

$$W^{(13)} = \begin{bmatrix} 7042 & 4997 & 4421 & 3405 \\ 5508 & 4006 & 2459 & 3459 \\ 3977 & 4066 & 3830 & 3272 \\ 15098 & 11969 & 9040 & 7923 \\ 10032 & 6125 & 5961 & 6568 \\ 41657 & 31163 & 25711 & 24627 \end{bmatrix} \begin{matrix} 19865 \\ 15432 \\ 15145 \\ 44030 \\ 28686 \\ 123158 \end{matrix}$$

$$W^{(14)} = \begin{bmatrix} 7552 & 6443 & 6050 & 4594 \\ 4987 & 4419 & 3981 & 3993 \\ 4544 & 4348 & 4028 & 3465 \\ 15941 & 11042 & 9173 & 8768 \\ 12084 & 7018 & 6657 & 7076 \\ 45108 & 33270 & 29889 & 27896 \end{bmatrix} \begin{matrix} 24639 \\ 17380 \\ 16385 \\ 44924 \\ 32835 \\ 136163 \end{matrix}$$

$$W^{(15)} = \begin{bmatrix} 16947 & 11939 & 13002 & 8068 \\ 6423 & 6953 & 5000 & 5502 \\ 6098 & 5028 & 4719 & 4502 \\ 20270 & 17004 & 13953 & 10945 \\ 15967 & 8574 & 8999 & 9165 \\ 65705 & 49498 & 45673 & 38182 \end{bmatrix} \begin{matrix} 49956 \\ 23878 \\ 20347 \\ 62172 \\ 42705 \\ 199058 \end{matrix}$$

Dane dotyczące dynamiki obrotów:

$$r^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.98 & 1.04 & 0.91 & 1.01 \\ 1.05 & 1.02 & 1.13 & 0.99 \\ 0.71 & 0.71 & 0.68 & 0.81 \\ 1.16 & 1.16 & 1.24 & 1.08 \\ 1.66 & 1.68 & 1.43 & 1.85 \\ 1.18 & 1.18 & 1.15 & 1.22 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0.98 \\ 1.05 \\ 0.73 \\ 1.16 \\ 1.66 \\ 1.80 \end{matrix}$$

$$r^{(2)} = \begin{bmatrix} 1.11 & 1.05 & 1.08 & 1.02 \\ 1.17 & 1.31 & 1.14 & 1.20 \\ 1.64 & 1.66 & 1.50 & 1.82 \\ 0.95 & 0.89 & 0.90 & 1.08 \\ 0.89 & 0.89 & 0.97 & 0.79 \\ 1.04 & 1.03 & 1.03 & 1.03 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1.06 \\ 1.20 \\ 1.66 \\ 0.96 \\ 0.88 \\ 1.03 \end{matrix}$$

$$r^{(3)} = \begin{bmatrix} 2.78 & 2.81 & 2.64 & 2.90 \\ 1.76 & 1.68 & 1.78 & 1.72 \\ 1.51 & 1.50 & 1.74 & 1.26 \\ 1.94 & 2.24 & 1.83 & 1.80 \\ 1.11 & 1.11 & 1.14 & 1.11 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2.78 \\ 1.73 \\ 1.49 \\ 1.92 \\ 1.12 \end{matrix}$$
$$r^{(4)} = \begin{bmatrix} 0.66 & 0.67 & 0.75 & 0.55 \\ 0.77 & 0.86 & 0.71 & 0.88 \\ 0.85 & 0.87 & 0.73 & 1.00 \\ 0.94 & 0.84 & 0.84 & 0.64 \\ 0.91 & 1.15 & 0.87 & 0.76 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0.65 \\ 0.80 \\ 0.86 \\ 0.80 \\ 0.91 \end{matrix}$$
$$\begin{matrix} 1.75 & 1.80 & 1.71 & 1.68 & 1.73 \\ 0.83 & 0.86 & 0.79 & 0.71 & 0.79 \end{matrix}$$

$$r^{(5)} = \begin{bmatrix} 1.06 & 1.07 & 1.05 & 1.11 \\ 0.92 & 0.90 & 0.92 & 0.98 \\ 0.95 & 0.94 & 1.06 & 0.91 \\ 1.00 & 0.99 & 0.98 & 1.05 \\ 1.24 & 1.24 & 1.23 & 1.28 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1.07 \\ 0.93 \\ 0.96 \\ 1.01 \\ 1.25 \end{matrix}$$
$$r^{(6)} = \begin{bmatrix} 1.02 & 1.03 & 1.08 & 0.93 \\ 0.97 & 0.99 & 1.01 & 0.88 \\ 1.06 & 1.06 & 1.06 & 1.09 \\ 0.97 & 0.99 & 0.99 & 0.93 \\ 0.81 & 0.81 & 0.81 & 0.81 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1.01 \\ 0.96 \\ 1.07 \\ 0.97 \\ 0.81 \end{matrix}$$
$$\begin{matrix} 1.05 & 1.04 & 1.06 & 1.08 & 1.06 \\ 0.95 & 0.95 & 0.97 & 0.91 & 0.95 \end{matrix}$$

$$r^{(7)} = \begin{bmatrix} 2.68 & 2.67 & 2.59 & 2.82 \\ 2.17 & 2.17 & 2.11 & 2.24 \\ 1.80 & 1.83 & 1.75 & 1.73 \\ 1.77 & 1.76 & 1.82 & 1.73 \\ 1.42 & 1.43 & 1.44 & 1.41 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2.69 \\ 2.17 \\ 1.78 \\ 1.77 \\ 1.43 \end{matrix}$$
$$r^{(8)} = \begin{bmatrix} 1.36 & 2.13 & 2.63 & 3.83 \\ 2.23 & 3.36 & 4.10 & 5.78 \\ 1.74 & 2.54 & 3.50 & 4.16 \\ 2.65 & 3.77 & 3.32 & 3.47 \\ 2.12 & 2.98 & 3.13 & 3.45 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2.19 \\ 3.5 \\ 2.81 \\ 3.23 \\ 2.82 \end{matrix}$$
$$\begin{matrix} 1.94 & 1.93 & 1.95 & 1.96 & 1.94 \\ 2.04 & 3.03 & 3.18 & 3.86 & 2.86 \end{matrix}$$

$$r^{(9)} = \begin{bmatrix} 0.81 & 1.13 & 0.65 & 1.28 \\ 0.93 & 1.05 & 0.75 & 0.97 \\ 1.05 & 1.17 & 0.83 & 0.92 \\ 1.08 & 0.78 & 1.26 & 1.45 \\ 1.28 & 1.36 & 1.48 & 1.70 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0.96 \\ 0.93 \\ 0.98 \\ 1.11 \\ 1.46 \end{matrix}$$
$$r^{(10)} = \begin{bmatrix} 1.07 & 1.64 & 1.40 & 2.66 \\ 1.55 & 2.20 & 2.22 & 3.40 \\ 1.36 & 1.95 & 2.00 & 2.45 \\ 1.90 & 2.05 & 2.37 & 2.66 \\ 1.95 & 2.41 & 2.58 & 2.99 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1.50 \\ 2.20 \\ 1.85 \\ 2.24 \\ 2.46 \end{matrix}$$
$$\begin{matrix} 1.06 & 1.02 & 1.06 & 1.34 & 1.12 \\ 2.72 & 3.47 & 3.92 & 4.30 & 2.08 \end{matrix}$$

$$r^{(11)} = \begin{bmatrix} 2.55 & 2.74 & 2.60 & 2.95 \\ 2.00 & 2.01 & 2.10 & 2.20 \\ 1.85 & 1.72 & 1.65 & 1.95 \\ 1.85 & 1.82 & 1.96 & 1.86 \\ 1.35 & 1.32 & 1.44 & 1.28 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2.70 \\ 2.08 \\ 1.80 \\ 1.85 \\ 1.35 \end{matrix}$$
$$r^{(12)} = \begin{bmatrix} 2.08 & 2.36 & 2.27 & 2.58 \\ 1.41 & 2.12 & 2.34 & 2.54 \\ 0.99 & 1.11 & 1.29 & 1.37 \\ 1.22 & 1.04 & 1.44 & 1.21 \\ 1.22 & 1.64 & 1.80 & 1.55 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2.32 \\ 2.10 \\ 1.20 \\ 1.25 \\ 1.55 \end{matrix}$$
$$\begin{matrix} 1.90 & 2.00 & 2.10 & 2.30 & 1.90 \\ 1.70 & 1.75 & 1.60 & 1.80 & 1.60 \end{matrix}$$

$$r^{(13)} = \begin{bmatrix} 1.34 & 2.47 & 2.84 & 2.83 \\ 0.81 & 1.49 & 1.55 & 2.12 \\ 1.64 & 1.78 & 1.55 & 2.10 \\ 1.36 & 9.97 & 1.68 & 1.57 \\ 1.46 & 1.56 & 1.80 & 2.05 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1.34 \\ 1.49 \\ 1.77 \\ 1.40 \\ 1.72 \end{matrix}$$
$$r^{(14)} = \begin{bmatrix} 1.62 & 1.82 & 1.35 & 1.84 \\ 2.40 & 1.93 & 2.27 & 3.14 \\ 1.69 & 2.14 & 1.87 & 2.26 \\ 1.58 & 1.27 & 1.96 & 1.77 \\ 1.86 & 1.70 & 1.90 & 1.97 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1.66 \\ 2.45 \\ 2.00 \\ 1.65 \\ 1.86 \end{matrix}$$
$$\begin{matrix} 1.40 & 1.50 & 1.30 & 1.60 & 1.50 \\ 1.90 & 2.00 & 2.30 & 2.50 & 1.88 \end{matrix}$$

$$r^{(15)} = \begin{bmatrix} 2.37 & 2.47 & 2.84 & 2.83 \\ 3.19 & 3.14 & 3.62 & 4.18 \\ 1.79 & 2.29 & 2.75 & 3.16 \\ 2.58 & 2.20 & 2.59 & 2.62 \\ 1.52 & 1.67 & 1.99 & 2.39 \\ 2.60 & 2.70 & 2.80 & 3.10 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2.65 \\ 3.55 \\ 2.50 \\ 2.50 \\ 1.90 \\ 2.50 \end{matrix}$$

Zgodnie z opisem zamieszczonym w [6] szereg czasowy powinien być poddany wstępnej analizie i obróbce zanim można będzie go prognozować za pomocą sieci neuronowej. Wstępem do takiej obróbki jest analiza wykresów. Wykresy obrotów firmy przedstawiono na rys. 3.1, a wykresy dynamiki obrotów na rys. 3.3. Wszędzie dalej (w szczególności na rysunkach) indeks i oznacza numer wyrobu, a indeks j numer rynku ($i=1,2,3,4,5$, $j=1,2,3,4$).

Wykresy te sporządzono po skorygowaniu punktów odstających występujących w obrotach 2-go i 3-go wyrobów na rynku 1-szym w 12-tym kwartale ($w_{21}^{(11)} = 72531.00$ i $w_{31}^{(11)} = 64218.73$). Punkty te zostały zastąpione przedłużeniem liniowym dwóch poprzednich punktów. W dalszych rozważaniach są wykorzystywane nowe wartości, które wynoszą odpowiednio ($w_{21}^{(11)} = 5436.45$ i $w_{31}^{(11)} = 5257.25$).

Na podstawie analizy wzrokowej wykresów widać występowanie trendu liniowego w obrotach przedsiębiorstwa i w dynamice obrotów. Dla poszczególnych produktów (i) i dla poszczególnych rynków (j) wyznaczono liniowe funkcje trendu. W poniższych wzorach symbolu y_{ij} użyto w sensie ogólnym do oznaczenia zarówno obrotów jak i dynamiki:

$$y_{ij}^{(m)} = a_{ij} + b_{ij}x^{(m)} \quad (3.5)$$

bazując na metodzie najmniejszych kwadratów.

Występujące we wzorze 3.5 współczynniki a_{ij} i b_{ij} wyznaczono ze wzorów:

$$b_{ij} = \frac{\sum_k (x^{(m)} - \bar{x})(y_{ij}^{(m)} - \bar{y}_{ij})}{\sum_k (x^{(m)} - \bar{x})^2} \quad (3.6)$$

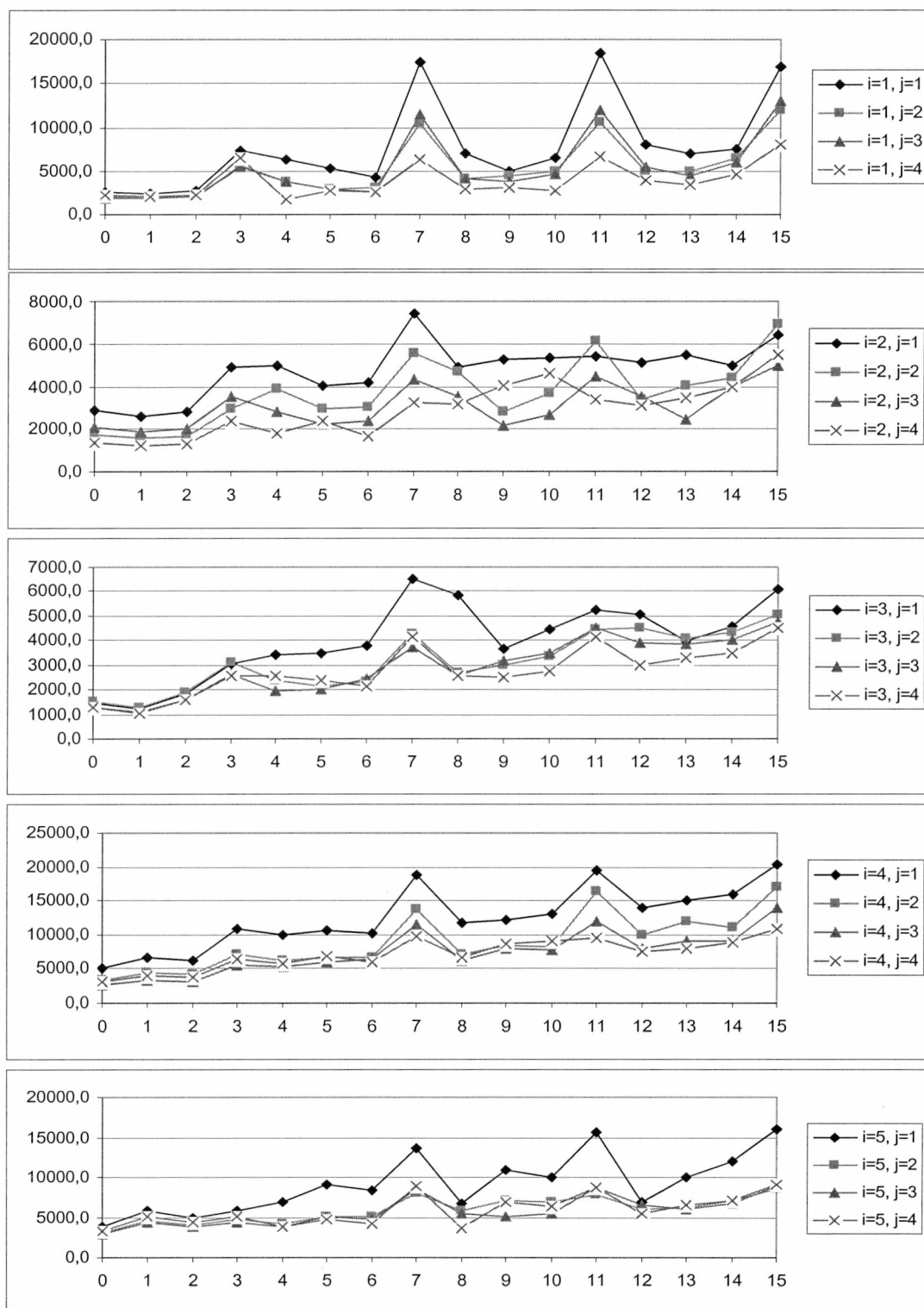
$$a_{ij} = \frac{1}{n} \left(\sum_k y_{ij}^{(m)} - b \sum_k x^{(m)} \right) \quad (3.7)$$

Ich wartości zamieszczono w tabeli 3.1

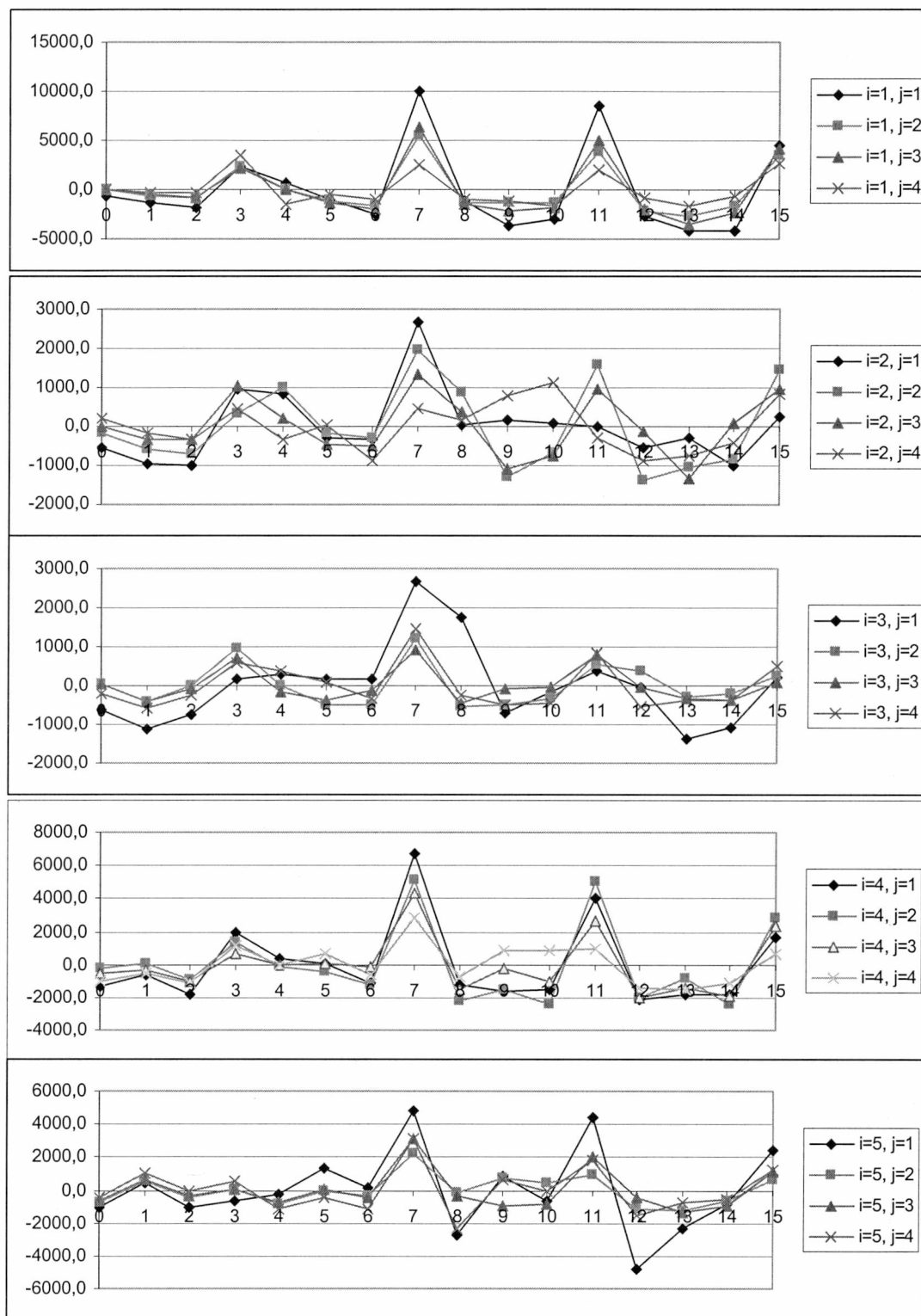
Estymatory parametrów w liniowych funkcjach trendu Tabela 3.1

i - nr prod. j - nr rynku	Obroty		Dynamika	
	b_{ij}	a_{ij}	b_{ij}	a_{ij}
i=1, j=1	614,3	3192,7	0,05	1,17
i=1, j=2	431,2	2040,4	0,07	1,19
i=1, j=3	457,6	1905,1	0,06	1,17
i=1, j=4	208,8	2292,7	0,09	1,25
i=2, j=1	185,1	3411,5	0,08	0,89
i=2, j=2	239,4	1917,9	0,10	0,97
i=2, j=3	130,2	2085,7	0,12	0,88
i=2, j=4	231,1	1190,3	0,18	0,78
i=3, j=1	252,4	2085,6	0,04	1,04
i=3, j=2	220,1	1493,3	0,07	0,99
i=3, j=3	223,7	1260,3	0,07	1,01
i=3, j=4	168,9	1466,8	0,11	0,94
i=4, j=1	808,9	6435,0	0,06	1,08
i=4, j=2	708,5	3566,2	0,03	1,30
i=4, j=3	567,1	3124,2	0,08	1,03
i=4, j=4	413,4	4071,2	0,08	1,04
i=5, j=1	579,8	4838,9	0,04	1,09
i=5, j=2	279,1	3777,0	0,04	1,18
i=5, j=3	292,0	3478,6	0,07	1,01
i=5, j=4	279,0	3732,5	0,08	1,03

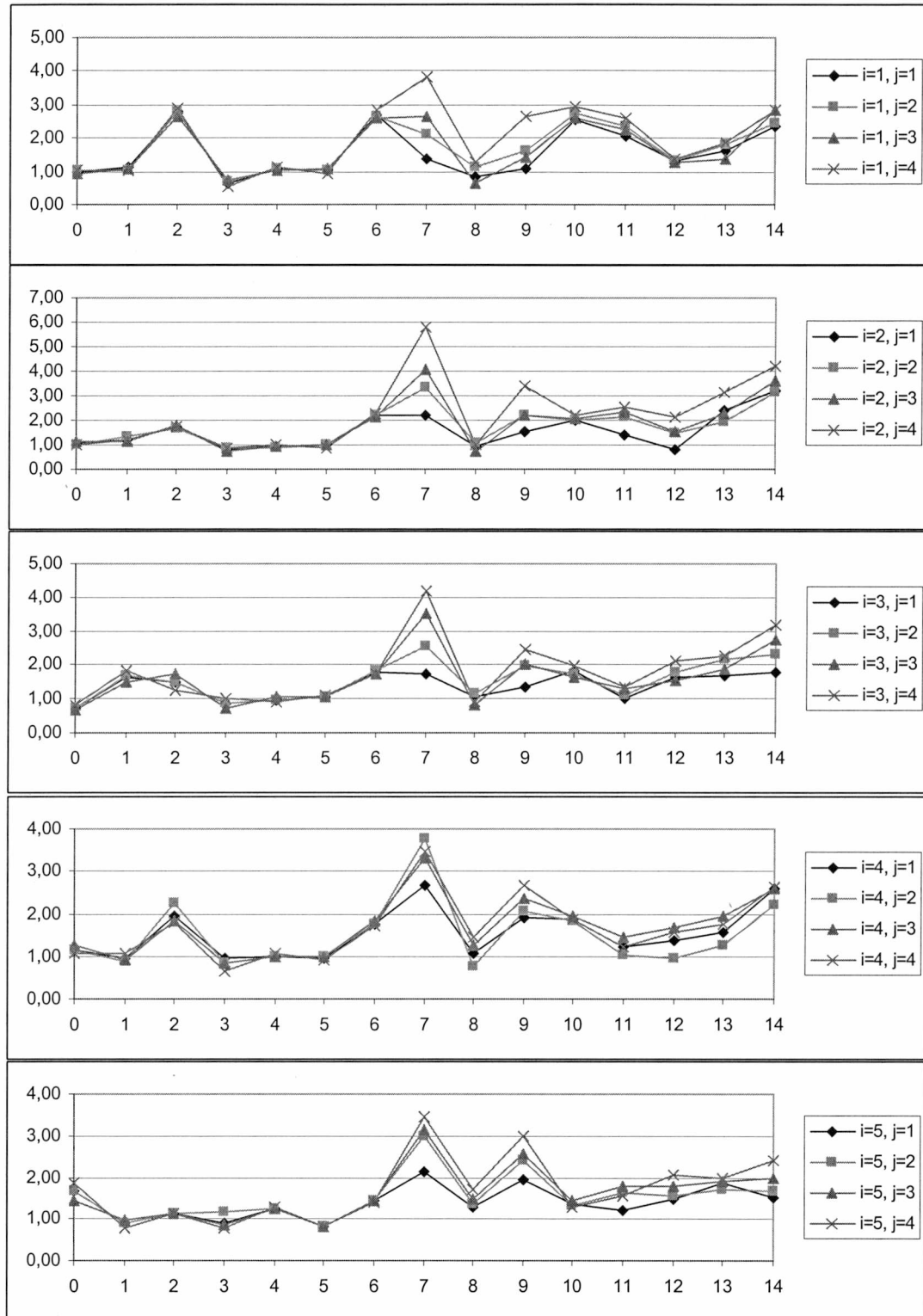
Następnym krokiem była dekompozycja szeregu przez odjęcie trendu liniowego. Na rysunkach 3.2 i 3.4 przedstawiono szeregi uzyskane po odjęciu trendu. Zostaną one wykorzystane w procesie prognozowania. Szeregi takie przed podaniem na wejście sieci powinny być poddane procesowi normalizacji. W naszym przypadku operacja normalizacji jest integralnym elementem systemu. Szczegóły zostały przedstawione w rozdziale 3.2.



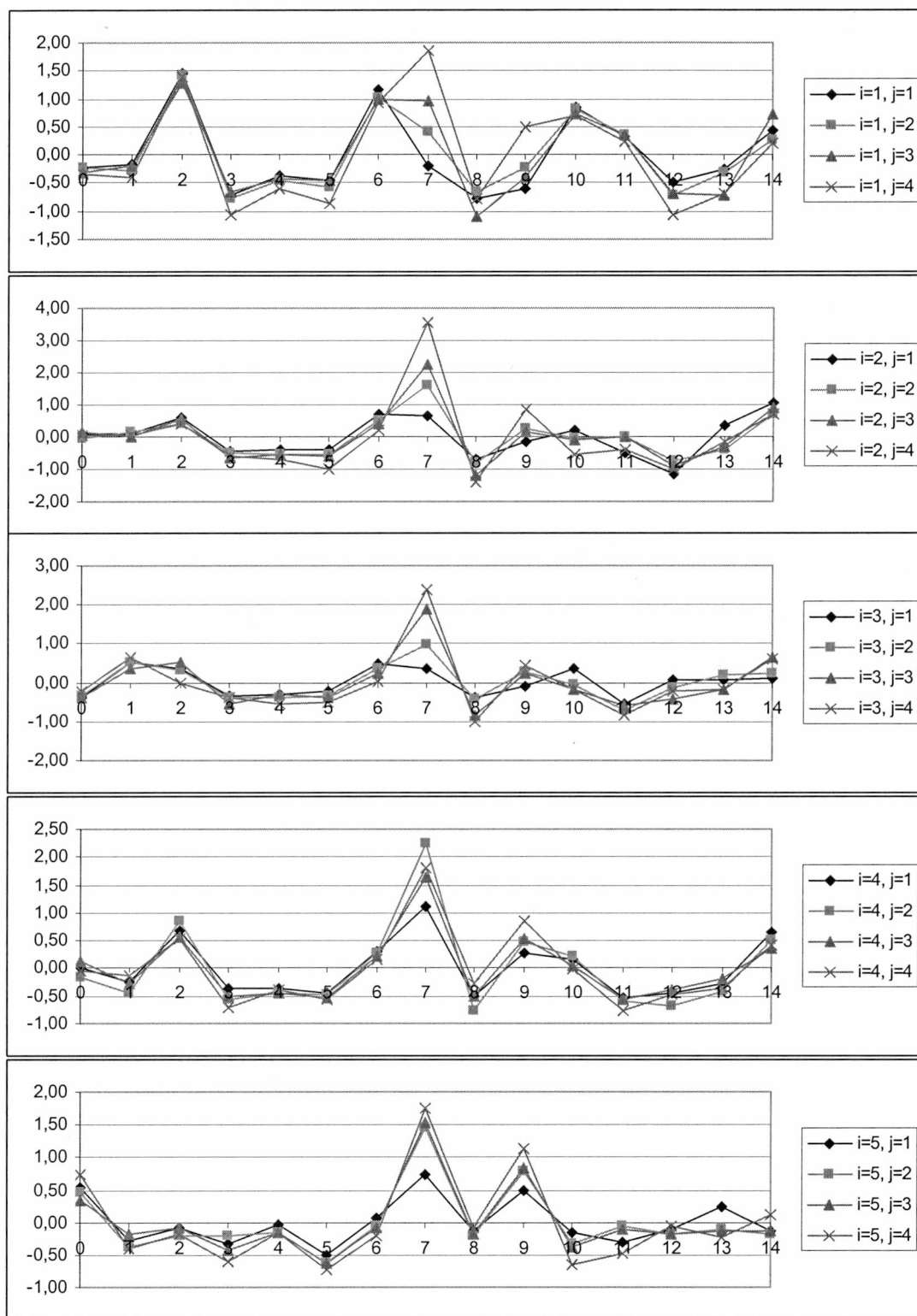
Rys. 3.1 Obroty – szeregi wyjściowe, $w_{ij}^{(k)}$, $k = 0, \dots, 15$



Rys. 3.2 Obroty – szeregi po odjęciu trendu, $w_{ij}^{(k)} - (a_{ij} + b_{ij}k)$



Rys. 3.3 Dynamika obrotów – szeregi wyjściowe, $r_{ij}^{(k)}, k=1, \dots, 15$



Rys. 3.4 Dynamika obrotów – szeregi po odjęciu trendów, $r_{ij}^{(k)} - (a_{ij} + b_{ij}k)$, $k = 1, \dots, 15$

3.4. Obliczenie efektów cząstkowych zmian w obrotach badanego przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym

Do wyznaczenia efektów cząstkowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym niezbędne są odpowiednie dane zarówno dla okresu badanego jak i podstawowego [6]. W analizowanym przypadku mamy 5 produktów, 4 rynki i dysponujemy danymi rzeczywistymi z okresów $k=0,1,2,\dots,15$ (patrz rozdział 3.2). Aby ułatwić analizę porównawczą efektów cząstkowych dla różnych okresów, napisano program, który czyta dane przedstawione w postaci tabel, przekształca je do postaci macierzowej (patrz rozdział 3.2) i oblicza efekty cząstkowych zmian dla wskazanego okresu.

Poniżej przedstawiono obliczone na podstawie wzorów (3.3), (3.4) efekty cząstkowych zmian dla wszystkich okresów retrospektywnych (1 do 15).

W dalszym opisie zastosowano następujące oznaczenia:

- e_c – efekt konkurencji,
- e_{st} – efekt struktury towarowej,
- e_{sp} – efekt struktury przestrzennej,
- e_p – efekt popytowy

Efekty cząstkowe dla okresu 1					
produkt	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	-447.09	50.73	-1746.40	1571.76	-571.00
2	-1173.93	30.43	-1049.10	1452.60	-740.00
3	591.28	-24.10	-2490.30	996.12	-927.00
4	1904.40	-35.28	-284.36	2559.24	4144.00
5	-1742.95	24.49	6254.88	2345.58	6882.00
rynek	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	-175.59	0.00	154.35	2865.24	2844.00
2	-230.93	0.00	169.63	2094.30	2033.00
3	196.31	-323.67	-64.66	1942.02	1750.00
4	-658.08	449.72	345.62	2023.74	2161.00

Efekty cząstkowe dla okresu 2					
produkt	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	241.32	54.02	244.83	244.83	785.00
2	-991.02	-17.98	1246.10	219.90	457.00
3	-701.72	-28.90	2902.41	138.21	2310.00
4	-216.51	-99.01	-1285.34	550.86	-1050.00
5	-642.85	47.41	-2986.95	597.39	-2985.00
rynek	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	-759.99	187.62	-233.49	562.86	-243.00
2	-464.00	0.00	25.96	410.04	-28.00
3	-500.15	0.00	92.98	376.17	-31.00
4	-586.64	0.00	3.52	402.12	-181.00

Efekty cząstkowe dla okresu 3					
produkt	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	135.04	62.08	9393.30	6530.58	16121.00
2	163.22	86.27	0.00	5684.51	5934.00
3	961.09	97.58	-1660.08	5049.41	4448.00
4	-4162.39	701.35	3289.28	12637.76	12466.00
5	1136.69	-57.05	-10326.08	12357.44	3111.00

rynek	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	-710.28	370.38	327.03	13518.87	13506.00
2	-1462.21	954.80	360.21	9957.20	9810.00
3	-52.71	-250.16	268.03	9130.84	9096.00
4	458.85	-661.15	217.51	9652.79	9668.00

Efekty cząstkowe dla okresu 4

produkt	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	-1065.85	92.30	-3509.38	-5264.07	-9747.00
2	2574.05	-98.85	137.21	-2881.41	-269.00
3	457.12	17.98	795.55	-2386.65	-1116.00
4	2536.88	982.72	297.78	-6253.38	-2436.00
5	200.41	178.10	2404.68	-4208.19	-1425.00

rynek	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	4813.67	1281.00	161.58	-6725.25	-469.00
2	-27.95	1641.50	161.95	-4924.50	-3149.00
3	723.54	0.00	-30.70	-4536.84	-3844.00
4	-806.65	-1831.28	-85.96	-4807.11	-7531.00

Efekty cząstkowe dla okresu 5

produkt	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	-2392.17	-70.23	153.20	919.20	-1390.00
2	-767.48	-104.88	-1748.76	807.12	-1814.00
3	183.94	-10.98	-1024.90	614.94	-237.00
4	2686.96	-161.38	-1367.10	1640.52	2799.00
5	776.08	-75.58	3536.66	1116.84	5354.00

rynek	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	-527.29	-315.56	-119.51	1893.36	931.00
2	-1070.58	-406.02	-159.46	1218.06	-418.00
3	-396.13	0.00	-199.47	1065.60	470.00
4	2481.33	307.20	18.87	921.60	3729.00

Efekty cząstkowe dla okresu 6

produkt	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	-1555.82	96.52	835.80	-696.50	-1320.00
2	103.57	50.95	116.38	-581.90	-311.00
3	-0.84	-28.00	1201.44	-500.60	672.00
4	-101.53	-19.24	602.82	-1507.05	-1025.00
5	3160.92	0.00	-3355.52	-1198.40	-1393.00

rynek	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	328.44	0.00	-227.09	-1624.35	-1523.00
2	984.43	0.00	131.72	-994.15	122.00
3	1061.01	364.60	-88.11	-911.50	426.00
4	-767.58	-763.56	83.59	-954.45	-2402.00

Efekty cząstkowe dla okresu 7

produkt	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	11681.49	-27.39	9457.50	11853.40	32965.00
2	-4031.41	-24.18	2605.21	10647.38	9197.00
3	-395.63	9.11	-1709.44	10042.96	7947.00
4	2191.17	16.51	-4949.72	27369.04	24627.00
5	6959.97	-122.22	-11513.25	21220.50	16545.00

rynek	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	6272.34	0.00	-2467.50	29106.16	32911.00
2	4228.51	-200.05	-935.16	18804.70	21898.00

3	4835.75	186.56	-1686.95	17536.64	20872.00
4	1068.99	333.74	-1488.51	15685.78	15600.00

Efekty cząstkowe dla okresu 8

produkt	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	-81835.21	186.96	-30535.25	84769.50	-27414.00
2	-55412.59	-106.41	13135.36	38174.64	-4209.00
3	-38653.08	-2.03	-931.55	34653.66	-4933.00
4	-141931.08	-182.81	19884.91	99961.98	-22267.00
5	-88606.36	-73.04	-1564.80	72763.20	-17481.00
rynek	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	-94225.40	-52377.50	180.40	118807.50	-27615.00
2	-102587.68	7123.51	-13.41	77939.58	-17538.00
3	-104035.06	12648.96	80.02	73522.08	-17784.00
4	-105590.18	32287.00	-117.64	60053.82	-13367.00

Efekty cząstkowe dla okresu 9

produkt	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	-650.43	-408.13	-2905.76	2179.32	-1785.00
2	-964.15	58.20	-3099.85	1957.80	-2048.00
3	-1490.62	382.58	-1917.72	1643.76	-1382.00
4	1775.92	528.72	-314.76	3777.12	5767.00
5	-799.28	-819.66	7357.26	2596.68	8335.00
rynek	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	-993.22	-2175.60	-444.38	4351.20	738.00
2	-443.77	-2436.50	1306.47	2923.80	1350.00
3	-834.91	-1304.64	135.27	2609.28	605.00
4	143.34	4162.40	-382.14	2270.40	6194.00

Efekty cząstkowe dla okresu 10

produkt	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	-7353.12	1618.12	-9498.08	17686.08	2453.00
2	-16590.10	1480.70	1712.04	15408.36	2011.00
3	-9240.23	472.63	-2832.68	13301.28	1701.00
4	-44252.36	-1046.96	5958.88	40222.44	882.00
5	-43141.60	-1658.44	11390.12	32371.92	-1038.00
rynek	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	-23640.24	23678.72	-37760.32	39957.84	2236.00
2	-26235.93	35743.85	-35729.12	27772.20	1551.00
3	-24767.44	41122.16	-38773.64	24136.92	1718.00
4	-45933.80	55753.08	-36438.40	27123.12	504.00

Efekty cząstkowe dla okresu 11

produkt	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	-2536.33	-549.97	15063.20	16946.10	28923.00
2	-14329.51	-75.73	2930.04	14650.20	3175.00
3	-6704.06	-160.54	-1401.70	12615.30	4349.00
4	-13840.48	695.23	-1906.25	34312.50	19261.00
5	1959.31	-163.91	-15914.80	26042.40	11923.00
rynek	e _c	e _{sp}	e _{st}	e _p	ogólny
1	-8734.40	0.00	-1662.20	35310.60	24914.00
2	-5662.35	2726.60	-3463.65	24539.40	18140.00
3	-4843.37	4813.40	-3937.33	21660.30	17693.00
4	-16210.95	10247.20	-10208.45	23056.20	6884.00

Efekty cząstkowe dla okresu 12

produkt	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	-85514.75	-2872.89	34381.44	28651.20	-25355.00
2	-24674.70	-1051.60	9726.50	11671.80	-4328.00
3	-5209.72	-390.48	-7346.40	11019.60	-1927.00
4	-30100.37	-2112.13	-20085.10	34431.60	-17866.00
5	-36071.08	-2265.37	-2042.95	24515.40	-15864.00
rynek	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	-54879.41	6414.80	-15107.19	38488.80	-25083.00
2	-43980.88	6810.90	-6529.62	27243.60	-16456.00
3	-49262.68	0.00	9767.68	25056.00	-14439.00
4	-33447.65	6500.40	-1915.95	19501.20	-9362.00

Efekty cząstkowe dla okresu 13

produkt	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	-9993.94	-153.04	-3583.52	11198.50	-2532.00
2	-5795.03	-1309.22	-151.25	7562.50	307.00
3	-13453.77	-498.26	4438.53	8219.50	-1294.00
4	-9945.68	-1352.32	-3952.00	19760.00	4510.00
5	-13885.98	-419.42	5498.90	12497.50	3691.00
rynek	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	-10626.84	-3906.50	-2407.16	19532.50	2592.00
2	-7736.51	0.00	-4525.49	14475.00	2213.00
3	-17879.94	-5464.20	8073.64	13660.50	-1610.00
4	-16831.11	2314.00	4434.11	11570.00	1487.00

Efekty cząstkowe dla okresu 14

produkt	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	-8097.13	-239.77	-4370.30	17481.20	4774.00
2	-20013.97	-414.43	8796.24	13580.16	1948.00
3	-13594.19	-310.81	1817.40	13327.60	1240.00
4	-25873.58	-1851.92	-10126.90	38746.40	894.00
5	-20501.88	-19.08	-573.72	25243.68	4149.00
rynek	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	-28754.73	833.14	-5285.57	36658.16	3451.00
2	-17870.49	3739.56	-11185.51	27423.44	2107.00
3	-17867.68	10798.62	-11378.62	22625.68	4178.00
4	-23587.85	15268.74	-10083.65	21671.76	3269.00

Efekty cząstkowe dla okresu 15

produkt	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	-14039.47	-1297.88	1231.95	39422.40	25317.00
2	-37008.15	-812.85	16511.00	27808.00	6498.00
3	-19770.08	-845.42	-1638.50	26216.00	3962.00
4	-49978.41	-159.59	-4492.40	71878.40	17248.00
5	-17541.81	-2139.69	-22984.50	52536.00	9870.00
rynek	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	-35730.99	0.00	-15844.81	72172.80	20597.00
2	-26261.25	9981.00	-20723.75	53232.00	16228.00
3	-34002.72	14944.50	-12980.18	47822.40	15784.00
4	-42342.96	19527.20	-11531.84	44633.60	10286.00

Zbiornicze zestawienie efektów cząstkowych zarówno w układzie produktów jak i rynkowym zamieszczono w Cz. II p.5.2. Tam też przeprowadzono dyskusję wyników.

CZĘŚĆ II

**Ilościowa ocena działalności przedsiębiorstwa w okresie
prognozowanym zdeterminowana jej analizą retrospektywną**

Rozdział 4

Wykorzystanie sieci neuronowych do graficznej prezentacji rozkładu przestrzennego warunków działalności przedsiębiorstwa w okresie prognozowanym

4.1. Prezentacja symulatora

W badaniach wykorzystano cieszący się dużym uznaniem w środowisku naukowym symulator SNNS. SNNS (Stuttgart Neural Network Simulator) został opracowany w Instytucie Systemów Przetwarzania Równoległego i Rozproszonego Uniwersytetu w Stutgarcie [53]. Składa się z czterech głównych komponentów: jądra, graficznego interfejsu użytkownika, interfejsu zadań wsadowych i kompilatora sieci. Może być eksploatowany w środowiskach różnych systemów operacyjnych (Unix, Sun, HP-UX, Linux). Jest to zaawansowane narzędzie umożliwiające nie tylko symulację różnych sieci neuronowych, ale także napisanie i dołączenie własnych elementów (funkcje aktywacji, procedury uczenia sieci).

Symulator obejmuje wiele różnych modeli sieci neuronowych:

- sieci wielowarstwowe jednokierunkowe,
- sieci rekurencyjne,
- sieci z opóźnieniami czasowymi,
- sieci radialne,
- sieci ART,
- sieci samoorganizujące się,
- sieci autoasocjacyjne.

Dla poszczególnych modeli sieci wdrożono szereg algorytmów uczenia. Oto niektóre z nich:

- standardowy algorytm propagacji wstecznej,
- algorytm propagacji wstecznej z momentum,
- algorytm gradientowe,
- algorytm Quickprop,
- algorytm Rprop,
- algorytm Hebba,
- algorytm Kohonena,
- algorytm uczenia sieci radialnych.

Dostępnych jest przeszło 20 funkcji aktualizacji wag, w tym m.in. funkcje realizujące następujące porządki aktualizacji:

- porządek topologiczny,
- porządek losowy,
- porządek synchroniczny,
- porządek szeregowy.

Dostępnych jest także wiele funkcji inicjalizacji wag. W większości są one dedykowane dla poszczególnych rodzajów sieci.

Proces symulacji z wykorzystaniem SNNS składa się z następujących kroków:

1. Przygotowanie plików z danymi do uczenia i ew. testowania sieci,
2. Utworzenie modelu sieci
Wykorzystuje się graficzne narzędzie pn. BigNet.
3. Wybór i ustawienie niektórych parametrów uczenia i testowania:
 - algorytm uczenia i jego parametry,
 - funkcja aktualizacji wag,
 - funkcja inicjalizacji wag,
 - pliki uczenia i testowania,
 - liczba cykli uczenia,
 - liczba cykli uczenia, po której odbywa się testowanie (walidacja).
4. Ustawienie parametrów wykresów oceny wyników uczenia i testowania (okno Graph),
5. Zainicjowanie wag i uruchomienie symulacji.

Po zakończeniu uczenia można sieć natychmiast wykorzystać do prognozowania, a uzyskane wyniki zapamiętać w pliku wraz z danymi wyjściowymi. Można także zapamiętać w pliku sieć wyuczoną celem późniejszego stosowania. Wagi są zapamiętywane wraz z siecią. Można także wyświetlić wagi w postaci diagramu Hintona (układ kwadratów o powierzchni proporcjonalnej do bezwzględnych wartości reprezentowanych wag). Zwięzły opis obsługi symulatora znaleźć można w Dodatku 1.

Spośród dodatkowych opcji symulatora szczególnie interesujące są algorytm inwersji i analizator sieci. Algorytm inwersji umożliwia odnalezienie wzorca wejściowego, który generuje określone wyjście sieci przy ustalonych połączeniach i wagach sieci. Z kolei analizator sieci służy do uzyskania wykresów obrazujących m.in. funkcje wyjściowe wybranych neuronów oraz funkcje różnych błędów neuronów wyjściowych.

Wielość wdrożonych opcji i otwartość systemu na rozbudowę czynią z niego bardzo zaawansowane narzędzie analizy sieci neuronowych. Przeznaczone jest przede wszystkim do prac badawczych, ale może znaleźć także czysto praktyczne zastosowania.

4.2. Wstępne przetwarzanie danych

W związku z wykorzystaniem logistycznej funkcji przejścia zaleca się przeskalowanie danych wejściowych do zakresu $[0.1 - 0.9]$. Wzór na takie przeskalowanie ma następującą postać:

$$y_n = \frac{(y - y_{\min})}{(y_{\max} - y_{\min})} 0.8 + 0.1 \quad (4.1)$$

Z kolei odpowiedź sieci powinna być skalowana zgodnie ze wzorem:

$$y = \frac{(y_n - 0.1)(y_{\max} - y_{\min})}{0.8} + y_{\min} \quad (4.2)$$

Wykresy przeskalowanych szeregów przedstawiono na rysunkach 2.4, 2.5 i 2.6 (Cz. I p.2.2).

4.3. Przebieg procesu prognozowania

Na podstawie analizy kształtu szeregów czasowych uzyskanych po odjęciu trendu wybrano okno o wymiarze 4. Oznacza to, że warstwa wejściowa sieci zawiera 4 neurony. Przyjęto jednokrokový horyzont prognozowania, co oznacza, że warstwa wyjściowa zawiera jeden neuron. Po przeprowadzeniu wstępnych prób oraz biorąc pod uwagę długości szeregów czasowych wybrano sieć neuronową z dwoma neuronami w warstwie ukrytej (Dodatek 1, rys. 2).

W procesie uczenia sieci wykorzystano algorytm Rprop, który okazał się w naszym przypadku skuteczniejszy od bardzo popularnego algorytmu propagacji wstecznej z momentum. Algorytm Rprop (*ang. Resilient backPropagation*) został zaproponowany przez R. Riedmilla i A. Brauna. Jest to heurystyczny algorytm gradientowy. Zgodnie ze strategią doboru wag zakłada się ciągły wzrost współczynnika uczenia jeśli w dwóch kolejnych krokach znak gradientu jest taki sam, natomiast jego redukcję, gdy ten znak jest różny. Algorytm pozwala na znaczne przyspieszenie procesu uczenia w tych obszarach, w których nachylenie funkcji celu jest niewielkie.

Rprop wykorzystuje trzy parametry uczenia:

- δ_0 – wartości początkowe wszystkich przyrostów wag,
- $\delta_{\max}$ – górna granica wartości aktualizacji przyrostów wag,
- α – współczynnik „zaniku wagi” (wykładnik potęgi o podstawie 10).

Prognozowanie wykonywano na komputerze PC pracującym pod kontrolą systemu operacyjnego Linux Red Hat 7.3. Wykorzystano wersję 4.2 symulatora SNNS. Przebieg procesu prognozowania:

- przygotowanie plików z danymi wejściowymi
Do przygotowania plików uczenia i testowania można wykorzystać specjalny program. Zasady prognozowania z wykorzystaniem sieci neuronowych wymagają stosowania dwóch plików w procesie uczenia sieci – jednego do uczenia sieci, drugiego do jej testowania. W naszym przypadku plik z danymi wejściowymi podzielono wg schematu 3/4 danych do uczenia i 1/4 do testowania. Utworzono także trzeci plik wykorzystany do prognozowania. W pliku tym umieszczono wszystkie dane wejściowe, dzięki czemu uzyskano prognozy dla okresów poczynając od 5-go. Umożliwiło to porównanie uzyskanych prognoz z wartościami rzeczywistymi szeregu (prognozy wygasłe), a zatem dodatkową ocenę jakości sieci. Przykładowy plik z danymi wejściowymi zamieszczono w Dodatku 2.
- utworzenie modelu sieci
Można do tego wykorzystać bardzo praktyczne narzędzie graficzne pn. BigNet (Dodatek 1, rys.3). Raz utworzona sieć może być wykorzystana w kolejnych symulacjach (o ile nie zachodzi potrzeba zmiany struktury sieci),
- uczenie i testowanie sieci
Operacja może być realizowana on-line w środowisku graficznym lub w trybie wsadowym. W tym ostatnim przypadku należy wcześniej przygotować odpowiednie zadania wsadowe. System umożliwia wczytanie do pamięci do 5 plików z danymi, dzięki

czemu można później łatwo i szybko przełączać je w procesie uczenia, testowania i prognozowania. Efekty uczenia i testowania są na bieżąco wyświetlane w postaci wykresów wybranego błędu (Dodatek 1, rys. 5). Proces uczenia jest zatrzymywany gdy błąd testowania osiągnie wartość minimalną. W bardzo prosty sposób można zmieniać parametry uczenia jak algorytm uczenia, metoda inicjalizacji i zakres wag, sposób aktualizacji wag. Wszystkie te czynności są dostępne jako opcje panelu sterowania.

