

Krzysztof Piontek

Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu

POMIAR I TESTOWANIE SKOŚNOŚCI ROZKŁADÓW STÓP ZWROTU INSTRUMENTÓW FINANSOWYCH

1. Wstęp

Relatywnie mało prac, w porównaniu z analizą innych własności finansowych szeregów czasowych, poświęconych zostało zagadnieniom pomiaru oraz testowania istotności skośności rozkładów stóp zwrotu. Typowe własności szeregów stóp zwrotu (przede wszystkim grube ogony) powodują, iż zazwyczaj stosowane testy mogą zawodzić. Prawidłowa identyfikacja potencjalnie występującej w rozkładach stóp zwrotu skośności może mieć jednak kluczowe konsekwencje w wycenie opcji, konstrukcji portfela oraz pomiarze ryzyka. Celami pracy są przedstawienie typowych testów skośności wykorzystywanych w analizach rozkładów stóp zwrotu wraz z możliwymi problemami w ich stosowaniu oraz porównanie zgodności wyników poszczególnych testów. Niniejszy artykuł jest kontynuacją wcześniejszych prac autora [Piontek 2005a; 2005b].

2. Miary skośności

W literaturze wymienia się wiele miar skośności wraz z opisem ich własności (por. [Brys, Huber, Struyf 2003; He, Teräsvirta 1999; Peiro 1999]). Miary te dzieli się zazwyczaj według wpływu na ich wartość pojedynczych obserwacji nietypowych.

Najczęściej wykorzystuje się jednak typowe miary skośności, z których zdecydowanie największą popularność zdobyły dwie miary:

$$1) \quad SK_1 = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}, \quad (1)$$

$$2) \quad SK_2 = \frac{F^{-1}(1-p) + F^{-1}(p) - 2F^{-1}(0,5)}{F^{-1}(1-p) - F^{-1}(p)}, \quad (2)$$

gdzie: μ_i to i -ty moment centralny, $F^{-1}(p)$ natomiast to p -ty kwantyl rozkładu.

Miary te w przypadku rozkładów symetrycznych przyjmują wartości bliskie zeru. Odrzucenie lub zaakceptowanie hipotezy o symetrii rozkładu odbywa się jednak na podstawie odpowiednich testów statystycznych. Testy te mogą, ale nie muszą, opierać się na odpowiednich miarach skośności. W dalszej części artykułu zaprezentowane zostały trzy najczęściej wykorzystywane podejścia dotyczące testowania skośności rozkładów stóp zwrotu z instrumentów finansowych. Przedstawione rozwiązania zobrazowane zostały następnie przykładem empirycznym dotyczącym wybranych polskich szeregów finansowych.

3. Testowanie skośności rozkładu stóp zwrotu – wybrane podejścia

Spśród najczęściej wymienianych podejść w zakresie testowania skośności rozkładów stóp zwrotu wymienić można następujące rozwiązania (por. [Asai, Dashzeveg 2006; Bera, Premaratne 2001; Peiro 1999; Piontek 2005a; 2005b]):

- a) testy parametrów (statystyk) rozkładów bezwarunkowych,
- b) analizę istotności parametrów modeli szeregów stóp zwrotu,
- c) testy zgodności rozkładów (wolne od założenia o postaci rozkładu).

Do pierwszej grupy metod zalicza się testy oparte na miarach skośności (zazwyczaj SK_1). W klasycznym teście normalności rozkładu zmiennej losowej zaproponowanym przez Jarque'a i Bereco występują składniki związane ze skośnością oraz z kurtozą rozkładu. Jest to test łączny, z którego wydzielić można składnik związany jedynie z testem skośności rozkładu¹:

$$JB = n \frac{(\sqrt{b_1})^2}{6} \sim \chi_1^2, \quad (3)$$

gdzie $\sqrt{b_1}$ to wartość miary skośności (SK_1), a n to wielkość próby.

