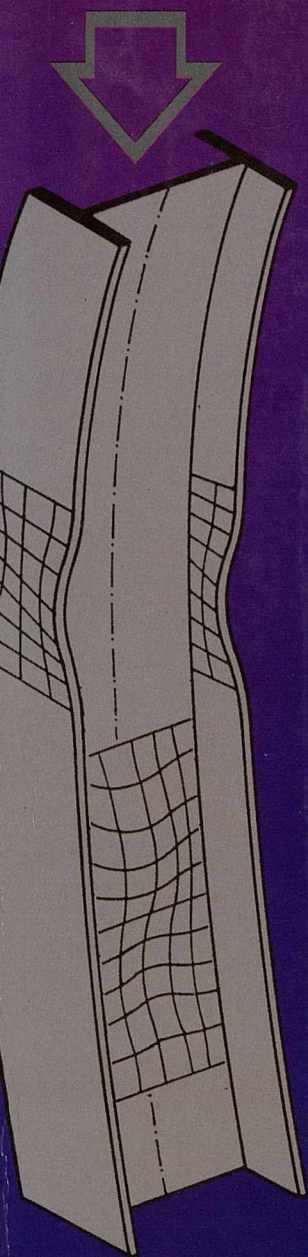




Nośność graniczna stalowych konstrukcji prętowych

Antoni Biegus



WYDAWNICTWO NAUKOWE PWN



Nośność graniczna stalowych konstrukcji prętowych



WYDAWNICTWO
NAUKOWE
PWN
WARSZAWA- WROCŁAW
1997

Nośność graniczna stalowych konstrukcji prętowych

Antoni Biegus

Projekt okładki i stron tytułowych
Maryna Wiśniewska

Recenzenci
Zbigniew Kowal, Kazimierz Rykaluk

EGZEMPLARZ USZKO

zalam rozkłada się

Redaktor
Anna Kurzyca

Biblioteka Główna i OIM
Politechniki Wrocławskiej



001352963

Redaktor techniczny
Bożena Sobota

Korekta
Anna Skrzypek



295086 W / 3

Copyright © by Wydawnictwo Naukowe PWN Sp. z o.o.
Warszawa 1997

ISBN 83-01-12322-2

Alh 800/k/99

Spis treści

Przedmowa	7
1. Modele obliczeniowe wyznaczania nośności prętowych konstrukcji stalowych	9
1.1. Wprowadzenie	9
1.2. Modelowanie stanów granicznych konstrukcji	13
1.2.1. Obliczanie i projektowanie konstrukcji	13
1.2.2. Matematyczne modele materiałów i konstrukcji	15
1.2.3. Klasyfikacja przekrojów prętów	23
1.2.4. Ścieżki równowagi statycznej prętów	31
1.2.5. Modelowanie sztywności węzłów	33
1.2.6. Metody i modele analizy konstrukcji	39
1.3. Ujęcie stanów granicznych konstrukcji w normach	49
2. Nośność sprężysta elementów zginanych	56 ✓
2.1. Nośność sprężysta przekroju zginanego jednokierunkowo	56 ✓
2.2. Nośność sprężysta przekroju zginanego dwukierunkowo	57 ✓
2.3. Nośność sprężysta przekroju dwukierunkowo zginanego i rozciąganego	59 ✓
2.4. Nośność sprężysta przekroju zginanego, ścinanego i rozciąganego	61
2.5. Nośność sprężysta przekroju w złożonym stanie wyężenia	63
2.6. Nośność pręta zginanego wyznaczana z warunku utraty stateczności ogólnej (zwichrzenia)	65
2.7. Nośność graniczna zginanych przekrojów cienkościennych (klasy 4)	73
2.8. Sprawdzenie utraty stateczności miejscowej przekroju cienkościennego (klasy 4)	82
2.9. Sprawdzenie nośności elementów zginanych	90
3. Nośność plastyczna elementów zginanych	91
3.1. Założenia wyjściowe wykorzystania rezerwy plastycznej elementów zginanych	91 ✓
3.2. Nośność plastyczna przekroju przy czystym obciążeniu zginającym	93 ✓
3.3. Nośność plastyczna przekroju zginanego w złożonych stanach obciążenia	98
3.3.1. Nośność plastyczna przekroju zginanego i rozciąganego	99 ✓
3.3.2. Nośność plastyczna przekroju zginanego i ścinanego	104
3.3.3. Nośność plastyczna przekroju zginanego, ścinanego i rozciąganego	106
3.4. Nośność graniczna prętowych systemów konstrukcyjnych	110
3.5. Metody wyznaczania nośności granicznej z uwzględnieniem rezerwy plastycznej przekroju	114
3.6. Zagadnienia stateczności ogólnej i lokalnej konstrukcji obliczanej z uwzględnieniem rezerwy plastycznej	119

3.7. Stan graniczny użytkowania konstrukcji obliczanej z uwzględnieniem rezerwy plastycznej . . .	122
3.8. Obliczanie konstrukcji na przystosowanie do zmiennych obciążeń	123
4. Nośność graniczna prętów ściskanych	129
4.1. Nośność graniczna prętów ściskanych osiowo	129
4.1.1. Ścieżki równowagi statycznej prętów ściskanych	129 ✓
4.1.2. Długości wyboczeniowe prętów ściskanych	136
4.1.3. Nośność graniczna prętów jednogłęziowych ściskanych osiowo	141
4.1.4. Nośność graniczna prętów wielogłęziowych ściskanych osiowo	151
4.2. Nośność graniczna prętów ściskanych i zginanych	155
4.3. Nośność graniczna ściskanych i zginanych prętów o przekroju cienkościennym (klasy 4)	165
Literatura	179

Przedmowa

W ostatnich latach nastąpił istotny postęp wiedzy o podstawach naukowych projektowania konstrukcji stalowych. Precyzyjniejsza identyfikacja modeli teoretycznych pozwoliła wyjaśnić wielorakie aspekty wyężenia konstrukcji rzeczywistych. Było to możliwe zarówno dzięki rozwojowi teorii konstrukcji, jak i wdrożeniu uzyskanych rozwiązań przy wykorzystaniu maszyn cyfrowych. Ważnym elementem rozwoju wiedzy o zachowaniu się stalowych konstrukcji rzeczywistych były również obszerne badania eksperymentalne konstrukcji stalowych. Stworzone zostały więc przesłanki do modyfikacji teoretycznych modeli obliczeniowych oraz zasad projektowania konstrukcji stalowych. Praktycznym wyrazem aktualnego stanu wiedzy w tej dziedzinie są zalecenia Komitetu Technicznego ISO 167 [122] oraz norma Eurokod 3 [121] projektowania i obliczania konstrukcji stalowych. Aktualna norma PN-90/B-03200. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie [114] są w zasadniczych rozstrzygnięciach oparte na europejskich dokumentach normalizacyjnych [121, 122].

Wprowadzanie nowych zasad projektowania konstrukcji według norm opartych na eurokodach odbywało się w krajach europejskich stopniowo. W Wielkiej Brytanii na przykład przed wprowadzeniem BS 5950 [118] wyznaczono około trzyletni okres szkoleniowy — opublikowano wiele komentarzy, podręczników przykładów obliczeń, realizowano także filmy szkoleniowe. Takiego programu szkoleniowo-promocyjnego zabrakło przy wprowadzaniu normy krajowej. Tematykę znowelizowanej normy obliczania i projektowania konstrukcji stalowych przedstawiono w komentarzu [48] do normy [114], w cyklu artykułów Augustyna, Bródki i Łaguny [3], a także w podręcznikach Bródki [24] i Żmudy [106] traktujących o konstrukcjach metalowych, w których większą uwagę zwraca się na zagadnienia konstrukcyjne. Obecnie brakuje krajowych podręczników i monografii, które wyjaśniałyby teoretyczne podstawy projektowania i obliczania konstrukcji stalowych zgodnie z normą [114].

Aby użytkownik normy [114] mógł racjonalnie korzystać z jej postanowień, winien rozumieć merytoryczne przesłanki przyjętych rozstrzygnięć. Celem pracy jest przybliżenie podstaw teoretycznych projektowania stalowych elementów prętowych według stanów granicznych w ujęciu półprobabilistycznej normy [114]. Dlatego w książce położono duży nacisk na identyfikację modeli fizycznych i teoretycznych projektowanych elementów stalowych, gdyż dogłębne zrozumienie modeli

obliczeniowych i wynikających z nich wzorów, tablic, zaleceń, uproszczeń i reguł normowych jest podstawą optymalnego projektowania konstrukcji stalowych. Poszczególne zagadnienia, dotyczące zachowania się stalowych konstrukcji rzeczywistych (o modelach odbiegających od przyjmowanych w klasycznej mechanice budowli i wytrzymałości materiałów) są omówione w wielu trudno dostępnych publikacjach. W tej dydaktycznej monografii, uwzględniającej przyjęte rozstrzygnięcia norm, omówiono naukowe podstawy projektowania prętowych konstrukcji stalowych.

Książka jest adresowana zarówno do studentów wydziałów budowlanych uczelni technicznych, jak i projektantów konstrukcji stalowych.

1. Modele obliczeniowe wyznaczania nośności prętowych konstrukcji stalowych

1.1. Wprowadzenie

Budowlane konstrukcje metalowe dzieli się ze względu na ich ukształtowanie oraz charakter wyężenia na:

- prętowe, których zasadniczymi częściami składowymi są elementy liniowe w postaci belek, słupów lub łuków, kształtowane jako kratownice, ramy płaskie lub przestrzenne. Stanowią one budowlane ustroje nośne hal, budynków, mostów, wież itp.,

- ciągnowe (linowe, wiszące) stosowane jako ustroje nośne dachów o dużej rozpiętości, mostów, a także jako konstrukcje wspomagające konstrukcje prętowe (belki podwieszane),

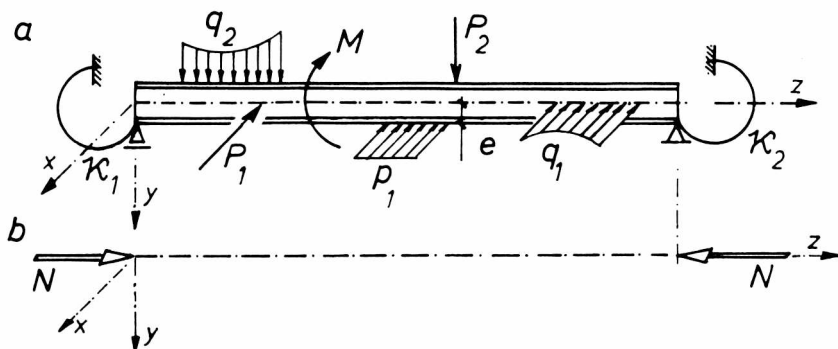
- powłokowe z blach stalowych stosowane jako zbiorniki na ciecze i gazy, rurociągi, kominy.

Spółród trzech wymienionych typów konstrukcji najliczniej reprezentowane w budownictwie stalowym są ustroje prętowe budowane z belek i słupów.

Belkami nazywamy [50] ustroje, noszące cechy pręta, o pełnościennym przekroju poprzecznym, obciążone zazwyczaj poprzecznie do swej osi podłużnej, w których ewentualne występowanie sił osiowych nie ma istotnego wpływu na wyężenie przekroju elementu. Z punktu widzenia wytrzymałości materiałów belkom można przyporządkować model pręta zginanego (jedno- lub dwukierunkowo) i skręcanego. Schemat tak obciążonego pręta pokazano na rysunku 1.1a.

Płaszczyznę wyznaczoną przez oś podłużną oraz maksymalny promień bezwładności przekroju traktować będziemy jako płaszczyznę główną dźwigara. Belki zginane względem jednej z dwu osi bezwładności uważa się za zginane jednokierunkowo, względem obu osi bezwładności — dwukierunkowo (ukośnie). Kiedy wypadkowa sił poprzecznych działających na pręt przechodzi poza środkiem ścinania przekroju, to obserwujemy zjawisko skręcania elementu.

Słupami nazywamy [50] takie ściskane, najczęściej pionowo ustawione elementy konstrukcyjne, które noszą cechy pręta (to znaczy ich długość jest o rząd większa



Rys. 1.1. Schemat statyczny pręta dwukierunkowo zginanego i skręcanego (a) oraz ściskanego (b)

od wymiarów przekroju poprzecznego), obciążone ściskającą siłą podłużną N . Słupy mogą być obciążone osiowo lub mimośrodowo, osiowo i poprzecznie (gięcie) oraz osiowo gięcie i skręcenie (patrz rys. 1.1b).

Zazwyczaj zarówno słupy, jak i belki są prętami obciążonymi: osiowo — N ; gięcie — M_x, M_y ; skręcenie — M_s , a przekroje ich są ścinane siłami poprzecznymi V_x, V_y .

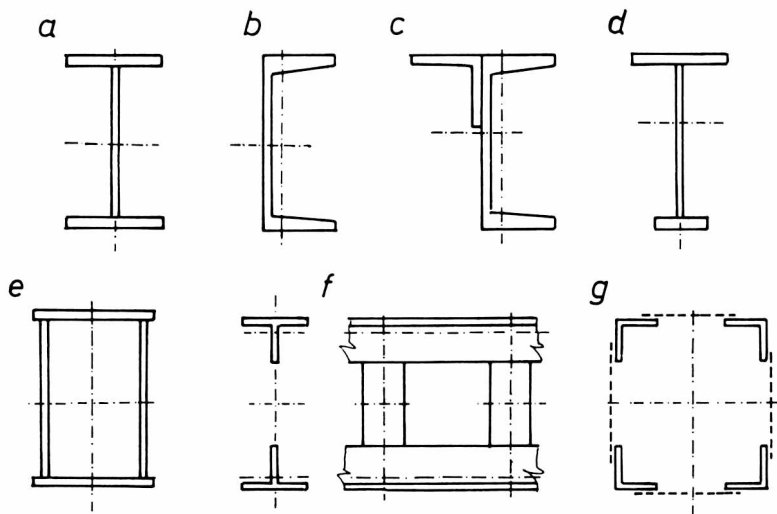
W stalowym budownictwie lądowym belki stosuje się na wiele elementów konstrukcyjnych, takich jak: belki i podciągi stropowe, płatwie dachowe i rygle ścienne hal, rygle ram nośnych, pomosty, belki podsuwnicowe i elektrowciągów, schody itp.

Z szerokiej gamy elementów ściskanych i zginanych należy wymienić słupy szkieletów nośnych budynków, hal przemysłowych, estakad, a także ściskane pręty kratownic dachowych, słupów energetycznych itp.

Przez układ prętowy (szkieletowy) rozumie się zestaw bezpośrednio połączonych elementów konstrukcyjnych zaprojektowanych w celu współdziałania w przenoszeniu obciążeń [121].

Możemy konstruować zginane lub ściskane dźwigary o przekrojach bisymetrycznych (rys. 1.2a), monosymetrycznych (rys. 1.2b) lub niesymetrycznych (rys. 1.2c) — otwartych (rys. 1.2d) lub zamkniętych (rys. 1.2e), pełnościennych (rys. 1.2a, b, c, d, e) lub ażurowych (belki — rys. 1.2f) i wielogałęziowych (słupy — rys. 1.2g).

Uwzględniając opór elementów stawiany działającym na nie obciążeniom, przekroje konstrukcji prętowych możemy podzielić na krępe i cienkościenne. Prętowe konstrukcje o przekrojach krępach, niewrażliwych na lokalną utratę stateczności ścianek, możemy projektować w stanie plastycznym lub sprężystym. Cienkościenne konstrukcje prętowe, w których elementach może wystąpić lokalna utrata stateczności ścianek pręta, możemy analizować w stanie sprężystym krytycznym lub nadkrytycznym. Aby pręty można było obliczać zgodnie z zasadami formułowanymi w mechanice konstrukcji, dzieli się je na cztery klasy (patrz pkt 1.2.3). Kryterium identyfikacyjnym klasy przekroju elementu jest jego zdolność do obrotu oraz wrażliwość na lokalną utratę stateczności ścianki (zapisana w postaci smukłości płytowej ścianki). Zachowanie się prętów pod obciążeniem różni się w sposób istotny w zależności od klasy przekroju. W zależności od klasy przekroju,



Rys. 1.2. Przekroje poprzeczne belek i słupów, a–g: patrz objaśnienia w tekście

nośności prętów możemy szacować w zakresie sprężystego lub plastycznego wyężenia materiału.

Z prętowych elementów budujemy ustroje konstrukcyjne w postaci ram, kratownic, szkieletów przestrzennych. W ustrojach tych elementy prętowe są wzajemnie łączone w węzłach, które w zależności od zdolności do obrotu (swobodnego lub ograniczonego) kwalifikujemy jako przegubowe, sztywne lub podatne (sprężyste).

W mechanice konstrukcji aproksymujemy statykę prętowego elementu zginanego i ściskanego, przyjmując model pręta o stałych EJ_x , EJ_y , GJ_T lub zmiennych $EJ_x(z)$, $EJ_y(z)$, $GJ_T(z)$ sztywnościach i osi pokrywającej się z osią ciężkości przekroju, gdzie: E – moduł sprężystości podłużnej, J – moment bezwładności, G – moduł sprężystości poprzecznej.

W projektowaniu metalowych elementów budowlanych dokonujemy więc aproksymującej identyfikacji modelu teoretycznego ustroju i modelu obciążeń (schematu statycznego konstrukcji), dla którego wyznaczamy siły wewnętrzne. Ważnym zagadnieniem w tej fazie projektowania jest przyjęcie poziomu analizy, możliwości uwzględnienia rezerwy plastycznej konstrukcji, wpływu przemieszczeń na wyężenie elementów konstrukcji, zmiany sztywności prętów oraz podatności połączeń prętów w węzłach w procesie obciążenia. Wyznaczone siły wewnętrzne stanowią podstawę do analizy wyężenia przekrojów elementów, w której uwzględnia się specyfikę kształtu przekroju poprzecznego.

Modele i metody analizy konstrukcji omówiono w rozdziale 1.2. Siły wewnętrzne N_w w przekrojach prętów możemy wyznaczać w zakresie sprężystym (zgodnie z zasadami mechaniki budowli według analizy sprężystej) lub plastycznym, metodami teorii nośności granicznej i teorii przystosowania.

Eurokod 3 [121] wprowadza definicję sprężystej lub plastycznej analizy globalnej, rozumianej jako wyznaczenie spójnego zestawu sił wewnętrznych w konstrukcji, które są w równowadze z określonym zestawem oddziaływań na konstrukcję.

Globalną analizę sprężystą konstrukcji można stosować bez ograniczeń we wszystkich sytuacjach. Globalna analiza plastyczna ustroju może być prowadzona zarówno według Eurokodu 3 [121], jak i norm [114], [118], [119], gdy przekroje prętów spełniają określone wymagania geometryczne (klasa przekroju 1), materiałowe i konstrukcyjne. Sprężystą nośność prętów N_R (w sprężystym zakresie wyężenia przekroju) należy wyznaczyć z warunku – największe naprężenia w profilu elementu nie przekraczają granicy proporcjonalności materiału. Nośność plastyczną (według normy [114] sprężysto-plastyczną) wyznaczamy wykorzystując wydłużalność stali (rezerwę plastyczną). Sprawia to, że w projektowaniu możemy analizować siły wewnętrzne N_w i nośności elementów N_R w trzech zasadniczych wariantach, które podaje norma niemiecka DIN 18800 [119]. Sytuacje (metody) projektowe według [119] podano w tablicy 1.1. W projektowaniu musimy więc podjąć decyzję wyboru jednej z trzech metod: sprężysto-sprężystej, sprężysto-plastycznej lub plastyczno-plastycznej.

Tablica 1.1. Sytuacje (metody) projektowe według DIN 18800 [119]

Lp.	Nazwa metody	Siły wewnętrzne N_w	Nośność elementów N_R
1	Sprężysto-sprężysta	analiza sprężysta	w sprężystym zakresie wyężenia materiału
2	Sprężysto-plastyczna	analiza sprężysta	z uwzględnieniem plastycznego wyężenia materiału
3	Plastyczno-plastyczna	analiza plastyczna	z uwzględnieniem plastycznego wyężenia materiału

W projektowaniu konstrukcji stalowych stosunkowo najczęściej używa się metody sprężysto-sprężystej (1. sytuacja projektowa wg tabl. 1.1). Dla ściśle określonych klas konstrukcji opracowano metody obliczeń statycznych (wyznaczanie sił wewnętrznych, reakcji i przemieszczeń) oraz szacowania nośności elementów przy założeniu liniowych modeli sprężystych ustrojów i wyężenia materiału w przekrojach elementów. W statyce budowli i w wytrzymałości materiałów narzuca się sztywne wymogi kształtowania elementów, aby zachowanie się konstrukcji pod obciążeniem było adekwatne do przyjętego sprężystego modelu obliczeniowego. Ścieżki równowagi statycznej (ŚRS) zarówno ustroju (konstrukcji), jak i elementów są liniowo-sprężyste dla przekrojów krępych lub nieliniowo-sprężyste dla przekrojów cienkościennych.

W 2. sytuacji projektowej (metodzie) według tablicy 1.1 wyznaczamy siły wewnętrzne w sprężystym zakresie wyężenia ustroju, nośność zaś elementów krytycznych szacujemy z uwzględnieniem plastycznej rezerwy wytrzymałości materiału w przekrojach prętów.

W analizie plastyczno-plastycznej wyężenia konstrukcji dopuszcza się jako bezpieczną redystrybucję sił wewnętrznych w przekrojach ustroju nośnego zbudowanego z prętów o przekrojach krępych i materiału sprężysto-plastycznego. Wyznacza się więc siły wewnętrzne w ustroju z wykorzystaniem rezerwy plastycznej elementów

i porównuje się je z nośnościami plastycznymi przekrojów (patrz pkt 3). W tym przypadku mamy do czynienia z analizą plastyczno-plastyczną konstrukcji (3. sytuacja projektowa wg tabl. 1.1), a ŚRS ustroju i wyężenia przekroju mają oprócz fazy liniowo-sprężystej fazę nieliniową. Obliczanie i projektowanie konstrukcji z uwzględnieniem plastycznej rezerwy nośności dopuszcza zarówno Eurokod 3 [121], jak i normy: polska [114], brytyjska [118] i niemiecka [119]. Wyżej wymienione normy projektowania pozwalają na plastyczno-plastyczną analizę konstrukcji, gdy ich przekroje poprzeczne spełniają określone wymagania geometryczne (omówiono je w pkt. 3.1).

We współcześnie projektowanych konstrukcjach stalowych przekroje prętów są często cienkościennie, o dużej smukłości ścianek profilu i smukłości prętów (patrz pkt. 2.7 i 4.3), co prowadzi do nieliniowego zachowania się ustroju w procesie wyężenia zarówno prętów, jak i ustroju (ŚRS konstrukcji i elementów są nieliniowe) oraz dużych deformacji. Przemieszczenia konstrukcji mogą znacząco wpływać na wielkości sił wewnętrznych w ustroju. Liniowa analiza sprężysto-sprężysta konstrukcji prowadzi wówczas do błędnej oceny bezpieczeństwa ustroju (patrz rozdz. 4.2 – zginanie wg teorii drugiego rzędu). Należy wówczas wziąć pod uwagę wpływ przemieszczeń ustroju na siły wewnętrzne. Zarówno Eurokod 3 [121], jak i norma niemiecka DIN 18800 [119] dopuszcza obliczanie konstrukcji bez uwzględnienia wpływu przemieszczeń na siły wewnętrzne (wg teorii pierwszego rzędu), gdy przyrost momentu wyznaczony według teorii drugiego rzędu jest mniejszy niż 10%. Teorię drugiego rzędu można wykorzystywać w analizie globalnej bez ograniczeń we wszystkich przypadkach. Podobnie się ma sprawa przyjmowania uproszczonych modeli obliczeniowych wielu elementów, a zwłaszcza połączeń. Stosowanie uproszczonych połączeń podatnych (*semi-rigid*) prowadzi do obniżenia kosztów wykonania elementów w wytwórni i skrócenia czasu czynności montażowych. Takie rozwiązania konstrukcyjne węzłów znacznie komplikują zarówno analizę statyczną ustroju (gdy konstrukcje te nie spełniają założeń klasycznej statyki budowli), jak i wytrzymałości i stateczności, ponieważ odbiegają od wyidealizowanych, konwencjonalnych modeli teoretycznych. Wyężenie takich konstrukcji należy oszacować posługując się nieliniową analizą statyczną.

1.2. Modelowanie stanów granicznych konstrukcji

1.2.1. Obliczanie i projektowanie konstrukcji

Projektowanie konstrukcji [48] jest zespołem twórczych (konceptyjnych) i rutynowych (skodyfikowanych) działań zmierzających do opracowania dokumentacji technicznej (w tym wykonawczej) konstrukcji. Wymiarowanie konstrukcji jest racjonalnie uwarunkowanym i wspomagany odpowiednimi procedurami obliczeniowymi procesem, którego celem jest ustalenie optymalnych cech mierzalnych konstrukcji (przekroji poprzecznych, połączeń itp.) [48]. Zadaniem wymiarowania jest więc sprawdzenie nośności, stateczności i sztywności wszystkich zaprojektowanych

elementów konstrukcyjnych budowli. Pozwala równocześnie ustalić wymiary elementów konstrukcyjnych oraz zapewnić niezawodność i bezpieczeństwo eksploatacji.

Konstrukcję opisuje się modelem matematycznym, odwzorowującym w sposób wyidealizowany (przybliżony) zachowanie się ustroju w warunkach zadanych obciążeń i oddziaływań. Jest to tak zwany model obliczeniowy. Projektowanie jest specjalistycznym, analitycznym modelowaniem układów konstrukcyjnych i można w nim wyróżnić następujące fazy: geometryczną, materiałowo-strukturalną i konstrukcyjną.

Modelowanie geometryczne [48] obejmuje czynniki i parametry, które determinują szeroko rozumiany tak zwany schemat statyczny układu konstrukcyjnego (wymiały geometryczne układu, sztywności prętów, sztywności węzłów, ewentualnie początkowe imperfekcje geometryczne, obciążenia). Przyjęcie schematu statycznego i modelu obliczeniowego budowli poprzedza wybór: typu systemu konstrukcyjnego, rodzaju profili elementów i ich połączeń w węzłach oraz rodzaju materiałów konstrukcyjnych.

Z analitycznego punktu widzenia modele obliczeniowe konstrukcji dzieli się na:

- geometrycznie liniowe, oparte na zasadzie zeszywnienia układu (czyli bez uwzględniania wpływu przemieszczeń i odkształceń na wielkości wyężenia – obliczenia według teorii pierwszego rzędu) oraz
- geometrycznie nieliniowe, przyjmowane na podstawie teorii drugiego rzędu, w której nie obowiązuje zasada zeszywnienia, a warunki równowagi ustala się przy założeniu przemieszczonej wskutek działających obciążeń geometrii układu.

Wybór modelu obliczeniowego (liniowego lub nieliniowego) wyznaczania sił wewnętrznych zależy od oceny istotności pominięcia wpływu przemieszczeń. W wielu typach konstrukcji, szczególnie o małej sztywności (np. konstrukcje linowe) oraz ustrojów z elementami ściskanyimi, analiza liniowa prowadzi do błędnych wyników. Eurokod 3 [121] oraz normy [114], [118], [119] podają dla ram uproszczoną, iteracyjną procedurę obliczeniową $P - \Delta$, która aproksymuje rzeczywiste wyężenie układu przez analizę ustroju według teorii pierwszego rzędu, zwiększając jednocześnie w odpowiedni sposób obciążenie poprzeczne. Na przykład dla konstrukcji linowych typu masztów z odciągami, gdzie też występują duże przemieszczenia, należy wyznaczać siły wewnętrzne biorąc pod uwagę zmiany geometrii systemu konstrukcyjnego. Obecnie dysponujemy licznymi programami komputerowymi umożliwiającymi wyznaczenie sił wewnętrznych z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej ustrojów.

Modelowanie materiałowo-strukturalne [48] dotyczy, ogólnie rzecz ujmując, identyfikacji właściwości fizycznych (tj. zależności typu obciążenie–odkształcenie lub przemieszczenie), opisujących zachowanie się materiału oraz elementów konstrukcyjnych (prętów, węzłów) odzwierciedlających charakter ich wyężenia oraz wpływów technologicznych (np. naprężeń spawalniczych) i eksploatacyjnych (zjawisk reologicznych). Wyróżnić tu możemy modele fizyczne:

- liniowe, leżące u podstaw klasycznej elastostatyki oraz
- nieliniowe, uwzględniające np. plastyczne właściwości materiału, nieliniowo-sprężyste sztywności prętów i węzłów.

Najlepszą aproksymację rzeczywistego zachowania się konstrukcji uzyskuje się przyjmując nieliniowy model geometryczny systemu konstrukcyjnego oraz nieliniowe modele fizyczne materiałów.

Powyższe zagadnienia sprowadzają się do identyfikacji ścieżek równowagi statycznej (ŚRS), to jest związków obciążenie–przemieszczenie przekroju, połączenia, elementu konstrukcyjnego (pręta) oraz systemu konstrukcyjnego, w których mają swoje odbicie nieliniowość geometryczna elementów i systemu oraz nieliniowość fizyczna. Punktem szczególnym funkcji ŚRS są współrzędne graniczne, wyznaczające wartości własne, to jest N_{gr} – nośność graniczną i y_{gr} – przemieszczenie graniczne, które towarzyszą zmianie stanu równowagi z bezpiecznej w awaryjną (w ujęciu normowym – z dopuszczalnej w niedopuszczalną). Zasadnicza treść pracy jest poświęcona analizie nośności i ścieżek równowagi statycznej prętowych elementów konstrukcyjnych, a w szczególności ich stanom granicznym. Stany graniczne [121] są to stany, po których osiągnięciu konstrukcja przestaje spełniać wymagania projektowe, w tym eksploatacyjne, związane z jej funkcjonowaniem.

Równie istotną fazą projektowania, jak wyznaczenie sił wewnętrznych i wymiarowanie, jest faza konstrukcyjna, której zadaniem jest adekwatne odwzorowanie przyjętych uprzednio modeli obliczeniowych. Należy zaznaczyć, że identyfikacja konstrukcyjna przyjętych modeli obliczeniowych stanowi podsumowanie twórczego procesu projektowania i błąd na tym etapie niweczy dzieło. Przyjęcie do obliczeń nieadekwatnego rozwiązania konstrukcyjnego może spowodować inny niż zakładaliśmy rozkład sił wewnętrznych, a przyjęte przekroje i sztywności prętów oraz połączenia mogą być niewystarczające do przeniesienia występujących sił wewnętrznych.

1.2.2. Matematyczne modele materiałów i konstrukcji

Istota badań teoretycznych konstrukcji budowlanych polega na poszukiwaniu modelu matematycznego opisującego fizyczne zachowanie się badanego obiektu, a następnie porównanie rozwiązania modelu teoretycznego z modelem fizycznym i dyskusji otrzymanych wyników w celu wyciągnięcia wniosków umożliwiających budowę algorytmów na użytek projektowania. Z punktu widzenia mechaniki konstrukcje budowlane są układami prętowymi, płytowymi bądź powłokowymi, w odniesieniu do których istnieją opracowane, zwłaszcza liniowe, metody analityczne. Natomiast występuje niedostatek modeli metod nieliniowych, z którymi moglibyśmy porównywać zachowanie się modeli fizycznych. W ogólnym przypadku matematyczne modelowanie systemu polega na obiektywnym, uwzględniającym możliwie wszystkie jego cechy opisie matematycznym ustroju konstrukcyjnego, pozwalającym na prognozę fizycznego zachowania się systemu. Na proces ten składa się:

- wstępna analiza właściwości projektowanego obiektu i ustalenie na jej podstawie istotnych parametrów fizycznych i geometrycznych (identyfikacja systemu konstrukcyjnego),
- ustalenie charakterystyk sztywnościowych węzłów, połączeń, podpór oraz przyjęcie na ich podstawie schematu statycznego,

- wyznaczenie zastępczych mas i charakterystyk (statycznych, dynamicznych, uderowych) obciążeń występujących w fazie budowy (montażu) i eksploatacji,
- zbudowanie modelu matematycznego analizowanej budowli i jego rozwiązanie prowadzące do wyznaczenia stanu wyężenia elementów systemu.

Zjawiska występujące w przyrodzie z reguły posiadają charakter losowy (ω) i często nieliniowy, to znaczy przebiegi ich są opisane nieliniowymi funkcjami losowymi, których ścieżki równowagi poszczególnych realizacji są funkcjami nieliniowymi.

Losowe właściwości obiektów budowlanych $N(\omega, t)$ wynikają z: losowych właściwości materiałowych, losowej geometrii elementów i systemów oraz imperfekcji technologicznych itp. Losowe cechy mają również obciążenia zewnętrzne $P(\omega, t)$. Sprawia to, iż model matematyczny opisujący zjawisko wyężenia konstrukcji, zbudowanych z materiałów sprężysto-plastycznych, w funkcji obciążenia jest losowy (ω) i nieliniowy, a ponadto jest funkcją czasu t . Analiza statyczna z uwzględnieniem losowych właściwości konstrukcji oraz losowych obciążeń jest złożona i jest przedmiotem probabilistycznych analiz bezpieczeństwa konstrukcji [17, 51, 63, 77, 79].

Układy konstrukcyjne, których ścieżki równowagi statycznej są funkcjami liniowymi uważa się za fizycznie liniowe, za fizycznie nieliniowe zaś takie układy, których ścieżki równowagi statycznej opisują funkcje nieliniowe.

Rzeczywiste układy konstrukcyjne z reguły zachowują się nieliniowo. Jednak dla wielu układów konstrukcyjnych dopuszcza się stosowanie liniowych modeli obliczeniowych do wyznaczania sił przekrojowych z uwagi na uzyskiwanie wyników wystarczająco dokładnych dla praktyki inżynierskiej. Istnieją jednak konstrukcje, dla których takie uproszczenie prowadzi do błędnych wyników, przy czym zależy to nie tylko od typu konstrukcji, ale i od sposobu jej obciążenia. Rozważane zagadnienie prześledzimy na przykładzie belki pokazanej na rysunku 1.3.

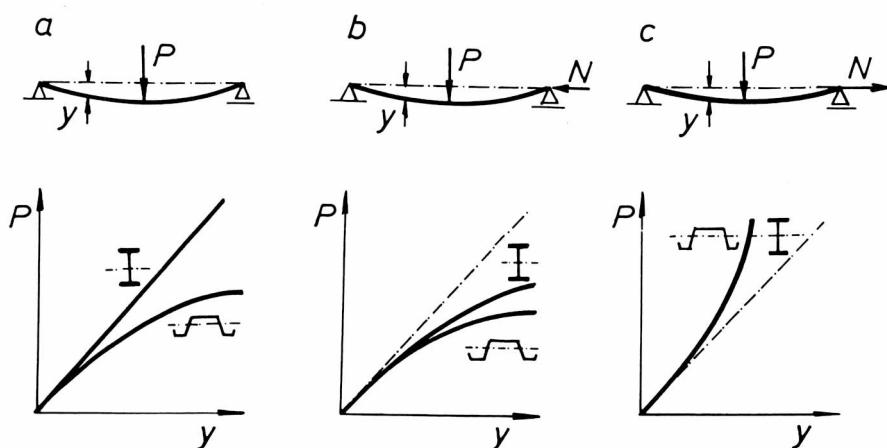
Rozpatrując zginanie belki dwuteowej (rys. 1.3a) założono, że przekrój spełnia warunki przekroju klasy 3 i nie zachodzi utrata stateczności ogólnej – możemy zastosować sprężystą analizę konstrukcji (ścieżka równowagi statycznej jest liniowo-sprężysta z uwagi na liniowość geometryczną ustroju i fizyczną przekroju belki). Dla zginanego przekroju cienkościennego o przekroju kapeluszowym, w którym nastąpiło lokalne wyboczenie ścianki, właściwą ocenę wyężenia uzyskamy stosując metodę zanikającej sztywności (ścieżka równowagi statycznej jest nieliniowo-sprężysta; nieliniowość wynika z geometrycznych właściwości przekroju poprzecznego belki). Należy zaznaczyć, iż ugięcia y powstające w obydwu prętach zginanych (rys. 1.3a) nie wpływają na wyężenie przekrojów (liniowość geometryczna) i siły wewnętrzne można wyznaczać według teorii pierwszego rzędu.

Na rysunku 1.3b pokazano ścieżkę równowagi statycznej belki jednocześnie zginanej i ściskanej. Ocena nośności elementu zginanego i ściskanego według teorii pierwszego rzędu (bez uwzględnienia wpływu przemieszczeń y na siły wewnętrzne w elemencie) prowadzi do błędnej oceny jego wyężenia. W tej sytuacji należy zastosować teorię drugiego rzędu, gdyż wpływ przemieszczeń konstrukcji ma tu istotne znaczenie, a ścieżka równowagi statycznej jest nieliniowa (nieliniowość geometryczna). Dla zginanego i ściskanego pręta o przekroju cienkościennym nieliniowość

fizyczna (właściwości profilu) nakłada się na nieliniowość geometryczną (zginanie drugiego rzędu).

W belce zginanej i rozciąganej pokazanej na rysunku 1.3c mamy nieliniową ścieżkę równowagi statycznej, lecz przemieszczenia wpływają korzystnie na wyężenie przekroju i dla wielu sytuacji projektowych analiza według teorii pierwszego rzędu nie prowadzi do istotnych błędów szacowania nośności.

Z badań budowli rzeczywistych wynika, że przyczyną nieliniowości ŚRS konstrukcji są: nieliniowe charakterystyki materiałowe, nieliniowe charakterystyki sztywnościowe prętów i węzłów pod obciążeniem, a także losowość (imperfekcje geometryczne) położenia obciążeń względem osi elementów konstrukcji, losowe imperfekcje technologiczne (np. naprężenia rezydualne, luzy w połączeniach).



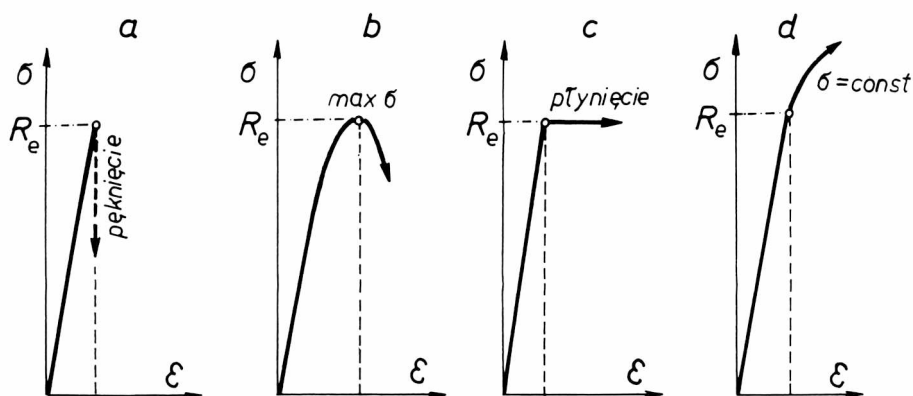
Rys. 1.3. Ścieżki równowagi statycznej zginanych (a), zginanych i ściskanych (b) oraz zginanych i rozciąganych (c) prętów krępych i cienkościennych

Nieliniowe cechy materiałów — stali (w fazie wzmocnienia), gumy, betonu — uwzględnia się w obliczeniach przyjmując sprężystość $E(\sigma, t)$, która zmienia się w funkcji obciążenia i temperatury.

Do podstawowych właściwości fizycznych materiału zaliczamy: moduł sprężystości podłużnej E , granicę plastyczności R_e , wytrzymałość na rozciąganie R_m , a także wytrzymałość na zmęczenie po określonej liczbie cykli obciążenia, udurowienie, twardość. Nie bez znaczenia jest również identyfikacja modelu zniszczenia materiału. Na rysunku 1.4 przedstawiono modele wyczerpania nośności materiału w wyniku:

- wytrzymałości rozdzielczej (kruche pęknięcie),
- utraty stateczności (wyłączanie się kolejnych włókien),
- plastycznego płynięcia bez przyrostu obciążenia,
- pełzania (nieliniowy przyrost odkształceń).

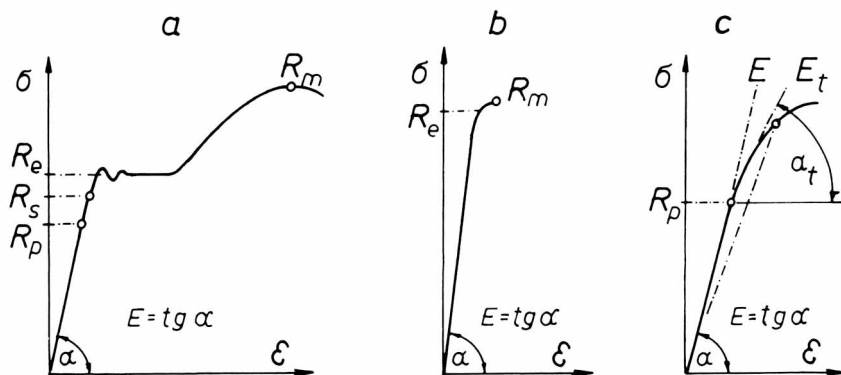
Materiały stosowane na metalowe konstrukcje budowlane możemy podzielić na: sprężysto-plastyczne, sprężysto-kruche oraz sprężysto-lepko-plastyczne. Materiał użyty na konstrukcje budowlane powinien wykazywać plastyczność w sensie ogólnym.



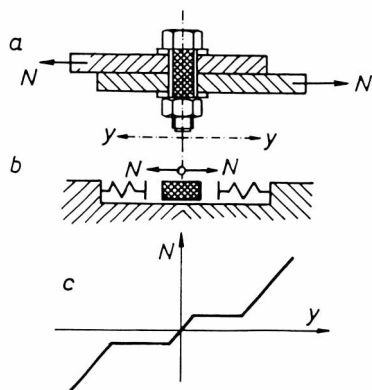
Rys. 1.4. Modele wyczerpania nośności materiału (a–d: patrz objaśnienia w tekście)

nym. Istotne jest, aby narastające w nim plastyczne odkształcenia materiału umożliwiały konstrukcji przystosowanie się do nowej sytuacji, a w stanie granicznym sygnalizowały grożącą katastrofę. Postulatu tego nie spełnia materiał o modelu zniszczenia prezentowanym na rysunku 1.4a.