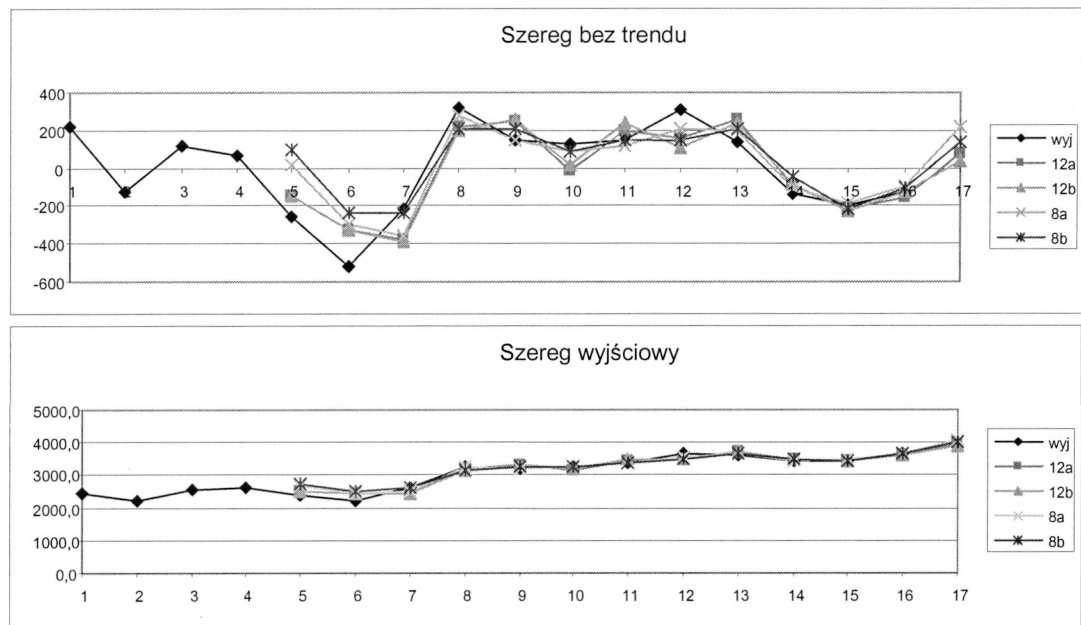
- prognozowanie

Sieć bezpośrednio po nauczaniu może być wykorzystana do prognozowania. W tym celu wystarczy przełączyć się na (wcześniej załadowany do pamięci) plik z danymi do prognozowania. Wyniki mogą być zapisane do wskazanego pliku (patrz Dodatek 3). Także samą wyuczoną sieć można zapisać do pliku celem późniejszego wykorzystywania (Dodatek 4).

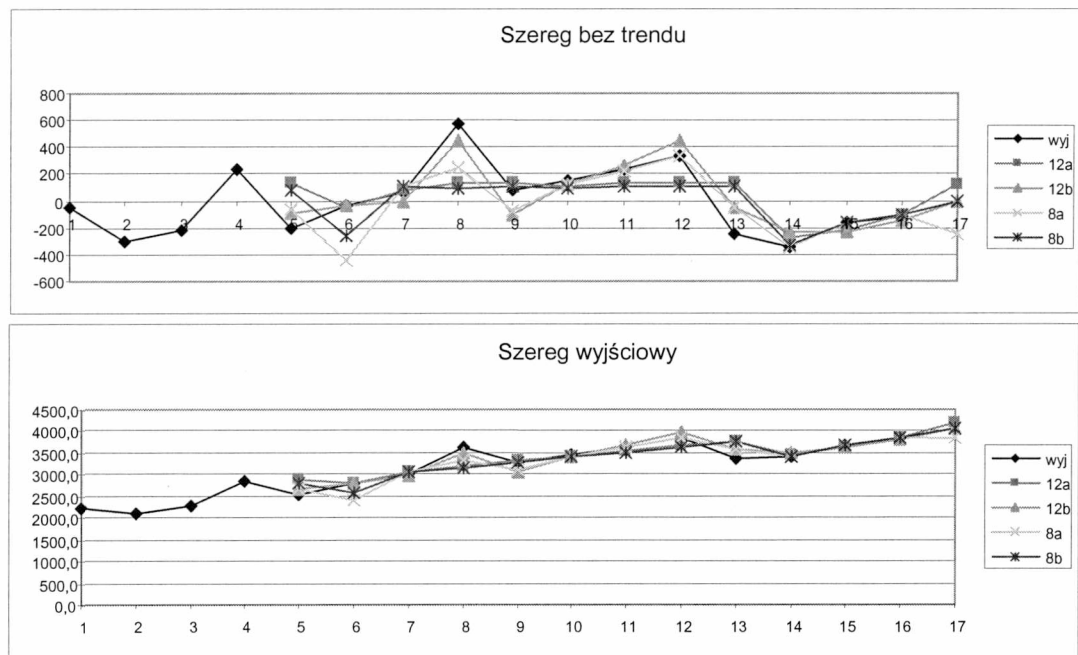
Prognozowanie wykonano dla szeregów Sk, Sw i W po wcześniejszym odjęciu trendów. Dla każdego szeregu przeprowadzono kilka symulacji (patrz wyżej) dla różnych konfiguracji plików uczenia i testowania. Wiele przebiegów powtarzano kilkakrotnie celem wyeliminowania wpływu na proces uczenia wartości początkowych wag. Na rysunkach 4.1, 4.2 i 4.3 przedstawiono przykładowe (dla produktu A) wyniki prognoz (w tym prognoz wygasłych) dla szeregów bez trendu i szeregów wyjściowych. Wykresy dla pozostałych produktów znaleźć można w [8]. Dla każdego szeregu zamieszczono wyniki z czterech przebiegów wykonanych dwukrotnie (różne wartości początkowe wag) dla różnie skonfigurowanych plików z danymi wejściowymi (12a i 12b oznacza plik zawierający 12 wzorców uczenia, 8a i 8b – plik zawierający 8 wzorców uczenia). Jako ostateczne wyniki prognozy wybrano wartości średnie.

Inne metody prognozowania

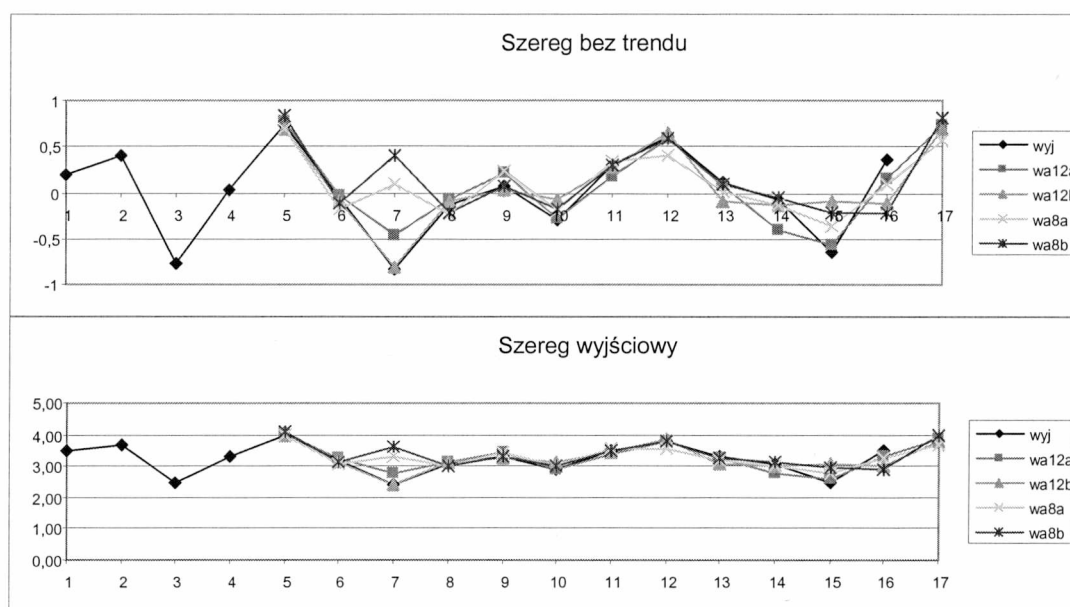
Dla celów porównawczych wykonano także prognozowanie metodą analizy harmonicznej i metodą Holta [16]. Metodę analizy harmonicznej zaprogramowano w oparciu o arkusz kalkulacyjny Microsoft Excel. Jeżeli chodzi o metodę Holta to napisano (także z myślą o innych zastosowaniach) program, który odnajduje optymalne wartości współczynników alfa i beta i oblicza dla tych współczynników prognozy. Program podaje na wyjściu obliczone prognozy (także wygasłe), błąd kwadratowy dla prognoz wygasłych, błąd sumaryczny oraz współczynniki alfa i beta. Na rys. 4.4 przedstawiono przykładowe wykresy prognozy (w tym prognozy wygasłe) uzyskane metodą Holta. Inne wykresy znaleźć można w [8].



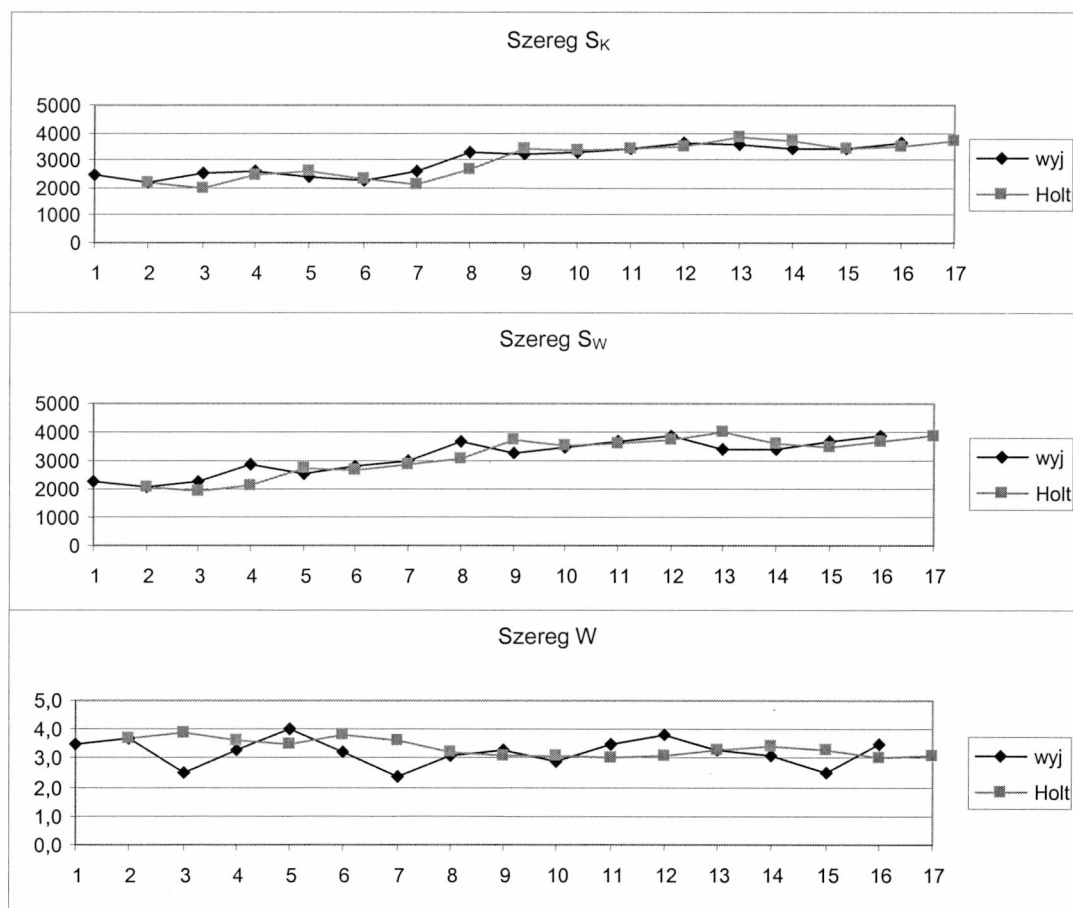
Rys. 4.1 Szeregi czasowe S_k – porównanie prognoz (produkt A)



Rys. 4.2 Szeregi czasowe S_W – porównanie prognoz (produkt A)



Rys. 4.3 Szeregi czasowe W – porównanie prognoz (produkt A)



Rys. 4.4 Szeregi czasowe S_k , S_w , W – prognoza metodą Holta (produkt A)

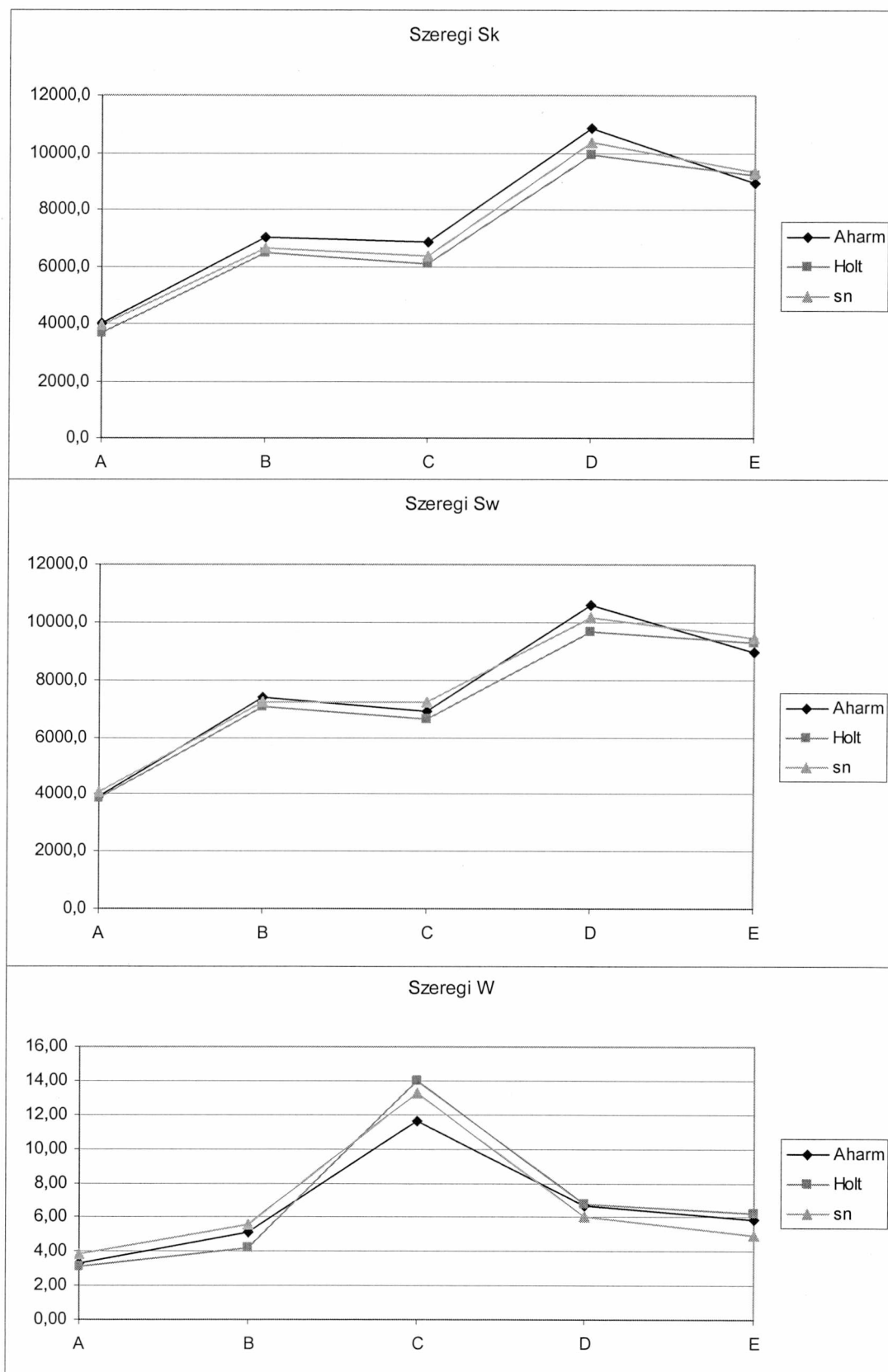
4.4. Uzyskane wyniki

Bezpośrednim przełożeniem badań udziału i konkurencyjności na rynku jest analiza portfolio, która umożliwia określenie planu sytuacyjnego zarówno w okresie bazowym jak i prognozowanym. Prognozę składników modelu portfolio wyznaczono metodami: analizy harmonicznej, modelem Holta, metodą sieci neuronowych. Wyniki prognoz zamieszczono w tabeli 4.1. Obejmują one prognozy szeregów S_w , S_k , W i S . Jako podstawową metodę prognozowania traktuje się metodę sieci neuronowych. Wyniki uzyskane przy pomocy tej metody zostaną dalej wykorzystane do wyznaczenia macierzy BCG.

Prognoza składników modelu portfolio					Tabela 4.1
Produkt	Szeregi	Metoda analizy harmonicznej	Metoda Holta	Metoda sieci neuronowych	Metoda ekstrapolacji trendu
A	S_w	3886,2	3868,3	4068,4	
	S_k	3985,9	3691,3	3935,2	
	W	3,3	3,1	3,8	
	S				9781,0
B	S_w	7406,3	7054,4	7197,2	
	S_k	7012,8	6470,4	6623,0	
	W	5,2	4,2	5,6	
	S				28877,6
C	S_w	6887,5	6644,0	7218,3	
	S_k	6858,6	6089,5	6354,8	
	W	11,6	14,0	13,3	
	S				24923,6
D	S_w	10580,7	9674,4	10174,3	
	S_k	10858,5	9940,4	10362,3	
	W	6,6	6,8	6,0	
	S				48363,8
E	S_w	8963,7	9279,7	9463,3	
	S_k	8905,5	9199,3	9318,4	
	W	5,9	6,2	4,9	
	S				35872,2

Wyliczony według wzoru 6.32 (Cz. III, p.6.5.1) średni błąd ex post (wyrażony w procentach) prognoz dla sieci neuronowej zamieszczono w poniższej tabeli:

Średni błąd prognoz ex post					Tabela 4.2
	A	B	C	D	E
S_w	2.4	1.5	1.0	2.9	1.2
S_k	1.6	1.2	1.6	1.8	1.4
W	5.6	8.7	6.6	2.6	3.4



Rys. 4.5 Porównanie prognoz uzyskanych różnymi metodami

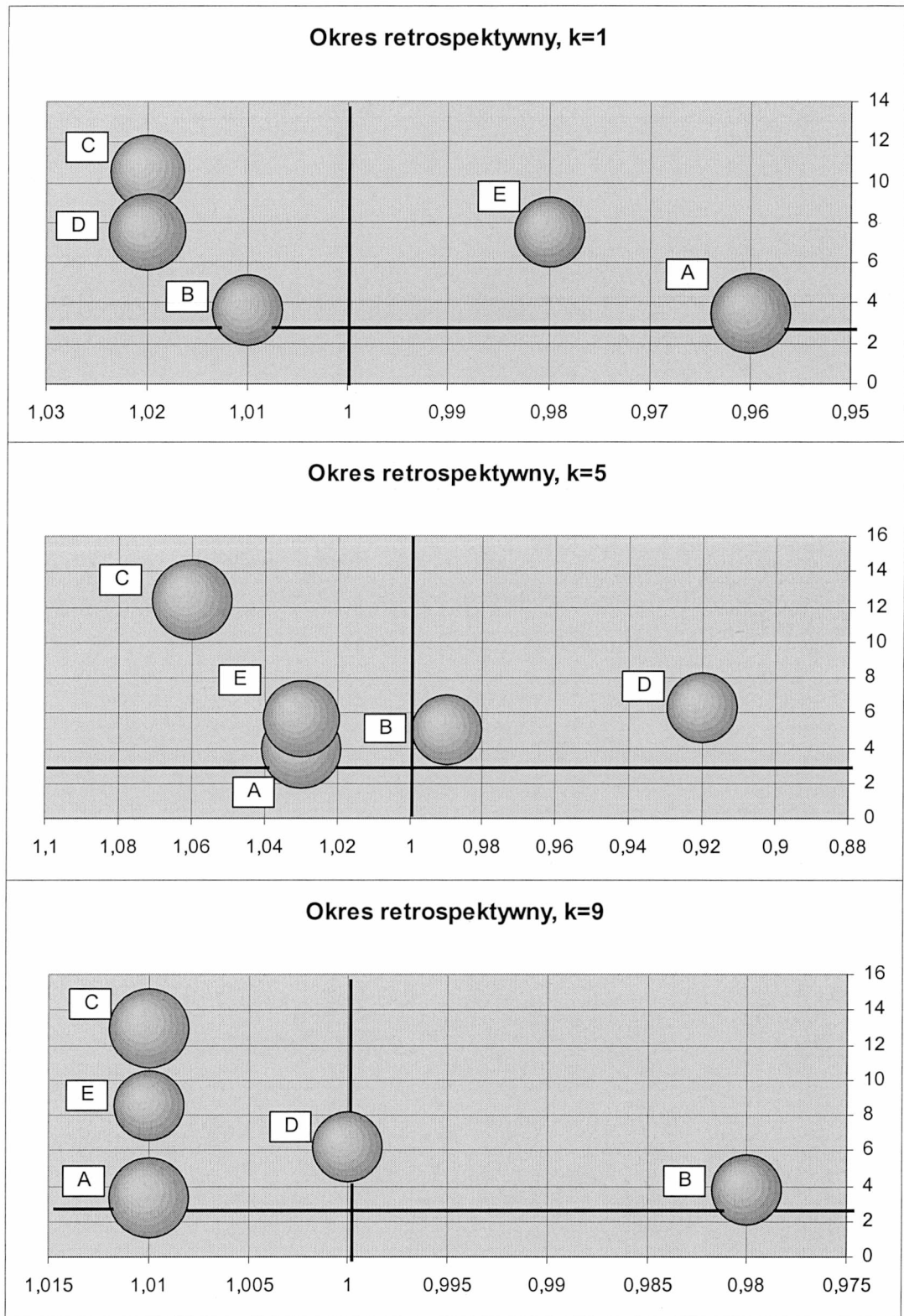
4.5. Macierz BCG jako podstawa planu sytuacyjnego przedsiębiorstwa

W tabeli 4.3 zestawiono dane dla okresu prognozowanego niezbędne do analizy BCG. Stanowią one uzupełnienie danych dla okresów retrospektywnych zamieszczonych w tabeli 2.5. Dane pochodzą z prognozy uzyskanej metodą sieci neuronowych. Wartości x oraz r obliczono w oparciu o wzory 2.1 i 2.2.

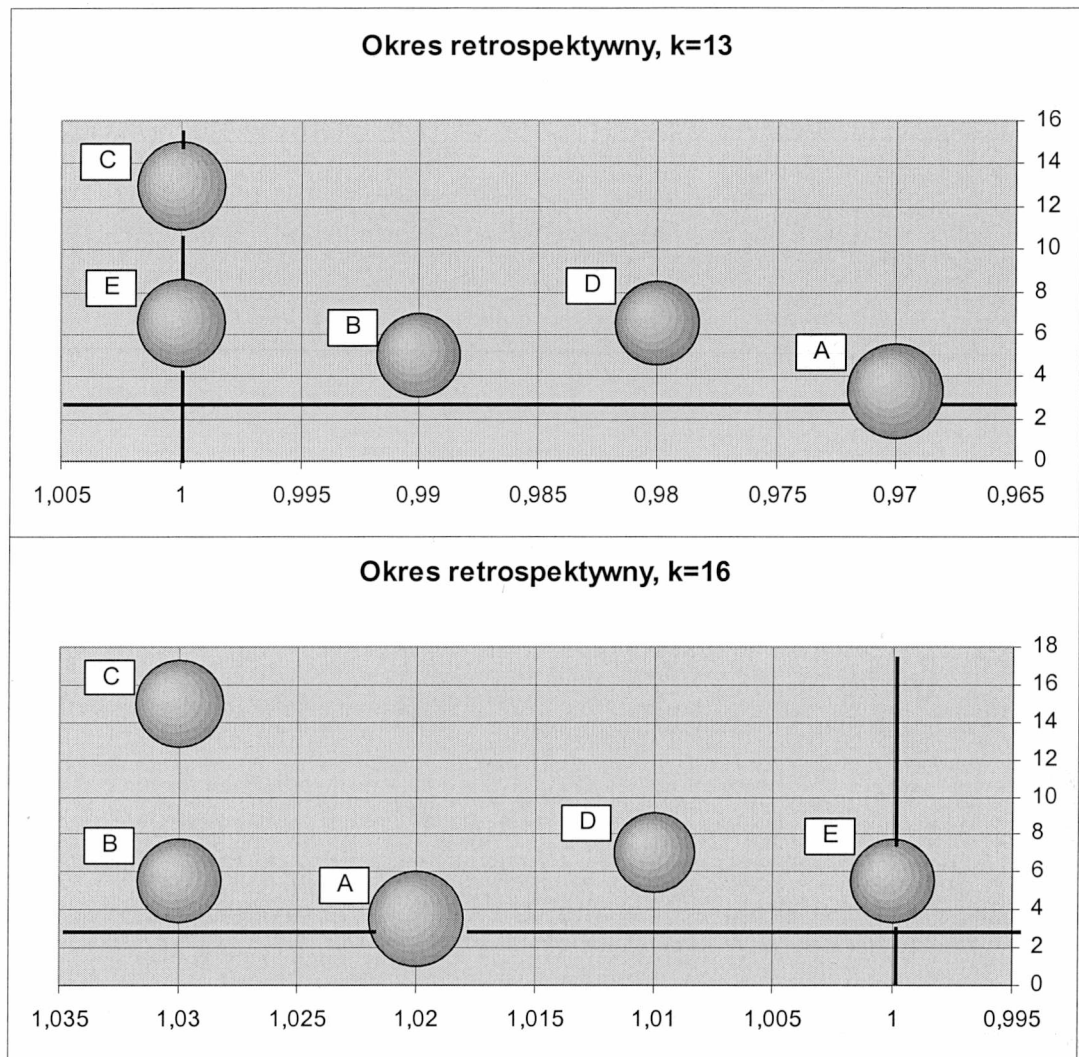
Dane do budowy macierzy BCG Tabela 4.3						
Okres	S_w	S_k	S	x	W	r
Produkt A						
17	4068	3935	9781	1,01	3,80	3,64
Produkt B						
17	7197	6623	28878	1,04	5,60	2,82
Produkt C						
17	7218	6355	24924	1,06	13,30	3,04
Produkt D						
17	10174	10362	48364	0,99	6,00	2,59
Produkt E						
17	9463	9318	35872	1,01	4,90	2,90

Na rysunku 4.6 przedstawiono macierze wzrostu/udziału (BCG) dla kilku wybranych okresów retrospektywnych ($k=1, 5, 9, 13, 16$) i dla wszystkich produktów. Rysunek ten stanowi uzupełnienie do rys. 2.8, 2.9, 2.10 (Cz. I, p.2.3), gdzie przedstawiono macierze BCG opracowane w rozbiu na poszczególne produkty. W pierwszym przypadku możemy śledzić wzajemne relacje produktów, a w drugim – ewolucję pozycji poszczególnych produktów w czasie. Z kolei na rys. 4.7 przedstawiono macierz obejmującą wszystkie analizowane produkty w okresie prognozowanym ($k=17$).

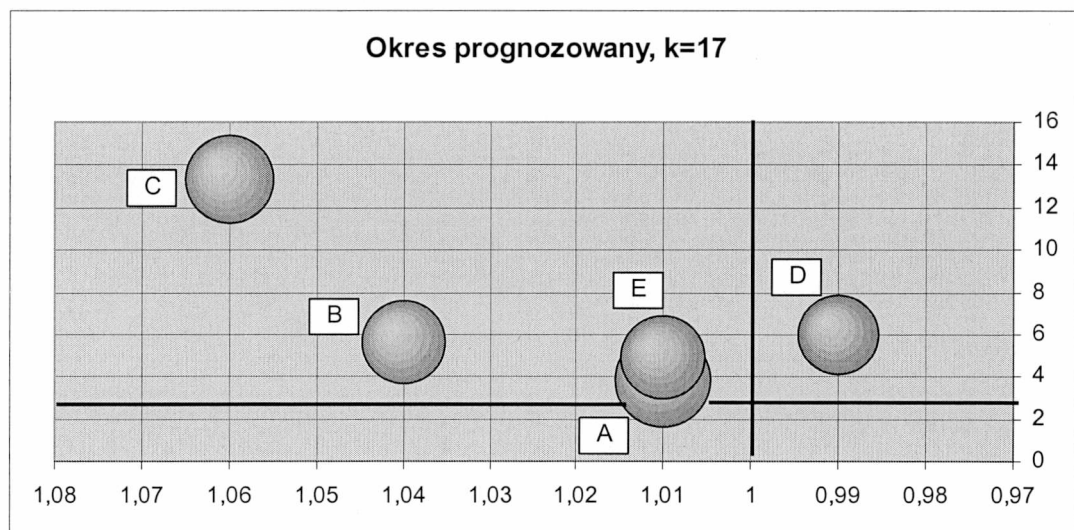
Macierz BCG daje możliwości analizowania sytuacji w różnych konfiguracjach przestrzennych w okresie prognozowanym i w okresach retrospektywnych. Z obliczeń wynika dość duże zróżnicowanie warunków działania przedsiębiorstwa z uwagi na usytuowanie produktów A, B, D, E w wyróżnionych częściach wykresu BCG. Ilustruje to wykres na którym naniesiono poszczególne wyniki analizy portfolio. Mało atrakcyjnie przedstawia się pozycja produktu D. Wprawdzie rynek wykazuje dużą dynamikę wzrostu ale jest opanowany głównie przez konkurentów. Najlepsze warunki panują na rynku z uwagi na produkty B, C, E. Rynek oznacza się niską konkurencyjnością i wysoką dynamiką rozwoju. Udział przedsiębiorstwa jest tu relatywnie dość wysoki, co oznacza konieczność utrzymania za wszelką cenę tej pozycji, a nawet jej wzmocnienie. Pozycja produktu A nie jest wyraźnie zdeterminowana. Określenie warunków działania przedsiębiorstwa z uwagi na ten produkt umożliwi wyznaczenie prognozy dla $k > 17$.



Rys. 4.6 Macierze BCG dla okresu retrospektywnego, literami oznaczono produkty



Rys. 4.6 (cd) Macierze BCG dla okresu retrospektywnego



Rys. 4.7 Macierz BCG dla okresu prognozowanego

4.6. Uwagi o metodzie Boston Consulting Group (BCG)

Metoda BCG jest jedną z najczęściej stosowanych metod portfolio. Poniżej zaproponowano opis analityczny tej metody. Klasyczny wykres macierzy BCG, na którym za pomocą kół przedstawia się sprzedaż poszczególnych marek na rynku, wyznacza plan sytuacyjny przedsiębiorstwa. Równania okręgów wyrażają się wzorem

$$(t - t_0^{(i)})^2 + (s - s_0^{(i)})^2 = r_i^2$$

w którym [42]

$$t_0^{(i)} = 1 + \log \frac{\text{sprzedaż własna}}{\text{sprzedaż konkurenta}}$$

$s_0^{(i)}$ - wzrost rynku w procentach,

$$r_i - \text{promień kół}; r_i = \sqrt{\frac{\text{sprzedaż własna } i - \text{tego produktu}}{\pi}},$$

$i = 1, 2, \dots, n$; n - liczba marek.

W metodzie bada się współzależność między tempem wzrostu rynku, a względnym udziałem badanej jednostki w rynku. Względny udział w rynku można mierzyć za pomocą następujących mierników:

$$t = \frac{\text{sprzedaż danego produktu badanego przedsiębiorstwa}}{\text{ogólna sprzedaż produktu na rynku}}$$

lub

$$t = \frac{\text{sprzedaż danego produktu badanego przedsiębiorstwa}}{\text{sprzedaż łączna trzech największych konkurentów (lub jednego)}}$$

4.6.1. Wyznaczanie estymatorów środków kół i ich promieni

Współrzędne środków kół i ich promienie, a ściślej estymatory tych wielkości można wyznaczyć rozważając przypadek dopasowania okręgu do zespołu punktów leżących na płaszczyźnie (t, s) . Rozważmy zatem ogólny przypadek, w którym związek między wielkościami mierzonymi i nieznanymi parametrami ma postać:

$$f_k(\bar{x}, \bar{\eta}) = f_k(\bar{x}, \bar{y} + \bar{\varepsilon}) = 0 \quad (4.3)$$

w której:

$\bar{x}$ - v - wymiarowy wektor parametrów, których estymatory należy wyznaczyć,

$\bar{\eta}$ - n - wymiarowy wektor utworzony z wielkości mierzalnych,

$\bar{y}$ - wyniki pomiarów różniące się od rzeczywistych wielkości $\bar{\eta}$ o wielkość błędu $\bar{\varepsilon}$; zakładamy, że poszczególne błędy ε_j ($j = 1, 2, \dots, m$) podlegają normalnemu rozkładowi.

Jako pierwsze przybliżenie dla wektora $\bar{\eta}$ przyjmujemy $\bar{\eta}_0 = \bar{y}$ i zakładamy, że funkcje f_k są liniowe w otoczeniu $(\bar{x}_0, \bar{\eta}_0)$. Przy tych założeniach możemy dokonać rozwinięcia funkcji f_k [12]:

$$f_k(\bar{x}, \bar{\eta}) = f_k(\bar{x}_0, \bar{\eta}_0) + \frac{\partial f_k}{\partial x_1 |_{\bar{x}_0, \bar{\eta}_0}} (x_1 - x_{10}) + \dots + \frac{\partial f_k}{\partial x_v |_{\bar{x}_0, \bar{\eta}_0}} (x_v - x_{v0}) + \\ + \frac{\partial f_k}{\partial \eta_1 |_{\bar{x}_0, \bar{\eta}_0}} (\eta_1 - \eta_{10}) + \dots + \frac{\partial f_k}{\partial \eta_n |_{\bar{x}_0, \bar{\eta}_0}} (\eta_n - \eta_{n0}). \quad (4.4)$$

Układ równań (4.4) możemy przepisać używając zapisu macierzowego

$$A\bar{\xi} + B\bar{\delta} + \bar{C} = 0 \quad (4.5)$$

w którym

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1v} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2v} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mv} \end{bmatrix}, \quad a_{kl} = \frac{\partial f_k}{\partial x_l |_{\bar{x}_0, \bar{\eta}_0}} \quad (4.6)$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{bmatrix}, \quad b_{kl} = \frac{\partial f_k}{\partial \eta_l |_{\bar{x}_0, \bar{\eta}_0}} \quad (4.7)$$

$$C_k = f_k(\bar{x}_0, \bar{\eta}_0), \quad \bar{C} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix}$$

$$\bar{\xi} = \bar{x} - \bar{x}_0 = \begin{bmatrix} x_1 - x_{10} \\ x_2 - x_{20} \\ \dots \\ x_v - x_{v0} \end{bmatrix}, \quad \bar{\delta} = \bar{\eta} - \bar{\eta}_0.$$

Do wyznaczenia estymatorów parametrów $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_v)$ wykorzystamy metodę mnożników Lagrange'a. Funkcja Lagrange'a ma następującą postać

$$L = \bar{\delta}^T G_y \bar{\delta} + 2\bar{\mu}^T (A\bar{\xi} + B\bar{\delta} + \bar{C})$$

w której $\bar{\mu}$ jest m -wymiarowym wektorem mnożników Lagrange'a. Przyrównując do zera różniczkę zupełną równania (4.5) względem δ otrzymujemy

$$G_y \bar{\delta} + B^T \bar{\mu} = 0. \quad (4.8)$$

Stąd

$$\bar{\delta} = -G_y^{-1} B^T \bar{\mu}, \quad G_y = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & g_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & g_n \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

G_y - macierz wag, $g_j = \frac{1}{\sigma_j^2}$, $\sigma_j^2 = E(\varepsilon_j^2)$, ε_j - błąd pomiaru.

Z wzorów (4.5) i (4.9) wynika, że

$$A \bar{\xi} - B G_y^{-1} B^T \bar{\mu} + \bar{C} = 0.$$

Stąd otrzymujemy

$$\bar{\mu} = G_B (A \bar{\xi} + \bar{C}) = (B G_y^{-1} B^T)^{-1} (A \bar{\xi} + \bar{C}). \quad (4.10)$$

Posługując się wzorem (4.9) możemy wyznaczyć

$$\begin{aligned} \bar{\delta} &= G_y^{-1} B^T G_B (A \bar{\xi} + \bar{C}), \\ G_B &= (B G_y^{-1} B^T)^{-1}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Z uwagi na to, że funkcja Lagrange'a osiąga minimum również ze względu na $\bar{\xi}$ zatem

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{\xi}} = 2 \bar{\mu}^T A = 0. \quad (4.12)$$

Transponując równość (4.11) i podstawiając za $\bar{\mu}$ prawą stronę zależności (4.10) otrzymujemy po pewnych formalnych przekształceniach

$$\bar{\xi} = -(A^T G_B A)^{-1} A^T G_B \bar{C}. \quad (4.13)$$

Wykorzystując równość (4.12) i wzory (4.10), (4.11) otrzymujemy estymatory dla odchylenia $\bar{\delta}$ i mnożników Lagrange'a $\bar{\mu}$ [12]:

$$\bar{\delta} = -G_y^{-1} B^T G_B (\bar{C} - A (A^T G_B A)^{-1} A^T G_B \bar{C}), \quad (4.14)$$

$$\bar{\mu} = G_B A (\bar{C} - A (A^T G_B A)^{-1} A^T G_B \bar{C}). \quad (4.15)$$

Ostatecznie estymatory nieznanych parametrów $\bar{x}$ i poprawionych pomiarów $\bar{\eta}$ (zob. (4.3)) wynoszą odpowiednio

$$\tilde{\bar{x}} = x_0 + \tilde{\xi}, \quad \tilde{\bar{\eta}} = \bar{\eta}_0 + \tilde{\delta}. \quad (4.16)$$

Niech teraz równanie (4.3) ma postać równania okręgu:

$$s^2 + t^2 - 2ss_0 - 2tt_0 + s_0^2 + t_0^2 - r^2 = 0. \quad (4.17)$$

Należy więc znaleźć estymatory środka koła s_0, t_0 i jego promienia r . Zgodnie z dotychczasowymi oznaczeniami: $x_1 = s_0, x_2 = t_0, x_3 = r$. Punkty pomiarowe s_i, t_i ($i = 1, 2, \dots, m$) oznaczamy

$$y_{2i-1} = s_i, y_{2i} = t_i \text{ tzn. } y_1 = s_1, y_2 = t_1, y_3 = s_2, y_4 = t_2, \dots$$

W nowych oznaczeniach równanie (4.17) przyjmuje postać

$$y_{2i-1}^2 + y_{2i}^2 - 2x_1 y_{2i-1} - 2x_2 y_{2i} + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0, \\ (i = 1, 2, \dots, m)$$

a macierze (4.6) i (4.7) wynoszą odpowiednio

$$A = \begin{bmatrix} -2y_1 + 2x_{10} & -2y_2 + 2x_{20} & -2x_{30} \\ -2y_3 + 2x_{10} & -2y_4 + 2x_{20} & -2x_{30} \\ \dots & \dots & \dots \\ -2y_{2m-1} + 2x_{10} & -2y_{2m} + 2x_{20} & -2x_{30} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 2y_1 - 2x_{10} & 2y_2 - 2x_{20} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2y_3 - 2x_{10} & 2y_4 - 2x_{20} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 2y_{2m-1} - 2x_{10} & 2y_{2m} - 2x_{20} \end{bmatrix}$$

Zgodnie z wzorami (4.13) i (4.16) estymatory parametrów $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ wyrażają się wzorem

$$\tilde{\bar{x}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} = \bar{x}_0 - (A^T G_B A)^{-1} A^T G_B \bar{C}. \quad (4.18)$$

Uwzględniając wprowadzone wcześniej oznaczenia za pomocą wzoru (4.18) możemy wyznaczyć estymatory współrzędnych środków kół $s_0^{(i)}, t_0^{(i)}$ i ich promieni r_i przy założeniu, że związek między wielkościami mierzonymi i nieznanymi parametrami jest liniowy. W przypadku równań nieliniowych (zob. (4.17)) stosujemy proces iteracyjny, przyjmując jako $\bar{x}_0$ wartość $\tilde{\bar{x}}$ uzyskaną z poprzedniej iteracji i obliczając ponownie macierze (4.6), (4.7), które następnie wykorzystuje się we wzorze (4.18). Proces iteracyjny powtarzamy aż do uzyskania zadowalającego wyniku. Zauważmy, że przy wykorzystaniu wzoru (4.18) zachodzi potrzeba wyznaczenia pierwszego przybliżenia parametrów $s_0^{(i)}, t_0^{(i)}, r_i$. W pracy [13]

proponuje się metodę polegającą na wykorzystaniu trzech punktów dla przeprowadzenia symetralnych obu odcinków łączących sąsiednie punkty. Przecięcie symetralnych wyznacza środek koła w przypadku, gdy punkty byłyby zmierzone bezbłędnie. Promień dany jest przez odległość od środka do któregośkolwiek z punktów pomierzonych. Ostatecznie w praktyce dopasowanie okręgu do punktów obarczonych błędami pomiarowymi na osi rzędnych (tempo wzrostu rynku – wzrost sprzedaży) i osi odciętych (względny udział w rynku) sprowadza się do wykorzystania algorytmu uwzględniającego następujące kroki [12]:

- zebranie punktów pomiarowych (t_i, s_i) , $i = 1, 2, \dots, m$ położonych na płaszczyźnie (t, s) ; błędy pomiarowe określa macierz kowariancji o wymiarze 2×2

$$C_y = \begin{bmatrix} \Delta s_i^2 & C_i^2 \\ C_i^2 & \Delta t_i^2 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

w której $C_i = \Delta s_i \Delta t_i \rho_i$, a ρ_i jest współczynnikiem korelacji pomiędzy błędami pomiarowymi Δs_i i Δt_i ;

- zbudowanie (z wartości s_i i t_i) wektora pomiarów $\bar{y}$ i macierzy kowariancji C_y ;
- przyjęcie założenia, że punkty, których współrzędne są przedmiotem pomiarów leżą na okręgu o środku (x_1, x_2) i promieniu x_3 ; wypisanie równań więzów $f_k(\bar{x}, \bar{\eta}) = 0$;
- wprowadzenie do programu wartości $\Delta t, \Delta s, \rho$;
- generowanie m punktów pomiarowych (t_i, s_i) z dwuwymiarowych rozkładów normalnych, których wartości średnie położone są w jednakowych odstępach na okręgu jednostkowym ($x_1 = x_2 = 0$, $x_3 = 1$). Macierz kowariancji rozkładów określona jest wzorem (4.19), gdzie $\Delta s_i = \Delta s$, $\Delta t_i = \Delta t$, $C = \Delta s \Delta t \rho$;
- wyznaczenie parametrów okręgu przechodzącego przez pierwsze trzy punkty pomiarowe. Otrzymane wartości służą jako pierwsze przybliżenie przy dopasowaniu parametrów x_1, x_2, x_3 ;
- dopasowanie okręgu do wszystkich punktów pomiarowych.

4.6.3. Analiza numeryczna

Okres retrospektywny

Rozważmy sytuację przedsiębiorstwa na rynku w zakresie przykładowo jednego produktu, którego sprzedaż jak również sprzedaż największego konkurenta i dynamikę wzrostu (4%) przedstawia tabela 4.4.