Niestety stosowanie tego testu wprost jest zazwyczaj nieuprawnione ze względu na udokumentowane wieloma badaniami empirycznymi odstępstwa rozkładu stóp zwrotu od rozkładu normalnego, który leży u podstaw tego testu. Odpowiednia poprawka rozszerzająca zakres stosowania testu na pewne rozkłady o grubych ogonach zaproponowana została przez Godfrey'a i Orme'a [Godfrey, Orme 1991] oraz spopularyzowana przez Bereco oraz Premaratne'a [Bera, Premaratne 2001].

Statystyka testowa przyjmuje postać:

¹ Pozostawiono typowe oznaczenie skośności występujące w literaturze.

$$RS = n \frac{(\sqrt{b_1})^2}{[9 + m_6 m_2^{-3} - 6 m_4 m_2^{-2}]} \sim \chi_1^2, \quad (4)$$

gdzie m_i to odpowiednie i -te momenty zwykłego rozkładu.

Istotą poprawki jest zwiększenie wartości mianownika dla rozkładów o grubych ogonach, co skutkuje zmniejszeniem statystyki testowej i rzadszym odrzucaniem hipotezy o symetrii rozkładu w przypadku występowania obserwacji nietypowych. Nietrudno wykazać, że dla rozkładu normalnego mianownik przyjmuje wartość 6 i statystyka dana wzorem (4) jest zgodna ze statystyką daną wzorem (3). Problematyczne pozostaje jednak istnienie szóstego, czwartego oraz drugiego momentu zwykłego badanego rozkładu. Warunki istnienia odpowiednich momentów zwykłego rozkładu wyprowadzone zostały przy założeniu, iż dany szereg stóp zwrotu można opisać modelem GARCH(1,1) z warunkowym rozkładem t-Studenta. Jest to jeden z najczęściej wykorzystywanych modeli. Ma on postać (por. [Piontek 2005a; 2005b]):

$$y_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \mu + \varepsilon_t = \mu + \sqrt{h_t} z_t, \quad (5)$$

$$h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}, \quad (6)$$

$$z_t \sim iid(0,1). \quad (7)$$

Warunek istnienia $(2m)$ -tego momentu zwykłego dla bezwarunkowego rozkładu realizacji modelu GARCH(1,1) jest następujący (por. [He, Teräsvirta 1999]):

$$\mu'(\alpha, \beta, 2m) = E\left[(\alpha Z^2 + \beta)^m\right] < 1, \quad (8)$$

gdzie Z to zmienna losowa o standaryzowanym rozkładzie t-Studenta o ν stopniach swobody.

Dla $m = 1, 2, 3$ uzyskuje się warunki istnienia odpowiednio drugiego, czwartego i szóstego momentu rozkładu bezwarunkowego szeregu stóp zwrotu.

$$\begin{cases} \alpha + \beta < 1 \\ m_4^* \alpha^2 + 2m_2^* \alpha \beta + \beta^2 < 1 \\ m_6^* \alpha^3 + 3m_4^* \alpha^2 \beta + 3m_2^* \alpha \beta^2 + \beta^3 < 1 \end{cases}, \text{ gdzie } \begin{aligned} m_2^* &= 1 \\ m_4^* &= 3 \frac{\nu - 2}{\nu - 4} \\ m_6^* &= 15 \frac{(\nu - 2)^2}{(\nu - 4)(\nu - 6)}. \end{aligned} \quad (9)$$

W części empirycznej dla każdego z analizowanych szeregów wyestymowane zostały parametry $(\mu, \alpha, \beta, \nu)$ modelu GARCH(1,1) w celu sprawdzenia istnienia odpowiednich momentów oraz poprawności stosowania statystyki (4).

