

Anna Zamojska-Adamczak

Uniwersytet Gdański

ZASTOSOWANIE METODY DEA W OCENIE EFEKTYWNOŚCI ZARZĄDZANIA PORTFELEM FUNDUSZU

1. Wstęp

Jedną z metod najczęściej stosowanych w procesie podejmowania decyzji inwestycyjnych jest analiza historycznych stóp zwrotu, co ma uzasadnienie w przekonaniu, iż w przyszłości stopy zwrotu danej inwestycji będą kształtowały się na podobnym poziomie jak w przeszłości. Metoda ta jest powszechnie stosowana w ocenie wyników osiągniętych przez fundusze inwestycyjne. Aktywa funduszu inwestycyjnego są opierane na walorach dostępnych na danym rynku kapitałowym, tworząc portfel walorów danego funduszu. Istotne jest, by ocenić, w jaki sposób walory dobierane są do portfela, i tym samym ocenić efektywność zarządzania portfelem walorów przez fundusz. Przez ocenę efektywności portfela przez inwestora należy rozumieć, po pierwsze, ocenę wyniku funduszu na tle innych funduszy i, po drugie, ocenę, czy fundusz realizuje zasady deklarowanej polityki inwestycyjnej. Najstarsze, klasyczne podejście do mierzenia efektywności zarządzania portfelem inwestycji funduszu, wykorzystuje zazwyczaj takie elementy, jak stopa zwrotu i ryzyko. Na podstawie szeregów czasowych historycznych stóp zwrotu obliczane są wskaźniki powszechnie stosowane w praktyce, takie jak: wskaźnik Jensena [Jensen 1968], wskaźnik Sharpe'a [Sharpe 1966] i wskaźnik Treynora [Treynor 1965]. Wskaźniki te są liczone w oparciu o wyniki estymacji modelu wyceny aktywów kapitałowych (CAPM). Na bazie wskaźników klasycznych powstało kilka modyfikacji, które mają umożliwić bardziej wszechstronną interpretację. Podstawową wadą wymienionych wskaźników jest trudność spełnienia bardzo rygorystycznych założeń modelu CAPM odnośnie do struktury rynku walorów oraz postaci rozkładu ich stóp zwrotu. Doświadczenia ostatnich lat pokazują także, że te dwa parametry, średnia stopa zwrotu i ryzyko, są niewystarczające, jeśli chcemy porównać między

sobą wyniki osiągane przez poszczególne funkcjonujące na rynku fundusze. Jednym z istotnych elementów, który należy uwzględnić, są koszty ponoszone w związku z uczestnictwem w danym funduszu i tym samym wpływające na poziom zysków osiąganych przez inwestorów. Nawet niewielka różnica w zysku netto osiąganym w krótkim okresie prowadzi do bardzo dużych różnic w łącznym zysku netto w długim okresie. W 1997 r. Murthi i in. zaproponowali metodę DEA¹ (*data envelopment analysis*) do oceny wyników osiąganych przez fundusze [Murthi i in. 1997]. Za pomocą metody DEA określany jest poziom efektywności alokacyjnej funduszu względem innych funduszy z badanej w próby.

Artykuł prezentuje zastosowanie metody DEA do mierzenia efektywności zarządzania portfelem inwestycyjnym funduszy akcyjnych funkcjonujących na polskim rynku kapitałowym. W pierwszej części artykułu zawarto teoretyczne podstawy metody DEA, następnie przedstawiono postać zagadnienia programowania liniowego, które zostało wykorzystane do pomiaru efektywności funduszy. W trzeciej części artykułu zamieszczono wyniki przeprowadzonych badań.