Dynamika, udziały w rynku badanego przedsiębiorstwa, głównego konkurenta oraz branży Tabela 4.4

OKRES/ROK	Sprzedaż [szt.]			Macierz wzrostu udziału w rynku	
	Badana firma S_{bf}	Główny konkurent S_{gk}	Branża S_b	Względny udział badanej firmy w rynku (t)	Dynamika wzrostu rynku (w %) d_w
(t_1)					
styczeń	$S_{bf;1}^{(1)}$	$S_{gk;1}^{(1)}$	$S_{b;1}^{(1)}$	$t_{1;1}$	$d_{w;1}^{(1)}$
luty	$S_{bf;2}^{(1)}$	$S_{gk;2}^{(1)}$	$S_{b;2}^{(1)}$	$t_{1;2}$	$d_{w;2}^{(1)}$
marzec	$S_{bf;3}^{(1)}$	$S_{gk;3}^{(1)}$	$S_{b;3}^{(1)}$	$t_{1;3}$	$d_{w;3}^{(1)}$
kwiecień	$S_{bf;4}^{(1)}$	$S_{gk;4}^{(1)}$	$S_{b;4}^{(1)}$	$t_{1;4}$	$d_{w;4}^{(1)}$
maj	$S_{bf;5}^{(1)}$	$S_{gk;5}^{(1)}$	$S_{b;5}^{(1)}$	$t_{1;5}$	$d_{w;5}^{(1)}$
czerwiec	$S_{bf;6}^{(1)}$	$S_{gk;6}^{(1)}$	$S_{b;6}^{(1)}$	$t_{1;6}$	$d_{w;6}^{(1)}$
lipiec	$S_{bf;7}^{(1)}$	$S_{gk;7}^{(1)}$	$S_{b;7}^{(1)}$	$t_{1;7}$	$d_{w;7}^{(1)}$
sierpień	$S_{bf;8}^{(1)}$	$S_{gk;8}^{(1)}$	$S_{b;8}^{(1)}$	$t_{1;8}$	$d_{w;8}^{(1)}$
wrzesień	$S_{bf;9}^{(1)}$	$S_{gk;9}^{(1)}$	$S_{b;9}^{(1)}$	$t_{1;9}$	$d_{w;9}^{(1)}$
październik	$S_{bf;10}^{(1)}$	$S_{gk;10}^{(1)}$	$S_{b;10}^{(1)}$	$t_{1;10}$	$d_{w;10}^{(1)}$
listopad	$S_{bf;11}^{(1)}$	$S_{gk;11}^{(1)}$	$S_{b;11}^{(1)}$	$t_{1;11}$	$d_{w;11}^{(1)}$
grudzień	$S_{bf;12}^{(1)}$	$S_{gk;12}^{(1)}$	$S_{b;12}^{(1)}$	$t_{1;12}$	$d_{w;12}^{(1)}$

OKRES/ROK	Sprzedaż [szt.]			Macierz wzrostu udziału w rynku	
	Badana firma S_{bf}	Główny konkurent S_{gk}	Branża S_b	Względny udział badanej firmy w rynku (t)	Dynamika wzrostu rynku (w %) d_w
(t_2)					
styczeń	$S_{bf;1}^{(2)}$	$S_{gk;1}^{(2)}$	$S_{b;1}^{(2)}$	$t_{2;1}$	$d_{w;1}^{(2)}$
luty	$S_{bf;2}^{(2)}$	$S_{gk;2}^{(2)}$	$S_{b;2}^{(2)}$	$t_{2;2}$	$d_{w;2}^{(2)}$
marzec	$S_{bf;3}^{(2)}$	$S_{gk;3}^{(2)}$	$S_{b;3}^{(2)}$	$t_{2;3}$	$d_{w;3}^{(2)}$
kwiecień	$S_{bf;4}^{(2)}$	$S_{gk;4}^{(2)}$	$S_{b;4}^{(2)}$	$t_{2;4}$	$d_{w;4}^{(2)}$
maj	$S_{bf;5}^{(2)}$	$S_{gk;5}^{(2)}$	$S_{b;5}^{(2)}$	$t_{2;5}$	$d_{w;5}^{(2)}$
czerwiec	$S_{bf;6}^{(2)}$	$S_{gk;6}^{(2)}$	$S_{b;6}^{(2)}$	$t_{2;6}$	$d_{w;6}^{(2)}$
lipiec	$S_{bf;7}^{(2)}$	$S_{gk;7}^{(2)}$	$S_{b;7}^{(2)}$	$t_{2;7}$	$d_{w;7}^{(2)}$
sierpień	$S_{bf;8}^{(2)}$	$S_{gk;8}^{(2)}$	$S_{b;8}^{(2)}$	$t_{2;8}$	$d_{w;8}^{(2)}$
wrzesień	$S_{bf;9}^{(2)}$	$S_{gk;9}^{(2)}$	$S_{b;9}^{(2)}$	$t_{2;9}$	$d_{w;9}^{(2)}$
październik	$S_{bf;10}^{(2)}$	$S_{gk;10}^{(2)}$	$S_{b;10}^{(2)}$	$t_{2;10}$	$d_{w;10}^{(2)}$
listopad	$S_{bf;11}^{(2)}$	$S_{gk;11}^{(2)}$	$S_{b;11}^{(2)}$	$t_{2;11}$	$d_{w;11}^{(2)}$
grudzień	$S_{bf;12}^{(2)}$	$S_{gk;12}^{(2)}$	$S_{b;12}^{(2)}$	$t_{2;12}$	$d_{w;12}^{(2)}$
.....					
(t_n)					
styczeń	$S_{bf;1}^{(n)}$	$S_{gk;1}^{(n)}$	$S_{b;1}^{(n)}$	$t_{n;1}$	$d_{w;1}^{(n)}$
luty	$S_{bf;2}^{(n)}$	$S_{gk;2}^{(n)}$	$S_{b;2}^{(n)}$	$t_{n;2}$	$d_{w;2}^{(n)}$
marzec	$S_{bf;3}^{(n)}$	$S_{gk;3}^{(n)}$	$S_{b;3}^{(n)}$	$t_{n;3}$	$d_{w;3}^{(n)}$
kwiecień	$S_{bf;4}^{(n)}$	$S_{gk;4}^{(n)}$	$S_{b;4}^{(n)}$	$t_{n;4}$	$d_{w;4}^{(n)}$
maj	$S_{bf;5}^{(n)}$	$S_{gk;5}^{(n)}$	$S_{b;5}^{(n)}$	$t_{n;5}$	$d_{w;5}^{(n)}$
czerwiec	$S_{bf;6}^{(n)}$	$S_{gk;6}^{(n)}$	$S_{b;6}^{(n)}$	$t_{n;6}$	$d_{w;6}^{(n)}$
lipiec	$S_{bf;7}^{(n)}$	$S_{gk;7}^{(n)}$	$S_{b;7}^{(n)}$	$t_{n;7}$	$d_{w;7}^{(n)}$
sierpień	$S_{bf;8}^{(n)}$	$S_{gk;8}^{(n)}$	$S_{b;8}^{(n)}$	$t_{n;8}$	$d_{w;8}^{(n)}$
wrzesień	$S_{bf;9}^{(n)}$	$S_{gk;9}^{(n)}$	$S_{b;9}^{(n)}$	$t_{n;9}$	$d_{w;9}^{(n)}$
październik	$S_{bf;10}^{(n)}$	$S_{gk;10}^{(n)}$	$S_{b;10}^{(n)}$	$t_{n;10}$	$d_{w;10}^{(n)}$
listopad	$S_{bf;11}^{(n)}$	$S_{gk;11}^{(n)}$	$S_{b;11}^{(n)}$	$t_{n;11}$	$d_{w;11}^{(n)}$
grudzień	$S_{bf;12}^{(n)}$	$S_{gk;12}^{(n)}$	$S_{b;12}^{(n)}$	$t_{n;12}$	$d_{w;12}^{(n)}$

Wprowadzone w tabeli 4.4 oznaczenia mają następujący sens:

$S_{bf;i}^{(1)}$ - sprzedaż badanej firmy w i -tym miesiącu w pierwszym roku bazowym,

$S_{gk;i}^{(1)}$ - sprzedaż głównego konkurenta w i -tym miesiącu w pierwszym roku bazowym,

$S_{b;i}^{(1)}$ - sprzedaż branży w i -tym miesiącu w pierwszym roku bazowym,

$t_{1;i}$ - względny udział badanej firmy w rynku w i -tym miesiącu w pierwszym roku bazowym,

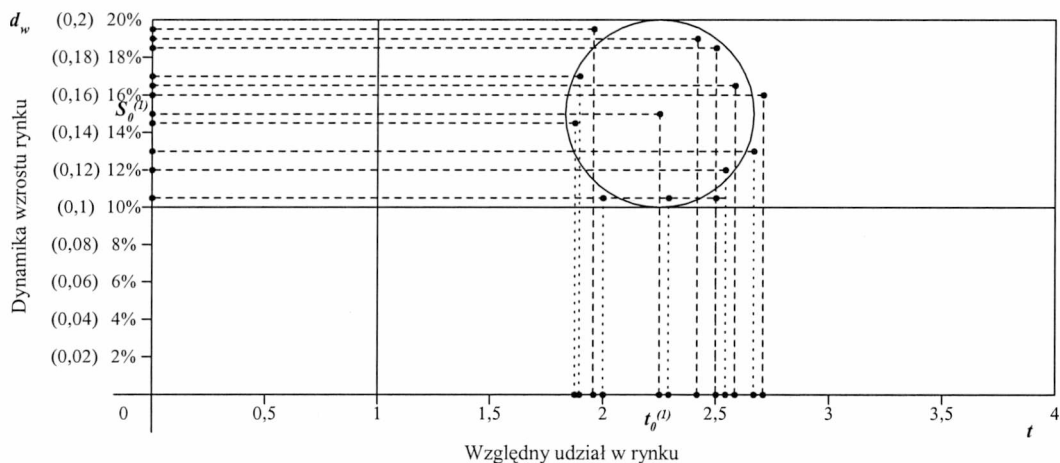
$d_{w;i}^{(1)}$ - dynamika wzrostu rynku w i -tym miesiącu w pierwszym roku bazowym.

Do wyznaczenia dynamiki wzrostu rynku (zob. ostatnia kolumna w tabeli 4.4) wykorzystano wskaźnik tempa przyrostu wyrażony wzorem

$$d_w = \frac{S_{b;i} - S_{b;i-k}}{S_{b;i-k}} \cdot 100\%$$

(w przypadku relacji między sąsiednimi wielkościami szeregu statystycznego $k=1$).

Rozważmy wykres portfolio uwzględniający rynek odznaczający się niską konkurencyjnością i wysoką dynamiką rozwoju



Rys. 4.8 Wykres portfolio

Zgodnie z podanym algorytmem na podstawie danych zawartych w tabeli 4.4 wyznaczono punkty pomiarowe (t_i, s_i) $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ położone na płaszczyźnie (t, s) (zob. rys. 4.8):

ROK:

$$(t_1) \longrightarrow : (t_{1;1}, d_{w;1}^{(1)}), (t_{1;2}, d_{w;2}^{(1)}), (t_{1;3}, d_{w;3}^{(1)}), (t_{1;4}, d_{w;4}^{(1)}), \\ (t_{1;5}, d_{w;5}^{(1)}), (t_{1;6}, d_{w;6}^{(1)}), (t_{1;7}, d_{w;7}^{(1)}), (t_{1;8}, d_{w;8}^{(1)}), \\ (t_{1;9}, d_{w;9}^{(1)}), (t_{1;10}, d_{w;10}^{(1)}), (t_{1;11}, d_{w;11}^{(1)}), (t_{1;12}, d_{w;12}^{(1)}),$$

Równania więzów w rozważanym przypadku mają następującą postać:

$$\begin{aligned} (d_{w;1}^{(1)})^2 + t_{1;1}^2 - 2x_{10}d_{w;1}^{(1)} - 2x_{20}t_{1;1} + x_{10}^2 + x_{20}^2 + x_{30}^2 &= 0, \\ (d_{w;2}^{(1)})^2 + t_{1;2}^2 - 2x_{10}d_{w;2}^{(1)} - 2x_{20}t_{1;2} + x_{10}^2 + x_{20}^2 + x_{30}^2 &= 0, \\ &\dots\dots\dots \\ (d_{w;12}^{(1)})^2 + t_{1;6}^2 - 2x_{10}d_{w;12}^{(1)} - 2x_{20}t_{1;6} + x_{10}^2 + x_{20}^2 + x_{30}^2 &= 0. \end{aligned}$$

Macierze (4.6) i (4.7) wynoszą odpowiednio:

$$A = \begin{bmatrix} -2d_{w;1}^{(1)} + 2x_{10} & -2t_{1;1} + 2x_{20} & -2x_{30} \\ -2d_{w;2}^{(1)} + 2x_{10} & -2t_{1;2} + 2x_{20} & -2x_{30} \\ \dots & \dots & \dots \\ -2d_{w;12}^{(1)} + 2x_{10} & -2t_{1;6} + 2x_{20} & -2x_{30} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 2d_{w;1}^{(1)} - 2x_{10} & 2t_{1;1} - 2x_{20} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2d_{w;2}^{(1)} - 2x_{10} & 2t_{1;2} - 2x_{20} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 2d_{w;12}^{(1)} - 2x_{10} & 2t_{1;6} - 2x_{20} \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\bar{x}_0, \bar{\eta}_0) \\ f_2(\bar{x}_0, \bar{\eta}_0) \\ \dots \\ f_m(\bar{x}_0, \bar{\eta}_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\bar{x}_0, \bar{y}) \\ f_2(\bar{x}_0, \bar{y}) \\ \dots \\ f_m(\bar{x}_0, \bar{y}) \end{bmatrix}$$

gdzie

$$C_j = f_j(\bar{x}_0, \bar{y}) = d_{w;1;j}^2 + t_j^2 - 2d_{w;1;j}d_{w;0} - 2t_j t_0 + d_{w;0}^2 + t_0^2 - \tau^2$$

$$(j = 1, 2, \dots, m).$$

Ostatecznie zgodnie z wzorem (4.18) otrzymujemy estymatory współrzędnych środków kół i ich promieni.

Plan sytuacyjny przedsiębiorstwa w okresie prognozowanym

Przeprowadzone badania udziału i konkurencyjności określonego przedsiębiorstwa na rynku w okresie bazowym umożliwiło wyznaczenie jego planu sytuacyjnego. Korzystając z analizy retrospektywnej odpowiednio zdefiniowanego zbioru obserwacji dostępnych w czasie wyznaczania prognozy oraz pewnej operacji wykonanej na tym zbiorze możemy wyznaczyć prognozę planu sytuacyjnego przedsiębiorstwa na rynku [31]. Plan sytuacyjny przedsiębiorstwa na rynku w okresie prognozowanym reprezentowany będzie przez

odpowiednio rozmieszczone koła $K(\hat{r}_i, \hat{s}_0^{(i)}, \hat{t}_0^{(i)})$ w dwuwymiarowej przestrzeni $s \circ t$; $\hat{r}_i$ - prognoza długości promienia, $\hat{s}_0^{(i)}, \hat{t}_0^{(i)}$ - prognozy współrzędnych środków koła dla i -tego wyrobu. Plan ten można również wyznaczyć na podstawie [31]:

- sprzedaży własnej (S_w)
- sprzedaży największego konkurenta (S_k),
- sprzedaży globalnej (S),
- dynamiki sprzedaży (W).

Okazuje się, że otrzymane w ten sposób prognozy nieznacznie różnią się od tych, które wyznaczono bezpośrednio dla szeregów czasowych charakteryzujących wielkości $r_i, s_0^{(i)}, t_0^{(i)}$. Ostatecznie plan sytuacyjny przedsiębiorstwa na rynku można wyznaczyć, korzystając z obu sposobów, za pomocą prognoz kombinowanych [23]. Należy jednak zauważyć, że nieistotne różnice w położeniu odpowiednich kół na płaszczyźnie (t, s) nie mają wpływu na interpretację merytoryczną.

Rozdział 5

Wykorzystanie sieci neuronowych do prognozowania efektów cząstkowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym

5.1. Badanie udziału i konkurencyjności na rynku w okresie prognozowanym

Przedstawiona w rozdziale 3.1 (Cz. I) metoda Sterna-Tyszyńskiego obliczania efektów cząstkowych zmian obrotów w układzie przestrzenno-branżowym pozwala ocenić sytuację badanego przedsiębiorstwa na rynku na bieżąco. Można jednak (zob.[39]) korzystając z analizy retrospektywnej efektów cząstkowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa na podstawie odpowiednio zdefiniowanego zbioru obserwacji $Y_t = \{\bar{e}(s), s \in T_t\}$, $T_t = \{t_0, t_1, \dots, t_t\}$, $t_0 < t_1 < t_2 \dots < t_k \leq t$ dostępnych w chwili dokonywania prognozy oraz pewnej operacji $O_{\tau,t}$ wykonanej na tym zbiorze przy uwzględnieniu architektury sieci neuronowej, wyznaczyć prognozę tych efektów.

Jeżeli symbolem $e(\tau)$ oznaczmy wielkość prognozowaną w chwili $\tau > t$, to prognoza tej wielkości oznaczona symbolem $\hat{e}(\tau | t)$ wyraża się wzorem

$$\hat{e}(\tau | t) = O_{\tau,t}(Y_t). \quad (5.1)$$

Zauważmy, że jeżeli wielkość prognozowana $e(\tau)$ jest n-wymiarowym wektorem to wykonanie prognozy $\hat{e}(\tau | t)$ polega na konstrukcji n predyktorów dla współrzędnych wektora $e(\tau)$.

Zdefiniowany ogólnie operator predykcji $O_{\tau,t}(Y_t)$ po uwzględnieniu architektury sieci neuronowej wyraża się wzorem [6]

$$O_{\tau,t}(Y_t) = f\left(\sum_j g_{jk} f_j \left(\sum_m g_{mj} f_m \left(\dots f_l \left(\sum_i g_{il} e_i\right) \dots\right)\right)\right) \quad (5.2)$$

gdzie

e_i - i-ty element wektora wejściowego,

g_{il} - współczynnik wagowy,

f_l - funkcja aktywacji l-tego węzła.

Zatem prognoza $\hat{e}(\tau, t)$ wielkości $e(t)$ jako wartość operatora predykcji $O_{\tau,t}(Y_t)$ ma postać

$$O_{\tau,t}(Y_t) = f^*\left(\sum_j g_{jk}^* f_j^* \left(\sum_m g_{mj}^* f_m^* \left(\dots f_l^* \left(\sum_i g_{il}^* e_i\right) \dots\right)\right)\right) + a + b\tau \quad (5.3)$$

w której

f^* - ustalona funkcja aktywacji neuronu wyjściowego,

$g_{jk}^*, g_{mi}^*, \dots, g_{il}^*$ - ustalone współczynniki wagowe,

$f_j^*, f_m^*, \dots, f_l^*$ - ustalone funkcje aktywacji węzłów j, m, ..., l.

a, b - współczynniki wyznaczone KMNK przy uwzględnieniu

danych oryginalnych.

Z wzoru (3.3) wynika, że do wyznaczenia efektów cząstkowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa w układzie branżowym niezbędne są odpowiednie wielkości zarówno dla okresu badanego jak i podstawowego. Tak więc do wyznaczenia efektów cząstkowych e_c , e_{st} , e_{sp} oraz e_p w obrotach przedsiębiorstwa w okresie t_{k+1} niezbędna jest znajomość macierzy postaci

$$W = \begin{bmatrix} w_{11}^{(k+1)} & w_{12}^{(k+1)} & \dots & w_{1r}^{(k+1)} \\ w_{21}^{(k+1)} & w_{22}^{(k+1)} & \dots & w_{2r}^{(k+1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_{p1}^{(k+1)} & w_{p2}^{(k+1)} & \dots & w_{pr}^{(k+1)} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

jak również wielkości $w_{1.}^{(k+1)}$, $w_{2.}^{(k+1)}$, ..., $w_{p.}^{(k+1)}$, r_{ij} , $r_{i.}$, $r_{..}$ co wynika z tego, że

$$\begin{aligned} e_c &= e_c(w_{ij}^{(k)}, r_{ij}, w_{ij}^{(k+1)}), & e_{sp} &= e_{sp}(w_{ij}^{(k)}, r_{ij}, r_{i.}, w_{i.}^{(k)}), \\ e_{st} &= e_{st}(r_{i.}, r_{..}, w_{i.}^{(k)}), & e_p &= e_p(r_{..}, w_{i.}^{(k)}) \end{aligned}$$

Traktując okres t_{k+1} jako okres badany, za okres podstawowy należy oczywiście przyjąć okres oznaczony symbolem t_k i dla tego okresu wyznaczyć podane wyżej wielkości jak również macierz W .

Elementy $w_{ij}^{(k+1)}$ macierzy (5.4) nie są oczywiście znane ponieważ okres t_{k+1} nie należy do zbioru okresów w których dokonano obserwacji tzn. $t_{k+1} \notin T_t$. Odpowiednikiem macierzy (5.4) będzie zatem macierz $\hat{W}$ której elementy $\hat{w}_{ij}^{(k+1)}$ oznaczają prognozy wartości sprzedaży i-tego produktu na j-tym rynku w okresie t_{k+1} . Odpowiednikami pozostałych elementów $w_{i.}^{(k+1)}$ ($i = 1, 2, \dots, p$), $r_{i.}$, $r_{..}$, r_{ij} ($j = 1, 2, \dots, r$) niezbędnych do określenia efektów cząstkowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa w układzie branżowym są:

$\hat{w}_{.j}^{(k+1)}$ - prognoza wartości sprzedaży wszystkich produktów na j-tym rynku,

$r_{ij}, r_{i.}, r_{..}$ - wielkości o znaczeniu zdefiniowanym wcześniej (zob. wzór (3.3)) wyznaczone na podstawie macierzy typu (5.4) określonej dla okresów t_k i t_{k+1} .

Prognozy $\hat{w}_{ij}^{(k+1)}$ wyznaczyć można na podstawie analizy retrospektywnej szeregu czasowego $w_{ij}^{(0)}, w_{ij}^{(1)}, \dots, w_{ij}^{(k)}$. Wykorzystując tabelaryczne zestawienie obrotów według rynków i produktów dla poszczególnych okresów: $t_0, t_1, \dots, t_k, t_{k+1}$ na obszarze badanego przedsiębiorstwa można na podstawie analizy retrospektywnej szeregu czasowego $r_{ij}^{(1)}, r_{ij}^{(2)}, \dots, r_{ij}^{(k)}$ wyznaczyć prognozę $\hat{r}_{ij}^{(k+1)}$ elementów macierzy dynamiki w okresie t_{k+1} . Zauważmy, że do wyznaczenia elementów $r_{ij}^{(l)}$ ($l = 1, 2, \dots, k+1$) macierzy dynamiki na obszarze badanego przedsiębiorstwa w okresie $t_{l-1}|t_l$ niezbędne są obroty według rynków w okresie t_{l-1} i t_l .

Z interpretacji wzoru (3.3) wynika, że wielkości e_c , e_{sp} , e_{st} , e_p w okresie prognozowanym t_{k+1} wyrażają się odpowiednio wzorami

$$\begin{aligned}
 \hat{e}_c^{(i)} &= \hat{e}_c^{(i)} (\hat{w}_{ij}^{(k+1)}, \hat{r}_{ij}^{(k+1)}, w_{ij}^{(k)}) = \sum_{j=1}^r \hat{w}_{ij}^{(k+1)} - \sum_{j=1}^r \hat{r}_{ij}^{(k+1)} w_{ij}^{(k)}, \\
 \hat{e}_{sp}^{(i)} &= \hat{e}_{sp}^{(i)} (\hat{r}_{ij}^{(k+1)}, w_{ij}^{(k)}, \hat{r}_{i..}^{(k+1)}, w_{i..}^{(k)}) = \sum_{j=1}^r \hat{r}_{ij}^{(k+1)} w_{ij}^{(k)} - \hat{r}_{i..}^{(k+1)} w_{i..}^{(k)}, \\
 \hat{e}_{st}^{(i)} &= \hat{e}_{st}^{(i)} (\hat{r}_{i..}^{(k+1)}, w_{i..}^{(k)}, \hat{r}_{..}^{(k+1)}) = \hat{r}_{i..}^{(k+1)} w_{i..}^{(k)} - \hat{r}_{..}^{(k+1)} w_{i..}^{(k)}, \\
 \hat{e}_p^{(i)} &= \hat{e}_p^{(i)} (\hat{r}_{..}^{(k+1)}, w_{i..}^{(k)}) = \hat{r}_{..}^{(k+1)} w_{i..}^{(k)} - w_{i..}^{(k)} \\
 &\quad (i = 1, 2, \dots, p)
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Wzory te wykorzystano w pracach [4.3], [4.4], [4.5] do wyznaczenia prognozy kolejnych efektów cząstkowych zmian w obrotach badanych przedsiębiorstw. Należy zaznaczyć, że prognozy te zostały określone metodą pośrednią korzystając z wyznaczonych wcześniej, metodami klasycznymi, prognoz $\hat{w}_{ij}^{(k+1)}, \hat{r}_{ij}^{(k+1)}, \hat{r}_{i..}^{(k+1)}, \hat{r}_{..}^{(k+1)}$.

Łatwo zauważyć, że prognozy $\hat{e}_c^{(i)}, \hat{e}_{sp}^{(i)}, \hat{e}_{st}^{(i)}, \hat{e}_p^{(i)}$ można również wyznaczyć metodą bezpośrednią korzystając wprost z szeregów czasowych (wartości) tych zmiennych dla $t \in T_t$, oraz odpowiednich klasycznych metod wykorzystujących szeregi czasowe.

Przeprowadzone rozważania dotyczące prognozowania efektów cząstkowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa w układzie produktów przenoszą się w sposób formalny na prognozowanie tych efektów w układzie rynkowym.

Odpowiednikami wzorów (5.5) są następujące zależności:

$$\begin{aligned}
 \hat{e}_c^{(j)} &= \hat{e}_c^{(j)} (\hat{w}_{ij}^{(k+1)}, \hat{r}_{ij}^{(k+1)}, w_{ij}^{(k)}) = \sum_{i=1}^p \hat{w}_{ij}^{(k+1)} - \sum_{i=1}^p \hat{r}_{ij}^{(k+1)} w_{ij}^{(k)}, \\
 \hat{e}_{sp}^{(j)} &= \hat{e}_{sp}^{(j)} (\hat{r}_{.j}^{(k+1)}, w_{.j}^{(k)}, \hat{r}_{..}^{(k+1)}) = \hat{r}_{.j}^{(k+1)} w_{.j}^{(k)} - \hat{r}_{..}^{(k+1)} w_{.j}^{(k)}, \\
 \hat{e}_{st}^{(j)} &= \hat{e}_{st}^{(j)} (\hat{r}_{ij}^{(k+1)}, w_{ij}^{(k)}, \hat{r}_{.j}^{(k+1)}, w_{.j}^{(k)}) = \sum_{i=1}^p \hat{r}_{ij}^{(k+1)} w_{ij}^{(k)} - \hat{r}_{.j}^{(k+1)} w_{.j}^{(k)}, \\
 \hat{e}_p^{(j)} &= \hat{e}_p^{(j)} (\hat{r}_{..}^{(k+1)}, w_{.j}^{(k)}) = \hat{r}_{..}^{(k+1)} w_{.j}^{(k)} - w_{.j}^{(k)} \\
 &\quad (j = 1, 2, \dots, r)
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

W p. 5.2 zostaną wyznaczone prognozy efektów cząstkowych zmian w obrotach ustalonego przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym. Wykorzystane zostaną szeregi czasowe podane w pracy Cz. I p. 3.2 oraz operator (5.3).

5.2. Wykorzystanie sieci neuronowych i metody Sterna-Tyszyńskiego do prognozowania efektów cząstkowych zmian obrotów w układzie przestrzenno-branżowym

5.2.1. Prezentacja symulatora

W badaniach wykorzystano Symulator Sztucznych Sieci Neuronowych Neuronix 2.3 firmy AITECH. Jest to uniwersalny symulator jedno- i wielowarstwowych sieci jednokierunkowych przeznaczony głównie do zastosowań praktycznych w ekonomii i technice, ale może też być stosowany, w ograniczonym stopniu, do celów dydaktycznych i

badawczych [37]. Podstawową jednostką roboczą jest projekt, który składa się z kilku plików w tym pliku uczącego, pliku testowego i pliku wag. Pliki danych są w formacie arkusza kalkulacyjnego Excel, co znacznie ułatwia ich tworzenie. System pozwala na symulację sieci jednokierunkowych z jedną, dwiema lub trzema warstwami ukrytymi. W poszczególnych warstwach może być od 1 do 10 000 neuronów. Dodatkowy neuron z wagą 1 (obciążenie), do którego są podłączone wszystkie neurony w warstwach ukrytych i wyjściowej może być opcjonalnie dołączony lub odłączony.

Parametrami uczenia sieci są:

- współczynnik uczenia (0,1),
- współczynnik momentum (0,1),
- maksymalne wartości wag (przedział, z którego są losowane wartości początkowe wag),
- rozmiar cyklu uczącego (ilość wzorców jakie będą prezentowane sieci, po których, nastąpi zmiana wag sieci),
- mieszanie wzorców (czy w trakcie uczenia wzorce uczące będą podawane w losowej kolejności w ramach jednej epoki),

Warunki zakończenia procesu uczenia:

- błąd RMS uczenia spadnie poniżej ustalonego progu liczbowego,
- liczba epok uczenia osiągnie ustaloną wartość progową,
- ustalony procent wzorców uczących mieści się w tolerancji uczenia,
- aktualna wartość tolerancji uczenia spadnie poniżej ustalonego progu liczbowego,
- błąd RMS testowania spadnie poniżej ustalonego progu liczbowego,
- aktualna wartość tolerancji testowania spadnie poniżej ustalonego progu liczbowego.

W powyższych rozważaniach błąd RMS (*ang. Root Mean Square*) oznacza pierwiastek z błędu średniokwadratowego obliczonego dla całej epoki. Wskaźnik tolerancji służy do określenia dopuszczalnego błędu na pojedynczym wyjściu sieci. Jego wartość mieści się w przedziale od 0 do 1 (w związku z logistyczną funkcją aktywacji). Wzorzec uczący, którego chociaż jedno wyjście nie mieści się w granicach tolerancji uznawany zostaje jako nie mieszczący się w granicach tolerancji.

Istnieje możliwość monitorowania zarówno procesu uczenia jak i procesu testowania. Monitorowaniu podlegają m.in.:

- liczba epok jakie upłynęły od rozpoczęcia procesu uczenia/testowania,
- liczba iteracji (prezentacji wzorca) jakie zostały wykonane w ramach aktualnej epoki,
- aktualny błąd RMS,
- aktualna tolerancja.

Uczenie sieci może przebiegać w sposób ciągły - do momentu spełnienia warunku zatrzymania lub w sposób krokowy - zatrzymanie po każdej epoce. Opcja krokowa pozwala na bieżąco obserwować proces uczenia sieci. Plik testowania może być automatycznie utworzony jako ustalona część pliku uczenia. W skrajnym przypadku (krótki szereg czasowy) może to być zdublowanie pliku uczenia. Wagi mogą być zapisywane do pliku wag po zatrzymaniu procesu uczenia lub w trakcie jego trwania (zapis najlepszych wag lub zapis co ustalony okres czasu).

W systemie Neuronix używa się logistycznych funkcji przejścia. Oznacza to, że wartości danych powinny być przed podaniem do sieci przeskalowane, a odpowiedź sieci poddana operacji odwrotnej. Transformacje te są wykonywane automatycznie. Dodatkowo zastosowano normalizację w oparciu o wartość średnią i odchylenie standardowe. Ostatecznie wzór na przekształcenie wartości rzeczywistej danych na wartość przeskalowaną ma postać:

$$X_s = 0.1 + 0.24 \left(\frac{X_R - \mu}{\sigma} + 1.66 \right) \quad (5.7)$$

gdzie

X_s - wartość przeskalowana,
 X_R - wartość rzeczywista,
 μ - wartość średnia szeregu,
 σ - odchylenie standardowe szeregu.

Odpowiedź sieci jest skalowana zgodnie ze wzorem:

$$X_R = \mu + \sigma \left(\frac{X_s - 0.1}{0.24} - 1.66 \right) \quad (5.8)$$

5.2.2. Przebieg procesu prognozowania

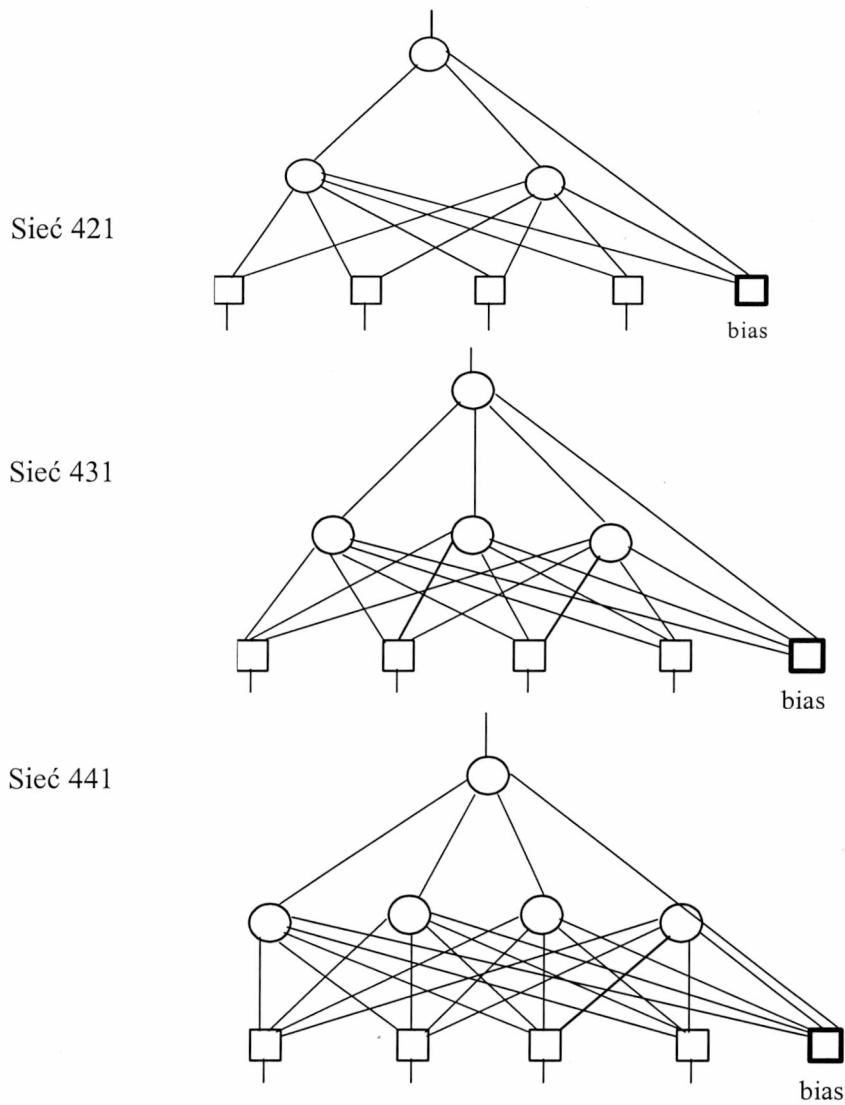
Sprawą pierwszoplanową jest wybór architektury sieci ([6]). Liczba neuronów w warstwie wejściowej jest zdeterminowana rozmiarem okna. Na podstawie analizy kształtu szeregów (Cz. I, rys. 3.2 i 3.4) wybrano okno o rozmiarze 4 gdyż charakteryzuje ono zmienność całego szeregu. Oznacza to, że warstwa wejściowa zawiera 4 neurony. Z kolei liczba neuronów w warstwie wyjściowej wynika z przyjętego wyprzedzenia prognozowania. W naszym przypadku realizowane będzie prognozowanie jednokrokowe. Sprawą otwartą pozostaje liczba warstw ukrytych i liczba neuronów w poszczególnych warstwach.

Przeprowadzono analizę wstępną dotyczącą obrotów pierwszego wyrobu na wszystkich rynkach ($i=1, j=1,2,3,4$) w której zastosowano sieci z jedną warstwą ukrytą i 2, 3 i 4 neuronami w warstwie ukrytej (rys. 5.1). Symulację wykonano dla różnych współczynników uczenia 0.8, 0.4, 0.2, 0.1 i współczynnika momentum wynoszącego 0.7. Zbiór danych składający się z 12 epok podzielono na zbiór wykorzystywany do uczenia (8 epok) i do testowania (4 epoki). Przykładowe wyniki dotyczące obrotów przedstawiono na rys. 5.2, a zestawienie syntetyczne na rys. 5.3. Przykładowe wyniki dotyczące dynamiki obrotów przedstawiono na rys. 5.4 i 5.5. Pełniejszą dokumentację znaleźć można w [7]. Na rysunkach tych symbolami 441, 431, 421 oznaczono sieci neuronowe o 4 neuronach w warstwie wejściowej, 1 neuronie w warstwie wyjściowej i odpowiednio 4, 3, 2 neuronach w warstwie ukrytej (zobacz rys. 5.1). Z kolei symbole u08, u04, u02, u01 oznaczają współczynniki uczenia sieci wynoszące odpowiednio 0.8, 0.4, 0.2, 0.1.

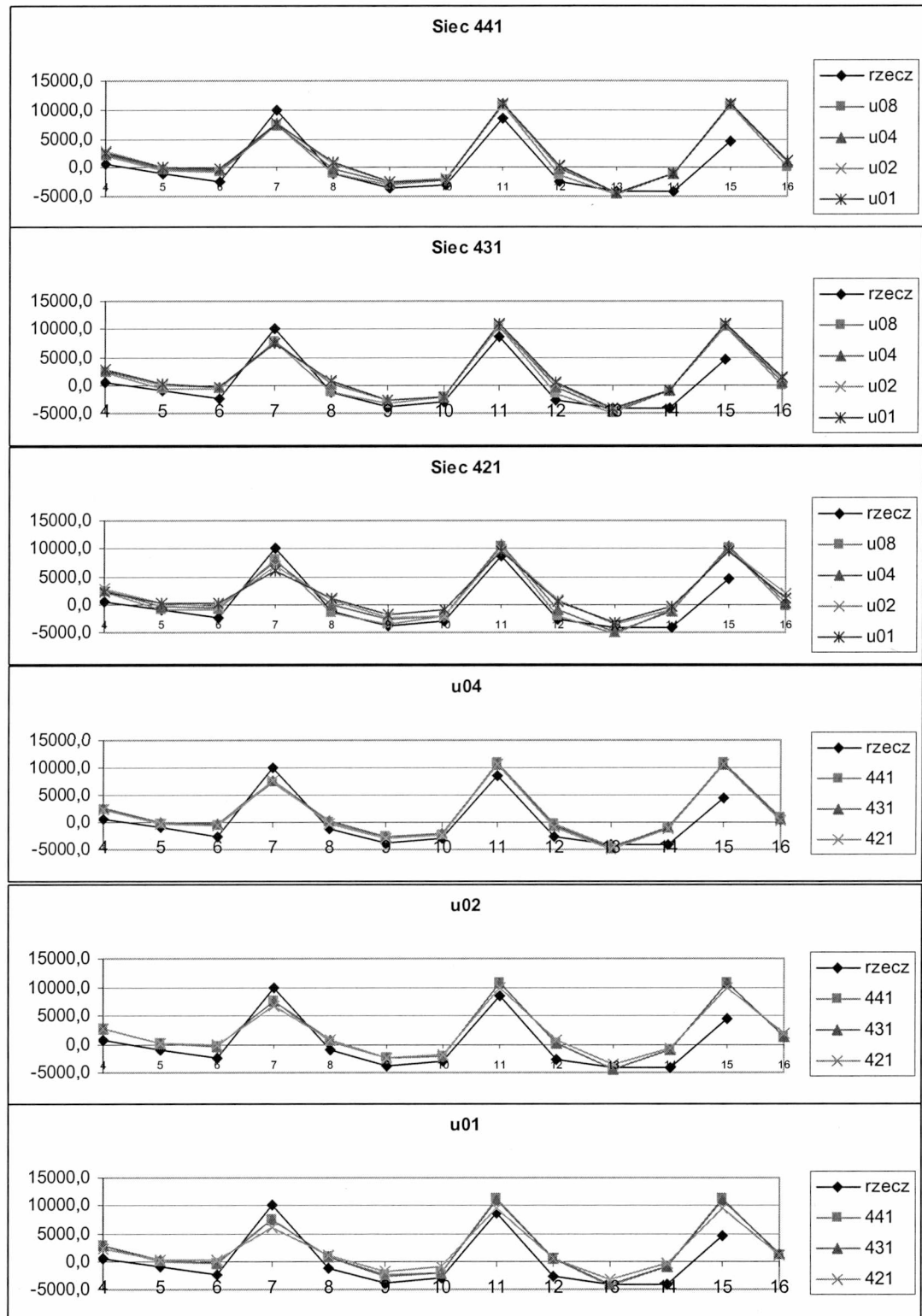
W szczególach proces prognozowania każdego szeregu składa się z następujących kroków:

- utworzenie projektu
 - utworzenie arkusza danych uczących,
 - podział zbioru danych na zbiór do uczenia i zbiór do testowania,
 - wybór struktury sieci oraz parametrów uczenia i testowania,
 - uczenie i testowanie sieci,
 - zapis wag,
- uruchomienie procesu prognozowania.

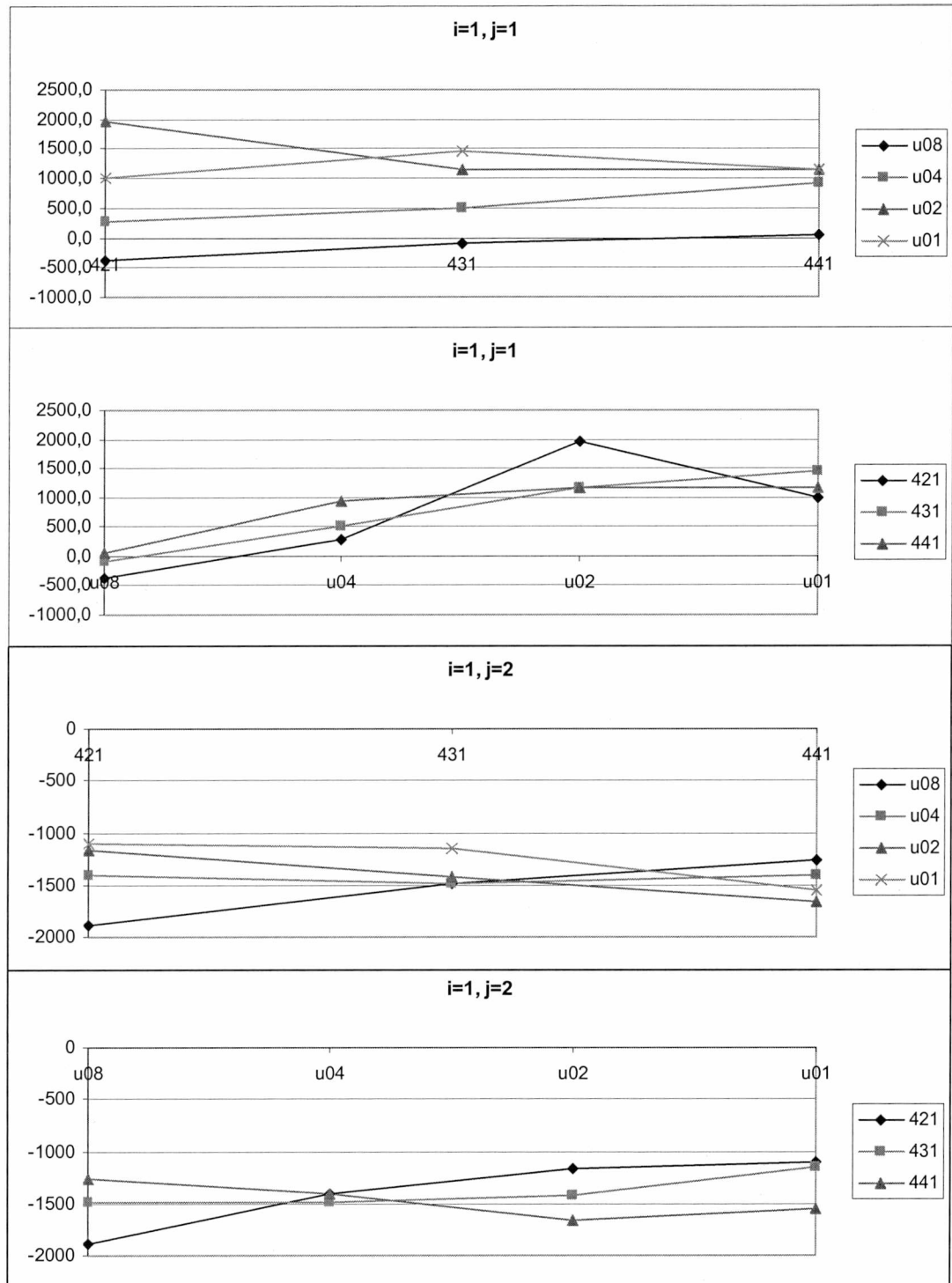
Powyższe czynności są wykonywane niezależnie dla każdego szeregu czasowego. W tym przypadku przyjęto, że wszystkie szeregi opisujące tę samą wielkość fizyczną (np. obroty, dynamikę obrotów) mogą być modelowane przez sieć o takiej samej architekturze.



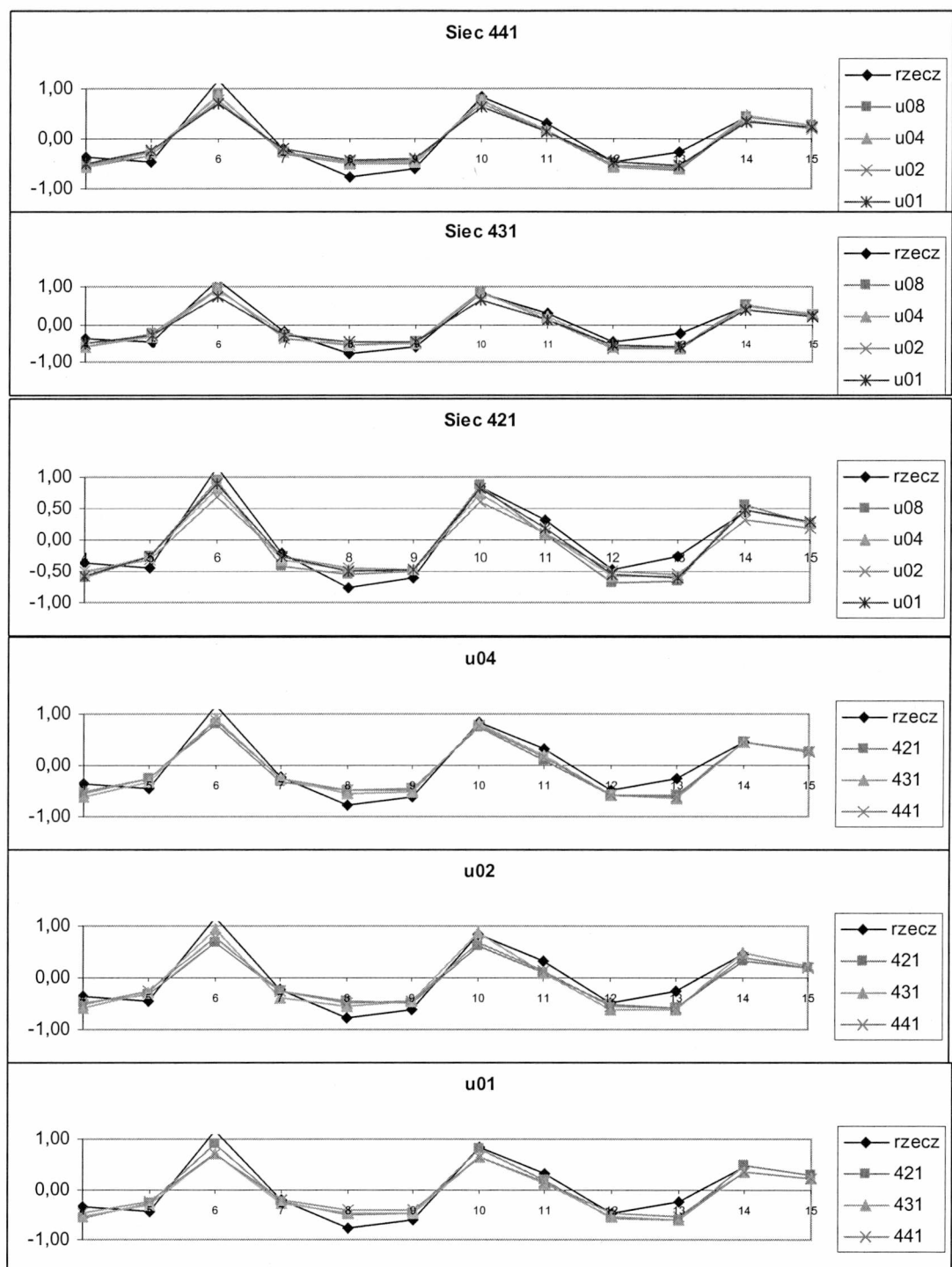
Rys. 5.1 Przykładowe architektury sieci używanych do symulacji



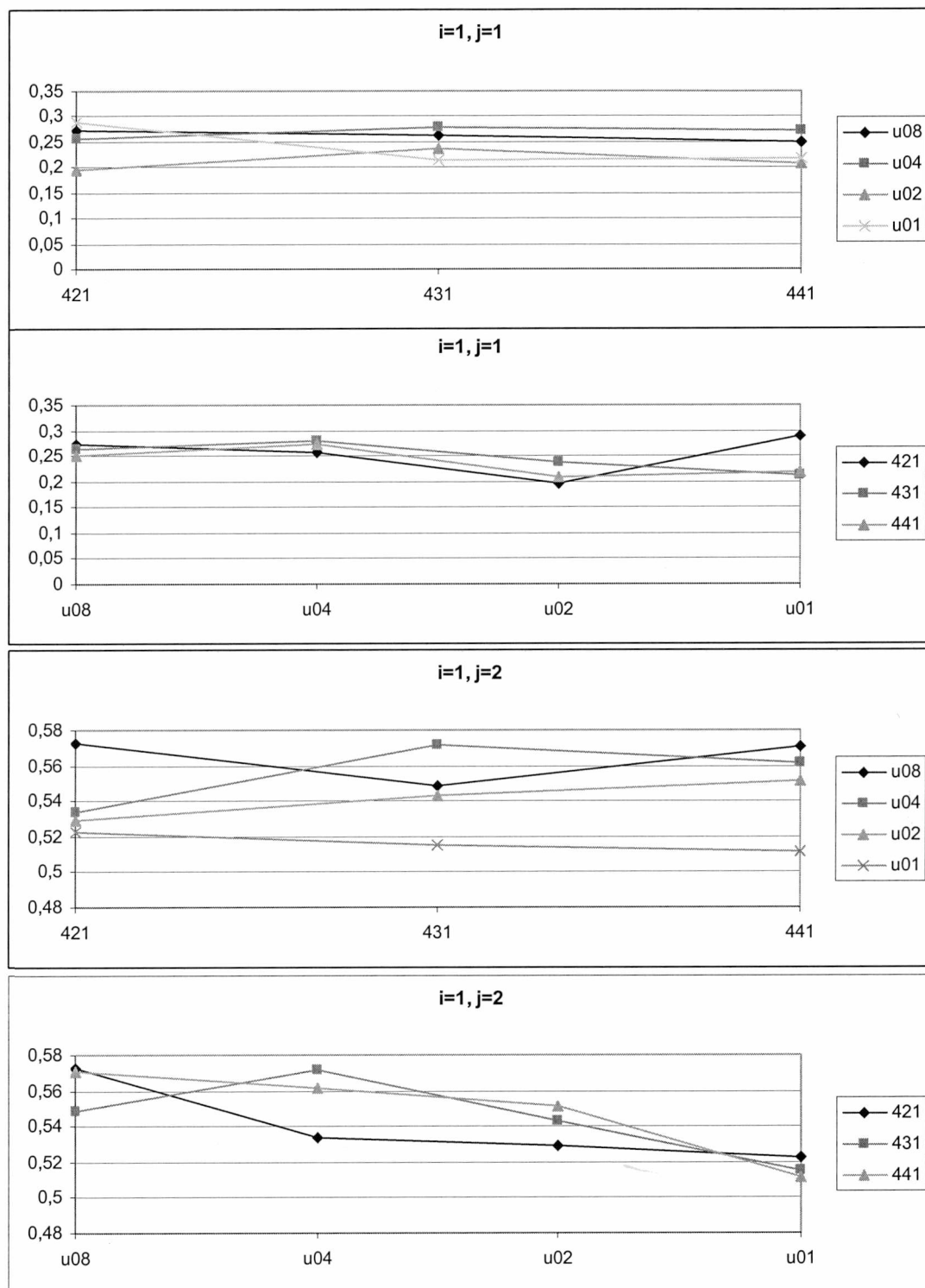
Rys. 5.2 Przybliżenie szeregu dla różnych sieci i różnych wsp. uczenia ($i=1, j=1$)



Rys. 5.3 Prognozy dla różnych sieci i różnych współczynników uczenia, obroty



Rys. 5.4 Przybliżenie szeregu dla różnych sieci i różnych wsp. uczenia, dynamika ($i=1, j=1$)



Rys. 5.5 Prognozy dla różnych sieci i różnych współczynników uczenia, dynamika

5.2.3. Uzyskane wyniki

Celem zmniejszenia błędów, szczególnie biorąc pod uwagę niewielką długość szeregów czasowych, prognozowanie przeprowadzono dla 3 przedstawionych w poprzednim rozdziale architektur sieci. Ostateczny wynik obliczono jako wartość średnią. Proces uczenia sieci uznawano za zakończony po osiągnięciu najmniejszego błędu testowania. Różnił się on dla poszczególnych szeregów czasowych i wynosił od 0.1 do 0.2.