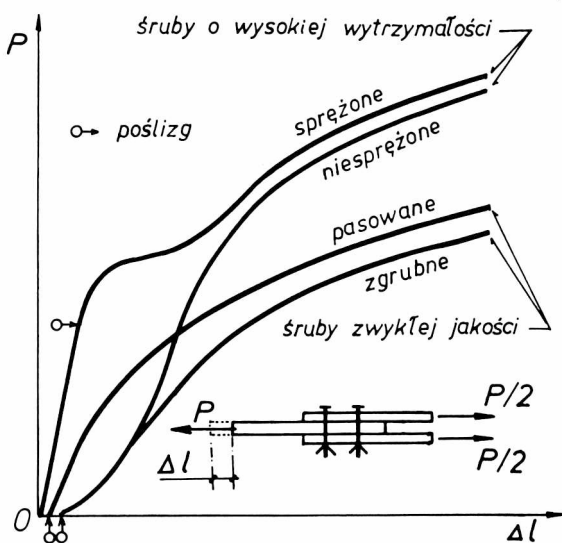
Wiele zasadniczych informacji o materiale uzyskujemy w teście wytrzymałości na jednokierunkowe rozciąganie statyczne, prowadzonym na znormalizowanych próbkach. Na rysunku 1.5 pokazano charakterystyczne wykresy dla stali niskowęglowej i niskostopowej (np. gatunku StO, St3, 18G2) – rys. 1.5a, a także wysokowęglowej stosowanej na liny (rys. 1.5b) oraz dla stopów aluminium (rys. 1.5c).

Rys. 1.5. Wykresy $\sigma(\epsilon)$ stali (a i b) oraz stopu aluminium (c)

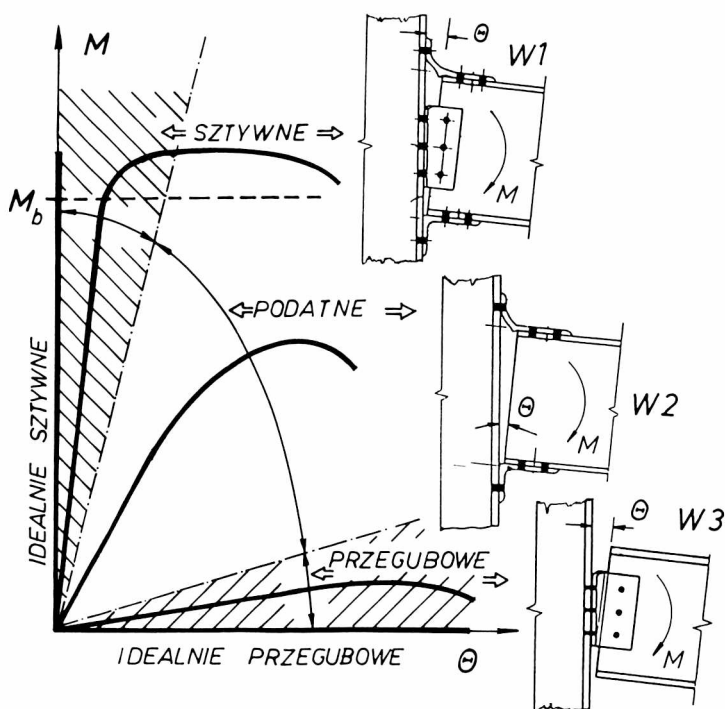
Nieliniowość charakterystyk właściwości konstrukcji może również wynikać z budowy elementu konstrukcyjnego. Jedną z przyczyn nieliniowości charakterystyk jest występowanie na przykład luzów w połączeniach styków śrubowych, co widać na rysunku 1.6.



Rys. 1.6. Przykład śrubowego połączenia z luzami montażowymi, a – konstrukcja, b – model ideowy, c – ścieżka równowagi statycznej



Rys. 1.7. Ścieżki równowagi statycznej śrubowych połączeń zakładkowych

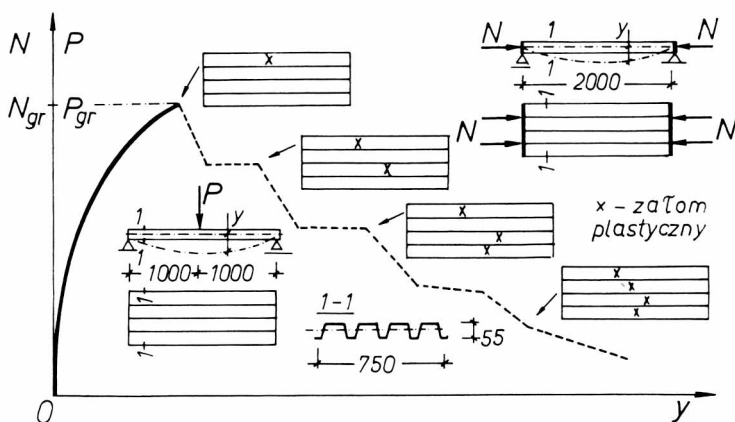


Rys. 1.8. Ścieżki równowagi statycznej węzłów

Na rysunku 1.7 pokazano ścieżki równowagi statycznej (charakterystyki odkształcalności) połączeń śrubowych obciążonych prostopadle do osi łączników. Z analizy wykresów (rys. 1.7) wynika, iż w szerokim zakresie wyężenia połączeń ŚRS opisują nieliniowe związki obciążenie – odkształcenie. Nieliniowość ŚRS połączeń śrubowych wynika z: luzów w połączeniu, poślizgu po pokonaniu sił tarcia, odkształcalności łączników oraz składowych części połączenia i lokalnej koncentracji naprężeń w sprężysto-plastycznej fazie wyężenia materiału.

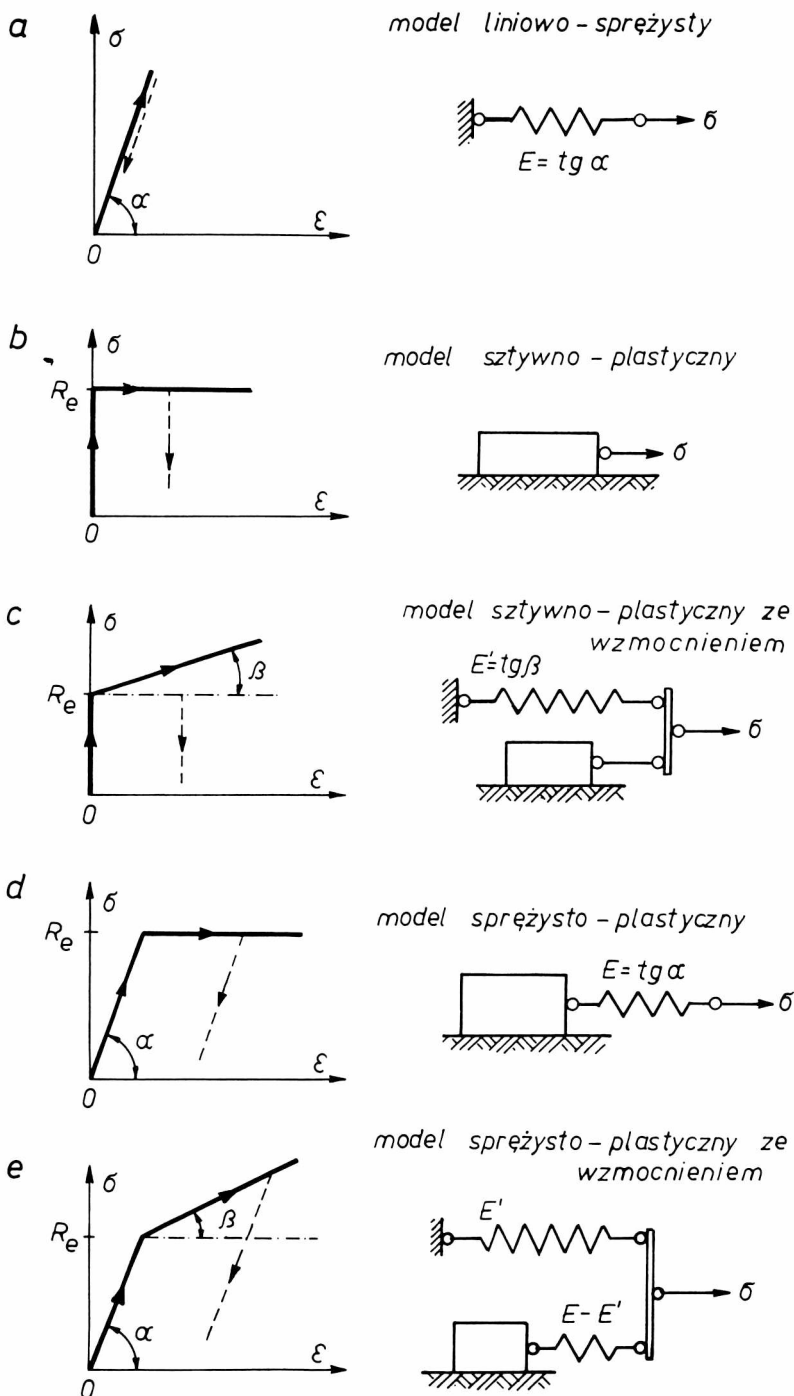
Modele sprężystych połączeń prętów w węzłach podatnych (półsztywnych – *semi-rigid*) są z reguły nieliniowe. Ścieżkę równowagi statycznej węzłów podatnych zademonstrowano na rysunku 1.8. Należy zaznaczyć, iż stosowanie węzłów podatnych prowadzi nie tylko do uproszczeń technologicznych, kosztem utrudnienia analizy statycznej, ale umożliwia również świadome sterowanie wyężeniem elementów prętowych (np. sterowanie sztywnością systemu na użytek odporności konstrukcji na wpływy sejsmiczne). W większości przypadków połączenia podatne w ramach przechyłowych prowadzą do zwiększenia przemieszczeń oraz wyężenia konstrukcji, a także do nieliniowości ŚRS ustroju. Przeważająca większość zastosowań węzłów podatnych przypada na ramy stężone, gdzie ich oddziaływanie jest zwykle korzystniejsze niż dla węzłów przegubowych.

Przykładem geometrycznie i fizycznie nieliniowych właściwości prętów może być zachowanie się ściskanego elementu o przekroju cienkościennym [10], pokazanym na rysunku 1.9, który „traci” sztywność przy wzrastającym obciążeniu w wyniku redystrybucji naprężeń w lokalnie wyboczonych ściankach profilu.

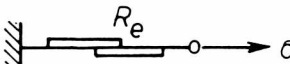
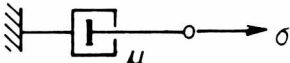
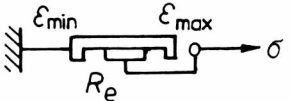
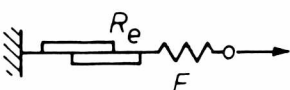
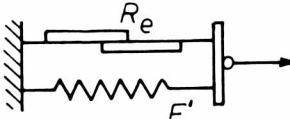
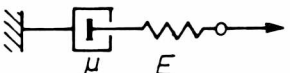
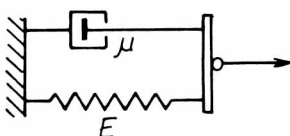
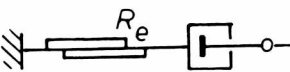
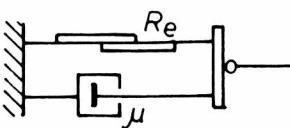


Rys. 1.9. Ścieżki równowagi statycznej ściskanych oraz zginanych blach fałdowych

Na rysunku 1.10 przedstawiono podstawowe modele matematyczne stosowane w analizie wyężenia materiałów i konstrukcji. Na rys. 1.10a pokazano model opisujący sprężystą charakterystykę elementu, tak zwany model Hooke’a, na rys. 1.10b zaś plastyczny model Saint-Venanta. Model sprężysty opisuje liniowe związki zachodzące pomiędzy obciążeniem a odkształceniem, a ideowym modelem jest tu sprężyna, która powraca do pierwotnego stanu po odciążeniu. Model sztywno-plastyczny

Rys. 1.10. Modele $\sigma(\epsilon)$ materiałów i konstrukcji

Tablica 1.2. Model $\sigma(\varepsilon)$ materiałów i niektórych konstrukcji

Lp.	Nazwa modelu	Schemat modelu	Opis modelu
1	Sprężysty (Hooke'a)		$\sigma = E\varepsilon$
2	Plastyczny (Saint-Venanta)		$\varepsilon = 0$ dla $\sigma < R_e$ $\varepsilon \geq 0$ dla $\sigma = R_e$
3	Lepki (Newtona)		$\sigma = \mu \dot{\varepsilon}$
4	Plastyczny z ograniczeniem		$\varepsilon \neq 0$ dla $\sigma > R_e$ $\varepsilon_{\max} > (\varepsilon \neq 0) > \varepsilon_{\min}$
5	Sprężysto-plastyczny		$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ dla $\sigma < R_e$ $\varepsilon \geq 0$ dla $\sigma = R_e$
6	Sztywno-sprężysty		$\varepsilon = 0$ dla $\sigma < R_e$ $\varepsilon = \frac{\sigma}{E'}$ dla $\sigma \geq R_e$
7	Lepko-sprężysty (Maxwella)		$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\mu}$
8	Lepko-sprężysty (Kelvina-Voigta)		$\sigma = E \cdot \varepsilon + \mu \cdot \dot{\varepsilon}$
9	Lepko-plastyczny		$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\mu}$ dla $\sigma < R_e$ $\dot{\varepsilon} \geq 0$ dla $\sigma = R_e$
10	Lepko-plastyczny (Binghama)		$\varepsilon = 0$ dla $\sigma < R_e$

(rys. 1.10b) opisuje odkształcenie (przemieszczenie) elementu, które może wystąpić dopiero po pokonaniu oporu granicznego (R_e), przy czym dalsze odkształcenie występuje bez przyrostu obciążenia. Ideowym modelem tego zjawiska jest tarcie. Następne modele widoczne na rysunku 1.10 stanowią kombinację modelu sprężystego i plastycznego. Na uwagę zasługuje model sprężysto-plastyczny (rys. 1.10d), nazywany modelem Prandtla, przydający się często jako aproksymacja wykresu $\sigma(\epsilon)$ stali używanych na konstrukcje budowlane.

W tablicy 1.2 zestawiono schematy oraz opisy matematyczne najczęściej stosowanych modeli $\sigma(\epsilon)$ materiałów i konstrukcji.

Przedstawione na rysunku 1.10 oraz w tablicy 1.2 modele stosuje się identyfikując schematy obliczeniowe: elementów prętowych, podpór i połączeń prętów w węzłach w systemy konstrukcyjne. Stosowanie złożonych modeli obliczeniowych, odwierciedlających rzeczywiste wyężenie konstrukcji, umożliwia zarówno rozwój teorii konstrukcji budowlanych, jak również aplikacje uzyskanych rozwiązań przy wykorzystaniu komputerów.

1.2.3. Klasyfikacja przekrojów prętów

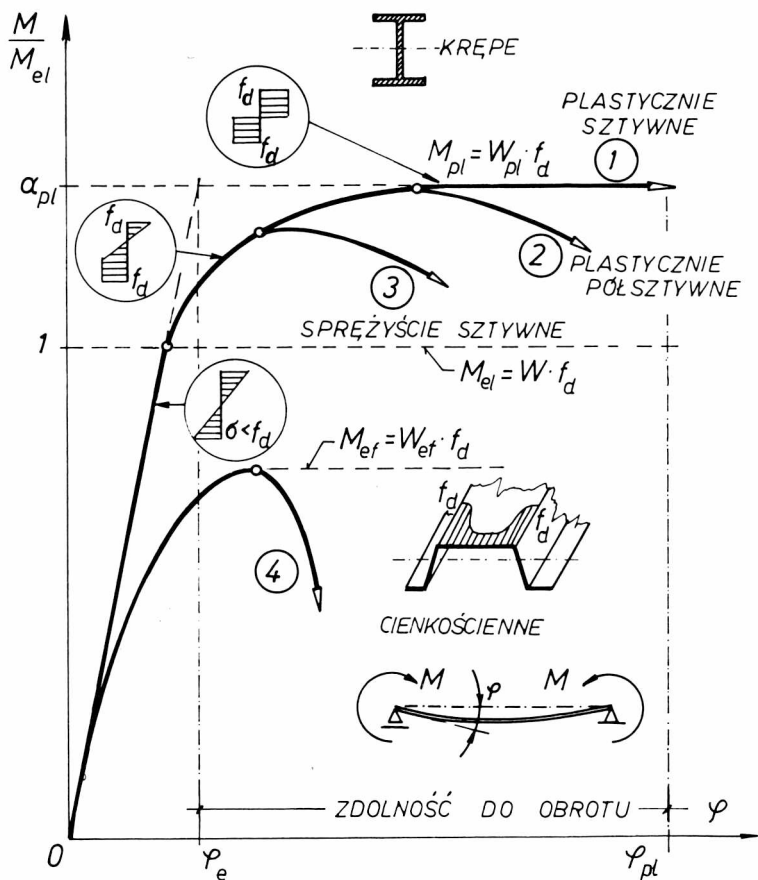
Proporcje geometryczne części składowych przekrojów poprzecznych (pólek i środników) elementów zginanych i ściskanych sprawiają, iż w granicznych stanach wyężenia ich ścieżki równowagi (np. zależność obciążenie – przemieszczenie) mogą się zasadniczo różnić. Podstawowe typy przekrojów to: krępe i cienkościenne. Elementy konstrukcyjne, w których lokalna utrata stateczności części składowych profilu zmniejsza ich nośność sprężystą, uważać będziemy za przekroje cienkościenne, za krępe zaś profile, w których nie występuje lokalna utrata stateczności (nie wpływa na wyczerpanie nośności). W zależności od smukłości części składowych przekroje mogą osiągać częściowe lub pełne uplastycznienie w granicznym stanie wyężenia. Zagadnienie klasyfikacji przekrojów zostało usystematyzowane w normach projektowania konstrukcji stalowych według stanów granicznych [114, 118, 119, 121].

W Eurokodzie 3 [121] i normie PN-90/B-03200 projektowania konstrukcji stalowych [114] wprowadzono pojęcie klas przekroji poprzecznych elementów. Podstawowym kryterium zaliczania przekroju (klasyfikacji) do poszczególnych klas jest smukłość ściskanej ścianki elementów składowych (pólek, środników) profilu. Zarówno w Eurokodzie 3, jak i normie [114] podzielono profile na cztery klasy, przy czym przekroje 1, 2, 3 są zaliczane do krępych, klasy 4 do cienkościennych. Do wyznaczania nośności każdej z wyróżnionych klas profili (w związku z ich różną ścieżką równowagi statycznej) stosuje się inne procedury obliczeniowe. Podział profili na cztery klasy pozwala na dostosowanie (uzgodnienie) modeli fizycznych do modeli obliczeniowych elementów konstrukcyjnych. Aby pręty można było obliczać zgodnie z zasadami formułowanymi w mechanice konstrukcji, narzuca się ich przekrojom poprzecznym takie wymogi wymiarowe, które umożliwiają prowadzenie analizy wyężenia konstrukcji w stanie plastycznym, sprężystym bądź nadkrytycznym. Służą do tego warunki zapewnienia zdolności przekroju prętów do obrotu.

Wprowadzenie klas przekrojów umożliwia ściśle powiązanie modeli z metodami obliczania konstrukcji.

Na rysunku 1.11 pokazano wykresy ścieżek równowagi statycznej elementów zginanych klasy 1, 2, 3 i 4, w których wyróżnić można fazę sprężystą (0 – 1) i fazę plastyczną ($1 - \alpha_p$). Na osi poziomej naniesiono rzędne kąta obrotu przekroju zginanego, na osi pionowej zaś stosunek momentu zginającego M do momentu sprężystego M_{el} .

Przekroje klasy 1 mogą osiągnąć nośność uogólnionego przegubu plastycznego, a w stanie pełnego uplastycznienia przy zginaniu wykazują zdolność do obrotu, niezbędną do plastycznej redystrybucji momentów zginających w konstrukcji. Oznacza to, że w każdym punkcie przekroju poprzecznego naprężenie jest co najmniej równe dolnej granicy plastyczności, a smukłość ścianek $\lambda \leq \lambda_{gr,pl}$ (gdzie $\lambda_{gr,pl}$ – graniczna smukłość lokalnego wyboczenia ścianki). Przekroje klasy 1 – nazwane w pracy [3] plastycznie sztywne – w warunkach narastania odkształceń zachowują niezmienną kształtu przekroju poprzecznego, co umożliwia pełną redystrybucję momentów zginających w systemie konstrukcyjnym.



Rys. 1.11. Ścieżki równowagi statycznej elementów zginanych o przekrojach klasy 1, 2, 3, 4

Przekroje klasy 2 – nazwane w pracy [3] plastycznie półsztywne – mogą osiągać nośność uogólnionego przegubu plastycznego, lecz skutek miejscowej niestateczności ścianek w fazie plastycznej wykazują ograniczoną zdolność do obrotu, uniemożliwiającą redystrybucję momentów zginających w ustrojach statycznie niewyznaczalnych. W ścieżce równowagi statycznej można wyróżnić fazę wyężenia, po osiągnięciu pełnego uplastycznienia, gdy następuje spadek nośności ($\lambda > \lambda_{gr,pl}$).

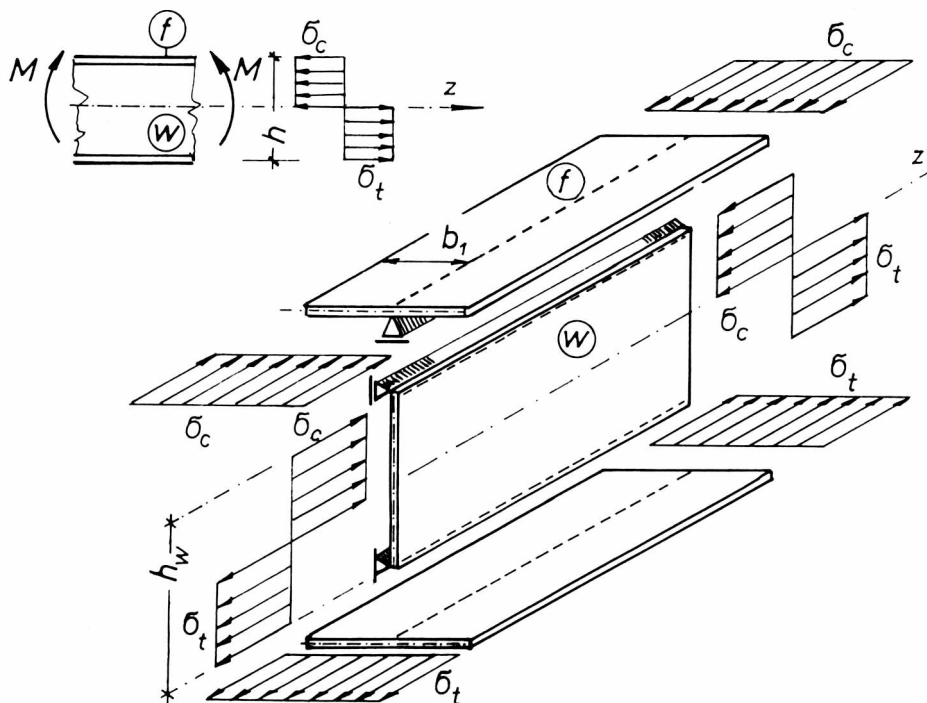
Przekroje klasy 3 charakteryzują się tym, że ich nośność jest ograniczona początkiem uplastycznienia się strefy ściskanej. Maksymalne naprężenia strefy ściskanej osiągają wytrzymałość obliczeniową stali $\sigma_{c,max} \leq f_d$. Przekroje klasy 3 – nazwane w pracy [3] sprężyste sztywne – z punktu widzenia nośności plasują się jako sprężysto-plastyczne, zachowują bowiem sztywność kształtu przekroju, gdyż ich strefa ściskana pozostaje sprężysta, strefa rozciągana natomiast może być częściowo uplastyczniona.

Przekroje klasy 4 są wrażliwe na miejscową utratę stateczności ($\sigma_{c,max} < f_d$; $\tau_{max} < f_{dv}$), nie zachowują kształtu przekroju poprzecznego dla $\sigma > \sigma_{cr}$ i osiągają nośność krytyczną przy naprężeniach mniejszych niż granica plastyczności. Nadkrytyczna nośność tych profili jest uwarunkowana początkiem uplastycznienia ściskanych krawędzi podtrzymujących wyboczone lokalnie ścianki. Oblicza się ją przy zredukowanej sztywności giętnej i podłużnej przekroju. Przekroje klasy 4 określa się [3] jako sprężyste półsztywne.

Klasę przekroju należy ustalić w zależności od wrażliwości (odporności) elementu na miejscową utratę stateczności. Na wrażliwość przekroju na lokalne wyboczenie wpływ mają warunki podparcia, kształty rozkładów naprężeń, wytrzymałości obliczeniowe stali oraz smukłości $\lambda = b/t$ (gdzie: b – szerokość ścianki, t – grubość ścianki) ścianek profilu. W analizie niestateczności miejscowej rozpatruje się pojedyncze elementy płytowe (ścianki) oraz ich zespoły, czyli kształtowniki. Każdemu elementowi składowemu profilu (niezależnie od stopnia jego złożoności) przypisuje się klasę przekroju, która charakteryzuje jego odporność (wrażliwość) na miejscową utratę stateczności – w stanie sprężystym i plastycznym. Przekroje klasy 3 i 4 definiuje się (i rozgranicza) za pomocą kryterium początku uplastycznienia strefy ściskanej rozważanego (pojedynczego lub złożonego) przekroju.

Przy określaniu klasy przekroju należy rozpatrzyć wszystkie ścianki ściskane. Pojęcie ścianki ściskanej obejmuje każdą ściankę przekroju, która jest całkowicie lub częściowo ściskana wskutek działania siły podłużnej lub momentu zginającego, wywołanych określoną kombinacją obciążeń. Różne ścianki przekroju (takiego jak środnik lub półka) mogą mieć różne klasy. Klasę przekroju zazwyczaj ustala się podając najwyższą (najniekorzystniejszą) klasę spośród klas rozpatrywanych ścianek ściskanych. Alternatywnie według Eurokodu 3 przekrój można określić podając osobno klasę pasa oraz klasę środnika. Dla ścianek, w których występują jedynie naprężenia rozciągające nie określa się klasy przekroju.

Prześledźmy ustalanie klasy przekroju na przykładzie zginanego elementu dwuteowego pokazanego na rysunku 1.12, w którym „wydzielamy” ściskany pas górny, zginany tarczowo środnik i rozciągany pas dolny.

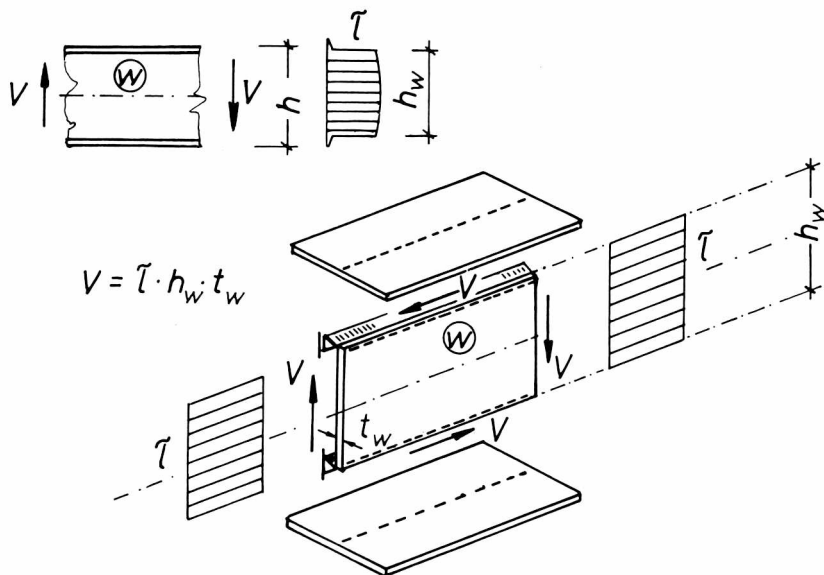


Rys. 1.12. Schemat ideowy klasyfikacji ścianek zginanego przekroju dwuteowego

Analizując wyężenie ściskanego pasa górnego badanego przekroju dwuteowego, możemy przyjąć model ściskanego równomiernie pasma płytowego o szerokości b_1 (szerokości b_1 – z uwzględnieniem warunków konstrukcyjnych podanych w tabl. 1.3), podpartego przegubowo (w rzeczywistości istnieje sprężyste zamocowanie pasa w środniku [89]) wzdłuż linii kontaktu pasa ze środnikiem. Dla środnika badanego przekroju dwuteowego możemy przyjąć schemat płyty o szerokości równej wysokości środnika h_w , podpartej przegubowo wzdłuż linii kontaktu z pasami górnym i dolnym, obciążonej w płaszczyźnie środkowej płyty (tarczowo) obciążeniem ściskającym w części górnej i rozciągającym w części dolnej (rozkłady naprężeń odpowiadają granicznemu stanowi w plastycznej fazie wyężenia przekroju).

Oprócz utraty stateczności od naprężeń normalnych, wywołanych momentem zginającym M , części składowe profilu zginanego mogą ulec lokalnemu wyboczeniu na skutek ścinania (od obciążeń ścinających V), co pokazano na rysunku 1.13. Rozumując podobnie jak w przypadku wpływu momentu zginającego na wyężenie ścianek przekroju, do analizy wpływu siły tnącej przyjmujemy dla środnika model pasma płytowego, podpartego przegubowo wzdłuż linii kontaktu ze środnikiem, na krawędziach którego działa obciążenie tnące. Dlatego też, w celu określenia wrażliwości przekroju na wyboczenie lokalne, należy analizować smukłości części składowych profilu w aspekcie wyboczenia od naprężeń normalnych i ścinających.

W normie [114] określono graniczne smukłości ścianek profilu, które są podstawą do identyfikacji klasy przekroju. W tablicy 1.3 [114] podano graniczne



Rys. 1.13. Schemat ideowy klasyfikacji ścianek ścinanego przekroju dwuteowego

smukłości części składowych ścianek profilu (pólek, środników) dla poszczególnych klas przekroju, wyteżonych naprężeniami normalnymi, w tablicy 1.4 [114] zaś dla ścinanych ścianek profilu. W kolumnie 2 tablicy 1.3 pokazano przyjęty schemat statyczny części składowych profilu oraz przykłady przekrojów poprzecznych, dla których przyjmuje się analizowany schemat. W kolumnie 3 tablicy 1.3 przedstawiono rozkłady naprężeń w analizowanej części przekroju poprzecznego, w plastycznym stanie wyteżenia, który dopuszcza się w przekrojach klasy 1 i 2 (w przekrojach klasy 3 i 4 rozkłady naprężeń analizuje się w zakresie sprężystym – patrz tabl. 4.2 i 4.3). W Eurokodzie 3 [121] w tablicach do klasyfikacji przekrojów zaprezentowano osobno rozkłady naprężeń w przekrojach klasy 1 i 2 oraz 3 i 4, a także sposób ustalania szerokości efektywnych (współpracujących) przekrojów klasy 4. W kolumnach 4, 5 i 6 tablicy 1.3 podano graniczne smukłości ścianek dla poszczególnych klas. Zarówno Eurokod 3, jak i norma [114] uzależniają smukłości graniczne ścianek poszczególnych klas przekroju od modelu ich wyteżenia, wyróżniając: ściskanie, ściskanie ze zginaniem, zginanie, oraz gatunku stali.

W tablicy 1.4 zaznaczono części prętów czynne przy ścinaniu (biorące udział w przenoszeniu sił tnących) dla charakterystycznych przekrojów poprzecznych, a ponadto podano wzory na pole przekroju czynnego przy ścinaniu i graniczne smukłości ścianek odpornych na miejscową utratę stateczności przy czystym ścinaniu.

Wprowadzenie klasyfikacji przekrojów prętów w ujęciu współcześnie obowiązujących norm projektowania konstrukcji stalowych określa możliwości obliczania sił wewnętrznych (w Eurokodzie 3: wg globalnej analizy sprężystej lub globalnej analizy plastycznej), a także projektowania (wyznaczania nośności) elementów w zakresie sprężystym lub plastycznym.

Tablica 1.3. Klasyfikacja przekrojów profili stalowych według [114]

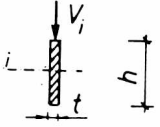
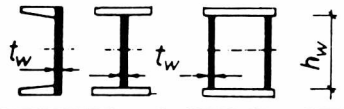
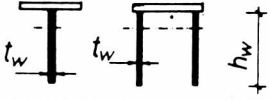
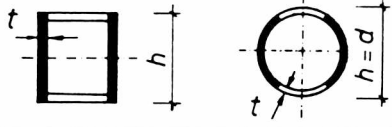
Poz.	Podparcie ścianki; miarodajna szerokość b	Obciążenie ścianki; rozkład naprężeń (dla klasy 1 i 2)	Graniczne smukłości ścianek $\frac{b}{t}$			
			dla klasy przekroju			
			1	2	3	4
			$\max\left(\frac{b}{t}\right)$			$\min\left(\frac{b}{t}\right)$
1	2	3	4	5	6	
a			33ε	39ε	42ε	
			$\frac{1}{\alpha} 33\varepsilon$	$\frac{1}{\alpha} 39\varepsilon$	$\frac{42\varepsilon}{K_2}$	
		 $\alpha = 0,5$	66ε	78ε	105ε	
b			9ε	10ε	14ε	
			$\frac{1}{\alpha} 9\varepsilon$	$\frac{1}{\alpha} 10\varepsilon$	$\frac{42\varepsilon}{K_1}$	
			$\frac{1}{\alpha\sqrt{\alpha}} 9\varepsilon$	$\frac{1}{\alpha\sqrt{\alpha}} 10\varepsilon$	—	
c ⁽¹⁾⁽²⁾			$\alpha = 1 \ (v = 1)$	23ε	25ε	28ε
			$\frac{1}{2} \leq \alpha < 1$ $(0 \leq v < 1)$	$\frac{23\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$\frac{25\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$\frac{(42 - 14v)\varepsilon}{K_2}$
			$\alpha = \frac{1}{2} \ (v = 0)$	65ε	71ε	105ε
d ⁽¹⁾		ściskane lub zginane	$50\varepsilon^2$	$71\varepsilon^2$	$100\varepsilon^2$	

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{215}{f_d}}; K_1, K_2, v - \text{wg tabl. 2.4 (dla sprężystego rozkładu naprężeń)}.$$

(1) Dla rur walcowanych na gorąco obowiązują wartości podane w poz. a.

(2) Dotyczy przekrojów elementów prętowych.

Tablica 1.4. Nośności oraz graniczne smukłości ścianek przekrojów ścinanych [114]

Kształtownik – typ przekroju	Pole przekroju czynnego przy ścinaniu siłą $V_i^{(1)}$	Warunki smukłości ⁽²⁾
	$A_v = 0,9 ht$	$\frac{h}{t} \leq 15\varepsilon$
	$A_v = \sum t_w h_w$	$\frac{h_w}{t_w} \leq 70\varepsilon^{(4)}$
	$A_v = \sum h_w t_w^{(3)}$	$\frac{h_w}{t_w} \leq 25\varepsilon$
	$A_v = 2b_f t_f$	$\frac{b_f}{t_f} \leq 50\varepsilon$
	$A_v = 2(h-t)t$	$\frac{h}{t} \leq 70\varepsilon$

⁽¹⁾ Podane wzory obowiązują, gdy siła poprzeczna (lub jej składowa) V_i działa w kierunku równoległym do ścianek (średników) tworzących przekrój czynny A_v .

⁽²⁾ Jeśli spełniony jest odpowiedni warunek smukłości, gdzie $\varepsilon = \sqrt{215/f_d}$, to ścianka kształtownika jest odporna na miejscową utratę stateczności przy czystym ścinaniu ($\varphi_{pv} = 1$).

⁽³⁾ Dla kształtowników walcowanych można przyjmować $h_w = h$, gdzie h – wysokość kształtownika.

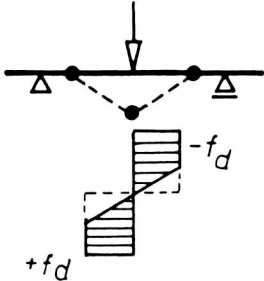
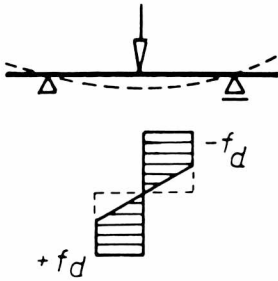
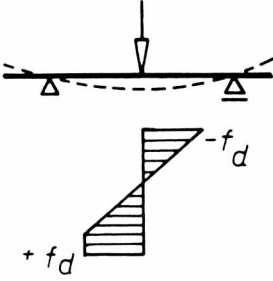
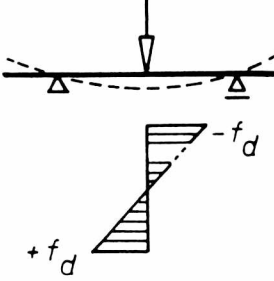
⁽⁴⁾ Dla średników uźebrowanych graniczną wartość smukłości można określić wg wzoru (2.60).

Wyznaczenie sił wewnętrznych według analizy plastycznej jest uwarunkowane w normach między innymi wymaganiami co do kształtu (sztywności) przekroju, w którym mogą powstać przeguby plastyczne. Według Eurokodu 3 i normy [114] analizę plastyczną wyznaczania sił wewnętrznych można prowadzić dla konstrukcji o przekrojach klasy 1. Analizę sprężystą wyznaczania sił wewnętrznych natomiast można prowadzić dla ustrojów, których pręty są o przekrojach klasy 2, 3 i 4 (także klasy 1, gdyż ten przekrój spełnia wymagania przekroju klasy 2).

W projektowaniu elementów konstrukcji (wyznaczaniu nośności) możemy wykorzystać na przykład dla przekrojów zginanych:

- klasy 1 i 2 – według polskiej normy [114] częściowe uplastycznienie, według Eurokodu 3 oraz normy niemieckiej [119] – pełne uplastycznienie,
- klasy 3 – sprężysty zakres wyężenia,
- klasy 4 – nadkrytyczną nośność lokalnie wyboczonych ścianek.

Tablica 1.5. Metody projektowania konstrukcji stalowych w zależności od klasy przekroju poprzecznego prętów

	Klasy przekrojów poprzecznych prętów			
	1	2	3	4
Charakterystyka normowej nośności granicznej elementu	– pełne uplastycznienie przekroju poprzecznego; – zdolność do obrotu przegubu plastycznego umożliwiającego redystrybucję momentów zginających w ustroju	– pełne uplastycznienie przekroju poprzecznego; – ograniczona zdolność do obrotu przegubu plastycznego	– sprężysty zakres wyężenia przekroju; – we włóknach skrajnych naprężenia ściskające spełniające warunek $\sigma_c \leq f_d$	– sprężysty zakres wyężenia przekroju; – uwzględnia się lokalne wyboczenie ścianek profilu (efektywne charakterystyki geometryczne przekroju poprzecznego)
Rozkład naprężeń oraz obrót przekrojów w normowym stanie granicznym				
Procedura wyznaczania nośności granicznej przekroju poprzecznego	plastyczna *	plastyczna *	sprężysta	sprężysta
Procedura wyznaczania nośności granicznej konstrukcji	plastyczna	sprężysta	sprężysta	sprężysta

* Według [114] sprężysto-plastyczna.

W szacowaniu nośności przekrojów klasy 1, 2 i 3 nie bierze się pod uwagę lokalnej utraty stateczności ścianek profilu, dla przekrojów klasy 4 zaś należy uwzględnić efektywne (współpracujące) charakterystyki geometryczne przekroju oraz wpływ lokalnej stateczności na wyboczenie ogólne elementu.

Metody projektowania konstrukcji na przykładzie zginanej belki statycznie niewyznaczalnej, w zależności od klasy przekroju poprzecznego, przedstawiono w tablicy 1.5.

1.2.4. Ścieżki równowagi statycznej prętów

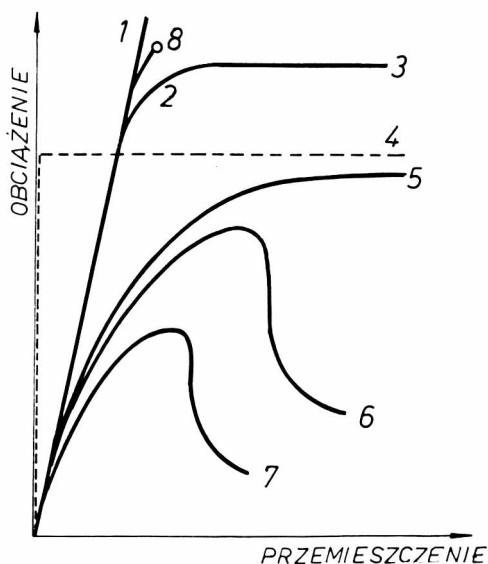
Kształt ścieżek równowagi statycznej (ŚRS) prętów zależy od wielu okoliczności: oporu, jaki stawia materiał, proporcji geometrycznych ścianek, imperfekcji geometrycznych, sprężystości połączeń prętów w węzłach, charakterystyk geometrycznych i sztywnościowych, rodzaju obciążenia (stałego, zmęczeniowego, udarowego, dynamicznego) i rodzaju wyężenia (ściskanie, rozciąganie, zginanie). Kształt ścieżki równowagi statycznej konstrukcji jest generowany przez ŚRS prętów i ŚRS węzłów.

Identyfikując modele matematyczne zachowania się prętów najczęściej przypisuje się im następujące właściwości:

- geometrycznie i materiałowo liniowe,
- geometrycznie nieliniowe,
- materiałowo nieliniowe,
- geometrycznie i materiałowo nieliniowe,

a także uwzględnia się utratę stateczności i kruche pękanie.

Na rysunku 1.14 pokazano ścieżki równowagi statycznej prętów w zależności od poziomu analizy oraz właściwości materiału, rodzaju obciążenia i klasy (geometrii) przekroju poprzecznego. Przedstawione ścieżki równowagi statycznej prętów sporządzono w umownych współrzędnych obciążenie – przemieszczenie (np. dla pręta rozciąganego: siła osiowa N – wydłużenie Δl ; dla pręta zginanego: moment zginający M – ugięcie y ; dla pręta ściskanego: siła osiowa N – wygięcie osi pręta y lub skrócenie Δl). ŚRS niezależnie od rodzaju wyężenia mają podobny kształt, a tylko drugorzędne cechy wpływają na ich przebieg. Takie umowne zestawienie ścieżek równowagi statycznej umożliwia



Rys. 1.14. Ścieżki równowagi statycznej prętów, 1–8: objaśnienia w tekście

analizę porównawczą nośności i sztywności prętów oraz prezentację stosowanych modeli teoretycznych ich szacowania.

Na rysunku 1.14 oznaczono linią 1 liniowo-sprężystą ŚRS pręta. Sprężysta nośność graniczna pręta (patrz rozdz. 2) w tym przypadku jest wyznaczana z warunku, iż ekstremalne naprężenia w przekroju są równe granicy proporcjonalności materiału. W liniowym modelu opisującym wyężenie pręta zakłada się, iż zmiany geometryczne w przekroju i konstrukcji są pomijane i że zbudowany jest on z materiału liniowo-sprężystego. Taki model możemy przyjąć na przykład dla krępego pręta – rozciąganego obciążonego osiowo; zginanego zabezpieczonego przed zwichrzeniem; skręcanego, w sprężystym zakresie wyężenia materiału. Sztywność giętna EJ i podłużna EA dla modelu liniowo-sprężystego nie zmienia się ze wzrostem wyężenia.