U podstaw kolejnego podejścia dotyczącego testowania skośności rozkładów znajduje się wprost model szeregu stóp zwrotu. Wzory (5)-(7) opisują model GARCH(1,1), którego klasyczna postać zakłada, że warunkowy rozkład jest rozkła-

dem symetrycznym. Nic nie stoi jednak na przeszkodzie, by był to rozkład skośny o zerowej średniej oraz jednostkowej wariancji. Skośność warunkowego rozkładu w modelu GARCH implikuje skośność rozkładu bezwarunkowego. W praktyce jako warunkowe rozkłady skośne wybiera się bądź to rozkłady, które w swej istocie są rozkładami skośnymi, lub rozkłady, które powstały na bazie rozkładów symetrycznych poprzez odpowiednią ich modyfikację. W ramach pierwszego podejścia wykorzystuje się najczęściej rozkład Pearsona typu IV (por. [Piontek 2005a]):

$$f(z; a, q, \delta) = k \left[1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right]^{-q} \exp \left[\delta \arctg \left(\frac{z}{a} \right) \right], \text{ gdzie } k = \frac{2^{2q-2} \Gamma \left(q - \frac{i\delta}{2} \right)^2}{\pi a \Gamma(2q-1)}. \quad (10)$$

Parametr δ jest w tym modelu bezpośrednio odpowiedzialny za opis skośności.

Więcej na temat wykorzystania tego rozkładu w zakresie modelowania skośności polskich szeregów finansowych znaleźć można w pracy [Piontek 2005b]. Mniej popularną alternatywą pozostają np. rozkłady z rodziny hiperbolicznych.

Alternatywne podejście sprowadza się do uzyskania rozkładów skośnych na bazie rozkładów symetrycznych. Aby otrzymać skośny rozkład $f(z)$ na bazie symetrycznego rozkładu $g(z)$, wykorzystuje się następujące przekształcenie (por. [Piontek 2005a]):

$$f(z|\psi) = \frac{2}{a(\psi) + b(\psi)} \left[g \left(\frac{z}{a(\psi)} \right) I_{(z \geq 0)} + g \left(\frac{z}{b(\psi)} \right) I_{(z < 0)} \right], \quad (11)$$

gdzie $a(\psi)$, $b(\psi)$ – odpowiednio dobrane funkcje normujące, ψ – parametr skośności.

Najczęściej stosuje się następujące podstawienie $a(\xi) = \xi$ oraz $b(\xi) = \xi^{-1}$, lub $a(\lambda) = 1 - \lambda$ oraz $b(\lambda) = 1 + \lambda$ (por. [Piontek 2005a]).

W ramach tej metody rozkłady skośne tworzone są najczęściej na bazie symetrycznego rozkładu t-Studenta lub – rzadziej – rozkładu GED. Testowanie skośności rozkładu stóp zwrotu sprowadza się więc do zbadania, czy dla analizowanego szeregu parametr modelu odpowiadający za skośność warunkowego rozkładu (δ, ξ , lub λ) ma wartość istotnie różną od zera lub alternatywnie, czy model uwzględniający skośność w istotnie lepszy sposób dopasowuje się do danych empirycznych. Zwykle stosowane jest to drugie podejście, a do wyboru optymalnej postaci modelu (ze względu, iż są to modele zawierające się w sobie) wykorzystuje się test ilorazu wiarygodności (*likelihood ratio test* – LRT) (por. [Piontek 2005b]).

Ostania z prezentowanych w tej pracy technik testowania skośności jest intuicyjnie najprostsza i pochodzi z pracy Peiro (por. [Asai, Dashzeveg 2006; Peiro 1999]). Podstawową zaletą tego podejścia jest brak konieczności przyjęcia założenia o konkretnej postaci rozkładu stóp zwrotu lub o jego własnościach (np. skończoności momentów). Istota testu sprowadza się do podziału obserwacji na dwie

podpróby i porównania, czy rozkłady w obu podpróbach (co do wartości bezwzględnej) są zgodne:

$$\begin{aligned}y_i^- &= \{\bar{y} - y_i \mid y_i < \bar{y}\} \\ y_i^+ &= \{y_i - \bar{y} \mid y_i > \bar{y}\}\end{aligned}\quad (12)$$

Porównania dokonuje się poprzez test zgodności rozkładów tak otrzymanych zmiennych, którym zazwyczaj jest test Kołmogorowa-Smirnowa w wersji dla dwóch prób (por. [Asai, Dashzeveg 2006; Peiro 1999]).

