

**Danuta Strahl, Małgorzata Markowska**

## **KLASYFIKACJA DYNAMICZNO-PRZESTRZENNA OBIEKTÓW HIERARCHICZNYCH Z WYKORZYSTANIEM STATYSTYK POZYCYJNYCH**

### **1. Wstęp**

W literaturze przedmiotu dotyczącej klasyfikacji w ujęciu dynamicznym można spotkać m.in. dwa podejścia. Pierwsze postrzega dynamizację w procesie standaryzacji zmiennych opisujących obiekty przez wskazanie układu odniesienia w określonych momentach czasowych. Drugie podejście postrzega dynamizację przez procedury klasyfikacji w każdym momencie czasowym, a następnie przez dokonanie próby syntetyzacji w zadanym momencie czasowym. Możliwe jest kolejne podejście uwzględniające dwa wymiary: czas i przestrzeń, wykorzystujące statystyki pozycyjne.

Podejście to składa się z następujących etapów (por. także prace [3; 4; 5; 6; 7; 8]):

- klasyfikacja obiektów niższego rzędu tworzących obiekty hierarchiczne, uwzględniająca zróżnicowanie przestrzenne (przekrojowe) w każdym momencie obserwacji,
- budowa miary agregatowej dla każdego momentu obserwacji bazującej na zróżnicowaniu obiektów hierarchicznych ze względu na obiekty niższego rzędu,
- klasyfikacja obiektów hierarchicznych z uwzględnieniem klasyfikacji w zadanych momentach obserwacji,
- uporządkowanie obiektów hierarchicznych ze względu na wyniki klasyfikacji dynamicznej i przestrzennej (przekrojowej).

Zasadniczym celem artykułu jest budowa dynamiczno-strukturalnej miary rozwoju obiektów hierarchicznych, która uwzględnia wewnętrzne zróżnicowanie, ze względu na obiekty niższego rzędu oraz dynamikę zmian strukturalnych w zadanym przedziale czasowym.

## 2. Podstawy formalne

Dany jest zbiór obiektów hierarchicznych  $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n, \dots, P_N\}$  opisany zbiorem  $m$  zmiennych, oznaczonych symbolami  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$ .

### Definicja 1

Obiektami hierarchicznymi nazywać będziemy obiekty  $P_n$ , które spełniają zależności ujęte relacjami (1) i (2):

$$P_n = p_1^n \cup p_2^n \cup \dots \cup p_K^n, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

gdzie:  $p_k^n$  – obiekt niższego rzędu należący do  $n$ -tego obiektu hierarchicznego,  
 $P_n$  – obiekt hierarchiczny;

$$x_{nj} = \sum_{k=1}^K x_{kj}^n, \quad (2)$$

gdzie:  $x_{nj}$  – wartość  $j$ -tej zmiennej w  $n$ -tym obiekcie hierarchicznym ( $j = 1, 2, \dots, m$ ,  
 $n = 1, 2, \dots, N$ ),

$x_{kj}^n$  – wartość  $j$ -tej zmiennej w  $k$ -tym obiekcie niższego rzędu należącym do  $n$ -tego obiektu hierarchicznego ( $k = 1, 2, \dots, K$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ ).

Stąd opis liczbowy obiektów hierarchicznych ma postać macierzy:

$$\mathbf{X}_n = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1m} \\ \vdots & x_{nj} & \vdots \\ x_{N1} & \dots & x_{Nm} \end{bmatrix}_{N \times m}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

gdzie:  $x_{nj}$  – wartość  $j$ -tej zmiennej w  $n$ -tym obiekcie hierarchicznym.

Z kolei opis liczbowy obiektów niższego rzędu ma postać:

$$\mathbf{X}_k^n = \begin{bmatrix} x_{11}^n & \dots & x_{1m}^n \\ \vdots & x_{kj}^n & \vdots \\ x_{K1}^n & \dots & x_{Km}^n \end{bmatrix}_{K \times m}, \quad (4)$$

gdzie:  $x_{kj}^n$  – wartość  $j$ -tej zmiennej ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) w  $k$ -tym obiekcie niższego rzędu ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) należącym do  $n$ -tego obiektu hierarchicznego ( $n = 1, 2, \dots, N$ ).