Linią 2 (rys. 1.14) oznaczono nieliniową ŚRS pręta z uwzględnieniem ograniczonych plastycznych właściwości materiału. Wykorzystanie pełnego uplastycznienia przekroju ŚRS opisuje linia 3. Taki model ścieżki równowagi statycznej można przypisać zginanym prętom o przekrojach krępych, zbudowanych z materiału sprężysto-plastycznego (zabezpieczonych przed zwichrzeniem). W ścieżce równowagi statycznej zginanego pręta krępego można wyróżnić fazy: liniowo-sprężystą; nieliniowo-sprężysto-plastyczną oraz liniowo-plastyczną. Sztywność giętna w fazie sprężystej pręta jest stała $EJ = \text{const}$; w fazie sprężysto-plastycznej sztywność giętna przekroju częściowo uplastycznionego ulega redukcji, w fazie zaś plastycznej $EJ = 0$.

Przerywaną linią 4 (rys. 1.14) oznaczono ŚRS ściskanego pręta idealnego (bez imperfekcji geometrycznych, strukturalnych, technologicznych) przy wyboczeniu ogólnym (model eulerowski).

Ścieżka równowagi statycznej oznaczona linią 5 (rys. 1.14) opisuje przypadek wyężenia pręta z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej. Taki model zachowania się pręta możemy przypisać ściskanim prętom rzeczywistym z imperfekcjami (geometrycznymi, strukturalnymi, technologicznymi), prętom ściskanim i zginanym (z uwzględnieniem teorii drugiego rzędu). Mamy tu do czynienia z nieliniowością sprężystą ze względu na geometrię. Ścieżkę równowagi statycznej uwzględniającą, oprócz nieliniowości geometrycznej pręta, plastyczne właściwości materiału opisuje krzywa 6 na rysunku 1.14.

Krzywa 7 charakteryzuje zachowanie się pręta cienkościennego (ściskanego, zginanego), gdy o wyczerpaniu jego nośności decyduje lokalna utrata stateczności ścianki przekroju poprzecznego. Ścieżka równowagi statycznej jest nieliniowo-sprężysta ze względu na redukcję sztywności giętniej EJ i podłużnej EA przekroju pręta, które są malejącymi funkcjami wyężenia. Mamy tutaj do czynienia z modelem pręta o zanikającej sztywności.

Na rysunku 1.14 oznaczono kółkiem (linia 8) kruche wyczerpanie nośności pręta zbudowanego z materiału o sprężysto-kruchym modelu $\sigma(\epsilon)$. W takim przypadku zmiana stanu równowagi z bezpiecznej w awaryjną zachodzi nagle, a element traci swą nośność i nie jest zdolny do przenoszenia występujących w nim sił wewnętrznych.

1.2.5. Modelowanie sztywności węzłów

Przemieszczenia oraz siły wewnętrzne konstrukcji złożonej z prętów połączonych w węzłach zależą od sztywności tych prętów i węzłów, a więc są generowane przez ścieżki równowagi statycznej prętów i węzłów. W analizie statycznej połączenia elementów konstrukcji stalowych w zdecydowanej większości wypadków modelowane są jako przegubowe lub w pełni utwierdzone, czyli sztywne. Przyjmowane konwencjonalne charakterystyki przegubowe lub sztywne nie zawsze odwzorowują w sposób adekwatny podatność węzłów i mogą prowadzić do istotnych błędów w szacowaniu nośności granicznej i sztywności konstrukcji. Stosowane w praktyce połączenia nie spełniają ściśle wymagań określonych w odniesieniu do węzłów sztywnych lub przegubowych, a ich właściwości przybliżają się do wymagań ekstremalnych (o różnym stopniu dokładności ich spełnienia).

Stosowanie węzłów podatnych (odkształcalnych), odbiegających od skrajnego przypadku połączenia sztywnego, wynika z dążenia do uproszczeń technologicznych (eliminowanie żeber, usztywnień, zastępowanie węzłów spawanych połączeniami na śruby). Konstruowane w ustrojach nośnych przeguby techniczne wykazują pewien stopień zamocowania pręta w węźle (istnieją więc przesłanki do uwzględnienia sprężystości zamocowania prętów w węzłach i dokładniejsze oszacowanie nośności i ugięć ustroju). Wymienione okoliczności sprawiają, iż niezbędne okazuje się stosowanie modeli obliczeniowych lepiej odwzorowujących rzeczywiste zachowanie się tych połączeń. W literaturze anglojęzycznej węzły o sztywnościach pośrednich między sztywnymi a przegubowymi określa się jako: *semi-rigid connection* (połączenie częściowo sztywne), a także *flexibility connection* (połączenie podatne). W polskiej literaturze używa się różnych określeń tego typu węzłów: częściowo sztywne, półsztywne, odkształcalne, najczęściej zaś podatne.

Model połączenia podatnego (częściowo sztywnego) pozwala z dużą dokładnością określić zachowanie się węzłów, które z różnych przyczyn muszą odbiegać od schematu przegubowego lub pełnego utwierdzenia. Przede wszystkim jednak świadome sterowanie sztywnością węzłów i świadome rozmieszczenie tych węzłów w układzie konstrukcyjnym pozwala niejako na sterowanie nośnością graniczną i sztywnością (np. generowanie odporności konstrukcji na wpływy sejsmiczne).

Eurokod 3 [121] definiując układy prętowe rozróżnia w zakresie połączeń układy:

- o węzłach podatnych (półciągle), gdy cechy konstrukcyjne połączeń wymagają ich formalnego uwzględnienia w analizie globalnej;
- ciągłe (o węzłach sztywnych), gdy jedynie cechy konstrukcyjne elementów wymagają uwzględnienia ich parametrów w analizie globalnej;
- proste (przegubowe), gdy nie jest wymagane, aby węzły przenosiły momenty.

Połączenia nominalnie przegubowe powinny być tak zaprojektowane, aby nie przenosiły znacznych momentów zginających, które mogłyby niekorzystnie oddziaływać na elementy konstrukcji. Zdolność do obrotu połączeń nominalnie przegubowych powinna być wystarczająca do powstania w warunkach obciążeń obliczeniowych wszystkich, uwzględnianych w analizie stanu granicznego konstrukcji przegubów plastycznych. W komentarzu [48] do normy [114] oraz w Eurokodzie 3

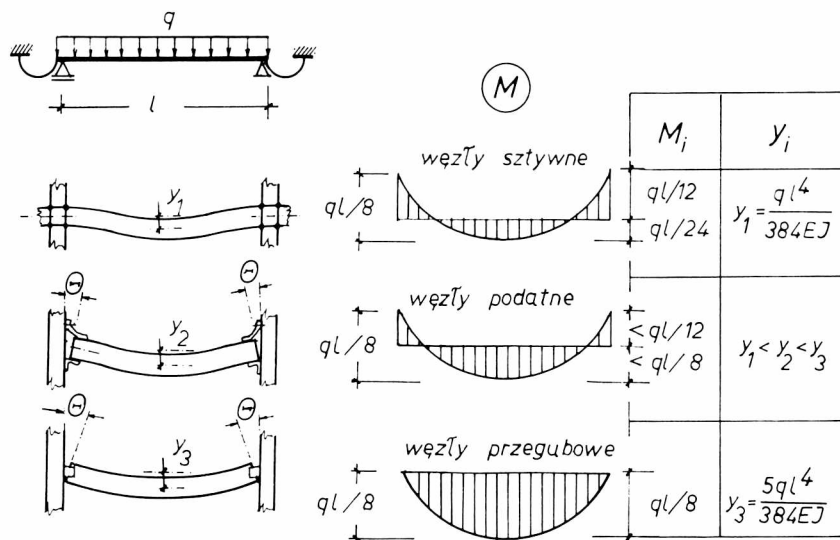
[121] definiuje się nośność połączenia nominalnie przegubowego M_R jako $M_R < 0,25 M_{pl}$ (M_{pl} – nośność plastyczna łączonego elementu).

Połączenia sztywne powinny być tak zaprojektowane, aby ich odkształcenia nie miały istotnego wpływu na rozkład sił wewnętrznych w konstrukcji, ani na jej globalne odkształcenia. Nośność obliczeniowa połączeń sztywnych powinna być nie mniejsza niż nośność przekroju łączonych elementów. W komentarzu [48] do normy [114] oraz w Eurokodzie 3 [121] definiuje się nośność połączeń sztywnych M_R jako $M_R \geq 1,2 M_{pl}$ (M_{pl} – nośność plastyczna łączonego elementu), co zapewnia utworzenie się przegubu plastycznego w granicznym stanie wyężenia poza węzeł.

Połączenia nie spełniające wymagań dotyczących połączeń sztywnych lub nominalnie przegubowych należy traktować jako podatne. Nośność obliczeniowa połączeń podatnych M_R powinna być nie mniejsza od wyznaczonych sił wewnętrznych, jednak może być mniejsza niż nośność łączonych elementów M_{pl} . Zdolność do obrotu połączenia o niepełnej nośności, występującego w miejscu potencjalnego przegubu plastycznego, powinna być wystarczająca do powstania w warunkach obciążeń granicznych niezbędnego przegubu plastycznego.

Na rysunku 1.15 pokazano wpływ podatności węzłów (sztywnego, częściowo sztywnego, przegubowego – o konstrukcji pokazanej na rysunku 1.8) na momenty zginające w belce ramy [1]. Sztywność zamocowania pręta w węźle ma wpływ na momenty zginające i przemieszczenia (węzły podatne wpływają na inną redystrybucję sił wewnętrznych niż dla modelu o sztywnych lub przegubowych połączeniach prętów w węzłach).

Moment zginający belki o częściowym zamocowaniu przyjmowany do oceny bezpieczeństwa, jest zawsze mniejszy od maksymalnych momentów belki podpartej przegubowo lub utwierdzonej na końcach. Jednocześnie ugięcie przęsła belki o połączeniach podatnych jest zawsze mniejsze od ugięcia belki swobodnie podpartej. Wskutek tego belka o częściowym zamocowaniu może mieć przekrój mniejszy niż

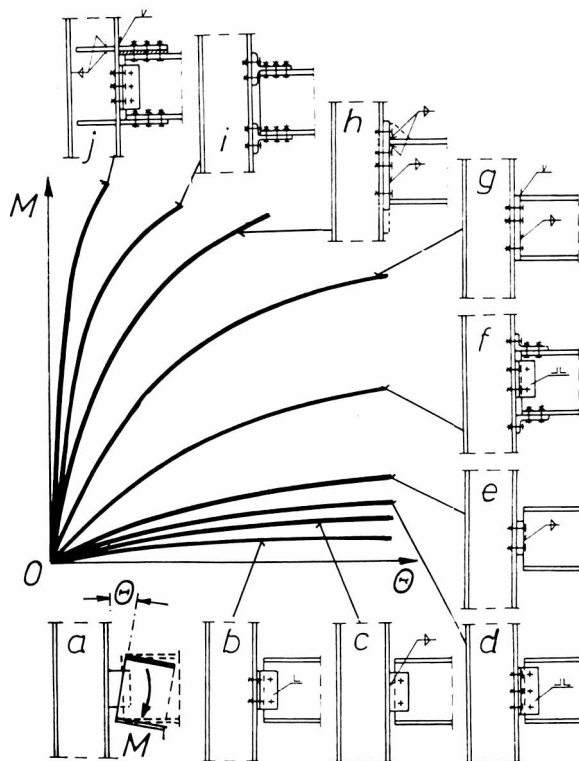


Rys. 1.15. Momenty zginające belki z węzłami o różnej podatności [1]

belka projektowana według tradycyjnie przyjmowanych schematów, spełniając wymagania stanu granicznego nośności i użytkowania.

Na rysunku 1.16 przedstawiono najczęściej stosowane węzły o połączeniach śrubowych w ramach o prętach dwuteowych [26]. Pokazane połączenia rygli ze słupami ram charakteryzuje podatność, która jest zawarta między wymaganiami granicznymi w odniesieniu do połączeń sztywnych i przegubowych. Wskutek sprężystości połączenia belka pod obciążeniem obraca się w połączeniu o kąt Θ (rys. 1.16a), który charakteryzuje podatność węzła. Wartość tego kąta zawiera się w granicach $0 < \Theta < \Theta_p$ (gdzie Θ_p – kąt obrotu końca belki w wypadku połączenia „przegubowego”). Taka sytuacja powoduje, że na węzeł działa moment zginający, obciążający słup w wartościach $M_r < M < 0$ (gdzie M_r – moment na końcu rygla, gdy węzły rygla są traktowane jako sztywne). Charakterystyki zachowania się węzłów o różnej konstrukcji (oznaczone b–j), w postaci krzywych moment zginający M –kąt obrotu Θ , pokazano na rys. 1.16 [26].

Zachowanie się węzłów podatnych jest badane doświadczalnie. Badania doświadczalne izolowanych węzłów ram umożliwiają: sporządzenie ŚRS w postaci krzywych $M(\Theta)$, określenie nośności granicznej połączeń oraz identyfikację zachowania się części składowych węzłów. Takie badania są jednak bardzo kosztowne. Dlatego też na podstawie przeprowadzonych doświadczeń proponowane są do analiz teoretycznych modele aproksymujące krzywe $M(\Theta)$ podatności węzłów.



Rys. 1.16. Ścieżki równowagi połączeń śrubowych węzłów w ramach o prętach dwuteowych [26]

Zagadnienie oceny granic, które umożliwiałyby w projektowaniu zaliczenie konkretnych węzłów do sztywnych, podatnych lub przegubowych nie zostało ujęte w normie [114]. Norma projektowania konstrukcji stalowych [114] w punktach 3.2.1 oraz 6.1b zobowiązuje projektantów do uwzględnienia podatności połączeń w obliczeniach konstrukcji. W normie [114] nie podano jednak żadnych parametrów charakteryzujących zachowanie się połączeń (nośności na zginanie, sztywności, zdolności do obrotu) ani żadnych wskazówek, jak ich podatność uwzględnić w globalnej analizie konstrukcji. W komentarzu do normy [48] ograniczono się jedynie do podania zalecanych przez Eurokod 3 [121] klasyfikacji połączeń. Aby wymagania normy [114] można było wprowadzić do praktyki projektowej, powinny być ogólnie dostępne charakterystyki $M(\Theta)$ najczęściej stosowanych połączeń oraz opracowane sposoby analizy konstrukcji z połączeniami podatnymi.

Norma europejska Eurokod 3 podaje zarówno propozycje modelowania, jak i klasyfikacji sztywności węzłów podatnych (częściowo sztywnych). W klasyfikacji węzłów rozróżnia się konstrukcje stężone i niestężone, gdyż inne jest zachowanie się węzłów podatnych w jednych i drugich typach ustrojów nośnych. (Definicję układów stężonych i niestężonych podano w punkcie 1.2.6. Według Eurokodu 3 szkielet stalowy można uważać na stężony, gdy stężenia redukują jego przemieszczenia poziome o 80%.)

Wprowadza się następujące parametry bezwymiarowe [121]:

$$\bar{m} = \frac{M}{M_{pl, R}}, \quad (1.1)$$

$$\bar{\Theta} = \frac{\Theta_r}{\Theta_p}, \quad (1.2)$$

gdzie:

$$\Theta_p = \frac{M_{pl, R} L_b}{EJ_b}, \quad (1.3)$$

w których: E – współczynnik sprężystości podłużnej, J_b – moment bezwładności przekroju belki (rygla), L_b – długość belki, M – moment zginający, działający w węźle od strony rygla, $M_{pl, R}$ – nośność plastyczna (obliczeniowa) przekroju belki (rygla), Θ_r – kąt obrotu połączenia belki względem słupa (zwykle określony doświadczalnie lub na podstawie równań prognozowania krzywych $M(\Theta)$).

Linie rozgraniczające funkcje $\bar{m}(\bar{\Theta})$ połączeń sztywnych od złączy podatnych według Eurokodu 3 [12] określają zależności:

– dla ram nieusztynwionych (przechylowych)

$$\bar{m} = 25 \bar{\Theta}, \quad \text{jeśli} \quad \bar{m} \leq \frac{2}{3}, \quad (1.4)$$

$$\bar{m} = \frac{25 \bar{\Theta} + 4}{7}, \quad \text{jeśli} \quad \frac{2}{3} < \bar{m} \leq 1; \quad (1.5)$$

– dla ram usztywnionych (nieprzechyłowych)

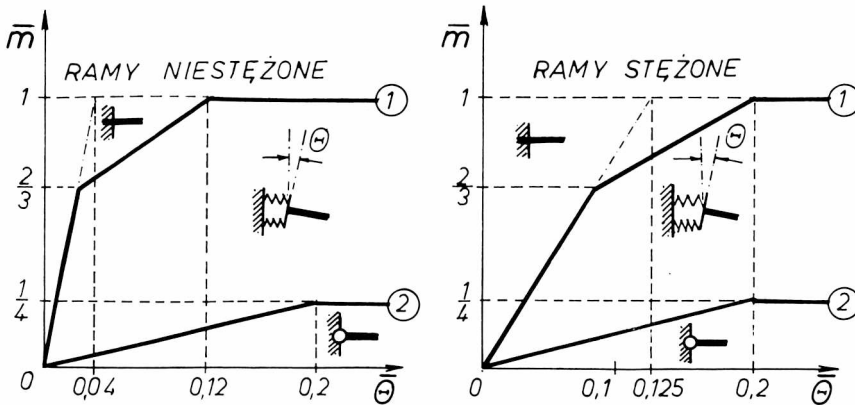
$$\bar{m} = 8\bar{\Theta}, \quad \text{jeśli} \quad \bar{m} \leq \frac{2}{3}, \quad (1.6)$$

$$\bar{m} = \frac{20\bar{\Theta} + 3}{7}, \quad \text{jeśli} \quad \frac{2}{3} < \bar{m} \leq 1. \quad (1.7)$$

Prezentację graficzną powyższej klasyfikacji przedstawiono na rysunku 1.17. Aby zidentyfikować typ połączenia (sztywny, podatny, przegubowy), należy dysponować jego ścieżką równowagi statycznej $M(\Theta)$ i porównać ją z wykresami pokazanymi na rysunku 1.17.

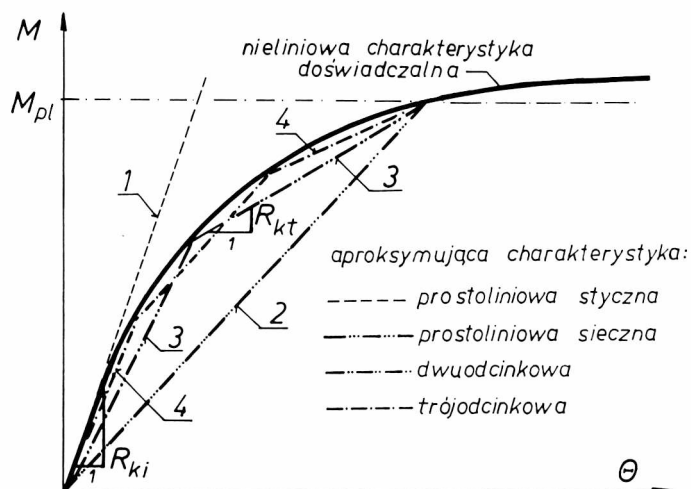
Gdy krzywa połączenia $\bar{m}(\bar{\Theta})$ znajduje się w polu ograniczonym przez:

- oś rzędnych i łamaną ciągłą 1, to węzeł może być traktowany jako sztywny,
- łamaną ciągłą 1 i 2, to węzeł jest podatny,
- oś odciętych i łamaną ciągłą 2, to węzeł może być traktowany jako przegubowy.



Rys. 1.17. Klasyfikacja podatności węzłów ram według [121]

Określenie obliczeniowej charakterystyki moment zginający–obróć połączenia, to znaczy ścieżki równowagi statycznej $M(\Theta)$, powinno się opierać według Eurokodu 3 [121] na teorii potwierdzonej wynikami badań eksperymentalnych. Rzeczywiste ŚRS połączeń belek ze słupami są na ogół nieliniowe. Przybliżone obliczeniowe charakterystyki moment–obróć połączeń (węzłów) można według Eurokodu 3 ustalić na podstawie formuł matematycznych, przyjmując adekwatną krzywą o dowolnej postaci analitycznej dopasowanej do eksperymentalnej ŚRS. ŚRS połączeń $M(\Theta)$ można także przyjmować w postaci zlinearyzowanej (np. dwu- lub trójliniowej) pod warunkiem, że krzywa przybliżona leży całkowicie poniżej charakterystyki dokładnej. Ustalenie przybliżonych charakterystyk moment–obróć połączeń pokazano na rysunku 1.18.



Rys. 1.18. Aprosymacja charakterystyk połączeń węzłów, 1–4: objaśnienia w tekście

Najstarszym modelem jest oczywiście prosta styczna (oznaczona linią przerywaną 1 na rys. 1.18) do krzywej doświadczalnej, a charakterystykę połączenia określa sztywność początkowa R_{ki} . Parametry aproksymujące tego modelu pogarszają się w miarę zwiększania obciążenia momentem M . Ten niedostatek modelu liniowego stycznego można częściowo usunąć przyjmując model liniowo-sieczny, prowadząc z początku układu współrzędnych prostą (linia 2 na rys. 1.18) do przecięcia się z krzywą doświadczalną $M(\Theta)$, odpowiadającą obliczeniowej rzędnej momentu zginającego. Zwiększenie skuteczności modelu uzyskuje się przyjmując linię łamaną dwuodcinkową (linia 3 na rys. 1.18) lub trójodcinkową (linia 4 na rys. 1.18). Zachowanie się połączenia jest wówczas reprezentowane przez sztywność początkową R_{ki} oraz sztywności styczne w wybranych punktach krzywej doświadczalnej $M(\Theta)$. Najchętniej stosowany jest liniowy model dwuodcinkowy, gdy R_{kt} jest ustalone w odniesieniu do stycznej odcinka krzywej doświadczalnej bliskiej obciążeniu granicznemu. Eurokod 3 [121] zaleca m.in. bardzo ostrożną postać $M(\Theta)$, złożoną z dwóch odcinków linii prostych, z których drugi jest równoległy do osi odciętych. Zaletą liniowych modeli aproksymujących podatność węzłów jest możliwość korzystania z programów komputerowych do liniowej analizy konstrukcji.

Nieliniowy model prognozowania ŚRS charakterystyki $M(\Theta)$ węzła podatnego zaproponował między innymi Kischi i Chen [46], procedury obliczeniowe tego modelu zaś podano w [66]. Do prognozowania charakterystyk sztywnościowych węzłów podatnych $M(\Theta)$ według [46] proponuje się zależności potęgowe:

$$M = \frac{R_{ki} \Theta}{(1 + \Theta^n)^{1/n}}, \quad (1.8)$$

lub w równoważnym zapisie

$$\Theta = \frac{M}{R_{ki}(1 - m^n)^{1/n}}, \quad (1.9)$$

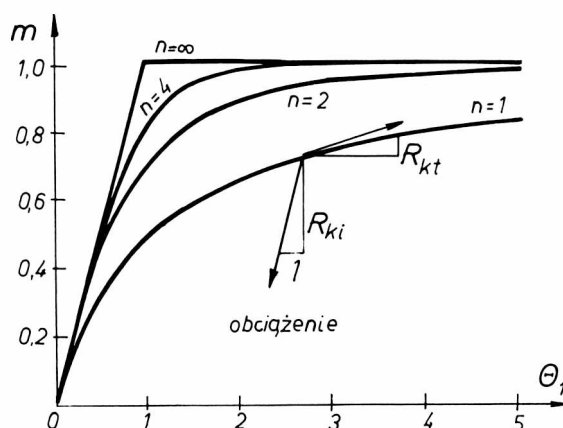
w których

$$m = M/M_u, \quad (1.10a)$$

$$\Theta_1 = \Theta/\Theta_o, \quad (1.10b)$$

gdzie: M – moment zginający, działający w połączeniu (węźle) od strony rygla, M_u – nośność graniczna połączenia z uwzględnieniem nieliniowości materiałowej, Θ – kąt obrotu belki względem słupa, $\Theta_o = M_u/R_{ki}$ – wartość odniesienia obrotu plastycznego, R_{ki} – początkowa sztywność połączenia (styczna do krzywej w punkcie początkowym układu współrzędnych), n – parametr kształtu krzywej dopasowywania, dobierany na podstawie porównania wyników krzywej teoretycznej i doświadczalnej.

Na rysunku 1.19 pokazano wykresy potęgowego modelu [46] podatności węzłów we współrzędnych bezwymiarowych $m(\Theta_1)$, (m, Θ_1 wg (1.10)).



Rys. 1.19. Modelowanie ścieżek równowagi statycznej połączeń według [46]

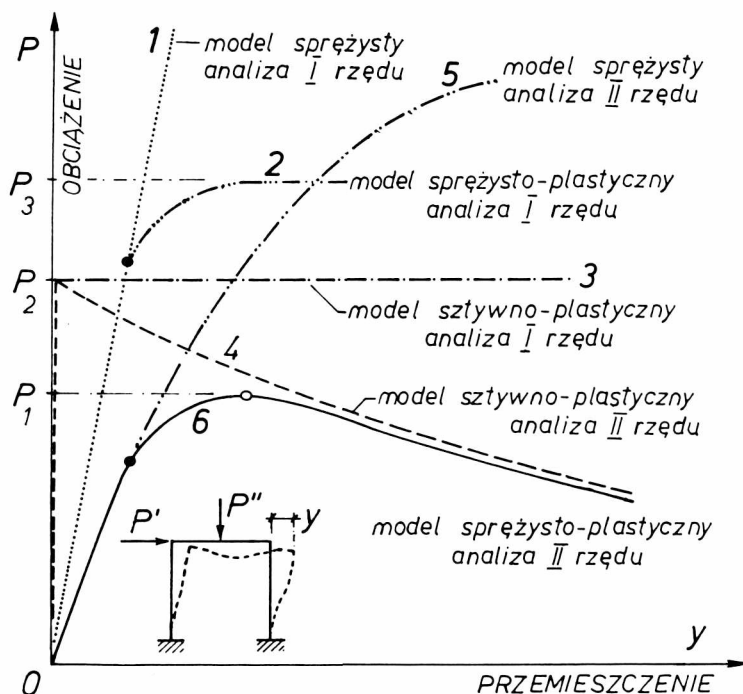
Sztywność styczną R_{ki} węzła obciążonego momentem M dla prezentowanego modelu [46] można wyznaczyć ze wzoru

$$R_{kt} = \frac{R_{ki}}{(1 + \Theta_1^n)^{1 + 1/n}}. \quad (1.11)$$

Szersze omówienie zagadnień nośności i sztywności węzłów podatnych podano w pracy [25].

1.2.6. Metody i modele analizy konstrukcji

Na rysunku 1.20 przedstawiono poglądowo różne ścieżki równowagi statycznej ustrojów nośnych oraz wzajemny stosunek metod analizy konstrukcji, z których obecnie korzystamy. Opisano poszczególne ścieżki równowagi statycznej, podając



Rys. 1.20. Ścieżki równowagi statycznej konstrukcji, 1–6: objaśnienia w tekście

przyjęte modele materiałowe (sprężysty, sprężysto-plastyczny, sztywno-plastyczny) oraz metody analizy konstrukcji (wg teorii pierwszego lub drugiego rzędu).

Analiza sprężysta pierwszego rzędu jest oparta na sprężystych, liniowych związkach $\sigma(\epsilon)$, w których pomija się geometryczne nieliniowości i związane z tym problemy stateczności. Jest to metoda powszechnie akceptowana przez normy projektowania i obliczeń konstrukcji budowlanych. Jej podstawy, szczegółowe zalecenia i rozwiązania są zawarte w licznych podręcznikach, poradnikach i monografiach. Według tej metody odkształcenia są proporcjonalne do przyłożonych obciążeń, a zasada superpozycji jest przyjmowana do oceny sił wewnętrznych w konstrukcji oraz wyężenia przekrojów. Powszechnie stosowane uproszczone modele obliczeniowe mają na celu skrócenie czasu i zmniejszenie pracochłonności analizy bez popełniania niedopuszczalnych błędów oszacowania bezpieczeństwa (np. dla układów ramowych zwykle przyjmuje się, że odkształcenia osiowe prętów – skrócenie lub wydłużenie – oraz odkształcenia postaciowe przekrojów są pomijalne). Analiza sprężysta pierwszego rzędu prowadzi do liniowych związków (ścieżek równowagi statycznej) obciążenie–przemieszczenie ustrojów zbudowanych z prętów o przekrojach krępych, a nośność sprężysta konstrukcji w tym modelu jest limitowana formalnie granicą proporcjonalności materiału R_s . Jednak dla stali zakrzywienie wykresu $\sigma(\epsilon)$ na odcinku od granicy proporcjonalności R_s do granicy plastyczności R_e jest kompensowane wytycznymi wymiarowania, w których przyjmuje się $R_e/R_s < R_e/\sigma_r$ (gdzie: σ_r – naprężenia robocze). Stąd też nośność sprężystą ustroju (patrz rozdz. 2) wy-

znacza się na podstawie wytrzymałości materiału uzależniając ją od granicy plastyczności R_e . Ścieżkę równowagi statycznej analizy sprężystej pierwszego rzędu oznaczono linią 1 na rysunku 1.20.

W metodzie analizy plastycznej pierwszego rzędu posługujemy się podobnymi uproszczeniami jak w modelu analizy sprężystej, lecz uwzględniamy nieliniowe związki materiału w granicznym stanie wyężenia przekroju. Metoda ta opiera się na znajomości zachowania się konstrukcji oraz korzyści ekonomicznych wynikających z plastycznej wydłużalności stali i dopuszcza się do częściowego lub całkowitego uplastycznienia prętów lub węzłów. Ścieżkę równowagi statycznej tego modelu analizy konstrukcji oznaczono krzywą 2 na rysunku 1.20. Analiza plastyczna umożliwia oszacowanie od góry nośności plastycznej konstrukcji (granicznej z warunku plastyczności materiału), wyznaczenie kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia oraz miejsc występowania przekrojów „krytycznych” ustroju.

W obydwu metodach nie brana jest pod uwagę możliwość utraty stateczności ogólnej prętów (ustroju) lub miejscowej profili. Dlatego też wyniki analiz sprężystych lub plastycznych pierwszego rzędu należy uzupełniać o analizę stateczności sprężystej lub niesprężystej. Na rysunku 1.20 obserwujemy rozdzielenie ścieżek równowagi (utraty stateczności) konstrukcji $P(y)$ przy założeniu modelu analizy według teorii pierwszego rzędu (linia 3 na rys. 1.20) i teorii drugiego rzędu (krzywa 4 na rys. 1.20), stosowanych do systemów budowanych z materiałów sprężystych i sprężysto-plastycznych.

W dość często spotykanych układach konstrukcyjnych analiza sprężysta pierwszego rzędu może prowadzić do błędnej oceny sił wewnętrznych oraz przemieszczeń, to jest wówczas gdy występuje wpływ przemieszczeń na siły wewnętrzne (nieliniowość geometryczna ustroju). Dotychczas w tym zakresie dysponujemy tylko rozwiązaniami sytuacji szczególnych (np. dla nośności prętów ściskanych mimośrodowo lub tzw. efektu $P-\Delta$). Są to zagadnienia zginania drugiego rzędu, omówione w rozdziale 4. Nieliniową ścieżkę równowagi statycznej przy założeniu sprężystego modelu wyężenia materiału i analizie konstrukcji według teorii drugiego rzędu oznaczono na rysunku 1.20 krzywą 5. Analiza sprężysta drugiego rzędu konstrukcji jest trudna do prowadzenia bez programów obliczeń numerycznych.

Teorię pierwszego rzędu można stosować w analizie globalnej dla: układów stężonych, układów nieprzechyłowych, a także w przypadkach, gdy w obliczaniu i wymiarowaniu uwzględnia się w sposób pośredni efekty drugiego rzędu.

Układ uważa się za stężony, jeśli sztywność układu stężającego (stężeń) w płaszczyźnie obciążeń poziomych jest dostatecznie duża, aby można było z uzasadnioną dokładnością przyjąć, że wszystkie obciążenia poziome są przenoszone przez stężenia. Szkielet stalowy według Eurokodu 3 [121] można uważać za stężony, jeśli stężenia redukują jego przemieszczenie poziome co najmniej o 80%; według [114] zaś powinno być spełnione kryterium (1.13). Szkielet stężony można traktować jako układ o węzłach nieprzesuwnych.

Układ wolno zakwalifikować jako nieprzechyłowy (ustrój o węzłach nieprzesuwnych), jeśli jego sztywność w płaszczyźnie sił poziomych jest dostatecznie duża, aby można z uzasadnioną dokładnością pomijać dodatkowe siły i momenty zginające

wywołane poziomymi przemieszczeniami węzłów (np. wg Eurokodu 3 [121] kryterium (1.12); wg [114] kryterium (1.19)).

W analizie globalnej wyznaczania sił wewnętrznych teorię drugiego rzędu można stosować we wszystkich przypadkach bez ograniczeń.

Nieliniowość geometryczną ustroju (teorię drugiego rzędu) należy uwzględniać, gdy zmiany geometrii systemu konstrukcyjnego (np. dla ramy „przechyłowej”) mają wpływ na wielkości sił wewnętrznych. To ważne zagadnienie projektowe jest ujęte zarówno w normach europejskich [118, 119, 121], jak i normie krajowej [114]. W normach [119, 121] klasyfikację ustrojów, w których należy uwzględniać efekty wpływu przemieszczeń na wyężenie konstrukcji, przeprowadza się według kryterium procentowego udziału wielkości dodatkowego momentu zginającego ΔM wywołanego zmianą geometrii ustroju. Konstrukcje, w których

$$\frac{\Delta M}{M} \leq 0,1, \quad (1.12)$$

gdzie: ΔM – dodatkowy moment zginający wynikający ze zmian geometrii systemu konstrukcyjnego, M – moment zginający wyznaczony według teorii pierwszego rzędu, można obliczać według teorii pierwszego rzędu.

Ramę można uważać według [114] za sztywno stężoną w swej płaszczyźnie, czyli za układ nieprzesuwany, jeżeli sztywność postaciowa układu „rama + stężenie” (RS) jest co najmniej pięciokrotnie większa niż sztywność postaciowa ramy (R), to znaczy:

$$\frac{1}{\psi_{RS}} \geq \frac{5}{\psi_R}, \quad (1.13)$$

gdzie: ψ_{RS}, ψ_R – odpowiednie wartości przechyłu od poziomej siły jednostkowej (przechył należy interpretować jako tangens kąta obrotu ciężwy słupa między punktami podparcia).

Za układ o węzłach nieprzesuwanych uważa się również według [114] ramy samostateczne (tj. ramy o węzłach sztywnych, bez stężeń), jeśli spełniony jest warunek (1.13).

Ocenę wrażliwości konstrukcji ramowych o węzłach przesuwanych na efekty drugiego rzędu według normy krajowej [114] przeprowadza się z uwzględnieniem imperfekcji związanych ze wstępnym przechylem bocznym ψ_o poszczególnych kondygnacji w płaszczyźnie układu

$$\psi_o = \frac{1}{200} r_1 r_2, \quad (1.14)$$

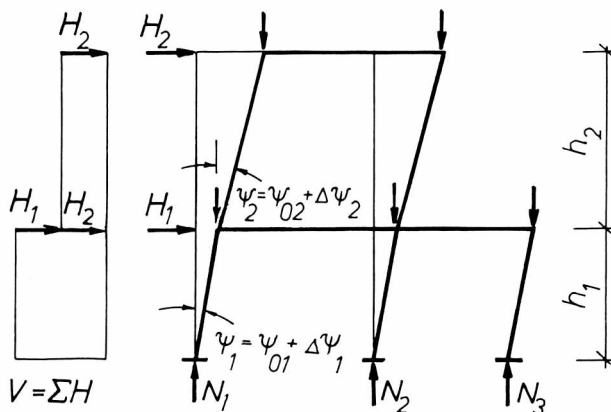
w którym:

$$r_1 = \sqrt{\frac{5}{h}} \leq 1, \quad (1.15a)$$

$$r_2 = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{1}{n}} \right), \quad (1.15b)$$

gdzie: h – wysokość kondygnacji [m], n – liczba słupów danej kondygnacji w rozpatrywanej płaszczyźnie.

Za wartość podstawową wstępnego przechyłu (imperfekcji) przyjęto $1/200$, która jest korygowana dwoma współczynnikami r_1 i r_2 . Współczynnik r_1 uwzględnia fakt, że im wyższa jest kondygnacja ponad wysokość 5 m, tym mniejsze jest prawdopodobieństwo wystąpienia wstępnego przechyłu o wielkości podstawowej; współczynnik r_2 uwzględnia mniejsze prawdopodobieństwo wystąpienia wstępnego przechyłu o wartości podstawowej przy liczbie słupów danej kondygnacji $n > 1$.



Rys. 1.21. Schemat ramy wielokondygnacyjnej

Wskaźnik wrażliwości na efekty drugiego rzędu α_H [114] dotyczy wielokondygnacyjnych układów ramowych, o węzłach przesuwnych (rys. 1.21), a jego wartości należy ustalić dla każdej kondygnacji następująco

$$\alpha_H = \frac{\Delta\psi \sum N}{\psi_0 \sum N + \sum H}, \quad (1.16)$$

gdzie: $\sum H$ – sumaryczne obciążenie poziome przenoszone przez słupy powyżej rozpatrywanej kondygnacji (siła poprzeczna od obciążenia zewnętrznego), $\sum N$ – sumaryczne obciążenie pionowe przenoszone przez słupy rozpatrywanej kondygnacji, ψ_0 – wstępny przechył rozpatrywanej kondygnacji obliczony według wzoru (1.14), $\Delta\psi$ – przyrost przechyłu spowodowany działaniem sił poziomych ($H + H_0$). Przyrost przechyłu $\Delta\psi$ wyznacza się z zależności

$$\Delta\psi = \left(1 + \frac{\psi_0 \sum N}{\sum H}\right) \psi^I, \quad (1.17)$$

gdzie ψ^I – przechył spowodowany działaniem sił H , obliczony według teorii pierwszego rzędu.

W razie braku zewnętrznych obciążeń poziomych ($\sum H = 0$)

$$\Delta\psi = \psi^I, \quad (1.18)$$

gdzie ψ^I – przechył spowodowany działaniem sił $H_0 = \psi_0 \sum P$, przy czym $\sum P$ – oddziaływania pionowe rygły rozpatrywanej konstrukcji.

Według [114] jeśli dla konstrukcji wielokondygnacyjnej w stanie sprężystym dla każdej kondygnacji spełniony jest warunek

$$\alpha_H \leq 0,1, \quad (1.19)$$

to można przyjąć, że układ nie jest wrażliwy na efekty drugiego rzędu.

Zgodnie z postanowieniami normy [114] można obliczać według teorii pierwszego rzędu układy jednokondygnacyjne oraz wielokondygnacyjne sztywno stężone.

Zaproponowana w normie [114] metoda $P-\Delta$ jest przybliżoną procedurą obliczeniową umożliwiającą oszacowanie większych (wskutek przemieszczeń) sił wewnętrznych w układach ramowych o węzłach przesuwnych. Istota tej procedury polega na przyjęciu, że zamiast analizy teorii drugiego rzędu (w której odstępuje się od zasady zeszywnienia układu) można zastosować klasyczne metody analizy pierwszego rzędu, zwiększając jednocześnie w odpowiedni równoważny sposób obciążenia poziome układu H^II z zależności

$$H^II = \frac{1}{1 - \alpha_H} (H_o + H), \quad (1.20)$$

gdzie: α_H – wskaźnik wrażliwości wg (1.16), H – siła pozioma od obciążenia zewnętrznego na poziomie rozpatrywanej kondygnacji, H_o – jak w (1.18).

Procedura $P-\Delta$ w normie [114] ma charakter iteracyjny i po kilku cyklach obliczeń otrzymuje się wymaganą zbieżność (brak zbieżności po pięciu cyklach obliczeń oznacza, że konstrukcja jest niestateczna).

W metodzie analizy konstrukcji według zanikającej sztywności przyjmuje się sprężysto-plastyczny model wyężenia materiału, teorię drugiego rzędu przy wyznaczaniu sił wewnętrznych oraz uwzględnia się aktualne charakterystyki sztywnościowe pod narastającym obciążeniem w odniesieniu do stref plastycznych przekrojów prętów (zagadnienia te są analizowane w odniesieniu do prętów w pkt. 2.7 i 4.3). W modelu tym bierze się pod uwagę nieliniowość materiałową i geometryczną – stąd też ścieżka równowagi statycznej takiej konstrukcji jest nieliniowa. Ścieżkę równowagi statycznej konstrukcji o modelu według zanikającej sztywności oznaczono na rysunku 1.20 ciągłą krzywą 6. Należy zaznaczyć, iż taki model matematyczny stanowi najlepszą aproksymację opisującą wyężenie konstrukcji, ale i zarazem najtrudniejszą w obliczeniach technicznych. Należy go stosować, gdy ustrój jest zbudowany z prętów cienkościennych (klasy 4), a sztywności elementów (EJ , EA) są funkcjami obciążenia (ulegają redukcji po przekroczeniu naprężeń krytycznych ścianek profilu $\sigma_i > \sigma_{cr}$). Po wystąpieniu wyboczenia lokalnego ścianek profili cienkościennych redukują się ich momenty bezwładności J i pola przekrojów poprzecznych A elementów oraz powstają mimośrodowość y_o związane ze zmianą położenia osi obojętnej przekrojów:

$$J_e = J_e(\sigma_i) = J_e(M, N) = J_e(q), \quad (1.21)$$

$$A_e = A_e(\sigma_i) = A_e(M, N) = A_e(q), \quad (1.22)$$

$$y_o = y_o(\sigma_i) = y_o(M, N) = y_o(q), \quad (1.23)$$

gdzie: A_e – efektywne pole przekroju poprzecznego pręta, J_e – efektywny moment bezwładności przekroju pręta, y_0 – mimośród wynikający ze zmiany położenia osi obojętnej przekroju efektywnego w stosunku do przekroju brutto, M, N – moment zginający i siła osiowa w pręcie, q – obciążenie zewnętrzne ustroju.

Zmiany sztywności prętów konstrukcji mają zazwyczaj duży wpływ na rozkład sił wewnętrznych w konstrukcjach statycznie niewyznaczalnych. Nieliniowości ścieżki równowagi statycznej konstrukcji w analizowanym modelu według zanikającej sztywności są generowane przez: nieliniowość plastycznej fazy wyężenia materiału, nieliniowość charakterystyk sztywnościowych przekroju, nieliniowość efektów wpływu przemieszczeń na siły wewnętrzne (analiza według teorii drugiego rzędu). Do wyznaczenia sił wewnętrznych w konstrukcji o takim modelu należy stosować programy komputerowe uwzględniające nieliniowość fizyczną i geometryczną ustroju lub prowadzić obliczenia metodami iteracyjnymi.