2. Teoretyczne podstawy metody DEA

DEA jest jedną z technik badań operacyjnych stosowaną w analizie problemu efektywności [Charnes i in. 1978]. Metoda ta jest dość powszechnie stosowana na świecie w różnych obszarach gospodarki. Początkowo stosowana była do oceny efektywności działalności podmiotów sektora publicznego i jednostek nie przynoszących zysków, takich jak szkoły czy placówki medyczne [Charnes 1994]. W kolejnych latach metodę DEA zaczęto stosować do oceny efektywności banków, przedsiębiorstw branży energetycznej i funduszy inwestycyjnych [Murthi i in. 1997; s. Basso, Funari 2001; Galadera, Silvapulle 2002]. W Polsce metoda ta jest także stosowana i istnieje wiele publikacji prezentujących wyniki przeprowadzonych badań w różnych obszarach, takich jak: działalność banków [Gospodarowicz 2000; Pawłowska 2005; Rogowski 1998], sektor energetyczny [Nazarko 2005; Prędkie 2003] czy biblioteki [Osiewalski, Osiewalska 1999].

Podstawą metody DEA jest współczynnik produktywności Debreu-Farella wyrażony jako stosunek jednego nakładu i jednego wyniku [Charnes i in. 1978], który został uogólniony na przypadek wielowymiarowy, czyli wielu wyników i wielu nakładów. Przedmiotem analizy w metodzie DEA jest określenie poziomu efektywności, z jaką podmiot podejmujący decyzję (*decision making units*) transformuje posiadane nakłady na wyniki. Za pomocą metody DEA wyznaczana jest granica efektywności zbioru możliwości produkcyjnych. Obiekty znajdujące się na tej granicy przyjmują wartość współczynnika efektywności równą 1, natomiast wartość tego współczynnika w przypadku obiektów leżących poniżej tej granicy jest mniej-

¹ Polskie tłumaczenia *data envelopment analysis* (DEA) to: metoda obwiedni danych [Osiewalski 1999], metoda otoczki danych [Prędkie 2002], metoda analiz granicznych [Pawłowska 2005].

sza od jedności. Współczynnik przyjmuje wartości z przedziału (0,1), a różnica wartości względem 1 określa rozmiar nieefektywności pojedynczego obiektu, ponieważ metoda DEA pozwala określić, jaki jest poziom efektywności wybranego obiektu względem pozostałych obiektów w analizowanej próbie.

Podstawowe cechy charakterystyczne metody DEA są następujące: jest to zagadnienie programowania liniowego, metoda nieparametryczna, metoda deterministyczna oraz nie wymagająca formułowania postaci funkcyjnej zależności między nakładami a wynikami.

Przyjmijmy następujące oznaczenia:

$j = 1, 2, \dots, n$ – obiekty,

$r = 1, 2, \dots, t$ – wyniki,

$i = 1, 2, \dots, m$ – nakłady,

y_{rj} – wielkość wyniku r przypadającego na jednostkę j ,

x_{ij} – wielkość nakładu i przypadającego na jednostkę j ,

u_r – waga wyniku r ,

v_i – waga nakładu i .

Miara efektywności DEA dla jednostki (obektu) analizy j jest obliczana jako stosunek sumy ważonych wyników do sumy ważonych nakładów postaci:

$$h_j = \frac{\sum_{r=1}^t u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}. \quad (1)$$

W przypadku obiektów efektywnych wartość współczynnika h jest równa 1 (obiekt znajduje się na granicy zbioru możliwości produkcyjnych (inwestycyjnych; granica efektywna), natomiast w przypadkach obiektów nieefektywnych jego wartość jest mniejsza od 1 i obiekt znajduje się poniżej granicy efektywności. Wielkość wag określana jest w procesie optymalizacji wartości współczynnika h , dla każdej jednostki analizy osobno.

Najczęściej w procesie badania poziomu efektywności w wybranej grupie obiektów wykorzystywany jest liniowy model CCR (od nazwisk autorów: Charnes, Cooper i Rhodes), nazywany modelem zorientowanym na nakłady (*input-oriented linear model*).