Do tego opisu dodajmy teraz wymiar czasu.

Obserwacja obiektów hierarchicznych oraz obiektów niższego rzędu w kolejnych momentach czasowych  $t = 1, 2, \dots, T$  przynosi następujący ich opis liczbowy:

$$\mathbf{X}_n^t = \begin{bmatrix} x_{11}^t & \dots & x_{1m}^t \\ \vdots & x_{nj}^t & \vdots \\ x_{N1}^t & \dots & x_{Nm}^t \end{bmatrix}_{N \times m}, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (5)$$

gdzie:  $x_{nj}^t$  – wartość  $j$ -tej cechy w  $n$ -tym obiekcie hierarchicznym w  $t$ -tym momencie obserwacji ( $t = 1, 2, \dots, T$ ),

$$\mathbf{X}_k^t = \begin{bmatrix} x_{11}^{nt} & \dots & x_{1m}^{nt} \\ \vdots & x_{kj}^{nt} & \vdots \\ x_{K1}^{nt} & \dots & x_{Km}^{nt} \end{bmatrix}_{K \times m}, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (6)$$

gdzie:  $x_{kj}^{nt}$  – wartość  $j$ -tej cechy w  $k$ -tym obiekcie niższego rzędu należącym do  $n$ -tego obiektu hierarchicznego w  $t$ -tym momencie obserwacji,

przy czym:

$$x_{nj}^t = \sum_{k=1}^K x_{kj}^{nt}, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (7)$$

Macierze (5) i (6) można ująć w postaci macierzy blokowych:

$$\mathbf{X}_n^t = \begin{bmatrix} x_{11}^1 & \dots & x_{1m}^1 \\ \vdots & x_{nj}^1 & \vdots \\ x_{N1}^1 & \dots & x_{Nm}^1 \\ \hline x_{11}^t & \dots & x_{1m}^t \\ \vdots & x_{nj}^t & \vdots \\ x_{N1}^t & \dots & x_{Nm}^t \\ \hline x_{11}^T & \dots & x_{1m}^T \\ \vdots & x_{nj}^T & \vdots \\ x_{N1}^T & \dots & x_{Nm}^T \end{bmatrix}_{N \times T \times m}, \quad (8)$$

gdzie:  $x_{nj}^t$  – wartość  $j$ -tej cechy w  $n$ -tym obiekcie hierarchicznym w  $t$ -tym momencie obserwacji ( $t = 1, 2, \dots, T$ ),

oraz:

$$\mathbf{X}_k^{nt} = \begin{bmatrix} x_{11}^{n1} & \dots & x_{1m}^{n1} \\ \vdots & x_{kj}^{n1} & \vdots \\ x_{K1}^{n1} & \dots & x_{Km}^{n1} \\ \hline x_{11}^{nt} & \dots & x_{1m}^{nt} \\ \vdots & x_{kj}^{nt} & \vdots \\ x_{K1}^{nt} & \dots & x_{Km}^{nt} \\ \hline x_{11}^{nT} & \dots & x_{1m}^{nT} \\ \vdots & x_{nj}^{nT} & \vdots \\ x_{K1}^{nT} & \dots & x_{Km}^{nT} \end{bmatrix}_{K \times T \times m}, \quad (9)$$

gdzie:  $x_{kj}^{nt}$  – wartość  $j$ -tej cechy w  $k$ -tym obiekcie niższego rzędu należącym do  $n$ -tego obiektu hierarchicznego w  $t$ -tym momencie obserwacji.

W zastosowaniach praktycznych obiektami hierarchicznymi mogą być:

- kraje, w których wyróżniamy następujące regiony administracyjne:
  - regiony – województwa, a wśród nich np. subregiony, powiaty,
  - powiaty, w których wyróżnimy gminy;
- sektory gospodarki, w których wyróżnimy przedsiębiorstwa, np. sektor farmaceutyczny i jego przedsiębiorstwa.