Przedstawione modele i metody analizy nośności konstrukcji różnią się między sobą jakościowo i ilościowo. Wybór adekwatnego modelu obliczeniowego winien być poprzedzony: analizą ścieżek równowagi statycznej i nośności (współrzędnych nośności granicznych) prętów, podatności węzłów oraz wrażliwości ustroju na lokalną utratę stateczności ścianek profili i wpływu przemieszczeń na siły wewnętrzne w ustroju.

Prętowe systemy konstrukcyjne możemy budować z elementów o przekrojach: krępych, krępych i cienkościennych oraz cienkościennych. Ponadto pręty cienkościenne mogą mieć ścianki o różnej wrażliwości na lokalną utratę stateczności (mogą być o odmiennych klasach, np. środnik klasy 4, pasy zaś klasy 3).

Konstrukcje zarówno statycznie wyznaczalne, jak i statycznie niewyznaczalne, zbudowane z prętów o przekrojach krępych klasy 1 i 2, niewrażliwych na lokalną utratę stateczności (wyłącza się pręty o przekrojach klasy 3 i 4), których ścieżkę równowagi statycznej materiału można opisać modelem sprężysto-plastycznym, charakteryzuje zdolność do plastycznego wyrównywania sił w przekrojach (klasy 1 i 2) i między przekrojami krytycznymi (klasy 1). Przyrost obciążeń w konstrukcjach statycznie niewyznaczalnych, zbudowanych z prętów o przekrojach klasy 1, może być przenoszony przez przekroje dotychczas nieuplastycznione. Dlatego też w statycznie niewyznaczalnych konstrukcjach o przekrojach krępych (klasy 1) możemy dopuścić do powstania zbioru przegubów plastycznych, zmieniających ustrój w łańcuch kinematyczny. Ścieżki równowagi statycznej takich konstrukcji pokazano na rys. 3.23 i 3.26 i można je opisać modelem nieliniowo-sprężysto-plastycznym. Obecnie obowiązujące przepisy norm europejskich [118, 119, 121] i krajowej [114] umożliwiają wykorzystanie rezerwy plastycznej konstrukcji.

Ścieżkę równowagi statycznej prętów cienkościennych klasy 4, wrażliwych na lokalną utratę stateczności ścianek profilu, można opisać modelem nieliniowo-sprężysto-plastyczno-kruchym (patrz rys. 1.9; [10]). Zmiana stanu równowagi takich konstrukcji ma charakter bifurkacyjny. Po osiągnięciu stanu granicznego nośności w przekroju cienkościennym tworzy się załom plastyczny, a zjawisku towarzyszy spadek nośności pręta. W granicznym stanie wyężenia zginane i rozciągane pręty o przekrojach krępych zachowują swą nośność (tworzy się przegub „czynny”). Pręty

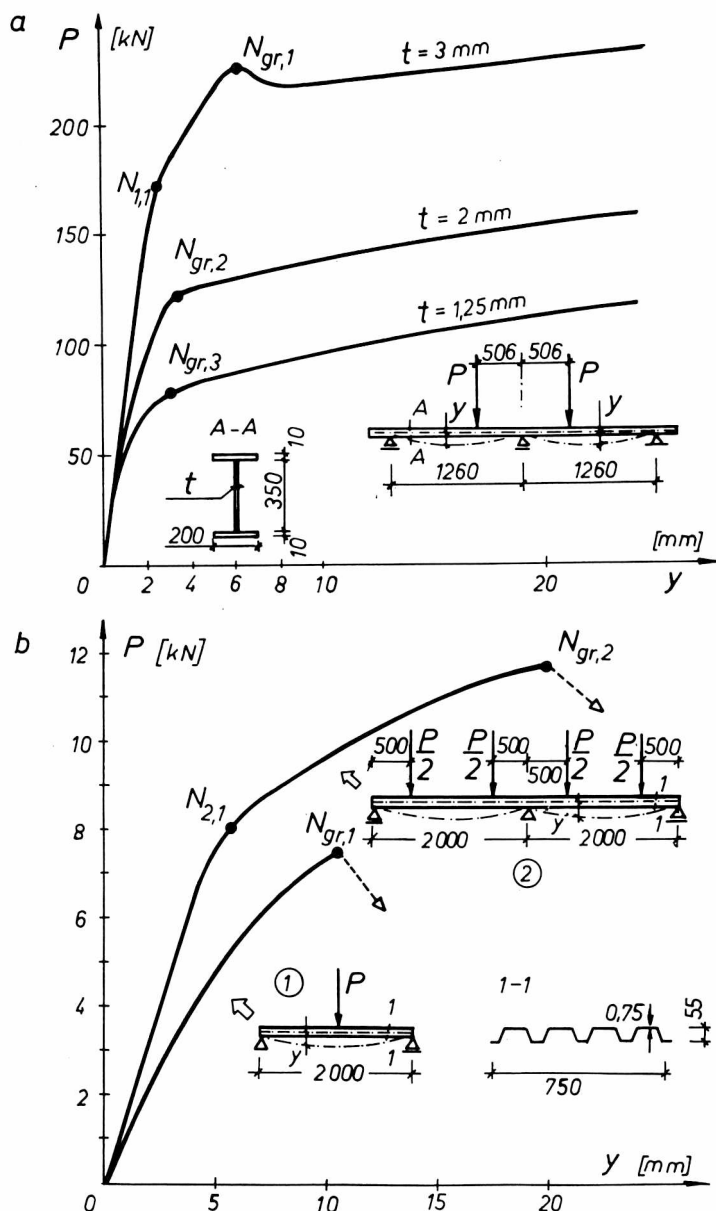
o przekrojach cienkościennych po powstaniu załomu plastycznego tracą na nośności (tworzy się przegub „bierny”; taki model zachowania się pręta pokazano na rys. 1.9). W przegubie plastycznym przekroju krępego dopuszcza się do pełnego uplastycznienia materiału w całym przekroju krytycznym. Załom plastyczny przekroju cienkościennego tworzy się, gdy uplastycznieniu ulegają krawędzie podtrzymujące lokalnie wyboczone ściskane (lub ściskane i ścinane) ścianki profilu. Tak więc profile cienkościenne klasyfikuje się za pomocą kryterium początku uplastycznienia włókien krawędzi strefy ściskanej przekroju. W tym też sensie obowiązujące przepisy norm [114, 118, 121] dopuszczają do projektowania tego typu konstrukcji tylko w stanach sprężystych. Należy w tym miejscu dodać, iż lokalnie wyboczone ścianki profilu cienkościennego można obliczać w stanie krytycznym lub nadkrytycznym.

Zagadnienie analizy statycznie niewyznaczalnych konstrukcji zbudowanych z prętów o przekrojach cienkościennych dodatkowo komplikuje fakt, iż ścianki przekrojów prętów mogą być różnej klasy i w zależności od charakteru wyężenia mogą zachowywać się bądź jak pręty krępe, bądź jak pręty cienkościenne. Stąd też możemy spodziewać się odmiennych ścieżek równowagi statycznej konstrukcji zbudowanych z prętów o przekrojach różnych klas oraz z prętów cienkościennych o ściankach o innej wrażliwości na lokalną utratę stateczności (np. środnik jest klasy 3, pasy zaś klasy 4).

Spadek nośności pręta cienkościennego po powstaniu załomu plastycznego sprawia, iż w konstrukcji statycznie niewyznaczalnej możliwy jest niemal równoczesny przebieg zjawiska wyczerpywania się nośności przekrojów krytycznych. Taki przebieg zjawiska wyczerpywania nośności może mieć miejsce, gdy nośność graniczna kolejnych załomów plastycznych statycznie niewyznaczalnych konstrukcji cienkościennych maleje po ich uformowaniu się. Zjawisko takie zidentyfikowano doświadczalnie w badaniach zginanych statycznie niewyznaczalnych belek o przekrojach dwuteowych ze smukłymi (klasy 4) środnikami [94], które przedstawiono na rysunku 1.22a).

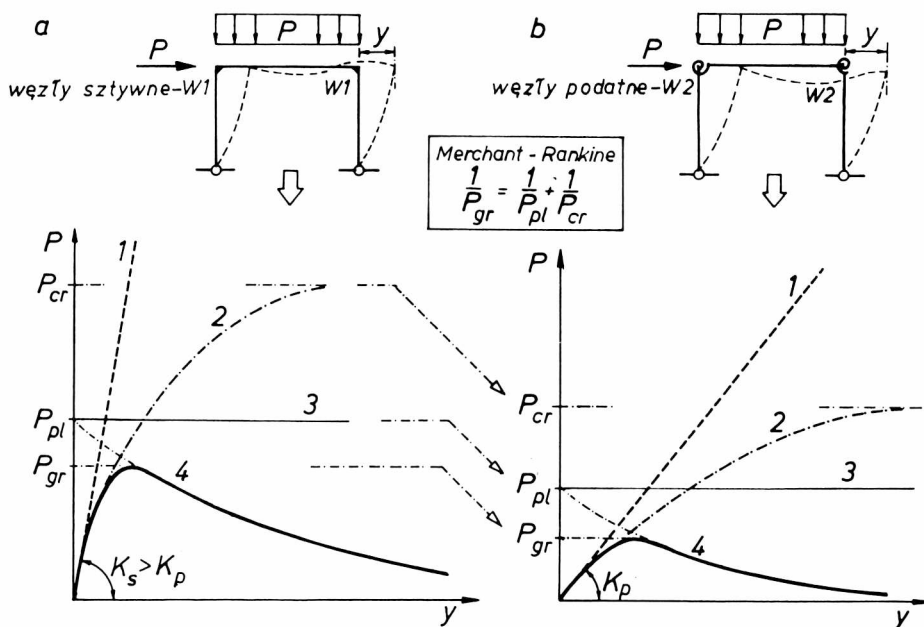
Możliwa jest również inna forma wyczerpania nośności konstrukcji o prętach cienkościennych, których ścianki są o różnej wrażliwości na lokalną utratę stateczności. Badania doświadczalne [15] zginanych statycznie niewyznaczalnych blach fałdowych, których półki były klasy 4, a środniki klasy 3, wykazały, że ścieżka równowagi statycznej jest jakościowo podobna do wyężenia prętów krępych (tworzyły się kolejne przeguby plastyczne) z wyjątkiem fazy, gdy ustrój zmieniał się w mechanizm. W granicznym stanie wyężenia badanych, zginanych statycznie niewyznaczalnych blach fałdowych brak było plastycznej fazy, a zmiana stanu równowagi zachodziła nagle i towarzyszył jej spadek nośności.

W szacowaniu nośności granicznej statycznie niewyznaczalnych zginanych prętów cienkościennych o badanych [15] smukłościach półek i środników można było uwzględnić plastyczną redystrybucję sił wewnętrznych pomiędzy przekrojami. Doświadczalne ścieżki równowagi statycznej statycznie wyznaczalnych i niewyznaczalnych zginanych prętów cienkościennych pokazano na rys. 1.22b [15].



Rys. 1.22. Ścieżki równowagi statycznej: a – cienkościennej, dwuprzęsłowej belki dwuteowej [94]; oraz b – jednoprzęsłowej ① i dwuprzęsłowej ② zginanej blachy fałdowej [15]

Na rysunku 1.23 pokazano ŚRS ramy portalowej o sztywnych (rys. 1.23a) i podatnych (rys. 1.23b) węzłach łączących rygiel ze słupem. Liniami przerywanymi 1 oznaczono ŚRS wyznaczone dla sprężystego modelu materiału i analizy według teorii pierwszego rzędu (bez uwzględnienia wpływu przemieszczeń na wyężenie



Rys. 1.23. Ścieżki równowagi statycznej ramy portalowej o węzłach sztywnych (a) i podatnych (b)

ustroju), a krzywymi 2 oznaczono ŚRS ram, wyznaczone dla sprężystego modelu materiału i analizy według teorii drugiego rzędu (z uwzględnieniem wpływu przemieszczeń na siły wewnętrzne w konstrukcji). Liniami 3 natomiast oznaczono ŚRS ram wyznaczone dla sztywno-plastycznego modelu materiału i analizy według teorii pierwszego rzędu. ŚRS badanych ram wyznaczone dla sprężysto-plastycznego modelu materiału przy uwzględnieniu wpływu przemieszczeń na wyężenie konstrukcji (analiza według teorii drugiego rzędu) oznaczono linią grubą 4. Krzywe te są najlepszymi aproksymacjami zachowania się badanych ram. Ekstrema ŚRS wyznaczają odpowiednio nośności krytyczne P_{cr} , plastyczne P_{pl} oraz graniczne P_{gr} analizowanych ram (obowiązuje tu formuła Marchanta-Rankina). Z porównania wykresów ŚRS ram o węzłach sztywnych i węzłach podatnych wynika, iż ramę o podatnych połączeniach cechuje mniejsza sztywność układu, a co za tym idzie – większe przemieszczenia poziome, których konsekwencją są mniejsze nośności: krytyczna P_{cr} , plastyczna P_{pl} oraz graniczna P_{gr} .

Reasumując analizę statycznie niewyznaczalnych konstrukcji o prętach cienkościennych, należy stwierdzić, że poprawne oszacowanie wyężenia i nośności ustroju można uzyskać przyjmując model analizy według zanikającej sztywności (krzywa 6 rys. 1.20), aktualizując (np. metodą iteracyjną – krok po kroku) sztywności prętów, uwzględniając także modele wyczerpania nośności prętów (sprężysto-plastyczne, nieliniowo-sprężysto-plastyczne, nieliniowo-sprężysto-kruche), wpływ przemieszczeń na siły wewnętrzne w ustroju (nieliniowość geometryczna) oraz podatność węzłów.

1.3. Ujęcie stanów granicznych konstrukcji w normach

W ostatnich latach czyni się wysiłki oparcia norm projektowania konstrukcji budowlanych na teorii stanów granicznych nośności i użytkowania (zamiast metody naprężeń dopuszczalnych) oraz półprobabilistycznego wymiarowania elementów (zamiast jednolitego współczynnika bezpieczeństwa).

Dotychczas stosowana metoda naprężeń dopuszczalnych uwzględniała jedynie sprężysty zakres wyężenia elementów konstrukcji oraz stały, niezależny od charakteru budowli i jego obciążenia, deterministyczny współczynnik bezpieczeństwa odnoszący się do naprężeń.

Stany graniczne są to stany, po których osiągnięciu konstrukcja przestaje spełniać wymagania projektowe związane z jej funkcjonowaniem. Wyróżnia się stan graniczny nośności (związany z katastrofą lub inną formą zniszczenia konstrukcji nośnej) oraz stan graniczny użytkowania (sytuacje, gdy przestają być spełniane przyjęte kryteria użytkowe – deformacje, drgania). W projektowaniu metodą stanów granicznych powinno się rozpatrzyć wszystkie możliwe (właściwe) sytuacje obliczeniowe i obciążenia oraz wykazać, iż żaden z właściwych stanów granicznych nie jest przekroczony. Na przykład gdy rozważa się stan graniczny związany z transformacją konstrukcji w mechanizm, to należy wykazać, że powstanie kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu zniszczenia nie jest możliwe przed osiągnięciem wartości obliczeniowych sił wewnętrznych większych niż parametry nośności ustroju przy zadanym obciążeniu.

Metodę stanów granicznych według [114, 121] należy kojarzyć z próbą uwzględnienia niekorzystnych losowych odchyień obciążeń $P(\omega)$ i nośności $N(\omega)$ od wartości oczekiwanych. Odchylenie losowe ω jest to takie odchylenie, któremu można przypisać określone prawdopodobieństwo. Częściowe wprowadzenie do podstaw projektowania i kalibrowania współczynników bezpieczeństwa pojęć probabilistycznych, z rachunku prawdopodobieństwa, jest jednym z powodów, dla których metodę stanów granicznych zawartą w [114] zalicza się do metod półprobabilistycznych. Mimo że w normie [114] wykorzystane są badania statystyczne, to sformułowano ją tak, że nie trzeba znać rachunku prawdopodobieństwa ani statystyki matematycznej, aby ją zrozumieć.

Fizycznym aspektem pojęcia „stany graniczne” jest obliczanie nośności granicznej z wykorzystaniem plastycznej redystrybucji sił wewnętrznych w przekrojach i między przekrojami krytycznymi (przegubami plastycznymi) w konstrukcji. Wprowadzanie teorii plastyczności do norm projektowania konstrukcji metalowych odbywa się stopniowo i głównie dotyczy wykorzystania rezerwy plastycznej elementów zginanych o przekrojach klasy 1 i 2.

Wymiarując konstrukcję budowlaną należy wykazać, że dla wszystkich możliwych do przewidzenia schematów obciążeń (realizacji i eksploatacji) spełni ona warunki nośności i sztywności. Rozpatruje się więc stan graniczny nośności (wytrzymałości) oraz stan graniczny użytkowania (sztywności).

Praktycznie stan graniczny nośności (wytrzymałości konstrukcji) sprawdzamy porównując nośność elementów N_R systemu konstrukcyjnego z siłami wewnętrznymi N_w , które powstają w tych elementach od obciążeń zewnętrznych.

Nośność elementu konstrukcji oblicza się według [114] dwuetapowo. W pierwszym etapie wyznacza się nośność przekroju elementu (dokonując identyfikacji jego klasy), a następnie wyznacza się nośność elementu (pręta).

Nośność przekroju poprzecznego N według zasad Eurokodu 3 [121] oraz normy [114] można opisać wzorem

$$N = a \cdot A \cdot f_d, \quad (1.24)$$

gdzie: a – współczynnik warunków wyężenia przekroju (ψ , φ_p), A – charakterystyka geometryczna przekroju poprzecznego (W – wskaźnik zginania dla elementu obciążonego giętnie, A – pole przekroju poprzecznego elementu obciążonego osiowo, A_v – pole przekroju czynnego przy ścinaniu), f_d – wytrzymałość obliczeniowa materiału.

Nośność graniczną elementu N_R (pręta) według [114] i [121] wyznaczamy ze wzoru

$$N_R = \varphi N, \quad (1.25)$$

gdzie: φ – współczynnik niestateczności ogólnej (współczynnik wyboczeniowy φ – dla pręta ściskanego, współczynnik zwichrzenia φ_L – dla pręta zginanego).

Warunek bezpieczeństwa w ujęciu normowym [114], [121], rozumiany jako stopień wykorzystania nośności elementu, sprawdzamy ze wzoru:

$$\frac{N_w}{N_R} \leq 1, \quad (1.26)$$

gdzie N_w – siła wewnętrzna w analizowanym elemencie.

Tak zdefiniowana nośność graniczna (N, N_R) rozumiana jest jako zdolność przekroju lub elementu do przeniesienia określonych obciążeń (giętnych, skrętnych, osiowych, gdy każdy z nich działa osobno). Gdy w przekrojach poprzecznych występują równocześnie momenty zginające M , siły podłużne N oraz siły poprzeczne V , stan graniczny nośności sprawdza się według [114] i [121] z zależności interakcyjnych, które są sumą stopni wykorzystania przekroju od poszczególnych sił wewnętrznych. Nośność graniczna jest wartością własną i mierzy się ją obciążeniem. Stąd też nośność graniczną będziemy mierzyć w jednostkach sił wewnętrznych (np. w razie zginania momentem M i ścinania siłą V odpowiednio na przykład w kNm i kN).

W przypadku analizy wyężenia przekrojów elementów konstrukcji w złożonych stanach, gdy brak jest zależności interakcyjnych, sprawdzenie stanu granicznego nośności przeprowadza się na podstawie naprężeń według hipotezy Hubera-Hencky'ego-Misesa

$$\sqrt{\sigma_{zy}^2 + \sigma_{zx}^2 - \sigma_{zy} \sigma_{zx} + 3\tau^2} \leq f_d, \quad (1.27)$$

w którym: σ_{zy} , σ_{zx} , τ – składowe naprężeń normalnych i stycznych w płaskim stanie naprężenia.

Projektując układy prętowe metodą stanów granicznych według [114, 121] należy sprawdzić: nośności przekrojów, nośności elementów, nośności połączeń, noś-

ności i stateczność układu, a także równowagę statyczną (stateczność położenia). Przy sprawdzaniu równowagi statycznej oddziaływania destabilizujące (niekorzystne) powinny być reprezentowane przez ich górne wartości obliczeniowe, a oddziaływania stabilizujące (korzystne) przez ich dolne wartości obliczeniowe.

Sprawdzenie stanu granicznego użytkowania ma na celu przede wszystkim niedopuszczenie do wystąpienia nadmiernych przemieszczeń i drgań konstrukcji, utrudniających lub uniemożliwiających prawidłową eksploatację obiektu. W wielu przypadkach przemieszczenia elementów lub węzłów konstrukcji pod obciążeniem nie wpływają na nośność graniczną ustroju. Na przykład przy zginaniu belki przed wyczerpaniem nośności (ze względu na wytrzymałość materiału) mogą występować bardzo duże ugięcia. W złożonych przypadkach (np. zginanie ze ściskaniem) wpływ przemieszczeń na zachowanie się elementów uwzględniany jest przy ocenie wyężenia (wyznaczanie sił wg teorii drugiego rzędu). Niebezpieczeństwo kruchego zniszczenia elementów natomiast jest eliminowane przez dobór właściwości fizycznych materiału i właściwej technologii wytwarzania prętów i połączeń. Stąd też przy analizie stanów granicznych użytkowania ważne są skutki przemieszczenia i odkształcenia konstrukcji, które mogą się objawiać w eksploatacji budowli w postaci:

- uszkodzenia lub zniszczenia innych części konstrukcji lub przyłączonego wyposażenia (np. pękanie szyb, tynków),
- utrudnienia lub uniemożliwienia użytkowania budowli zgodnie z założeniem funkcjonalnym (np. zakłócenie pracy maszyn i instalacji),
- drgań, oscylacji lub przechyłów, które powodują dyskomfort użytkowników budynku (złe samopoczucie człowieka) lub zniszczenie jego wyposażenia.

Pod pojęciem stanu granicznego użytkowania rozumie się również wymóg nieprzekraczania dopuszczalnych przyspieszeń (drgań) oraz poziomu hałasu, które są określone przez przepisy służby zdrowia.

Współczesne konstrukcje stalowe charakteryzują się zmniejszoną masą oraz sztywnością elementów, co może prowadzić do wzrostu przemieszczeń i drgań konstrukcji. W celu uniknięcia powyższych zjawisk konieczne jest ograniczenie: ugięć, deformacji, przechyłów, drgań. Konstrukcje stalowe oraz ich elementy powinny być tak zwymiarowane, aby ugięcia mieściły się w granicach uzgodnionych i przyjętych przez inwestora, projektanta i kompetentne władze jako właściwe z punktu widzenia sposobu użytkowania i przeznaczenia budynku, a także rodzaju materiałów niekonstrukcyjnych. Wartości dopuszczalnych ugięć konstrukcji oraz elementów ustroju nośnego podawane w normach są wielkościami empirycznymi. Eurokod 3 [121] określa je jako zalecane wielkości i dopuszcza w uzasadnionych przypadkach ostrzejsze (wyjątkowo łagodniejsze) wymagania, które mogą mieć zastosowanie ze względu na sposób użytkowania budowli (np. charakter obudowy, zapewnienie właściwej pracy dźwigów). Niemieckie przepisy normy [119] projektowania konstrukcji stalowych nie ograniczają wielkości przemieszczeń, wymagając jednak wykazania, iż ich skutki nie stanowią zagrożenia dla niezawodnej eksploatacji budowli.

(Stan graniczny użytkowania wyraża się w normie [114] w postaci wymogu nieprzekraczania dopuszczalnych wielkości przemieszczeń poziomych i piono-

wych y_{gr} (warunek sztywności) oraz wymogu co do charakterystyk dynamicznych elementów

$$y < y_{gr}, \quad (1.28)$$

$$1,25\omega_{wl} < \omega < 0,75\omega_{wl}, \quad (1.29)$$

gdzie: y, ω – przemieszczenia i częstotliwości drgań wyznaczone metodami mechaniki budowli dla obciążeń charakterystycznych, y_{gr}, ω_{wl} – przemieszczenia graniczne oraz częstotliwości drgań własnych konstrukcji.

Ponadto norma [114] wymaga, aby częstotliwość drgań własnych konstrukcji stropu o rozpiętości $L > 12$ m w pomieszczeniach użyteczności publicznej (wolnych od ścian działowych) wynosiła co najmniej 5 Hz. Warunku tego można nie sprawdzać, gdy ugięcie konstrukcji od kombinacji obciążeń długotrwałych nie przekracza 10 mm. Eurokod 3 dla stropów w pomieszczeniach mieszkalnych, biurowych itp. ogranicza częstotliwość drgań własnych konstrukcji stropowej, która nie powinna być mniejsza od 3 Hz (warunek ten będzie spełniony, gdy ugięcie nie przekroczy 28 mm).

Według [114] ugięcia belek i obudowy nie powinny przekraczać granicznych wartości podanych w tablicy 1.6.

Tablica 1.6. Graniczne ugięcia pionowe według [114]

Elementy konstrukcji	Ugięcie graniczne ⁽¹⁾
Elementy stropów, podestów i pomostów: – główne belki stropowe (podciąg) – inne belki stropowe i w klatkach schodowych – płyty stalowe i kratki pomostowe	$L/350$ ⁽²⁾ $L/250$ ⁽³⁾ $L/150$
Dźwigary dachowe (kratowe i pełnościenne)	$L/250$
Elementy obudowy: – płatwie, rygle, słupki – ramy i szczebliny okien – blacha fałdowa	$L/200$ ⁽⁴⁾ $L/200$ $L/150$ ⁽⁵⁾
Nadproża okien i bram	$L/500$

⁽¹⁾ L – oznacza rozpiętość elementu lub podwójny wysięg wspornika.

⁽²⁾ Winny być spełnione dodatkowe wymagania dotyczące drgań stropu.

⁽³⁾ W stropach otynkowanych lub obciążonych ścianami wrażliwymi na zarysowanie ugięcie od obciążeń zmiennych długotrwałych nie powinno przekraczać $L/350$.

⁽⁴⁾ Przy obudowie z blachy fałdowej i rozpiętości $L \leq 6$ m można przyjąć $L/150$.

⁽⁵⁾ Jeśli specjalne wymagania ze względu na odwodnienie dachu nie stanowią inaczej.

Zalecane dla budynków według Eurokodu 3 [121] wartości ugięć pionowych na przykładzie belki swobodnie podpartej przedstawiono w tablicy 1.7.

Norma [114] oraz Eurokod 3 podają również graniczne wartości przemieszczeń poziomych konstrukcji, które zestawiono w tablicy 1.8.

Tablica 1.7. Zalecane wartości graniczne ugięć pionowych według Eurokodu 3 [121]

Rodzaje elementów konstrukcji	Ugięcia graniczne y_{gr}	
	y_{max}	y_2
Dachy	$L/200$	$L/250$
Dachy często obciążone ludźmi	$L/200$	$L/300$
Stropy – ogólnie	$L/250$	$L/300$
Stropy i dachy otynkowane lub z innym kruchym wykończeniem, a także obciążone niepodatnymi ściankami działowymi	$L/250$	$L/350$
Stropy podpierające słupy (jeśli nie uwzględniono ugięć w analizie globalnej przy sprawdzaniu nośności konstrukcji)	$L/400$	$L/500$
Gdy y_{max} może istotnie wpłynąć na wygląd budynku	$L/250$	–

$$y_{max} = y_1 + y_2 - y_0$$

gdzie:

- y_{max} – wynikowa strzałka ugięcia, odniesiona do linii prostej łączącej punkty podparcia,
- y_0 – strzałka ugięcia elementu nie obciążonego (podniesienie wykonawcze; stan ①),
- y_1 – strzałka ugięcia elementu od obciążenia stałego (stan ①),
- y_2 – strzałka ugięcia elementu wywołanego obciążeniem zmiennym oraz ewentualnym pełzaniem (stan ②),
- L – rozpiętość belki lub podwójny wysięg wspornika.

Tablica 1.8. Graniczne przemieszczenia poziome według [114] i [121]

Rodzaj konstrukcji	Ugięcia graniczne według	
	PN-90/B-03200	Eurokodu 3
Układy jednokondygnacyjne bez suwnic	$h/150$	$h/150$
Jw., lecz przy obudowie wrażliwej na pękanie	$h/250$	–
Pozostałe budynki jednokondygnacyjne	–	$h/300$
Układy wielokondygnacyjne	$h_i/500$	–
– dla każdego piętra	–	$h/300$
– dla konstrukcji jako całości	–	$h_o/500$

h – wysokość słupa lub kondygnacji, h_i – poziom rygla (stropu) rozpatrywanej kondygnacji względem wierzchu fundamentu, h_o – całkowita wysokość konstrukcji.

W półprobabilistycznej metodzie stanów granicznych losową możliwość przekroczenia przez obciążenie jego charakterystycznej wartości uwzględnia się przez wprowadzenie współczynników obciążenia γ_{fi} (w zasadzie większych od 1), przez które mnoży się normowe (charakterystyczne) wartości poszczególnych obciążeń P_i . Uwzględnia się w ten sposób specyfikę obciążeń poszczególnych budowli. Działanie losowego obciążenia $P(\omega)$ uwzględnia się jako sumę iloczynów obciążeń i odpowiednio wykalibrowanych współczynników obciążenia

$$P_o = \sum_{i=1}^n P_i \gamma_{fi}, \quad (1.30)$$

gdzie: P_i – obciążenie charakterystyczne, γ_{fi} – współczynniki obciążenia.

Dla tak wyznaczonych obciążeń (1.30) oblicza się siły wewnętrzne $N_w = N_w(P_o)$ w elementach konstrukcji i sprawdza stan graniczny nośności.

Losowa nośność graniczna elementu konstrukcji $N(\omega)$ wynika z losowych właściwości: mechanicznych materiału, geometrii przekroju poprzecznego pręta, wpływów technologicznych (naprężeń własnych), imperfekcji osi podłużnej, odchyłek montażowych [17]. Losowe odchyłki od założonych, nominalnych wielkości przekrojów poprzecznych profili stalowych uwzględnia się w normie [114] łącznie z losowymi odchyłkami od normowej granicy plastyczności (cech mechanicznych materiału), przyjmując jako gwarantowane przez hutnictwo minimalne granice plastyczności $R_{e,min}$ stali. Obliczeniową wytrzymałość stali f_d otrzymuje się ze wzoru (1.31), w którym γ_s jest częściowym współczynnikiem bezpieczeństwa zwanym współczynnikiem materiałowym:

$$f_d = R_{e,min} / \gamma_s. \quad (1.31)$$

Współczynnik materiałowy γ_s w polskiej normie [114] nie występuje w sposób „jawny”. Norma [114] podaje wartości wytrzymałości obliczeniowych f_d dla poszczególnych gatunków stali. Współczynniki materiałowe stali, które nie są ujęte w normie [114] należy przyjmować:

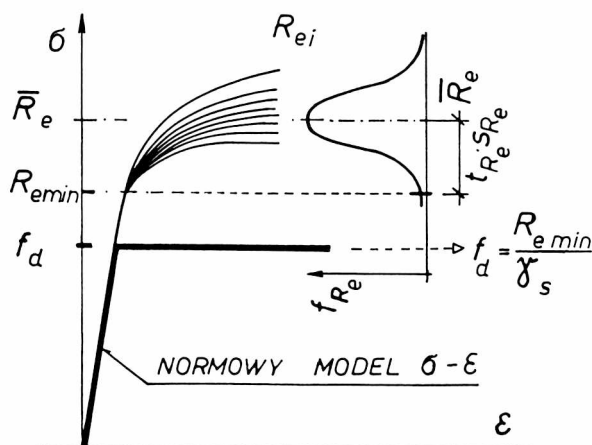
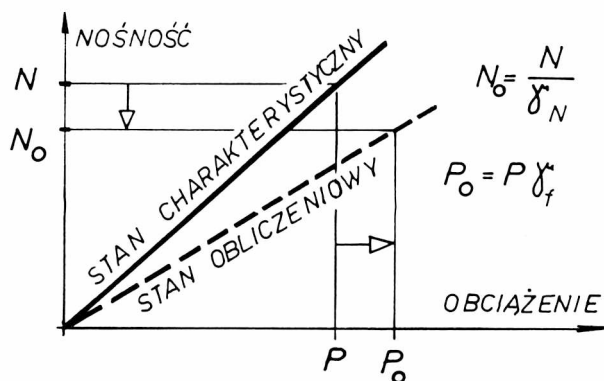
$\gamma_s = 1,15$ dla stali o $R_e \leq 355$ MPa,

$\gamma_s = 1,20$ dla stali o $355 \text{ MPa} < R_e \leq 460$ MPa,

$\gamma_s = 1,25$ dla stali o $460 < R_e \leq 590$ MPa.

Odpowiednikiem współczynnika materiałowego γ_s stali według [114] jest w Eurokodzie 3 [121] i normie niemieckiej [119] częściowy współczynnik bezpieczeństwa γ_m . Wytrzymałość obliczeniową stali według [119] i [121] wyznacza się dzieląc wartość nominalnej granicy plastyczności f_y przez współczynnik γ_m , który występuje w obliczeniach w sposób „jawny”. Częściowy współczynnik bezpieczeństwa γ_m w [119] i [121] wynosi przy sprawdzeniu nośności: przekrojów $\gamma_m = 1,1$ (z wyjątkiem nośności przekroju netto z otworami na śruby $\gamma_m = 1,25$); połączeń (śrubowych, nitowych, sworzniowych, spawanych) $\gamma_m = 1,25$.

Normowy [114] wykres $\sigma(\epsilon)$ stali wyróżniono linią grubą na rysunku 1.24. Jest to wykres dwuodcinkowy, składający się z fazy sprężystej i fazy plastycznej wyężenia materiału. Norma [114] dopuszcza wykorzystanie plastycznej rezerwy nośności ele-

Rys. 1.24. Wykres $\sigma(\epsilon)$ stali według normy [114]

Rys. 1.25. Graficzna interpretacja bezpieczeństwa konstrukcji w ujęciu stanów granicznych

mentów stalowych. Liniami cienkimi na rysunku 1.24 przedstawiono losowe realizacje $\bar{SRS}$ stali $\sigma(\epsilon)$, uzyskane w statycznych próbach wytrzymałościowych.

Bezpieczeństwo budowli w metodzie stanów granicznych uzyskano przyjmując zasadę „najsłabszego ogniwa”, to jest zwiększając obciążenia przez odpowiednio wykalibrowane współczynniki obciążeń γ_f i zmniejszając nośność przez wyspecyfikowanie wartości współczynników ψ , ϕ , ϕ_p , γ_s . Graficzną interpretację bezpieczeństwa konstrukcji w normowym ujęciu według stanów granicznych pokazano na rysunku 1.25.

2. Nośność sprężysta elementów zginanych

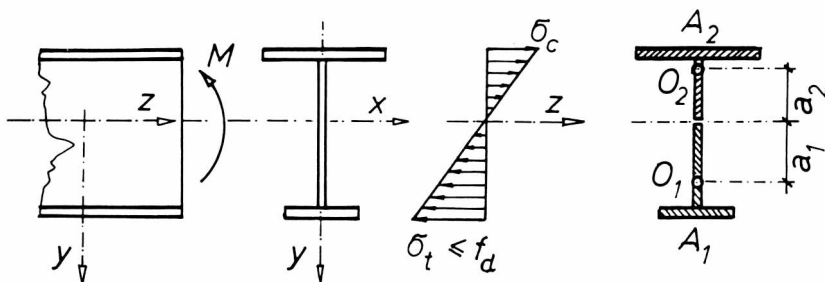
2.1. Nośność sprężysta przekroju zginanego jednokierunkowo

Przy czystym zginaniu pręta (tj. gdy w przekroju pręta działa jedynie moment zginający M) w dowolnym punkcie przekroju występują wyłącznie naprężenia normalne (rys. 2.1), o rozkładzie

$$\sigma = \frac{M}{J_x} y = \frac{M}{W} < R_s, \quad (2.1)$$

gdzie: J_x — moment bezwładności przekroju względem osi x , y — odległość od osi obojętnej x , R_s — granica sprężystości stali, wskaźnik wytrzymałości przekroju.

Taki rozkład naprężeń występuje w przekrojach prętów, gdy nie zachodzi lokalna utrata stateczności, przy obciążeniu momentem zginającym M w granicach $0 < M < M_{el}$ (M_{el} — moment sprężysty) i przy założeniu, że pręt jest zabezpieczony przed utratą stateczności ogólnej (zwichrzeniem) oraz obciążenie działa w jednej z płaszczyzn głównych (brak skręcania).



Rys. 2.1. Rozkład naprężeń w przekroju dwuteowym zginanym jednokierunkowo

Wynikiem analiz optymalizacyjnych tak obciążonych prętów było zaprojektowanie powszechnie stosowanych na elementy zginane walcowanych profili dwuteowych, w których grubsze od średników pasy są rozstawione na wysokość h .

Nośność obliczeniową w sprężystym zakresie wyężenia materiału analizowanego przekroju zginanego, mierzoną momentem zginającym, wyznaczmy ze wzoru

$$M_R = W \cdot f_d, \quad (2.2)$$

gdzie: W – wskaźnik wytrzymałości przekroju przy zginaniu sprężystym, dla najbardziej oddalonej od osi obojętnej krawędzi ściskanej (W_c) lub rozciąganej (W_t); $W = \min(W_c, W_t)$, f_d – wytrzymałość obliczeniowa stali.

We wzorze (2.2) na obliczeniową, sprężystą nośność graniczną przekroju zginanego przyjęto, iż maksymalne naprężenia we włóknach skrajnych profilu osiągają wytrzymałość obliczeniową stali f_d . Wzór (2.2) można stosować według [114] dla przekroju spełniającego co najmniej warunki klasy 3.

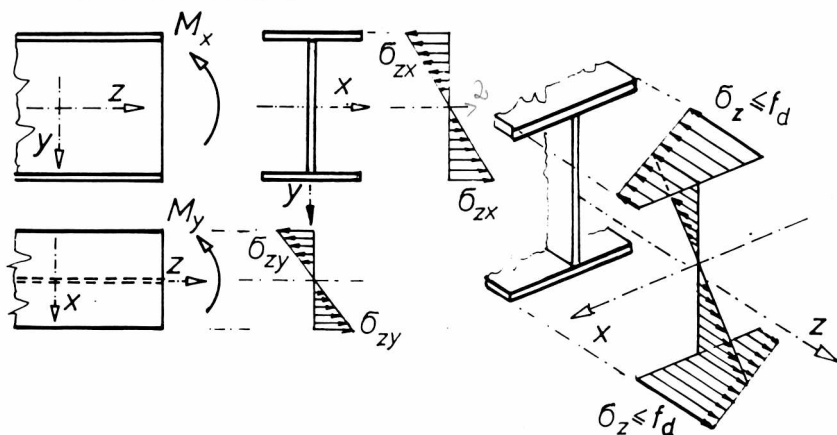
2.2 Nośność sprężysta przekroju zginanego dwukierunkowo

Rozkład naprężeń w przekroju zginanym (rozpatrujemy czyste zginanie), gdy obciążenia gnące M_x i M_y działają w płaszczyznach głównych (brak skręcania), wyznaczamy (rys. 2.2) ze wzoru:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x < R_s, \quad (2.3)$$

gdzie: J_y – moment bezwładności przekroju względem osi y , x – odległość względem osi obojętnej; pozostałe oznaczenia jak we wzorze (2.1).

Podobnie jak dla przekroju zginanego jednokierunkowo założono, iż analizowany przekrój spełnia warunki co najmniej przekroju klasy 3 według [114], a pręt jest zabezpieczony przez zwichrzeniem.



Rys. 2.2. Rozkład naprężeń w przekroju dwuteowym zginanym dwukierunkowo

Wzór (2.3) na wyężenie przekroju zginanego stanowi superpozycję stanu zgięciowego względem osi x i osi y .

Kierunkowe nośności sprężyste (wektory własne) analizowanego przekroju zginanego dwukierunkowo w sprężystym zakresie wyężenia materiału wynoszą

$$M_{Rx} = W_x \cdot f_d, \quad (2.4)$$

$$M_{Ry} = W_y \cdot f_d. \quad (2.5)$$

We wzorach na sprężyste nośności przekrojów zginanych (2.4) i (2.5) przyjęto oznaczenia jak w (2.2) oraz założono, że maksymalne naprężenia we włóknach skrajnych profilu osiągną wytrzymałość obliczeniową stali (patrz rys. 2.2).

Nośności kierunkowe (wzory (2.4) i (2.5)) przekroju należy rozumieć jako zdolność przekroju do przenoszenia sił wewnętrznych (momentów zginających), gdy obciążenie zginające działa tylko w jednej płaszczyźnie głównej. Gdy obciążenia działają równocześnie w obu płaszczyznach głównych, współrzędne sprężystej nośności granicznej – nośności zredukowane M_{Rx}^{zr} lub M_{Ry}^{zr} – wyznaczmy z równania interakcji

$$\frac{M_x}{M_{Rx}} + \frac{M_y}{M_{Ry}} = 1 \quad (2.6)$$

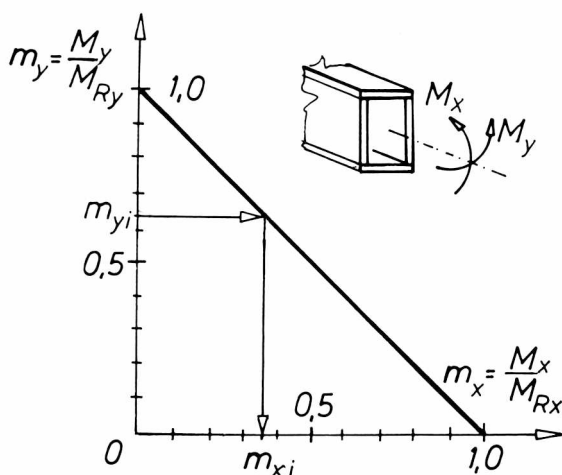
i wynoszą one

$$M_{Rx}^{zr} = M_{Rx} \left(1 - \frac{M_y}{M_{Ry}} \right), \quad (2.7)$$

$$M_{Ry}^{zr} = M_{Ry} \left(1 - \frac{M_x}{M_{Rx}} \right). \quad (2.8)$$

Równanie interakcji (2.6) otrzymano ze wzoru (2.3) dla warunku $\max \sigma = f_d$.

Interakcyjną nośność sprężystą przekroju zginanego dwukierunkowo (2.6), w układzie współrzędnych bezwymiarowych $m_x = M_x/M_{Rx}$; $m_y = M_y/M_{Ry}$, przedstawiono na rysunku 2.3. Opisuje je prosta graniczna.