Średnie błędy ex post wyliczone zgodnie ze wzorem 6.32 (Cz. II, p.6.5.1) wyniosły dla obrotów 9%, a dla dynamiki obrotów 11%. Są to gorsze wyniki w porównaniu do wyników uzyskanych za pomocą symulatora SNNS. Fakt ten należy tłumaczyć ograniczonymi możliwościami (stabilność, algorytmy uczenia) symulatora Neuronix w porównaniu do SNNS i być może błędami popełnionymi w procesie symulacji, a wynikającymi z niewystarczającego doświadczenia.

Uzyskane wyniki zamieszczono w tabelach 5.1 i 5.2. Dla celów porównawczych prognozę obrotów wykonano także za pomocą analizy harmonicznej [16]. Na rys. 5.6 porównano wyniki uzyskane za pomocą obu metod.

Tabela 5.1, obroty w okresie prognozowanym

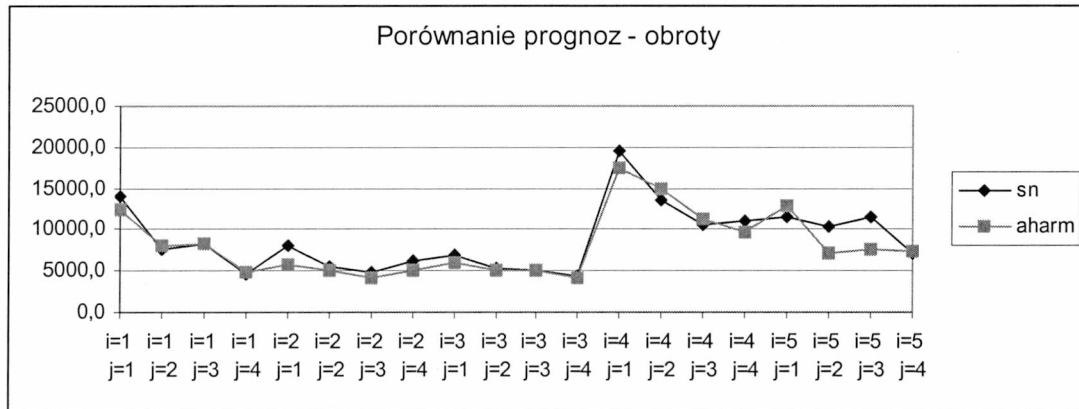
i – wyrób j - rynek	Metoda sieci neuronowych	Metoda analizy harmonicznej
i=1, j=1	14085,2	12328,42
i=1, j=2	7572,7	8030,75
i=1, j=3	8270,2	8364,975
i=1, j=4	4681,1	4775,65
i=2, j=1	8001,6	5838,842
i=2, j=2	5581,6	5121,259
i=2, j=3	4811,7	4175,739
i=2, j=4	6307,3	5106,407
i=3, j=1	6858,3	5913,789
i=3, j=2	5250,2	5077,096
i=3, j=3	4982,1	4977,081
i=3, j=4	4339,5	4016,023
i=4, j=1	19462,9	17343,67
i=4, j=2	13572,4	14960,15
i=4, j=3	10662,2	11336,65
i=4, j=4	11048,4	9619,167
i=5, j=1	11544,7	12752,85
i=5, j=2	10432,8	7143,432
i=5, j=3	11436,3	7527,784
i=5, j=4	7153,4	7363,946

Tabela 5.2, dynamika w okresie prognozowanym

i – wyrób j - rynek	Metoda sieci neuronowych
i=1, j=1	2,24
i=1, j=2	2,85
i=1, j=3	2,92
i=1, j=4	4,16
i=2, j=1	1,31
i=2, j=2	3,73
i=2, j=3	3,42
i=2, j=4	4,78
i=3, j=1	1,54
i=3, j=2	2,17
i=3, j=3	3,14
i=3, j=4	3,44
i=4, j=1	2,77
i=4, j=2	3,39
i=4, j=3	3,01
i=4, j=4	3,60
i=5, j=1	1,90
i=5, j=2	1,41
i=5, j=3	1,80
i=5, j=4	2,69

Poniżej wyniki prognozowania, przez analogię do danych wejściowych, przedstawiono w postaci macierzowej.

$$w^{(16)} = \begin{bmatrix} 14085.0 & 7573.0 & 8270.0 & 4681.0 \\ 8002.0 & 5582.0 & 4812.0 & 6307.0 \\ 6858.0 & 5250.0 & 4982.0 & 4339.0 \\ 19463.0 & 13572.0 & 10662.0 & 11048.0 \\ 11545.0 & 10433.0 & 11436.0 & 7153.0 \\ 59953.0 & 42410.0 & 40162.0 & 33528.0 & 176053.0 \end{bmatrix} \quad r^{(16)} = \begin{bmatrix} 2.24 & 2.85 & 2.92 & 4.16 \\ 1.31 & 3.73 & 3.42 & 4.78 \\ 1.54 & 2.17 & 3.14 & 3.44 \\ 2.77 & 3.39 & 3.01 & 3.60 \\ 1.90 & 1.41 & 1.80 & 2.69 \\ 2.50 & 2.70 & 2.80 & 3.10 & 2.50 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3.05 \\ 3.30 \\ 2.55 \\ 3.20 \\ 1.95 \\ 2.50 \end{matrix}$$



Rys. 5.6 Porównanie prognoz uzyskanych za pomocą sieci neuronowych i analizy harmonicznej.

5.2.4. Konstrukcja operatora predykcji efektów cząstkowych zmian w obrotach badanego przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym

Efekty cząstkowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa dla wszystkich okresów retrospektywnych (1 do 15) obliczono w rozdziale 3. Poniżej przedstawiono obliczone na podstawie wzorów (5.5), (5.6) efekty cząstkowych zmian dla okresu prognozowanego (16). Należy zaznaczyć, że prognozy $\hat{e}_c$, $\hat{e}_{st}$, $\hat{e}_{sp}$, $\hat{e}_p$ efektów cząstkowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa zarówno w układzie produktów jak i rynków uzyskano metodą pośrednią korzystając z prognoz $\hat{w}_{ij}^{(k+1)}$, $\hat{r}_{ij}^{(k+1)}$, $\hat{r}_i^{(k+1)}$, $\hat{r}_j^{(k+1)}$, $\hat{r}_\cdot^{(k+1)}$ wyznaczonych za pomocą sieci neuronowych. Operator predykcji zdefiniowano wzorem 5.2. W przypadku sieci 431 (rys. 5.5) operator ten ma postać:

$$Q_{\tau,t}(Y_t) = f \left(\sum_{i=1}^3 v_{il}^{(2)} f \left(\sum_{j=1}^4 v_{ji}^{(1)} x_j + v_{0i}^{(1)} \right) + v_{0l}^{(2)} \right) \quad (5.16)$$

gdzie

f – logistyczna funkcja aktywacji (taka sama dla wszystkich neuronów),

x_j – j-ty element wektora wejściowego,

Ustalono w procesie uczenia:

$v_{ji}^{(1)}$ – wagi między neuronami warstwy wejściowej i warstwy ukrytej,

$v_{0i}^{(1)}$ – wagi obciążenia neuronów warstwy ukrytej,

$v_{il}^{(2)}$ – wagi między neuronami warstwy ukrytej a neuronem warstwy wyjściowej,

$v_{0i}^{(2)}$ - waga obciążenia neuronu wyjściowego,

a, b – parametry trendu (zob. Cz. I, p. 3.2).

W szczególnym przypadku obrotów pierwszego produktu na drugim rynku ($i=1, j=2$) mamy:

$$v_{0i}^{(1)} = (0.3223, -0.2766, -0.0337)$$

$$v_{j1}^{(1)} = (1.3112, 1.1679, 1.1768, -3.0631)$$

$$v_{j2}^{(1)} = (0.7735, 0.8742, 0.9073, -2.3938)$$

$$v_{j3}^{(1)} = (0.0628, -0.0353, -0.1388, -0.5169)$$

$$v_{0i}^{(2)} = 2.8386$$

$$v_{i1}^{(2)} = (-3.2293, -2.2713, 0.161)$$

$$x_j = (-2202.8, -2649.0, -1634.2, 3430.6)$$

$$a = 2040.4$$

$$b = 431.2.$$

W dalszym opisie zastosowano następujące oznaczenia:

e_c – efekt konkurencji,

e_{st} – efekt struktury towarowej,

e_{sp} – efekt struktury przestrzennej,

e_p – efekt popytowy

Efekty cząstkowe dla okresu 16

produkt	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	-108907.15	-8849.65	27475.80	74934.00	-15347.00
2	-53045.38	-1049.02	19102.40	35817.00	825.00
3	-29177.22	-1278.63	1017.35	30520.50	1082.00
4	-140446.99	-3758.41	43520.40	93258.00	-7427.00
5	-42711.69	3.94	-23487.75	64057.50	-2138.00
rynek	e_c	e_{sp}	e_{st}	e_p	ogólny
1	-82298.53	0.00	-22010.97	98557.50	-5752.00
2	-98194.50	9899.60	6959.90	74247.00	-7088.00
3	-87918.23	13701.90	195.83	68509.50	-5511.00
4	-105877.17	22909.20	21040.97	57273.00	-4654.00

W tabeli 5.3 przedstawiono zbiorcze zestawienie poszczególnych efektów cząstkowych w układzie produktów. Celem bardziej pogładowego zilustrowania sytuacji przedsiębiorstwa zestawienie zrobiono w ujęciu dwuwartościowym: efekty dodatnie i efekty ujemne.

Z przedstawionych danych wynika, że sytuacja przedsiębiorstwa na rynku w całym okresie retrospektywnym była raczej sprzyjająca, ponieważ wszystkie efekty popytowe (poza okresami 4 i 6) były dodatnie i świadczyły o dużej chłonności rynku na poszczególne produkty. Z kolei efekty struktury towarowej wskazują na wzrost zainteresowania kupujących w okresach 4, 6, 16 oraz spadek zainteresowania w okresach 1, 9. Odwrotnie przedstawiają się efekty struktury przestrzennej, które w większości przypadków wskazują na zaniedbania we właściwym rozplanowaniu sprzedaży na poszczególnych rynkach. Wreszcie efekty konkurencji były w większości przypadków ujemne, co świadczy o nieudolności tego przedsiębiorstwa.

W tabeli 5.4 przedstawiono (także w ujęciu dwuwartościowym) zbiorcze zestawienie poszczególnych efektów cząstkowych w układzie rynkowym,

Tabela 5.4

[illegible]

Podstawowym efektem jest, podobnie jak w przypadku produktów, efekt popytowy. Jego wartość dodatnia świadczy o ssaniu na danym rynku, a ujemna o ciśnieniu. Efektem uwzględniającym atrakcyjność rynków przestrzennych jest efekt struktury przestrzennej. Dodatnia wartość tego efektu wskazuje na łatwość sprzedaży na danym rynku, natomiast ujemna wartość na trudności zbytu. Efekt struktury towarowej uwzględniający selektywność rynków względem danych produktów jest kolejnym efektem w strukturze wzoru 3.4. Dodatnia wartość tego efektu wskazuje na prawidłową selektywność produktów, natomiast ujemna wartość na nieprawidłową selektywność. Wreszcie pierwszym w kolejności efektem w strukturze rozważanego wzoru jest efekt konkurencji, wskazujący na stopień konkurencyjności przedsiębiorstwa na danym rynku w zakresie oferowanych produktów.

CZĘŚĆ III
Ilościowa ocena działalności przedsiębiorstwa w okresie bazowym
i prognozowanym

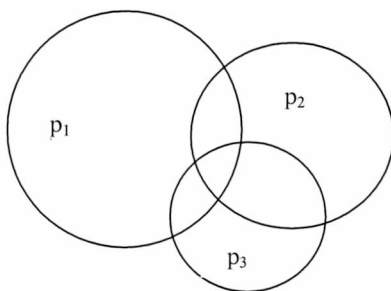
Rozdział 6

Selektywność rynku

6.1. Sformułowanie problemu

W analizie selektywności rynku [4] poszczególne marki produktów są badane pod kątem ich atrakcyjności mierzonej liczbą nabywców. Chodzi o wyselekcjonowanie nabywców ze względu na cechy i atrybuty produktów. W tym celu bada się pewną liczbę bliskich sobie marek produktów wyodrębniając różne ich zestawy. Pozwala to na wyselekcjonowanie różnych grup nabywców preferujących określone zestawy produktów.

Graficznym obrazem selektywności rynku jest wykres (rys. 6.1), na którym zaznacza się zasięg poszczególnych marek (p_1 , p_2 , p_3) oraz liczebności wyselekcjonowanych grup konsumentów. Powierzchnie kół na rysunku selektywności rynku są proporcjonalne do łącznych zakupów poszczególnych marek. Powierzchnie wspólnych części kół są proporcjonalne do liczebności nabywców odpowiednich zestawów produktów.



Rys. 6.1 Zasięg i selektywność marek produktów

Poniżej zaproponowano pewne sformalizowane podejście do problemu analizy selektywności rynku ułatwiające algorytmizację problemu, i w konsekwencji, wykorzystanie programu komputerowego. Jest to istotne gdyż mamy do czynienia z problemem kombinatorycznym, którego złożoność jest wykładniczo proporcjonalna do wymiaru (liczby marek produktów). Na przykład już dla 6 marek liczba możliwych kombinacji wynosi 63 i bez automatyzacji obliczeń analiza selektywności byłaby bardzo utrudniona. Klasyczne podejście do analizy selektywności rozszerzono także o problem prognozowania.

Dana jest lista lm marek produktów oznaczonych odpowiednio $p_1, p_2, \dots, p_{lm}$. W analizie selektywności rynku zakłada się możliwość wyboru przez respondentów jednej lub wielu różnych marek produktów. W dalszych rozważaniach wykorzystamy metody teorii zbiorów. Niech S będzie zbiorem, którego elementami są w/w marki produktów. S jest więc zbiorem lm -elementowym. Oznaczmy przez S_i podzbiory zbioru S , $S_i \subseteq S$. Zgodnie ze znanym twierdzeniem teorii zbiorów wszystkich podzbiorów zbioru n -elementowego jest 2^n .

Wyraża to następujący wzór:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

W naszym przypadku podzbiorów takich będzie 2^{lm} . Po odrzuceniu podzbioru pustego pozostaje $2^{lm}-1$ podzbiorów nietrywialnych. Wyczerpuje to wszystkie możliwe kombinacje marek produktów.

Utwórzmy uporządkowaną listę wszystkich podzbiorów (wliczając w to zbiór S). Uporządkowanie zostanie wykonane na dwóch poziomach: wg liczby elementów podzbiorów i w ramach podzbiorów równolicznych wg indeksów marek produktów $1..lm$. Np. dla trzech marek produktów p_1, p_2, p_3 otrzymamy:

$$S_1 = (p_1), S_2 = (p_2), S_3 = (p_3), S_4 = (p_1, p_2), S_5 = (p_1, p_3), S_6 = (p_2, p_3), S_7 = (p_1, p_2, p_3)$$

W ogólnym przypadku mamy zatem:

$$S_1, S_2, \dots, S_{2^{lm}-2}, S_{2^{lm}-1}, \text{ gdzie } S_{2^{lm}-1} \equiv S$$

Każdemu podzbirowi przyporządkowuje się liczbę:

$$n(S_j) = n_j$$

gdzie

n_j – liczba nabywców (liczebność) marek produktów tworzących podzbiór S_j ,
 $n_j \in \langle 0, lr \rangle$:

lr – liczba respondentów.

W rezultacie otrzymujemy następujący ciąg liczb będących liczebnościami nabywców poszczególnych zestawów produktów:

$$n_1, n_2, \dots, n_{2^{lm}-1}$$

Celem określenia łącznej liczby nabywców poszczególnych marek należy dla każdej marki zsumować liczebności n_j dla wszystkich podzbiorów zawierających tę markę. Oznaczmy tę wielkość przez z_i .

Łączne liczby nabywców poszczególnych marek można wyznaczyć za pomocą poniższego algorytmu:

Dane:

S – zbiór wszystkich marek produktów $(p_1, p_2, \dots, p_{lm})$

Dla każdego podzbioru $S_j \subseteq S$ znana jest liczba n_j nabywców marek produktów tworzących podzbiór S_j

Utwórz uporządkowaną listę wszystkich podzbiorów zbioru S ,

Dla produktu p_i , $i := 1$ do lm

Dla podzbioru S_j , $j := 1$ do $2^{lm}-1$ (6.1)

Jeżeli $p_i \in S_j$ to

$$z_i := z_i + n_j$$

Wynik:

Rozkład łącznej liczby nabywców poszczególnych marek produktów.

gdzie IN – operator przynależności do zbioru.

Zatem łączna liczba nabywców poszczególnych marek produktów wynosi:

$$z_1, z_2, \dots, z_j, \dots, z_{lm}$$

Traktując łączne zakupy jako miary pól kół (patrz rys. 6.1) można wyznaczyć promienie zasięgu poszczególnych marek produktów:

$$\pi r_i^2 = z_i \quad (6.2)$$

gdzie $i = 1, 2, \dots, lm$.

W ten sposób otrzymujemy następujący ciąg promieni zasięgu marek produktów:

$$r_1, r_2, \dots, r_{lm}$$

Powyższe rozważania można uogólnić wprowadzając czynnik czasu. Niech $t_1, t_2, \dots, t_k$ – okresy, w których przeprowadzono badania selektywności rynku. W tym przypadku rozkład liczebności nabywców poszczególnych marek produktów możemy zapisać w następującej postaci:

$$t=t_1$$

$$n(S_1) |_{t=t_1} = n_1(t_1)$$

$$n(S_2) |_{t=t_1} = n_2(t_1)$$

$$n(S_{2^{lm}-1}) |_{t=t_1} = n_{2^{lm}-1}(t_1)$$

$$t=t_2$$

$$n(S_1) |_{t=t_2} = n_1(t_2)$$

$$n(S_2) |_{t=t_2} = n_2(t_2)$$

$$n(S_{2^{lm}-1}) |_{t=t_2} = n_{2^{lm}-1}(t_2)$$

$$t=t_k$$

$$n(S_1) |_{t=t_k} = n_1(t_k)$$

$$n(S_2) |_{t=t_k} = n_2(t_k)$$

$$n(S_{2^{lm}-1}) |_{t=t_k} = n_{2^{lm}-1}(t_k)$$

Stosując algorytm (6.1) możemy obliczyć dla kolejnych okresów łączne liczby nabywców poszczególnych marek produktów:

$$z_1(t_1), z_2(t_1), \dots, z_{lm}(t_1)$$

$$z_1(t_2), z_2(t_2), \dots, z_{lm}(t_2)$$

$$z_1(t_k), z_2(t_k), \dots, z_{lm}(t_k)$$

(6.4)

W konsekwencji na podstawie wzoru (6.2) możemy wyznaczyć dla kolejnych okresów czasowych promienie zasięgu poszczególnych marek produktów:

$$\begin{array}{c}
 r_1(t_1), r_2(t_1), \dots, r_{lm}(t_1) \\
 r_1(t_2), r_2(t_2), \dots, r_{lm}(t_2) \\
 \text{-----} \\
 r_1(t_k), r_2(t_k), \dots, r_{lm}(t_k)
 \end{array}
 \tag{6.5}$$

Przepisując powyższe dane w układzie produktów otrzymujemy szeregi czasowe wartości promieni zasięgu poszczególnych marek produktów:

$$\begin{array}{c}
 r_1(t_1), r_1(t_2), \dots, r_1(t_k) \\
 r_2(t_1), r_2(t_2), \dots, r_2(t_k) \\
 \text{-----} \\
 r_{lm}(t_1), r_{lm}(t_2), \dots, r_{lm}(t_k)
 \end{array}
 \tag{6.6}$$

Niech w dalszym ciągu X_t oznacza zbiór obserwacji $X_t = \{v(s), s \in T_t\}$ gdzie T_t jest zbiorem okresów, w których dokonano badań selektywności rynku, $T_t = \{t_1, t_2, \dots, t_r\}$,

$t_1 < t_2 < \dots < t_r = t, s \leq t$. Jeżeli symbolem $v(\tau)$ oznaczmy wielkość prognozowaną w chwili τ , $\tau > t$, to prognoza tej wielkości $v(\tau, t)$ wyraża się wzorem

$$v(\tau | t) = O_{t,\tau}(X_t) \tag{6.7}$$

w którym $O_{t,\tau}$ oznacza predyktor.

Z przeprowadzonej analizy retrospektywnej, której efektem jest rozkład liczebności nabywców poszczególnych marek produktów wynika możliwość wyznaczenia prognozy liczebności nabywców w czasie $t = t_m$ ($m > k$).

$$n(S_1)|_{t=t_m}, n(S_2)|_{t=t_m}, \dots, n(S_{2^{lm}-1})|_{t=t_m} \tag{6.8}$$

Prognozy te determinujące podział nabywców w okresie prognozowanym można wyznaczyć za pomocą predyktorów (6.7) skonstruowanych na podstawie następujących szeregów czasowych:

$$\begin{array}{c}
 n_1(t_1), n_1(t_2), \dots, n_1(t_k) \\
 n_2(t_1), n_2(t_2), \dots, n_2(t_k) \\
 \text{-----} \\
 n_{2^{lm}-1}(t_1), n_{2^{lm}-1}(t_2), \dots, n_{2^{lm}-1}(t_k)
 \end{array}
 \tag{6.9}$$

będących zbiorami obserwacji X_t liczebności nabywców poszczególnych marek produktów, dokonanych w okresach $t_1, t_2, \dots, t_k$. Rozkład (1.8) umożliwia wyznaczenie łącznych zakupów poszczególnych marek produktów w okresie prognozowanym. Można ponownie zastosować algorytm (6.1). Otrzymujemy:

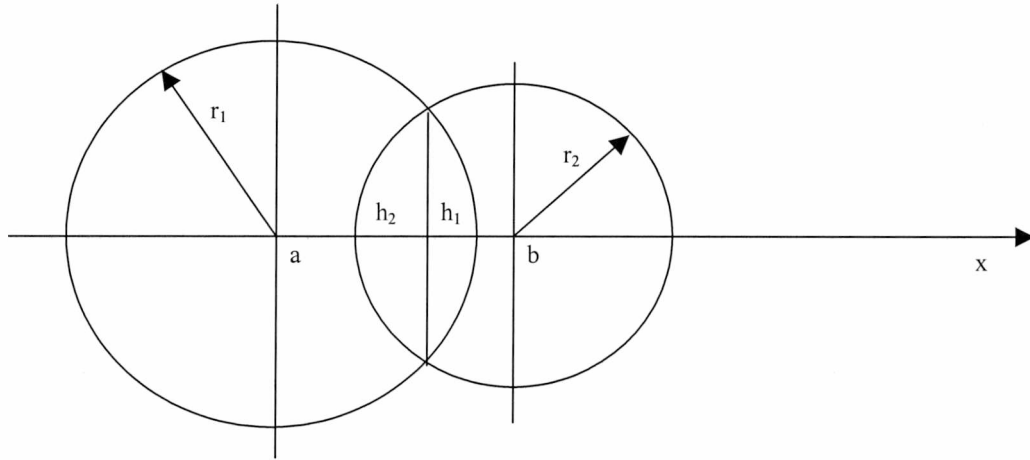
$$z_1|_{t=t_m}, z_2|_{t=t_m}, \dots, z_{lm}|_{t=t_m} \tag{6.10}$$

Zatem prognozę wartości promieni zasięgu poszczególnych marek produktów można wyznaczyć korzystając z wzoru (6.2), szeregów czasowych (6.9) oraz wzoru (6.7).

Ważnym problemem, mającym daleko idące konsekwencje praktyczne, jest określenie zasięgu marek na rynku, dzięki czemu mamy możliwość nie tylko wyselekcjonowania grupy nabywców, ale również wyznaczenia obszarów wpływów będących źródłem procesów przejścia i przestawienia się. Zauważmy, jednak, że zasięg i selektywność marek produktów, której graficznym obrazem jest rys. 6.1 nie uwzględnia miarowych związków dotyczących wzajemnego położenia odpowiednich kół. W związku z tym zanim przejdziemy do analizy

numerycznej dotyczącej selektywności rynku rozważmy problem określenia względnej pozycji okręgów.

Niech zatem dane będą dwa przecinające się okręgi i znane będzie pole wspólnej części obu kół. Należy znaleźć odległość środków tych kół (zob. rys. 6.2).



Rys. 6.2

Dla uproszczenia rachunków środki kół umiejscowiono na osi odciętych (rys.6.2). Równania okręgów kół wyrażają się następującymi wzorami:

$$(x - a)^2 + y^2 = r_1^2 \quad (6.11)$$

$$(x - b)^2 + y^2 = r_2^2$$

Rozwiązując powyższy układ równań znajdujemy współrzędną x punktów przecięcia okręgów:

$$x = \frac{(b^2 - a^2) + (r_1^2 - r_2^2)}{2(b - a)} \quad (6.12)$$

Pole powierzchni odcinka kołowego wyraża się wzorem:

$$P = \frac{1}{2} (lr - (d(r - h))) \quad (6.13)$$

gdzie

l – długość łuku odcinka kołowego,

d – cięciwa,

h – strzałka łuku.

Wzór (6.13) można przekształcić stosując następujące podstawienia [14]:

$$l \approx \sqrt{d^2 + \frac{16}{3} h^2}$$
$$d = 2\sqrt{2hr - h^2} \quad (6.14)$$

Po dokonaniu niezbędnych przekształceń otrzymujemy:

$$P = \sqrt{2hr + \frac{1}{3}h^2} - (r-h)\sqrt{2hr - h^2} \quad (6.15)$$

Wspólne pole jest sumą pól dwóch odcinków kołowych:

$$P = P_1 + P_2 \quad \text{gdzie}$$

$$P_1 = r_1 \sqrt{2h_1r_1 + \frac{1}{3}h_1^2} - (r_1 - h_1)\sqrt{2h_1r_1 - h_1^2} \quad (6.16)$$

$$P_2 = r_2 \sqrt{2h_2r_2 + \frac{1}{3}h_2^2} - (r_2 - h_2)\sqrt{2h_2r_2 - h_2^2}$$

Dla rozwiązania naszego zadania ustalimy położenie jednego okręgu i będziemy poszukiwać położenia środka drugiego z nich. Dla uproszczenia rachunków w dalszych rozważaniach przyjmujemy $a=0$, co oznacza umiejscowienie pierwszego okręgu w początku układu współrzędnych. Poszukiwaną wartością będzie współrzędna x-owa środka drugiego okręgu (na rys.6.1 oznaczona przez b).

Aby wyrazić wspólne pole w funkcji b należy we wzorze (6.16) wyeliminować h_1 i h_2 wyrażając je przez b . W tym celu wykorzystane zostaną zależności:

$$h_1 = r_1 - x$$

$$h_2 = r_2 - (b - x)$$

(patrz rys.6.1) oraz wzór (6.12).

Ostatecznie po przekształceniach otrzymujemy następujące wyrażenie określające zależność powierzchni wspólnej obu kół od odległości ich środków (przy ustalonych promieniach):

$$P = P_1 + P_2 \quad (6.17)$$

$$P_1 = r_1 \sqrt{\frac{r_1(r_2^2 - (b - r_1)^2)}{b} + \frac{1}{3} \frac{(r_2^2 - (b - r_1)^2)^2}{4b^2}} - \frac{b^2 + r_1^2 - r_2^2}{2b} \sqrt{\frac{r_1(r_2^2 - (b - r_1)^2)}{b} - \frac{(r_2^2 - (b - r_1)^2)^2}{4b^2}}$$

$$P_2 = r_2 \sqrt{\frac{r_2(r_1^2 - (b - r_2)^2)}{b} + \frac{1}{3} \frac{(r_1^2 - (b - r_2)^2)^2}{4b^2}} - \frac{b^2 - r_1^2 + r_2^2}{2b} \sqrt{\frac{r_2(r_1^2 - (b - r_2)^2)}{b} - \frac{(r_1^2 - (b - r_2)^2)^2}{4b^2}}$$

Znalezienie wyrażenia na b w jawnej postaci byłoby nieco kłopotliwe. Z tego względu sięgnięto po metody numeryczne. Napisano program komputerowy (zob. Dodatek 3), który oblicza wzajemne położenie trzech kół o zadanych polach indywidualnych i polach wspólnych. W programie równanie (6.17) rozwiązano metodą połowienia przedziału.

6.2. Prezentacja i analiza danych

Zastosowanie opisanego w rozdziale 6.1 podejścia do analizy selektywności rynku zostanie zilustrowane na przykładzie 4 produktów umownie nazwanych A, B, C, D.

Wykorzystane zostaną dane o miesięcznej sprzedaży tych produktów w okresie 2-letnim. Możliwych kombinacji produktów mamy w tym przypadku 15 (patrz rozdział 6.1). Odpowiednie szeregi czasowe zestawiono w tabeli 6.2.

Wykresy poszczególnych szeregów przedstawiono na rys.6.1. Stwierdzono i wyodrębniono trend liniowy we wszystkich szeregach. Wyznaczono liniowe funkcje trendu bazując na metodzie najmniejszych kwadratów. Wartości współczynników trendu zamieszczono w tabeli 6.1. Na rys. 6.2 zamieszczono wykresy trendów liniowych dla poszczególnych szeregów, a na rys.6.3 szeregi bez trendu. Te ostatnie szeregi zostaną dalej wykorzystane w procesie prognozowania.

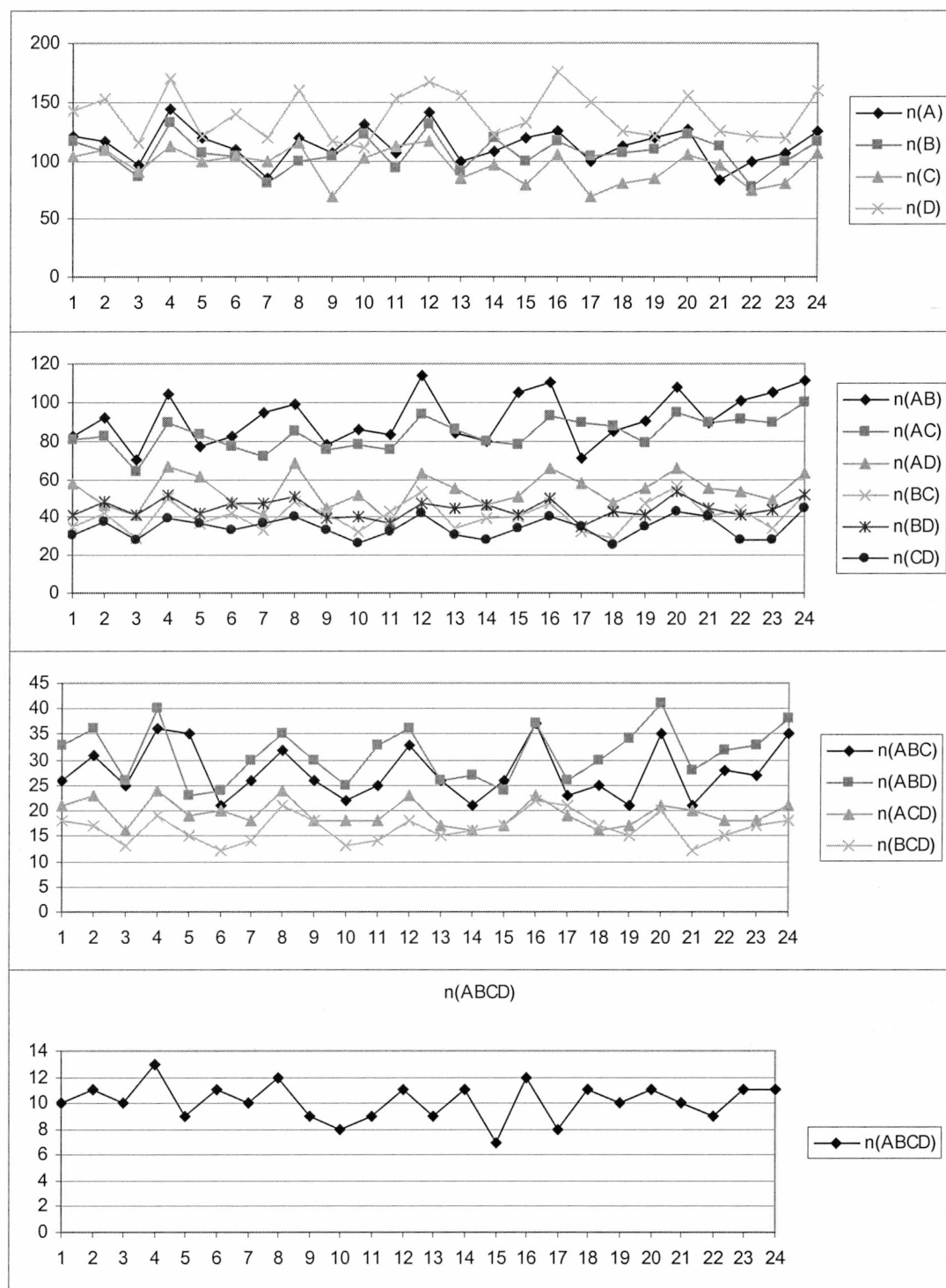
Estymatory parametrów w liniowych funkcjach trendu Tab. 6.1

Szeregi	a_i	b_i
n(A)	-0,202	116,86
n(B)	-0,013	106,72
n(C)	-0,565	105,36
n(D)	-0,080	140,11
n(AB)	0,538	82,56
n(AC)	0,504	75,27
n(AD)	0,153	51,23
n(BC)	0,166	38,01
n(BD)	0,017	44,21
n(CD)	0,041	33,80
n(ABC)	-0,027	28,09
n(ABD)	0,091	29,58
n(ACD)	-0,059	20,38
n(BCD)	0,036	15,93
n(ABCD)	-0,011	10,31

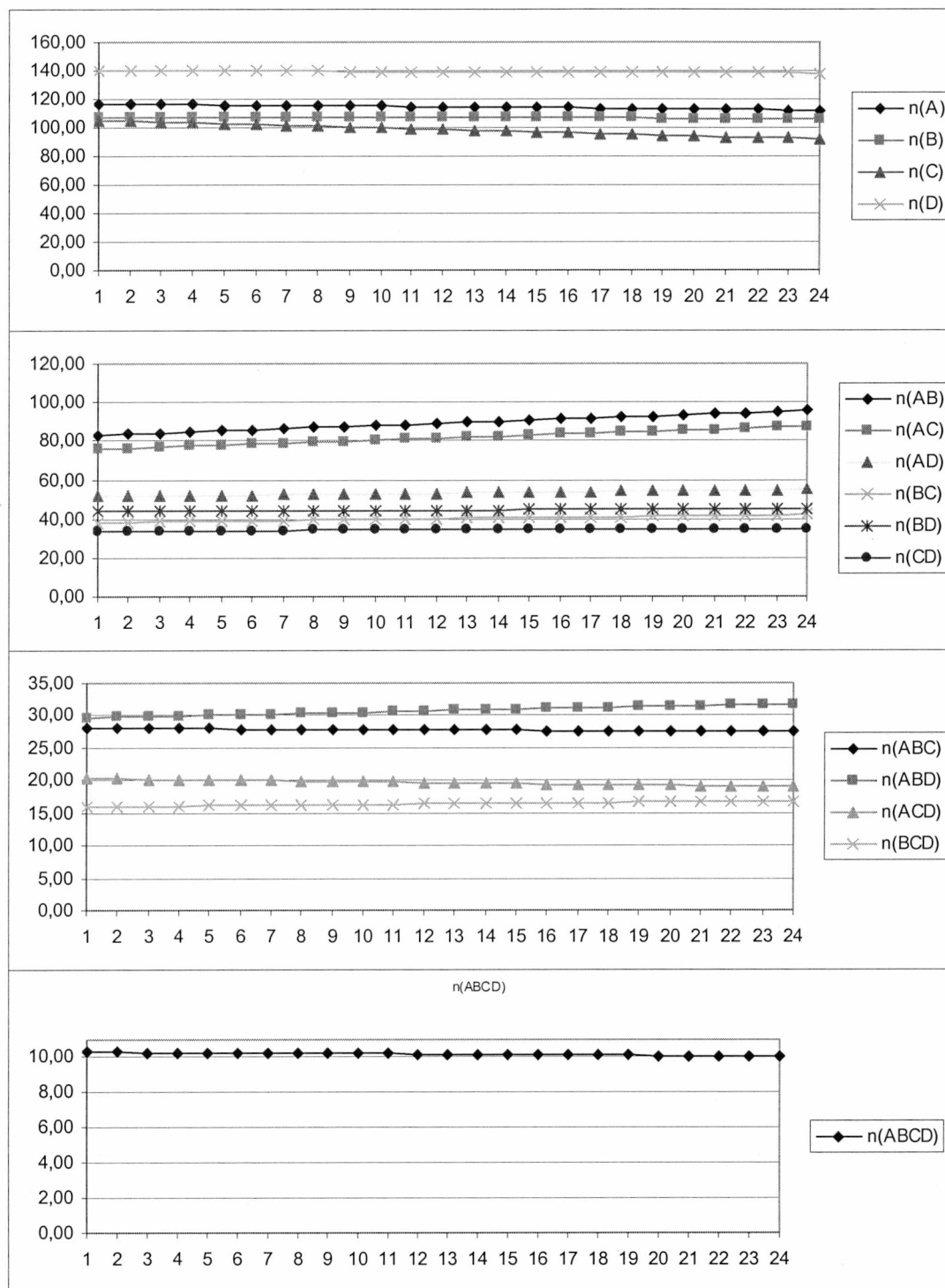
Liczba nabywców Tabela 6.2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n(A)	121	116	96	144	119	110	85	120	107	131	107	141
n(B)	116	108	87	132	107	103	81	100	103	122	93	131
n(C)	104	110	91	112	99	104	100	115	69	102	112	116
n(D)	142	152	115	170	121	140	120	160	117	111	152	167
n(AB)	82	92	70	104	77	82	95	99	78	86	83	114
n(AC)	81	82	64	89	83	77	72	85	75	78	75	94
n(AD)	58	46	41	67	61	48	41	68	45	52	38	63
n(BC)	35	42	29	50	37	42	33	48	42	32	43	53
n(BD)	41	48	41	52	42	47	47	51	39	40	37	47
n(CD)	31	38	28	39	37	33	37	40	33	26	32	42
n(ABC)	26	31	25	36	35	21	26	32	26	22	25	33
n(ABD)	33	36	26	40	23	24	30	35	30	25	33	36
n(ACD)	21	23	16	24	19	20	18	24	18	18	18	23
n(BCD)	18	17	13	19	15	12	14	21	18	13	14	18
n(ABCD)	10	11	10	13	9	11	10	12	9	8	9	11

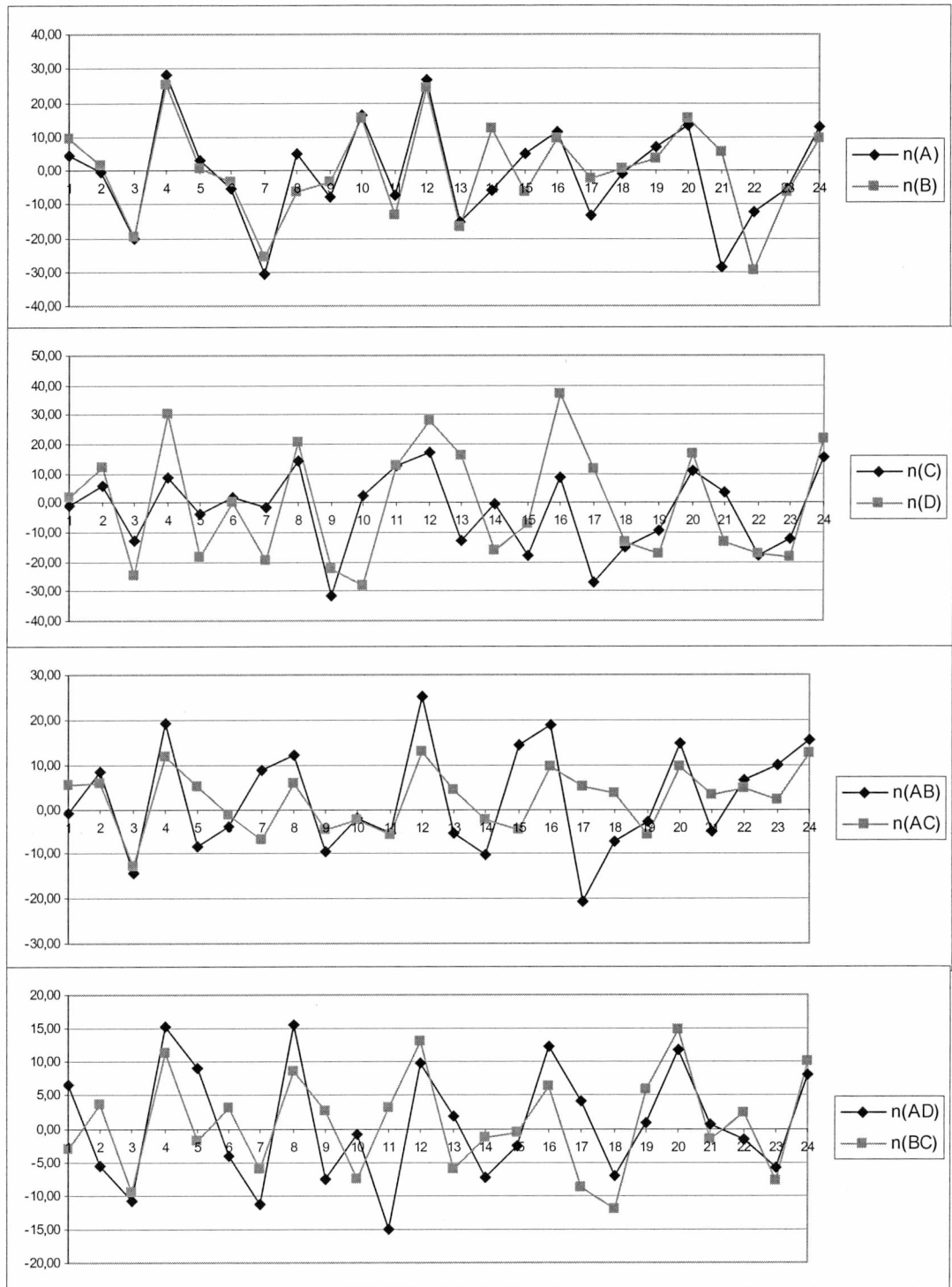
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
n(A)	99	108	119	125	100	112	120	126	84	100	107	125
n(B)	90	119	100	116	104	107	110	122	112	77	100	116
n(C)	85	97	79	105	69	80	85	105	97	75	80	107
n(D)	155	123	132	176	150	125	121	155	125	121	120	160
n(AB)	84	80	105	110	71	85	90	108	89	101	105	111
n(AC)	86	80	78	93	89	88	79	95	89	91	89	100
n(AD)	55	46	51	66	58	47	55	66	55	53	49	63
n(BC)	34	39	40	47	32	29	47	56	40	44	34	52
n(BD)	45	46	41	50	35	43	41	53	45	41	44	52
n(CD)	31	28	34	40	35	25	35	43	40	28	28	45
n(ABC)	26	21	26	37	23	25	21	35	21	28	27	35
n(ABD)	26	27	24	37	26	30	34	41	28	32	33	38
n(ACD)	17	16	17	23	19	16	17	21	20	18	18	21
n(BCD)	15	16	17	22	21	17	15	20	12	15	17	18
n(ABCD)	9	11	7	12	8	11	10	11	10	9	11	11



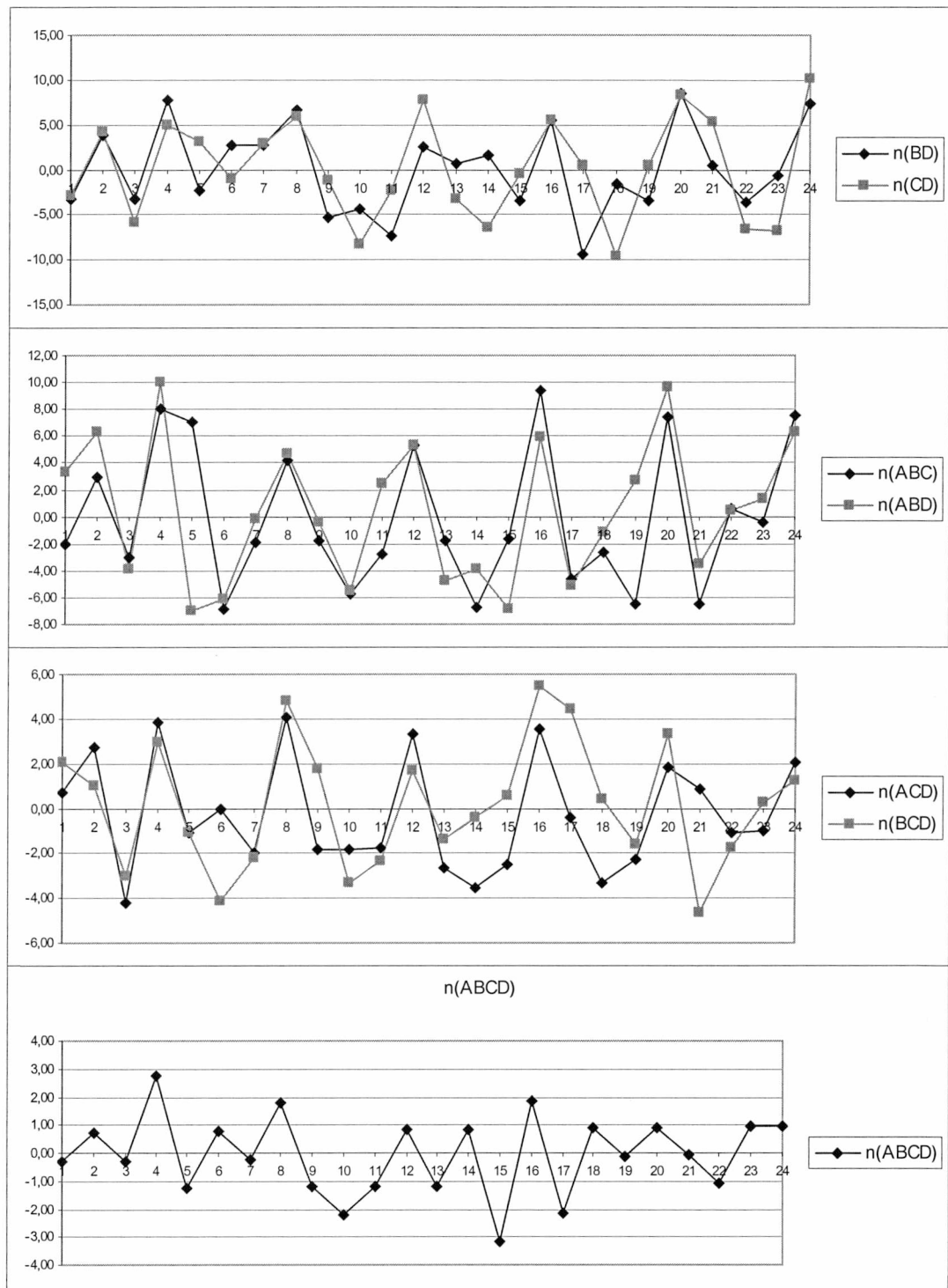
Rys. 6.1 Szeregi czasowe liczby nabywców - wyjściowe



Rys. 6.2 Szeregi czasowe liczby nabywców – trend



Rys. 6.3 Szeregi czasowe liczby nabywców –bez trendu



Rys. 6.3 (cd) Szeregi czasowe liczby nabywców– bez trendu

6.3. Prognozowanie

W badaniach wykorzystano symulator SNNS [53]. Opis podstawowych cech tego narzędzia zamieszczono w rozdziale 4.1 (Cz. I), a jego obsługę w Dodatku 1. W związku z wykorzystaniem logistycznej funkcji przejścia dane wejściowe powinny być przeskalowane do zakresu $[0,1]$ (patrz rozdział 4.2 wzory (4.1) i (4.2)). Przebieg procesu prognozowania w zasadniczych elementach nie różni się od przedstawionego w rozdziale 4.3 i w związku z tym nie będzie w tym miejscu powtarzany.