4. Przykład empiryczny

Próbie do badań stanowiły szeregi prostych, dziennych stóp zwrotu liczonych na podstawie cen zamknięcia. Do analiz wybrano spółki, dla których szeregi stóp zwrotu miały w dniu badania (17 września 2006 r.) co najmniej 1000 obserwacji. Analizie poddano więc 150 instrumentów (w tym wybrane indeksy). Wszystkie analizowane szeregi stóp zwrotu (w celu uzyskania porównywalności analizowanego okresu) skrócono do 1000 obserwacji. Po 0,5% największych i najmniejszych stóp zwrotu przekształcono, przyrównując je odpowiednio do kwantyla 0,5% i 99,5%, co pozwoliło zredukować wpływ szczególnie dużych co do wartości bezwzględnej obserwacji nietypowych, będących często wynikiem błędów w bazach danych.

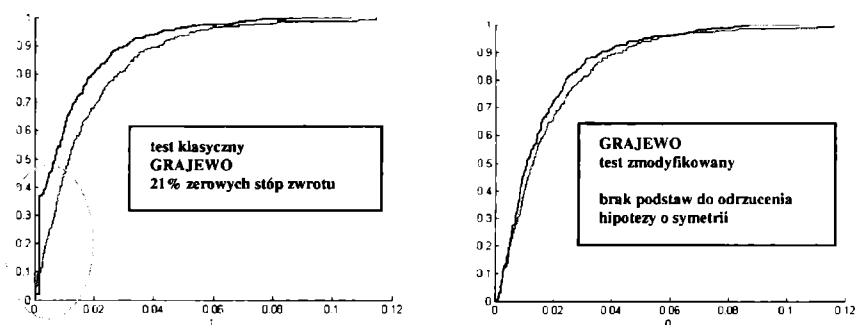
W odniesieniu do każdego szeregu stóp zwrotu skośność rozkładu poddano weryfikacji za pomocą 4 omawianych wcześniej testów: testów wykorzystujących statystyki zadane wzorami (3) i (4), testu *LRT* dla modelu z warunkowym rozkładem Pearsona typu IV oraz testu Kołmogorowa-Smirnowa dla dwóch prób (por. wzór (12)).

Jednocześnie dla każdego modelu wyestymowano parametry modelu GARCH i sprawdzono warunki skończoności odpowiednich momentów rozkładu bezwarunkowego.

Żadne z podejść nie jest wolne od pewnych problemów. Test wykorzystujący statystykę (3) nie jest uprawniony ze względu na grube ogony rozkładów, co skutkuje zwiększoną w stosunku do innych testów częstością odrzucania hipotezy o symetrii rozkładu. Statystyka (4) została, co prawda, opracowana przy założeniu, że grube ogony mogą występować, lecz wymaga istnienia skończonych momentów szóstego i czwartego² rzędu. Tylko 4 spółki na 150 analizowanych spełniały warunki stałości tych momentów wyznaczone na podstawie wyestymowanych parametrów modelu GARCH(1,1) z warunkowym rozkładem t-Studenta. Tymi spółkami były: TP SA, PKN Orlen, PEKAO oraz KGHM. W przypadku testu wykorzystującego warunkowy rozkład Pearsona typu IV problemem bywa konieczność maksymalizacji funkcji wiarygodności dla 6 parametrów i poszukiwania maxi-

² Skończoność momentu drugiego zapewniana jest na etapie estymacji modelu.