Rys. 2.3. Wykres interakcji zginania dwukierunkowego $m_x - m_y$ pręta w sprężystym zakresie wyężenia materiału

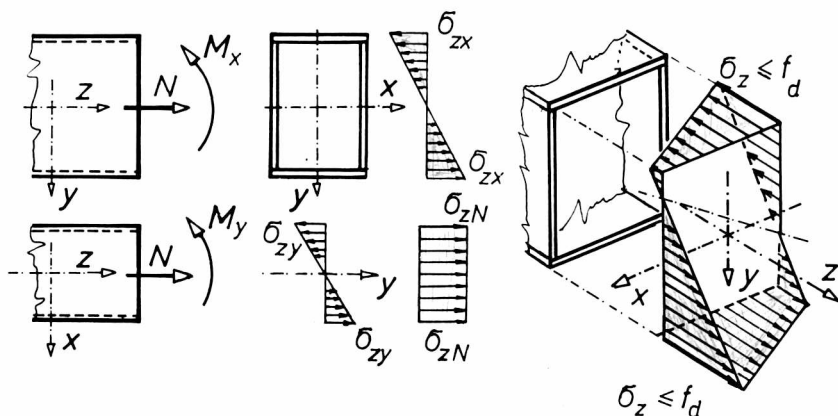
Współrzędne nośności sprężystej pręta zginanego dwukierunkowo $(M_x, M_y)_{gr}$, np. momentem zginającym $M_{R_x}^{zt}$, wyznaczamy korzystając z rysunku 2.3 według następującej procedury. Należy obliczyć współczynnik obciążenia momentem zginającym względem osi y : $m_y = M_y/M_{R_y}$ i poprowadzić prostą równoległą do osi wyłączenia m_x do przecięcia z prostą stanu granicznego nośności. Punkt przecięcia tych dwu prostych wyznacza współczynnik m_x drugiej współrzędnej nośności giętnej względem osi x : $m_x = M_x^{zt}/M_{R_x}$.

2.3. Nośność sprężysta przekroju dwukierunkowo zginanego i rozciąganego

Maksymalne naprężenia (krawędziowe) w przekroju pręta zginanego dwukierunkowo momentami M_x i M_y w płaszczyznach głównych (w sposób omówiony w pkt. 2.2) i obciążonego osiowo siłą rozciągającą N (rys. 2.4) wyznaczmy ze wzoru

$$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq R_s, \quad (2.9)$$

gdzie: A – pole powierzchni przekroju poprzecznego, R_s i W – jak we wzorach (2.4) i (2.5).



Rys. 2.4. Rozkład naprężeń w przekroju skrzynkowym zginanym dwukierunkowo i rozciągany

Kierunkowe nośności sprężyste (wektory własne) pręta zginanego M_{R_x} , M_{R_y} wyznaczmy ze wzorów (2.4) i (2.5) przyjmując, iż ekstremalne naprężenia we włókna skrajnych przekroju osiągają wytrzymałość obliczeniową stali f_d . Nośność sprężysta przekroju rozciąganego N_{R_t} wynosi

$$N_{R_t} = A \cdot f_d. \quad (2.10)$$

Nośności M_{R_x} , M_{R_y} , N_{R_t} są potencjalną zdolnością przekroju poprzecznego do przeniesienia sił wewnętrznych, gdy każda z nich działa oddzielnie. W razie jednoczesnego wyłączenia przekroju siłami wewnętrznymi M_x , M_y i N zredukowane współ-

rzędne nośności sprężystej N_{Rt}^{zr} , M_{Rx}^{zr} , M_{Ry}^{zr} wyznaczymy z równania interakcji

$$\frac{N}{N_{Rt}} + \frac{M_x}{M_{Rx}} + \frac{M_y}{M_{Ry}} = 1 \quad (2.11)$$

i wynoszą one

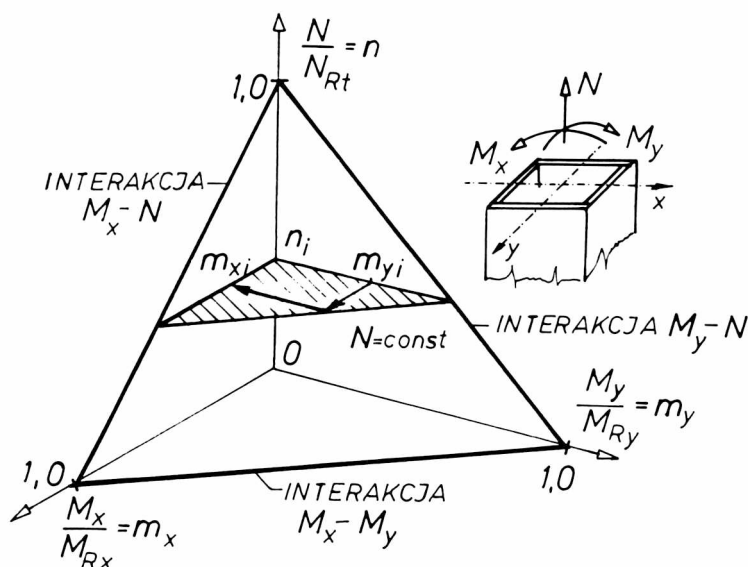
$$N_{Rt}^{zr} = N_{Rt} \left(1 - \frac{M_x}{M_{Rx}} - \frac{M_y}{M_{Ry}} \right), \quad (2.12a)$$

$$M_{Rx}^{zr} = M_{Rx} \left(1 - \frac{N}{N_{Rt}} - \frac{M_y}{M_{Ry}} \right), \quad (2.12b)$$

$$M_{Ry}^{zr} = M_{Ry} \left(1 - \frac{N}{N_{Rt}} - \frac{M_x}{M_{Rx}} \right). \quad (2.12c)$$

Równanie interakcji (2.11) otrzymano z (2.9) dla warunku $\max \sigma_z = f_d$.

Interakcyjną nośność sprężystą przekroju zginanego dwukierunkowo i rozciąganego w układzie współrzędnych bezwymiarowych $m_x = M_x/M_{Rx}$; $m_y = M_y/M_{Ry}$; $n = N/N_{Rt}$ przedstawiono na rysunku 2.5. Współrzędne nośności granicznej w analizowanym przypadku wyłączenia wyznacza się za pomocą płaszczyzny granicznej.



Rys. 2.5. Powierzchnia interakcyjna zginania dwukierunkowego i rozciągania pręta w sprężystym zakresie wyłączenia materiału

Współrzędne nośności sprężystej pręta dwukierunkowo zginanego i rozciąganego $(M_x, M_y, N)_{gr}$, np. M_{Rx}^{zr} , wyznaczymy korzystając z rysunku 2.5 według następującej procedury. Wyznaczamy współczynnik wyłączenia przekroju od siły osiowej $n_i = N/N_{Rt}$. Płaszczyzna pozioma przeprowadzona przez punkt n_i do przecięcia z płaszczyzną graniczną wyznacza zredukowaną z uwagi na działanie siły rozciągającej N bezpieczny

obszar (zakreskowany na rys. 2.5) nośności na zginanie. Dalsze postępowanie wyznaczania $M_{R_x}^r$ jest identyczne jak dla interakcji M_x-M_y , pokazanej na rysunku 2.3.

W przypadku elementów osłabionych otworami norma [114] dopuszcza wykorzystanie fazy wzmocnienia materiału pręta rozciąganego powyżej granicy plastyczności i wyznacza się sprowadzone pole przekroju poprzecznego A_ψ . Sprowadzone pole przekroju poprzecznego należy również przyjmować według [114], gdy występują tak zwane małe mimośrodory przy zamocowaniu kształtowników walcowanych jedną półką. Należy tu wyraźnie zaznaczyć, iż obie wyżej przedstawione sytuacje projektowe stanowią odstępstwo (w pierwszej występuje plastyczny stan wyężenia materiału, w drugiej dodatkowy stan zgięciowy) od prezentowanego modelu. Sprowadzone pole przekroju przy rozciąganiu A_ψ ścianki osłabionej otworami wyznaczamy ze wzoru:

$$A_\psi = A_n \frac{0,8 R_m}{R_e}, \quad \text{lecz} \quad A_\psi < A, \quad (2.13)$$

gdzie: A_n – pole przekroju netto (po potrąceniu otworów), R_e – granica plastyczności materiału, R_m – wytrzymałość doraźna materiału.

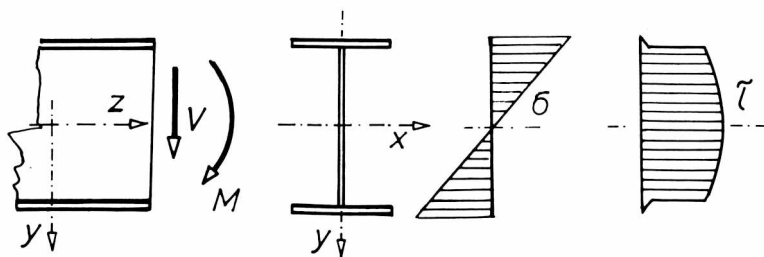
2.4. Nośność sprężysta przekroju zginanego, ścinanego i rozciąganego

Przypadki czystego zginania omówione w pkt. 2.1, 2.2 i 2.3 są w praktyce spotykane raczej sporadycznie. Zginaniu elementów stalowych towarzyszy z reguły siła poprzeczna.

W przypadku przekroju zginanego jednokierunkowo momentem M i siłą poprzeczną V (rys. 2.6) powstają naprężenia normalne σ , które określimy według wzoru (2.1), oraz naprężenia styczne, które wynoszą:

$$\tau = \frac{VS_x}{J_x b}, \quad (2.14)$$

gdzie: S_x – moment statyczny odciętej części przekroju względem osi obojętnej, J_x – moment bezwładności przekroju względem osi obojętnej, b – szerokość przekroju w odległości y od osi obojętnej.



Rys. 2.6. Rozkład naprężeń od zginania i ścinania w przekroju dwuteowym

Rozkład naprężeń stycznych i normalnych w przekroju dwuteowym pokazano na rysunku 2.6. Miarą wyężenia materiału w analizowanym przypadku jest naprężenie zredukowane, które dla jednoosiowego stanu naprężenia przyjmuje postać

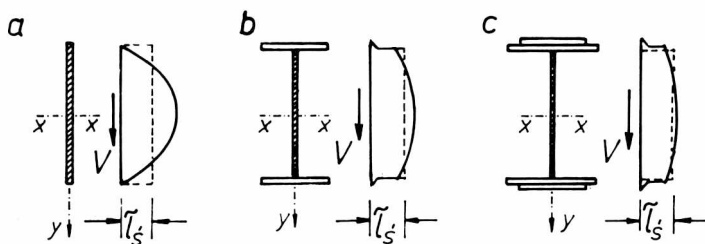
$$\sigma_{\text{zr}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}. \quad (2.15)$$

Dla analizowanego przekroju dwuteowego rozkład naprężeń stycznych ma kształt kapelusza, o ekstremalnych wartościach w środniku. Środnik jest więc częścią przekroju, który przenosi zasadniczą część obciążenia ścinającego V . W razie zginania i ścinania przekroju dwuteowego często o nośności przekroju mogą decydować nie naprężenia normalne we włóknach skrajnych, lecz naprężenia zredukowane (wzór (2.15)), tj. wyężenie materiału na przejściu pomiędzy pasem a środnikiem.

W przenoszeniu siły tnącej V w przekroju zginanym biorą udział jego części składowe równoległe do kierunku działania siły V . Stąd też nośność przekroju ścinanego wyznacza się uwzględniając pole powierzchni czynnej przy ścinaniu i zastępcze (aproxymujące) rozkłady naprężeń (rys. 2.7. oraz tabl. 1.4)

$$\tau \approx \frac{V}{A_v}, \quad (2.16)$$

gdzie: A_v — pole powierzchni przekroju czynnego przy ścinaniu (patrz tabl. 1.4).



Rys. 2.7. Zastępcze (aproxymujące) rozkłady naprężeń ścinających w przekrojach

Norma [114] podaje dla typowych przekrojów klasy 1, 2 i 3 (których ścianki nie tracą stateczności przed osiągnięciem nośności sprężystej) pola przekrojów czynnych przy ścinaniu A_v (patrz tabl. 1.4).

Wytrzymałość obliczeniową stali na ścinanie f_{dv} według [114] przyjęto równą

$$f_{dv} = 0,58 f_d. \quad (2.17)$$

Nośność przekroju ścinanego V_R , pod warunkiem iż nie nastąpiło lokalne wyboczenie ścinanego środnika — przekrój spełnia co najmniej warunki klasy 3, wyznaczamy ze wzoru

$$V_R = 0,58 A_v f_d. \quad (2.18)$$

Dla wielu przypadków elementów zginanych wpływ sił tnących na wyężenie przekroju może być pominięty (wpływ ścinania na nośność przekroju zginanego jest istotny przy znacznych obciążeniach, w pobliżu podpór lub w miejscu działania sił skupionych).

W normie [114] przyjęto, że wpływ siły poprzecznej V na nośność przekroju jest nieistotny, gdy

$$V \leq c V_R, \quad (2.19)$$

gdzie: $c = 0,6$ dla bisymetrycznego przekroju dwuteowego klasy 1 i 2 oraz $c = 0,3$ dla pozostałych przypadków.

Gdy siła poprzeczna nie spełnia warunku (2.19), zredukowaną z uwagi na występowanie siły poprzecznej V nośność przekroju bisymetrycznego na zginanie $M_{R,V}$ obliczamy według [114] ze wzorów:

– dla bisymetrycznych przekrojów dwuteowych klasy 1 i 2, zginanych względem osi największej bezwładności, gdy $V > 0,6 V_R$

$$M_{R,V} = M_R [1,1 - 0,3 (V/V_R)^2]; \quad (2.20)$$

– dla pozostałych przypadków, gdy $V > 0,3 V_R$

$$M_{R,V} = M_R \left[1 - \frac{J_{(v)}}{J} (V/V_R)^2 \right], \quad (2.21)$$

gdzie: $J_{(v)}$ – moment bezwładności części przekroju czynnej przy ścinaniu względem osi obojętnej, J – moment bezwładności całego przekroju.

Dla zginania dwukierunkowego (M_x, M_y) ze ścinaniem (V_x, V_y) należy, korzystając ze wzorów (2.20) i (2.21), wyznaczyć zredukowane nośności na zginanie: $M_{R,x,V}$ oraz $M_{R,y,V}$.

Dla przekrojów zginanych dwukierunkowo (M_x, M_y) i ścinanych (V_x, V_y) oraz rozciąganych osiowo siłą N należy według [114] przed wyznaczeniem $M_{R,x,V}$ i $M_{R,y,V}$ wyznaczyć zredukowane nośności przekroju na ścinanie $V_{R,N}$ ze wzoru

$$V_{R,N} = V_R \sqrt{1 - (N/N_{Rt})^2}, \quad (2.22)$$

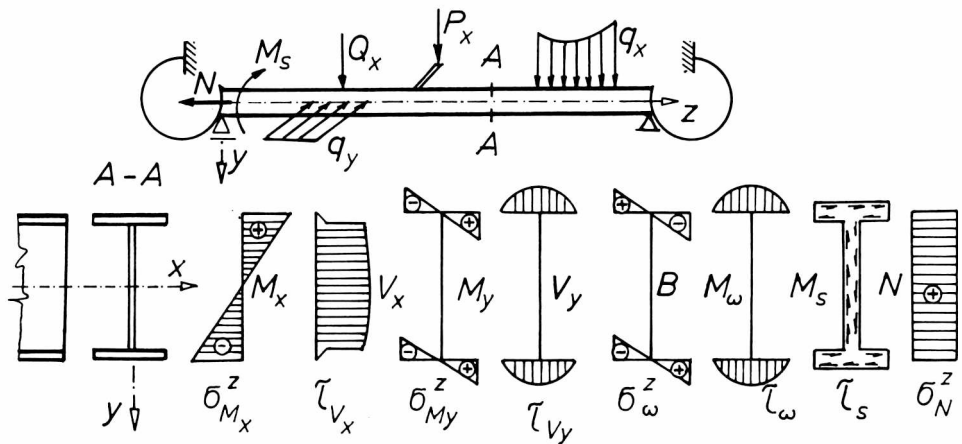
gdzie N_{Rt} według wzoru (2.10).

2.5. Nośność sprężysta przekroju w złożonym stanie wyężenia

Na rysunku 2.8 przedstawiono schemat pręta zginanego dwukierunkowo, skręcanego oraz rozciąganego. W takim przypadku wyężenia w przekroju poprzecznym analizowanego pręta powstaną następujące siły wewnętrzne (siły przekrojowe):

- momenty zginające M_x i M_y ,
- siły poprzeczne V_x i V_y ,
- bimoment giętno-skrętny B ,
- moment giętno-skrętny M_ω ,
- moment skręcający M_s ,
- siła osiowa N .

Rozkłady naprężeń od poszczególnych sił przekrojowych pokazano na rysunku 2.8.



Rys. 2.8. Rozkłady naprężeń normalnych i tnących w dwuteowym przekroju zginanym dwukierunkowo, skręcanym i rozciągany

Naprężenia normalne w tak wyteżonym przekroju, przy założeniu, że przekrój spełnia warunki klasy 3 i jest zabezpieczony przed zwichrzeniem, wyznaczamy na podstawie superpozycji ze wzorów:

$$\tilde{\sigma}_z = \tilde{\sigma}_{M_x} + \tilde{\sigma}_{M_y} + \tilde{\sigma}_B + \tilde{\sigma}_N, \quad (2.23)$$

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x + \frac{B}{J_\omega} \omega + \frac{N}{A}, \quad (2.24)$$

gdzie: J_ω – wycinkowy moment bezwładności przekroju, ω – powierzchnia wycinkowa przekroju, pozostałe oznaczenia jak w pkt. 2.1–2.4 oraz na rys. 2.8.

Naprężenia styczne w analizowanym przekroju pręta wyznaczamy ze wzorów:

$$\tilde{\tau} = \tilde{\tau}_{V_x} + \tilde{\tau}_{V_y} + \tilde{\tau}_\omega + \tilde{\tau}_s, \quad (2.25)$$

$$\tau_\omega = \frac{M_\omega S_\omega}{J_\omega t}, \quad (2.26)$$

$$\tau_s = \frac{M_s t}{J_s}, \quad (2.27)$$

gdzie: S_ω – wycinkowy moment statyczny odciętej części przekroju, t – grubość ścianki przekroju, J_s – moment czystego skręcania (tzw. moment Saint-Venanta), τ_{V_x} , τ_{V_y} – według wzoru (2.14), z uwzględnieniem kierunków ścinania.

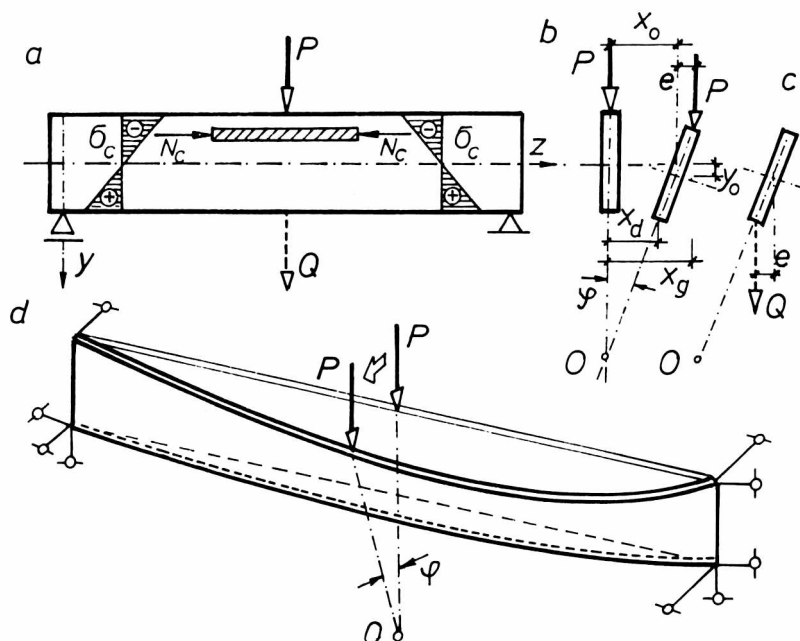
Wytrzymałość w złożonym stanie naprężenia należy sprawdzać ze wzoru

$$\sigma = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau^2} < f_d, \quad (2.28)$$

w którym: σ_z , τ – składowe naprężenia normalne i styczne w płaskim stanie naprężenia.

2.6. Nośność pręta zginanego wyznaczana z warunku utraty stateczności ogólnej (zwichrzenia)

Utrata stateczności ogólnej elementu zginanego, nazywana również utratą płaskiej postaci zginania lub zwichrzeniem, polega na tym, że pierwotnie płaski dźwigar pod wpływem obciążenia „wychodzi” z płaszczyzny głównej (w której działa obciążenie), w kierunku prostopadłym do płaszczyzny obciążenia, z równoczesnym obrotem przekroju poprzecznego (rys. 2.9).



Rys. 2.9. Schemat zwichrzenia belki (a–d: objaśnienia w tekście)

Prześledźmy zjawisko zwichrzenia na przykładzie belki pokazanej na rysunku 2.9a. Analizowana belka jest oparta na podporach, na jej długości zaś brak jest więzi poziomych uniemożliwiających przemieszczenia poziome. Pod wpływem obciążeń poprzecznych, przyłożonych idealnie w płaszczyźnie głównej (brak skręcania), belka ugina się i w górnej części przekroju powstają naprężenia ściskające. Górna, ściskana część przekroju zginanego znajduje się w stanie wyężenia podobnym do modelu pręta ściskanego, który pod wpływem obciążenia krytycznego ulega wyboczeniu względem osi najmniejszej sztywności przekroju poprzecznego. W elemencie zginanym ściskana część przekroju pręta jest przyczyną wyboczenia względem osi o mniejszej sztywności, to jest w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny działającego obciążenia giętnego. Górna część przekroju zginanego przemieszcza się poziomo o x_g , dolna część zaś (rozciągana, w której występują siły „prostujące”) wygina się o $x_d < x_g$ i przekrój poprzeczny ulega skręceniu. Efektem sił wyboczających i prostujących pręt jest skręcenie przekroju w sposób pokazany na rysunku 2.9d. O tym stanie wygięcia i skręcenia zginanego pręta mówimy, iż nastąpiła utrata stateczności

ogólnej (zwichrzenie) lub utrata płaskiej postaci zginania. Skręcenia zwichrzonego pręta nie należy interpretować jako wyniku mimośrodowego obciążenia giętnego belki (założyliśmy, iż obciążenie działa idealnie w płaszczyźnie głównej przekroju), lecz jako zjawisko bifurkacyjnego wyboczenia giętno-skrętnego. Należy zauważyć, iż wyboczony poprzecznie pręt zginany będzie wtórnie skręcany w wyniku śledzącego obciążenia poprzecznego (rys. 2.9b) działającego na mimośrodku. Dodatkowy moment skręcający M_s zdecydowanie zmniejsza nośność pręta. W każdym przypadku idealnym (bez wstępnych mimośrodków obciążeń) dochodzić może do lawinowego przebiegu zjawiska wyczerpania nośności pręta. Skręcanie zwichrzonego poprzecznie pręta zginanego towarzyszy zawsze zjawisku utraty płaskiej postaci zginania. W pręcie zginanym, w którym obciążenie jest przyłożone do części ściskanej (rys. 2.9b), dodatkowy moment skręcający M_s jest największy. W razie przyłożenia obciążenia w części rozciąganej przekroju (rys. 2.9c) dodatkowy moment skręcający M_s jest mniejszy. Dlatego też giętne obciążenie krytyczne zależy od miejsca przyłożenia obciążenia poprzecznego.

Fenomen zjawiska utraty płaskiej postaci zginania tkwi między innymi w tym, iż działające obciążenie wymusza przemieszczenie w kierunku działania sił zewnętrznych (pionowych), zwichrzenie zaś daje obrót i przemieszczenie poziome prostopadłe do płaszczyzny działającego obciążenia.

Nośność krytyczną pręta z warunku utraty płaskiej postaci zginania elementu mierzy się momentem krytycznym zwichrzenia M_{cr} . Zmniejszenie nośności sprężystej M_R do nośności pręta nie zabezpieczonego przed zwichrzeniem wyraża współczynnik zwichrzenia φ_L , a nośność pręta z warunku utraty płaskiej postaci zginania w ujęciu normy [114] wyznaczamy ze wzoru

$$M_{R,cr} = \varphi_L(\bar{\lambda}_L) M_R, \quad (2.29)$$

gdzie: $\bar{\lambda}_L$ – smukłość względna pręta na zwichrzenie według (2.34), M_R – nośność obliczeniowa przekroju belki zginanej jednokierunkowo, $M_{R,cr}$ – obliczeniowa nośność krytyczna zwichrzenia według [114].

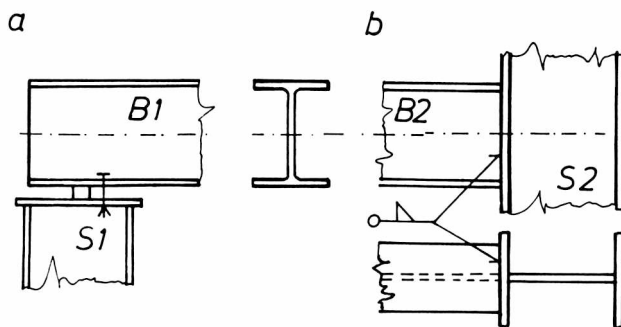
Moment krytyczny zwichrzenia M_{cr} jest wartością własną pręta i możemy go przedstawić w następującej postaci:

$$M_{cr} = M_{cr}(\bar{\lambda}_L). \quad (2.30)$$

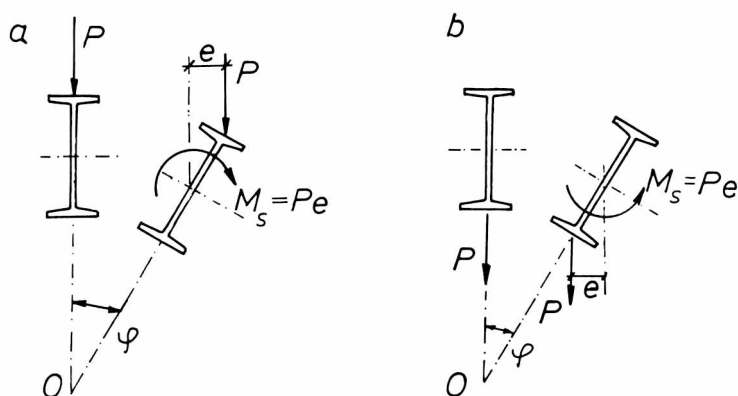
We wzorze (2.30) $\bar{\lambda}_L$ jest smukłością względną, a M_{cr} zależy od:

- warunków zamocowania pręta na podporach (sztywności na obrót i spaczenie),
- miejsca przyłożenia obciążenia zewnętrznego (do strefy: ściskanej, rozciąganej),
- odległości pomiędzy więzami ograniczającymi przemieszczenie w kierunku mniejszej sztywności dźwigara,
- sztywności giętniej w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku przyłożenia obciążenia EJ_y ,
- sztywności skrętnej przekroju GJ_T ,
- kształtu wykresu momentów zginających na długości pręta (β).

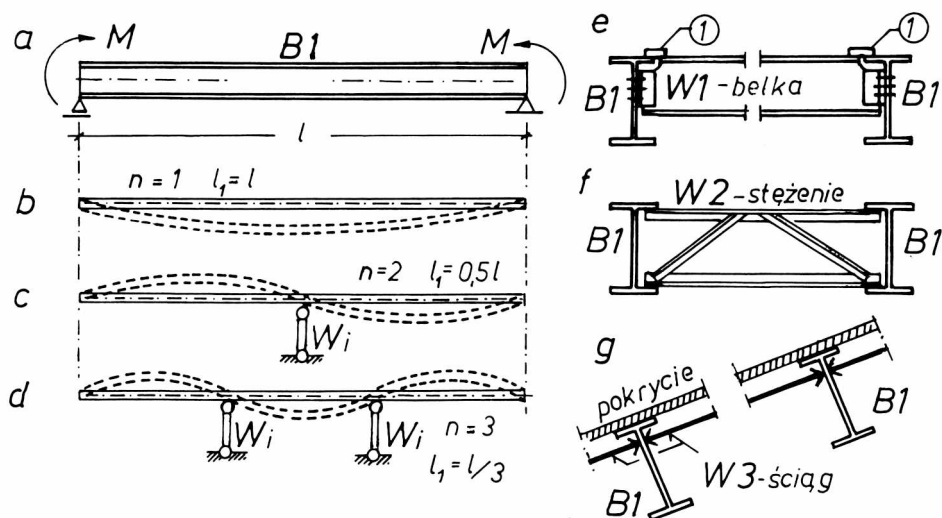
Na rysunku 2.10a pokazano oparcie belki na słupie, gdzie przekrój podporowy ma swobodę obrotu, na rysunku 2.10b zaś sztywne zamocowanie belki w słupie, gdzie obrót przekroju podporowego jest ograniczony, co znacznie zwiększa obciążenie krytyczne zwichrzenia belki.



Rys. 2.10. Przykłady przegubowego (a) i sztywnego (b) połączenia belki ze słupem



Rys. 2.11. Schematy skręcania zwichrzonej belki obciążonej: a — w pasie górnym, b — w pasie dolnym



Rys. 2.12. Przykłady konstrukcyjne punkтового zabezpieczenia belki przed zwichrzeniem

Na rysunku 2.11 przedstawiono wpływ miejsca przyłożenia obciążenia na giętno-skrętną nośność krytyczną (zwichrzenia) – przyłożenie obciążenia do dolnej części zginanej belki daje większe obciążenie krytyczne (rys. 2.11b).

Na rysunku 2.12 widoczny jest wpływ rozstawu więzi ograniczających obrót lub przemieszczenia poziome na postać wygięcia prętów zginanych, a więc na obciążenie krytyczne. Zagęszczenie rozstawu więzi (rys. 2.12 b, c, d) uniemożliwiających przemieszczanie się ustroju w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny działającego obciążenia zginającego (skraca się długości wyboczeniowe) zwiększa obciążenie krytyczne zwichrzenia. Przy odpowiednim rozstawie tych więzi zwichrzenie nie nastąpi. Rolę więzi W_i zabezpieczających przed zwichrzeniem mogą spełniać belki (rys. 2.12e), stężenia kratowe (rys. 2.12f), ściągi (rys. 2.12g). Należy zaznaczyć, że więzi W_i spełniają swoje zadanie konstrukcyjne, gdy skutecznie ograniczają przemieszczenia poprzeczne do płaszczyzny głównej zginania oraz skręcania belki (rys. 2.12e – zastosowano dodatkową blachę (poz. 1) łączącą belkę B1 z belką W1). Więzy W_i , nazywane tężnikami lub stężeniami, winny zabezpieczać zginaną belkę przed przemieszczaniem bocznym oraz obrotem.

W myśl normy [114] zarówno tężniki, jak i ich połączenia, zabezpieczające przed zwichrzeniem pas ściskany powinny przenosić siłę F_o nie mniejszą niż:

- $0,01$ siły podłużnej N_c w przekroju pasa ściskanego, czyli $F_o \geq 0,01 N_c$,
- $F_o \geq 0,05 A_c f_d$, przy czym A_c jest polem przekroju ściskanej strefy belki.

W myśl normy [114] belki można uważać za konstrukcyjnie zabezpieczone przed zwichrzeniem, gdy rozstaw l_1 (rys. 2.12 b, c, d) stężeń bocznych pasa ściskanego lub odległość między przekrojami zabezpieczonymi przed obrotem i przesunięciem bocznym spełnia warunek:

- dla dwuteowników walcowanych

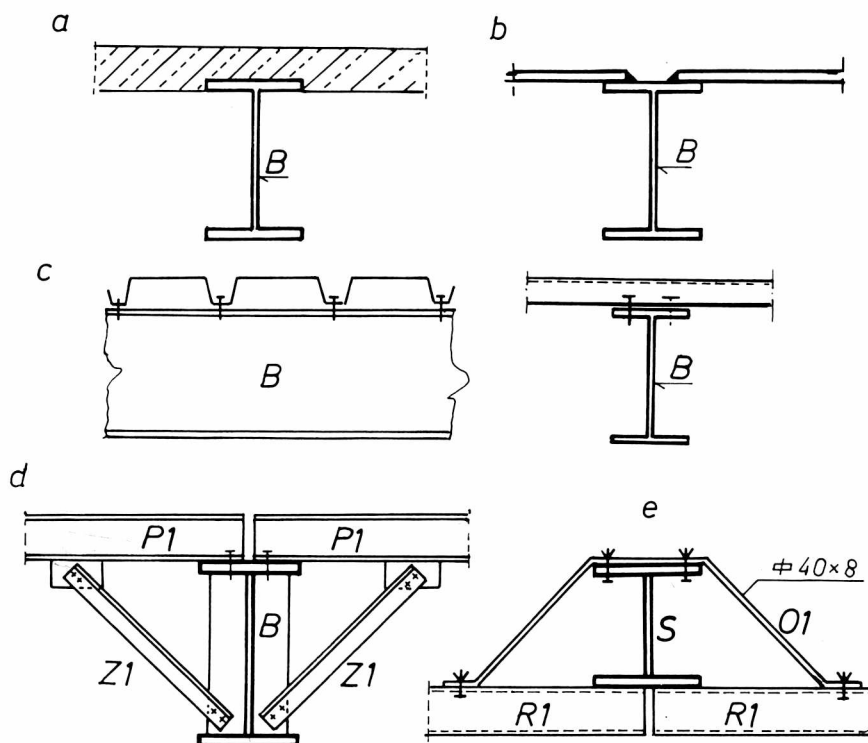
$$l_1 \leq \frac{35 i_y}{\beta} \sqrt{\frac{215}{f_d}}, \quad (2.31a)$$

- dla elementów rurowych i skrzynkowych

$$l_1 \leq 100 b_o \sqrt{\frac{215}{f_d}}, \quad (2.31b)$$

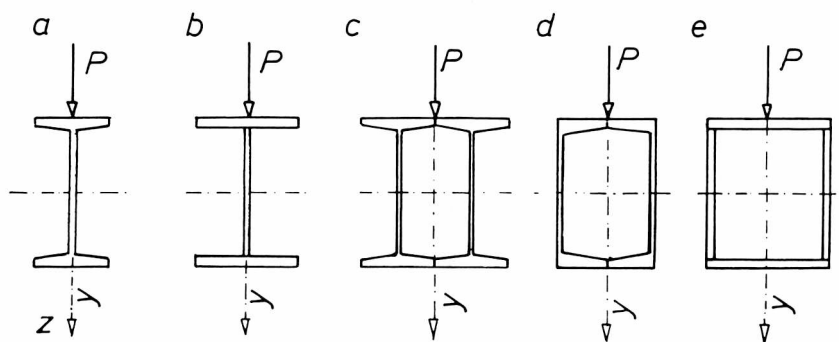
gdzie: i_y – promień bezwładności względem osi y , b_o – osiowy rozstaw środników, β – współczynnik zależny od kształtu wykresu momentu zginającego według tablicy 2.1 pozycja a) jak dla elementu o długości $l_o = l_1$.

Na rysunku 2.13 widzimy przykłady rozwiązań konstrukcyjnych zginanych belek zabezpieczonych przed zwichrzeniem: przez zespolenie strefy ściskanej belki z płytą żelbetową (rys. 2.13a), połączenie konstrukcyjne (minimum w co drugiej fałdzie) tarczy z blachy fałdowej z belką (rys. 2.13c), połączenie ze sztywną tarczą stalową (rys. 2.13b). Na rysunku 2.13d przedstawiono zabezpieczenie przed zwichrzeniem rygła ramy portalowej B, gdy ściskana jest strefa dolna w dźwigarze, za pomocą zastrzałów Z1, łączących pas dolny rygła B z płatwiami P1. Z kolei na rysunku 2.13e pokazano podobny sposób zabezpieczenia słupa S za pomocą opaski O1 z płaskownika, łączącego pas ściskany słupa z ryglami ściennymi R1.



Rys. 2.13. Przykłady konstrukcyjne ciągłego (a, b, c) i punktowego (d i e) zabezpieczenia przed zwichrzeniem

Na rysunku 2.14 pokazano przykłady przekrojów poprzecznych o różnej sztywności giętnej i giętno-skrętnej. Przekroje zamknięte (rys. 2.14 c, d, e) o dużej sztywności giętnej EJ_y , oraz skrętnej GJ_T charakteryzują się większą nośnością krytyczną zwichrzenia. Przekroje zamknięte, o małym współczynniku zniekształcania się profilu, są w zasadzie niewrażliwe na utratę płaskiej postaci zginania (giętno-skrętną utratę stateczności).



Rys. 2.14. Przykłady przekrojów poprzecznych o różnej sztywności giętno-skrętnej

Według normy [114] współczynnik zwichrzenia φ_L we wzorze (2.29) wyznaczamy jako funkcję smukłości względnej $\bar{\lambda}_L$. Norma [114] przewiduje dwie krzywe wyboczeniowe zwichrzenia $\varphi_L(\bar{\lambda}_L)$ w zależności od wpływu imperfekcji geometrycznych i technologicznych (wpływ naprężeń spawalniczych):

- według krzywej a_0 dla belek walcowanych oraz spawanych na liniach technologicznych (dla parametru imperfekcji $n = 2,5$),
- według krzywej a dla pozostałych przypadków (dla parametru imperfekcji $n = 2,0$).

Normowe funkcje wyboczeniowe omówiono w rozdziale 4, a dla zwichrzenia są one opisane następującymi wzorami:

$$\varphi_L = 1 \quad \text{dla} \quad \bar{\lambda}_L \leq \sim 0,15, \quad (2.32a)$$

$$\varphi_L = [1 + (\bar{\lambda}_L)^{2n}]^{-1/n} \quad \text{dla} \quad 0,15 < \bar{\lambda}_L < 3,0, \quad (2.32b)$$

gdzie n – parametr imperfekcji (patrz pkt 4.1.3).

Smukłość względną przy zwichrzeniu $\bar{\lambda}_L$ belek o bisymetrycznym przekroju dwuteowym, swobodnie podpartych w sposób widełkowy i obciążonych momentami na podporach, można obliczać [114] według wzoru przybliżonego

$$\bar{\lambda}_L = 0,045 \sqrt{\frac{l_1 h}{b_f t_f} \cdot \beta \cdot \frac{f_d}{215}}, \quad (2.33)$$

w którym: l_1 – odległość między punktami bocznego podparcia, h – wysokość przekroju belki, b_f , t_f – szerokość i grubość pasa, β – wg wzoru pozycja a) w tablicy 2.1.

Smukłość względną belki o dowolnych warunkach podparcia i dowolnym przekroju poprzecznym można obliczyć [114] według wzoru:

$$\bar{\lambda}_L = 1,15 \sqrt{\frac{M_R}{M_{cr}}}, \quad (2.34)$$

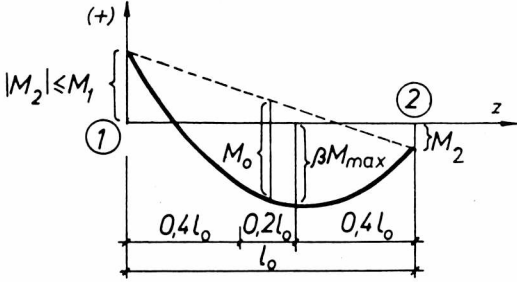
gdzie: M_R – nośność obliczeniowa przekroju belki zginanej jednokierunkowo, M_{cr} – moment krytyczny zwichrzenia.

Momenty krytyczne zwichrzenia według normy [114] oblicza się w zależności od warunków podparcia i obciążenia, stosując następujące wzory:

- belka jednoprzęsłowa o dowolnym przekroju poprzecznym podparta widełkowo (współczynniki długości wyboczeniowych $\mu_x = \mu_y = \mu_\omega = 1$) i zginana stałym momentem

$$M_{cr} = \pm b_y N_y + \sqrt{(b_y N_y)^2 + i_s^2 N_y N_z}, \quad (2.35)$$

Tablica 2.1. Współczynniki β według [114]

Warunki podparcia i sposób obciążenia pręta	Wartość $\beta M_{\max}$
	
a Pręt o węzłach wzajemnie poprzecznie nieprzesuwnych ($\mu \leq 1$), obciążony momentami w węzłach podporowych ($M_0 = 0$)	$\beta M_{\max} = 0,55 M_1 + 0,45 M_2$, lecz $\beta \geq 0,4$
b Pręt o węzłach wzajemnie poprzecznie przesuwnych ($\mu > 1$), jednostronnie lub dwustronnie utwierdzony	$\beta M_{\max} = M_1 + 0,15 M_2^{(1)}$, lecz $\beta \leq 1$
c Pręt podparty dwustronnie przegubowo ($\mu = 1$), obciążony poprzecznie między węzłami i ewentualnie momentami w węzłach podporowych	$\beta M_{\max} = \max M (0,4l_0 \leq z \leq 0,6l_0)^{(2)}$, lecz $\beta \geq 0,4$
d W pozostałych przypadkach, gdy nie przeprowadza się dokładnej analizy, należy przyjmować	$\beta M_{\max} = M_{\max}$

⁽¹⁾ Jeśli $M_{\max}$ występuje między węzłami podporowymi, a także dla wspornika należy przyjmować $\beta = 1$.

⁽²⁾ Wartość $\beta M_{\max}$ przyjmuje się równą największej bezwzględnej wartości momentu w środkowym przedziale pręta o długości $0,2l_0$.

— belka jednoprzęsłowa o przekroju bisymetrycznym podparta widełkowo i zginana stałym momentem

$$M_{cr} = i_s \sqrt{N_y N_z}, \quad (2.36)$$

— belka jednoprzęsłowa o dowolnym przekroju i dowolnych warunkach podparcia

$$M_{cr} = \pm A_o N_y + \sqrt{(A_o N_y)^2 + B^2 i_s^2 N_y N_z}, \quad (2.37)$$

— belka jednoprzęsłowa o przekroju dwuteowym usztywniona bocznym stężeniem podłużnym, wymuszającym położenie osi obrotu

$$M_{cr} = \frac{i_s^2 N_z + c_y^2 N_y}{C_1 (c_y - b_y) + C_2 (c_y - a_s)}, \quad (2.38)$$

gdzie:

i_s — biegunowy promień bezwładności względem środka ścinania, wg (4.39),

b_y — parametr zginania ($b_y \geq 0$); $b_y = y_s - 0,5r_x$,

a_s — różnica współrzędnych środka ścinania i punktu przyłożenia obciążenia;

$a_s = y_s - a_o$,

y_s — współrzędna środka ścinania ($y_s \geq 0$),

a_o — współrzędna punktu przyłożenia obciążenia względem środka ciężkości,

c_y — różnica współrzędnych środka ścinania i punktu przecięcia śladu płaszczyny stężenia z osią środka; $c_y = y_s - y_c$,

r_x — ramię asymetrii ($r_x \leq 0$), wg (4.35).