### 3. Klasyfikacja obiektów niższego rzędu w ujęciu dynamicznym

Klasyfikację obiektów niższego rzędu  $P_n = \{p_1^n \cup p_2^n \cup \dots \cup p_k^n\}$  przeprowadzamy w następujących etapach.

1° Elementy macierzy  $\mathbf{X}$  określonej zapisem (9) poddajemy procedurze normalizacji bądź standaryzacji, bądź unitaryzacji (por. [3; 9; 10; 11]). W tym celu cechy:  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$  klasyfikujemy na stymulanty, destymulanty i nominanty.

2° Otrzymujemy znormalizowaną macierz:

$$\mathbf{X}_k^{nt} = \begin{bmatrix} x_{11}^{n1} & \dots & x_{1m}^{n1} \\ \vdots & x_{kj}^{n1} & \vdots \\ x_{K1}^{n1} & \dots & x_{Km}^{n1} \\ \hline x_{11}^{nt} & \dots & x_{1m}^{nt} \\ \vdots & x_{kj}^{nt} & \vdots \\ x_{K1}^{nt} & \dots & x_{Km}^{nt} \\ \hline x_{11}^{nT} & \dots & x_{1m}^{nT} \\ \vdots & x_{nj}^{nT} & \vdots \\ x_{K1}^{nT} & \dots & x_{Km}^{nT} \end{bmatrix}_{K \times T \times m}, \quad (10)$$

gdzie:  $x_{kj}^{nt} = f(x_{kj}^{nt})$  – znormalizowana wartość  $j$ -tej zmiennej w  $k$ -tym obiekcie niższego rzędu należącym do  $n$ -tego obiektu hierarchicznego w  $t$ -tym momencie obserwacji.

3° Wyznaczamy dla każdej zmiennej medianę według jednego ze wzorów (por. [2]):

$$Me X_j = \frac{x_{kj}^{i=(K:2)} + x_k^{i=(K:2)+1}}{2} \quad \text{dla parzystej liczby badanych obiektów}, \quad (11)$$

$$Me[X_{kj}] = \frac{x_{kj}^{i=(K \cdot m):2} + x_k^{i=(K \cdot m):2+1}}{2} \quad \text{dla nieparzystej liczby badanych obiektów}. \quad (12)$$

4° Klasyfikujemy obiekty niższego rzędu w momentach  $t = 1, 2, \dots, T$ .

Proponowana procedura klasyfikacji uwzględnia dwa przypadki. W pierwszym algorytm klasyfikacji prowadzi do budowy dla każdego momentu  $t = 1, 2, \dots, T$ ,  $(m+1)$  klas oznaczonych symbolem  $S_g$ , gdzie  $g = 1, 2, \dots, G$  ( $G = m+1$ ), gdy zbiory opisane są za pomocą  $m$  zmiennych. W przypadku drugim algorytm klasyfikacji prowadzi do budowy  $2^m$  (czyli  $G = 2^m$ ) klas możliwych kombinacji z  $m$  zmiennych dla każdego momentu  $t = 1, 2, \dots, T$ .

### Przypadek pierwszy:

- 1° Do klasy  $S_1^t$  (dla  $t = 1, 2, \dots, T$ ) wchodzi obiekty ze zbioru  $P_k$  niższego rzędu, których wartości wszystkich zmiennych  $X_j^t$ , czyli  $m$  zmiennych, są wyższe od zadanej statystyki pozycyjnej lub są jej równe. Dla ustalenia uwagi przyjmujemy, że statystyką tą będzie mediana ( $Me$ ). Stąd:

$$\bigwedge_j : x_{kj}^t \geq \text{Mex}_j^t, \quad (13)$$

gdzie:  $k = 1, 2, \dots, K$ ,

$j = 1, 2, \dots, m$ ,

$t = 1, 2, \dots, T$ .