mum globalnego funkcji. Problemy wystąpiły także w odniesieniu do najprostszego testu sprowadzającego się do porównania rozkładów dla podprób uzyskanych dla danych powyżej i poniżej średniej (por. wzór (12)). W polskich szeregach stóp zwrotu z akcji występuje wiele zerowych stóp zwrotu. Warto zaznaczyć, że nie jest to wynikiem braku notowań, a po prostu fakt, że cena się nie zmieniła³. W rozkładach stóp zwrotu obserwuje się bardzo wyraźny szczyt odpowiadający zerowym stopom zwrotu, który „degeneruje” rozkład i powoduje, że test w swej klasycznej wersji prowadzi do odrzucenia hipotezy o symetrii praktycznie dla wszystkich szeregów. Zaproponowano więc modyfikację testu i badano symetrię rozkładu wokół zerowych stóp zwrotu, co nie jest dużą ingerencją w istotę testu, gdyż średnia stóp zwrotu nieznacznie różni się od zera. Alternatywą byłoby wycięcie z próby zerowych stóp zwrotu. Problem zerowych stóp zwrotu w ostatnim podejściu obrazuje rys. 1. Po modyfikacji brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy o równości rozkładów.



Rys. 1. Porównanie rozkładów dla podprób (test klasyczny i jego modyfikacja)

Źródło: obliczenia własne.

Uzyskane wyniki dotyczące wszystkich testów prezentuje tab. 1. Wartość „1” w tabeli oznacza, że dla danego szeregu i danego testu istniały podstawy do odrzucenia hipotezy o symetrii rozkładu. Oznaczenia kolumn z wynikami testów są następujące: P4 – test wykorzystujący rozkład Pearsona typu IV, RS – test na podstawie statystyki testowej zadanej wzorem (5), KS – test Kołmogorowa-Smirnowa dla 2 prób, JB – test na podstawie (4).

Z tabeli 1 wynika, iż poszczególne testy nie zawsze się wzajemnie potwierdzają. Test P4 prowadzi do odrzucenia hipotezy o symetrii dla 69 analizowanych szeregów, test RS – dla 66, test KS – 54, natomiast test JB dla 100.

³ Częstości występowania zerowych stóp zwrotu dla wybranych akcji: TALEX – 13,30%, TIM – 20,40%, TP SA – 11,20%, TRASINTUR – 10,40%, TUEUROPA – 18,60%, TUP – 20,60%, UNIMIL – 20,70%, VISTULA – 10,20%, WANDALEX – 18,60%, WIG20 – 0,01%, WILBO – 11,00%, WOLCZANKA – 14,70%, YAWAL – 16,70%, ZEG – 15,90%, ZREW – 15,10%. Dla pozostałych spółek wartości nie odbiegają od prezentowanych.