We wzorach (2.35) i (2.37) znak minus (–) przyjmuje się, gdy środek ścinania znajduje się w strefie rozciąganej przekroju, znak (+) w pozostałych przypadkach. We wzorach (2.35), (2.36), (2.37), (2.38) należy obliczać siły krytyczne wyboczenia giętnego N_y oraz siłę krytyczną wyboczenia skrętnego N_z ze wzorów (4.30) i (4.31) (patrz rozdz. 4) jako pręta bez stężenia. Ponadto: $A_o = A_1 b_y + A_2 a_s$; A_1, A_2, B, C_1, C_2 przyjmuje się z tabl. 2.2 [114].

Tablica 2.2. Współczynniki A_1, A_2, B, C_1, C_2 do wyznaczania momentu krytycznego zwichrzenia według [114]

Obciążenie belki (w płaszczyźnie symetrii YZ)	Warunki podparcia ⁽¹⁾				Współczynniki				
	w płaszczyźnie		μ_y	μ_ω	A_1	A_2	B	C_1	C_2
	YZ	XZ							
Moment stały ($\beta = 1$) lub zmienny liniowo ⁽²⁾	P	P	1	1	$\frac{1}{\beta}$	0	$\frac{1}{\beta}$	2	0
	P	P	1	0,5	$\frac{1,33}{\beta}$	0	$\frac{1,15}{\beta}$	–	–
	P	U	0,5	0,5	$\frac{1}{\beta}$	0	$\frac{1}{\beta}$	2	0
Obciążenie równomiernie rozłożone	P	P	1	1	0,61	0,53	1,14	0,93	0,81
	P	P	1	0,5	1,23	0,52	1,31	–	–
	P	U	0,5	0,5	0,68	0,29	0,97	1,43	0,61
	U	U	0,5	0,5	0,27	1,61	1,88	0,15	0,91
Siła skupiona w środku rozpiętości	P	P	1	1	0,55	0,76	1,37	0,60	0,81
	P	P	1	0,5	1,07	0,87	1,46	–	–
	P	U	0,5	0,5	0,62	0,50	1,12	1	0,81
	U	U	0,5	0,5	0	1,23	1,23	0	1,62

⁽¹⁾ P — podparcie obustronnie przegubowe (swobodne); U — obustronne utwierdzenie; μ_y, μ_ω — współczynnik długości wyboczeniowej w płaszczyźnie XZ i przy skręcaniu.

⁽²⁾ Współczynnik β należy przyjmować wg tablicy 2.1 — poz. a.

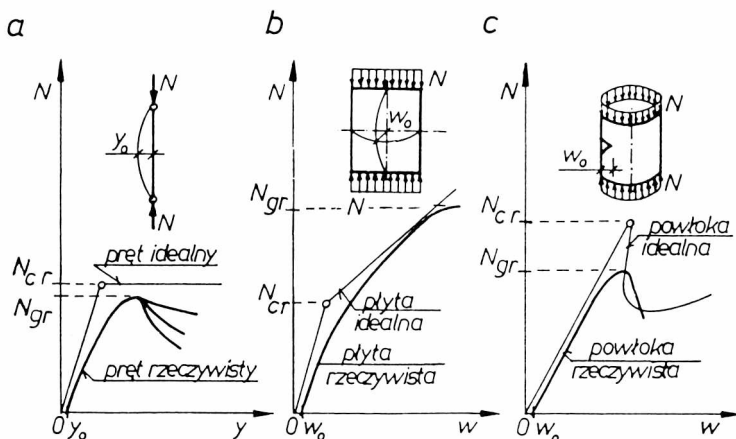
Dla belek wspornikowych o przekroju bisymetrycznym przyjmuje się $\mu_y = \mu_\omega = 2$; $A_1 = 0$, a ponadto:

- przy zginaniu stałym momentem: $A_2 = 0$; $B = 1$,
- przy obciążeniu równomiernie rozłożonym: $A_2 = 3,40$; $B = 4,10$,
- przy sile skupionej na końcu wspornika: $A_2 = 1,10$; $B = 2,56$.

Podane w normie [114] wzory na obliczanie momentów krytycznych z warunku utraty płaskiej postaci zginania nie wyczerpują wszystkich sytuacji projektowych (w zasadzie dotyczą belek jednoprzęsłowych i wsporników). Dla przypadków nie omówionych w normie [114] należy wyznaczyć M_{cr} według klasycznej teorii stateczności [96], [97], [101]. Szersze omówienie zagadnień stateczności przestrzennej stężonych podłużnie i poprzecznie pełnościennych elementów o monosymetrycznych przekrojach otwartych podał Gosowski w [38].

2.7. Nośność graniczna zginanych przekrojów cienkościennych (klasy 4)

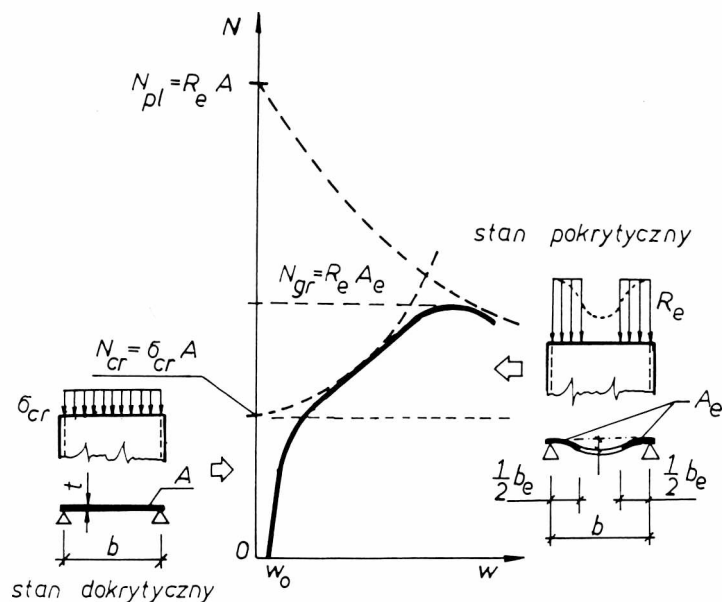
Pełnościennie przekroje klasy 4 są konstrukcjami o elementach (częściach składowych przekroju) wrażliwych na miejscową utratę stateczności. Podstawą klasyfikacji przekrojów (krępe, cienkościennie) jest analiza smukłości ścianek (części składowych) profilu, którym przypisujemy modele ściskanych lub ścinanych pasm płytowych. Ocena nośności przekrojów o ściankach wrażliwych na wyboczenie lokalne wiąże się z analizą nośności krytycznej i pokrytycznej ściskanych płyt (jako modeli teoretycznych ściskanych części profilu).



Rys. 2.15. Ścieżki równowagi statycznej: a – pręta, b – płyty i c – powłoki

Na rysunku 2.15 zaprezentowano teoretyczne i rzeczywiste ścieżki równowagi statycznej: pręta, płyty i powłoki. Ścieżka równowagi statycznej płyty różni się zasadniczo po osiągnięciu obciążenia krytycznego od ścieżek równowagi statycznej pręta i powłoki (płyta ma zapasy nośności pokrytycznej).

Na rysunku 2.15b pokazano ścieżki równowagi statycznej płyty idealnej – linia cienka oraz płyty rzeczywistej – linia gruba. Podobnie jak dla pręta, przyjmując eulerowski model płyty idealnej, obciążonej osiowo w swej płaszczyźnie środkowej możemy oszacować ściskające (ścinające) obciążenie krytyczne N_{cr} . Płaskie, cienkie ścianki stalowych ściskanych elementów konstrukcyjnych, o przekroju klasy 4, mogą stracić stateczność przy naprężeniach ściskających mniejszych od wytrzymałości obliczeniowej stali f_d , a przy obciążeniu naprężeniami ścinającymi mniejszymi od wytrzymałości obliczeniowej przy ścinaniu $f_d/\sqrt{3}$. Na podstawie licznych badań teoretycznych i eksperymentalnych wykazano, że osiągnięcie naprężeń krytycznych w płycie usztywnionej wzdłuż krawędzi nie wyczerpuje jej nośności, a zapasy nośności nadkrytycznej są znaczne. W przeciwieństwie do prętów nośność nadkrytyczna (nazywana również pokrytyczną) płyt jest większa od nośności krytycznej. Wykorzystanie zakresu nośności płyty w fazie dokrytycznej (traktowanej jako wyężenie sprężyste) jest zazwyczaj niewielkie, a lokalna utrata stateczności (wybrzuszenie) nie prowadzi do powstania mechanizmu zniszczenia konstrukcji. Dlatego też wykorzystuje się zdolność płyt do przenoszenia znacznych obciążeń w zakresie pozakrytycznym. Nadkrytyczny stan wyężenia charakteryzuje się krzywoliniowym rozkładem naprężeń na szerokości pasm płytowych (modele ścianek profilu pręta), a wyczerpanie nośności pręta (zniszczenie) następuje, gdy uplastycznieniu ulegną krawędzie podtrzymujące lokalnie wybozoną płytę. Z takim modelem wyężenia płyty związana jest koncepcja tzw. szerokości efektywnych (współpracujących) ściskanych pólek, stanowiąca podstawę teorii nośności nadkrytycznej. Zakłada ona możliwość istnienia innej jakościowo nadkrytycznej postaci równowagi płyty, która realizuje się w warunkach skończonych ugięć.

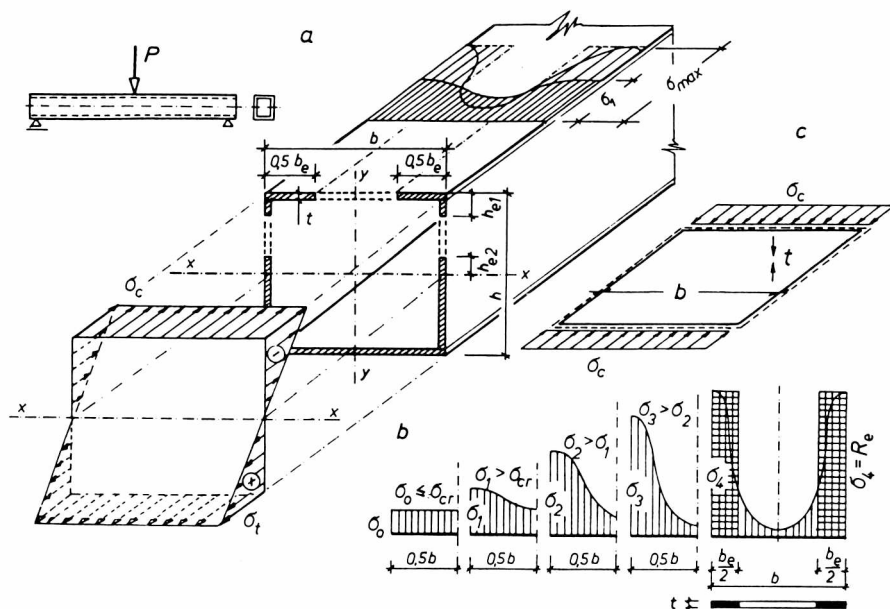


Rys. 2.16. Ścieżka równowagi statycznej płyty

Ścieżkę równowagi statycznej rzeczywistych, podpartych obustronnie płyt ściskanych przedstawiono na rysunku 2.16. Wskutek nieuniknionych imperfekcji geometrycznych w rzeczywistości ścieżka równowagi statycznej stalowego elementu (środnika, półki) odbiega oczywiście od modelu płyty eulerowskiej, jakkolwiek przyrost ugięć w stanie nadkrytycznym pozostaje praktycznie niedostrzegalny. Osiągnięcie przez płytę nośności krytycznej nie oznacza jednak wyczerpania jej nośności. Następuje bowiem przejście ścianki w stan nadkrytyczny, czego symptomem jest łatwo dostrzegalny przyrost ugięć oraz towarzysząca mu redystrybucja naprężeń w przekrojach pręta. Wyczerpanie się nośności jest skutkiem sprężysto-plastycznej niestateczności lokalnego, zgięciowego mechanizmu zniszczenia, który towarzyszy zmianie stanu równowagi.

Rekapitulując analizę wyteżenia ściskanych pasm płytowych podpartych obustronnie, należy podkreślić, iż mają one znaczne zapasy nośności w fazie po wystąpieniu wyboczenia lokalnego $N_{gr} > N_{cr}$ oraz że wstępne imperfekcje geometryczne nie mają tak zasadniczego wpływu na obciążenie graniczne N_{gr} jak w przypadku ściskanych prętów. Nadkrytyczną nośność ściskanych ścianek wykorzystuje się w szacowaniu nośności prętów cienkościennych, a wyteżenie pokrytyczne dopuszczają współcześnie obowiązujące normy projektowania cienkościennych konstrukcji stalowych.

W pasmach płytowych podpartych jednostronnie (np. w półkach kątowników, pasach dwuteowników) osiągnięciu stanu krytycznego towarzyszą duże przemieszczenia nie podpartych krawędzi płyt, a wzrost nośności pokrytycznej jest zdecydowanie mniejszy niż dla ścianek podpartych obustronnie. Dlatego też dla ściskanych kształtowników, w których występują wyłącznie ścianki podparte jednostronnie (np. kątowniki, przekroje krzyżowe), stan graniczny nośności profilu wyznacza obciążenie krytyczne ścianki.



Rys. 2.17. Rozkłady naprężeń (b) w kolejnych fazach wyteżenia ściskanej półki górnej zginanego przekroju skrzynkowego (a); c — schemat statyczny półki

Oszacowanie nośności ścianki (płyty) wyobczonej opiera się na koncepcji szerokości współpracującej przekroju, to jest przyjęciu efektywnego, zastępczego (współpracującego) przekroju, w którym występują naprężenia ekstremalne. Na rysunku 2.17 pokazano rozkłady naprężeń tarczowych (uśrednionych po grubości) w kolejnych fazach wyężenia ściskanej półki górnej w zginanym przekroju skrzynkowym. Uwzględnienie w obliczeniach technicznych krzywoliniowych rozkładów naprężeń (rys. 2.17) byłoby kłopotliwe, dlatego zastąpiono szerokość ściskanej płyty (ścianki) b odpowiednio dobraną szerokością efektywną b_e (współpracującą, zastępczą), tak aby zachowany był warunek równowagi

$$b_e t \sigma_{\max} = \int_A \sigma dA, \quad (2.39)$$

gdzie: $\sigma_{\max}$ — ekstremalne naprężenia krawędziowe, $\sigma = \sigma(x)$ — naprężenia rzeczywiste w ściskanej ścianie, dA — elementarne pole przekroju ścianki, t — grubość ściskanej ścianki.

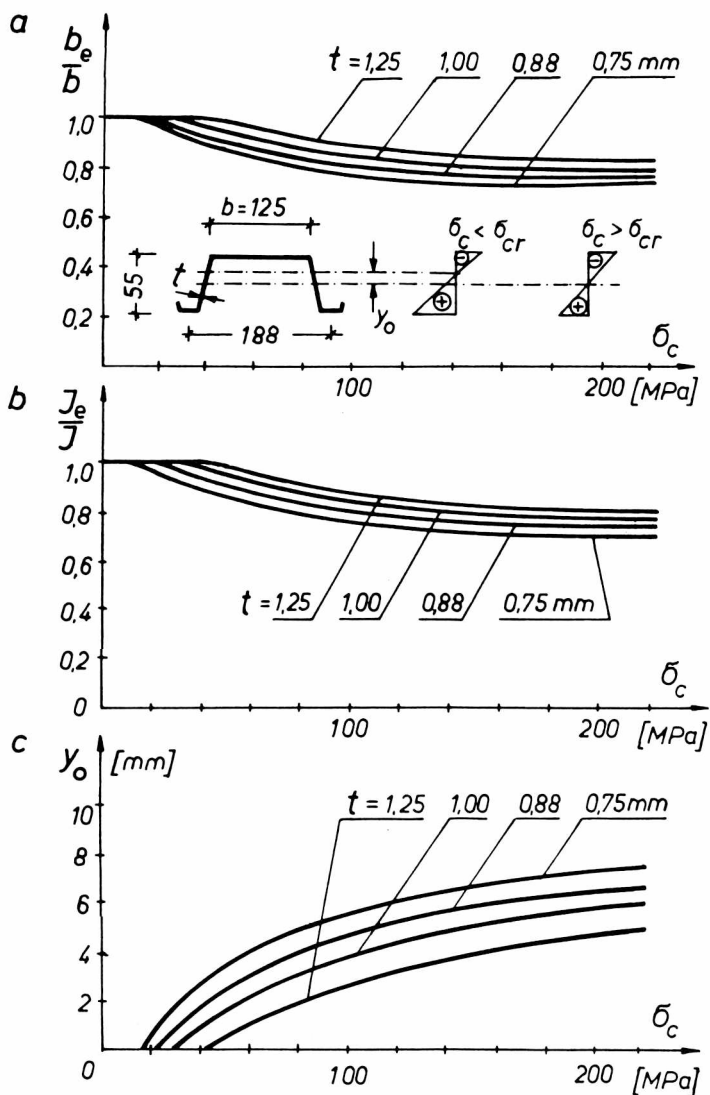
Zredukowane szerokości efektywne b_{ei} przyjmuje się jako części przekroju przyległe do krawędzi podtrzymujących ściskane części ścianek profilu (patrz tabl. 4.2 i 4.3).

Na podstawie wyników obszernych badań doświadczalnych stwierdzono, że szerokość efektywna ściskanych płyt jest malejącą funkcją wyężenia oraz smukłości ściskanej ścianki

$$b_e = b_e \left(\sigma_{\max}, \frac{b}{t} \right). \quad (2.40)$$

Na rysunku 2.18 przedstawiono studium parametrów geometrycznych zginanego, cienkościennego przekroju kapeluszonego o smukłościach ścianek $\lambda_1 = 90$ ($t_1 = 1,25$ mm); $\lambda_2 = 113$ ($t_2 = 1,00$ mm); $\lambda_3 = 127$ ($t_3 = 0,88$ mm) i $\lambda_4 = 149$ ($t_4 = 0,75$ mm). Na rysunku 2.18a pokazano stosunek b_e/b szerokości efektywnej do szerokości nominalnej (dla $\sigma_c = 0$) w funkcji naprężeń ściskających σ_c w półce szerszej (górnej) zginanej blachy fałdowej T 55 $\times$ 188, na rysunku 2.18b zaś stosunek J_e/J momentu bezwładności efektywnego do momentu bezwładności przekroju brutto (dla $\sigma_c = 0$) w funkcji naprężeń ściskających σ_c w półce szerszej (górnej) analizowanego zginanego przekroju cienkościennego. Na rysunku 2.18c natomiast pokazano zmianę położenia osi obojętnej y_o względem położenia dla przekroju brutto (dla $\sigma_c = 0$) w funkcji naprężeń ściskających σ_c w półce szerszej badanego przekroju zginanego.

Szerokość efektywna ściskanych ścianek profilu b_e jest malejącą funkcją naprężeń ściskających σ_c , co prowadzi do zmniejszenia przekroju $A \rightarrow A_e$, zmniejszenia sztywności giętej $EJ \rightarrow EJ_e$, zmniejszenia wskaźnika zginania $W \rightarrow W_e$ oraz zmiany położenia osi obojętnej. Stąd też ścieżki równowagi statycznej zginanych prętów cienkościennych są funkcjami nieliniowymi, gdyż przy wzrastającym obciążeniu tracą sztywność giętą i podłużną (model analizy wg zanikającej sztywności — krzywa 7 na rys. 1.14).



Rys. 2.18. Wykresy b_e/b , J_e/J , y_0 w funkcji naprężeń ściskających σ_c w półce szerszej cienkościennego przekroju kapeluszowego

Na rysunku 2.19 pokazano ścieżki równowagi statycznej prętów zginanych o przekrojach krępych (np. dwuteowniki walcowane) oraz o przekroju cienkościennym (M_{el} — moment sprężysty). Ścieżka równowagi statycznej zginanych prętów krępych, zbudowanych z materiałów sprężysto-plastycznych, ma liniową fazę sprężystą OC oraz sprężysto-plastyczną fazę wyężenia CD. Nośność plastyczna zginanych przekrojów krępych jest większa od nośności sprężystej. W stanie granicznym w zginanym przekroju krępych (patrz rozdz. 3) powstaje przegub plastyczny, charakteryzujący się zdolnością przenoszenia obciążeń zewnętrznych (przegub „czynny”).

Tablica 2.3. Współczynniki niestateczności miejscowej
dla stanów krytycznych φ_p i nadkrytycznych φ_{pe}
ścianek prętów według [114]

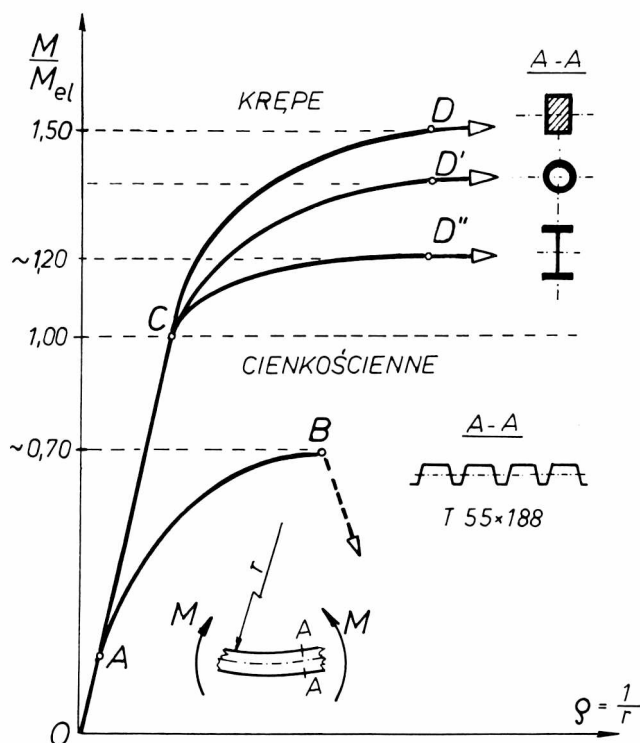
Smukłość względna	Współczynniki niestateczności miejscowej*	
$\bar{\lambda}_p$	φ_p	$\varphi_{pe} (\sigma_c = f_d)$
$\leq 0,75$	1	1
0,80	0,956	0,956
0,85	0,911	0,911
0,90	0,870	0,870
0,95	0,834	0,834
1,00	0,800	0,800
1,05	0,740	0,769
1,10	0,687	0,741
1,15	0,640	0,715
1,20	0,598	0,691
1,25	0,560	0,669
1,30	0,526	0,649
1,35	0,495	0,629
1,40	0,467	0,611
1,45	0,441	0,594
1,50	0,418	0,578
1,55	0,397	0,563
1,60	0,377	0,549
1,65	0,359	0,536
1,70	0,342	0,523
1,75	0,327	0,511
1,80	0,312	0,500
1,85	0,299	0,489
1,90	0,286	0,479
1,95	0,275	0,469
2,00	0,264	0,459
2,05	0,254	0,450
2,10	0,244	0,442
2,15	0,235	0,434
2,20	0,227	0,426
2,25	0,219	0,418
2,30	0,211	0,411
2,35	0,204	0,404
2,40	0,197	0,397
2,45	0,191	0,391
2,50	0,185	0,384
2,55	0,179	0,378
2,60	0,173	0,372
2,65	0,168	0,367
2,70	0,163	0,361
2,75	0,159	0,356
2,80	0,154	0,351
2,85	0,150	0,346
2,90	0,146	0,341
2,95	0,142	0,337
3,00	0,138	0,332

* Równania krzywych:

$$\varphi_p = 0,8(\bar{\lambda}_p)^{-0,8} \quad \text{dla } 0,75 \leq \bar{\lambda}_p \leq 1$$

$$\varphi_p = 0,8(\bar{\lambda}_p)^{-1,6} \quad \text{dla } 1 \leq \bar{\lambda}_p \leq 3$$

$$\varphi_{pe} = 0,8(\bar{\lambda}_p)^{-0,8} \quad \text{dla } 0,75 \leq \bar{\lambda}_p \leq 3$$



Rys. 2.19. Ścieżki równowagi statycznej zginanych prętów o przekrojach krępych i cienkościennych

W ścieżce równowagi statycznej zginanych prętów o przekroju cienkościennym możemy wyróżnić liniową fazę sprężystą OA , gdy nie występuje lokalne wyboczenie ścianek ściskanych profili (prosta ta pokrywa się ze ścieżką równowagi statycznej prętów o przekrojach krępych), fazy nieliniowo sprężystej AB (po wystąpieniu wyboczenia lokalnego półki lub środka ściskanego) i fazy zniszczenia charakteryzującej się spadkiem nośności. Nagłej zmianie stanu równowagi (gdy zniszczeniu ulegają krawędzie podtrzymujące wyboczone ścianki) towarzyszy powstanie specyficznego przegubu w postaci załomu plastycznego i spadek nośności (powstaje przegub „bierny”).

W myśl normy [114] szerokość współpracującą ścianki b_e w stanie krytycznym (2.41) i nadkrytycznym (2.42) należy obliczyć ze wzorów:

$$b_e = \varphi_p b, \quad (2.41)$$

$$b_e = \varphi_{pe} b. \quad (2.42)$$

Współczynniki niestateczności w stanach krytycznym φ_p i nadkrytycznym φ_{pe} należy przyjmować z tablicy 2.3 [114] na podstawie uprzednio wyznaczonej smukłości względnej ścianki $\bar{\lambda}_p$ według (2.57), z wyjątkiem kształtowników skrzynkowych i rurowych obciążonych naprężeniami spawalniczymi, dla których obowiązują zależności:

– dla stanu krytycznego

$$\varphi_p = 1 \quad \text{dla} \quad \bar{\lambda}_p \leq \bar{\lambda}_{po} = 0,75 - 0,25v, \quad (2.43a)$$

$$\varphi_p = 1,6 - 0,3v - \bar{\lambda}_p(0,8 - 0,2v) \quad \text{dla} \quad \bar{\lambda}_{po} < \bar{\lambda}_p \leq 1,35, \quad (2.43b)$$

$$\varphi_p - \text{wg tabl. 2.3} \quad \text{dla} \quad \bar{\lambda}_p > 1,35; \quad (2.43c)$$

– dla stanu nadkrytycznego

$$\varphi_{pe} = 1 \quad \text{dla} \quad \bar{\lambda}_p \leq \bar{\lambda}_{po} = 0,75 - 0,25v, \quad (2.43d)$$

$$\varphi_{pe} = 1,6 - 0,4v - \bar{\lambda}_p(0,8 - 0,4v) \quad \text{dla} \quad \bar{\lambda}_{po} < \bar{\lambda}_p \leq 1, \quad (2.43e)$$

$$\varphi_{pe} - \text{wg tabl. 2.3} \quad \text{dla} \quad \bar{\lambda}_p > 1. \quad (2.43f)$$

We wzorze na smukłość względną ścianki $\bar{\lambda}_p$ występuje współczynnik K , którego wartość wyznacza się z tabl. 2.4.

Tablica 2.4. Współczynnik K do wzoru (2.57) według [114]

Schemat podparcia i obciążenia ścianki	Zakres ważności	Współczynnik K
$b_{e1} = (0,3 + 0,2v)b_e$ $b_{e2} = b_e - b_{e1}$ $a = \beta b$	$\beta \geq 1$ $0 \leq v \leq 1$	$K_2 = 0,4 + 0,6v$
	$v \leq 0$	$K_2 = 0,4/(1-v)$
	$\beta < 1$ $0,5 \leq v \leq 1$	$K'_2 = \frac{2K_2}{\beta + \frac{1}{\beta}}$
$a = \beta b$	$\beta \geq 1,6$ $0 \leq v \leq 1$	$K_1 = 2,2 + 0,8v$
$a = \beta b$	$\beta \geq 1$	$K_v = 0,65 \sqrt{2 - \frac{1}{\beta}} \leq 0,8$
	$\beta < 1$	$K_v = 0,65 \beta \sqrt{2 - \beta}$

W tablicy 2.4 [114] oraz wzorach (2.43) v oznacza stosunek naprężeń średnich do największych naprężeń ściskających w rozpatrywanej półce. W tablicy 2.4 podano współczynniki K dla dwóch schematów podparcia ścianek (płyt) ściskanych: wzdłuż czterech krawędzi (np. środek przekroju dwuteowego) oraz wzdłuż trzech krawędzi (np. pas przekroju dwuteowego), a także dla ścinanej płyty (np. środek dwuteownika).

Jeśli największe naprężenia ściskające σ_c w przekroju współpracującym są ograniczone do wartości mniejszej niż f_d (stan nadkrytyczny ograniczony według [114]), to można zamiast φ_{pe} przyjmować

$$\varphi_{pe,o} = \frac{f_d}{\sigma_c} \left\{ \varphi_p + (\varphi_{pe} - \varphi_p) \frac{\sigma_c/f_d - \varphi_p}{1 - \varphi_p} \right\} \leq 1, \quad (2.44)$$

gdzie: φ_p i φ_{pe} – współczynniki niestateczności miejscowej według tabl. 2.3.

Przekrój współpracujący elementu w stanie nadkrytycznym ustala się określając wielkość i rozmieszczenie poszczególnych odcinków szerokości współpracującej b_e według (2.41) lub (2.42), jako odcinki przyległe do ściskanych krawędzi podtrzymujących ścianki profilu (patrz tabl. 2.4 – współpracujące szerokości półek zaczerpnięto, oraz tabl. 4.2 i tabl. 4.3). Dla tak zredukowanego przekroju oblicza się miarodajne cechy geometryczne przekroju, a w szczególności jego pole efektywnego przekroju poprzecznego $A_e < A$ oraz efektywny wskaźnik zginania $W_e < W$. Należy zauważyć, że efektywne charakterystyki geometryczne przekrojów A_e i W_e są mniejsze od charakterystyk przekrojów brutto A i W oraz że zmienia się położenie osi obojętnej. Jeśli środek ciężkości przekroju współpracującego (ustalony przy założeniu równomiernego ściskania) jest przesunięty względem położenia pierwotnego (patrz rys. 4.37) o wielkość y_o , to należy uwzględnić dodatkowy moment zginający od obciążeń osiowych $\Delta M = N y_o$. Zagadnienie to jest ważne przy ściskaniu elementów cienkościennych (patrz pkt 4.3).

Zmniejszenie sztywności podłużnej i giętej przekroju współpracującego określa w normie [114] współczynnik redukcji ψ nośności obliczeniowej przekroju, który ma następującą postać:

– w stanie krytycznym

$$\psi = \varphi_p, \quad (2.45)$$

– w stanie nadkrytycznym

$$\psi = \psi_e, \quad (2.46)$$

gdzie:

$$\psi_e = \frac{A_e}{A} \quad \text{lub} \quad \frac{W_{ec}}{W_c}, \quad (2.47)$$

A, A_e – nominalne i efektywne pole przekroju poprzecznego,

W_c, W_{ec} – wskaźnik wytrzymałości przekroju nominalnego i efektywnego przy zginaniu dla najbardziej oddalonej od osi obojętnej krawędzi ściskanej.

W stanie nadkrytycznym ograniczonym, tj. gdy naprężenia σ_c w przekroju współpracującym ścianki podpieranej (o największej smukłości $\bar{\lambda}_{p,max}$) są ograniczone do wartości wynikającej ze stanu krytycznego ścianki podpierającej ($\sigma_c = \varphi_p \cdot f_d$, gdzie φ_p dla $\bar{\lambda}_p < \bar{\lambda}_{p,max}$), współczynnik redukcji ψ wyznaczamy ze wzoru:

$$\psi = \varphi_p \cdot \psi_e. \quad (2.48)$$

Dla kształtowników, w których występują wyłącznie ścianki jednostronnie usztywnione (tj. dla kątowników, teowników i elementów krzyżowych), a także dla innych kształtowników narażonych na obciążenia wielokrotnie zmienne lub udarowe, norma [114] dopuszcza jedynie wyężenie w stanie krytycznym, a współczynnik redukcyjny nośności obliczeniowej należy wyznaczyć ze wzoru (2.45). Powyższe postanowienie normy [114] jest zrozumiałe w aspekcie analizy stateczności płyty o jednej krawędzi nie podpartej.

Nośność zginanego przekroju klasy 3 ($\psi = 1$) i klasy 4 (wrażliwego na utratę stateczności lokalnej; $\psi < 1$) wyznaczamy według [114] ze wzoru

$$M_R = \psi W_c f_d \quad (2.49)$$

lub, gdy $W_c > W_t = W$,

$$M_R = W f_d [1 + \psi (\alpha_p - 1)], \quad (2.50)$$

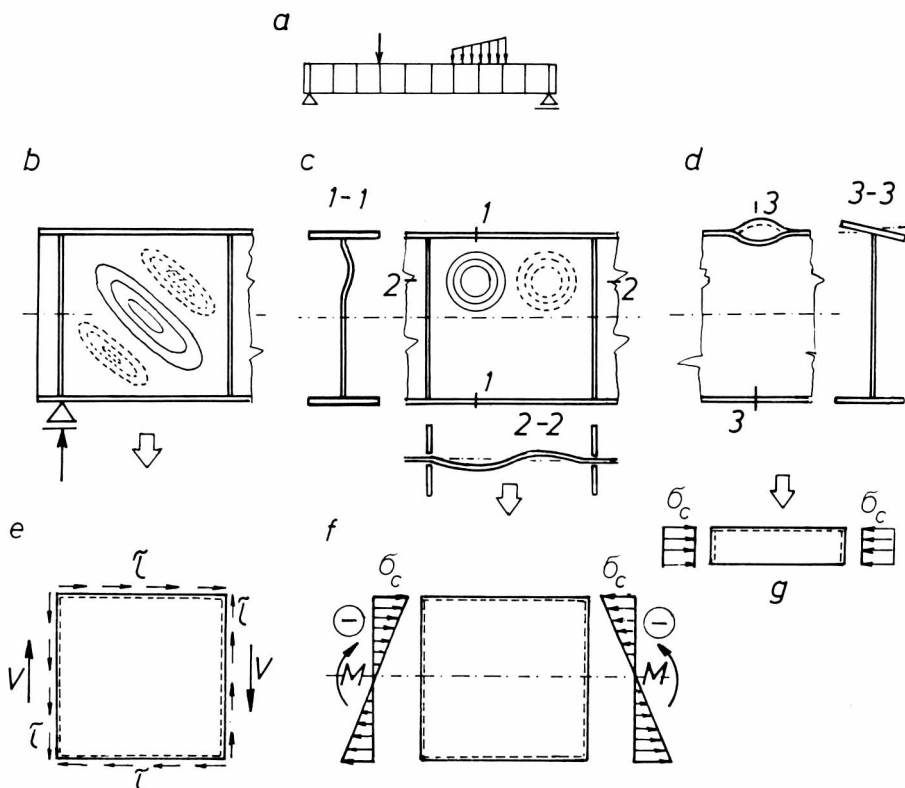
gdzie: W – wskaźnik wytrzymałości przekroju przy zginaniu sprężystym dla najbardziej oddalonej od osi obojętnej krawędzi ściskanej (W_c) lub rozciąganej (W_t), przy czym $W = \min(W_c, W_t)$, α_p – obliczeniowy współczynnik rezerwy plastycznej przekroju (patrz rozdz. 3).

2.8. Sprawdzenie utraty stateczności miejscowej przekroju cienkościennego (klasy 4)

Przy niedostatecznej sztywności (znacznych smukłościach b/t) ściskane lub ścinane ścianki przekroju mogą ulegać wyboczeniu lokalnemu. Schematy wybrzuszonych lokalnie przekrojów belek pokazano na rysunku 2.20.

Ścianki przekroju belki mogą ulegać wybrzuszeniu pod wpływem obciążenia momentem zginającym i siłą poprzeczną, a lokalna utrata stateczności dotyczy ściskanych (od zginania) pasów (rys. 2.20d), ściskanych (od zginania) środników (rys. 2.20c), a także ścinanych (od sił poprzecznych) środników belek (rys. 2.20b). W słupach zazwyczaj wszystkie ścianki profilu są ściskane i może w nich wystąpić lokalna utrata stateczności (lokalna niestateczność).

Dla ściskanych lub ścinanych ścianek przekroju przyjmujemy modele teoretyczne płyt z odpowiednimi warunkami podparcia i obciążenia (patrz rys. 2.20e, f, g). Dla zginanego środnika według [114, 118, 119, 121] przyjmujemy w uproszczeniu (w rzeczywistości występuje sprężyste zamocowanie środnika w pasach [89]) model płyty zamocowanej przegubowo w pasach oraz żebrach pionowych. Jeśli siły ściskające środnik (od zginania) osiągną wartości krytyczne, to spowodują jego wybrzuszenie. Środnik belki może również ulec wyboczeniu pod wpływem obciążenia przekroju siłami ścinającymi. Wtedy utrata stateczności ujawnia się w postaci ukośnych wybrzuszonych powierzchni (rys. 2.20b). Zgodnie z przyjętą w [114] klasyfikacją przekroji poprzecznych na utratę stateczności miejscowej narażone są przekroje klasy 4.



Rys. 2.20. Schematy utraty stateczności środników i pasów zginanej belki dwuteowej, b – g: patrz objaśnienia w tekście

W klasycznej teorii stateczności sprężystej, stanowiącej podstawę wytrzymałościowego sprawdzenia stateczności środników belek i słupów, przyjmuje się: model płyty idealnej, bifurkacyjny model zniszczenia oraz założenie, że w stanie dokrytycznym ($\sigma_i < \sigma_{cr}$, $\tau_i < \tau_{cr}$), w stanie trwałej równowagi dokrytycznej, płyta pozostaje płaska. Rozwiązania równań równowagi ściskanych lub ścinanych cienkich płyt sprężystych (o schematach pokazanych na rys. 2.20e, f, g) prowadzą do oszacowania obciążeń krytycznych, które w literaturze przedmiotu podawane są w następującej postaci

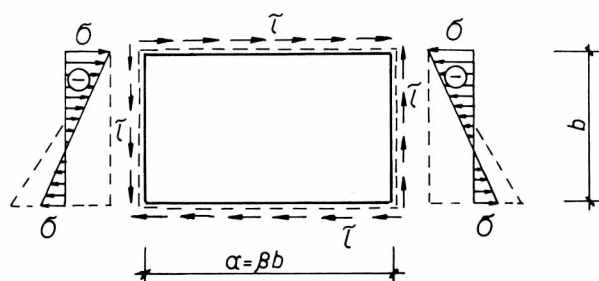
$$\sigma_{cr} = k_n \sigma_E, \quad (2.51)$$

$$\tau_{cr} = k_t \sigma_E, \quad (2.52)$$

gdzie

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 D}{b^2 t}, \quad (2.53)$$

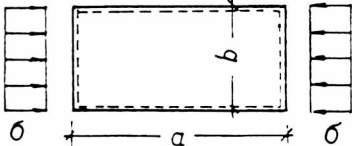
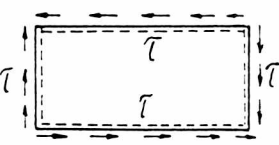
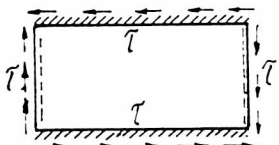
w których: σ_{cr} , τ_{cr} – krytyczne naprężenia ściskające, ścinające, k_n , k_t – współczynniki zależne od warunków podparcia, obciążenia i geometrii płyt, $D = Et^3/[12(1-\nu^2)]$ – sztywność płytowa, E – moduł Younga, t – grubość płyty, ν – współczynnik Poissona, b – szerokość pasma płyty (rys. 2.21).



Rys. 2.21. Schemat ściskanej i ścinanej płyty prostokątnej

We wzorach (2.51) i (2.52) współczynniki k_i odwzorowują wpływ warunków zamocowania na krawędziach płyt (schemat statyczny), proporcje geometryczne płyty (wymiary a i b) oraz schemat obciążenia.

Tablica 2.5. Współczynniki wyboczeniowe k_i dla płyt do wzorów (2.51) i (2.52)

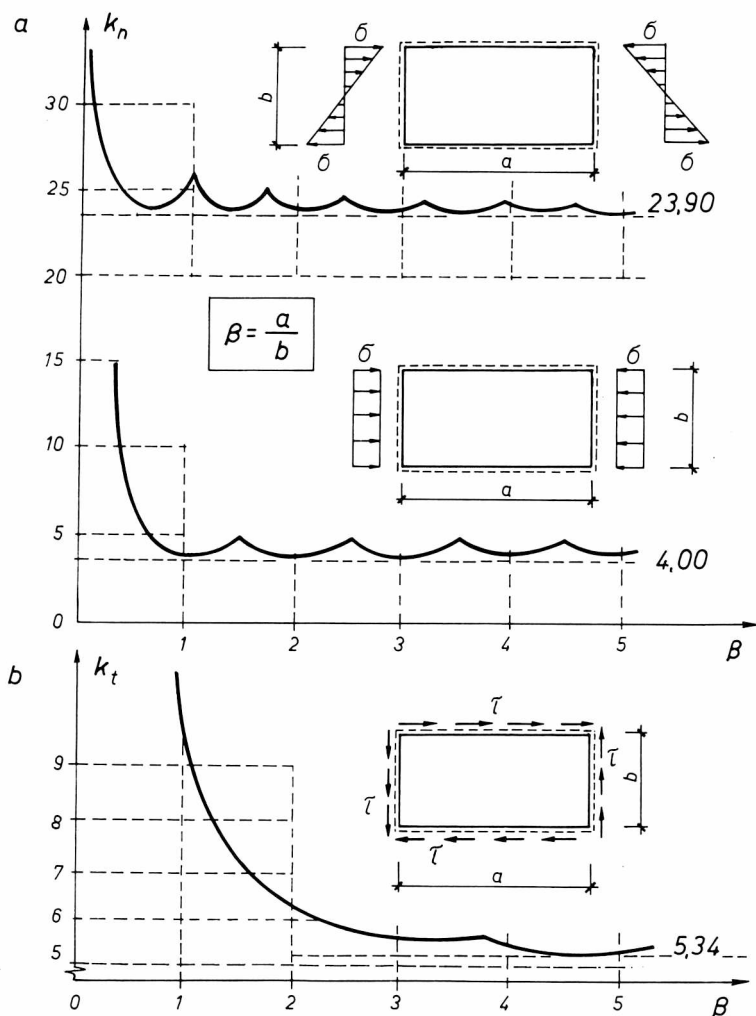
Lp.	Sposób podparcia i obciążenia płyty	Wartości współczynnika k_i
1		$k_{\min} = 4,0 \quad \text{dla } \frac{a}{b} > 1,0$ $k = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 \quad \text{dla } \frac{a}{b} \leq 1,0$
2		$k_{\min} = 6,97 \quad \text{dla } \frac{a}{b} > 0,668$
3		$k = 5,34 + 4\left(\frac{b}{a}\right)^2 \quad \text{dla } \frac{a}{b} \geq 1$ $k = 4 + 5,34\left(\frac{b}{a}\right)^2 \quad \text{dla } \frac{a}{b} \leq 1$ $k = 5,34 \quad \frac{a}{b} = \infty$
4		$k = 12,28; \quad \frac{a}{b} = 1$ $k = 6,70; \quad \frac{a}{b} = 2$ $k = 5,34; \quad \frac{a}{b} = \infty$

W tabelicy 2.5 zestawiono współczynniki k_i dla czterech schematów podparcia i obciążenia płyt.