- $2^\circ$  Do klasy  $S_2^t$  wchodziłyby obiekty ze zbioru  $P_k$  niższego rzędu (oprócz obiektów wyłonionych w pkt  $1^\circ$ ), których wartości tylko  $(m-1)$  zmiennych spełniają warunek:

$$x_{kj}^t \geq \text{Mex}_j^t \text{ dla } P_k \notin S_1^t. \quad (14)$$

- $m^\circ$  Do klasy  $S_g^t$  ( $g = m$ ) wchodziłyby obiekty ze zbioru  $P$  niższego rzędu, w wypadku których wartość tylko jednej zmiennej  $X_j^t$  ze zbioru  $X$  spełnia warunek (14).
- $(m+1)^\circ$  Do klasy  $S_{g+1}^t$  ( $g = m+1$ ) wchodziłyby obiekty  $P_k$  niższego rzędu, których wartość  $x_{kj}^t$  żadnej zmiennej  $X_j^t$  nie spełnia warunku (14).

### Przypadek drugi:

- $1^\circ$  Klasę  $S_1^t$  dla  $t = 1, 2, \dots, T$  tworzą te obiekty niższego rzędu, których wartości wszystkich  $m$  zmiennych  $X_j^t$  spełniają warunek:

$$x_{kj}^t \geq \text{Mex}_j^t, \quad (15)$$

gdzie:  $j = 1, 2, \dots, m$ .

- $2^\circ$  Klasę  $S_2^t$  tworzą te obiekty niższego rzędu, których wartości jedynie  $(m-1)$  zmiennych tworzących jedną z kombinacji  $\binom{m}{m-1}$  zmiennych spełniają warunek (15).
- $3^\circ$  Klasę trzecią  $S_3^t$  tworzą te obiekty niższego rzędu, których wartości zmiennych kolejnej kombinacji  $(m-1)$ -elementowej spełniają warunek (15). Po wyczerpaniu kombinacji  $(m-1)$ -elementowych tworzymy klasy dla kombinacji  $(m-2)$ -elementowych i stawiamy warunek (15).
- $2^m$  Klasę  $S_g^t$  ( $g = 2^m$ ) tworzymy z obiektów niższego rzędu, dla których wartości  $x_{kj}^t$  wszystkich zmiennych  $X_j^t$  nie spełniają warunku (15).

Jak widać, oba przypadki mają wyraźnie odmienne założenia klasyfikacyjne. W przypadku pierwszym przypisujemy identyczne znaczenie wszystkim zmien-

nym, rozróżniając jedynie klasy obiektów na podstawie liczby zmiennych spełniających zadane warunki. Natomiast w drugim przypadku rozróżniamy grupy obiektów, dokonując identyfikacji specyfikacji zmiennych spełniających zadane warunki klasyfikacji.

Procedurę klasyfikacji powtarzamy dla każdego momentu  $t = 1, 2, \dots, T$ . Dla każdego obiektu hierarchicznego oraz dla każdego momentu  $t = 1, 2, \dots, T$  budujemy miarę o postaci:

$$H_n^{1t} = \sum_{g=1}^G w_g \cdot \frac{b_g^{nt}}{K_n}, \quad (16)$$

gdzie:  $H_n^{1t}$  – strukturalna miara rozwoju obiektu hierarchicznego  $P_n$  w momencie  $t = 1, 2, \dots, T$ ,

$b_g^{nt}$  – liczba obiektów niższego rzędu w  $S_g^t$ -tej klasie z  $n$ -tego obiektu hierarchicznego w momencie  $t = 1, 2, \dots, T$ ; ( $g = 1, 2, \dots, G$ ;  $G = m + 1$ ),

$K_n$  – liczba obiektów niższego rzędu ogółem  $n$ -tego obiektu hierarchicznego,

$w_g$  – waga dla klasy  $S_g^t$  ( $g = 1, 2, \dots, G$ ;  $G = m + 1$ ) określona według wzoru:

$$w_g = \frac{l_g^{*t}}{\sum_{g=1}^G l_g}, \quad (17)$$

gdzie:  $l_g$  – liczba zmiennych w klasach  $S_g^t$  ( $g = 1, 2, \dots, G$ ), w momencie  $t = 1, 2, \dots, T$ , spełniających warunek:

$$x_{kj}^t > Me X_j^t, \quad (18)$$

gdzie:  $Me X_j^t$  – oznacza medianę cechy  $X_j^t$ .