Tabela 1. Wyniki testów skośności dla wybranych szeregów

Spółka	P4	RS	KS	JB	Spółka	P4	RS	KS	JB	Spółka	P4	RS	KS	JB
ABG	1	0	1	1	HUTMEN	0	0	0	1	PGF	0	0	0	0
AGORA	0	0	0	0	HYDROBUD	0	0	0	0	PKNORLEN	0	0	0	0
ALCHEMIA	0	1	1	1	HYDROTOR	1	1	1	1	POLIMEXMS	1	1	1	1
ALMAMARKET	1	1	1	1	IBSYSTEM	1	0	1	1	POLLENAE	1	1	1	1
AMICA	0	0	0	0	IGROUP	1	1	0	1	POLNA	0	0	0	0
AMPLI	0	0	1	0	IMPEXMET	1	1	1	1	POLNORD	0	0	0	1
APATOR	1	1	1	1	INDYKPOL	1	0	0	1	PONARFEH	0	0	0	0
ARKSTEEL	0	0	0	0	INGBSK	1	0	1	0	PPWK	0	0	0	0
ATLANTIS	1	1	0	1	INSTAL	1	1	0	1	PROCHEM	1	1	0	1
BANKBPH	0	0	0	0	INSTALKRK	0	0	0	0	PROCHNIK	1	1	1	1
BAUMA	1	1	0	1	INTERIA	1	1	0	1	PROJPRZEM	1	1	0	1
BEEFSAN	0	1	0	1	IRENA	0	0	0	1	PROKOM	0	0	0	0
BORYSZEW	1	1	1	1	JUPITER	1	0	1	1	PROSPER	0	1	0	1
BOS	0	1	0	1	JUTRZENKA	1	1	0	1	PROVIMROL	1	1	1	1
BRE	0	0	0	1	KABLE	1	1	0	1	PUE	1	1	0	1
BUDIMEX	1	1	0	1	KETY	0	0	0	0	RAFAKO	1	1	1	1
BUDOPOL	0	0	0	0	KGHM	0	0	0	1	RELPO	0	0	0	1
BYTOM	0	0	1	0	KOGENERA	1	1	0	1	REMAK	1	1	1	1
BZWBK	0	0	0	0	KOMPAP	0	0	0	0	ROPCZYCE	1	0	0	1
CENSTALGD	1	1	1	1	KOPEX	1	1	1	1	SANOK	1	1	1	1
CERSANT	1	0	1	1	KREDYTB	0	0	0	0	SANWIL	0	0	1	0
COMARCH	1	1	1	1	KROSNO	0	0	1	1	SIMPLE	1	1	1	1
COMPLAND	0	0	0	0	KRUK	0	0	0	0	SKOTAN	1	1	1	1
CSS	0	0	0	1	KRUSZWICA	1	1	0	1	SOFTBANK	0	0	0	1
DEBICA	0	0	0	0	LENTEX	1	0	1	0	SPIN	0	0	0	0
ECHO	1	0	1	1	LPP	0	1	0	1	STALEXP	1	1	0	1
EFEKT	1	1	0	1	LUBAWA	0	1	0	1	STALPROD	1	1	1	1
EKODROB	0	0	1	0	LZPS	0	0	0	0	STALPROFI	1	1	1	1
ELBUDOWA	1	1	1	1	MACROSOFT	1	1	0	1	STRZELEC	1	0	1	1
ELDORADO	0	0	1	0	MCI	1	1	1	1	SUWARY	0	1	0	1
ELEKTRIM	1	1	1	1	MENNICA	0	0	0	1	SWARZEDZ	1	1	1	1
ELEKTROEX	1	1	1	1	MIESZKO	1	0	0	1	SWECIE	0	0	0	0
ELMONTWAR	1	1	0	1	MILLENNIUM	0	0	0	0	TALEX	0	0	0	1
ELZAB	1	0	0	1	MNI	1	0	1	1	TECHWIG	0	0	0	1
ENAP	1	1	0	1	MOSTALEXP	1	1	1	1	TIM	1	1	1	1
ENERGOPLD	0	1	0	1	MOSTALPLC	1	0	1	0	TPSA	1	0	0	0
ENERGOPN	1	1	0	1	MOSTALWAR	1	0	0	1	TRASINTUR	0	0	0	0
ENERGOPOL	0	0	0	0	MOSTALZAB	1	1	0	1	TUEUROPA	0	0	0	1
FARMACOL	0	0	1	1	MUZA	0	1	0	1	TUP	0	0	0	0
FERRUM	0	0	0	0	NAFTA	1	1	0	1	UNIMIL	0	0	0	0
FON	0	0	0	0	NETIA	0	0	0	1	VISTULA	0	0	0	1
FORTE	0	0	0	1	NFEMF	0	1	0	1	WANDALEX	0	1	1	1
FORTISPL	1	0	0	0	NOVITA	0	0	0	0	WAWEL	0	0	0	1
GANT	0	1	1	1	ODLEWNIE	0	0	1	0	WIG20	0	0	0	0
GETIN	1	1	0	1	OPTIMUS	1	1	0	1	WILBO	0	0	0	0
GRAJEWO	0	0	0	1	ORBIS	0	0	1	0	WOLCZANKA	1	0	0	1
GROCLIN	0	0	1	1	PAGED	0	1	1	1	YAWAL	0	0	0	1
GRUPAONET	1	1	1	1	PEKAO	0	0	0	0	ZEG	0	0	0	0
HANDLOWY	0	0	0	0	PEPEES	0	1	1	1	ZREW	0	1	0	1
HOGA	1	1	1	1	PERMEDIA	0	0	0	0	ZYWIEC	0	0	1	0

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 2. Analiza wyników

Wyszczególnienie		P4		RS		KS	
		1	0	1	0	1	0
RS	1	51	15				
	0	18	66				
KS	1	38	16	33	21		
	0	31	65	33	63		
JB	1	64	36	66	34	43	57
	0	5	45	0	50	11	39

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 2 prezentuje w zbiorczy sposób uzyskane wyniki. Wyłuszczone wartości przedstawiają liczbę szeregów, dla których testy prowadzą do zgodnych wniosków. Po odrzuceniu testu JB jako nieuprawnioną najwyższą zgodność wyników uzyskano pomiędzy testami oznaczonymi jako P4 i RS, a najniższą – pomiędzy parą KS i RS.