Z analizy współczynników k_i zamieszczonych w tabelicy 2.5 wynika, że obciążenie krytyczne pasm wydłużonych dąży do stałych wielkości (w wypadku ściskanego pasma płytowego opartego przegubowo na wszystkich krawędziach $k_n = 4,00$, dla ścinanego pasma płytowego opartego przegubowo na wszystkich krawędziach zaś $k_t = 5,34$). Zagadnienie to zilustrowano na rysunku 2.22.

U podstaw sprawdzania stateczności środków w normie [114] stoją następujące przekształcenia wzorów (2.51), (2.52) i (2.53). Po podstawieniu $k_i = 4/K^2$ wzory (2.51) i (2.52) przybierają postać

$$\sigma_{cr} = 3,6E \left(\frac{t}{Kb} \right)^2. \quad (2.54)$$



Rys. 2.22. Wykresy współczynników k_i do wzorów (2.51) i (2.52) na eulerowskie obciążenie krytyczne płyt prostokątnych, a — ściskanych, b — ścinanych

Teoretyczny współczynnik niestateczności φ_E wyraża zależność

$$\varphi_E = \frac{\sigma_{cr}}{R_e} = \frac{1}{\lambda_{pE}^2}, \quad (2.55)$$

gdzie: R_e — granica plastyczności materiału, λ_{pE} — parametr nazywany względną smukłością płytową.

Względną smukłość ścianki λ_{pE} we wzorze (2.55) opisuje zależność

$$\lambda_{pE} = \frac{b}{t} K \sqrt{\frac{R_e}{3,6E}}. \quad (2.56)$$

Przyjętą w normie [114] ogólną definicję względnej smukłości płytowej ścianki $\bar{\lambda}_p$ uzyskano na podstawie zależności (2.55) podstawiając σ_{cr} , τ_{cr} według (2.51) i (2.52) i zastępując $2\sqrt{E/R_e}$ wielkością równoważną $56\sqrt{215/f_d}$. Parametr płytowej smukłości względnej ma według [114] następującą postać:

$$\bar{\lambda}_p = \frac{b}{t} \cdot \frac{K}{56} \sqrt{\frac{f_d}{215}}. \quad (2.57)$$

Współczynnik funkcyjny K we wzorze (2.57) podany w tablicy 2.4 (wg normy [114]) zdefiniowano zgodnie z zależnością

$$K_i \cong \frac{2}{\sqrt{k_i}}, \quad (2.58)$$

gdzie k_i — wielkość teoretyczna we wzorach (2.51) i (2.52) uzyskana przy założeniu przegubowego oparcia ścianek.

Należy zaznaczyć, iż sens fizyczny współczynnika K we wzorze (2.57) jest taki sam jak we wzorach (2.51) i (2.52), a więc opisuje on warunki zamocowania, schemat obciążenia i proporcje geometryczne płyty.

Procedura obliczeniowa sprawdzenia stateczności lokalnej przekroju zginanego klasy 4 w ujęciu normy [114] jest następująca:

Na podstawie wyznaczonej płytowej smukłości względnej (2.57) ściskanej lub ścinanej ścianki $\bar{\lambda}_p$ odczytujemy z tablicy 2.3 wartości współczynnika niestateczności φ_p — w stanie krytycznym nośności lub φ_{pe} — w stanie nadkrytycznym (p. pkt 2.7).

Podane w tablicy 2.3 współczynniki φ_p i φ_{pe} stanowią modyfikację w sensie zapisu analitycznego propozycji odnośnych formuł zalecanych w przepisach [120, 121], ustalonych na podstawie bogatego międzynarodowego dorobku badawczego. Wspomniane krzywe odbiegają od analogicznych krzywych teoretycznych, gdyż uwzględniają wpływ imperfekcji geometrycznych, materiałowych i technologicznych, jakie występują w rzeczywistych ściskanych ściankach prętów. Jako smukłość płytową (2.57) rozgraniczającą ścianki (a zarazem przekroje klasy 3 i 4) odporne od wrażliwych na lokalną utratę stateczności przyjęto $\bar{\lambda}_p = 0,75$. Badania doświadczalne oraz analizy stateczności ścianek w rurach prostokątnych oraz elementach o przekrojach skrzynkowych z naprężeniami spawalniczymi wykazały, iż współczynniki niestateczności podane w tablicy 2.3 są za wysokie. Stąd w normie [114] dla tych profili podano

odrębne zależności (2.43) do wyznaczania współczynników niestateczności, uzależnione od smukłości parametrycznej $\bar{\lambda}_{po} = 0,75 - 0,25v$ (gdzie v – stosunek naprężeń średnich do największych naprężeń ściskających w rozpatrywanej ściance).

Współczynniki funkcyjne K podane w tablicy 2.4 uzyskano przy założeniu przegubowego podparcia ścianek. W rzeczywistości występuje wzajemne sprężyste zamocowanie ścianek (np. pasa w środku), które zależy nie tylko od geometrii profili, ale i stanu wyężenia [89]. To bezpieczne, choć niekiedy zbyt konserwatywne założenie zostało podyktowane względami praktycznymi oraz faktem, że odkształcenia i naprężenia spawalnicze niweczą częściowo efekt wzajemnego sprężystego zamocowania ścianek.

Warunek stateczności ścianki w jednoosiowym stanie naprężenia jest określony w [114] następująco

$$\frac{\sigma_c}{\varphi_p f_d} \leq 1, \quad (2.59)$$

gdzie σ_c – największe naprężenie ściskające w rozpatrywanej ściance.

Nośność obliczeniowa przekroju klasy 4 przy ścinaniu siłą poprzeczną V jest określona w [114] wzorem

$$V_R = 0,58 \varphi_{pv} A_v f_d, \quad (2.60)$$

gdzie: φ_{pv} – współczynnik niestateczności przy ścinaniu, który wynosi:

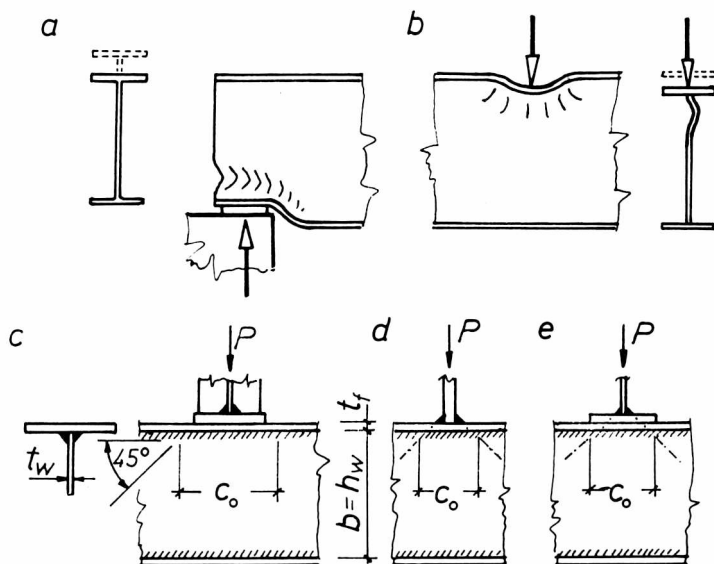
$$\varphi_{pv} = 1/\bar{\lambda}_p, \quad \text{lecz} \quad \varphi_{pv} \leq 1 \quad \text{dla} \quad \bar{\lambda}_p \leq 5, \quad (2.61)$$

w których: $\bar{\lambda}_p$ – wg (2.57) oraz tabl. 2.4, A_v – pole przekroju czynnego przy ścinaniu wg tabl. 1.4.

Według normy [114] przekroje klasy 4 powinny być uźebrowane poprzecznie, przy czym rozstaw żeber nie powinien być większy niż podwójna wysokość belki. Eurokod 3 [121] nie żąda bezwzględnego stosowania żeber poprzecznych, jeżeli wykorzystuje się tylko nośność dokrytyczną dźwigarów o przekrojach klasy 4.

Norma [114] ustosunkowuje się również do szacowania nośności przekroju pod działaniem (skoncentrowanych, dużych) obciążeń skupionych. Środniki belek (bez żeber usztywniających w strefie przekazywania sił skoncentrowanych) pod wpływem obciążeń skupionych mogą ulec: utracie miejscowej stateczności wskutek wyboczenia, uplastycznieniu (zgnieceniu) w strefie kontaktu z pasem lub wyboczeniu na większej części wysokości elementu. Zjawisko to może mieć miejsce w strefie podporowej lub w strefie przekazywania znacznych obciążeń skupionych w przęśle dźwigara. Charakter każdego wyężenia zależy od warunków konstrukcyjnych przekazywania obciążeń z pasa na środek belki, a strefa oddziaływania pionowego ściskania skupionego jest ograniczona. Omawiane zagadnienie zilustrowano na rysunku 2.23 a i b.

Przykłady pokazane na rys. 2.23 c, d i e należy ocenić jako niepoprawne konstrukcyjnie dla sytuacji przekazywania dużych obciążeń skoncentrowanych. W miejscach przekazywania znacznych obciążeń skupionych na belkę należy stosować żebra usztywniające środek, które nie tylko zabezpieczają go przed wyboczeniem, ale umożliwiają włączanie się przekazywanych obciążeń skoncentrowanych w sposób



Rys. 2.23. Modele utraty stateczności (a i b) oraz schematy konstrukcyjne (c, d, e) środników pod obciążeniem skupionym

ciągły (z najmniejszymi możliwymi zaburzeniami rozkładu naprężeń) w środniku i w całym przekroju. Ponadto żebra poprzeczne zapewniają sztywność konturu poprzecznego belki (spełniając w ten sposób podstawowe założenie teorii Własowa [99] dla prętów cienkościennych), a także zwiększają sztywność swobodnego skręcania (nawet o 50%).

Współczesne tendencje technologiczne (względy ekonomiczne) decydują, że coraz częściej rezygnuje się ze spawanych żeber usztywniających.

Nośność obliczeniową środnika (bez użebrowania), obciążonego siłą skupioną P , należy według [114] obliczać ze wzoru

$$P_{Rc} = k_c t_w^2 f_d, \quad (2.62)$$

w którym: t_w – grubość środnika, k_c – współczynnik, który należy obliczać następująco:

– gdy siła działa stacjonarnie (rys. 2.23 c, d, e)

$$k_c = \left(15 + 25 \frac{c_o}{h_w} \right) \sqrt{\frac{t_f}{t_w} \cdot \frac{215}{f_d}}, \quad \text{lecz} \quad k_c \leq \frac{c_o}{t_w}; \quad (2.63)$$

– gdy siła może zmieniać położenie wzdłuż osi podłużnej belki (rys. 2.24a), powinien być dodatkowo spełniony warunek

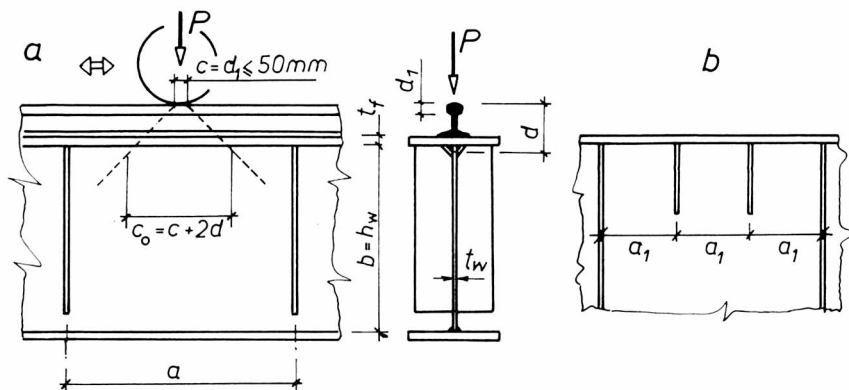
$$k_c \leq 20 \sqrt{\frac{215}{f_d}}, \quad (2.64)$$

przy czym w przypadku dodatkowego usztywnienia środnika żebrami krótkimi

(rys. 2.24b), o rozstawie $a_1 < 2c_o$ i długości równej $2/3$ szerokości strefy ściskanej, można przyjmować

$$k_c \leq \frac{c_o}{a_1} 40 \sqrt{\frac{215}{f_d}}. \quad (2.65)$$

Parametr geometryczny c_o (szerokość współdziałania) oznaczono na rysunku 2.23 c, d, e oraz na rysunku 2.24a.



Rys. 2.24. Schemat obciążenia belki podsunnicowej siłą skupioną od koła suwnicy, a–b: objaśnienia w tekście

Jeśli naprężenie ściskające σ_c w środku skierowane wzdłuż styku z pasem jest większe niż $0,5f_d$, należy przyjmować nośność obliczeniową zredukowaną

$$P_{Rc, red} = P_{Rc} \eta_c, \quad (2.66)$$

gdzie η_c – współczynnik redukcyjny, który dla $0,5f_d < \sigma_c \leq f_d$ wynosi

$$\eta_c = 1,25 - 0,5 \frac{\sigma_c}{f_d}. \quad (2.67)$$

W złożonym przypadku wyężenia (środkniki belek w złożonym stanie naprężenia) stateczność środkników obciążonych siłami wewnętrznymi N_w , M_w i P , a także środkniki klasy 4 pod obciążeniem skupionym sprawdza się według [114] ze wzoru

$$\left(\frac{N_w}{N_{Rw}} + \frac{M_w}{M_{Rw}} + \frac{P}{P_{Rc}} \right)^2 - 3\varphi_p \left(\frac{N_w}{N_{Rw}} + \frac{M_w}{M_{Rw}} \right) \frac{P}{P_{Rc}} + \left(\frac{V}{V_R} \right)^2 \leq 1, \quad (2.68)$$

w którym: N_{Rw} , M_{Rw} – nośność obliczeniowa środknika przy ściskaniu lub zginaniu; dla obciążeń statycznych i braku sił skupionych ($P = 0$) można przyjmować nośność w stanie nadkrytycznym, P_{Rc} – wg (2.62), V_R – wg (2.60), φ_p – współczynnik niestateczności ścianki.

Przy sprawdzaniu stateczności środkników z żebrami krótkimi (rys. 2.24b) nie uwzględnia się żeber krótkich, a we wzorze (2.68) należy przyjąć $P = 0$.

2.9. Sprawdzenie nośności elementów zginanych

W dotychczasowych rozważaniach (z wyjątkiem problemu zwiczenia) zajmowaliśmy się jedynie nośnością sprężystą przekrojów poprzecznych elementów zginanych.

Sprawdzenie nośności zginanych elementów w ujęciu normy [114] sprowadza się do kontroli stanu wyężenia przekroju, przez porównanie sił wewnętrznych, które mogą powstać od obciążeń zewnętrznych z nośnością elementu. Sprawdzenie bezpieczeństwa z warunku wytrzymałości elementu sprowadza się do wyznaczania stopnia wykorzystania nośności przekroju.

Nośność (stateczność, z uwzględnieniem zwiczenia) jednokierunkowo zginanych elementów należy według [114] sprawdzać ze wzoru

$$\frac{M}{\varphi_L M_R} \leq 1, \quad (2.69)$$

gdzie φ_L – współczynnik zwiczenia według zasad omówionych w punkcie 2.6.

Nośność obliczeniową przekroju M_R we wzorze (2.69) w sprężystym zakresie wyężenia materiału:

- dla przekrojów spełniających warunki klasy 3 (a więc i dla przekrojów klasy 1 oraz 2) wyznaczamy ze wzoru (2.2),
- dla przekrojów klasy 4 obliczamy ze wzorów (2.49) oraz (2.50).

Nośność obliczeniową M_R przekroju klasy 1 i 2, we wzorze (2.69), w sprężysto-plastycznym zakresie wyężenia materiału [114] (zagadnienie omówione w rozdziale 3) wyznaczamy ze wzoru (3.6).

Nośność elementów dwukierunkowo zginanych lub zginanych i rozciąganych należy sprawdzać według [114] ze wzoru

$$\frac{N}{N_{Rt}} + \frac{M_x}{\varphi_L M_{Rx}} + \frac{M_y}{M_{Ry}} \leq 1, \quad (2.70)$$

w którym: N_{Rt} – nośność obliczeniowa przekroju rozciąganego, według (2.10), M_R , φ_L – jak we wzorze (2.69).

Ponadto dodatkowo należy sprawdzić nośność przekroju, w którym występuje siła poprzeczna według wzorów:

$$\frac{N}{N_{Rt}} + \frac{M_x}{M_{Rx,V}} + \frac{M_y}{M_{Ry,V}} \leq 1, \quad (2.71)$$

$$V \leq V_{R,N} = V_R \sqrt{1 - (N/N_{Rt})^2}. \quad (2.72)$$

We wzorze (2.71) $M_{Ri,V}$ jest nośnością przekroju zginanego z uwzględnieniem ścinania, we wzorze (2.72) zaś $V_{R,N}$ jest zredukowaną nośnością przekroju poprzecznego (na ścinanie), z uwagi na działanie siły osiowej N (patrz pkt 2.4).

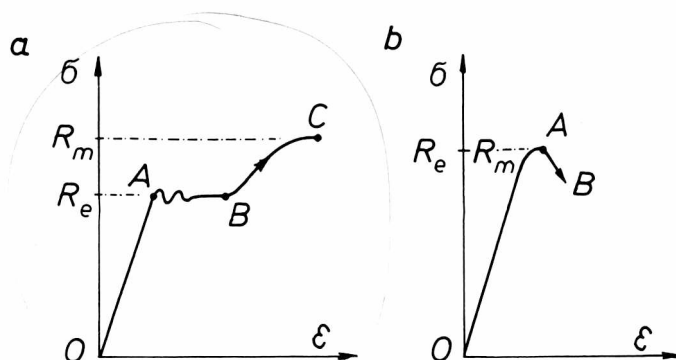
Nośność przekroju rozciąganego N_{Rt} wyznacza się według [114] ze wzoru (2.10). We wzorze (2.10) A jest polem przekroju poprzecznego elementu zginanego i rozciąganego. Dla przekrojów osłabionych otworami należy przyjmować we wzorze (2.10) sprowadzone pole przekroju poprzecznego A_ψ ze wzoru (2.13).

3. Nośność plastyczna elementów zginanych

3.1. Założenia wyjściowe wykorzystania rezerwy plastycznej elementów zginanych

Zginane dźwigary o przekroju klasy 1 i 2, z powszechnie stosowanych gatunków stali, mają rezerwy nośności w obszarze pozasprężystym. Projektowanie elementów zginanych konstrukcji z uwzględnieniem zapasów nośności plastycznej daje znaczne oszczędności materiałów.

Wykorzystanie rezerwy plastycznej stalowych elementów zginanych jest uzależnione od spełnienia wielu warunków. Zasadniczymi ograniczeniami w stosowaniu teorii plastyczności w projektowaniu konstrukcji stalowych są wymagania stawiane cechom plastycznym materiału. Otóż żąda się, aby zastosowany materiał miał wyraźny, odpowiednio długi, tzw. przystanek plastyczny.

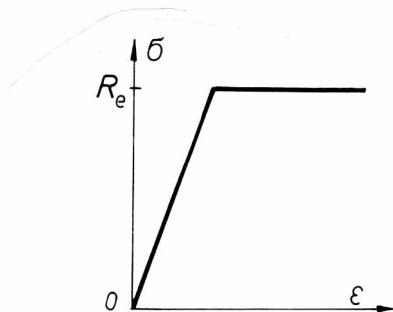


Rys. 3.1. Ścieżki równowagi statycznej próbek materiału sprężysto-plastycznego (a) i sprężysto-krucho (b)

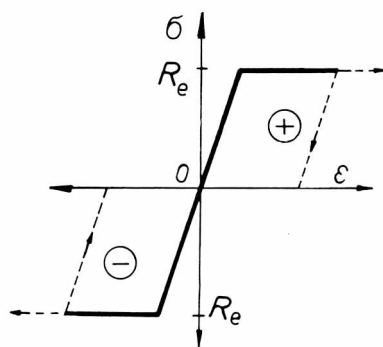
Na rysunku 3.1 pokazano ścieżki równowagi statycznej $\sigma(\epsilon)$ rozciągania próbek materiałów: sprężysto-plastycznego (rys. 3.1a) i sprężysto-krucho (rys. 3.1b). Oba materiały mają fazę sprężystą wyężenia OA, a różnią się fazą AB. Materiał sprężysto-plastyczny, po osiągnięciu wyężenia plastycznego R_e , zachowuje zdolność przenoszenia obciążeń i ścieżka równowagi statycznej ma plastyczną fazę nośności AB

(pozioma część $\dot{SRS}$). W materiale o modelu sprężysto-kruchym, po osiągnięciu granicy wytrzymałości R_m , która stanowi wyężenie graniczne, następuje kruche pęknienie (opadająca $\dot{SRS}$). Dla takiego materiału możemy wykorzystać jedynie sprężystą fazę wyężenia, a osiągnięcie R_m we włóknach skrajnych wyznacza nośność graniczną elementu. Brak plastycznej fazy nośności w ścieżce równowagi statycznej materiału sprężysto-kruchego wyklucza możliwość stosowania teorii nośności plastycznej do obliczania ustrojów o takim modelu materiałowym.

Podstawowym kryterium umożliwiającym stosowanie w projektowaniu konstrukcji stalowych teorii plastyczności jest występowanie wyraźnego przystanku plastycznego. W praktyce projektowania konstrukcji stalowych materiały o sprężysto-plastycznym modelu zniszczenia dobrze opisuje model Prandtla pokazany na rysunku 3.2.



Rys. 3.2. Ścieżka równowagi statycznej materiału o modelu Prandtla



Rys. 3.3. Wykres $\sigma(\epsilon)$ ściskanej i rozciąganej próbki materiału sprężysto-plastycznego

Jeśli na wykresie zależności naprężenie–odkształcenie stali stosowanych na budowlane elementy zginane pominąć istnienie górnej granicy plastyczności R_{eg} , to otrzymamy przebieg krzywej $\sigma(\epsilon)$ zbliżony do stanu idealnie sprężystego i idealnie plastycznego. Pokazany model Prandtla $\sigma(\epsilon)$ (rys. 3.2) pozwala z dostateczną dokładnością dojść do prostych rozwiązań rachunkowych i konstrukcyjnych. Badania wykazały [39], że maksymalne odchyłki w razie przyjęcia innych zależności $\sigma(\epsilon)$ nie przekraczają 6%.

Plastyczna faza wyężenia materiału (AB na rys. 3.1a) musi być odpowiednio długa, aby umożliwić plastyczną redystrybucję odkształceń w zginanym przekroju. W przypadku projektowania konstrukcji z uwzględnieniem rezerwy plastycznej wymóg ten norma [114] ujmuje w żądaniu wydłużalności materiału $A_5 > 15\%$. Ponadto norma [114] żąda, aby materiał miał fazę wzmocnienia (krzywa BC na rys. 3.1a) o wartości $R_m/R_e > 1,2$. Stosowane na metalowe konstrukcje budowlane stale niskowęglowe, niskostopowe i trudno rdzewiejące spełniają wyżej postawione warunki (np. stale gatunku St3: $A_{5,min} = 22-26\%$, $R_m/R_e = 1,60-1,75$; stale gatunku 18G2: $A_{5,min} = 18-22\%$, $R_m/R_e = 1,27-1,46$).

W teoretycznym modelu opisującym plastyczną fazę wyężenia elementu zginanego go zakłada się ponadto, iż materiał ma podobne cechy zarówno przy ściskaniu, jak i rozciąganiu (rys. 3.3) oraz zdolność sprężystego powrotu po odciążeniu.

Norma [114] obliczanie i projektowanie belek i ram płaskich z uwzględnieniem plastycznej rezerwy nośności obwarowuje dodatkowymi warunkami:

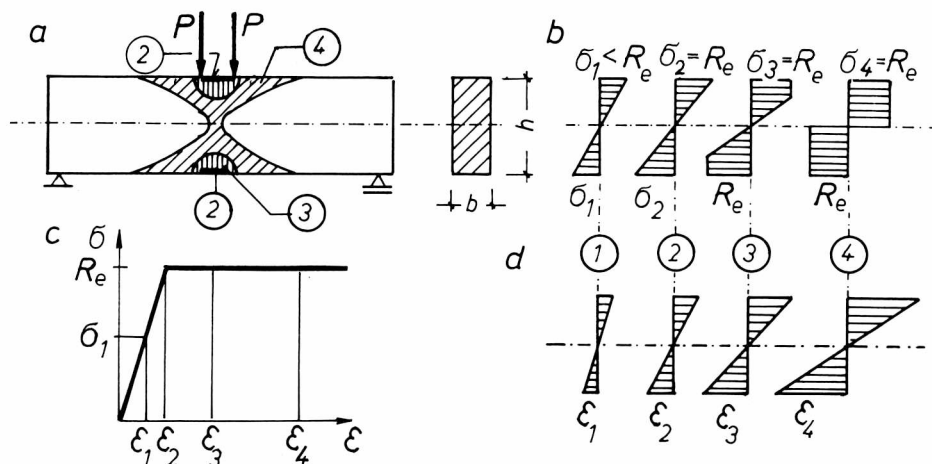
- obciążenie działające na konstrukcję winno mieć charakter statyczny,
- płaszczyzna obciążenia (zginania) pokrywa się z osią symetrii przekroju (brak skręcania),
- przekroje poprzeczne elementów powinny być homogeniczne, pełnościenne, stałe na długości, co najmniej monosymetryczne klasy 1,
- elementy zginane są zabezpieczone przed zwichrzeniem, a w miejscach potencjalnych przegubów plastycznych są zabezpieczone przed przemieszczeniem (skręceniem) z płaszczyzny układu,
- przekroje poprzeczne w miejscach działania obciążeń skupionych, w których mogą powstać przeguby plastyczne, są uźebrowane,
- połączenia zginane (węzły sztywne) w miejscach lub bezpośrednim sąsiedztwie przegubów plastycznych mają nośność nie mniejszą niż nośność przekrojów elementów łączonych.

Norma [114] ogranicza możliwość prowadzenia analizy plastycznej (plastycznej redystrybucji sił wewnętrznych w ustroju) tylko do konstrukcji zbudowanych z prętów klasy 1. Umożliwia jednak wykorzystanie plastycznej redystrybucji naprężeń w prętach o przekrojach klasy 1 i 2 do prowadzenia analizy sprężystej. Wyżej wymienione wymagania dotyczące ukształtowania przekroju poprzecznego są podyktowane żądaniem wyeliminowania możliwości utraty stateczności lokalnej ścianek oraz ogólnej (zwichrzenia) pręta, a także zapewnieniem warunków redystrybucji sił wewnętrznych w trakcie tworzenia się kolejnych przegubów w ustroju. Zagadnienia utraty stateczności lokalnej oraz ogólnej konstrukcji obliczanych z uwzględnieniem rezerwy plastycznej omówiono szerzej w punkcie 3.6.

3.2. Nośność plastyczna przekroju przy czystym obciążeniu zginającym

Problematykę nośności plastycznej zginanego przekroju wykonanego z materiału, który można opisać modelem Prandtla, prześledzimy na przykładzie statycznie wyznaczalnej belki krępej pokazanej na rysunku 3.4. Belka jest obciążona monotonicznie narastającym obciążeniem i jest zabezpieczona przed utratą stateczności ogólnej i miejscowej, a w przedziale największych wyjężeń siła poprzeczna $V = 0$ (przypadek czystego zginania $\tau = 0$).

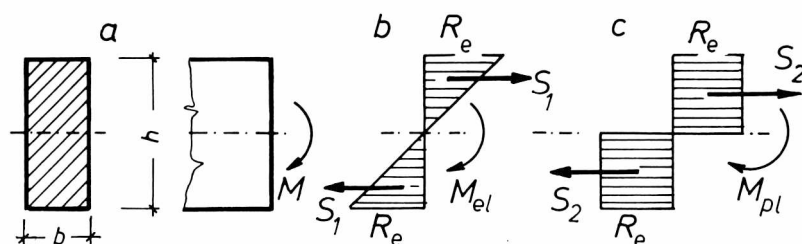
W 1 fazie obciążenia (rys. 3.4) wszystkie części przekrojów dźwigara są całkowicie sprężyste. Przy wzroście obciążenia w przekrojach, gdzie występuje maksymalny moment zginający, odkształcenia we włóknach skrajnych górnych i dolnych przekraczają według teorii sprężystości granicę dopuszczalną dla stanu użytkowego. Przy dalszym zwiększaniu obciążenia włókna skrajne osiągają granicę plastyczności R_e (faza 2 na rys. 3.4), co oznacza „dojście do stanu wyczerpania” nośności sprężystej przekroju. Następnie, przy wzroście obciążenia, rozpoczyna się uplastycznianie przekroju dźwigara (faza 3 na rys. 3.4), przy czym we włóknach uplastycznionych nie



Rys. 3.4. Rozkłady naprężeń (b) i odkształceń (d) belki statycznie wyznaczalnej (a) w pozasprężystym zakresie wyężenia materiału w kolejnych fazach obciążenia (1, 2, 3, 4); c – wykres $\sigma(\epsilon)$ stali

następuje wzrost naprężeń, lecz jedynie wzrost odkształceń, co umożliwia uplastycznianie się włókien położonych bliżej osi obojętnej. Dopiero wyczerpanie się nośności przekroju wskutek uplastycznienia całego przekroju pręta powoduje powstanie przegubu plastycznego w środku rozpiętości dźwigara i analizowana belka zamienia się w łańcuch kinematyczny. Pokazane na rys. 3.4. strefy plastyczne w belce o przekroju prostokątnym są uproszczone i mają charakter poglądowy (w celu wyjaśnienia mechanizmu tworzenia się przegubu plastycznego). Z badań doświadczalnych [29, 30, 85] wynika, iż w fazie tworzenia się przegubu plastycznego w przekroju występuje pod obciążeniem skupionym tzw. jądro sprężyste, zwiększając nośność plastyczną belki.

W przekroju najbardziej wyężonym elementu zginanego tworzy się przegub plastyczny, charakteryzujący się zdolnością do obrotu pod wpływem siły przekrojowej o wartości momentu plastycznego. Jest to przegub czynny ($M_{pl} \geq 0$), gdyż przekrój zachowuje zdolność do przenoszenia obciążenia (zachowuje swą nośność).



Rys. 3.5. Rozkłady naprężeń sprężystych (b) i plastycznych (c) w zginanym przekroju prostokątnym (a)

Wyznamy nośność zginanego przekroju prostokątnego (rys. 3.5) o wymiarach $b \times h$, zbudowanego z materiału o modelu Prandtla, mierzoną momentem zginają-

cym w sprężystym i plastycznym stanie wyężenia belki. Giętna nośność sprężysta przekroju M_{el} (rys. 3.5b) wynosi

$$M_{el} = S_1 \cdot \frac{2}{3} h = b \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot R_e \cdot \frac{2}{3} h = \frac{bh^2}{6} R_e = W R_e. \quad (3.1)$$

Giętna nośność plastyczna przekroju krępego (klasy 1 i 2) M_{pl} (rys. 3.5c) wynosi

$$M_{pl} = S_2 \cdot \frac{h}{2} = b \cdot \frac{h}{2} \cdot R_e \cdot \frac{h}{2} = \frac{bh^2}{4} R_e = W_{pl} R_e. \quad (3.2)$$

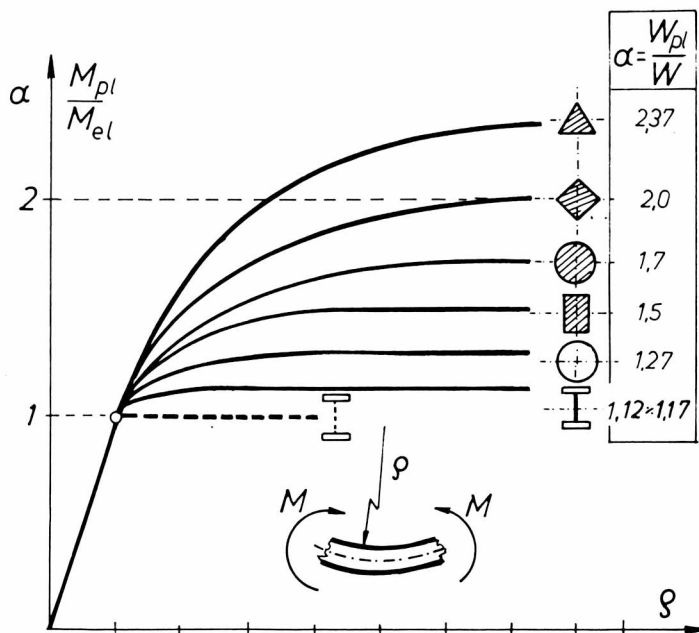
We wzorze (3.1) W oznacza sprężysty wskaźnik zginania przekroju, we wzorze (3.2) W_{pl} jest zaś wskaźnikiem oporu plastycznego.

Porównując nośność plastyczną z nośnością sprężystą przekroju zginanego otrzymamy

$$\frac{M_{pl}}{M_{el}} = \frac{W_{pl} R_e}{W R_e} = \frac{W_{pl}}{W} = \alpha, \quad (3.3)$$

gdzie α jest współczynnikiem rezerwy plastycznej.

Współczynnik rezerwy plastycznej α jest stosunkiem plastycznego wskaźnika zginania do sprężystego wskaźnika zginania i zarazem miarą zysku $(\alpha - 1)$ plastycznej fazy wyężenia przekroju. Dla analizowanego zginanego przekroju prostokątnego $\alpha = 1,5$, tj. nośność plastyczna jest o 50% większa od nośności sprężystej. Dla ustrojów statycznie wyznaczalnych zysk ze stosowania teorii plastyczności elementów



Rys. 3.6. Ścieżki równowagi statycznej elementów zginanych o różnych przekrojach poprzecznych

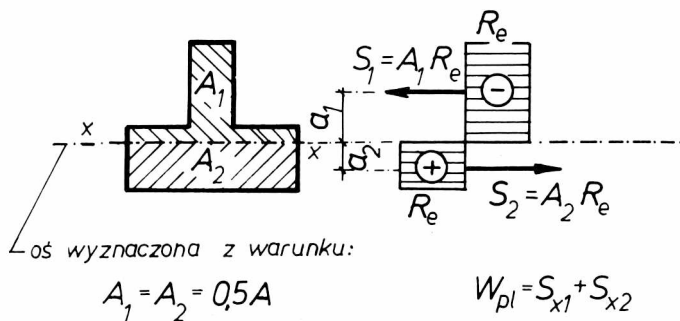
zginanych wynika z różnicy pomiędzy plastycznym a sprężystym wskaźnikiem zginania. Zysk ten $(\alpha - 1)$ wiąże się ściśle z geometrią przekroju poprzecznego i wyraża różnicę pomiędzy nośnością sprężystą i plastyczną przekroju krępego.

Na rysunku 3.6 pokazano ścieżki równowagi statycznej elementów zginanych o różnych przekrojach poprzecznych. Z analizy krzywych (rys. 3.6) wynika, że dla dwuteownika idealnego („bez środka”) $\alpha = 1,0$, natomiast dla przekroji krępych $\alpha > 1,0$.

Wskaźnik oporu plastycznego W_{pl} przekroju wyznaczamy jako sumę momentów statycznych $S_{x,i}$ względem osi, która dzieli przekrój na dwie równe powierzchnie (rys. 3.7).

$$W_{pl} = S_{x1} + S_{x2}, \quad (3.4)$$

gdzie S_{x1} , S_{x2} – momenty statyczne względem osi x (rys. 3.7).



Rys. 3.7. Schemat ideowy wyznaczania wskaźnika oporu plastycznego

W tabelicy 3.1 podano wzory do obliczania nośności plastycznych jako wektorów własnych M_{pl} , V_{pl} , N_{pl} dla przekrojów dwuteowych, rur okrągłych oraz rur prostokątnych zginanych, ścinanych lub rozciąganych.

Eurokod 3 [121] dopuszcza pełną redystrybucję naprężeń zginanych w przekrojach, która pozwala na uaktywnienie przegubu plastycznego i nieograniczone odkształcenie plastyczne (wykorzystanie całego zapasu $(\alpha - 1)$ rezerwy nośności).

Norma polska zaś [114] zaleca ograniczoną redystrybucję naprężeń i umożliwia częściowe wykorzystanie rezerwy plastycznej przekroju zginanego przez przyjęcie obliczeniowego współczynnika rezerwy plastycznej α_p

$$\alpha_p = 0,5(1 + \alpha). \quad (3.5)$$

Dla dwuteowników walcowanych, zginanych w płaszczyźnie środka, norma [114] zaleca przyjmować:

$\alpha_{px} = 1,07$ – dla dwuteowników IPN i IPE,

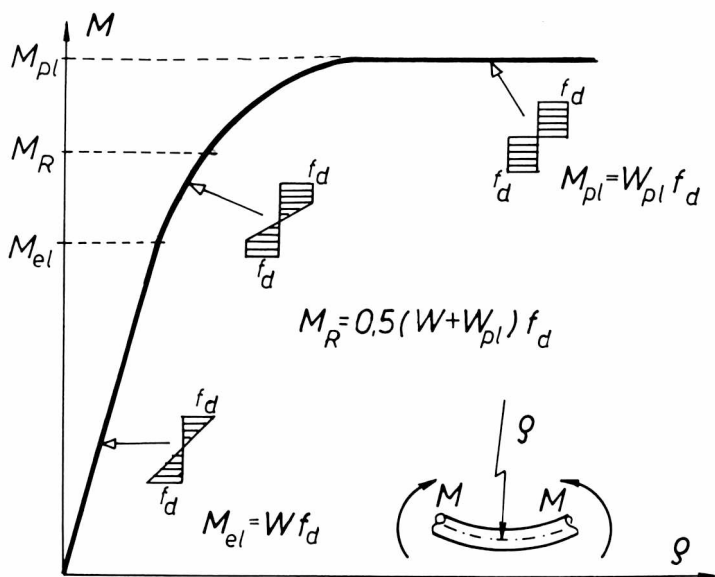
$\alpha_{px} = 1,05$ – dla dwuteowników szerokostopowych HEP i HEB.

Takie przyjęcie współczynnika rezerwy plastycznej oznacza, że dopuszcza się do częściowego uplastycznienia przekroju (patrz rys. 3.8), a obliczeniowa, wynikająca

z postanowień normy [114] nośność plastyczna zginanego przekroju klasy 1 i 2 wynosi

$$M_R = \alpha_p W f_d. \quad (3.6)$$

Należy zauważyć, że norma [114] stosuje dwa zasadnicze elementy umożliwiające bezpieczne uwzględnianie rezerwy nośności plastycznej w projektowaniu konstrukcji stalowych. Jako pierwsze uwarunkowanie należy wymienić dopuszczenie jedynie sprężysto-plastycznej fazy wyężenia przekroju, co wyrażają wzory (3.5) i (3.6) – patrz rys. 3.8.



Rys. 3.8. Ścieżka równowagi statycznej krępego przekroju zginanego

Drugim elementem bezpiecznego wykorzystania rezerwy plastycznej (stosowania teorii plastyczności) jest ograniczenie wyężenia materiału do wielkości f_d . Należy zaznaczyć, że wytrzymałość obliczeniową stali f_d ustalono według następującej procedury

$$f_d = \bar{R}_e (1 - t_{Re} v) \frac{1}{\gamma_s}, \quad (3.7)$$

gdzie: $\bar{R}_e$ – wartość średnia granicy plastyczności, t_{Re} – poziom istotności (indeks niezawodnościowy), γ_s – współczynnik materiałowy (patrz wzór (1.31)), v – współczynnik zmienności,

$$v = \sqrt{v_{Re}^2 + v_t^2}, \quad (3.8)$$

przy czym: $v_{Re} = s_{Re} / \bar{R}_e$ – współczynnik zmienności losowej granicy plastycz-

ności R_e , s_{Re} – odchylenie standardowe granicy plastyczności R_e , v_t – współczynnik zmienności losowej geometrii przekroju poprzecznego wyrobów hutniczych.

W normie [114] podano parametry wytrzymałości obliczeniowej stali f_d wyznaczone dla indeksu niezawodnościowego $t_{Re} = 2$, co odpowiada poziomowi bezpieczeństwa $p = 0,97725$, zaś $\gamma_s = 1,08 \div 1,25$. Graficzną ilustrację wyznaczania wytrzymałości obliczeniowej stali przedstawiono na rysunku 1.24.

3.3. Nośność plastyczna przekroju zginanego w złożonych stanach obciążenia

Podłużną nośność plastyczną przekroju pręta rozciąganego, gdy nie działa moment zginający ($M = 0$) i siła poprzeczna ($V = 0$) wyznaczmy ze wzoru

$$N_{pl} = A R_e, \quad (3.9)$$

gdzie A – pole powierzchni przekroju poprzecznego netto.

Nośność plastyczną przekroju ścinanego, przy braku obciążenia giętnego ($M = 0$) i rozciągającego ($N = 0$), wyznaczmy ze wzoru

$$V_{pl} = A_v R_{ev} = A_v R_e / \sqrt{3}, \quad (3.10)$$

gdzie: A_v – pole powierzchni czynnej przy ścinaniu, R_{ev} – wytrzymałość materiału na ścinanie.

W tablicy 3.1 zamieszczono wzory do wyznaczenia M_{pl} , N_{pl} i V_{pl} jako wektorów własnych dla przekrojów dwuteowych i rurowych.

Wzory (3.2), (3.9) i (3.10) opisują nośności graniczne M_{pl} , N_{pl} , V_{pl} (w stanie plastycznym) pręta, gdy każdy z tych wyteżeń (giętne, rozciągające, ścinające) stanowi jedyne (odrębne) obciążenie.

W praktyce mamy do czynienia z jednoczesnym obciążeniem przekroju momentem zginającym M , siłą osiową N i siłą tnącą V . Ponadto przekrój może być gięty dwukierunkowo momentem M_x i M_y , czemu zazwyczaj towarzyszą siły poprzeczne V_x i V_y .

Z powodu złożonego stanu obciążenia przekroju zginanego (M , N , V) wyznaczoną wartość nośności plastycznej przekroju na zginanie M_{pl} należy odpowiednio zredukować do $M_{pl,N,V}$, aby umożliwić „przeniesienie” przez przekrój działających sił osiowych N i poprzecznych V . W razie złożonego obciążenia przekroju wyznaczamy współrzędne interakcyjnej nośności plastycznej przekroju (M , N , V) $_{pl}$.

W dalszej części tego punktu zajmiemy się wyznaczeniem współrzędnych interakcyjnej nośności granicznej przekroju. Analizy interakcyjne prowadzi się we współrzędnych bezwymiarowych: $m = M/M_{pl}$; $n = N/N_{pl}$; $v = V/V_{pl}$.