$l_g^{*t}$  – liczba zmiennych  $X_j^t$  (cech) w  $S_g^t$ -tej klasie (gdzie  $g = 1, 2, \dots, G$ ), spełniających w momencie  $t = 1, 2, \dots, T$  warunek (18).

Wartości strukturalnej miary rozwoju obiektów hierarchicznych ( $H_n^{1t}$ ) należą do przedziału:

$$\left[ 0, \frac{l_g^{*t}}{\sum_{g=1}^G l_g} \cdot \frac{b_g^{nt}}{K_n} \right], \text{ dla } t = 1, 2, \dots, T. \quad (19)$$

Wyższe wartości strukturalnej miary rozwoju oznaczają wyższy poziom rozwoju obiektu.

#### 4. Klasyfikacja obiektów hierarchicznych w ujęciu dynamicznym

Dla przypomnienia zauważmy, iż zaprezentowana klasyfikacja obiektów niższego rzędu pozwala na konstrukcję strukturalnej miary rozwoju obiektów hierarchicznych dla każdego momentu obserwacji  $t = 1, 2, \dots, T$  o postaci:

$$H_n^{1t} = \sum_{g=1}^G w_g \cdot \frac{b_g^{nt}}{K_n^t}. \quad (20)$$

Zatem każdemu obiektowi hierarchicznemu  $P_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) można przyporządkować wartości strukturalnej miary rozwoju  $H_n^{1t}$  w momencie  $t = 1, 2, \dots, T$ , co można ująć zapisem:

$$\mathbf{P} = \begin{matrix} P_1 \\ P_n \\ P_N \end{matrix} \begin{bmatrix} H_1^1 & \dots & H_1^T \\ \vdots & H_n^t & \vdots \\ H_N^1 & \dots & H_N^T \end{bmatrix}_{N \times T} \quad (21)$$

Cechami w tym ujęciu stają się wartości miary  $H_n^{1t}$  w  $t$ -tym momencie obserwacji. Zatem liczba cech wynosi  $T$ . Klasyfikację obiektów hierarchicznych przeprowadzamy, uwzględniając jeden z dwóch możliwych przypadków. Przypadek pierwszy obejmuje budowę  $(T+1)$  klas, drugi zaś prowadzi do budowy  $2^T$  klas utworzonych ze wszystkich możliwych kombinacji  $T$  zmiennych. Procedura klasyfikacji przewiduje poniższe kroki.

Rozważmy **przypadek pierwszy**:

- 1° Do klasy  $S_1$  wchodzić te obiekty hierarchiczne  $P_n$ , których wartości strukturalnej miary rozwoju  $H_n^{1t}$  są wyższe od zadanej statystyki pozycyjnej lub są jej równe w każdym momencie obserwacji  $t = 1, 2, \dots, T$ . Dla potrzeb badawczych przyjmujemy, że statystyką tą będzie mediana ( $Me$ ). Stąd:

$$\bigwedge_t : H_n^{1t} \geq Me H^{1t}, \quad (22)$$

gdzie:  $k = 1, 2, \dots, K$ ,

$t = 1, 2, \dots, T$ .

- 2° Do klasy  $S_2$  wchodzić te obiekty hierarchiczne ze zbioru  $P_n$  (oprócz obiektów wyłonionych w punkcie 1), których wartości strukturalnej miary rozwoju  $H_n^{1t}$

dla  $(T-1)$  momentów obserwacji są wyższe od mediany, czyli spełniają warunek:

$$H_n^{1t} \geq Me H^{1t}. \quad (23)$$

- $n^\circ$  Do klasy  $S_g^{t-T}$  ( $g=T$ ) wchodzi te obiekty hierarchiczne, których wartość strukturalnej miary rozwoju  $H_n^{1t}$ , tylko w jednym momencie obserwacji jest wyższa od mediany.
- $(m+1)^\circ$  Do klasy  $S_g$  ( $g=T+1$ ) wchodzi obiekty hierarchiczne, których wartość strukturalnej miary rozwoju  $H_n^{1t}$ , w każdym momencie obserwacji jest niższa od mediany, czyli:

$$\bigwedge_t H_n^{1t} < Me H^{1t}. \quad (24)$$

Klasyfikacja ta pozwala na uporządkowanie obiektów hierarchicznych przez konstrukcję miary uwzględniającą:

- wewnętrzne zróżnicowanie obiektów hierarchicznych ze względu na poziom rozwoju obiektów niższego rzędu,
- poziom rozwoju obiektów hierarchicznych w poszczególnych momentach obserwacji.

Miara o proponowanych własnościach będzie miała postać:

$$H_n^{2(1-T)} = w_g \cdot \sum_{t=1}^T H_n^{1t}, \quad (25)$$

gdzie:  $H_n^{2(1-T)}$  – dynamiczno-strukturalna miara rozwoju obiektów hierarchicznych w okresie od  $t=1$  do  $t=T$ ,

$H_n^{1t}$  – wartość strukturalnej miary obiektu hierarchicznego  $P_n$  należącego do  $S_g$ -tej klasy  $g=1, 2, \dots, G$ ; w momencie  $t$ ,  $t=1, 2, \dots, T$ ,

$w_g$  – waga ustalona dla  $S_g^{t-T}$  klasy według wzoru (17).

Wartości miary należą do przedziału liczbowego  $[0; 1]$ . Bliższe jedności wartości miary oznaczają wyższy poziom rozwoju obiektu hierarchicznego z uwzględnieniem jego wewnętrznego zróżnicowania oraz rozwoju w badanych momentach obserwacji (okresach).

## 5. Przykład

Obiektami hierarchicznymi są kraje członkowskie UE, a obiektami niższego rzędu regiony szczebla NUTS-2. Mamy zatem 25 obiektów hierarchicznych o określonej strukturze wewnętrznej (ze względu na szczebel NUTS-2) zawierającej

ogółem 254 obiekty niższego rzędu (co pokazano w tab. 1) opisane dwiema zmiennymi w trzech momentach badania. Do ilustracji poziomu rozwoju regionalnego przyjęto następujące zmienne (cechy):

$X_1$  – PKB *per capita* w regionie szczebla NUTS-2 wyrażony w PPS (lata: 2001, 2002 i 2003),

$X_2$  – stopa aktywności ekonomicznej (udział ludności pracującej w regionie w ogólnej liczbie ludności regionu w wieku od 15 do 64 lat w latach 2002, 2003, 2004).

Wyniki obliczeń wartości strukturalnej miary rozwoju obiektów hierarchicznych, czyli 25 państw UE, w każdym z ustalonych momentów, a następnie wartości dynamiczno-strukturalnej miary rozwoju obiektów hierarchicznych (25 państw UE w okresie 3 lat – 2002-2004), podano w tab. 1.

Tabela 1. Wartości dynamicznych i strukturalnych miar rozwoju obiektów hierarchicznych