Funkcja celu modelu CCR dla wybranego obiektu analizy (j_0) ma postać:

$$\sum_{r=1}^t u_r y_{rj_0} \rightarrow \max, \quad (2)$$

przy warunkach:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^m v_i x_{ij0} &= 1, \\
\sum_{r=1}^t u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
u_r &\geq 0, \quad r = 1, \dots, t, \\
v_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, m.
\end{aligned} \tag{3}$$

W tak sformułowanym zagadnieniu występuje $(t+m)$ zmiennych decyzyjnych, którymi są wagi u_r i v_i , wyznaczone w procesie optymalizacji funkcji celu (2), tak by maksymalizować efektywność danej jednostki analizy względem pozostałych obiektów w próbie. W procesie optymalizacji funkcji celu (2) należy uwzględnić $(n + t + m + 1)$ warunków ograniczających określonych w (3) [Basso, Funari 2001].

3. Zastosowanie metody DEA do oceny efektywności funduszy

Do oceny efektywności alokacyjnej funduszy inwestycyjnych wykorzystany zostanie model zdefiniowany w (2) i (3). W modelu² jako wyniki wykorzystane zostaną średnie stopy zwrotu funduszy inwestycyjnych, natomiast jako nakłady – takie klasyczne miary ryzyka jak odchylenie standardowe stóp zwrotu oraz parametr β , a także koszty, jakie ponosi inwestor w związku z uczestnictwem w danym funduszu inwestycyjnym (koszty ponoszone przy nabywaniu jednostek funduszu, ich wykupywaniu lub umarzaniu).

Przedmiotem badania były akcyjne fundusze inwestycyjne funkcjonujące na polskim rynku kapitałowym. Badanie zostało przeprowadzone dla dwóch okresów:

- 1 roku, od lutego 2004 do lutego 2005 (18 funduszy),
- 4 lat, od lutego 2001 do lutego 2005 (15 funduszy).

Na podstawie szeregów dziennych jednostek rozrachunkowych obliczone zostały logarytmiczne tygodniowe stopy zwrotu, które kolejno posłużyły do skonstruowania nakładów i wyników wykorzystanych w ocenie ich efektywności.

Zmienne wykorzystane w modelu zostały podzielone na dwie grupy:

Nakłady. Jako nakłady w przeprowadzonym badaniu potraktowano: odchylenie standardowe stóp zwrotu funduszy, parametr β jako miarę ryzyka systematycznego, prowizje pobierane przez fundusze przy zakupie jednostek uczestnictwa.

Wyniki. Jako pierwszą zmienną w grupie wyniki wykorzystano stopę zwrotu osiągniętą przez badane fundusze odpowiednio w okresie 1 roku i 4 lat, natomiast drugą zmienną stanowił współczynnik asymetrii stóp zwrotu – w okresie 1 roku i 4 lat.

W procesie wyznaczania funduszy efektywnych w badanej grupie funduszy akcyjnych optymalizowanych było sześć wariantów modelu zorientowanego na na-

² Model został wykorzystany do oceny efektywności na rynku funduszy we Włoszech [Basso, Funari 2001].

kłady, różniące się między sobą zestawem zmiennych stanowiących nakłady i wyniki. Dodatkowo każdy z sześciu wariantów optymalizowany był dla okresu zarówno rocznego, jak i czteroletniego. Zestawy zmiennych w kolejnych wariantach optymalizowanego modelu DEA były następujące:

- DEA_{11c} – jeden nakład (odchylenie standardowe) i jeden wynik (stopa zwrotu),
- DEA_{11b} – jeden nakład (parametr β) i jeden wynik (stopa zwrotu),
- DEA_{21c} – dwa nakłady (odchylenie standardowe i prowizje) i jeden wynik (stopa zwrotu),
- DEA_{21b} – dwa nakłady (parametr β i prowizje) i jeden wynik (stopa zwrotu),
- DEA_{22c} – dwa nakłady (odchylenie standardowe i prowizje) i dwa wyniki (stopa zwrotu i współczynnik asymetrii stóp),
- DEA_{22b} – dwa nakłady (parametr β i prowizje) i dwa wyniki (stopa zwrotu i współczynnik asymetrii stóp zwrotu).