5. Podsumowanie

Na podstawie przedstawionych metod i badań stwierdzić można, że brak jest jednoznacznego standardu, w jaki sposób testować skośność w rozkładach stóp zwrotu. Wyniki uzyskane dla szeregów z polskiej giełdy nie są jednoznaczne i zależą od wyboru testu skośności. Można przyjąć jednak, że w ok. 42% analizowanych przypadków mamy do czynienia z rozkładami niesymetrycznymi. Prawidłowe zidentyfikowanie spółek, dla których obserwuje się skośność w szeregach stóp zwrotu, może prowadzić do poprawy procedur zarządzania portfelem lub pomiaru ryzyka, co powinno skutkować wymiernymi korzyściami ekonomicznymi. Niezbędne wydają się jednak dalsze badania nad testowaniem skośności rozkładów stóp zwrotu w obszarze zarówno teorii, jak i badań empirycznych ze szczególnym uwzględnieniem specyfiki rynku polskiego (duża liczba zerowych stóp zwrotu).

Literatura

- Asai M., Dashzeveg U. (2006), *Distribution-Free Test for Symmetry with an Application to S&P Index Returns*, <http://office.soka.ac.jp/faculty/economics/DP/004.pdf>.
- Bera A., Premaratne G., (2001), *Adjusting the Tests for Skewness and Kurtosis for Distributional Misspecifications*, www.business.uiuc.edu/Working_Papers/papers/01-0116.pdf.
- Brys G., Hubert M., Struyf A. (2003), *A Comparison of Some New Measures of Skewness*, wis.kuleuven.be/stat/Papers/skewICORS2001.pdf.

- Godfrey L., Orme C. (1991), *Testing for Skewness of Regression Distributions*, „Economic Letters” 37, s. 31-34
- He C., Teräsvirta T. (1999), *Properties of Moments of a Family of GARCH Processes*, „Journal of Econometrics” 92, s. 173-192.
- Kim T., White H. (2003), *On More Robust Estimation of Skewness and Kurtosis: simulation and Application to the S&P500 Index*, „Finance Research Letters” 1, s. 56-70.
- Peiro A. (1999), *Skewness in Financial Returns*, „Journal of Banking & Finance” 6, s. 847-862.
- Piontek K., (2005a), *Modelowanie własności szeregów stóp zwrotu – skośność rozkładów*, [w:] *Ekonometria 15*, Prace Naukowe AE we Wrocławiu nr 1096, AE, Wrocław, s. 297-308.
- Piontek K., (2005b), *Wykorzystanie warunkowego rozkładu Pearsona typu IV w modelowaniu skośności i leptokurtozy rozkładów stóp zwrotu*, [w:] *Taksonomia 12*, Prace Naukowe AE we Wrocławiu nr 1076, AE, Wrocław, s. 434-443.

MEASURING AND TESTING OF SKEWNESS FOR FINANCIAL RETURN DISTRIBUTIONS

Summary

The presumption of skewness in financial returns is implicitly or explicitly assumed in many financial models. However, the possible skewness of the unconditional distribution of stock or index returns is still an open question. In this paper, three different approaches are briefly reviewed and their properties discussed in the relevance of testing skewness in the whole return distribution: the adjusted Jarque-Bera test, the test based on the GARCH(1,1) model with the conditional Pearson type IV distribution and the distribution free test for skewness by Peiro. In the empirical part of the paper, 150 Polish financial series are examined. The results received from our research proved that about 42% of financial distributions are asymmetric.