| Kraj            | Liczba regionów | Moment badania           |    |     |       |    |     |       |    |     | Miara (16) |            |            | Miara (25) |
|-----------------|-----------------|--------------------------|----|-----|-------|----|-----|-------|----|-----|------------|------------|------------|------------|
|                 |                 | T = 1                    |    |     | T = 2 |    |     | T = 3 |    |     |            |            |            |            |
|                 |                 | liczba regionów w klasie |    |     |       |    |     |       |    |     |            |            |            |            |
|                 |                 | I                        | II | III | I     | II | III | I     | II | III | $H_n^{11}$ | $H_n^{12}$ | $H_n^{13}$ |            |
| Belgia          | 11              | 0                        | 7  | 4   | 0     | 7  | 4   | 0     | 7  | 4   | 0,21       | 0,21       | 0,21       | 0,000      |
| Czechy          | 8               | 1                        | 7  | 0   | 1     | 7  | 0   | 1     | 7  | 0   | 0,37       | 0,37       | 0,37       | 0,557      |
| Dania           | 1               | 1                        | 0  | 0   | 1     | 0  | 0   | 1     | 0  | 0   | 0,66       | 0,66       | 0,66       | 0,990      |
| Niemcy          | 41              | 14                       | 23 | 4   | 16    | 18 | 7   | 13    | 22 | 6   | 0,41       | 0,40       | 0,39       | 0,600      |
| Estonia         | 1               | 0                        | 1  | 0   | 0     | 1  | 0   | 0     | 1  | 0   | 0,33       | 0,33       | 0,33       | 0,495      |
| Grecja          | 13              | 0                        | 1  | 12  | 0     | 2  | 11  | 0     | 1  | 12  | 0,03       | 0,05       | 0,03       | 0,000      |
| Hiszpania       | 19              | 3                        | 4  | 12  | 3     | 5  | 11  | 3     | 7  | 9   | 0,17       | 0,19       | 0,23       | 0,000      |
| Francja         | 26              | 5                        | 10 | 11  | 5     | 9  | 12  | 6     | 7  | 13  | 0,25       | 0,24       | 0,24       | 0,000      |
| Włochy          | 21              | 1                        | 12 | 8   | 1     | 12 | 8   | 1     | 12 | 8   | 0,22       | 0,22       | 0,22       | 0,000      |
| Cypr            | 1               | 0                        | 1  | 0   | 0     | 1  | 0   | 0     | 1  | 0   | 0,33       | 0,33       | 0,33       | 0,495      |
| Łotwa           | 1               | 0                        | 1  | 0   | 0     | 1  | 0   | 0     | 1  | 0   | 0,33       | 0,33       | 0,33       | 0,495      |
| Litwa           | 1               | 0                        | 1  | 0   | 0     | 1  | 0   | 0     | 1  | 0   | 0,33       | 0,33       | 0,33       | 0,495      |
| Luksemburg      | 1               | 0                        | 1  | 0   | 0     | 1  | 0   | 0     | 1  | 0   | 0,33       | 0,33       | 0,33       | 0,495      |
| Irlandia        | 2               | 1                        | 1  | 0   | 1     | 1  | 0   | 1     | 1  | 0   | 0,50       | 0,50       | 0,50       | 0,743      |
| Węgry           | 7               | 0                        | 0  | 7   | 0     | 0  | 7   | 0     | 0  | 7   | 0,00       | 0,00       | 0,00       | 0,000      |
| Malta           | 1               | 0                        | 0  | 1   | 0     | 0  | 1   | 0     | 0  | 1   | 0,00       | 0,00       | 0,00       | 0,000      |
| Holandia        | 12              | 11                       | 1  | 0   | 11    | 1  | 0   | 11    | 1  | 0   | 0,63       | 0,63       | 0,63       | 0,949      |
| Austria         | 9               | 6                        | 2  | 1   | 7     | 2  | 0   | 6     | 2  | 1   | 0,51       | 0,59       | 0,51       | 0,807      |
| Polska          | 16              | 0                        | 4  | 12  | 0     | 3  | 13  | 0     | 2  | 14  | 0,08       | 0,06       | 0,04       | 0,000      |
| Portugalia      | 7               | 1                        | 4  | 2   | 1     | 4  | 2   | 1     | 4  | 2   | 0,28       | 0,28       | 0,28       | 0,000      |
| Słowenia        | 1               | 0                        | 1  | 0   | 0     | 0  | 1   | 0     | 1  | 0   | 0,33       | 0,00       | 0,33       | 0,218      |
| Słowacja        | 4               | 1                        | 3  | 0   | 1     | 3  | 0   | 1     | 3  | 0   | 0,41       | 0,41       | 0,41       | 0,619      |
| Finlandia       | 5               | 4                        | 0  | 1   | 4     | 0  | 1   | 3     | 1  | 1   | 0,53       | 0,53       | 0,46       | 0,759      |
| Szwecja         | 8               | 8                        | 0  | 0   | 8     | 0  | 0   | 8     | 0  | 0   | 0,66       | 0,66       | 0,66       | 0,990      |
| Wielka Brytania | 37              | 21                       | 13 | 3   | 23    | 10 | 4   | 23    | 13 | 1   | 0,49       | 0,50       | 0,53       | 0,758      |

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych Eurostatu.