W tabeli 1 przedstawiono wysokość udziału funduszy, dla których wartość funkcji celu przyjęła wartość 1, co wskazuje, że fundusz jest efektywny względem pozostałych funduszy w analizowanej grupie.

Tabela 1. Procentowy udział funduszy efektywnych

	DEA _{11c}	DEA _{21c}	DEA _{22c}	DEA _{11b}	DEA _{21b}	DEA _{22b}
1 rok	5,6	22,2	33,3	5,6	11,1	22,2
4 lata	6,7	6,7	26,7	6,7	13,3	33,3

Źródło: opracowanie własne.

W okresie zarówno jednego roku, jak i czterech lat, najwięcej funduszy efektywnych było dla wariantu modelu DEA z dwoma wynikami i dwoma nakładami, natomiast najmniej dla modelu DEA z jednym wynikiem i jednym nakładem.

W tabeli 2 wymieniono fundusze, które były efektywne dla dowolnego wariantu modelu DEA dla okresów jednego roku oraz czterech lat. Wśród analizowanych funduszy jedynie ARKA BZ WBK Akcji oraz Millennium FIO Akcji były efektywne w obu okresach, natomiast pozostałe fundusze były efektywne w większości dla okresu jednego roku lub alternatywnie dla okresu czterech lat.

Tabela 2. Fundusze efektywne

Wyszczególnienie	1 rok	4 lata
Arka BZ WBK Akcji	4	2
CA IB FIO Akcji	-	2
DWS Polska FIO Akcji Plus	3	-
UniKorona Akcji	2	-
PKO/CS Akcji	2	-
Millennium FIO Akcji	2	1
CU Polskich Akcji	-	5
AIG Akcji	5	-
DWS Top 25	-	4

Źródło: opracowanie własne.

W kolejnym etapie prowadzonych badań, w oparciu o otrzymane wartości współczynnika efektywności sporządzono dla każdego z wariantu modelu DEA ranking akcyjnych funduszy inwestycyjnych. Wyniki zamieszczono w tab. 3.

Tabela 3. Rankingi funduszy

Wyszczególnienie	1 rok						4 lata					
	DEA _{11c}	DEA _{11b}	DEA _{12c}	DEA _{12b}	DEA _{22c}	DEA _{22b}	DEA _{11c}	DEA _{11b}	DEA _{12c}	DEA _{12b}	DEA _{22c}	DEA _{22b}
Arka BZ WBK Akcji	7	7	1	1	1	1	11	11	2	2	1	1
CA IB FIO Akcji	13	14	5	3	2	2	9	8	5	5	1	1
DWS Polska FIO Akcji	10	11	10	15	7	10	15	15	14	14	8	10
DWS Polska FIO Akcji Plus	1	2	1	4	1	12	8	9	10	12	10	8
ING Akcji	15	16	13	12	6	9	13	13	9	7	6	4
CitiAkcji A	8	10	6	7	6	8	10	10	11	10	7	6
UniKorona Akcji	2	3	1	2	1	3	4	7	4	4	5	3
Pioneer Akcji Polskich	16	15	14	17	9	13	14	14	13	13	12	11
PKO/CS Akcji	5	4	4	8	1	1	6	6	8	9	11	9
Krakowiak	9	12	9	16	8	15	3	4	7	8	4	5
SEB 3	12	9	8	11	5	5	12	12	12	11	9	7
Skarbiec Akcja	11	13	7	5	4	4	5	5	3	3	3	2
Millennium FIO Akcji	17	18	12	10	1	1	7	3	6	6	2	1
CU Polskich Akcji	4	6	3	9	3	11	1	2	1	1	1	1
GTFI Akcji	14	17	11	14	10	14	-	-	-	-	-	-
Allianz Akcji	6	5	2	6	4	7	-	-	-	-	-	-
AIG Akcji	3	1	1	1	1	1	-	-	-	-	-	-
DWS Top 25	18	8	15	13	11	6	2	1	2	1	1	1

Źródło: opracowanie własne.