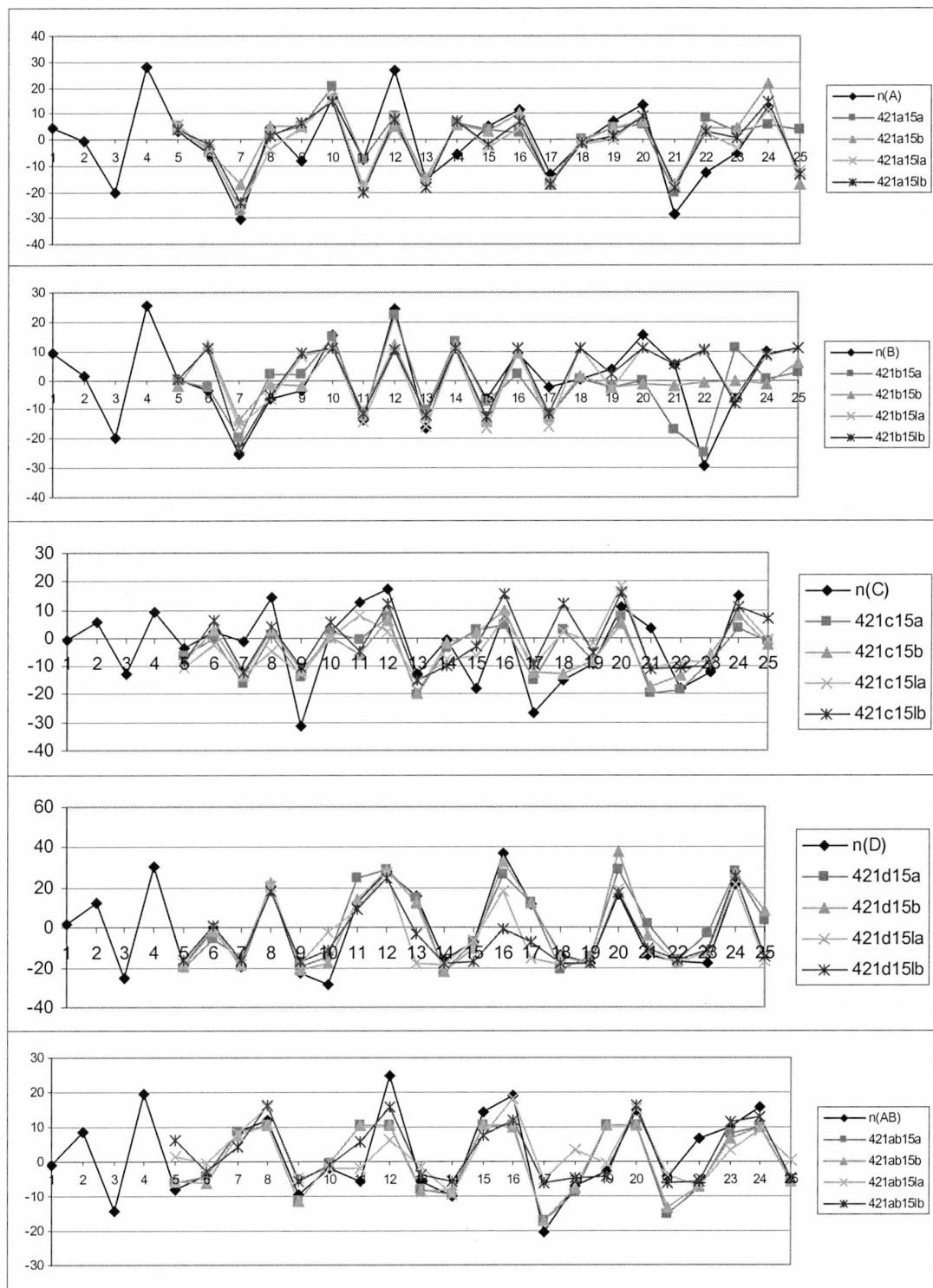
Prognozowanie wykonano dla szeregów po wcześniejszym odjęciu trendów. Dla każdego szeregu przeprowadzono kilka symulacji dla różnych konfiguracji plików uczenia i testowania. Pliki uczenia zawierają po 15 wzorców, a pliki testowania po 5 wzorców. Wiele przebiegów powtarzano kilkakrotnie celem wyeliminowania wpływu na proces uczenia wartości początkowych wag. Na rysunku 6.4 przedstawiono uzyskane wyniki prognoz (w tym prognoz wygasłych) dla kilku przykładowych szeregów bez trendu, a na rys. 6.5 te same wyniki po dodaniu trendu. Wykresy pozostałych szeregów znaleźć można w [10]. Symbolem 421x15 oznaczono 15-elementowe wzorce uczenia utworzone z pierwszych 15 elementów pliku z danymi, a symbolem 421x15l 15-elementowe wzorce wybrane losowo. Jako ostateczne wyniki prognozy wybrano wartości średnie z poszczególnych prób.

Prognozowanie wykonano także metodą analizy harmonicznej i metodą Holta. W przypadku analizy harmonicznej wykorzystano arkusz kalkulacyjny Microsoft Excel. Wyniki zamieszczono w rozdziale 6.4. Jeżeli chodzi o metodę Holta to napisano program w języku Pascal, który dobiera optymalne wartości parametrów α i β i oblicza prognozę zgodnie z poniższymi równaniami modelu [4]:

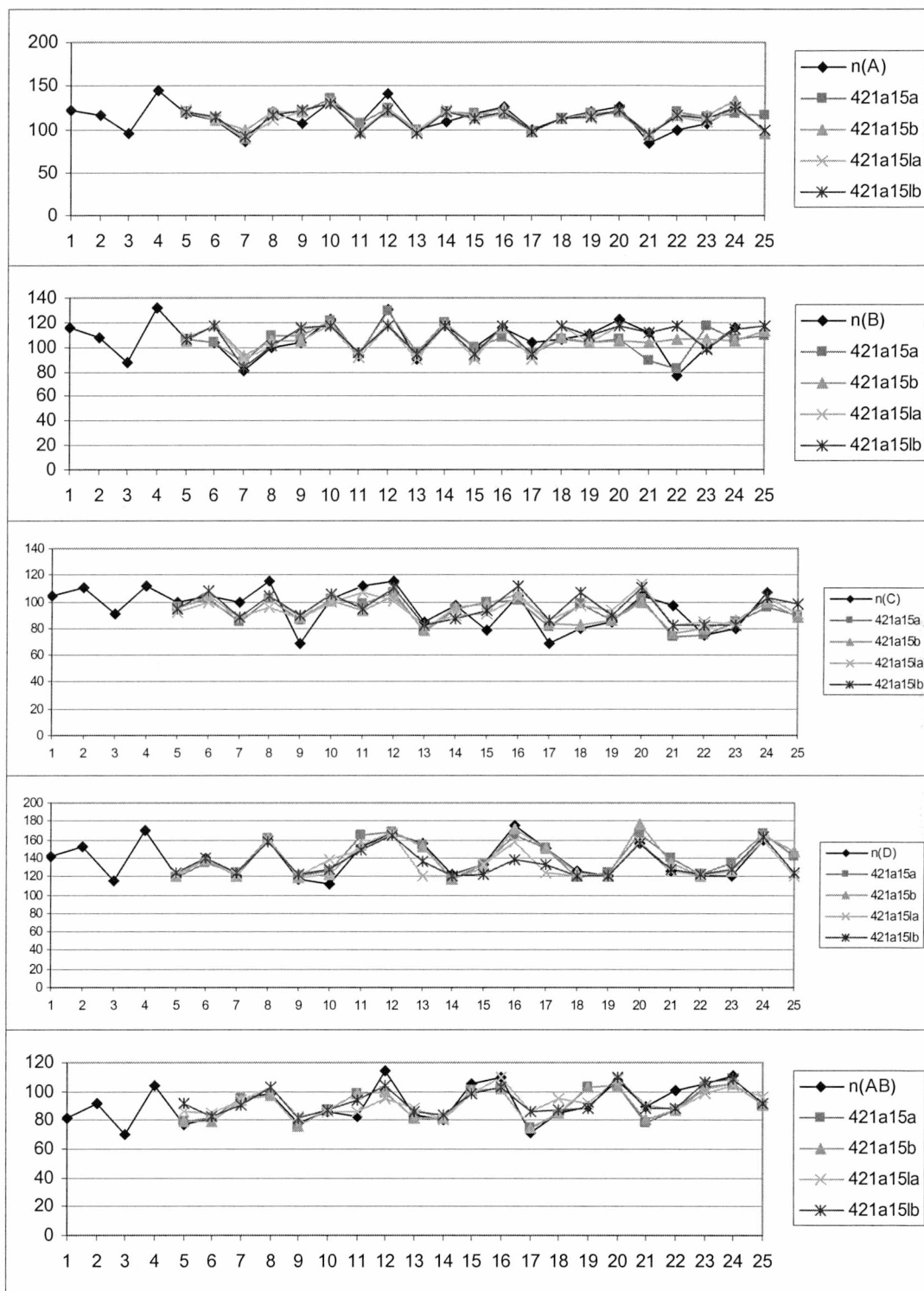
$$F_{t-1} = \alpha y_{t-1} + (1 - \alpha)(F_{t-2} + S_{t-2}) \quad (6.20)$$

$$S_{t-1} = \beta (F_{t-1} - F_{t-2}) + (1 - \beta) S_{t-2}$$

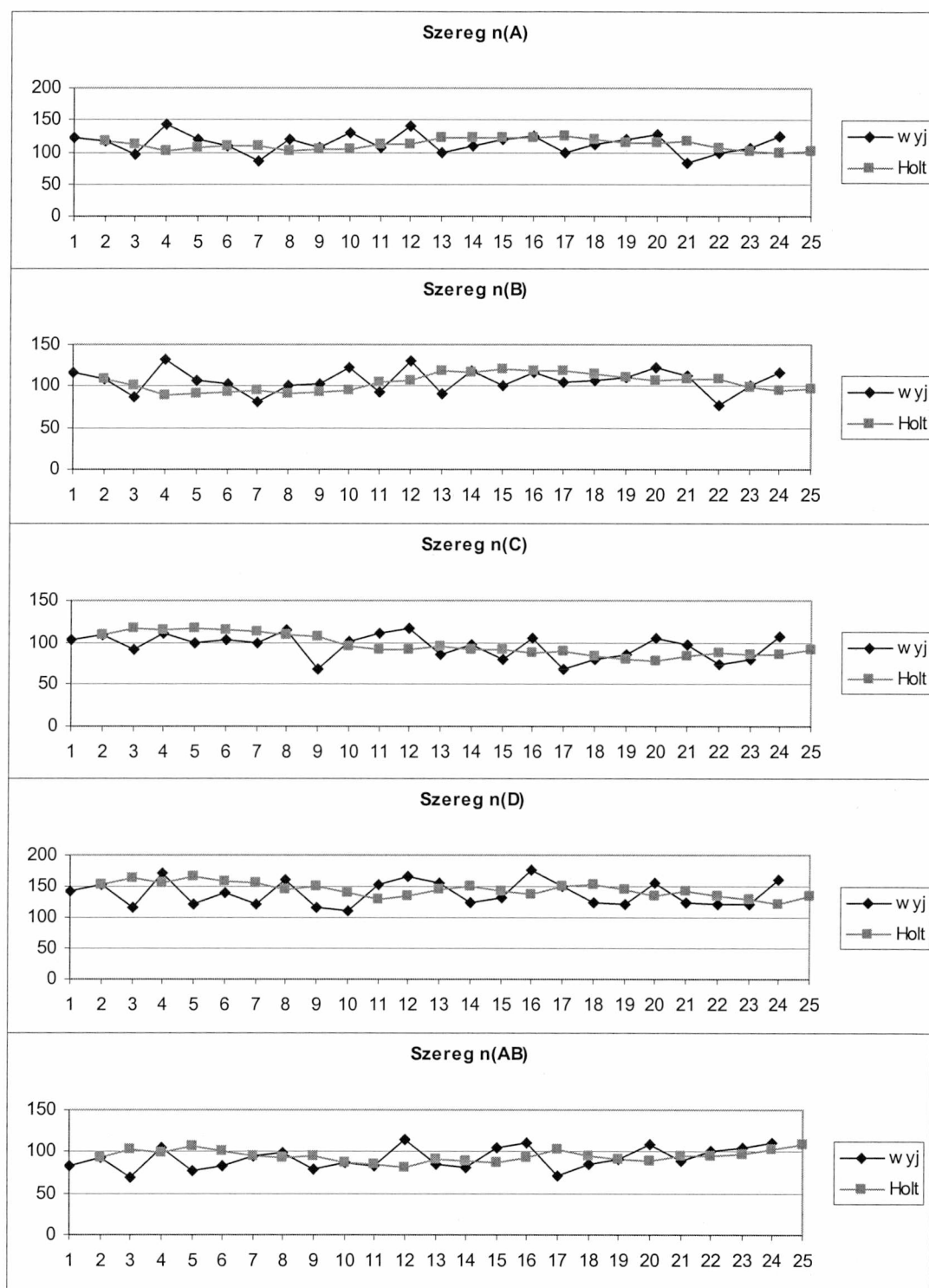
Wyniki zbiorcze prognozy omówiono w rozdziale 6.4, a na rys. 6.6 przedstawiono wykresy ilustrujące metodę.



Rys. 6.4 Szeregi bez trendu – porównanie prognoz



Rys. 6.5 Szeregi wyjściowe – porównanie prognoz



Rys. 6.6 Prognoza metodą Holta

6.4. Uzyskane wyniki

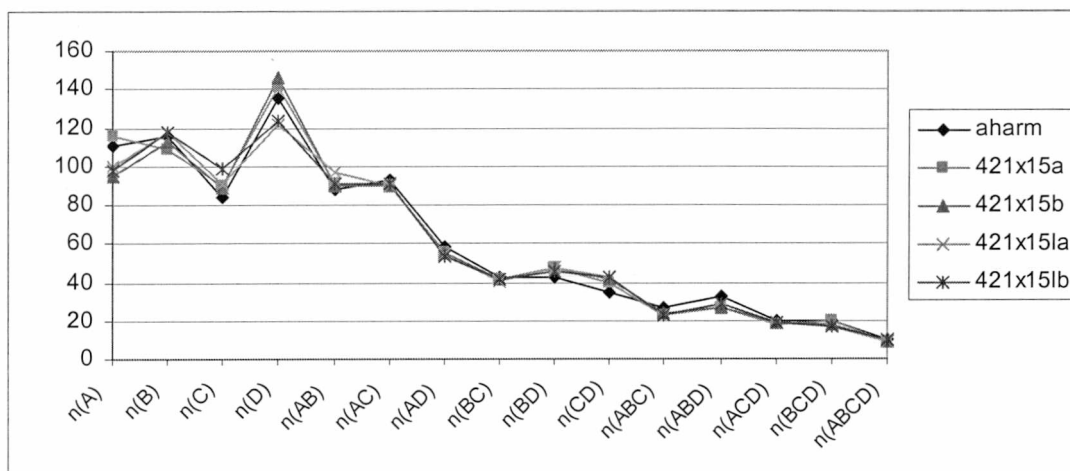
W tabeli 6.3 zamieszczono wyniki prognozy uzyskane metodą Holta. Podano także optymalne wartości parametrów α i β (patrz rozdział 6.3 wzory 6.3) oraz sumę kwadratów błędów dla 20 okresów retrospektywnych (SSE20) i błąd średni (MSE20). Zbiorcze prognozy uzyskane metodami: analizy harmonicznej, Holta i sieci neuronowej zestawiono w tabeli 6.4, a na rys.6.8 przedstawiono wykresy, na których dokonano porównania prognoz uzyskanych trzema metodami.

Wyniki prognozy uzyskane metodą Holta Tabela 6.3

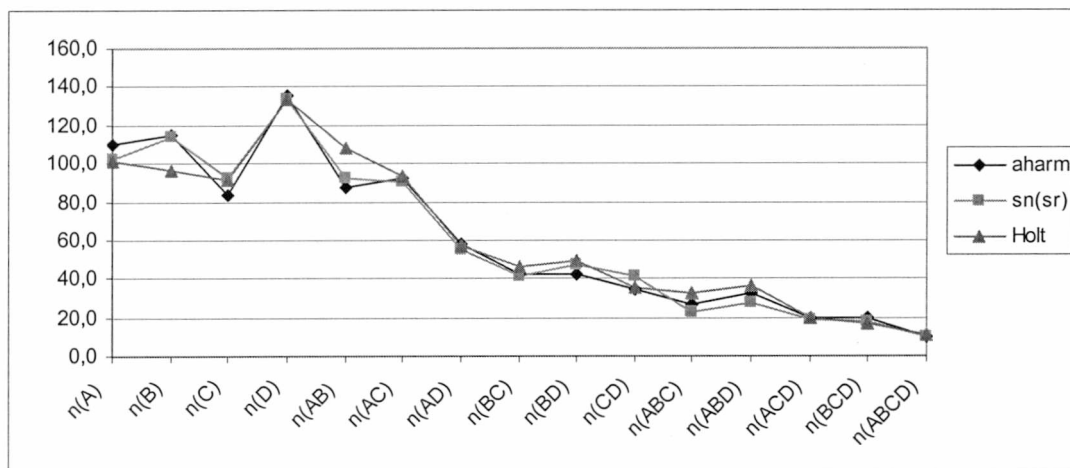
	α	β	k=25	SSE20	MSE20
n(A)	0,15	0,80	100,7	5964,64	298,23
n(B)	0,15	1,00	96,2	5328,86	266,44
n(C)	0,15	0,80	90,9	5898,52	294,93
n(D)	0,30	0,25	133,2	13490,9	674,55
n(AB)	0,25	0,60	108,2	5024,11	251,21
n(AC)	0,15	0,05	93,3	885,72	44,29
n(AD)	0,45	0,40	56,9	2720,37	136,02
n(BC)	0,25	0,70	46,5	2090,95	104,55
n(BD)	0,40	0,60	48,8	1043,52	52,18
n(CD)	0,25	1,00	35,4	1239,87	61,99
n(ABC)	0,30	1,00	32,3	1145,79	57,29
n(ABD)	0,30	0,40	36,3	922,37	46,12
n(ACD)	0,20	1,00	19,5	186,04	9,30
n(BCD)	0,35	0,20	16,5	252,63	12,63
n(ABCD)	0,25	1,00	10,4	73,47	3,67

Zestawienie prognoz uzyskanych różnymi metodami Tabela 6.4

Szereg	Metoda analizy harmonicznej	Metoda Holta	Metoda sieci neuronowych
n(A)	110,4	100,7	102,0
n(B)	115,1	96,2	114,0
n(C)	83,6	90,9	92,0
n(D)	135,0	133,2	133,0
n(AB)	87,5	108,2	92,2
n(AC)	92,7	93,3	90,3
n(AD)	58,4	56,9	54,7
n(BC)	42,1	46,5	41,2
n(BD)	42,1	48,8	46,9
n(CD)	34,1	35,4	41,6
n(ABC)	26,8	32,3	22,9
n(ABD)	32,8	36,3	27,7
n(ACD)	19,3	19,5	18,5
n(BCD)	19,5	16,5	17,7
n(ABCD)	9,6	10,4	9,4



Rys. 6.7 Porównanie prognoz uzyskanych dla różnych warunków uczenia sieci



Rys. 6.8 Porównanie różnych metod prognozowania

6.5. Analiza błędów i agregacja prognoz

6.5.1 Błąd prognozy

Najogólniej błąd prognozy określa się jako różnicę pomiędzy wartością zmiennej prognozowanej, a jej prognozą [16]. Błąd ten może być określony zarówno po upływie czasu, na który prognoza była wyznaczana (błąd ex post), jak i przed upływem tego czasu (błąd ex ante).

Podstawową postacią błędu ex post jest bezwzględny błąd prognozy ex post w czasie t :

$$q_t = y_t - \hat{y}_t, \quad t > n \quad (6.21)$$

gdzie

y_t - realizacja zmiennej Y w czasie $t > n$,

$\hat{y}_t$ - prognoza zmiennej Y na czas $t > n$.

W praktyce bardzo często wykorzystuje się także względny błąd prognozy ex post:

$$\delta_t = \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \cdot 100\% \quad (6.22)$$

Kolejnym rodzajem błędu ex post jest średni błąd prognoz ex post w przedziale weryfikacji:

$$\varphi = \frac{1}{T - n} \sum_{t=n+1}^T \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t} \cdot 100\% \quad (6.23)$$

Innym błędem wyznaczanym dla przedziału weryfikacji jest średni kwadratowy błąd prognoz ex post w przedziale weryfikacji:

$$s = \left(\frac{1}{T - n} \sum_{t=n+1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.24)$$

W naszym przypadku do oceny trafności prognozy zostanie wykorzystany średni błąd prognoz ex post w przedziale weryfikacji. Jako przedział weryfikacji zostanie wzięty przedział testowania sieci neuronowej. Jest to dopuszczalne podejście wynikające z tego, że nie dysponowano odpowiednio długimi szeregami czasowymi. W literaturze o sieciach neuronowych zaleca się aby, gdy jest to możliwe, wydzielić z szeregu czasowego obok zbioru do testowania także zbiór do weryfikacji. W naszym przypadku zbyt uszczupliłoby to zbiór do uczenia sieci.

Wyliczony według wzoru (6.23) średni błąd ex post dla szeregów czasowych charakteryzujących selektywność rynku zamieszczono w tabeli 6.5.

Ponieważ nie dysponowano wartościami zmiennych dla okresu prognozowanego, to błąd prognozy ex ante może być jedynie oszacowany. Po wzrokowej ocenie postaci reszt w przedziale weryfikacji wybrano oszacowanie błędu ex ante metodą wag harmonicznnych. Uzyskane wyniki dla szeregów czasowych charakteryzujących selektywność rynku zamieszczono w tabeli 6.5.

Średnie szacowane błędy

Tabela 6.5

Szeregi	średni błąd ex post [%]	błąd ex ante
n(A)	5,52	-9,71
n(B)	8,96	-2,67
n(C)	10,60	6,54
n(D)	4,57	-17,01
n(AB)	6,18	11,56
n(AC)	2,63	5,67
n(AD)	5,56	-1,36
n(BC)	9,24	4,44
n(BD)	6,60	4,29
n(CD)	7,70	0,27
n(ABC)	7,57	2,81
n(ABD)	8,45	3,05
n(ACD)	4,55	1,31
n(BCD)	10,87	-4,63
n(ABCD)	10,98	0,52

Podobny sposób postępowania można zastosować do oceny prognozy efektów cząstkowych zmian w obrotach (Cz. II p.5) oraz prognozy składników macierzy portfolio (Cz. II, p. 4).

6.5.2. Prognozy kombinowane

W sytuacjach, gdy jest brak przesłanek co do wyboru jednej optymalnej metody prognozowania możemy posłużyć się kombinacjami prognoz. Rozpatrzmy na początek dwie prognozy. Niech $\hat{Y}_{1T}$ i $\hat{Y}_{2T}$ będą prognozami nieznanej wartości Y_T procesu Y_t w okresie T wyznaczonymi odpowiednio metodami m_1 i m_2 . Prognozę kombinowaną prognoz $\hat{Y}_{1T}$ i $\hat{Y}_{2T}$ określamy następującym wzorem [24, 40]:

$$\hat{Y}_{KT}^{(2)} = w_1 \hat{Y}_{1T} + (1 - w_1) \hat{Y}_{2T} \quad (6.25)$$

gdzie $w_1 \in (0,1)$ oznacza nieznaną wagę.

W celu wyznaczenia prognozy kombinowanej $\hat{Y}_{KT}^{(2)}$ wystarczy, więc określić wagę w_1 przyjmując odpowiednie kryteria jej wyboru. Można łatwo sprawdzić, że wariancja błędu $D^2(B_K^{(2)})$, $B_K^{(2)} = Y_T - \hat{Y}_{KT}^{(2)}$ prognozy wyrażonej wzorem (6.25) ma postać

$$D^2(B_K^{(2)}) = D^2(Y_T) + w_1^2 D^2(\hat{Y}_{1T}) + (1 - w_1)^2 D^2(\hat{Y}_{2T}) - 2w_1 \text{Cov}(Y_T, \hat{Y}_{1T}) - 2(1 - w_1) \text{Cov}(Y_T, \hat{Y}_{2T}) + 2w_1(1 - w_1) \rho D(\hat{Y}_{1T}) D(\hat{Y}_{2T}) \quad (6.26)$$

gdzie ρ oznacza współczynnik korelacji między prognozami P_{1T} i P_{2T} .

Wagę w_1 , determinującą prognozę kombinowaną wyrażoną wzorem (6.25), określamy w ten sposób, aby wariancja błędu $D^2(B_K^{(2)})$ określanego wzorem (6.26) przyjmowała wartość najmniejszą. Przyrównując do zera pochodną wyrażenia (6.26) względem w_1 otrzymujemy optymalną wagę wyrażoną wzorem:

$$w_1 = \frac{D^2(P_{2T}) + \text{Cov}(\Delta w_i |_{t=T}, P_{1T}) - \text{Cov}(Y_T, P_{2T}) - \rho D(P_{1T})D(P_{2T})}{D^2(P_{1T}) + D^2(P_{2T}) - \rho D(P_{1T})D(P_{2T})} \quad (6.27)$$

Zauważmy, że w przypadku predykcji nieobciążonej oraz przy $\rho = 0$ wzory (6.26) i (6.27) przyjmują odpowiednio postać:

$$D^2(B_K^{(2)}) = D^{(2)}(Y_T) + w_1^2 D^2(P_{1T}) + (1 - w_1)^2 D^2(P_{2T}) \quad (6.28)$$

$$w_i = \frac{D^2(P_{2T})}{D^2(P_{1T}) + D^2(P_{2T})} \quad (6.29)$$

Prognozę $P_{KT}^{(2)}$ stanowiącą kombinację dwóch prognoz $\hat{Y}_{1T}$ i $\hat{Y}_{2T}$ wyznaczonych odpowiednio pierwszą i drugą metodą predykcji, określa wzór (6.25). Analogicznie można wyznaczyć prognozy $\hat{Y}_{KT}^{(3)}, \hat{Y}_{KT}^{(4)}, \dots, \hat{Y}_{KT}^{(n)}$, będące kombinacjami odpowiednio trzech, czterech, ..., n prognoz:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_T^{(3)} &= w_2(w_1\hat{Y}_{1T} + (1 - w_1)\hat{Y}_{2T}) + (1 - w_2)\hat{Y}_{3T} \\ \hat{Y}_T^{(4)} &= w_3(w_2(w_1\hat{Y}_{1T} + (1 - w_1)\hat{Y}_{2T}) + (1 - w_2)\hat{Y}_{3T}) + (1 - w_3)\hat{Y}_{4T} \end{aligned} \quad (6.30)$$

Czasami wygodniej jest posługiwać się względnym średnim błędem predykcji V_i , który jest równy błędowi średniemu predykcji podzielonemu przez wartość prognozy tzn.:

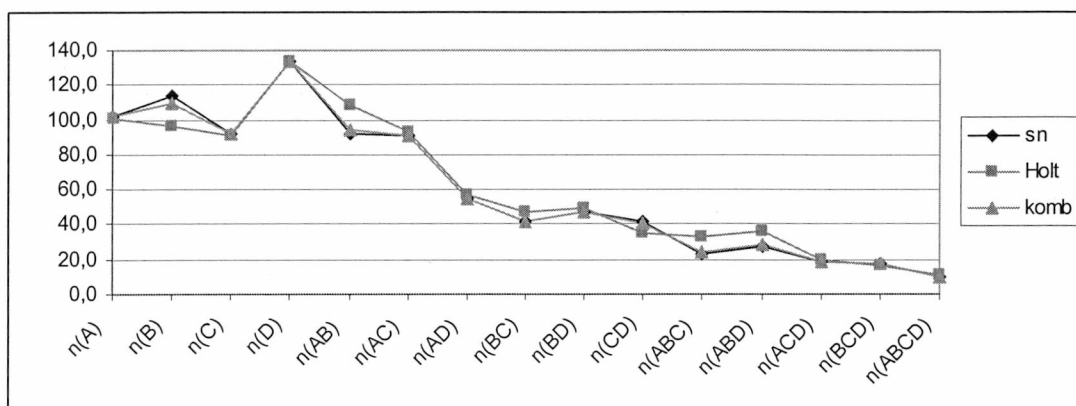
$$V_j = \frac{D(B_j)}{\hat{Y}_{iT}} \quad (j=1,2) \quad (6.31)$$

gdzie $B_j = Y_T - \hat{Y}_{jT}$ błąd predykcji wyznaczonej odpowiednio pierwszą ($j=1$) i drugą ($j=2$) metodą.

Poniżej przedstawiono prognozę kombinowaną dwóch prognoz: sieci neuronowej i metody Holta zastosowanych do prognozowania selektywności rynku. Do obliczenia współczynników wagowych wykorzystano wzór (6.27). Wariancje prognoz zostały oszacowane w oparciu o wariancje szeregów reszt. Uzyskane wyniki zamieszczono w tabeli 6.6 oraz na rys. 6.9.

Prognoza kombinowana Tabela 6.6

Szeregi	w_1	Prognoza kombinowana
n(A)	0,81	101,7
n(B)	0,76	109,8
n(C)	0,72	91,7
n(D)	0,91	133,1
n(AB)	0,86	94,5
n(AC)	0,81	90,9
n(AD)	0,87	55,0
n(BC)	0,85	42,0
n(BD)	0,85	47,2
n(CD)	0,88	40,9
n(ABC)	0,93	23,6
n(ABD)	0,87	28,9
n(ACD)	0,92	18,6
n(BCD)	0,75	17,4
n(ABCD)	0,76	9,7



Rys. 6.9 Porównanie prognoz: sieci neuronowej, Holta i prognozy kombinowanej

6.5.3. Prognozy przedziałowe

Obok prognoz punktowych wyznaczających jedną wartość prognozy uznaną za najlepszą ocenę wartości zmiennej prognozowanej, często wykorzystuje się prognozę przedziałową. Prognoza przedziałowa jest to przedział liczbowy, do którego z góry zadany prawdopodobieństwem zwanym wiarygodnością prognozy, należeć będzie wartość prognozowanej zmiennej.

Istnieje wiele sposobów wyznaczania przedziału prognozy [16]. Buduje się go najczęściej w sposób symetryczny wokół wartości oczekiwanej zmiennej prognozowanej wyznaczonej z modelu na okres T prognozy y_T^* :

$$P\{y_T^* - uv_T \leq y_T \leq y_T^* + uv_T\} = p$$

gdzie

p – wiarygodność prognozy,

u – współczynnik związany z wiarygodnością prognozy, rozkładem zmiennej prognozowanej oraz długością szeregu czasowego,

v_T – błąd prognozy ex ante, który w przypadku liniowej funkcji trendu wyznacza się ze wzoru

$$v_T = \left[\frac{(T - \bar{t})^2}{\sum_{t=1}^n (t - \bar{t})^2} + \frac{1}{n} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot s \quad (6.32)$$

gdzie

$\bar{t}$ – średnia wartość zmiennej czasowej w szeregu czasowym o n obserwacjach,

s – odchylenie standardowe reszt dane wzorem:

$$s = \left[\frac{1}{n - (m + 1)} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.33)$$

m – liczba zmiennych objaśniających (bez zmiennej stojącej przy wyrażeniu wolnym),

n – liczba obserwacji,

Jeżeli w procesie weryfikacji hipoteza o normalnym rozkładzie reszt modelu nie została odrzucona, to wartość współczynnika u odczytuje się z tablic rozkładu normalnego (dla $n > 30$) lub z tablic rozkładu t-Studenta dla $n-2$ stopni swobody i prawdopodobieństwa $1-p$.

W przypadku sieci neuronowych nie można oczywiście wykorzystać metod analitycznych określania prognozy przedziałowej. Poniżej zostanie zaprezentowana propozycja eksperymentalnego wyznaczenia przedziału ufności dla prognozowania z wykorzystaniem sieci neuronowych. Istota metody sprowadza się do nauczania pewnej liczby sieci, wyznaczenia średniej prognozy ze wszystkich sieci i na tej podstawie obliczenie przedziału ufności. Dalsze rozważania dotyczą jednokierunkowych wielowarstwowych sieci neuronowych.

Jak wiadomo, realizacja przez sieci neuronowe regresji polega na aproksymacji zależności zmiennej wyjściowej od zmiennej wejściowej bazującej na skończonej liczbie danych potencjalnie zasumionych (ze składnikiem losowym). mamy zatem zbiór danych w postaci p par $\{\vec{x}^{(i)}, t^{(i)}\}$, co do którego przyjmuje się, że został wygenerowany zgodnie z zależnością:

$$t(\vec{x}) = f(\vec{x}) + e(\vec{x}) \quad (6.34)$$

gdzie $e(\vec{x})$ jest składnikiem losowym (szum) ze średnią równą zero.

Sieć jest uczona dla realizacji powyższego problemu regresji. W takim przypadku wartość $o(\vec{x})$ uzyskaną na wyjściu sieci dla wartości wejściowej $\vec{x}$ można traktować jako oszacowanie funkcji regresji $f(\vec{x})$. W naszym przypadku chcemy ocenić dokładność oszacowania czystej regresji (bez składnika losowego).

W tym miejscu warto przypomnieć, że uczenie sieci polega na zmianie (doborze) wag w kierunku minimalizacji błędu wyrażonego za pomocą określonej funkcji celu. Najczęściej jest to funkcja średniokwadratowa zdefiniowana następująco:

$$E^{(p)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p (t^{(i)} - o^{(i)})^2 \quad (6.35)$$

gdzie $o^{(i)}$ - wartość na wyjściu sieci uzyskana dla wartości wejściowej $x^{(i)}$,

$t^{(i)}$ - wartość pożądana (rzeczywista) na wyjściu,

p - wielkość zbioru uczącego.

Proces uczenia kończy się po osiągnięciu pewnej założonej wartości funkcji błędu.

Rozpatrzmy teraz zestaw n sieci nauczonych na pewnym zbiorze danych. Wyjściem i-tej sieci dla wartości wejściowej $\vec{x}$ jest wartość $O(\vec{x}) \equiv o_i$. Jako oszacowanie regresji $f(\vec{x})$ dla zestawu n sieci bierzemy średnią wartość wyjść ze wszystkich sieci:

$$m(\vec{x}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n o_i(\vec{x}) \quad (6.36)$$

Rozważmy dalej rozkład prawdopodobieństwa $P(f(\vec{x}) | m(\vec{x}))$, że czysta regresja wynosi $f(\vec{x})$ przy oszacowaniu wynoszącym $m(\vec{x})$.

Założmy, że rozkład $P(f(\vec{x}) | m(\vec{x}))$ jest skupiony wokół $m(\vec{x})$. Sieci neuronowe są estymatorem obciążonym. Oznacza to, że wprowadzają one obciążenie, które należy

uwzględnić przy określaniu przedziałów ufności asymptotycznie poprawnych. W naszych rozważaniach przyjmujemy, że składowa obciążenia przedziałów ufności jest pomijalnie mała w porównaniu do składowej wariancji.

Poprawne przedziały można otrzymać przy założeniu, że $P(f(\vec{x})|m(\vec{x}))$ ma rozkład normalny. Wariancję tego rozkładu można oszacować na podstawie wariancji wyjść n sieci:

$$\sigma^2(\vec{x}) \equiv \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (o_i(\vec{x}) - m(\vec{x}))^2 \quad (6.37)$$

Z normalności rozkładu $P(f(\vec{x})|m(\vec{x}))$ wynika normalność rozkładu $P(m(\vec{x})|f(\vec{x}))$, który umożliwia znalezienie regresji $m(\vec{x})$.

Zatem poszukiwany przedział ufności wynosi:

$$m(\vec{x}) - u\sigma(\vec{x}) \leq f(\vec{x}) \leq m(\vec{x}) + u\sigma(\vec{x}) \quad (6.38)$$

gdzie u - współczynnik zależny od założonego poziomu ufności $1-\alpha$ i jest odczytywany z tablicy rozkładu t-Studenta dla stopni swobody równej liczbie sieci wykorzystanej do prognozowania.

W praktyce zamiast zestawu n sieci możemy wykorzystać jedną sieć i dla niej n razy wykonać całą procedurę prognozowania.

6.6. Analiza selektywności rynku

Celem obliczenia łącznej liczby nabywców poszczególnych marek produktów zarówno dla okresów retrospektywnych jak i dla okresu prognozowanego napisano program w języku Pascal (Dodatek 1). Program czyta plik z danymi o liczebności nabywców poszczególnych produktów w różnych okresach czasu i oblicza łączną liczbę nabywców tych produktów w podanych okresach. W programie wykorzystano algorytm (6.1) zamieszczony w rozdziale 6.1. Otrzymane szeregi czasowe

$$z_A(t_j), z_B(t_j), z_C(t_j), z_D(t_j)$$

gdzie $j = 1, 2, \dots, 25$

zamieszczono w tabeli 6.7.

Na podstawie wartości szeregów z tabeli 6.7 i wzoru (6.2) obliczono promienie zasięgu poszczególnych marek produktów. Ich wartości zamieszczono w tabeli 6.8.

Łączna liczba nabywców												Tabela 6.7	
Okres Prod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
A	432	437	348	517	426	393	377	475	388	420	388	515	
B	361	385	301	446	345	342	336	398	345	348	337	443	
C	326	354	276	382	334	320	310	377	290	299	328	390	
D	354	371	290	424	327	335	317	411	309	293	333	407	

Tabela 6.7 cd													
Okres Prod	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	402	389	427	503	394	414	426	503	396	432	439	504	418
B	329	359	360	431	320	347	368	446	357	347	371	433	372
C	303	308	298	379	296	291	309	386	329	308	304	389	334
D	353	313	323	426	352	314	328	410	335	317	320	408	351

Promienie zasięgu												Tabela 6.8	
Okres Prod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
A	11,7	11,8	10,5	12,8	11,6	11,2	11,0	12,3	11,1	11,6	11,1	12,8	
B	10,7	11,1	9,8	11,9	10,5	10,4	10,3	11,3	10,5	10,5	10,4	11,9	
C	10,2	10,6	9,4	11,0	10,3	10,1	9,9	11,0	9,6	9,8	10,2	11,1	
D	10,6	10,9	9,6	11,6	10,2	10,3	10,0	11,4	9,9	9,7	10,3	10,6	

Tabela 6.8 cd

Okres Prod	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	11,3	11,1	11,7	12,7	11,2	11,5	11,6	12,7	11,2	11,7	11,8	12,7	11,5
B	10,2	10,7	10,7	11,7	10,1	10,5	10,8	11,9	10,7	10,5	10,9	11,7	10,9
C	9,8	9,9	9,7	11,0	9,7	9,6	9,9	11,1	10,2	9,9	9,8	11,1	10,3
D	10,6	10,0	10,1	11,6	10,6	10,0	10,2	11,4	10,3	10,0	10,1	11,4	10,6

Celem graficznego zilustrowania selektywności rynku (patrz rozdział 6.1) napisano program w języku Pascal, który oblicza wzajemne położenie trzech kół, których pola powierzchni są proporcjonalne do łącznych zakupów poszczególnych marek, a powierzchnie wspólnych części są proporcjonalne do liczebności nabywców odpowiednich par produktów. Nie można na płaszczyźnie zilustrować na jednym rysunku wspólnych części kół dla większej liczby nabywców. Wyniki uzyskane w programie (odległości środków kół) zostały wykorzystane do otrzymania obrazu graficznego selektywności rynku (rys. 6.10, 6.11).

Na rys. 6.10 i 6.11 zilustrowano wzajemne położenie kół dla produktów A, B i C. Ilustracja obejmuje okresy 1 i 25 (prognozowany). Rysunki zostały wykonane przy użyciu pakietu *Mathematica* z wykorzystaniem wyników uzyskanych przez program *Polkol* (zob. Dodatek 5, p.5.2). W lewej kolumnie zamieszczono wydruki plików wyjściowych utworzonych przez program *Polkol*.

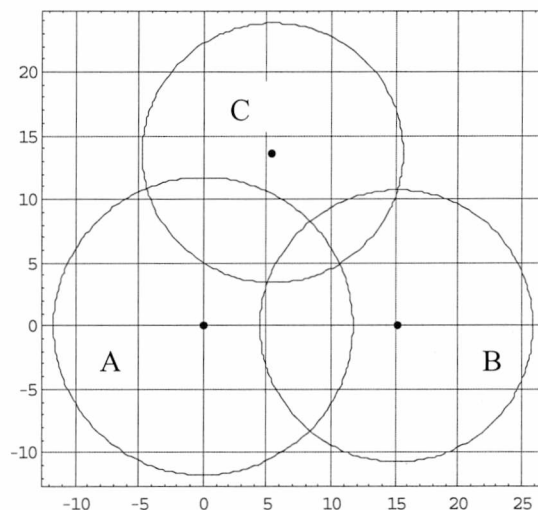
Okres 1

Dane wejściowe:

Pole1: 432
Pole2: 361
Pole3: 326
Pole1-2: 82
Pole1-3: 81
Pole2-3: 35

Wyniki:

Promienie kol
 $r_1=11.73$ $r_2=10.72$ $r_3=10.19$
Odległości srodkow kol
 $b(1-2)=15.21$
 $b(1-3)=14.66$
 $b(2-3)=16.77$
Współrzędne srodka 1-go kola:
 $(x,y)=(0.00,0.00)$
Współrzędne srodka 2-go kola:
 $(x,y)=(15.21,0.00)$
Współrzędne srodka 3-go kola:
 $(x,y)=(5.42,13.62)$



Rys. 6.10 Wzajemne położenie kół - okres 1

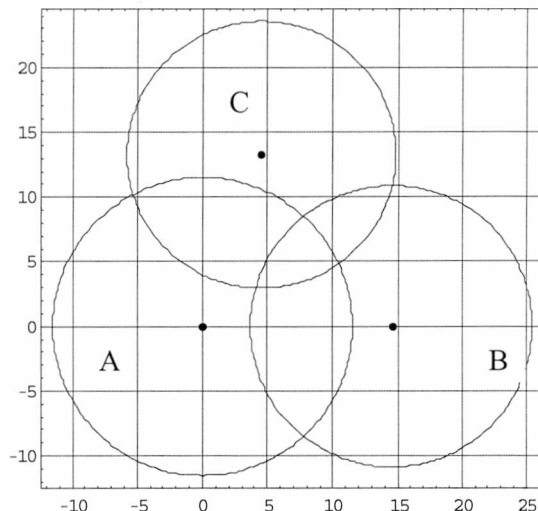
Okres 25

Dane wejściowe:

Pole1: 418
Pole2: 372
Pole3: 334
Pole1-2: 92
Pole1-3: 90
Pole2-3: 41

Wyniki:

Promienie kol
 $r_1=11.53$ $r_2=10.88$ $r_3=10.31$
Odległości srodkow kol
 $b(1-2)=14.57$
 $b(1-3)=14.03$
 $b(2-3)=16.61$
Współrzędne srodka 1-go kola:
 $(x,y)=(0.00,0.00)$
Współrzędne srodka 2-go kola:
 $(x,y)=(14.57,0.00)$
Współrzędne srodka 3-go kola:
 $(x,y)=(4.58,13.26)$



Rys. 6.11 Wzajemne położenie kół - okres 25

Rozdział 7

Segmentacja rynku

Tradycyjny marketing był marketingiem zagregowanym (niezróżnicowanym). Produkty są w nim kierowane do całego rynku zakładając, że nie występują na nim istotne różnice w upodobaniach i zapotrzebowaniu odbiorców. Marketing zagregowany jest oparty na określonych cechach produktu, które są akceptowane przez większość nabywców [20].

Strategią przeciwną do marketingu zagregowanego jest segmentacja rynku. Polega ona na dostosowaniu działań marketingowych do cech i potrzeb jednorodnych grup nabywców (segmentów rynku), wyodrębnionych z całości rynku. Może się ona odnosić do określonego produktu lub grupy produktów (tzw. jednostki strategicznej).

Wg McDonalda [36] proces segmentacji rynku polega na podziale klientów lub potencjalnych klientów w obrębie jakiegoś rynku na grupy, czyli segmenty, w których wszyscy klienci mają te same lub podobne wymagania zaspokajane swoistą kompozycją marketingową.

Segmenty wyznaczają obszar ekspansji przedsiębiorstwa i stanowią punkt wyjścia dla ustalenia rynku docelowego zbytu i strategii marketingowej. Są one adresatami odmiennych produktów, cen, sposobów sprzedaży i działań marketingowych.

Decyzję o tym, że przedsiębiorstwo będzie realizować którąś z form segmentacji rynku musi być poprzedzona ogólną analizą rynku i powinna być podjęta gdy potencjalny rynek jest zróżnicowany i można w nim wyodrębnić jednorodne grupy odbiorców.

7.1. Proces segmentacji rynku

Proces segmentacji rynku rozpoczyna się od zdefiniowania produktu i rynku, którego ma dotyczyć segmentacja. Należy przy tym unikać zarówno zbyt wąskich, jak również zbyt szerokich definicji rynku. Przystępując do określenia rynku, który zostanie poddany segmentacji należy wykonać następującą sekwencję działań [36]:

- podział produktów na asortymenty (zaleca się dokonanie tego podziału z perspektywy klienta),
- uzupełnienie określonych wcześniej asortymentów o produkty konkurencyjne oraz te, które klienci postrzegają jako alternatywne,
- przypisanie każdemu asortymentowi potrzeby, jaką klienci starają się zaspokoić za pomocą tego asortymentu,
- połączenie asortymentów, które zaspokajają tę samą potrzebę lub potrzeby bardzo bliskie. Otrzymujemy w ten sposób możliwe definicje rynków.
- ocena dla każdego rynku całkowitej wartości (wolumenu) sprzedaży konkurencyjnych produktów w analizowanym obszarze geograficznym,
- zakładając, że w wyniku segmentacji rynek może być podzielony na kilka (zazwyczaj 4 do 8) segmentów należy w tym miejscu ocenić czy rynek nie został zdefiniowany zbyt wąsko (wartość/wolumen są zbyt małe), ani zbyt szeroko (wartość/wolumen zbyt duże).

Staranne przeprowadzenie segmentacji wymaga bardzo wielu informacji. Należą do nich:

- informacje pozwalające zrozumieć funkcjonowanie rynku,
- szacunkowe dane o wielkości rynku i jego podziale na konkurencyjne produkty i usługi,
- charakterystyki opisowe różnych grup klientów obecnych na rynku,
- informacje o podstawowych wymaganiach stawianych produktowi przez klientów,
- informacje o korzyściach zapewnianych przez określone cechy produktu ,
- informacje o względnym znaczeniu tych korzyści dla różnych grup klientów obecnych na rynku.

Segmentacja jest wykonywana na podstawie określonych kryteriów. W zależności od wybranych kryteriów można mówić o różnych rodzajach segmentacji jak np. segmentacja geograficzna, segmentacja demograficzna itp.

Kryteria stosowane przy segmentacji powinny spełniać następujące warunki [36]:

- powinny umożliwiać rozróżnienie segmentów w taki sposób, by każdy z nich miał odmienną charakterystykę i mógł być obsługiwany za pomocą swoistej dla niego strategii marketingowej ,
- każdy wyróżniony segment musi być dostatecznie duży, aby uzasadnione było inwestowanie w jego eksploatację
- każdy wyróżniony segment musi dać się jednoznacznie opisać,
- każdy segment powinien charakteryzować się jakimś swoistym czynnikiem wpływającym na decyzję o zakupie,

7.2. Formalizacja problemu

Z powyższych uwag (zob. rozdział 7.1) wynika, że staranne przeprowadzenie segmentacji wymaga zgromadzenia, a następnie przetworzenia bardzo wielu informacji dotyczących rynku i produktu. Tak poważne zapotrzebowanie na informacje powoduje, że w procesie segmentacji sięga się coraz częściej po środki informatyczne. W wielu przypadkach staje się to wręcz niezbędne. Informatyzacja oznacza z kolei uogólnienia i formalizację problemu. W poniższych rozważaniach zostanie zaprezentowane wykorzystanie metod klasyfikacyjnych w procesie segmentacji rynku.

Istnieje wiele definicji klasyfikacji. Najogólniej można powiedzieć, że jest to czynność podziału zbioru obiektów na podzbiory (najczęściej rozłączne) według ustalonego kryterium opartego na cechach obiektów. Wyodrębnia się klasyfikację wzorcową, zwaną także analizą dyskryminacyjną, gdy struktura klas jest znana tzn. gdy dysponuje się a priori choćby częściową charakterystyką klas. Gdy nic nie wiadomo o strukturze klas to mówimy o klasyfikacji bezwzorcowej nazywanej inaczej analizą skupień (*ang. cluster analysis*). Inne podziały metod klasyfikacji zostaną przedstawione dalej.