Rezultaty badań pokazują, iż państwa o słabej pozycji z uwagi na strukturę przestrzeni regionalnej, w których nie nastąpiła w badanym okresie poprawa tej struktury, ze względu na rozwój obiektów niższego rzędu, a więc regionów szczebla NUTS-2, uzyskały niskie wartości miary dynamiczno-strukturalnej. Zatem skonstruowana miara dynamiczno-strukturalna (określona wzorem (25)) jest wrażliwa na dynamikę zmian struktury obiektów niższego rzędu i jest bardzo przydatna w ocenie rozwoju regionalnego przestrzeni europejskiej.

## Literatura

- [1] Jajuga K., *Statystyczna analiza wielowymiarowa*, PWN, Warszawa 1993.
- [2] Luszniwicz A., Słaby T., *Statystyka stosowana*, PWE, Warszawa 1998.
- [3] *Poziom życia w Polsce i krajach UE*, red. A. Zeliaś, PWE, Warszawa 2004.
- [4] Strahl D., *Klasyfikacja regionów z medianą*, Ekonometria nr 10 „Zastosowania metod ilościowych”, red. J. Dziechciarz, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 950, AE, Wrocław 2002.
- [5] Strahl D., *Miejsce Polski w regionalnej przestrzeni UE*, [w:] *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*, red. A. Zeliaś, AE, Kraków 2005.
- [6] Strahl D., *Propozycja miary efektywności innowacyjności w hierarchicznym przekroju regionalnym z wykorzystaniem European Innovation Scoreboard*, Ekonometria nr 19, red. J. Dziechciarz, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 1180, AE, Wrocław 2007.
- [7] Strahl D., *Strukturalna miara rozwoju obiektów hierarchicznych*, Ekonometria nr 16, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 1100, AE, Wrocław 2006.
- [8] Strahl D., *Wykorzystanie strukturalnej miary rozwoju oraz mierników European Innovation Scoreboard do pomiaru innowacyjności regionalnej*, Ekonometria, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, złożone do druku.
- [9] *Taksonomia struktur w badaniach regionalnych*, red. D. Strahl, AE, Wrocław 1998.
- [10] *Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym*, red. A. Zeliaś, AE, Kraków 2000.
- [11] Walesiak M., *Uogólniona miara odległości w statystycznej analizie wielowymiarowej*, AE, Wrocław 2002.

## DYNAMIC AND SPATIAL CLASSIFICATION OF HIERARCHICAL OBJECTS USING POSITIONAL STATISTICS

### Summary

The article presents a proposal of dynamic and structural construction of the measure, referring to hierarchical objects development, which includes: internal diversification of hierarchical objects with regard to the level of lower rank objects development, the level of hierarchical objects development in particular observation moments.

---

The procedure of measure construction consists in two basic stages. The first stage includes the classification of lower rank objects, which are the components of hierarchical objects. The classification is based on positional statistics and presents a valuation nature. The second stage includes:

- the construction of structural measure referring to the development of hierarchical objects, applying weights assigned to classes of objects obtained in the first stage, in every moment of the study  $t = 1, 2, \dots, T$ ,
- the construction of dynamic and structural hierarchical objects development measure in the overall study period from  $t = 1$  to  $t = T$ .

The last part of the article presents an empirical illustration of the suggested procedure for 25 EU member countries and 254 NUTS-2 level regions representing European regional space.

---

**Danuta Strahl** – prof. zw. dr hab., kierownik Katedry Gospodarki Regionalnej Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu – Wydział w Jeleniej Górze.

**Malgorzata Markowska** – dr, adiunkt w Katedrze Gospodarki Regionalnej Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu – Wydział w Jeleniej Górze.