Kolejność funduszy w przedstawionych powyżej rankingach jest podobna dla czterech wariantów modelu DEA, nieco inna jest klasyfikacja wówczas, gdy stosowany jest wariant modelu DEA z jednym nakładem i jednym wynikiem. W okresie 1 roku na pierwszym miejscu znalazły się takie fundusze, jak: Arka BZ WBK Akcji, DWS Polska FIO Akcji Plus, UniKorona Akcji, PKO/CS Akcji, Millennium FIO Akcji, AIG Akcji. Natomiast w przypadku okresu czteroletniego najwyżej notowane były następujące fundusze: Arka BZ WBK Akcji, CA IB FIO Akcji, CU Polskich Akcji, DWS Top 25.

4. Podsumowanie

Przedstawione wyniki badań wskazują, że metoda DEA może być stosowana jako alternatywa albo uzupełnienie klasycznych wskaźników w ocenie efektywności zarządzania portfelem inwestycyjnym funduszu. Jest narzędziem, które może być wykorzystane w procesie podejmowania decyzji inwestycyjnych.

W świetle przeprowadzonych badań można stwierdzić, że grupa akcyjnych funduszy inwestycyjnych jest zróżnicowana pod względem poziomu efektywności. Zastosowana metoda pozwoliła na uwzględnienie wielu czynników determinujących opłacalność inwestycji w fundusz, takich jak: stopa zwrotu funduszu, ryzyko funduszu, koszt uczestnictwa oraz horyzont czasowy inwestycji.

Literatura

- Basso A., Funari S. (2001), *A Data Envelopment Analysis Approach to Measure the Mutual Fund Performance*, „European Journal of Operational Research” vol. 135, s. 477-492.
- Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E. (1978), *Measuring the Efficiency of Decision Making Units*, „European Journal of Operational Research” vol. 3, s. 429-444.
- Galagedera D., Silvapulle P. (2002), *A Australian Mutual Fund Performance Appraisal Using Data Envelopment Analysis*, „Managerial Finance” vol. 9, s. 60-73.
- Gospodarowicz M. (2000), *Procedury analizy i oceny banków komercyjnych*, Materiały i Studia NBP nr 103.
- Jensen M. (1968), *The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964*, „Journal of Finance” vol. 50, s. 549-572.
- Murthi B., Choi Y., Desai P. (1997), *Efficiency of Mutual Funds and Portfolio Performance Measurement: A Non-Parametric Approach*, „European Journal of Operational Research” vol. 98, s. 408-418.
- Osiewalska A., Osiewalski J. (1999), *Próba oceny efektywności kosztowej polskich bibliotek akademickich*, EBIB, <http://www.oss.wroc.pl/biuletyn/ebib03/efektywn.html>.
- Pawłowska M. (2005), *Konkurencja i efektywność na polskim rynku bankowym na tle zmian strukturalnych i technologicznych*, Materiały i Studia NBP nr 192.
- Prędkie A. (2003), *Analiza efektywności za pomocą metody DEA: podstawy formalne i ilustracja ekonomiczna*, „Przegląd Statystyczny” nr 1, s. 87-100.
- Rogowski G. (1998), *Metody analizy i oceny działalności banku na potrzeby zarządzania strategicznego*, CeDeWu.
- Sharpe W.F. (1994), *The Sharpe Ratio*, „Journal of Portfolio Management”, Fall, s. 49-59.
- Sharpe W.F. (1966), *Mutual Fund Performance*, „Journal of Business” vol. 34, s. 119-138.

Treynor J.L. (1965), *How to Rate Management Investment Funds*, „Harvard Business Review” vol. 43, s. 63-75.

EFFICIENCY OF MUTUAL FUND AND A DATA ENVELOPMENT ANALYSIS

Summary

The paper presents an application of the DEA method to measure the efficiency of equity mutual funds on the polish capital market. The DEA method is widely employed in operational research to compute the relative measure of efficiency and it can be applied also for the mutual fund performance. Results showed, that DEA is a new (alternative) measure of performance that seeks to address the limitation of the popular (traditional) indices of performance.