Pierwszy rodzaj klasyfikacji to w terminologii sieci neuronowych uczenie z nadzorem, drugi rodzaj to uczenie bez nadzoru.

Podstawowe cele klasyfikacji to [26]:

- uzyskanie jednorodnych obiektów, w których łatwiej można wyróżnić czynniki systematyczne,
- porównanie obiektów wielocechowych,

- wnioskowanie o nieznanym cechach obiektów na podstawie znajomości klasy do której należą.

W przypadku segmentacji rynku obiektami są klienci, cechami charakterystyki klientów, a celem segmentacji jest wyodrębnienie w miarę jednorodnych grup nabywców wobec których firma powinna stosować odrębne strategie marketingowe.

Niech będzie zatem dany zbiór N obiektów reprezentujących klientów badanego rynku [45]:

$$\Omega = \{O_1, O_2, \dots, O_N\} \quad (7.1)$$

oraz zbiór M cech (charakterystyk klientów) opisujących te obiekty:

$$\aleph = \{X_1, X_2, \dots, X_M\} \quad (7.2)$$

Dane o badanych obiektach możemy przedstawić w postaci macierzy o wymiarach $[N \times M]$, której elementami są wartości cech obiektów. Tworzą one przestrzeń klasyfikacji.

$$\aleph = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1M} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{NM} \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

W macierzy (7.3) poszczególne wiersze reprezentują opisywane obiekty. Zatem i -ty obiekt jest opisany przez wektor postaci:

$$x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iM})$$

Oznacza to, że poszczególne obiekty mogą być interpretowane jako punkty w przestrzeni M -wymiarowej. Interpretacja ta leży u podstaw wielu metod dyskryminacyjnych.

W zagadnieniach klasyfikacji zbiór Ω obiektów należy, zgodnie z pewnym kryterium klasyfikacji, podzielić na P podzbiorów $A_1, A_2, \dots, A_P$ jednorodnych ze względu na wartości opisujących je cech. Podział powinien spełniać następujące warunki formalne:

1. Zupełność

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_P = \Omega$$

Suma podzbiorów jest równa zbiorowi początkowemu.

2. Rozłączność

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad (i, j = 1, 2, \dots, P \quad i \neq j)$$

Podzbiory są parami rozłączne.

3. $A_i \neq \emptyset \quad (i = 1, 2, \dots, P)$

W uzyskanym podziale nie ma podzbiorów pustych.

Liczba P podzbiorów może być znana i zadana z góry, ale najczęściej jest ona wyznaczana w oparciu o statystyczne kryteria podziału. W praktycznych realizacjach segmentacji rynku wynosi najczęściej 4 do 8.

Kryterium podziału jest funkcjonalem określonym na zbiorze wszystkich podzbiorów zbioru Ω i mierzy stopień wewnętrznej jednorodności klas oraz międzyklasową heterogeniczność [26].

Z formalnego punktu widzenia zadanie wydaje się być proste. Wystarczy dokonać wszystkich możliwych podziałów zbioru na grupy, porównać je i wybrać podział najlepszy. Jest to zagadnienie kombinatoryczne, którego złożoność obliczeniowa rośnie wykładniczo. Np. liczba możliwych podziałów 25 obiektów na 5 grup przekracza 10^{15} .

7.3. Opis cech obiektów

Uwagi ogólne

Cechy są własnościami obiektów. Przyjmują one wartości z określonego zbioru cech. Biorąc pod uwagę sposób wyrażania wartości cech można je podzielić na cechy ilościowe (*ang. quantitative*) i cechy jakościowe (*ang. qualitative*) nazywane także cechami opisowymi. Wartości cech ilościowych są liczbami wyrażonymi w określonych jednostkach miary (np. miesięczny dochód rodziny). Wartościom cech opisowych są przypisywane symbole lub opisy słowne. Można je także wyrazić (najczęściej jest to wymóg komputerowego przetwarzania danych) za pomocą liczb. Np. dla cechy płeć wartość 1 może oznaczać mężczyznę, a wartość 0 kobietę.

Inny podział cech jest oparty na stosowanej skali pomiaru. W tym przypadku rozróżnia się cztery następujące skale:

- nominalną,
- porządkową,
- przedziałową,
- ilorazową.

Skala nominalna (nazywana skalą nazw) jest najczęściej stosowana do pomiaru cech jakościowych. O dwóch obiektach możemy tylko powiedzieć czy mają takie same wartości cechy nominalnej, czy różne. Szczególnym przypadkiem skali nominalnej jest skala dychotomiczna stosowana do pomiaru cechy dwuwartościowej.

Skala porządkowa pozwala nie tylko odróżnić dwa obiekty, ale także określić znak tej różnicy. Zbiór wartości cechy jest uporządkowany, ale nie jest znana odległość pomiędzy wartościami. Typowymi cechami tego typu są wszelkiego rodzaju oceny np. ocena jakości produktu. W zbiorze wartości cechy mierzonej według skali porządkowej zachodzi relacja przechodniości tj.

$$(x_A < x_B) \wedge (x_B < x_C) \Rightarrow x_A < x_C$$

W przypadku skali przedziałowej można ustalić różnice między wartościami cechy. Na tej skali ustalone jest zero umowne, co pozwala zachować różnice między wartościami mimo zmiany jednostek miary.

Dla skali ilorazowej dopuszczalne jest także mnożenie i dzielenie wartości. Punkt zerowy w tym przypadku ma charakter bezwzględny co umożliwia liczbowe porównywanie cech. Przykładem może być wielkość mieszkania mierzona w m^2 w przypadku badania rynku meblarskiego.

Wybór cech obiektów.

Zbiór potencjalnych cech obiektów (charakterystyk klientów) powinien zawierać te wszystkie wielkości, które najlepiej i najpełniej opisują obiekt z interesującego nas punktu widzenia (zob. rozdział 7.2). Z formalnego punktu widzenia cechy powinny odznaczać się następującymi właściwościami:

- dostatecznie duża zmienność (mierzona np. stosunkiem odchylenia standardowego do wartości średniej). Jest to podstawowy warunek przeprowadzenia dyskryminacji.
- poszczególne cechy powinny być słabo skorelowane między sobą. Unika się przez to powielania informacji dostarczanych przez różne cechy.

Zaproponowano szereg statystycznych metod doboru cech [45]. W przypadku segmentacji rynku bardzo często stosuje się wybór w oparciu o opinie ekspertów.

7.4. Porównywanie cech obiektów

We wszystkich metodach klasyfikacji występuje potrzeba porównania (oceny podobieństwa lub niepodobieństwa) obiektów. Wykorzystane miary mogą mieć charakter:

- miary odległości/podobieństwa,
- miary asocjacji,
- miary korelacji.

W praktyce najczęściej stosuje się różne geometryczne miary odległości w przestrzeni cech. Funkcja będąca miarą odległości między dwoma obiektami ma postać:

$$d : \Omega \times \Omega \rightarrow R^+ \quad (7.4)$$

i spełnia warunki metryki tzn.

1. $d(o_1, o_2) \geq 0$
2. $d(o_1, o_2) = 0$ gdy $o_1 = o_2$
3. $d(o_1, o_2) = d(o_2, o_1)$
4. $d(o_1, o_3) \leq d(o_1, o_2) + d(o_2, o_3)$

Wzrost wartości funkcji odległości oznacza zwiększenie stopnia zróżnicowania obiektów. W niektórych przypadkach wygodniej jest posłużyć się funkcją podobieństwa, zamiast funkcją odległości. Na podstawie znajomości podobieństwa można wyznaczyć funkcję odległości wg poniższej zależności:

$$d(o_i, o_j) = 1 - c(o_i, o_j) \quad (7.5)$$

Wstępne przetwarzanie cech

Na ogół cechy ilościowe są wyrażone w różnych jednostkach miary, a więc mają różne miana. Istnieje wiele sposobów uwolnienia cech od miana. Każdorazowo wybór powinien uwzględniać właściwości metody klasyfikacyjnej jaka będzie zastosowana. Trzy najczęściej stosowane metody to standaryzacja, normalizacja i unitaryzacja.

Standaryzacja jest przeprowadzana zgodnie ze wzorem:

$$z_{ik} = \frac{x_{ik} - \bar{x}_k}{\sigma_k} \quad (7.6)$$

gdzie

z_{ik} – wartość zestandaryzowana,

x_{ik} – wartość cechy przed standaryzacją,

$\bar{x}_k$ – wartość średnia cechy,

σ_k – odchylenie standardowe,

i – numer obiektu w zbiorze obiektów,

k – numer cechy w zbiorze cech.

Wartość średnia zestandaryzowanej cechy jest równa 0, a odchylenie standardowe 1.

Normalizacja cechy polega na odniesieniu jej wartości do wybranej podstawy normalizacji:

$$z_{ik} = \frac{x_{ik}}{x_{ok}} \quad (7.7)$$

gdzie

x_{ok} – podstawa normalizacji.

Unitaryzacja to przekształcenie liniowe sprowadzające wartość cechy do przedziału $[0,1]$:

$$z_{ik} = \frac{x_{ik} - \min_i \{x_{ik}\}}{\max_i \{x_{ik}\} - \min_i \{x_{ik}\}} \quad (7.8)$$

Nie zawsze zachodzi potrzeba przekształcania pierwotnych wartości cech. Jeżeli są to wyłącznie zmienne dychotomiczne lub wyłącznie cechy przedziałowe, to mogą być wykorzystane bezpośrednio w procesie porównywania cech.

Porównanie cech ilościowych

Do najczęściej stosowanych miar należy metryka Minkowskiego:

$$d(o_i, o_j) = \left(\sum_{k=1}^m (z_{ik} - z_{jk})^p \right)^{1/p} \quad (7.9)$$

oraz jej pochodne:

- metryka euklidesowa ($p=2$):

$$d(o_i, o_j) = \left(\sum_{k=1}^m (z_{ik} - z_{jk})^2 \right)^{1/2} \quad (7.10)$$

- metryka miejska ($p=1$):

$$d(o_i, o_j) = \sum_{k=1}^m |z_{ik} - z_{jk}| \quad (7.11)$$

Wszystkie powyższe miary bazują na bezwzględnych różnicach wartości cech. Zaproponowano także szereg miar bazujących na względnych różnicach cech. Oto jedna z nich (tzw. współczynnik dywergencji Clarka):

$$d(o_i, o_k) = \left(\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \left(\frac{z_{ik} - z_{jk}}{z_{ik} + z_{jk}} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (7.12)$$

Porównanie cech jakościowych

W przypadku cech przyjmujących wartości dychotomiczne określa się następującą funkcję podobieństwa cech:

$$c(o_i, o_j) = \frac{K_{ij}(1) + k_{ij}(0)}{K} \quad (7.13)$$

gdzie

$K_{ij}(1)$ – liczba wariantów cech w obiektach O_i oraz O_j przyjmujących wartości 1,

$K_{ij}(0)$ - liczba wariantów cech w obiektach O_i oraz O_j przyjmujących wartości 0,

K - liczba wszystkich wariantów

Do oceny podobieństwa obiektów opisywanych przez cechy porządkowe można zastosować np. odległości określone wzorem (7.12). W tym przypadku nie ma jednak potrzeby standaryzacji cech.

Odległości między obiektem a grupą

W wielu metodach klasyfikacyjnych (np. do oceny jakości algorytmów) wymagana jest znajomość odległości między obiektem a grupą, a także między dwoma obiektami.

Odległość między obiektem a grupą wyznacza się za pomocą funkcji odległości między obiektem, a obiektami należącymi do grupy. Najczęściej stosowane są następujące miary:

1. Średnia, maksymalna lub minimalna odległość między obiektem (O), a wszystkimi obiektami (o_i) należącymi do grupy (G):

$$d(O, G) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d(O, o_i) \quad (7.14)$$

$$d(O, G) = \max_i \{d(O, o_i)\} \quad (7.15)$$

$$d(O, G) = \min_i \{d(O, o_i)\} \quad (7.16)$$

2. Odległość między obiektem (O), a reprezentantem grupy, którym może być np. środek ciężkości grupy.

W obu podejściach $d(O, o_i)$ może być dowolnie określoną miarą odległości (patrz wyżej).

W podobny sposób określa się odległości między grupami tj. jako odległości między obiektami składowymi grup (punkt 1 wyżej) lub jako odległości między reprezentantami grup (punkt 2).

7.5. Podział metod klasyfikacji obiektów

Istnieje bardzo dużo procedur taksonomicznych stosowanych do klasyfikacji obiektów wielocechowych. Zaproponowano także wiele sposobów ich podziału. Niżej przedstawiony podział nie jest jedyny ani wyczerpujący. I tak metody te można m.in. podzielić na:

- klasyczne i nieklasyczne,
- wzorcowe i bezwzorcowe,
- symboliczne i numeryczne,
- hierarchiczne i niehierarchiczne,
- aglomeracyjne i podziałowe,
- obszarowe.

Do nieklasycznych metod klasyfikacji zalicza się metody, w których wykorzystuje się sieci neuronowe, algorytmy genetyczne czy zbiory rozmyte. W metodach klasyfikacji wzorcowej dokonuje się przydziału do klas, których charakterystyki są znane. W przypadku klasyfikacji bezwzorcowej nie dysponuje się apriorycznie informacją na temat klas.

Symboliczne metody klasyfikacji obejmują grupę metod klasyfikacji bezwzorcowej charakteryzującą się tym, że cechy klasyfikowanych obiektów mają charakter jakościowy (mierzone na skali nominalnej lub porządkowej). Podobieństwo tych obiektów jest ujmowane przez miary o charakterze heurystycznym wykorzystujące teorię informacji, statystykę, psychologię.

Metody hierarchiczne prowadzą do wyodrębnienia pełnej hierarchii podziału, w której grupy na wyższym poziomie hierarchii zawierają grupy z niższego poziomu. W zależności od kierunku grupowania, wyróżnia się hierarchiczne metody aglomeracyjne i hierarchiczne metody podziałowe.

W metodach aglomeracyjnych proces rozpoczyna się od stanu, w którym każdy obiekt stanowi odrębną grupę. Następnie zmniejsza się sukcesywnie liczbę grup poprzez ich łączenie w grupy wyższego rzędu. W metodach podziałowych postępowanie jest odwrotne. Rozpoczyna się od jednej grupy utworzonej przez wszystkie obiekty i w kolejnych krokach dzieli się ją na coraz mniejszą liczbę grup.

W metodach obszarowych grupowanie obiektów odbywa się poprzez podział wielowymiarowej przestrzeni klasyfikacyjnej na rozłączne podprzestrzenie i zaliczanie obiektów znajdujących się w wyodrębnionych podprzestrzeniach do odrębnych grup.

7.6. Sieci neuronowe w klasyfikacji obiektów

W kontekście sieci neuronowych klasyfikacja oznacza uzyskanie funkcji, która podzieli dane na klasy scharakteryzowane przez wyróżniający zespół cech. Funkcję taką uzyskuje się w procesie uczenia podając na wejście dane z różnych klas, a na wyjście wektory wskazujące do jakiej klasy należy aktualna próbka ucząca. Zatem sieć odwzorowuje wektor

wejściowy do jednej z wielu klas reprezentowanych przez odpowiednią liczbę wyjść. Zazwyczaj liczba wyjść jest równa liczbie klas. Są to wyjścia binarne, gdzie 1 oznacza przynależność wzorca do klasy reprezentowanej przez dane wyjście.

Jest to sytuacja, gdy dysponuje się zbiorem uczącym o znanym podziale na klasy i można zastosować uczenie z nadzorem. W tym przypadku do klasyfikacji mogą być wykorzystane sieci jednokierunkowe, jak wielowarstwowe perceptrony (ang. *Multilayer Perceptrons*), sieci radialne (ang. *Radial Basis Functions*) [11]. Liczba wyjść takich sieci odpowiada liczbie klas. Zatem liczba klas także powinna być znana a priori.

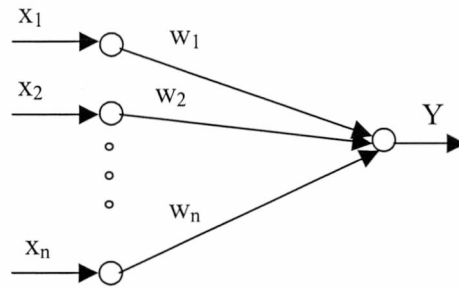
W sytuacji, gdy nie dysponuje się zbiorem uczącym o znanych wyjściach, sieć neuronowa nie może być oczywiście uczona z nadzorem. Sieć musi w tym przypadku sama odnaleźć wzorce regularności i struktury ukryte w danych wejściowych, odpowiednio je kodować i przenieść na wyjście. Sieć musi zatem okazywać pewien poziom samoorganizacji. Rodzaj informacji, który może być wykryty w danych wejściowych zależy od architektury sieci. Mogą to być np. następujące elementy [29]:

- podobieństwo nowego wzorca wejściowego do wzorców poprzednich,
- analiza składowych głównych (skonstruowanie zbioru osi wzdłuż których mierzy się podobieństwo),
- grupowanie (pogrupowanie bliskich sobie wzorców na podstawie korelacji),
- określenie prototypów (tworzenie kategorii danych i wyprowadzenie na wyjście reprezentantów każdej kategorii),
- odwzorowanie cech znaczących,
- kodowanie (wyjście jest zakodowaną, za pomocą mniejszej liczby bitów, wersją wejścia).

Dwie podstawowe klasy sieci uczonych bez nadzoru to sieci samoorganizujące się na zasadzie konkurencji i sieci samoorganizujące się typu korelacyjnego. Niezależnie od sposobu samoorganizacji ważną rolę w procesie uczenia odgrywa nadmiarowość danych. Można więc powiedzieć, że redundancja danych jest warunkiem pozyskania przez sieć wiedzy. Architektury sieci z uczeniem bez nadzoru są najczęściej proste, często składają się z jednej warstwy. W większości są to sieci jednokierunkowe. Z charakteru działania tych sieci wynika ich większy związek ze strukturami neurobiologicznymi.

Sieci samoorganizujące się typu korelacyjnego

Zasadę działania przedstawimy na przykładzie najprostszej sieci z jednym wyjściem (rys. 7.1). Niech będzie dany zbiór $\aleph$ k wektorów n wymiarowych $X^{(i)} \in \aleph$, $X^{(i)} = (x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_n^{(i)})$ o pewnym rozkładzie prawdopodobieństwa $P(X)$. W kolejnych krokach losowo wybrany wektor $X^{(i)}$, jest podawany na wejście sieci. Chcemy aby sieć po pewnym czasie nauczyła się informować na wyjściu o tym jak dobrze pasuje do rozkładu określony wzorec wejściowy. Innymi słowy chcemy, aby Y było skalarną miarą podobieństwa, tzn. im bardziej jest prawdopodobne, że określone wejście jest bliskie X tym większe powinno stać się wyjście $|Y|$.



Rys. 7.1. Przykładowa sieć Hebba

W tym celu sieć powinna być uczona za pomocą następującej reguły (zwanej prostą regułą Hebba):

$$\Delta w_i = \eta Y X_i \quad (7.17)$$

gdzie

η - współczynnik uczenia.

Zgodnie ze wzorem (7.17) często występujące wzorce wejściowe będą miały decydujący wpływ na wartość wyjścia.

Zasadniczą wadą prostej reguły Hebba jest możliwość nieograniczonego wzrostu wag, a zatem niestabilność. Zaproponowano wiele sposobów modyfikacji reguły Hebba ograniczających wzrost wektora wag. Do najpopularniejszych należy reguła Oji, która polega na dodaniu do reguły Hebba wyrazu zanikania wagi, proporcjonalnego do Y^2 .

$$\Delta w_i = \eta Y (X_i - Y w_i) \quad (7.18)$$

Udowodniono, że w przypadku reguły (7.18) wektor w osiąga długość jednostkową i dąży do maksymalnego wektora własnego. Bliższa analiza pokazuje, że reguła Oji wybiera kierunek, który maksymalizuje wartość średniokwadratową wektora wyjściowego $\langle Y^2 \rangle$. Odpowiada to maksymalizacji wariancji na wyjściu, a także znalezieniu głównego składnika.

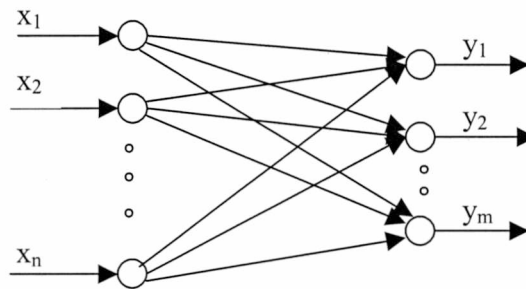
Celem uczenia sieci metodą Hebba (Oji) jest klasyfikacja wzorców albo rzutowanie danych wejściowych na główną składową. Jednym z ważnych zastosowań sieci jest analiza głównej składowej. Chodzi o znalezienie M wektorów w N -wymiarowej przestrzeni danych, które w jak największym stopniu wpływają na wariancję danych. Rzut danych z przestrzeni N -wymiarowej na M -wymiarową podprzestrzeń ($M \ll N$) umożliwia otrzymanie redukcji wymiarowości, która zachowuje większość istotnych cech informacji zbioru danych wejściowych. Dzięki temu zredukowane dane można łatwiej opracowywać, na przykład przy sekwencyjnym podziale na grupy.

Sieci uczone metodą Hebba (lub jej modyfikacjami) są także z powodzeniem stosowane do wydzielania cech istotnych danych. W zastosowaniu takim zwykle istnieje dobrze określony zbiór możliwych wejść, a każda jednostka wyjściowa ma stać się szczególnie uczulona na jedno z tych wejść.

Sieci samoorganizujące się na zasadzie konkurencji

W przypadku uczenia konkurencyjnego bez nadzoru jednostki wyjściowe rywalizują ze sobą (stąd nazwa metody) o to aby być pobudzonymi. W danej chwili tylko jedna z nich jest w stanie aktywnym. Zasadę tę popularnie określa się mianem „zwycięzca bierze wszystko”. Podstawowe zastosowanie tych sieci to klasyfikacja danych wejściowych. Dane należące do tej samej klasy powinny pobudzać tę samą jednostkę wyjściową. Klasy są wyznaczane przez samą sieć na podstawie korelacji danych wejściowych. W języku statystyki nazywa się to opracowywaniem danych nieindeksowanych. Sieci te mogą być także stosowane do kodowania i kompresji danych, przetwarzania obrazów i optymalizacji kombinatorycznej [47].

Najprostsze sieci uczone metodą konkurencyjną mają jedną warstwę neuronów wyjściowych, z których każda jest połączona ze wszystkimi wejściami (rys. 7.2).



Rys. 7.2 Przykładowa sieć Kohonena

Po pobudzeniu sieci wektorem $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ zwyciężą we współzawodnictwie neuron wyjściowy, którego wagi najmniej różnią się od odpowiednich składowych tego wektora. Dla neuronu zwycięzcy zachodzi następująca relacja:

$$d(X, w_z) = \min_{1 \leq i \leq m} d(X, w_i) \quad (7.19)$$

gdzie

$d(X, w)$ - odległość między wektorem X i wektorem w (w sensie wybranej metryki),

$w_i = (w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{in})$ - wektor wag i -tego neuronu wyjściowego,

m – liczba neuronów wyjściowych.

Wektor wag neuronu zwycięzcy podlega zmianie w kierunku wektora X zgodnie z następującą regułą zaproponowaną przez Kohonena:

$$w_i^{(k+1)} = w_i^{(k)} + \eta_i^{(k)} (X - w_i^{(k)}) \quad (7.20)$$

gdzie

$\eta_i^{(k)}$ - współczynnik uczenia i -tego neuronu w k -tym kroku.

W wielu rozwiązaniach adaptacji (słabnącej w miarę oddalania się od neuronu zwycięzcy) podlegają także wagi neuronów sąsiednich. Wagi pozostałych neuronów nie podlegają zmianie. Rozmiar sąsiedztwa oraz wartości współczynników uczenia są funkcjami malejącymi w czasie.

Wykazano, że wzór (7.20) jest odpowiednikiem gradientowej metody uczenia, w której minimalizuje się następującą funkcję celu:

$$E(w) = \frac{1}{2} \sum_{i,j,k} S_i(x^{(k)}) (x_j^{(k)} - w_{ij}^{(k)})^2 \quad (7.21)$$

gdzie

$S_i(x^{(k)})$ - zmienna w procesie uczenia funkcja sąsiedztwa.

Dowodzono, że przy takim sposobie uczenia funkcja gęstości rozkładu wektorów w_i jest zbieżna do zdyskredytowanego rozkładu gęstości wektorów wymuszeń.

Wyżej przedstawiona sieć jest realizacją klasyfikatora wzorców. Pozostaje problem jak znaleźć grupy w danych wejściowych i zgodnie z tym dobrać wagi początkowe. W praktyce obliczenia rozpoczyna się od inicjacji wag wartościami losowymi. Następnie podaje się na wejście (losowo lub po kolei) wzorce danych. Dla każdego wektora wejściowego ma miejsce wybór neuronu zwycięzcy i modyfikacja jego wag zgodnie ze wzorem (7.20). Powoduje to przesunięcie wektora wag w kierunku działającego wektora wejściowego. Stan końcowy obrazuje pogrupowanie danych wejściowych wokół wybranych neuronów wyjściowych.

Pozostaje kwestia, w jakim stopniu uczenie konkurencyjne jest zbieżne do rozwiązania optymalnego procesu grupowania. Odpowiedź na to pytanie nie jest taka prosta gdyż nawet w literaturze statystycznej istnieje wiele rozmaitych kryteriów grupowania optymalnego. Na ogół istnieje duża liczba minimów lokalnych odpowiadających różnym podziałom danych wejściowych na grupy. Niemniej funkcja (7.21) umożliwia uzyskanie różnych grupowań, z których lepsze będzie to, które zostało uzyskane dla mniejszej wartości funkcji celu.

Aktualizację wag można przeprowadzić po każdym wzorcu, albo w sposób grupowy po przepuszczeniu przez sieć zbioru wzorców wejściowych. Ten drugi przypadek odpowiada dokładnie klasycznemu algorytmowi grupowania po k-średnich (*ang. k-means grouping*).

7.7. Przykład numeryczny

W dalszym ciągu rozważmy przykład segmentacji rynku meblarskiego, wykorzystujący dane rzeczywiste charakteryzujące następujące cechy klientów tego rynku:

X_1 – stan cywilny nabywców,

X_2 – wiek,

X_3 – wykształcenie, zawód,

X_4 – liczba dzieci,

X_5 – przeciętny dochód,

X_6 – wielkość mieszkania w metrach kwadratowych.

W zmiennej segmentacyjnej X_1 wyróżniono cztery cechy z następującą punktacją:

1 – osoby samotne, niezależne,

2 – osoby samotne (posiadające rodzinę np. wdowy),

3 – osoby po rozwodzie,

4 – małżeństwa.

W zmiennej segmentacyjnej X_3 charakteryzującej wykształcenie wyróżniono trzy cechy z następującą punktacją:

1 – wykształcenie zawodowe,

2 – wykształcenie średnie,

3 – wykształcenie wyższe.

Procedurę segmentacyjną rynku przeprowadzono na podstawie próby losowej, którą stanowi zbiór 30 respondentów o odpowiednich charakterystykach zamieszczonych w tabeli 7.1

Charakterystyki klientów na rynku meblarskim

Tabela 7.1

Lp	Zmienne segmentacyjne					
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
1	4	31	2	1	2200	68.5
2	1	37	3	0	2200	180
3	4	43	2	2	2190	230
4	2	51	1	1	950	54
5	4	32	3	2	2100	150
6	1	32	3	0	760	22.5
7	3	34	2	0	1160	50
8	2	52	2	3	890	49
9	4	44	2	3	2180	53
10	4	33	2	2	3300	170
11	4	28	3	2	1670	70
12	4	26	1	0	1910	30
13	4	30	2	1	2090	80
14	4	38	3	1	2030	75.5
15	4	33	3	1	3010	92.5
16	2	50	2	3	620	49.5
17	4	37	1	1	1800	75.5
18	4	42	2	2	2335	55.5
19	1	27	3	0	1940	25
20	1	29	3	0	830	15
21	1	23	1	0	570	60

22	4	43	2	2	1510	53
23	4	50	1	4	1000	200
24	4	32	1	0	2600	95.5
25	3	40	2	2	1200	130
26	4	42	3	2	3280	180
27	4	35	3	1	3520	120
28	4	38	1	2	2800	150
29	4	37	3	1	2500	98
30	1	29	3	0	1380	33

7.7.1. Segmentacja z wykorzystaniem sieci neuronowej

Wykorzystano symulator o nazwie NeuroXL Classifier. Jest to proste narzędzie współpracujące bezpośrednio z arkuszem kalkulacyjnym Microsoft Excel, to znaczy wykonujące klasyfikację danych zamieszczonych w arkuszu Excel w postaci jak w tabeli 7.1. Obsługa programu jest prosta i sprowadza się do wskazania danych źródłowych oraz ustawienia kilku parametrów. Do podstawowych parametrów należą:

- liczba skupień,
- współczynnik uczenia sieci,
- liczba epok,
- wartości początkowe wag.

Dodatkowo istnieje grupa parametrów określająca postać wyniku, jak np. obliczenie wartości minimalnych, maksymalnych i średnich, posortowanie itp. Oprócz podziału na skupienia uzyskuje się także pewne wykresy charakterystyk tych skupień.

Przeprowadzono symulacje dla liczby segmentów wynoszącej 5 i 6. W obu przypadkach wybrano następujące parametry sieci:

- współczynnik uczenia – 0.6, 0.3
- wartości początkowe wag – 0.5,
- liczba epok - 200

Uzyskane wyniki zestawiono w tabeli 7.2.

Tabela 7.2

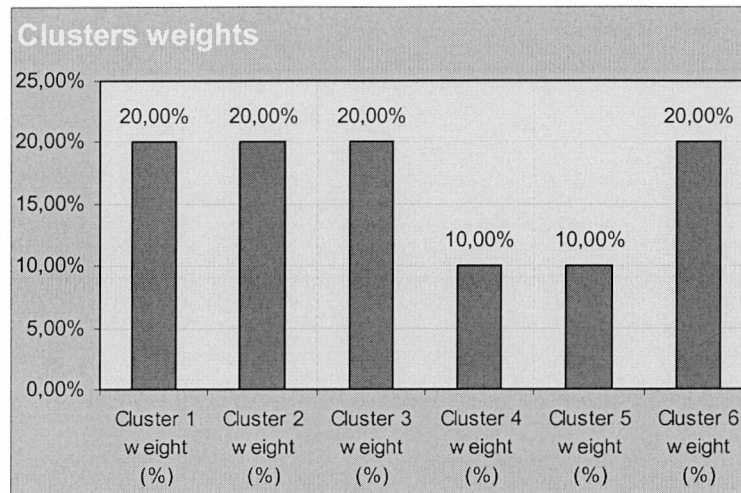
Nr segm	Klienci	
	podział na 6 segmentów	podział na 5 segmentów
1	3, 5, 10, 23, 26, 28	3, 5, 10, 15, 23, 26, 27, 29
2	9, 11, 14, 15, 27, 29	1, 9, 11, 13, 14, 18, 28
3	1, 12, 13, 17, 18, 24	12, 17, 22, 24, 25
4	7, 22, 25	2, 6, 19, 20, 21, 30
5	4, 8, 16	4, 7, 8, 16
6	2, 6, 19, 20, 21, 30	

Na rysunkach 7.3 i 7.4 przedstawiono wyniki dla 6 segmentów w postaci wyprowadzanej przez symulator. Rys. 7.3 składa się z trzech części. W części pierwszej (górnej) zamieszczony jest wynik podziału na segmenty. Pierwsza kolumna zawiera numery klientów (objects), ostatnia kolumna (clusters) numery segmentów. W części drugiej środkowej podane są średnie wartości cech dla poszczególnych segmentów. W części dolnej zamieszczono względne odchylenie średnich segmentowych od średniej globalnej dla poszczególnych cech wyrażone wzorem (7.22).

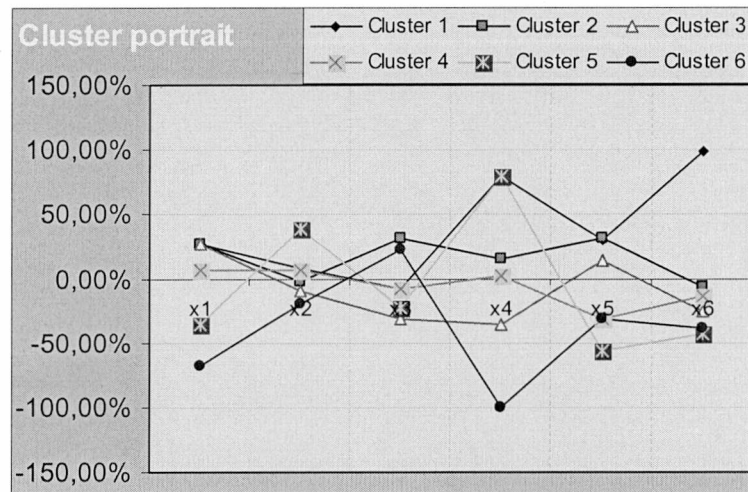
Object	x1	x2	x3	x4	x5	x6		Cluster
3	4	43	2	2	2190	230		1
5	4	32	3	2	2100	150		1
10	4	33	2	2	3300	170		1
23	4	50	1	4	1000	200		1
26	4	42	3	2	3280	180		1
28	4	38	1	2	2800	150		1
9	4	44	2	3	2180	53		2
11	4	28	3	2	1670	70		2
14	4	38	3	1	2030	75,5		2
15	4	33	3	1	3010	92,5		2
27	4	35	3	1	3520	120		2
29	4	37	3	1	2500	98		2
1	4	31	2	1	2200	68,5		3
12	4	26	1	0	1910	30		3
13	4	30	2	1	2090	80		3
17	4	37	1	1	1800	75,5		3
18	4	42	2	2	2335	55,5		3
24	4	32	1	0	2600	95,5		3
7	3	34	2	0	1160	50		4
22	4	43	2	2	1510	53		4
25	3	40	2	2	1200	130		4
4	2	51	1	1	950	54		5
8	2	52	2	3	890	49		5
16	2	50	2	3	620	49,5		5
2	1	37	3	0	2200	180		6
6	1	32	3	0	760	22,5		6
19	1	27	3	0	1940	25		6
20	1	29	3	0	830	15		6
21	1	23	1	0	570	60		6
30	1	29	3	0	1380	33		6
	4	39,66667	2	2,333333	2445	180	Cluster 1 average	
	4	35,83333	2,833333	1,5	2485	84,83333	Cluster 2 average	
	4	33	1,5	0,833333	2155,833	67,5	Cluster 3 average	
	3,333333	39	2	1,333333	1290	77,66667	Cluster 4 average	
	2	51	1,666667	2,333333	820	50,83333	Cluster 5 average	
	1	29,5	2,666667	0	1280	55,91667	Cluster 6 average	
	27,66%	8,38%	-7,69%	79,49%	29,77%	98,90%	Cluster 1 rel. weigh	
	27,66%	-2,09%	30,77%	15,38%	31,89%	-6,26%	Cluster 2 rel. weigh	
	27,66%	-9,84%	-30,77%	-35,90%	14,42%	-25,41%	Cluster 3 rel. weigh	
	6,38%	6,56%	-7,69%	2,56%	-31,53%	-14,18%	Cluster 4 rel. weigh	
	-36,17%	39,34%	-23,08%	79,49%	-56,48%	-43,83%	Cluster 5 rel. weigh	
	-68,09%	-19,40%	23,08%	-100,00%	-32,07%	-38,21%	Cluster 6 rel. weigh	

Rys.7.3 Wynik uzyskany dla liczby segmentów wynoszącej 6.

a)



b)



Rys. 7.4 Dodatkowe charakterystyki podziału jako wynik symulacji

$$z_i = \frac{\bar{x}_i^{(k)} - \bar{x}_i}{\bar{x}_i} \cdot 100\% \quad (7.22)$$

gdzie $\bar{x}_i^{(k)}$ - średnia wartość i-tej cechy w k-tym segmencie,

$\bar{x}_i$ - średnia wartość i-tej cechy.

Na rys. 7.4a zamieszczono procentowy rozkład liczebności segmentów, a na rys. 7.4b wykres odchylenia średnich segmentowych od średniej globalnej dla poszczególnych segmentów.

7.7.2. Segmentacja z wykorzystaniem metody prostopadłościanów

Poniżej zostanie zaprezentowane wykorzystanie do klasyfikacji metody prostopadłościanów zaproponowanej przez J. Kolonkę, E. Stolarską i K. Zadorę [32]. Metoda należy do grupy metod obszarowych (patrz rozdział 7.6).

Niech będzie dany zbiór N obiektów oraz zbiór M cech opisujących te obiekty:

$$N = \{X_1, X_2, \dots, X_M\}$$

Dla uproszczenia przyjmijmy, że cechy są mierzone na skali ilorazowej i przyjmują wartości ze zbioru liczb rzeczywistych. Wartości poszczególnych cech są ograniczone i zawierają się w przedziałach:

$$a_1^{(j)} = \min_i(x_i^{(j)}) \leq x_i^{(j)} \leq \max_i(x_i^{(j)}) = a_2^{(j)} \quad (7.23)$$

gdzie

- j – numer cechy, $j=1, 2, \dots, M$,
- i – numer obiektu, $i=1, 2, \dots, N$.

Zbiór Ω obiektów (punktów w przestrzeni R^M) ograniczamy obszarem M -wymiarowym o krawędziach wyznaczonych przez wartości cech (7.23). W kolejnych krokach będziemy dzielić obszar na coraz mniejszą liczbę podobszarów (po każdym podziale liczba obszarów podwaja się) i poszukiwać przyległych do siebie podobszarów niepustych. Utworzą one grupy/skupienia obiektów. Po każdym podziale są sprawdzane następujące warunki dyskryminacji:

- istnieje ciąg obszarów pustych,
- istnieją co najmniej dwa takie skupienia obszarów niepustych, że żadne dwa obszary tych skupień nie sąsiadują ze sobą przez wspólną ścianę

Warunkiem zakończenia procedury jest uzyskanie takiego podziału, w którym największa liczebność niepustego podzbioru jest mniejsza od ilości otrzymanych grup.

A oto szczegółowy algorytm klasyfikacji:

- 0) Dane:
 - N – liczba obiektów,
 - M – liczba cech,
 - Tablica $[N \times M]$ wartości cech
- 1) Inicjalizacja struktur danych,
 $k:=0$, numer podziału
- 2) Wyznaczenie obszaru ograniczającego wszystkie punkty w przestrzeni klasyfikacyjnej wzór (7.22)
- 3) $k:=k+1$
- 4) Podział obszaru na 2^{kM} podobszarów (poprzez podział wszystkich krawędzi na pół)
- 5) Jeżeli warunki dyskryminacji (patrz wyżej) są spełnione to przejście do punktu 6; w przeciwnym razie przejście do punktu 3
- 6) Połączenie w jedną grupę wszystkich niepustych obszarów sąsiadujących ze sobą
- 7) Jeżeli liczba uzyskanych grup jest mniejsza od największej liczebności niepustego obszaru to zakończenie procesu; w przeciwnym razie przejście do punktu 3.

Jak widać z powyższego metoda jest prosta (tak ją zresztą nazwali autorzy w artykule [32]) i sprowadza się do kolejnych podziałów przestrzeni klasyfikacji na coraz większą liczbę

obszarów i wykonaniu pewnych działań na tych obszarach.. Autorzy metody zaproponowali oznaczenie poszczególnych obszarów za pomocą ciągów liczb naturalnych przyporządkowanych poszczególnym krawędziom podziału. Przyporządkowanie to jest realizowane w taki sposób, że n -te części krawędzi (przy podziale na n części) bliższe początkowi układu współrzędnych i wszystkie do nich równoległe oznacza się jedynkami, dalsze w kolejności dwójkami, trójkami itd. aż do n . Symbolem każdego obszaru będzie uporządkowana krotka M liczb naturalnych od 1 do 2^n (M – liczba cech czyli wymiar przestrzeni klasyfikacyjnej, n – numer podziału) utworzona z numerów krawędzi wziętych w kolejności współrzędnych przestrzeni klasyfikacyjnej. Np. w przypadku przestrzeni klasyfikacyjnej R^2 w wyniku pierwszego podziału otrzyma się następujący ciąg krotek:

11, 12, 21, 22, a w wyniku kolejnego drugiego podziału:

11, 12, 13, 14, 21, 22, 23, 24, 31, 32, 33, 34, 41, 42, 43, 44.

Pokazano, że jeżeli dwa oznaczone zgodnie z powyższą konwencją obszary różnią się dokładnie jednym elementem, przy czym różnica ta wynosi 1, to obszary mają wspólną ścianę (sąsiadują ze sobą).

Manipulacje na tak zdefiniowanych obszarach są dość żmudne i dlatego napisano program w języku Pascal realizujący powyższy algorytm klasyfikacji. Program czyta następujące dane:

liczba obiektów,

liczba cech,

nazwa pliku zawierającego wartości cech.

Program podaje na wyjściu uzyskaną liczbę segmentów, przynależność obiektów do poszczególnych segmentów oraz liczbę i symbole niepustych obszarów.

Dla rynku meblarskiego uzyskano następujące wyniki:

liczba segmentów: 22,

liczba niepustych obszarów: 27

Pierwszy segment zawiera następujące obiekty: 6, 19, 20, 30, drugi segment zawiera obiekty: 8, 16, trzeci segment: 15, 27, 29, czwarty segment: 9, 18, 22, pozostałe segmenty są jednoelementowe. Pełne wyniki wyprowadzane przez program zamieszczono w tabeli 7.3. W drugiej kolumnie tabeli 7.3 są podane kolejne numery obszarów ponumerowanych od 1 do 2^{nM} . Trzecia kolumna zawiera symbole obszarów – uporządkowane krotki 6 liczb. Z występujących w krotkach liczb można wywnioskować, że rozwiązanie uzyskano w drugim podziale obszaru. W trzeciej kolumnie podana jest przynależność obiektów do poszczególnych skupień.

Wyniki podziału na segmenty Tabela 7.3

Nr obiektu	Nr obszaru	Oznaczenie krawędzi	Nr skupienia
1	3481	423231	13
2	460	124134	3
3	3756	433334	19
4	1809	241211	4
5	3563	424333	16
6	449	124111	2
7	2433	323111	6
8	1969	243411	5
9	3769	433431	18

10	3503	423343	14
11	3302	414322	10
12	3077	411121	8
13	3226	413232	9
14	3798	434222	20
15	3550	424242	15
16	1969	243411	5
17	3350	421222	12
18	3753	433331	18
19	197	114121	2
20	193	114111	2
21	1	111111	1
22	3749	433321	18
23	3892	441414	22
24	3338	421132	11
25	2723	333313	7
26	3824	434344	21
27	3550	424242	15
28	3631	431343	17
29	3546	424232	15
30	197	114121	2

Z powyższego przykładu, a także z przykładów zamieszczonych w [32] i [4] widać, że rozpatrywana metoda prowadzi do uzyskania dużej liczby skupień zawierających małą liczbę obiektów, co może nie być korzystne w przypadku segmentacji rynku. Metodę można zmodyfikować wprowadzając inne kryterium zakończenia procesu dyskryminacji lub poddając analizie wyniki uzyskane po każdym podziale przestrzeni klasyfikacyjnej.

Rozdział 8

Prognoza warunkowa zasięgu handlowego rynku

8.1. Prezentacja modeli

Istnieje wiele metod badania zasięgu przestrzennego rynku [7, 19, 42]. Do najstarszych należy model grawitacji detalu. Jest to model oparty na tzw. prawie Reilly'ego (*ang. Law of Retail Gravitation*). Wg tego prawa dwa ośrodki przyciągają zakupy miejscowości leżącej pomiędzy nimi w stosunku wprost proporcjonalnym do liczby ludności obu ośrodków i odwrotnie proporcjonalnym do kwadratu odległości każdego z tych ośrodków od rozpatrywanej miejscowości. Na podstawie tego prawa można wyznaczyć granice tzw. strefy obojętnej (*ang. breaking point*), z punktu widzenia preferencji zakupów w obu ośrodkach.

Udoskonaleniem modeli grawitacyjnych są modele atrakcyjności handlowej i modele potencjału. Wśród nich na szczególną uwagę zasługuje model Huffa [30] i niektóre jego modyfikacje. Poniżej zostanie on przedstawiony bardziej szczegółowo.

Analizowany jest obszar prostokątny S o współrzędnych kartezjańskich:

$X: \quad X_{\min} \dots X_{\max}$

$Y: \quad Y_{\min} \dots Y_{\max}$

$S\{(x_{\min}, x_{\max}) \times (y_{\min}, y_{\max})\}$

W analizowanym obszarze znajduje się m centrów handlowych określonej branży:

$C_j\{(x_j, y_j), F_j\}$

gdzie

(x_j, y_j) – współrzędne usytuowania j -tego centrum w obszarze S

F_j – atrakcyjność j -tego centrum (w uproszczeniu atrakcyjność często jest wyrażana przez powierzchnię handlową przeznaczoną do sprzedaży danej branży),

$j = 1, 2, \dots, m$

Obliczamy prawdopodobieństwo robienia zakupów w j -tym centrum przez konsumenta zamieszkałego w i -tym rejonie obszaru S na podstawie wzoru:

$$p_{ij} = \frac{\frac{F_j}{d_{ij}^\lambda}}{\sum_{j=1}^m \frac{F_j}{d_{ij}^\lambda}} \quad (8.1)$$

gdzie

d_{ij} - czas przejazdu z miejsca zamieszkania do centrum handlowego,

λ - wykładnik potęgowy czasu podróży^{*)},

p_{ij} - prawdopodobieństwo robienia zakupów w j-tym centrum przez konsumenta zamieszkałego i-tym rejonie.

Czas przejazdu we wzorze (8.1) możemy zastąpić przez odległość wyrażoną w układzie współrzędnych (x,y). Otrzymujemy:

$$p_{ij} = \frac{\frac{F_j}{(\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2})^\lambda}}{\sum_{j=1}^m \frac{F_j}{(\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2})^\lambda}} \quad (8.2)$$

Korzystając ze wzoru (8.2) możemy wyznaczyć mapy zasięgu poszczególnych centrów handlowych. W tym celu dla ustalonego centrum $j=k$ obliczamy funkcję prawdopodobieństwa p_{ik} dla odpowiednio dużej liczby punktów z obszaru S. Punkty te można wygenerować losowo lub wybrać punkty w węzłach siatki utworzonej w obszarze S przez równoodległe odcinki wykreślone w odstępach Δx i Δy . Jest to funkcja dwóch zmiennych (x,y), a zatem jej wykresem przestrzennym jest powierzchnia.

Przez rzutowanie powierzchni p_{ij} na płaszczyznę (x,y) można utworzyć mapę warstwicową zasięgu. Poszczególne warstwy tworzą granice jednakowych prawdopodobieństw zasięgu analizowanego centrum. Zestawiając mapki zasięgu kilku centrów na jednym rysunku można otrzymać obszary dominacji poszczególnych centrów. Wzajemne granice zasięgu sąsiadujących ze sobą centrów wyznaczają krzywe równych prawdopodobieństw. Równanie takiej krzywej wyznacza się ze wzoru:

$$p_{ik} = p_{il} \quad (8.3)$$

gdzie k, l – numery centrów.

Można także wyznaczyć obszar o prawdopodobieństwie zasięgu ≤ 0.5 . Obszar taki jest szczególnie interesujący z punktu widzenia prowadzenia akcji promocyjnej lub innych sposobów poszerzenia zasięgu centrum. Granice tego obszaru ($p_{ij}=0.5$) wyznaczają strefę obojętności.

8.2. Graficzny obraz zasięgu handlowego badanych ośrodków, przykład

Powyższe rozważania zostaną zilustrowane na przykładzie rzeczywistego obszaru, w którym założono istnienie trzech centrów handlowych o określonych (hipotetycznych) parametrach. Wybrano obszar ograniczony następującymi współrzędnymi:

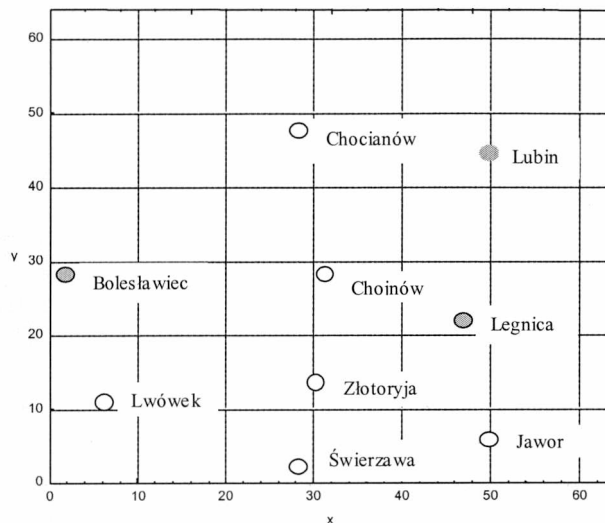
15°30' - 16°25' długości geograficznej zachodniej,

51°00' - 51°35' szerokości geograficznej północnej

Obszar ten ma kształt kwadratu o boku równym 64 km. Schematyczna mapka obszaru została przedstawiona na rys. 8.1. Początek układu współrzędnych umieszczono w punkcie o współrzędnych (15°30', 51°00'). Założono istnienie trzech centrów handlowych o następujących parametrach:

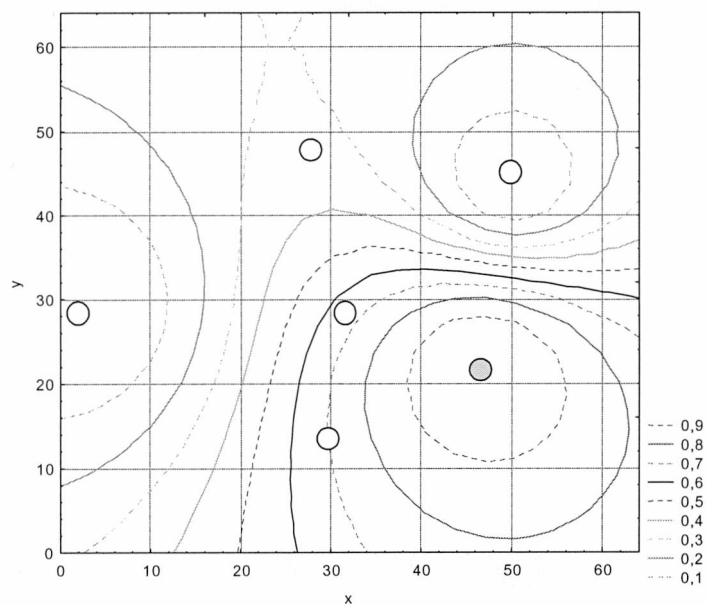
^{*)} W miejsce czasu podróży wielu autorów stosuje np. odległość lub inne wielkości wyrażające utrudnienia

- Legnica $\{(47,22),1500\}$,
- Lubin $\{(50,44),1000\}$,
- Bolesławiec $\{(2,29),1000\}$.

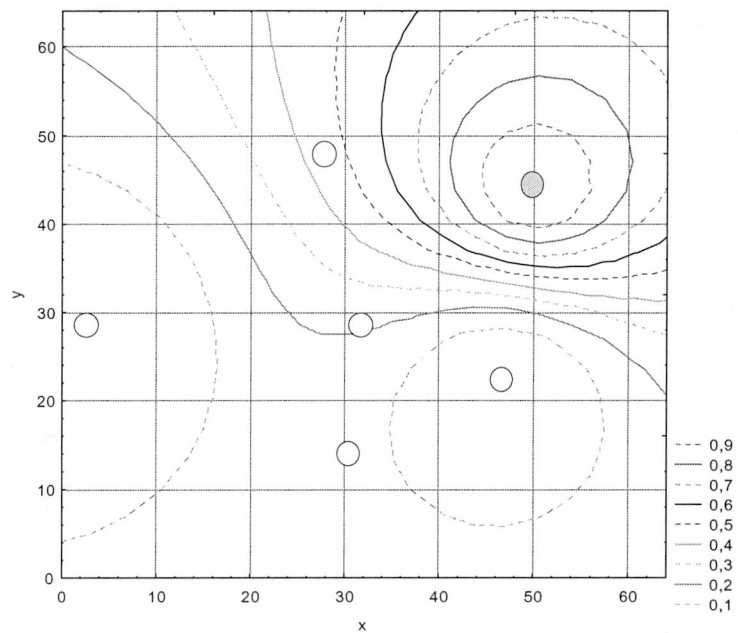


Rys. 8.1 Schematyczna mapka analizowanego obszaru

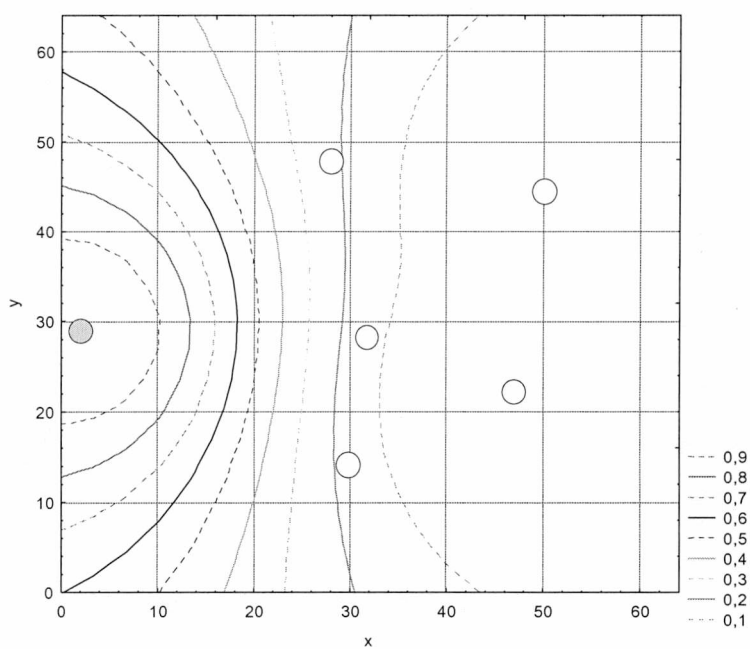
Korzystając ze wzoru (8.2) wyznaczono mapy (warstwicowe i powierzchniowe) zasięgu w/w centrów handlowych rozpatrywanych niezależnie od siebie (rys. 8.2, 8.3, 8.4) oraz mapę zasięgu wypadkowego uwzględniającą interferencje centrów pomiędzy sobą (rys. 8.5). W tym ostatnim przypadku wyznaczono także obszar o prawdopodobieństwie zasięgu ≤ 0.5 (obszar zaciemniony na rys. 8.6). Wszystkie mapki zamieszczone w niniejszej pracy zostały wykonane przy użyciu pakietu STATISTICA.



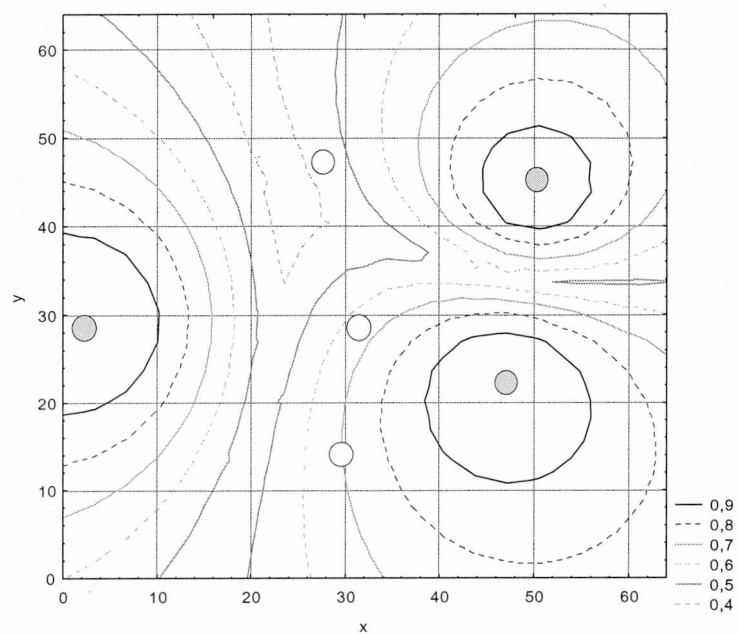
Rys 8.2 Zasięg centrum Legnica (47,22)



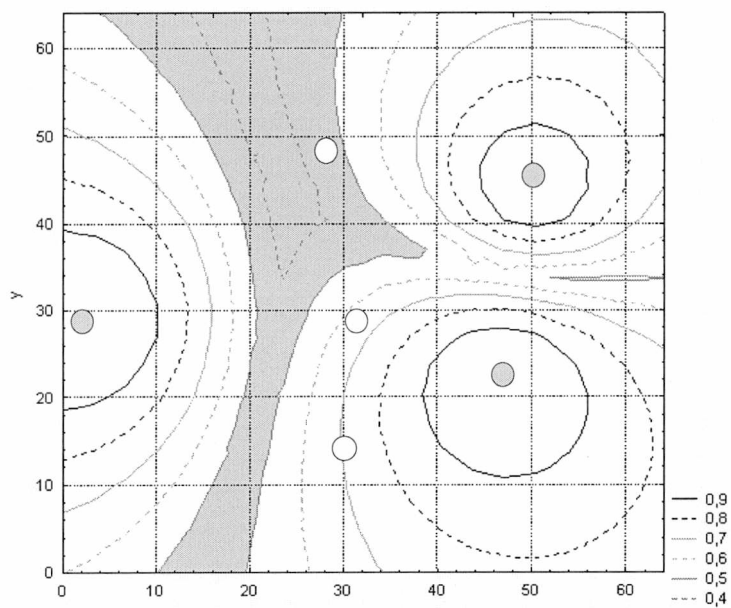
Rys. 8.3 Zasięg centrum Lubin (50,44)



Rys. 8.4 Zasięg centrum Bolesławiec (2,29)

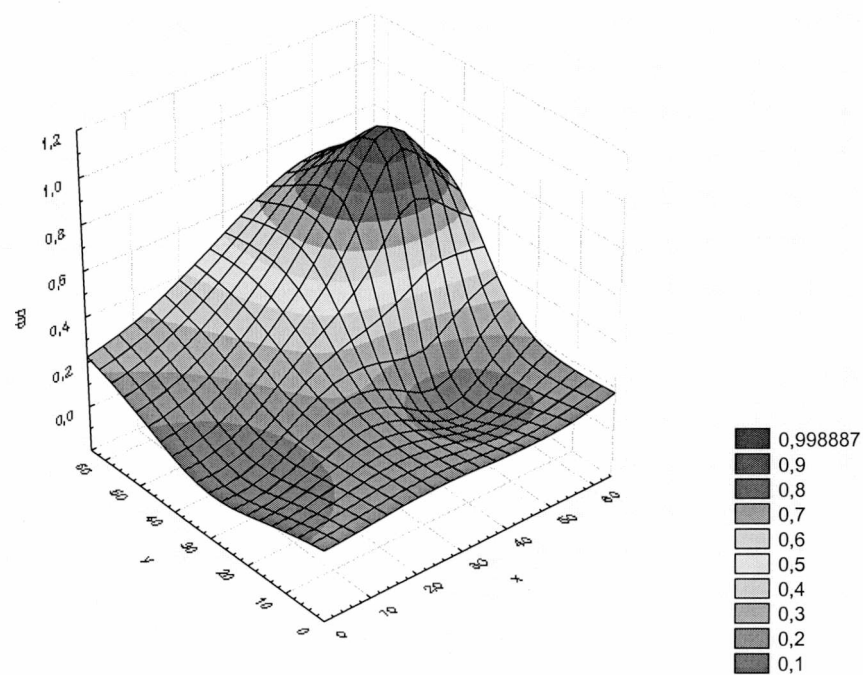


Rys.8.5 Zasięg centrów Legnica, Lubin, Bolesławiec

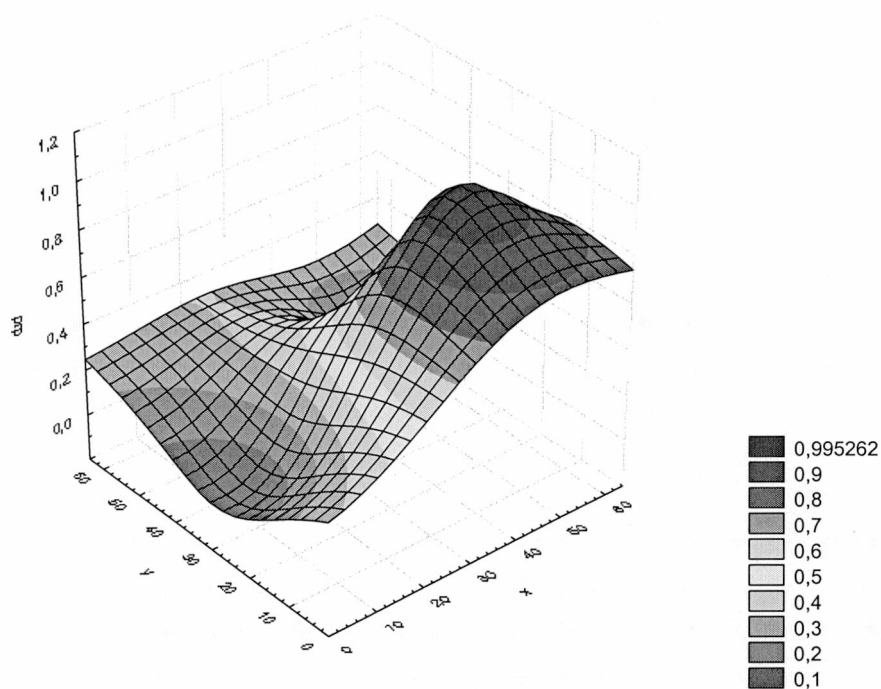


Rys. 8.6 Zasięg centrów Legnica, Lubin, Bolesławiec
(obszar zaciemniony dla prp. zasięgu $\leq 0,5$)

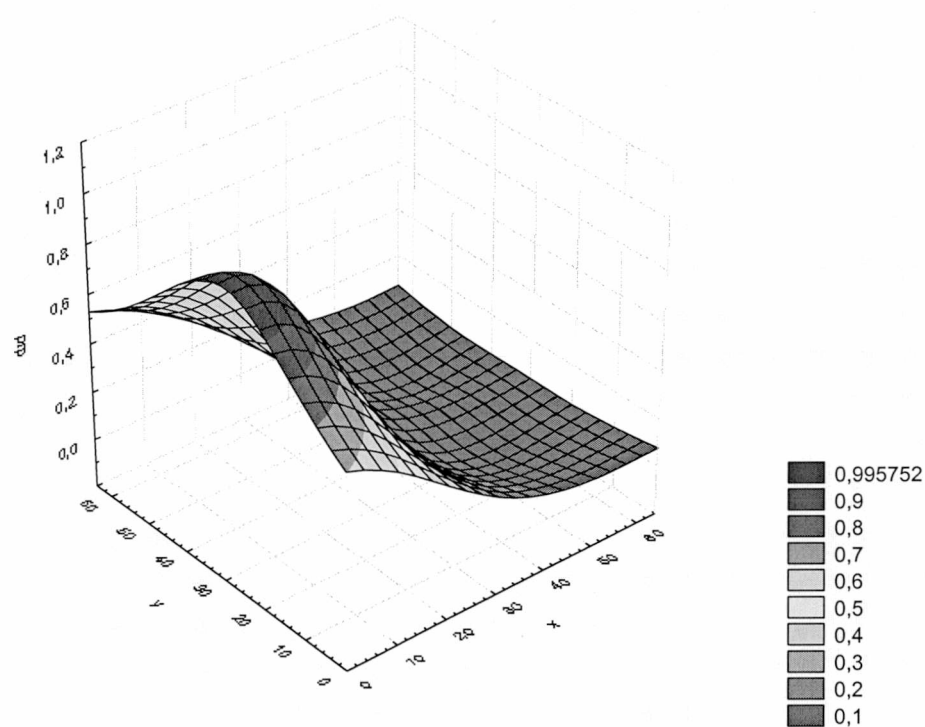
Odpowiednikami przestrzennymi zasięgu centrów Legnica (rys.8.2), Lubin (rys. 8.3), Bolesławiec (rys. 8.4) są odpowiednio rys. 8.7, 8.8, 8.9.



Rys. 8.7 Zasięg centrum Legnica (47,22)

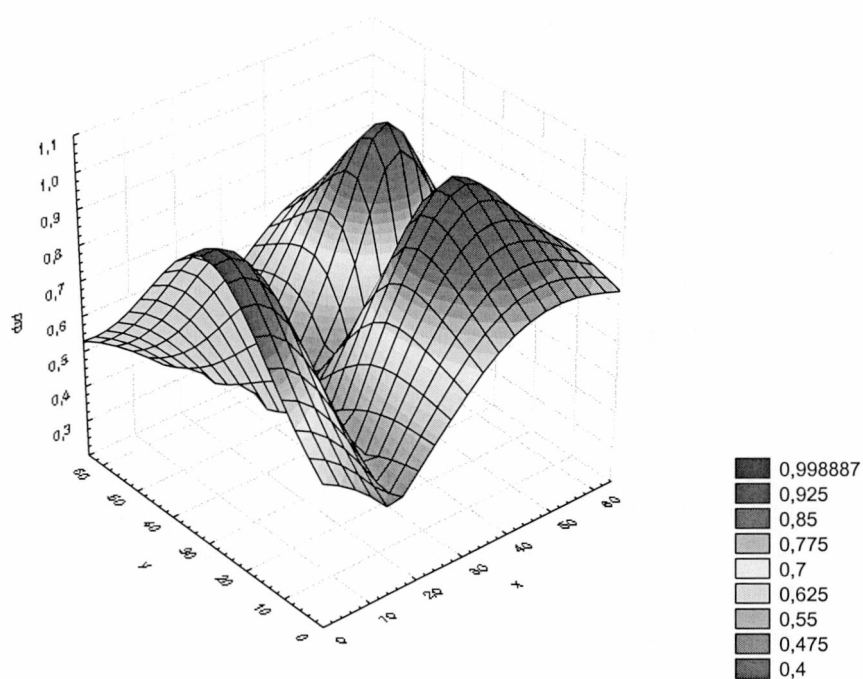


Rys. 8.8 Zasięg centrum Lubin (50,44)



Rys. 8.9 Zasięg centrum Bolesławiec (2,29)

Zasięg wypadkowy trzech centrów w układzie przestrzennym przedstawia rys. 8.10.



Rys. 8.10 Zasięg wypadkowy trzech centrów

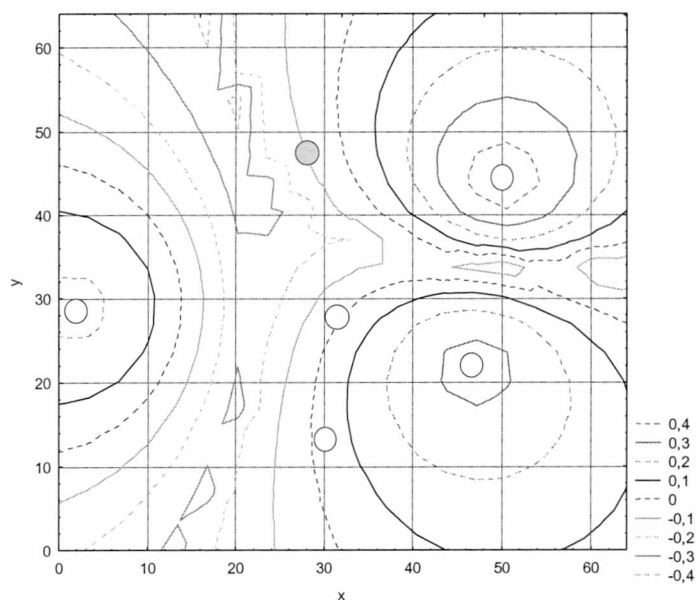
W dalszym ciągu wybrano trzy miejscowości:

- Chocianów(28,48),
- Chojnów(31,29),
- Złotoryja(30,13)

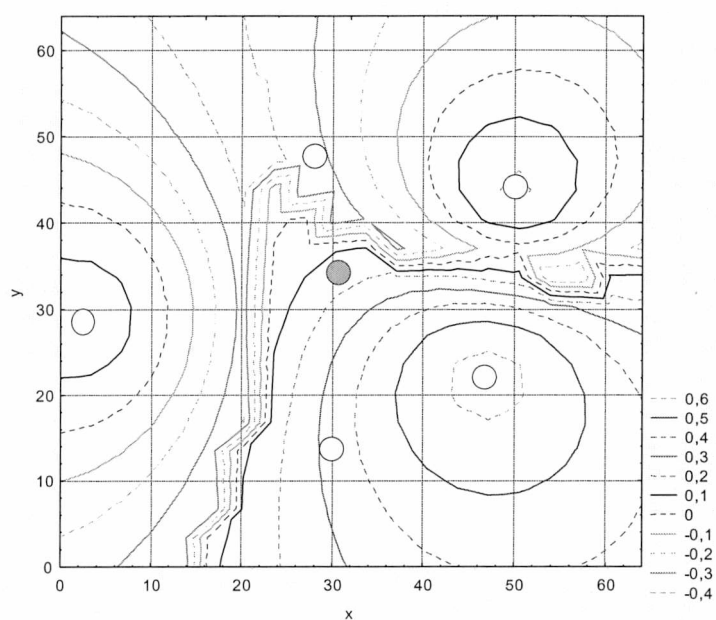
i obliczono, na podstawie wzoru (8.2) prawdopodobieństwa zakupów z każdej z tych miejscowości w poszczególnych centrach handlowych. Uzyskane wyniki zamieszczono w tabeli 8.1

Prawdopodobieństwa zakupów		Tabela 8.1	
Strefy zamieszkania	Centra handlowe		
	Legnica	Lubin	Bolesławiec
Chocianów	0.328	0.453	0.219
Chojnów	0.629	0.218	0.152
Złotoryja	0.705	0.128	0.167

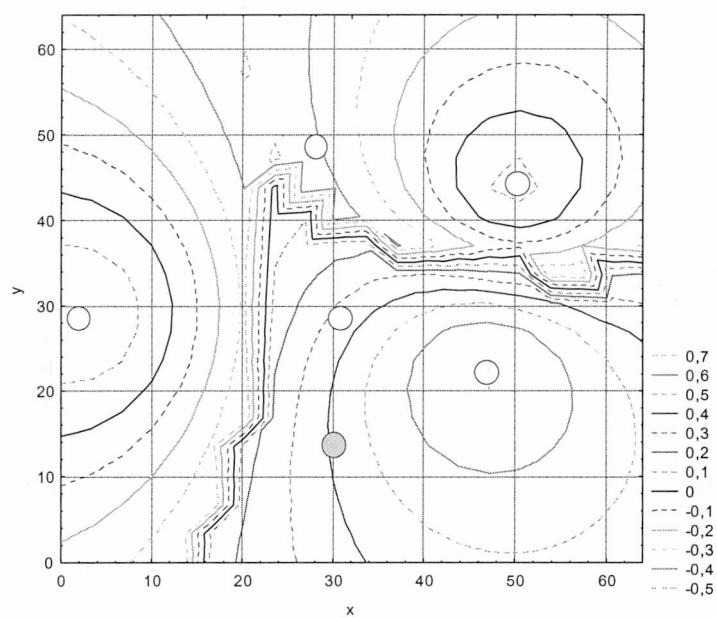
Znając prawdopodobieństwa zakupu z określonej strefy zamieszkania we wszystkich centrach handlowych oraz zasięgi centrów można wyznaczyć zasięg analizowanych centrów handlowych w stosunku do każdej miejscowości. Uzyskane w ten sposób mapki warstwiczne przedstawiono na rys. 8.11, 8.12, 8.13.



Rys. 8.11 Zasięg wpływów trzech centrów w stosunku do Chocianowa



Rys. 8.12 Zasięg wpływów trzech centrów w stosunku do Chojnowa



Rys. 8.13 Zasięg wpływów trzech centrów w stosunku do Złotoryi

8.3. Macierz przepływów finansowych w modelu Laksmanana-Hansena

Dalszym udoskonaleniem modelu Huffa jest model strumieni przepływu Laksmanana-Hansena. W modelu tym jako dodatkowy parametr wprowadzono wydatki konsumentów w poszczególnych strefach zamieszkania. Umożliwia to obliczenie wydatków konsumentów z poszczególnych stref zamieszkania w różnych centrach handlowych.

$$W_{ij} = V_i p_{ij} = V_{ij} \frac{\frac{F_j}{d_{ij}^\lambda}}{\sum_{j=1}^m \frac{F_j}{d_{ij}^\lambda}} \quad (8.4)$$

gdzie

W_{ij} – oczekiwane wydatki konsumentów zamieszkałych w strefie i na zakupy w centrum j

V_i – całkowite wydatki konsumentów zamieszkałych w strefie i.

Model ten pozwala także określić, jaka część wydatków konsumentów z wszystkich stref zamieszkania zostanie zlokalizowana w wybranym centrum. W tym celu wystarczy we wzorze (8.4) wykonać sumowanie po wszystkich strefach zamieszkania.

$$W_j = \sum_{i=1}^n V_{ij} \frac{\frac{F_j}{d_{ij}^\lambda}}{\sum_{j=1}^m \frac{F_j}{d_{ij}^\lambda}} \quad (8.5)$$

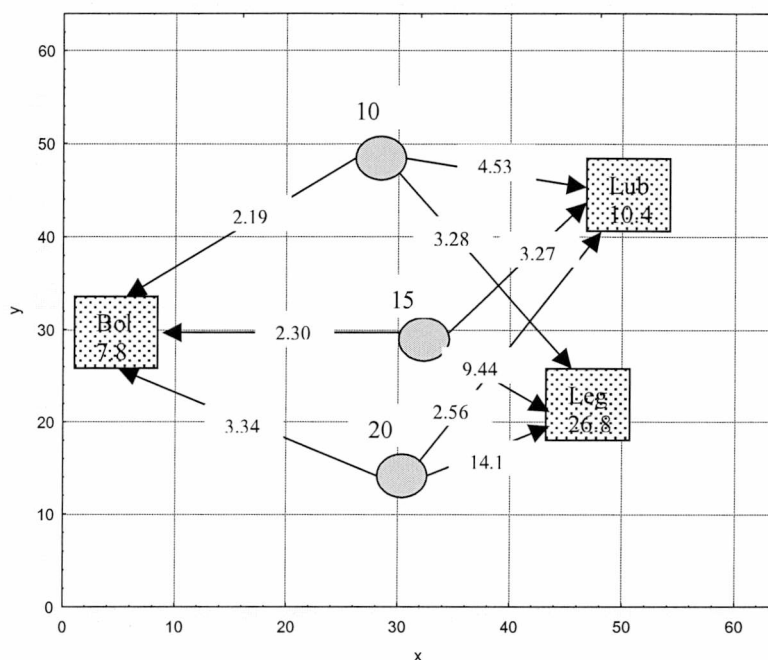
W ogólnym przypadku, zgodnie z nazwą, w modelu Laksmanana-Hansena otrzymujemy macierz (strumień) przepływów finansowych pomiędzy strefami zakupów i centrami handlowymi.

Przykład (cd)

Przyjmując, że łączne wydatki w rozpatrywanych strefach wynoszą odpowiednio Chocianów – 10 mln, Chojnów – 15 mln, Złotoryja – 20 mln otrzymujemy następującą macierz przepływów (Tab.8.2)

Macierz przepływów finansowych				Tabela 8.2
Ośrodki zamieszkania	Centra handlowe			Łączne wydatki ośrodków
	Legnica(C_1) $V_i p_{i1}$	Lubin(C_2) $V_i p_{i2}$	Bolesławiec(C_3) $V_i p_{i3}$	
Chocianów	3.28	4.53	2.19	10
Chojnów	9.44	3.27	2.30	15
Złotoryja	14.10	2.56	3.34	20
Łączne przychody centrów	26.82	10.36	7.83	45

Graficzny obraz strumieni przepływów przedstawiono na rys. 8.14.



Rys. 8.14 Graficzna ilustracja strumieni przepływów

Przedstawione wyżej modele należą do grupy modeli grawitacyjnych. Wspólną cechą tych modeli jest przyjęcie założenia, że prawdopodobieństwo zakupu w danym centrum handlowym jest wprost proporcjonalne do czynnika przyciągającego i odwrotnie proporcjonalne do czynnika odpychającego (zniechęcającego). Czynnikiem przyciągającym jest łączony z atrakcyjnością centrum, a czynnik zniechęcający z jego położeniem (odległością).

Istotnym elementem analizy jest wybór granic analizowanego obszaru. W większości analiz przyjmuje się założenie

$$\sum_{i=1}^n V_i = \sum_{j=1}^m W_j$$

co oznacza, że strumień przepływów finansowych zamyka się wewnątrz analizowanego obszaru. Dobrze jest zatem wybrać obszar w którym występuje jak najmniej interakcji na zewnątrz. Można ewentualnie oszacować strumień zewnętrzny i je odjąć. Czasem strumień zewnętrzny wejściowy jest równoważony strumieniem wyjściowym.

Wiele kłopotów sprawia ilościowe wyrażenie atrakcyjności centrum handlowego. Najczęściej przyjmuje się, że zmienną wyrażającą atrakcyjność jest powierzchnia handlowa. Wielu badaczy proponuje uwzględnienie także takich elementów jak liczba sklepów specjalizowanych, liczba sklepów wielobranżowych, istnienie w pobliżu marketu itp. Podobnie ma się sprawa z czynnikami zniechęcającymi. Najczęściej wyrażająca je zmienna to odległość mierzona w linii prostej, może to być także czas podróży.

Zarówno zmienna wyrażająca atrakcyjność jak i zmienna wyrażająca czynniki zniechęcające (opór) występują w modelach ze współczynnikami wagowymi. Umożliwiają one uwzględnienie dodatkowych elementów jak np. dostępność i wielkość parkingu (atrakcyjność) czy sprawność transportu publicznego, jakość dróg (opór). Najlepszym sposobem na sprawdzenie poprawności doboru parametrów modelu jest jego kalibracja (strojenie) w oparciu o rzeczywiste przypadki.

Zaproponowano wiele sposobów ilościowego wyrażenia czynników przyciągających i zniechęcających. My proponujemy podejście wykorzystujące metodę ocen ekspertów [22]. Niech atrakcyjność będzie zdeterminowana przez k czynników $p_1, p_2, \dots, p_k$ i ich wagi $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$, a opór przez l czynników $q_1, q_2, \dots, q_l$ i ich wagi $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_l$. Analizę opinii ekspertów zaczynamy od sporządzenia zbiorczej tabeli wyników badań ankietowych dotyczących kolejno czynników przyciągania (atrakcyjność) oraz czynników zniechęcenia (oporu).

Dalsze postępowanie sprowadza się do statystycznego opracowania wyników badań ankietowych, analizy zgodności odpowiedzi ekspertów i określenia wspólnego poglądu ekspertów. Metoda została szczegółowo przedstawiona w rozdziale 2.1.

8.4. Prognoza warunkowa zasięgu wpływów poszczególnych centrów handlowych w stosunku do obszarów zamieszkania

Po skonstruowaniu i weryfikacji modelu na danych retrospektywnych można go wykorzystać do prognozowania. Prognozowanie powinno obejmować wszystkie zmienne modelu, a w szczególności zmienne wyrażające wydatki i atrakcyjność. Występujące w modelu Laksmanana-Hansena zmienne wyrażające wydatki konsumentów można na ogół znaleźć w rocznikach statystycznych. Tam też można znaleźć prognozy tych wydatków a także prognozy demograficzne.

Główne zastosowania modeli grawitacyjnych to:

- problem alokacji czyli odpowiedź na pytanie gdzie należy umieścić nowe centrum handlowe,
- jak umieszczenie nowego centrum handlowego w określonym miejscu wpłynie na istniejący system.

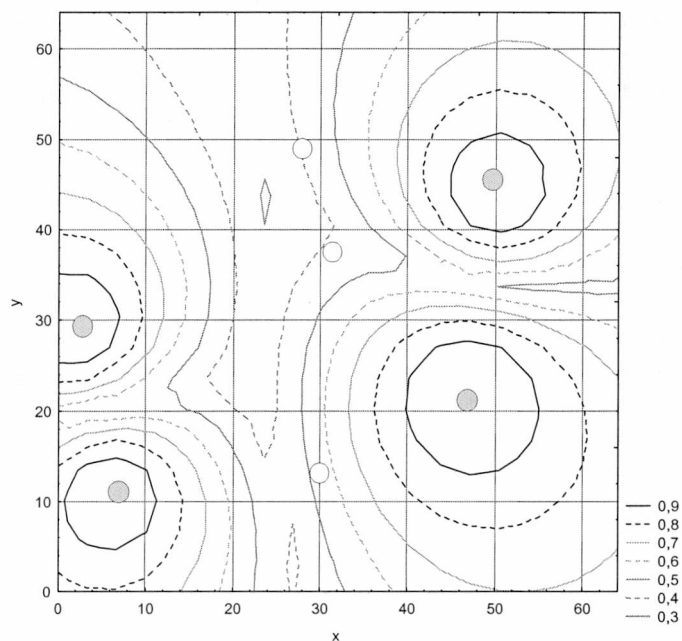
Problem alokacji nowego centrum handlowego jak i ocena zasięgu wpływów poszczególnych centrów handlowych z uwzględnieniem nowego centrum handlowego^{*)} stanowi podstawę do zdefiniowania pojęcia prognozy warunkowej zasięgu handlowego rynku. Inaczej mówiąc ustalona lokalizacja nowego centrum handlowego w obszarze S stanowi warunek, który definiuje nową strukturę rynku w sensie jego zasięgu. Wyznacza więc jego prognozę warunkową. Jak zatem należy rozumieć pojęcie prognozy warunkowej w kontekście rozważanego problemu jakim jest badanie zasięgu handlowego rynków? Z formalnego punktu widzenia należy określić pojęcie operatora predykcji i wyznaczyć jego wartość tzn. prognozę, która z uwagi na określony warunek (lokalizacja nowego centrum handlowego) nosi nazwę prognozy warunkowej. Wszystkie te pojęcia zostały zdefiniowane we wstępie.

Jeżeli w analizowanym obszarze $S: S\{(x_{\min}, x_{\max}) \times (y_{\min}, y_{\max})\}$ zawierającym m centrów handlowych określonej branży $C_j\{(x_j, y_j), F_j\}$ oraz n obszarów zamieszkania, funkcję (8.2) potraktujemy jako operator predykcji, to uwzględniając nowe centrum handlowe możemy wyznaczyć nowy zasięg rynku, a więc prognozę warunkową. Obrazem graficznym zasięgu handlowego badanych ośrodków są wyrysowane na mapie linie konturowe.

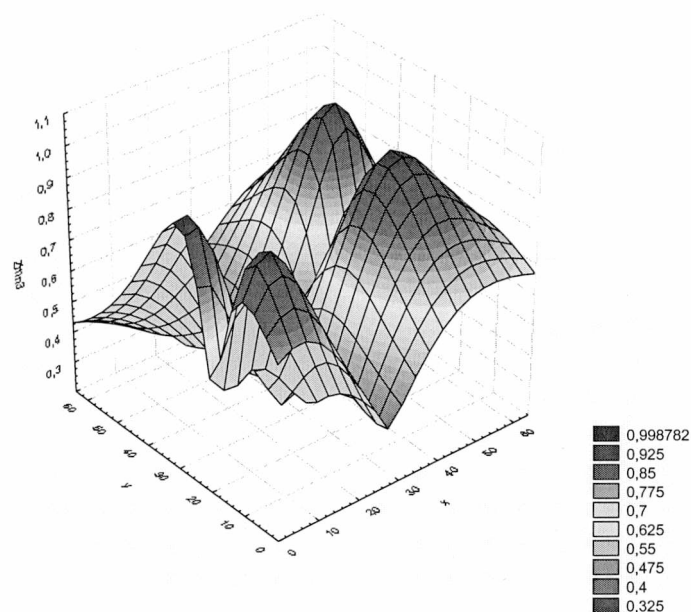
^{*)} Analogiczne rozważania można przeprowadzić uwzględniając powstanie nowej strefy zamieszkania. Prognoza warunkowa zasięgu poszczególnych centrów handlowych w stosunku do obszarów zamieszkania, co ma bezpośredni związek z lokalizacją nowych centrów powstałych we Wrocławiu na przestrzeni kilku ostatnich lat będzie przedmiotem dalszych badań.

Przykład

Rozważmy rzeczywisty obszar S o współrzędnych kartezjańskich $x_{\min}=0$, $x_{\max}=64$, $y_{\min}=0$, $y_{\max}=64$ tzn. $S\{(0,64)\times(0,64)\}$ i umieśćmy w nim nowe centrum handlowe $C_4\{(x,y), F\}$. Traktując zasięg centrów Legnica, Lubin, Bolesławiec (zob. rys. 8.6) jako dane retrospektywne i uwzględniając jako warunek nowe centrum C_4 zgodnie z podaną definicją możemy wyznaczyć nowy zasięg rynkowy tzn. prognozę warunkową, której ilustracją graficzną jest rys. 8.15. Jej odpowiednik przestrzenny przedstawia rys. 8.16.



Rys. 8.15 Zasięg po dodaniu centrum Lwówek (6,11)



Rys. 8.16 Zasięg po dodaniu centrum Lwówek (6,11)

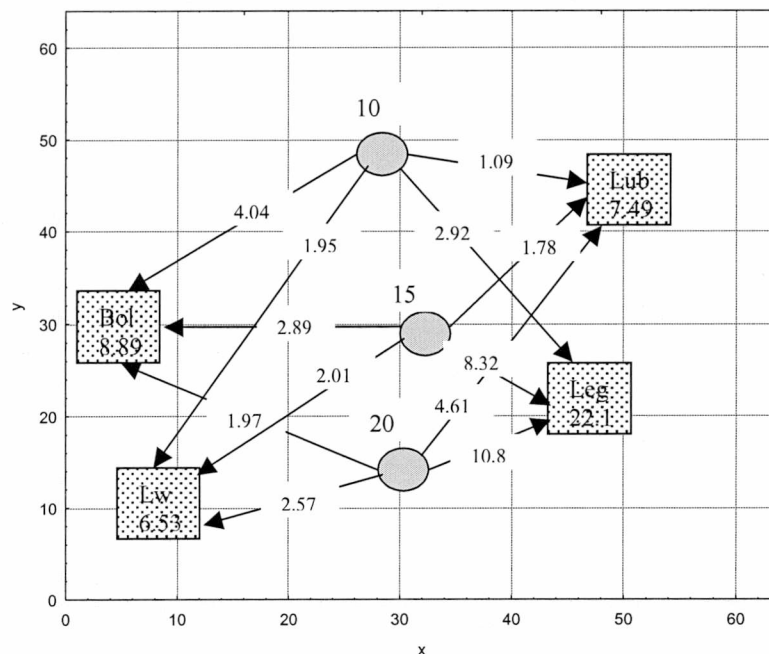
8.5. Prognoza lokalizacji zakupów konsumentów w określonych strukturach geograficznych rynku

Założmy, że w modelu Laksmanana-Hansena macierz przepływów finansowych pomiędzy strefami zakupów i centrami handlowymi ma postać (zob. Tab.8.2). Schemat przepływów finansowych przedstawia rys. 8.14. Graficzny obraz strumieni przepływów przy zadanej macierzy przepływów w obszarze S przedstawia lokalizację zakupów konsumentów w określonych strukturach geograficznych rynku w okresie bazowym. Jeżeli w obszarze S uwzględnimy nowe centrum handlowe (C_4) traktowane jako warunek, to przy zadanej nowej macierzy przepływów finansowych (Tab. 8.5) możemy wyznaczyć prognozę warunkową lokalizacji zakupów konsumentów w określonych strukturach geograficznych rynku. Graficzny obraz prognozy warunkowej, przy ustalonych założeniach, przedstawia rys. 8.17.

Nowa macierz przepływów finansowych

Tabela 8.5

Ośrodki zamieszkania	Centra handlowe				Łączne wydatki ośrodków
	Legnica(C_1) $V_i p_{i1}$	Lubin(C_2) $V_i p_{i2}$	Bolesławiec(C_3) $V_i p_{i3}$	Lwówek(C_4) $V_i p_{i4}$	
Chocianów	2,92	1,09	4,04	1,95	10
Chojnów	8,32	1,78	2,89	2,01	15
Złotoryja	10,85	4,61	1,97	2,57	20
Łączne przychody centrów	22,09	7,49	8,89	6,53	45



Rys. 8.17 Strumienie przepływów po dodaniu nowego centrum

Rozdział 9

Promocja produktów danej firmy oraz alokacja nakładów na aktywizację sprzedaży tych produktów na rozważanych rynkach w okresie prognozowanym

Właściwe rozdysponowanie środków i nakładów między różne rynki, branże oraz akcje promocyjne zdeterminowane jest ich efektami cząstkowymi, które są porównywane ze sobą nie na zasadzie absolutnych zmian obrotów, lecz na zasadzie przyrostów końcowych¹.

Działalność promocyjna pociąga za sobą pewne nakłady, które są ponoszone w związku z przyszłymi efektami. Nie stanowią więc pozycji kosztów, zatem muszą się opłacać. Formalnie zależność między nakładami na promocję, a efektami wyrażają:

funkcja kosztów K i funkcja efektów promocyjnych P postaci [4, 43]

$$K = C + kP \quad (9.1)$$

$$P = a + \sqrt{bX} \quad (9.2)$$

gdzie:

K – koszt całkowity,

X – nakłady promocyjne,

C – koszt stały,

k – koszt zmienny,

P – wielkość sprzedaży,

a, b – parametry strukturalne.

W celu wyznaczenia nakładów promocyjnych X maksymalizujących zysk Z należy wyznaczyć ekstremum (maximum) funkcji zysku postaci

$$Z = (pP - K - X) \quad (9.3)$$

w której p oznacza cenę.

Wykorzystując wzory (9.1), (9.2) oraz wzór (9.3) ostatecznie otrzymujemy

$$Z = pa - C - ka + (p - k)\sqrt{bX} - X.$$

Stąd i z warunku

$$\frac{\partial Z}{\partial X} = 0$$

otrzymujemy

¹ Przyrost obrotów spowodowany przyrostem nakładów o jednostkę musi być jednakowy we wszystkich aktywizowanych formach działalności.

$$X = \frac{(p-k)^2 b}{4}. \quad (9.4)$$

Z uwagi na to, że

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2} \bigg|_{X=\frac{(p-k)^2 b}{4}} < 0,$$

nakłady promocyjne, które maksymalizują zysk wyrażają się wzorem (9.4).

Działalność promocyjna, która z reguły nie ogranicza się do pojedynczych akcji mających na celu optymalizację określonych sfer działalności wymaga odpowiedniej koordynacji działań oraz optymalnej alokacji nakładów między różne rynki stosownie do ich efektów cząstkowych.

Założmy w dalszym ciągu, że mamy n rynków $A_1, A_2, \dots, A_n$ na których zależność sprzedaży od wydatków promocyjnych wyraża się wzorem (9.2) tzn.

$$P_i = a_i + \sqrt{b_i X_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (9.5)$$

Problem alokacji nakładów z uwagi na to, że efektywność nakładów na promocję zmienia się w miarę ich zwiększania, sprowadza się do wyznaczenia pochodnych funkcji sprzedaży i porównania ich do siebie.

Zatem

$$\frac{b_1}{2\sqrt{b_1 X_1}} = \frac{b_2}{2\sqrt{b_2 X_2}} = \dots = \frac{b_n}{2\sqrt{b_n X_n}},$$

skąd, obierając jeden z wyników (np. $i = 1$) za element odniesienia i dokonując względem niego odpowiednich porównań otrzymujemy układ $n-1$ równań o n niewiadomych postaci

$$\begin{aligned} b_2 X_1 &= b_1 X_2 \\ b_3 X_1 &= b_1 X_3 \\ &\dots\dots\dots \\ b_n X_1 &= b_1 X_n \end{aligned} \quad (9.6)$$

Uzupełniając układ (9.6) równaniem bilansowym wydatków postaci

$$X_1 + X_2 + \dots + X_n = X. \quad (9.7)$$

otrzymujemy jednoznaczne rozwiązanie układu (9.6).

Po rozwiązaniu układu (9.6) uzupełnionego równania (9.7) otrzymujemy następujące proporcje wydatków promocyjnych na poszczególnych rynkach

$$\begin{aligned}
 X_1 &= \frac{b_1}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} X \\
 X_1 &= \frac{b_2}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} X \\
 &\dots\dots\dots \\
 X_1 &= \frac{b_n}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} X
 \end{aligned}
 \tag{9.8}$$

Z wzoru (9.8) wynika, iż wydatki promocyjne na poszczególnych rynkach przy ustalonej kwocie X na promocje zależą od parametrów strukturalnych modelu (9.5), które oczywiście w praktyce nie są znane. Należy zatem znaleźć ich estymatory.

9.1. Estymacja parametrów funkcji efektów promocyjnych metodą linearyzacji

Założmy ogólnie, że postulowany model ma postać:

$$P = f(X_1, X_2, \dots, X_k; b_1, b_2, \dots, b_p) + \varepsilon. \tag{9.9}$$

Jeżeli założymy, że $E(\varepsilon) = 0$ i oznaczymy

$$\mathbf{x} = (X_1, X_2, \dots, X_k)^T,$$

$$\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_p)^T,$$

wzór (9.9) możemy zapisać w postaci

$$E(P) = f(\mathbf{x}; \mathbf{b}). \tag{9.10}$$

Będziemy również zakładali, że błędy są nieskorelowane, że $D^2(\varepsilon) = \sigma^2$ i zwykle, że $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$, a więc, że błędy są niezależne.

Jeżeli mamy m obserwacji o postaci

$$P_l, X_{1l}, X_{2l}, \dots, X_{kl} \tag{9.11}$$

dla $l = 1, 2, \dots, m$, model (9.10) można przedstawić w postaci równoważnej

$$P_l = f(X_{1l}, X_{2l}, \dots, X_{kl}; b_1, b_2, \dots, b_p) + \varepsilon_l \tag{9.12}$$

gdzie ε_l jest l -tym błędem, $l=1, 2, \dots, m$. Założenie normalności i niezależności błędów można teraz zapisać $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \mathbf{I}\sigma^2)$, gdzie $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_l)^T$, $\mathbf{0}$ - wektor zer, $\mathbf{I}$ - macierz jednostkowa o odpowiednich wymiarach.

Sumę kwadratów błędu dla modelu nieliniowego i przedstawionych danych można przedstawić jako

$$S(\mathbf{b}) = \sum_{l=1}^m \{P_l - f(\mathbf{x}_l; \mathbf{b})\}^2. \tag{9.13}$$

Zauważmy, że ponieważ P_l i $\mathbf{x}_l$ są obserwacjami ustalonymi, suma kwadratów (9.13) jest funkcją $\mathbf{b}$. Oznaczmy przez $\mathbf{b}^*$ estymator $\mathbf{b}$, otrzymany za pomocą metody najmniejszych kwadratów, to jest wartość $\mathbf{b}$, która minimalizuje $S(\mathbf{b})$.

Różniczkując równanie (9.13) względem $\mathbf{b}$ otrzymujemy p równań normalnych postaci

$$\sum_{l=1}^m \{P_l - f(\mathbf{x}_l; \hat{\mathbf{b}})\} \left[\frac{\partial f(\mathbf{x}_l; \mathbf{b})}{\partial b_i} \right]_{\mathbf{b} = \mathbf{b}^*} = 0 \quad (9.14)$$

dla $i = 1, 2, \dots, p$.

Równania te będą nieliniowe, jeżeli rozważany model będzie nieliniowym względem $\mathbf{b}$. W przypadku gdy w modelu występuje kilka parametrów rozwiązanie równań normalnych może być trudne i w prawie wszystkich przypadkach muszą być stosowane metody iteracyjne. Należy zaznaczyć, że istnieje kilka dostępnych metod stosowanych dla uzyskania estymatorów za pomocą typowych programów obliczeniowych (linearyzacja, metoda najszybszego spadku, kompromis Marquardta) [18].

W dalszym ciągu do wyznaczania estymatorów a_1^*, b_1^* parametrów strukturalnych a_1, b_1 funkcji efektów promocyjnych (9.2) zastosujemy metodę linearyzacji, która wykorzystuje w kolejnych etapach wyniki metody najmniejszych kwadratów dla przypadku liniowego.

Założmy, że badany model ma postać (9.12). Oznaczmy przez $b_{10}, b_{20}, \dots, b_{p0}$ wartości początkowe parametrów $b_1, b_2, \dots, b_p$. Rozwijając w szereg Taylora funkcję $f(\mathbf{x}_l; \mathbf{b})$ wokół punktu $\mathbf{b}_0$, gdzie $\mathbf{b}_0 = (b_{10}, b_{20}, \dots, b_{p0})^T$ i pomijając wyrazy drugiego i wyższych rzędów, otrzymujemy

$$f(\mathbf{x}_l; \mathbf{b}) = f(\mathbf{x}_l; \mathbf{b}_0) + \sum_{i=1}^p \left[\frac{\partial f(\mathbf{x}_l; \mathbf{b})}{\partial b_i} \right]_{\mathbf{b} = \mathbf{b}_0} (b_i - b_{i0}). \quad (9.15)$$

Łatwo zauważyć, że po wprowadzeniu następujących oznaczeń

$$\begin{aligned} f_l^0 &= f(\mathbf{x}_l; \mathbf{b}_0), \\ \beta_i^0 &= b_i - b_{i0}, \\ Z_{il}^0 &= \left[\frac{\partial f(\mathbf{x}_l; \mathbf{b})}{\partial b_i} \right]_{\mathbf{b} = \mathbf{b}_0} \end{aligned} \quad (9.16)$$

model (9.12) ma w przybliżeniu liniową postać:

$$P_l - f_l^0 = \sum_{i=1}^p \beta_i^0 Z_{il}^0 + \varepsilon_l. \quad (9.17)$$

Parametry strukturalne β_i tego modelu możemy estymować przez zastosowanie liniowej metody najmniejszych kwadratów. Tak więc, jeżeli oznaczymy

$$\begin{bmatrix} Z_{11}^0 & Z_{21}^0 & \dots & Z_{p1}^0 \\ Z_{12}^0 & Z_{22}^0 & \dots & Z_{p2}^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{1l}^0 & Z_{2l}^0 & \dots & Z_{pl}^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{1n}^0 & Z_{2n}^0 & \dots & Z_{pn}^0 \end{bmatrix} = [Z_{il}]_{n \times p} \quad (9.18)$$

$$\mathbf{a}_0 = \begin{bmatrix} b_1^0 \\ b_2^0 \\ \dots \\ b_p^0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} P_1 - f_1^0 \\ P_2 - f_2^0 \\ \dots \\ P_l - f_l^0 \\ \dots \\ P_n - f_n^0 \end{bmatrix} = \mathbf{P} - \mathbf{f}^0, \quad (9.19)$$

to estymator $\beta = (\beta_1^0, \beta_2^0, \dots, \beta_p^0)^T$ minimalizujący sumę kwadratów

$$S(\mathbf{a}) = \sum_{l=1}^m \left\{ P_l - f(\mathbf{x}_l, \mathbf{a}_0) - \sum_{i=1}^p \beta_i^0 Z_{il}^0 \right\}^2 \quad (9.20)$$

względem β_i^0 ($\beta_i^0 = b_i - b_{i0}$) ma postać

$$\mathbf{a}_0 = (\mathbf{Z}_0^T \mathbf{Z}_0)^{-1} \mathbf{Z}_0^T (\mathbf{P} - \mathbf{f}^0). \quad (9.21)$$

Jeżeli oznaczmy przez a_i^0 różnicę $b_{i1} - b_{i0}$, to estymatory b_{i1} ($i = 1, 2, \dots, p$) mogą być uważane za poprawione najlepsze estymatory $\mathbf{a}$. Umieszczając wartości b_{i1} w miejsce wartości b_{i0} i postępując według procedury opisanej równaniami (9.15) – (9.21), lecz po zastąpieniu wszystkich wskaźników zerowych jedynekowymi otrzymujemy inny zestaw poprawionych estymatorów b_{i2} itd. Proces ten możemy zapisać w postaci wektorowej

$$\mathbf{b}_{j+1} = \mathbf{b}_j + \mathbf{a}_j$$

$$\mathbf{b}_{j+1} = \mathbf{b}_j + (\mathbf{Z}_j^T \mathbf{Z}_j)^{-1} \mathbf{Z}_j^T (\mathbf{P} - \mathbf{f}^j)$$

gdzie

$$\mathbf{Z}_j = [Z_{il}^j]$$

$$\mathbf{f}^j = (f_1^j, f_2^j, \dots, f_n^j)^T$$

$$\mathbf{b}_j = (b_{1j}, b_{2j}, \dots, b_{pj})^T.$$

Przedstawiony proces iteracyjny trwa do osiągnięcia zbieżności rozwiązań, tzn. aż do kolejnych iteracji j , $(j + 1)$ takich, że

$$\left| \frac{b_{i(j+1)} - b_{ij}}{b_{ij}} \right| < \delta, \quad i = 1, 2, \dots, q,$$

gdzie δ jest pewną z góry ustaloną liczbą.

Opisana procedura linearyzacji w teorii jest zawsze zbieżna, w praktyce mogą jednak wystąpić pewne trudności. Wówczas należy rozważyć możliwość reparametryzacji modelu lub zastosować kompromis Marquardta [18].

Jak już zaznaczyliśmy proporcje wydatków promocyjnych na poszczególnych rynkach, przy ustalonej kwocie X na promocje w okresie prognozowanym zależą od parametrów strukturalnych modelu (9.5). Do wyznaczenia estymatorów parametrów zlinearyzujemy ten model zgodnie z wzorem (9.15). W tym celu należy obliczyć pierwsze pochodne wyrażenia

$$f(\mathbf{X}_l, \mathbf{b}) = f(\mathbf{X}_l; a_i, b_i) = a_i + \sqrt{b_i X_l}, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

mianowicie

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial a_i} &= 1 \\ \frac{\partial f}{\partial b_i} &= 0,5 \sqrt{\frac{X_l}{b_i}}. \end{aligned}$$

Jeżeli więc $a_i = a_j$, $b_i = b_j$ są wartościami wprowadzonymi w j -tym etapie jak opisano wcześniej to w j -tym etapie mamy model postaci

$$P_l - f_l^j = (a_i - a_j) + 0,5 \sqrt{\frac{X_l}{b_i}} + \varepsilon_l$$

lub w zapisie macierzowym

$$\mathbf{P} - \mathbf{f}^j = \mathbf{Z}_j \begin{bmatrix} a_i - a_j \\ b_i - b_j \end{bmatrix} + \boldsymbol{\epsilon}$$

gdzie

$$\begin{aligned} f_m^j &= a_j + \sqrt{b_j X_l} \\ \mathbf{Z}_j &= \begin{bmatrix} 1 & 0,5 \sqrt{\frac{X_1}{b_j}} \\ \dots & \dots \\ 1 & 0,5 \sqrt{\frac{X_l}{b_j}} \\ \dots & \dots \\ 1 & 0,5 \sqrt{\frac{X_n}{b_j}} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

a wektor wielkości, które mają być estymowane ma postać

$$\begin{bmatrix} a_i - a_j \\ b_i - b_j \end{bmatrix}$$

przy estymatorze

$$\begin{bmatrix} a_{i,j+1} - a_{i,j} \\ b_{i,j+1} - b_{i,j} \end{bmatrix} = (\mathbf{Z}_j^T \mathbf{Z}_j)^{-1} \mathbf{Z}_j^T \begin{bmatrix} P_1 - f_1^j \\ P_2 - f_2^j \\ \dots \\ P_l - f_l^j \\ \dots \\ P_n - f_n^j \end{bmatrix}.$$

W przypadku zastosowania linearyzowanej postaci modelu nieliniowego w zasadzie mogą być wykorzystywane wszystkie podstawowe wzory i metody z teorii regresji liniowej. Uzyskane w ten sposób wyniki są przydatne w praktyce w takim stopniu, w jakim postać linearyzowana stanowi dobre przybliżenie modelu rzeczywistego.

W przypadku gdy uzyskany za pomocą metody linearyzacji model dobrze (w określonym sensie) przybliża model rzeczywisty możemy np. obliczyć przybliżone granice obszarów ufności na poziomie $100(1-q)\%$ przez znalezienie punktów (a_i, b_i) które spełniają zależność [18]

$$S(a_i, b_i) = S(\hat{a}_i, \hat{b}_i) \left[1 + \frac{p}{n-p} F(p, n-p, 1-q) \right] \quad (9.22)$$

gdzie p – liczba parametrów, n – liczba obserwacji.

Zależność (9.22) dla funkcji efektów promocyjnych P postaci (9.2) wyraża się wzorem

$$S(a_i, b_i) = S(\hat{a}_i, \hat{b}_i) \left[1 + \frac{2}{n-2} F(2, n-2, 1-q) \right] = S_q, \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Uwzględniając resztową sumę kwadratów rozważanego modelu (9.2) przedstawioną jako

$$S(a_i, b_i) = \sum_{l=1}^n \left\{ P_l - a_i - \sqrt{b_i X_l} \right\}^2,$$

otrzymujemy
$$\sum_{l=1}^n \left\{ P_l - a_i - \sqrt{b_i X_l} \right\}^2 = S_q$$

lub
$$a_i^2 + 2Aa_i + B - S_q = 0$$

gdzie wielkości

$$A = -\sum_{l=1}^n P_l \sqrt{b_i X_l}$$

$$B = \sum_{l=1}^n \{P_l^2 + b_l X_l - 2P_l \sqrt{b_l X_l}\} \text{ s\k{a} tylko funkcjami } b_l.$$

Możemy wi\k{e}c wybra\k{c} warto\k{c} q , a nast\k{e}pnie obliczy\k{c} $a_1 = -A \pm [A^2 - (B - S_q)]^{1/2}$ dla ca\k{lego zakresu b_i , w celu uzyskania punkt\k{ow} na granicach obszar\k{ow} ufno\k{sci na poziomie ufno\k{sci oko\k{lo} $100(1 - q)\%$.

9.2. Prognozowanie proporcji wydatk\k{ow} promocyjnych badanej firmy na poszczeg\k{ol}nych rynkach.

Dotychczasowe rozwa\k{z}ania zmierzaj\k{a}ce do wyznaczenia wydatk\k{ow} promocyjnych badanej firmy na poszczeg\k{ol}nych rynkach $A_1, A_2, \dots, A_n$ przy ustalonej kwocie X na promocj\k{e} mo\k{z}na symbolicznie przedstawi\k{c} za pomoc\k{a} nast\k{e}puj\k{a}cego schematu

Rynek	Nak\k{lad}y promocyjne	$X_{1;1}, X_{1;2}, \dots, X_{1;m},$	
A_1	• Wielko\k{c} sprzed\k{a\k{z}y	$P_{1;1}, P_{1;2}, \dots, P_{1;m},$	$\longrightarrow \hat{a}_1, \hat{b}_1$
Rynek	Nak\k{lad}y promocyjne	$X_{2;1}, X_{2;2}, \dots, X_{2;m},$	
A_2	• Wielko\k{c} sprzed\k{a\k{z}y	$P_{2;1}, P_{2;2}, \dots, P_{2;m},$	$\longrightarrow \hat{a}_2, \hat{b}_2$
.....			
Rynek	Nak\k{lad}y promocyjne	$X_{n;1}, X_{n;2}, \dots, X_{n;m},$	
A_n	• Wielko\k{c} sprzed\k{a\k{z}y	$P_{n;1}, P_{n;2}, \dots, P_{n;m},$	$\longrightarrow \hat{a}_n, \hat{b}_n$

gdzie $\hat{a}_i, \hat{b}_i$ – estymatory parametr\k{ow} strukturalnych modelu (9.5) uwzgl\k{ed}niaj\k{a}cego i -ty rynek.

Ostatecznie otrzymujemy nast\k{e}puj\k{a}ce proporcje wydatk\k{ow} promocyjnych na poszczeg\k{ol}nych rynkach w okresie prognozowanym

$$\begin{aligned}
 X_{1,m+1}^* &= \frac{\hat{b}_1}{\hat{b}_1 + \hat{b}_2 + \dots + \hat{b}_n} X_{m+1}, \\
 X_{2,m+1}^* &= \frac{\hat{b}_2}{\hat{b}_1 + \hat{b}_2 + \dots + \hat{b}_n} X_{m+1}, \\
 &\dots\dots\dots \\
 X_{n,m+1}^* &= \frac{\hat{b}_n}{\hat{b}_1 + \hat{b}_2 + \dots + \hat{b}_n} X_{m+1}.
 \end{aligned} \tag{9.23}$$

W dotychczasowych rozwa\k{z}aniach uwzgl\k{ed}niali\k{s}my funkcj\k{e} efekt\k{ow} promocyjnych postaci (9.5). Funkcja ta wyra\k{z}a pierwszy typ zale\k{z}no\k{sci pomi\k{e}dzy nak\k{ladami na promocj\k{e} a efektami. Drugi typ tej zale\k{z}no\k{sci wyra\k{z}a si\k{e} np. za pomoc\k{a} funkcji logistycznej postaci

przy czym estymatory $\hat{a}_i, \hat{b}_i, \hat{k}_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) parametrów strukturalnych a_i, b_i, k_i wyznaczone metodą Hottellinga wyrażają się następującymi wzorami (zob. np. [15])

$$\begin{aligned}\hat{a}_i &= \frac{\sum_{t=2}^{m_i-1} \tau_{t;i} \sum_{t=2}^{m_i-1} P_{t;i}^2 - \sum_{t=2}^{m_i-1} P_{t;i} \sum_{t=2}^{m_i-1} \tau_{t;i} P_{t;i}}{(m_i - 2) \sum_{t=2}^{m_i-1} P_{t;i}^2 - \left(\sum_{t=2}^{m_i-1} P_{t;i} \right)^2}, \\ \hat{k}_i &= \frac{\hat{a}_i \left[(m_i - 2) \sum_{t=2}^{m_i-1} P_{t;i} - \left(\sum_{t=2}^{m_i-1} P_{t;i} \right)^2 \right]}{(m_i - 2) \sum_{t=2}^{m_i-1} \tau_{t;i} P_{t;i} - \sum_{t=2}^{m_i-1} \tau_{t;i} \sum_{t=2}^{m_i-1} P_{t;i}}, \\ \hat{b}_i &= \exp \left[\frac{\hat{a}_i (m_i + 1)}{2} + \frac{1}{m_i} \sum_{t=1}^{m_i} \ln \left(\frac{\hat{k}_i}{P_{t;i}} - 1 \right) \right],\end{aligned}\tag{9.27}$$

gdzie m_i – liczba wyrazów szeregu czasowego uwzględniająca i -ty rynek,

$$\tau_{t;i} = \frac{1}{2} \ln \frac{P_{t+1;i}}{P_{t-1;i}}, \quad t = 2, 3, \dots, m_i - 1.$$

Uwzględniając drugi typ zależności pomiędzy nakładami na promocję a efektami, wyrażonej za pomocą funkcji logistycznej przy ustalonej kwocie X_{m+1} na promocję oraz wzory (9.26), (9.27) otrzymujemy prognozę $X_{1,m+1}^*, X_{2,m+1}^*, \dots, X_{n,m+1}^*$ wydatków promocyjnych na poszczególnych rynkach.

Zakończenie

W pracy zaprezentowano niektóre metody i problemy ilościowe w badaniach marketingowych. Przedstawiono metodę Sterna-Tyszyńskiego obliczania efektów częściowych zmian obrotów przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym i metodę BCG umożliwiającą wyznaczenie planu sytuacyjnego przedsiębiorstwa. Omówiono zagadnienie selektywności rynku oraz zaproponowano pewne sformalizowanie tego problemu. Zdefiniowano podstawowe pojęcia dotyczące problemu segmentacji rynku ilustrując je przykładami praktycznymi. Dokonano prezentacji modeli zasięgu handlowego rynku oraz zdefiniowano prognozę warunkową zasięgu. Omówiono problem optymalizacji nakładów na działalność promocyjną.

Wszystkie w/w zagadnienia rozpatrzono zarówno w okresie retrospektywnym jak i prognozowanym. Do prognozowania wykorzystano sieci neuronowe. W niektórych przypadkach (głównie w celach porównawczych) sięgnięto także po klasyczne metody prognozowania.

Przeprowadzono eksperymenty z trzema różnymi symulatorami sieci neuronowych. Opisano szczegółowo całą procedurę prognozowania poczynając od wstępnej analizy danych, poprzez wybór architektury sieci, proces uczenia i testowania po analizę wyników.

Ogólna ocena możliwości wykorzystania sieci neuronowych jest pozytywna, jednak nie pozbawiona aspektów negatywnych. Do doświadczeń pozytywnych można niewątpliwie zaliczyć fakt, że uzyskano akceptowalne wyniki uczenia, testowania i prognozowania. Czasy symulacji na komputerze klasy Pentium są pomijalnie małe (gorsze dla symulatora Neuronix, lepsze dla SNNS). Sam proces prognozowania nie wymaga znajomości analitycznych metod prognozowania, ale wiedza taka jest przydatna do oceny wyników i porównania różnych metod prognozowania. Niezbędne jest natomiast doświadczenie w pracy z sieciami neuronowymi, a nawet pewna (nabyta) intuicja. Wynika to z faktu istnienia wielu minimów lokalnych i problemów związanych zarówno z niedouczeniem jak i przeuczeniem sieci.

Do doświadczeń negatywnych należy zaliczyć pracochłonność związaną z indywidualnym rozpatrywaniem każdego szeregu czasowego. Niedogodność tę można znacznie zredukować przez opracowanie odpowiedniego systemu automatycznego, co jest celowe przy częstym korzystaniu z wyników prognozowania. Pewną uciążliwością jest także konieczność kilkukrotnego powtarzania procesu uczenia sieci. Zmniejsza to ryzyko utknięcia w minimum lokalnym, ale wymaga dodatkowego nakładu czasu. Można tego uniknąć stosując bardziej wyrafinowane algorytmy uczenia sieci, co będzie przedmiotem dalszych badań.

Przedsiębiorstwo dysponujące odpowiednim zasobem informacji może opracować system do analizy danych marketingowych, którego elementem mogłyby być sieci neuronowe. W takim przypadku sieć można stroić w miarę uzyskiwania nowych danych (ocena jakości prognoz wygasłych). Jest to o tyle łatwe, że dostępnych jest bardzo dużo symulatorów sieci neuronowych. Wiele z nich jest oferowanych w postaci samodzielnych (często otwartych do rozbudowy) pakietów, niektóre jako dodatki do innych narzędzi.

Przeprowadzone eksperymenty potwierdzają możliwość stosowania sieci neuronowych w rozpatrywanych obszarach badań marketingowych, szczególnie wówczas, gdy dysponuje się niezbędnymi danymi oraz możliwością praktycznej weryfikacji jakości uzyskiwanych prognoz.

Co najmniej kilka problemów poruszonych w pracy powinno być kontynuowanych. W przypadku sieci neuronowych kontynuacja badań może dotyczyć wykorzystania różnych architektur sieci. W pracy ograniczono się do sieci jednokierunkowych wielowarstwowych. Tymczasem bardzo użyteczne w wielu zastosowaniach prognostycznych okazały się sieci radialne [11, 47], sieci rekurencyjne [47] czy sieci z opóźnieniami czasowymi [55]. Innym obszarem poszukiwań może być próba wykorzystania w modelu dodatkowych zmiennych objaśniających. Dobór odpowiednich zmiennych powinien w istotny sposób wpłynąć na poprawę jakości prognozy. Z kolei zastosowanie sieci rekurencyjnych czy sieci z opóźnieniami czasowymi powinno umożliwić zwiększenie horyzontu prognozy.

Szczególnie perspektywiczne wydają się być prace nad możliwością szerszego zastosowania metod sztucznej inteligencji w badaniach marketingowych, w tym metod eksploracji danych (*ang. data mining*). Coraz częściej w badaniach marketingowych problemem nie jest zdobycie danych, ale przetworzenie ogromnej liczby dostępnej informacji. Większość metod statystycznych obróbki danych bazuje na liniowości. Takie podejście nie uwzględnia wielu zależności zawartych w danych. Bardzo obiecujące okazuje się modelowanie zależności nieliniowych przy pomocy sieci neuronowych. Szczególnie przydatne okazały się w tym przypadku sieci uczone bez nadzoru [47]. Jest to związane z tym, że relacje między danymi nie są zdefiniowane a priori. Stosowane techniki są zatem oparte na bezwzorcowych metodach grupowania, wykorzystujących algorytmy uczenia bez nadzoru. Wymaga się jedynie określenia zmiennych, które mogą być istotne dla poszukiwań. W przypadku badań marketingowych mogą to być np. zmienne demograficzne czy dane odnoszące się do historii sprzedaży. W obszarze segmentacji rynku interesujące mogą być badania nad kombinacją klasyfikatorów z wykorzystaniem sieci neuronowych i algorytmów genetycznych. [21].

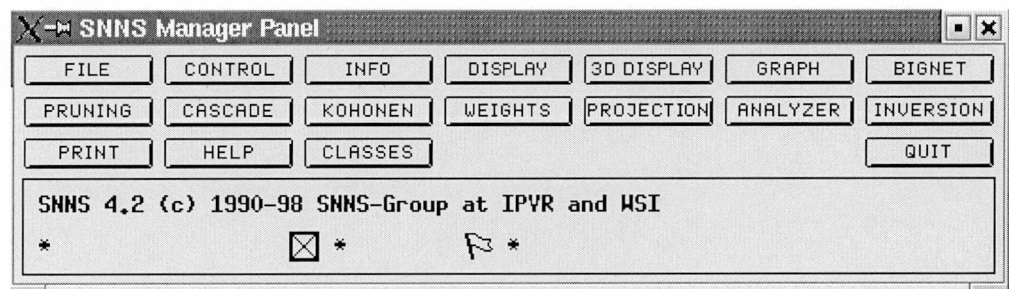
W rozdziale 2 zaproponowano sposób uporządkowania i formalizacji elementów oceny działalności przedsiębiorstwa. Badania w tym zakresie, mające na celu dalszą rozbudowę, analizę kompletności i formalizację będą kontynuowane. Podjęta zostanie także próba praktycznego wykorzystania sformułowanej w rozdziale 8 prognozy warunkowej zasięgu handlowego rynku do analizy ewolucji zasięgu centrów handlowych na terenie Wrocławia. W rozdziałach 4 i 6 zaproponowano wykorzystanie metody ocen ekspertów do badań ankietowych czynników determinujących atrakcyjność rynku. Praktyczna weryfikacja tych propozycji będzie tematem dalszych prac.

DODATKI

Dodatek 1 Symulator SNNS

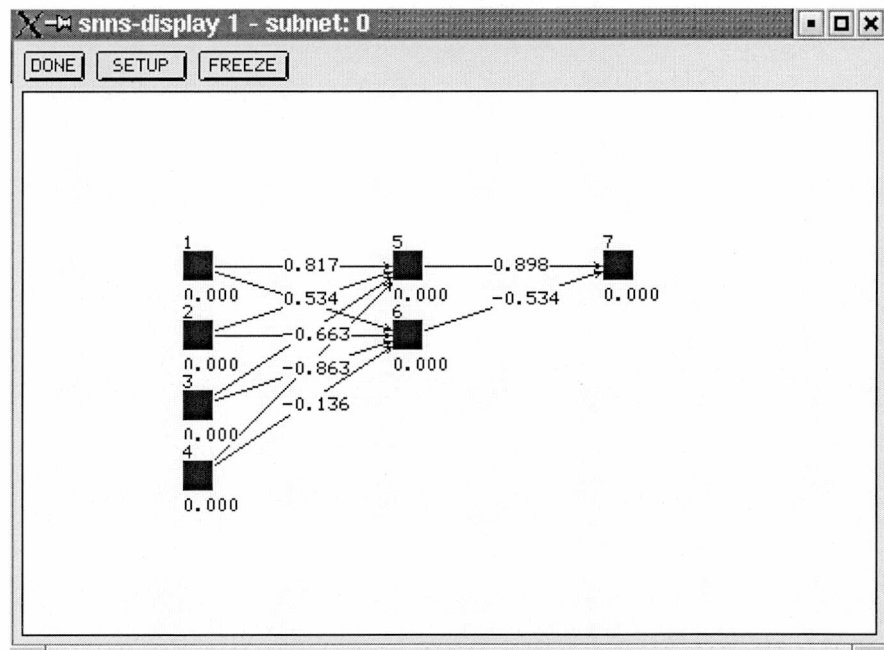
Symulator jest narzędziem graficznym. Jego obsługa sprowadza się do wywoływania kolejnych okienek. Podstawowym oknem jest panel zarządzania (rys. 1). Główne elementy tego panelu to:

- FILE (ładowanie i zachowywanie sieci, plików wzorcowych, wyników symulacji)
- CONTROL (sterowanie przebiegiem symulacji),
- DISPLAY (wyświetlenie sieci),
- GRAPH (graficzna wizualizacja procesu uczenia i testowania sieci),
- BIGNET (tworzenie nowej sieci),



Rys. 1 SNNS – panel główny

Do tworzenia sieci można wykorzystać narzędzie pn` BIGNET (rys. 3). W procesie tworzenia sieci definiuje się typ warstwy (wejściowa/ukryta/wyjściowa) i podaje liczbę



Rys. 2 Sieć 4-2-1 po zainicjowaniu wag

neuronów w każdej warstwie określając równocześnie ich graficzne rozmieszczenie w układzie współrzędnych (x,y,z). Na końcu należy określić sposób połączenia neuronów i uruchomić proces automatycznego utworzenia zdefiniowanej sieci.

Utworzoną sieć można wyświetlić za pomocą opcji DISPLAY. Przykładową sieć (4-2-1) po zainicjowaniu przedstawiono na rys. 2. Obok schematu połączeń neuronów wyświetlane są także początkowe wartości wag i aktywacji neuronów.

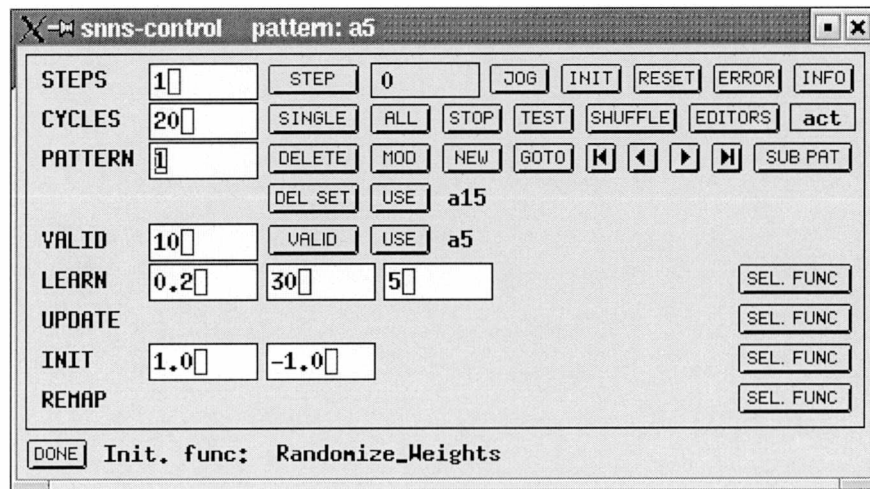
Plane		Current Plane	Edit Plane
Plane:		1	
Type:		input	hidden
No. of units in x-direction:		1	1
No. of units in y-direction:		4	2
z-coordinates of the plane:			0
Rel. Position:		right	right
Edit Plane:	ENTER INSERT OVERWRITE DELETE		
	PLANE TO EDIT TYPE POS		
Current plane:	⏮ ⏪ ⏩ ⏭		
		Current Link	Edit Link
		Source	Target
Plane			
Cluster			
Coordinates			
x:			
y:			
width :			
height:			
Unit			
Coordinates			
x:			
y:			
Move			
dx:			
dy:			
Edit Link:	ENTER OVERWRITE LINK TO EDIT DELETE		
	FULL CONNECTION SHORTCUT CONNECTION		
Current Link:	⏮ ⏪ ⏩ ⏭		
CREATE NET DONE CANCEL			

Rys. 3. Panel definiowania i tworzenia sieci

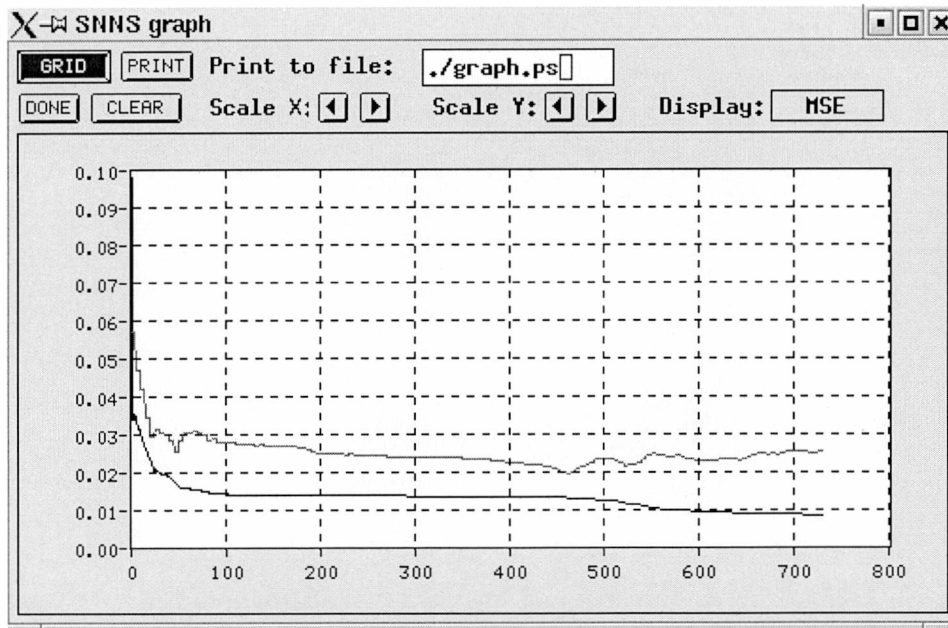
Podstawowym panelem wykorzystywanym w procesie symulacji jest CONTROL Panel (rys. 4). Dokonuje się w nim wyboru wszystkich parametrów symulacji jak

- algorytm uczenia i jego parametry,
- funkcja aktualizacji wag,
- funkcja inicjalizacji wag,
- pliki uczenia i testowania,
- liczba cykli uczenia,
- liczba cykli uczenia, po której odbywa się testowanie (walidacja).

W tym panelu steruje się także przebiegiem symulacji.

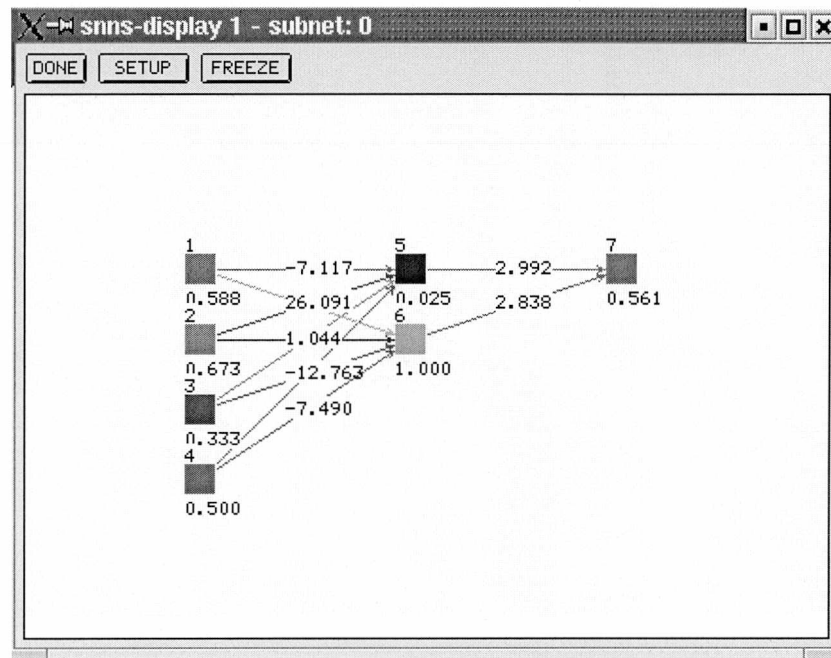


Rys. 4 Panel sterowania przebiegiem symulacji



Rys. 5. Krzywe uczenia i testowania sieci

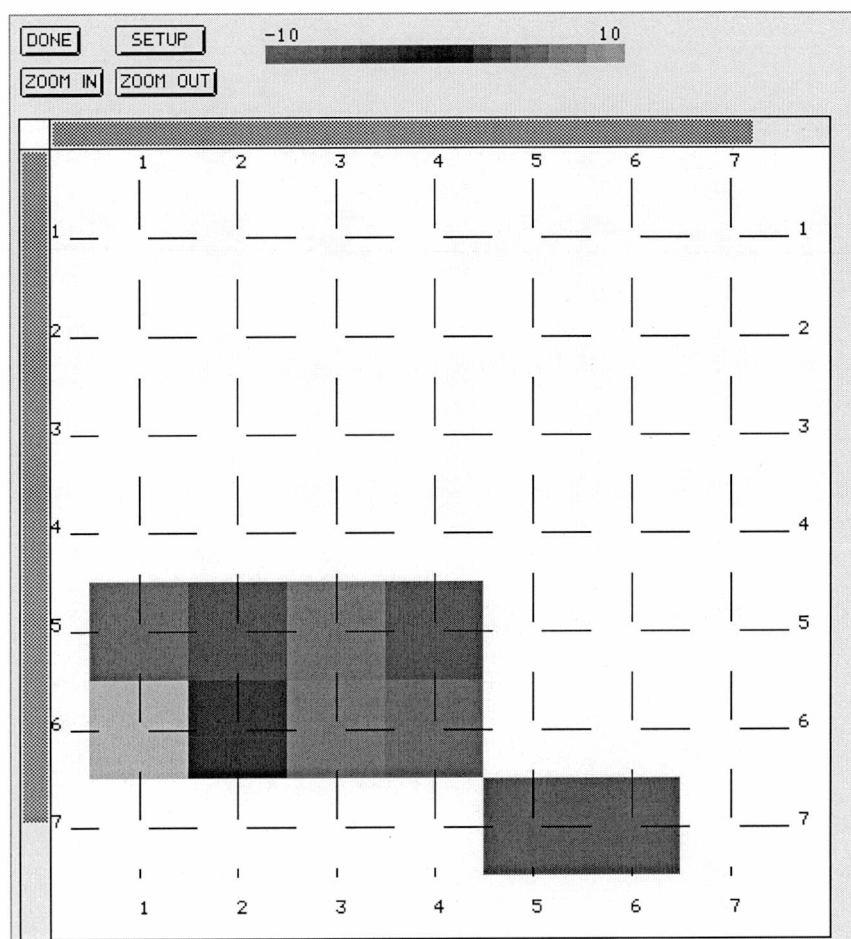
Przebieg symulacji może być wizualizowany za pomocą panelu GRAPH (rys. 5). Umożliwia on bieżącą obserwację krzywych uczenia i testowania sieci. Na ich podstawie podejmuje się decyzję o zakończeniu procesu uczenia sieci. Równocześnie w panelu DISPLAY można wyświetlić wyuczoną sieć (rys. 6).



Rys. 6. Wizualizacja wyuczonej sieci 4-2-1.

Konfiguracja raz wyuczonej sieci (połączenia neuronów i wartości wag) może być zachowana na dysku i później wykorzystywana w procesie prognozowania.

SNNS umożliwia także wizualizację wag w postaci tzw. diagramu Hintona (rys. 7). Na wykresie tym wartości wag są kodowane za pomocą kolorowych kwadratów: od jasnoczerwonego (duże wartości ujemne) do jasnozielonego (duże wartości dodatnie). Rys. 7 przedstawia diagram Hintona dla sieci 4-2-1 (rys. 6). Kwadraty w wierszu oznaczonym numerem 5 reprezentują wagi od neuronów 1-go, 2-go, 3-go, 4-go do neuronu 5-go. Podobnie w wierszu o numerze 6 są przedstawione wagi do neuronu 6-go, a w wierszu 7 do neuronu 7-go od neuronów 5-go i 6-go.



Rys. 7. Diagram Hintona sieci 4-2-1

Dodatek 2 Przykładowy plik z danymi do uczenia sieci (fragment)

SNNS pattern definition file V3.2
generated at Mon Apr 25 18:08:50 2002

No. of patterns : 12
No. of input units : 4
No. of output units : 1

```
# Input pattern 1:
0.625 0.732 0.129 0.540
# Output pattern 1:
0.900
# Input pattern 2:
0.732 0.129 0.540 0.900
# Output pattern 2:
0.500
# Input pattern 3:
0.129 0.540 0.900 0.500
# Output pattern 3:
0.100
# Input pattern 4:
0.540 0.900 0.500 0.100
# Output pattern 4:
0.460
# Input pattern 5:
0.900 0.500 0.100 0.460
# Output pattern 5:
0.567
# Input pattern 6:
0.500 0.100 0.460 0.567
# Output pattern 6:
0.370
# Input pattern 7:
0.100 0.460 0.567 0.370
# Output pattern 7:
0.679
# Input pattern 8:
0.460 0.567 0.370 0.679
# Output pattern 8:
0.836
# Input pattern 9:
0.567 0.370 0.679 0.836
# Output pattern 9:
0.588
# Input pattern 10:
0.370 0.679 0.836 0.588
# Output pattern 10:
0.492
# Input pattern 11:
0.679 0.836 0.588 0.492
# Output pattern 11:
0.194
# Input pattern 12:
0.836 0.588 0.492 0.194
# Output pattern 12:
0.705
```

Dodatek 3 Przykładowy plik z wynikami prognozy (fragment)

SNNS result file V1.4-3D
generated at Sat Mar 22 14:48:38 2003

No. of patterns : 13
No. of input units : 4
No. of output units : 1
startpattern : 1
endpattern : 13
input patterns included
teaching output included
#1.1
0.625 0.732 0.129 0.54
0.9
0.9234
#2.1
0.732 0.129 0.54 0.9
0.5
0.51346
#3.1
0.129 0.54 0.9 0.5
0.1
0.28863
#4.1
0.54 0.9 0.5 0.1
0.46
0.48733
#5.1
0.9 0.5 0.1 0.46
0.567
0.63298
#6.1
0.5 0.1 0.46 0.567
0.37
0.38119
#7.1
0.1 0.46 0.567 0.37
0.679
0.61244
#8.1
0.46 0.567 0.37 0.679
0.836
0.827
#9.1
0.567 0.37 0.679 0.836
0.588
0.56063
#10.1
0.37 0.679 0.836 0.588
0.492
0.32748
#11.1
0.679 0.836 0.588 0.492
0.194
0.24165

#12.1
0.836 0.588 0.492 0.194
0.705
0.59967
#13.1
0.588 0.492 0.194 0.705
0
0.89272

Dodatek 4 Plik z konfiguracją wyuczonej sieci

SNNS network definition file V1.4-3D
generated at Sat Mar 22 14:48:13 2003

network name : 42lwa12a
source files :
no. of units : 7
no. of connections : 10
no. of unit types : 0
no. of site types : 0

learning function : Rprop
update function : Topological_Order

unit default section :

act	bias	st	subnet	layer	act func	out func
0.00000	0.00000	h	0	1	Act_Logistic	Out_Identity

unit definition section :

no.	typeName	unitName	act	bias	st	position	act func
out func		sites					
1			0.83600	1.00000	i	2,2,1	
2			0.58800	0.99803	i	2,3,1	
3			0.49200	0.91674	i	2,4,1	
4			0.19400	0.64671	i	2,5,1	
5			0.75311	2.21823	h	5,2,1	
6			0.99924	2.95924	h	5,3,1	
7			0.60331	-0.04537	o	8,2,1	

connection definition section :

target	site	source:weight
5		1: 1.18439, 2:-1.16798, 3:-1.46180, 4:-3.58679
6		1: 8.07854, 2:-4.75621, 3: 5.85249, 4:-13.38242
7		5: 6.18978, 6:-4.20523

Dodatek 5 Wykaz opracowanych programów

5.1. Program obliczania łącznej liczby nabywców

Program czyta plik z danymi o liczebności nabywców poszczególnych produktów w różnych okresach czasu. Oblicza, wykorzystując algorytm (6.1), łączną liczbę nabywców poszczególnych produktów.

5.2. Program obliczania wzajemnego położenia trzech kół

Program oblicza promienie i wzajemne położenie 3 kół wykorzystując wzory (6.17). Danymi są pole łączne i pola części wspólnych.

5.3. Program obliczania prognozy metodą Holta

Program wykonuje następujące czynności:

- czyta z pliku szereg czasowy,
- dobiera wartości parametrów alfa i beta na podstawie kryterium najmniejszego błędu kwadratowego prognoz wygasłych,
- zapisuje do pliku wyjściowego optymalne parametry alfa i beta, sumaryczny błąd kwadratowy, wartości prognozowane.

5.4. Program klasyfikacji

Program realizuje algorytm klasyfikacji wg metody prostopadłościanów (Cz. III, p.7.7.2).

5.5. Program obliczania efektów cząstkowych

Program czyta dane wejściowe o obrotach i dynamice. Oblicza efekty cząstkowe w układzie produktów i rynkowym. Dodatkowo przekształca dane wejściowe z postaci wierszowej do postaci macierzowej dla kolejnych okresów.

5.6. Program obliczania trendów liniowych

Program czyta plik zawierający szeregi czasowe w układzie wierszowym. Tworzy na wyjściu następujące pliki:

- plik zawierający parametry trendu liniowego,
- plik zawierający szeregi bez trendu,
- plik zawierający trendy.

5.7. Program aproksymacji

Program oblicza współczynniki wielomianu kwadratowego aproksymującego w sensie średniokwadratowym dany szereg czasowy.

Bibliografia

- [1] Abo Amer A., Mikuś J., Badanie udziału i konkurencyjności przedsiębiorstwa na rynku w okresie retrospektywnym na przykładzie firmy Orion, cz. I, Badania Operacyjne i Decyzje, nr 3-4, 2000.
- [2] Abo Amer A., Mikuś J., Badanie udziału i konkurencyjności przedsiębiorstwa na rynku w okresie retrospektywnym na przykładzie firmy Orion, cz. II, Badania Operacyjne i Decyzje, nr 3-4, 2000.
- [3] Abo Amer A., Mikuś J., Badanie udziału i konkurencyjności przedsiębiorstwa na rynku w okresie prognozowanym na przykładzie firmy Orion, Badania Operacyjne i Decyzje, nr 1, 2001.
- [4] Bazarnik J., Grabiński T., Kąciak E., Mynarski S., Sagan A., Badania marketingowe, Kraków, 1992.
- [5] Bekker A.W., Postrojenie viesovych koeficientov informativnosti priznakov v Voprosy ekonomiko-statisticeskogo modelirovanja i prognozirovanja v promyslennosti, Novosybirsk, 1970.
- [6] Bieleninik E., Mikuś J., Zastosowanie sieci neuronowych do prognozowania efektów cząstkowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym. Cz. I, Badania Operacyjne i Decyzje, nr 3-4, 2002, 5-34.
- [7] Bieleninik E., Mikuś J., Zastosowanie sieci neuronowych do prognozowania efektów cząstkowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym. Cz. II, Badania Operacyjne i Decyzje, nr 2, 2003, 5-30.
- [8] Bieleninik E., Mikuś J., Wykorzystanie sieci neuronowych do graficznej prezentacji rozkładu przestrzennego warunków działalności przedsiębiorstwa w okresie prognozowanym, Materiały na konferencję: Funkcjonowanie i rozwój organizacji w zmiennym otoczeniu III, Legnica 2003, t.II, 202-230.
- [9] Bieleninik E., Mikuś J., Prognoza warunkowa zasięgu handlowego rynku, Badania Operacyjne i Decyzje, (w druku).
- [10] Bieleninik E., Mikuś J., Analiza selektywności rynku, Raport IOZ PWr 22/2003.
- [11] Bishop C. M., Neural Networks for Pattern Recognition, Clarendon Press, Oxford, 1998.
- [12] Brandt S., Analiza danych, PWN, Warszawa 1998.
- [13] Brandt S., Metody statystyczne i obliczeniowe analizy danych, PWN, Warszawa 1974. C, AMSE, 1992, vol. 32, no 3.
- [14] Bronsztejn I.N., Siemiendajew K.A., Matematyka, Poradnik encyklopedyczny, PWN, Warszaw, 1970.
- [15] Cetyrkin E., Statisticeskije metody prognozirowanija, Moskwa, Statistica, 1975.
- [16] Cieślak M. (red), Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania. PWN, Warszawa, 1997.
- [17] Davies R. L., Marketing Geography, Methuen & Co Ltd, London, 1977.
- [18] Draper N.R., Smith H., Analiza regresji stosowanej, Warszawa, PWN, 1973.

- [19] Drewiński M., Geografia handlu, AE we Wrocławiu, Wrocław, 1992.
- [20] Duliniec E., Badania marketingowe w zarządzaniu przedsiębiorstwem, PWN, Warszawa, 1995.
- [21] Eunju K., Wooju K., Yillbyung L., Combination of multiple classifiers for the customer's purchase behaviour prediction, *Decision Support Systems*, 34, 2002.
- [22] Galanc T., Jaśkiewicz Z., Mikuś J., Prognoza technicznej sprawności obiektu generowana jego uogólnionym parametrem, *Zagadnienia eksploatacji maszyn*, Zeszyt 4(84), 1990.
- [23] Galanc T., Mikuś J., Resultant Forecasts, *Technological Forecasting and Social Change* 16, 1980.
- [24] Galanc T., Mikuś J., Agregation of forecasting, *Advances in Modelling and Analysis*, C, AMSE Press, Vol. 32, No 3, 1992, 57-64.
- [25] Garbowski L., Rutkowski I., Wrzosek W., *Marketing*, PWE, Warszawa 2001.
- [26] Gatnar E., *Symboliczne metody klasyfikacji*, PWN, Warszawa, 1998.
- [27] Gierszewska G., Romanowska M., *Analiza strategiczna przedsiębiorstwa*, PWE, Warszawa, 2002.
- [28] Grabiński T., Wydymus S., Zeliaś A., *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*, PWN, Warszawa, 1989.
- [29] Hertz J., Krogh A., Palmer R., *Wstęp do teorii obliczeń neuronowych*, WNT, Warszawa, 1993.
- [30] Huff D. L., A probability Analysis of Shopping Centre Trade Areas, *Land Economics*, 53 (1963), 81-89.
- [31] Kapłon R., Mikuś J., Określenie planu sytuacyjnego przedsiębiorstwa w okresie prognozowanym, *Badania Operacyjne i Decyzje* nr 3-4, 2001.
- [32] Kolonko J., Stolarska E., Zadora K., Prosta metoda dyskryminacji zbiorów skończonych, *Przegląd statystyczny*, Zeszyt 2, 1970, 173-186.
- [33] Kotler P., Armstrong, Sanders, Wang, *Marketing – podręcznik europejski*, PWE, Warszawa, 2002.
- [34] Kotler P., *Marketing Management: Analysis, Planning, Implementation and Control*, Englewood Clifs, Prentice Hall, 1991.
- [35] Masters T., *Sieci neuronowe w praktyce*, WNT, Warszawa, 1996.
- [36] McDonald M., Dunbar I., *Segmentacja rynku przebieg procesu i wykorzystanie wyników*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków, 2003.
- [37] Michalik K., *Neuronix 2.3 dla Windows 9x/NT, Symulator Sztucznych Sieci Neuronowych*, Katowic, 1999.
- [38] Mikuś J., Bieleninik E., Uwagi o metodzie Boston Consulting Group (BCG), *Badania Operacyjne i Decyzje*, (w druku).
- [39] Mikuś J., Prognozowanie efektów cząstkowych zmian w obrotach przedsiębiorstwa w układzie przestrzenno-branżowym, *Badania Operacyjne i Decyzje*, nr 2, 1997.
- [40] Mikuś J., *Prognozowanie w badaniach marketingowych*, Oficyna Wydawnicza PWr, Wrocław, 2003.

- [41] Mruk H., Rutkowski I.P., Strategia produktu, PWE, Warszawa, 2001.
- [42] Mynarski S., Badania rynkowe w przedsiębiorstwie, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków, 2001.
- [43] Mynarski S., Metody badań marketingowych, Warszawa, PWE, 1990.
- [44] Niestrój R., Zarządzanie marketingowe, Aspekty strategiczne, PWN, Warszawa Kraków, 2002.
- [45] Nowak E., Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych, PWE, Warszawa 1990.
- [46] Olzacka B., Pałczyńska-Gościanów R., Jak oceniać firmę, Ośrodek Doradztwa i Doskonalenia Kadr Sp. z o.o., Gdańsk, 2000.
- [47] Osowski S., Sieci neuronowe do przetwarzania informacji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000.
- [48] Pociecha J., Metody statystyczne w badaniach marketingowych, PWN, Warszawa, 1996.
- [49] Ries A., Positioning: The Battle For Your Mind, New York, Warner Books, 1993.
- [50] Rószkiewicz M., Metody ilościowe w badaniach marketingowych, PWN, Warszawa, 2002.
- [51] Rybicki J.M., Wielowymiarowy model analizy portfelowej jako narzędzie formułowania strategii rynkowej przedsiębiorstwa, Wyd. Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk, 2000.
- [52] Scheve Ch.D., Marketing: principles and strategies, New York, NY, Random House 1987.
- [53] SNNS – Stuttgart Neural Network Simulator, User Manual, Version 4.2.
- [54] Ustiużaninov W.I., Informacionnyje miery i ich ispolzovanie v sociologiceskom analizie v Izmierenje i modelirovanje v sociologii, Novosybirsk, 1969.
- [55] Wan E., Time Series Prediction by Using a Connectionnist Neural Network with Internal Delay Lines. In Time Series Prediction, Forecasting the Future and Understanding the Past, Eds by A. Weigend and N. Gershenfeld, SFI Studies in the Sciences of Complexity, Proc. VdXVII, Addison-Wesley, 1994.