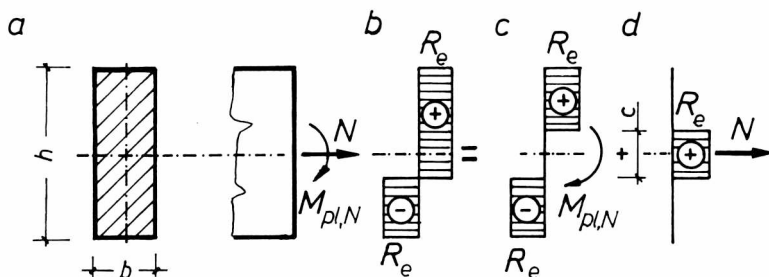
Tablica 3.1. Giętna M_{pl} , styczna V_{pl} i podłużna N_{pl} nośność plastyczna przekrojów dwuteowych i rurowych [90]

	$M_{pl} = [A_f(h-t_f) + \frac{1}{4} A_w(h-2t_f)] R_e$ $V_{pl} = A_w R_e / \sqrt{3}$ $N_{pl} = (2A_f + A_w) R_e$
	$M_{pl} = \left(\frac{1}{2} A_f b + \frac{1}{4} A_w t_w \right) R_e$ $V_{pl} = 2A_f R_e / \sqrt{3}$ $N_{pl} = (2A_f + A_w) R_e$
	$M_{pl} = d^2 t R_e$ $V_{pl} = 2dt R_e / \sqrt{3}$ $N_{pl} = \pi dt R_e$
	$M_{pl} = \frac{3}{2} d^2 t R_e$ $V_{pl} = 2dt R_e / \sqrt{3}$ $N_{pl} = 2(A_f + A_w) R_e$

3.3.1. Nośność plastyczna przekroju zginanego i rozciąganego

Zagadnienie wyznaczania zredukowanego momentu plastycznego prześledźmy na przykładzie zginanego przekroju prostokątnego, rozciąganego siłą osiową N , pokazanego na rysunku 3.9.

Rozkład naprężeń w przekroju zginanym i rozciąganym przedstawiony na rysunku 3.9b możemy zastąpić sumą rozkładów naprężeń od zredukowanego zginania $M_{pl, N}$ (rys. 3.9c) oraz rozciągania siłą N (rys. 3.9d). Zredukowany moment zginający z uwagi na działanie siły osiowej N wyznaczmy obliczając nośności od-



Rys. 3.9. Rozkład naprężeń w przekroju prostokątnym zginanym i rozciągany, a – d: objaśnienia w tekście

powiadające pokazanym na rysunku 3.9 rozkładom naprężeń w przekroju

$$M_{pl,N} = M_{pl} - M^N = \frac{bh^2}{4} R_e - \frac{bc^2}{4} R_e = \frac{bh^2}{4} \left(1 - \frac{c^2}{h^2}\right) R_e = M_{pl} \left(1 - \frac{c^2}{h^2}\right). \quad (3.11)$$

Biorąc pod uwagę wzór (3.9) oraz

$$N = bcR_e, \quad (3.12)$$

$$\frac{N}{N_{pl}} = \frac{c}{h}, \quad (3.13)$$

interakcyjna zależność dla przekroju prostokątnego równocześnie zginanego i rozciąganego (3.11) przybiera następującą postać:

$$\frac{M_{pl,N}}{M_{pl}} + \left(\frac{N}{N_{pl}}\right)^2 = 1. \quad (3.14)$$

Korzystając z (3.14) możemy wyznaczyć giętną nośność plastyczną $M_{pl,N}$ przekroju, zredukowaną z uwagi na działanie siły osiowej N , która wynosi

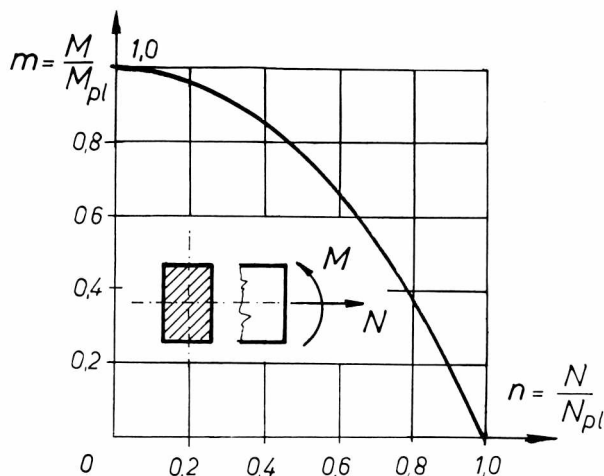
$$M_{pl,N} = M_{pl}(1 - n^2), \quad (3.15)$$

w którym:

$$n = \frac{N}{N_{pl}}. \quad (3.16)$$

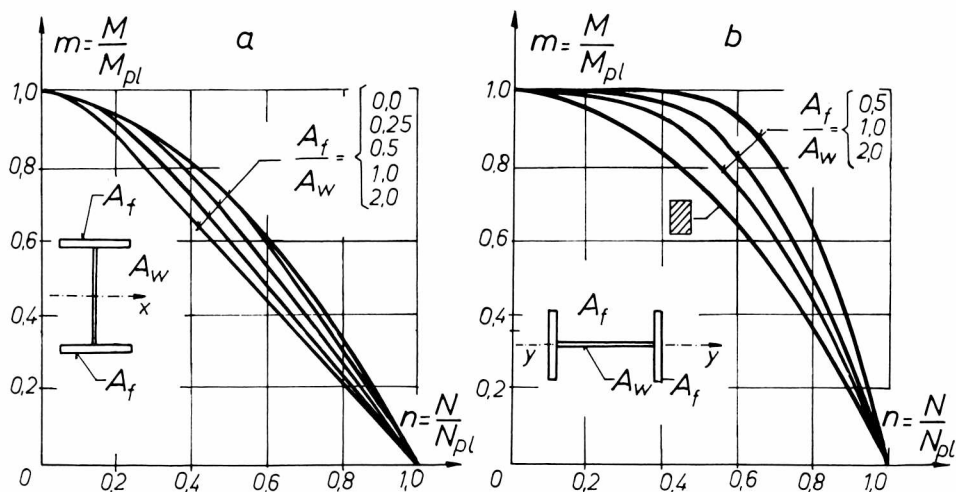
Na rysunku 3.10 pokazano graficzną ilustrację krzywej interakcji M – N pręta zginanego i rozciąganego o przekroju prostokątnym.

Na rysunku 3.11 [69] przedstawiono interakcyjne nośności M – N dwuteowego pręta zginanego i rozciąganego. Kształt krzywych interakcyjnych M – N dla przekroju dwuteowego zależy od stosunku pola powierzchni środka do całkowitego pola powierzchni przekroju pręta zginanego oraz od płaszczyzny zginania (porównaj rys. 3.11a i 3.11b).



Rys. 3.10. Krzywa interakcji $M-N$ prostokątnego przekroju zginanego i rozciąganego

W kształtownikach o przekrojach klasy 1 i 2 z pasami (np. dwuteownikach) redukcja teoretycznej nośności plastycznej przy zginaniu wskutek działania małej siły podłużnej jest kompensowana przez wzmocnienie materiałowe i może być pominięta. Jednak przy zginaniu względem osi największej bezwładności $x-x$ należy uwzględnić wpływ siły podłużnej na nośność plastyczną przy zginaniu, gdy przekracza ona według [121] mniejszą z wartości: 0,5 nośności plastycznej środnika i 0,25 nośności całego przekroju. Przy zginaniu względem osi $y-y$ wpływ siły podłużnej należy według [121] uwzględnić, gdy jej wartość przekracza nośność plastyczną środnika.



Rys. 3.11. Krzywe interakcji $M-N$ dwuteowego przekroju rozciąganego i zginanego względem osi x (a) oraz względem osi y (b)

Eurokod 3 [121] podaje przybliżone oraz uproszczone (dwa rodzaje) formuły interakcyjne dla zginanych i obciążonych siłą podłużną przekrojów prętów wykonanych z typowych kształtowników i przekrojów bez otworów.

Dla standardowych dwuteowników walcowanych normalnych i szerokostopowych (przekroje klasy 1 i 2) uproszczone formuły interakcyjne zginania z rozciąganiem według [121] mają następującą postać:

- przy zginaniu względem osi największej bezwładności $x-x$

$$M_{pl,x,N} = 1,11M_{pl,x}(1-n), \quad \text{lecz } M_{pl,x,N} \leq M_{pl,x}, \quad (3.17)$$

- przy zginaniu względem osi $y-y$ (wg oznaczeń na rys. 3.11)

$$\text{dla } n \leq 0,2 \quad M_{pl,y,N} = M_{pl,y}, \quad (3.18)$$

$$\text{dla } n > 0,2 \quad M_{pl,y,N} = 1,56M_{pl,y}(1-n)(n+0,6). \quad (3.19)$$

Dla typowych kształtowników rurowych bez otworów uproszczone wzory na interakcyjną nośność przekrojów (klasy 1 i 2) prętów zginanych i obciążonych siłą podłużną według [121] opisują zależności:

- przekroje kwadratowe

$$M_{pl,N} = 1,26M_{pl}(1-n), \quad \text{lecz } M_{pl,N} \leq M_{pl}, \quad (3.20)$$

- przekroje prostokątne zginane względem osi największej bezwładności $x-x$

$$M_{pl,x,N} = 1,33M_{pl,x}(1-n), \quad \text{lecz } M_{pl,x,N} \leq M_{pl,x}, \quad (3.21)$$

- przekroje prostokątne zginane względem osi $y-y$

$$M_{pl,y,N} = M_{pl,y}(1-n) \left(0,5 + \frac{ht}{A} \right), \quad \text{lecz } M_{pl,y,N} \leq M_{pl,y}, \quad (3.22)$$

gdzie h, t – grubość i szerokość półki rurowego przekroju prostokątnego równoległej do osi $y-y$,

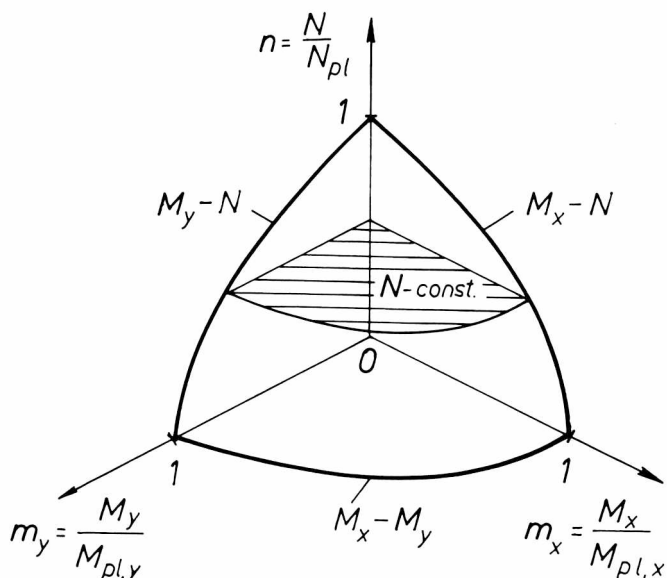
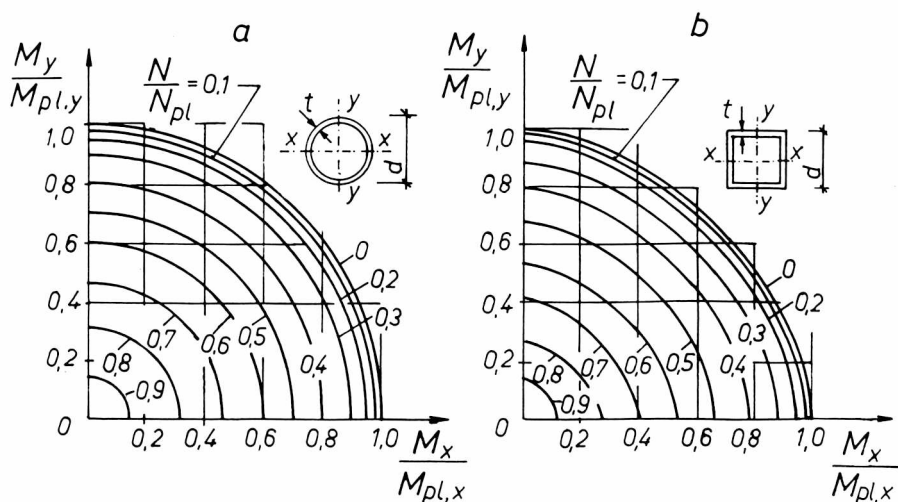
- przekroje okrągłe (kołowe)

$$M_{pl,N} = 1,04M_{pl}(1-n^{1,7}), \quad \text{lecz } M_{pl,N} \leq M_{pl}. \quad (3.23)$$

We wzorach (3.17)-(3.23) M_{pl} jest obliczeniową nośnością przekroju klasy 1 lub 2 obliczoną według wzoru (3.2) dla $R_e = f_y/\gamma_m$ (gdzie f_y – granica plastyczności stali, γ_m – częściowy współczynnik bezpieczeństwa równy 1,1); $n = N/N_{pl}$.

W przypadku dwukierunkowego zginania M_x i M_y oraz rozciągania siłą N związki interakcyjne opisuje powierzchnia graniczna pokazana na rysunku 3.12.

Na rysunku 3.13 zaprezentowano kłady powierzchni granicznych zginanych dwukierunkowo oraz rozciąganych rur okrągłych i kwadratowych [90], w układzie współrzędnych $M_x/M_{pl,x}$ i $M_y/M_{pl,y}$ dla różnych wartości N/N_{pl} .

Rys. 3.12. Powierzchnia interakcyjna M_x - M_y - N pręta zginanego dwukierunkowo i rozciąganegoRys. 3.13. Krzywe interakcji M_x - M_y - N prętów rurowych: a – okrągłych, b – kwadratowych, zginanych dwukierunkowo i rozciąganych dla różnych wytyżeń N/N_{pl}

W przypadku dwukierunkowego zginania i obciążenia siłą podłużną przekroju klasy 1 i 2 Eurokod 3 [121] proponuje stosować następujące kryterium przybliżone

$$\left(\frac{M_x}{M_{pl,x}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_y}{M_{pl,y}}\right)^\beta \leq 1, \quad (3.24)$$

w którym wykładniki α i β można przyjmować równe 1 lub jak następuje:

- dla dwuteowników walcowanych normalnych i szerokostopowych

$$\alpha = 2, \quad \beta = 5n, \quad \text{lecz} \quad \beta \geq 1, \quad (3.25)$$

- dla rur okrągłych

$$\alpha = 2, \quad \beta = 2, \quad (3.26)$$

- dla rur prostokątnych

$$\alpha = \beta = \frac{1,66}{1 - 1,13n^2}, \quad \text{lecz} \quad \alpha = \beta \leq 6, \quad (3.27)$$

- dla prętów o przekroju prostokątnym

$$\alpha = \beta = 1,73 + 1,8n^3, \quad (3.28)$$

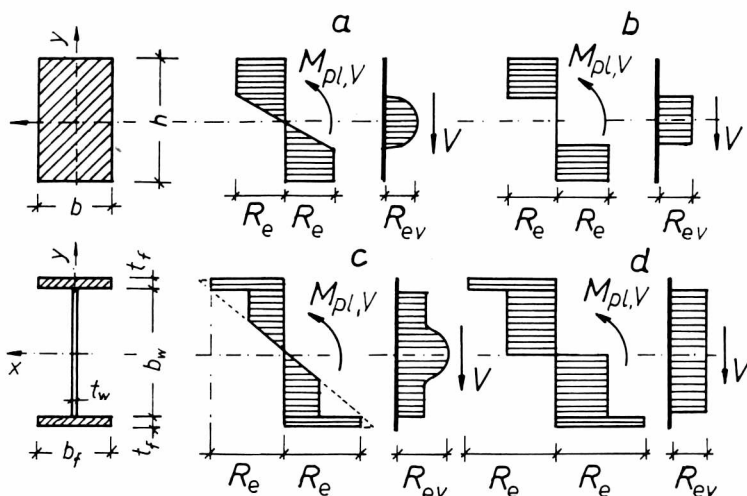
gdzie: $n = N/N_{pl}$.

Jako dalsze konsekwentne uproszczenie można również według Eurokodu 3 [121] zastosować, dla zginanych i rozciąganych prętów o przekrojach bez otworów na łączniki, następujące kryterium

$$\frac{N}{N_{pl}} + \frac{M_x}{M_{pl,x}} + \frac{M_y}{M_{pl,y}} \leq 1. \quad (3.29)$$

3.3.2. Nośność plastyczna przekroju zginanego i ścinanego

Na rysunku 3.14 przedstawiono rozkłady naprężeń w przekroju prostokątnym i dwuteowym zginanym i ścinanym. Pokazane tu wariantowe rozkłady naprężeń w przekrojach są jednymi z wielu proponowanych w literaturze przedmiotu [29, 32, 69, 90].



Rys. 3.14. Rozkłady naprężeń w przekrojach prostokątnym i dwuteowym zginanych i ścinanych

Zależność interakcyjna dla przekroju prostokątnego zginanego i ścinanego, o rozkładzie naprężeń jak na rysunku 3.14b [90], ma następującą postać

$$\left(\frac{M_{pl,V}}{M_{pl}}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2 = 1. \quad (3.30)$$

Wzór interakcyjny dla przekroju pręta dwuteowego zginanego i ścinanego, o rozkładzie naprężeń jak na rysunku 3.14d [90], opisuje zależność

$$\frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} + \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2}\right] \frac{A_w}{2A - A_w} = 1. \quad (3.31)$$

We wzorach (3.30) i (3.31) użyto następujących oznaczeń:

$M_{pl,V}$ – zredukowana nośność plastyczna przekroju zginanego z uwagi na działanie siły poprzecznej V ,

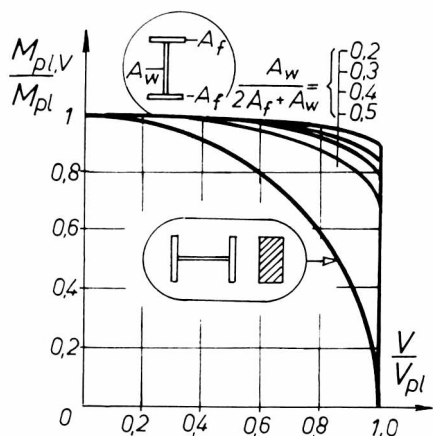
A , A_w – pole przekroju: całkowite i środnika przekroju dwuteowego,

M_{pl} , V_{pl} – nośność plastyczna na zginanie (3.2) i ścinanie (3.10),

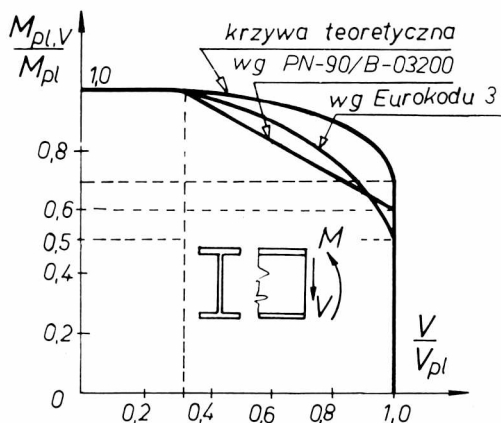
V – siła poprzeczna.

Graficzną ilustracją krzywych interakcyjnych M – V przekroju prostokątnego (wzór (3.30)) i dwuteowego (wzór (3.31)) jest rysunek 3.15 [90]. Dla dwuteowników walcowanych oraz dwuteowych przekroi spawanych z blach krzywoliniowy przebieg krzywych interakcyjnych M – V można z wystarczającą dokładnością zastąpić odcinkami prostymi, co widać na rysunku 3.16. Takie rozwiązanie zastosowano w normie [114]. W Eurokodzie 3 [121] przyjęto nieliniową krzywą interakcji M – V (rys. 3.16).

Jak wynika z analizy krzywych interakcyjnych pokazanych na rysunku 3.15 nośność plastyczna przy zginaniu ulega redukcji wskutek ścinania. W przypadku działania małych sił poprzecznych redukcja jest równoważona przez wzmocnienie materiału i może być pominięta. Według Eurokodu 3 [121] jeśli siła poprzeczna przekracza



Rys. 3.15. Krzywe interakcyjne M – V zginanych i ścinanych prętów o przekroju dwuteowym i prostokątnym [90]



Rys. 3.16. Teoretyczne i normowe krzywe interakcji M – V prętów zginanych i ścinanych

połowę nośności plastycznej przekroju dwuteowego przy ścinaniu, to należy uwzględnić jej wpływ na nośność przekroju przy zginaniu. Jeśli siła poprzeczna przekracza $0,5 V_{pl}$, to według [121] nośność obliczeniową przekroju przy zginaniu należy zredukować do $M_{pl,V}$, którą oblicza się z następujących zależności:

– dla przekrojów dwuteowych i skrzynkowych o jednakowych pasach, zginanych względem osi największej bezwładności

$$M_{pl,V} = \left[W_{pl} - \frac{\varphi_1 A_v^2}{4t_w} \right] f_d, \quad \text{lecz} \quad M_{pl,V} \leq M_{pl}, \quad (3.32)$$

gdzie:

W_{pl} – wskaźnik oporu plastycznego,

A_v – pole przekroju czynnego przy ścinaniu,

t_w – grubość środnika,

φ_1 – $(2 V/V_{pl} - 1)^2$,

f_d – wytrzymałość obliczeniowa stali wyznaczona jako iloraz granicy plastyczności f_y i częściowego współczynnika bezpieczeństwa $\gamma_m = 1,1$,

V – siła poprzeczna w przekroju,

V_{pl} – nośność plastyczna przekroju na ścinanie – wg (3.10);

– w pozostałych przypadkach $M_{pl,V}$ zaleca się przyjmować jako obliczeniową nośność plastyczną na zginanie, obliczoną przy założeniu zredukowanej wytrzymałości $(1 - \varphi_1)f_y$ w strefie ścinanej, lecz nie większą niż M_{pl} . We wzorze (3.32) M_{pl} należy obliczać jak we wzorach (3.17)–(3.23).

3.3.3. Nośność plastyczna przekroju zginanego, ścinanego i rozciąganego

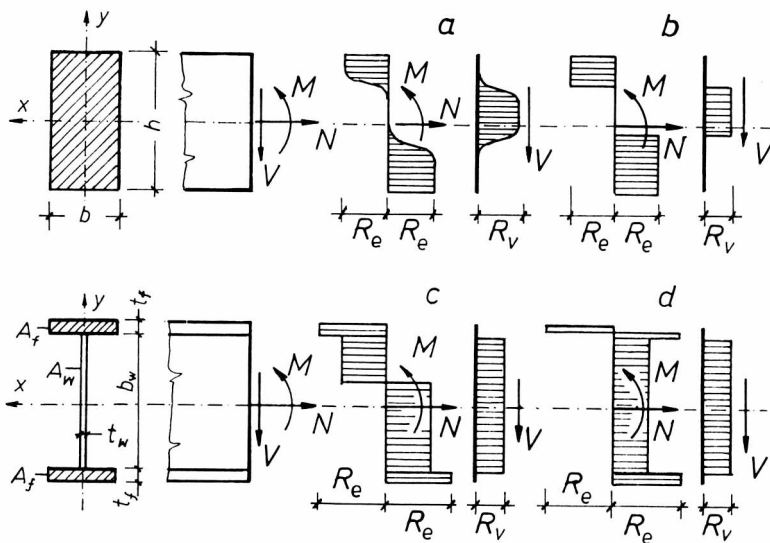
Na rysunku 3.17 pokazano rozkłady naprężeń w przekroju prostokątnym i dwuteowym zginanym, ścinanym i rozciąganym. Podobnie jak w przypadku zginania i ścinania przedstawione tutaj wariantowe rozkłady naprężeń są jednymi z wielu proponowanych w literaturze przedmiotu [32, 69, 90].

Zależność interakcyjna dla przekroju prostokątnego zginanego, ścinanego i rozciąganego, o rozkładzie naprężeń jak na rysunku 3.17b [69], ma następującą postać

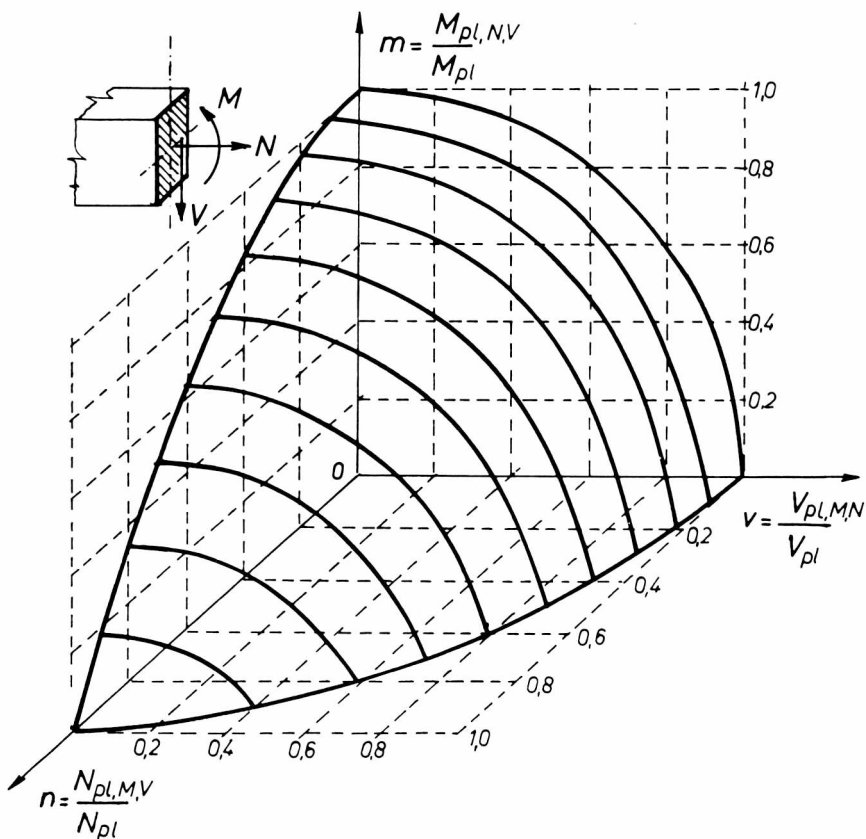
$$\frac{M}{M_{pl}} + \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2 + \left(\frac{V}{V_{pl}} \right)^2 = 1. \quad (3.33)$$

Graficzną ilustracją powierzchni interakcyjnej (3.33) jest rysunek 3.18.

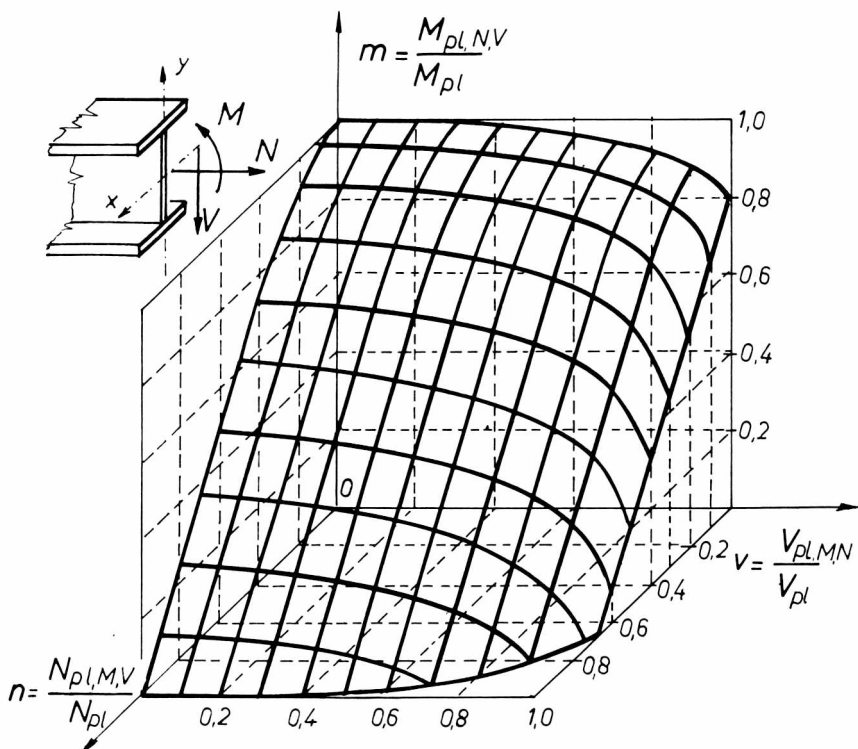
Zależności interakcyjne dla przekrojów dwuteowych: zginanych, ścinanych i rozciąganych zależą od parametrów geometrycznych środników i półek profilu, a także od płaszczyzny zginania, i opisują je związki o złożonym zapisie [69], [90]. Przykład powierzchni granicznej pozwalającej na wyznaczenie interakcji $(M, N, V)_{pl}$ dwuteowego przekroju zginanego względem największej bezwładności osi, ścinanego oraz obciążonego siłą podłużną, pokazano na rysunku 3.19.



Rys. 3.17. Rozkłady naprężeń w przekrojach prostokątnym i dwuteowym zginanych, rozciąganych i ścinanych



Rys. 3.18. Powierzchnia interakcyjna M–N–V przekroju prostokątnego zginanego, ścinanego i obciążonego siłą podłużną



Rys. 3.19. Powierzchnia interakcyjna M – N – V przekroju dwuteowego zginanego, ścinanego oraz obciążonego siłą podłużną

Eurokod 3 [121] dla przypadku jednoczesnego zginania, ścinania i obciążenia siłą podłużną przekroju pręta podaje następujące postanowienia:

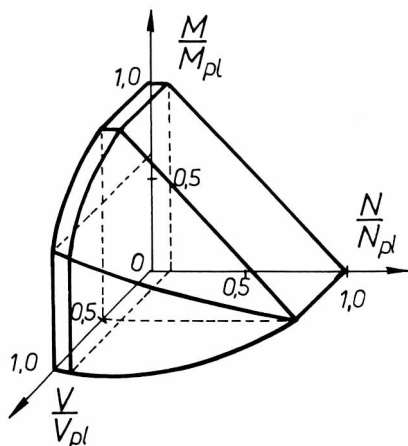
1. Jeśli siła poprzeczna V przekracza 50% nośności plastycznej (V_{pl}) przy ścinaniu, to przy ustalaniu zredukowanej nośności plastycznej przy zginaniu należy uwzględnić wpływ zarówno siły poprzecznej, jak i siły podłużnej.

2. Jeśli wartość obliczeniowa siły poprzecznej V nie przekracza 50% obliczeniowej nośności plastycznej przy ścinaniu, to nie ma potrzeby dodatkowej redukcji momentu i siły podłużnej spełniających kryteria omówione w punkcie 3.3.1.

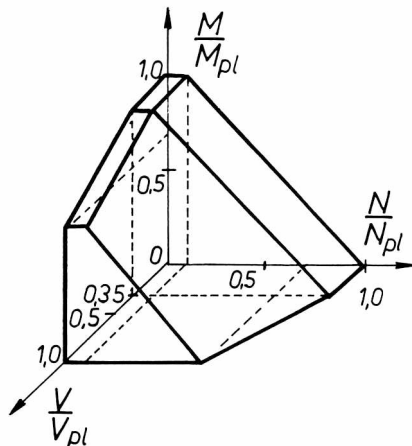
3. Jeśli siła poprzeczna V przekracza 50% V_{pl} , to nośność obliczeniową przekroju, który oprócz tego jest obciążony momentem zginającym i siłą podłużną, należy ustalić przyjmując zredukowaną wytrzymałość $(1 - \varphi_1)f_y$ w strefie ścinanej, gdzie $\varphi_1 = (2V/V_{pl} - 1)^2$, f_y – granica plastyczności stali.

Graficzną interpretację powierzchni granicznych według Eurokodu 3 [121] przedstawiono na rysunku 3.20 [84].

Uproszczone, zlinearyzowane zależności interakcyjne (M , N , V) dla przekrojów dwuteowych podaje norma [114] (tabl. 3.2). Według [114] dla dwuteowych przekrojów klasy 1 i 2 wpływ siły poprzecznej może być pominięty dla $V < V_o = 0,6V_{pl}$. Jeśli siła $V > V_o$, to należy wyznaczyć interakcję momentu zginającego i siły poprzecznej w granicznym stanie wyężenia przekroju. Należy wówczas zastąpić obliczeniową



Rys. 3.20. Powierzchnia interakcji $M-N-V$ przekroju dwuteowego według Eurokodu 3



Rys. 3.21. Powierzchnia interakcji $M-N-V$ przekroju dwuteowego według PN-90/B-03200

Tablica 3.2. Interakcyjne warunki nośności według [114]

Zakres siły poprzecznej	Warunki nośności dla bisymetrycznego przekroju dwuteowego w stanie plastycznym			
	$\frac{V_x}{V_{R_x}} \leq 0,35$	$\frac{V_y}{V_{R_y}} \leq 0,25$	$\frac{V_x}{V_{R_x}} \leq 0,6$	$\frac{V_x}{V_{R_x}} \leq 1$
$\frac{N}{N_R} = 0$	$\frac{M_x}{M_{R_x}} \leq 1$	$\frac{M_y}{M_{R_y}} \leq 1^{(3)}$	$\frac{M_x}{M_{R_x}} \leq 1$	$\frac{M_x}{M_{R,V}} \leq 1^{(1)}$
$\frac{N}{N_R} \leq c^{(2),(3)}$			$0,85 \frac{M_x}{M_{R_x}} + 0,4 \frac{V_x}{V_{R_x}} \leq 1$	
$\frac{N}{N_R} \leq 1$	$(1-c) \frac{M_x}{M_{R_x}} + \frac{N}{N_R} \leq 1$		$0,8 \frac{M}{M_{R_x}} + 0,9 \frac{N}{N_R} + 0,35 \frac{V}{V_{R_x}} \leq 1$	
	$\frac{N}{N_R} + 0,85 \frac{M_x}{M_{R_x}} + 0,6 \frac{M_y}{M_{R_y}} \leq 1$ oraz $\frac{M_x}{M_{R_x}} + \frac{M_y}{M_{R_y}} \leq 1$			

⁽¹⁾ $M_{R,V}$ – nośność obliczeniowa zredukowana wg wzoru (2.20).

⁽²⁾ Wartości parametru c przyjmuje się stosownie do typu przekroju:

- dla dwuteowników walcowanych szerokostopowych (HEB, HEA) $c = 0,1$,
- dla dwuteowników walcowanych IPE i IPN $c = 0,18$,
- dla dwuteowników spawanych $c = 0,5 A_w/A \leq 0,25$,

gdzie: A_w – pole przekroju środnika.

⁽³⁾ Dla dwuteowników zginanych względem osi najmniej bezwładności przekroju (y) można przyjąć $2c$ zamiast c .

nośność przekroju M_R wielkością zredukowanego momentu zginającego $M_{R,V}$. W przypadku przekrojów monosymetrycznych lub bisymetrycznych lecz nie dwuteowych zredukowaną nośność obliczeniową przegubu plastycznego $M_{R,red}$ można obliczać według wzoru

$$M_{R,red} = \frac{M_{pl,red}}{M_{pl}} M_R, \quad (3.34)$$

w którym M_{pl} jest momentem plastycznym przekroju ($M_{pl} = W_{pl} \cdot f_d$), M_R według wzoru (3.6), $M_{pl,red}$ zaś według teoretycznych krzywych interakcyjnych. Graficzną interpretację powierzchni interakcyjnej według normy [114] pokazano na rysunku 3.21.

Przedstawione funkcje interakcji oraz krzywe i powierzchnie graniczne dla prętów zginanych obciążonych osiowo dotyczą rozciągania (z wyłączeniem utraty stateczności ogólnej – wyboczenia). W przypadku występowania osiowych sił ściskających z analiz teoretycznych i z badań doświadczalnych [39] wynika, że nośność graniczna pręta zginanego jest nieliniową funkcją stanu obciążenia ściskającego (N/N_{pl}), smukłości pręta λ oraz kształtu powierzchni momentu zginającego na długości ściskanego i zginanego pręta. Zagadnienie nośności granicznej prętów ściskanych i zginanych omówiono szerzej w rozdziale 4. Krzywe interakcji prętów ściskanych i zginanych podają między innymi autorzy prac [28, 32, 34, 42, 90].

W prętach o przekrojach klasy 3 i 4 wykorzystanie rezerwy plastycznej ma na ogół znaczenie marginalne, gdyż należy wziąć pod uwagę zjawisko utraty stateczności powstające w trakcie uplastyczniania ściskanych krawędzi prętów zginanych i ściskanych. Współrzędne nośności granicznej $(M-N-V)_{gr}$ należy wówczas wyznaczać z zależności interakcyjnych podanych w pracach [10, 13, 14, 56, 65], przyjmując zredukowaną geometrię przekroju poprzecznego według zasad wyznaczania zerokości współpracujących. Zagadnienie to omówiono szerzej w rozdziale 4.3.

3.4. Nośność graniczna prętowych systemów konstrukcyjnych

W zginanych statycznie wyznaczalnych konstrukcjach zbudowanych z prętów krępych powstanie przegubu plastycznego w dowolnym przekroju przekształca je w układy geometrycznie zmienne. Zysk $(\alpha - 1)$ ze stosowania teorii plastyczności sprowadza się w takiej sytuacji do wykorzystania rezerwy plastycznej jednego przekroju i wyraża go współczynnik rezerwy plastycznej α . W przypadku konstrukcji statycznie niewyznaczalnych zyski ze stosowania teorii plastyczności są większe. Projektując konstrukcję statycznie niewyznaczalną, z warunku jedynie sprężystego wyłączenia materiału żądamy, aby nośności przekrojów prętów $M_{el,i}$ w stosunku do ekstremalnych sił wewnętrznych od obciążeń zewnętrznych $M_{max,i}$ spełniały zależność

$$\frac{M_{max,i}}{M_{el,i}} \leq 1. \quad (3.35)$$

Dla konstrukcji budowanych z prętów pryzmatycznych o stałym przekroju poprzecznym (np. wieloprzęsłowe belki statycznie niewyznaczalne) przyjmujemy prze-

krój poprzeczny ustroju z warunku ekstremalnego wyężenia sprężystego materiału w przekroju, w którym powstają maksymalne siły wewnętrzne. Należy zauważyć, iż wtedy istnieją rezerwy nośności plastycznej w przekrojach krytycznych (sprawczych), a ponadto również rezerwy wynikające z plastycznej redystrybucji sił przekrojowych pomiędzy przekrojami krytycznymi.

Projektowanie konstrukcji statycznie niewyznaczalnej z uwzględnieniem rezerwy plastycznej przekroji polega na dopuszczeniu do tworzenia się kolejnych przegubów plastycznych zginanych przekroji ustroju, aż do zamiany go w mechanizm. W konstrukcjach statycznie niewyznaczalnych rezerwy nośności ustroju wynikają z plastycznej redystrybucji naprężeń w przekrojach oraz plastycznej redystrybucji sił wewnętrznych między przekrojami krytycznymi. Redystrybucja przebiega tylko między przekrojami sprawczymi w minimalnym krytycznym zbiorze (MKZ) elementów. Minimalny krytyczny zbiór to taki, w którym jeśli choć jeden element jest sprawny, to cały zbiór jest sprawny [51].

Prześledźmy powyższe zagadnienie na przykładzie belki obustronnie sztywno zamocowanej na końcach, obciążonej równomiernie rozłożonym obciążeniem poprzecznym, pokazanej na rysunku 3.22. Przy wzrastającym monotonicznie obciążeniu możemy wyróżnić trzy fazy wyężenia belki. Wyróżnienie faz wyężenia ustroju ma na celu ilościową interpretację nośności plastycznej konstrukcji statycznie niewyznaczalnej. W rzeczywistości proces tworzenia się przegubów plastycznych w konstrukcjach statycznie niewyznaczalnych odbywa się równocześnie. Prezentowane niżej podejście wyróżniania faz tworzenia się przegubów plastycznych jest wygodne w analizach numerycznych szacowania obciążeń granicznych ustroju. Ponadto w prezentowanej analizie zastosowano uproszczone podejście zakładając, iż występujące przekrojowe siły poprzeczne V w belce nie redukują nośności plastycznej na zginanie $M_{pl} = M_{pl,V}$. W przypadku ogólnym wyczerpanie nośności przekroju krytycznego (powstanie przegubu plastycznego) następuje w wyniku współdziałania sił przekrojowych $(M, N, V)_{gr}$.

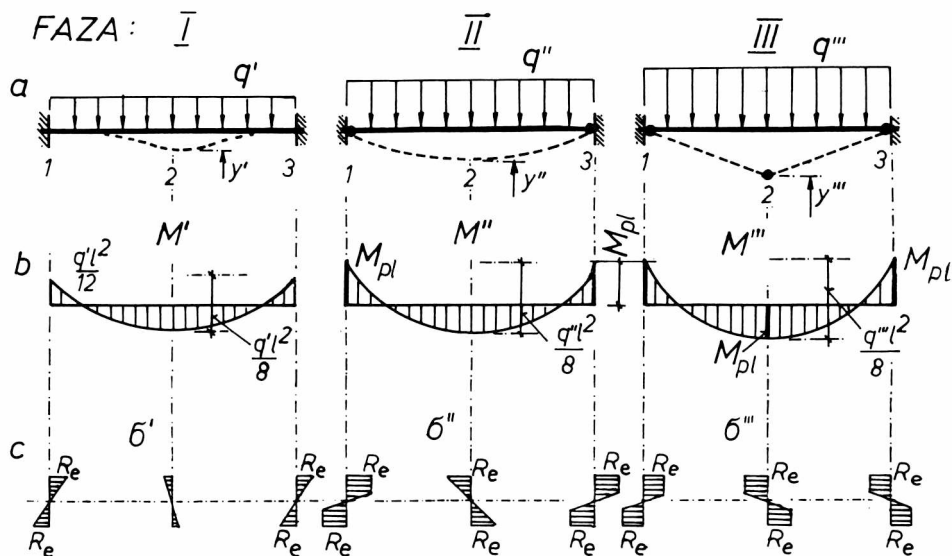
W I fazie sprężystej ekstremalne wyężenie belki pokazanej na rysunku 3.22 powstaje w przekrojach podporowych 1 i 3, a nośność sprężystą konstrukcji mierzoną obciążeniem q' wyznaczmy z warunku $\sigma = R_e$ i sprężystego rozkładu naprężeń w przekroju (patrz rys. 3.22c), która wynosi

$$\frac{q'l^2}{12} = Wf_d, \quad (3.36)$$

$$q' = 12Wf_d/l^2. \quad (3.37)$$

W II fazie, przy wzrastającym obciążeniu belki, w przekrojach przypodporowych 1 i 3 (gdzie występują ekstremalne momenty zginające) utworzą się przeguby plastyczne. Uplastycznione przekroje przypodporowe, w których powstały przeguby plastyczne, zmieniają schemat konstrukcji z belki statycznie niewyznaczalnej w statycznie wyznaczalną. Skutkuje to zwiększonym przyrostem przemieszczeń belki, co pokazano na rys. 3.22a – faza II.

Utworzenie się przegubów plastycznych w przekrojach 1 i 3 nie wyczerpuje nośności analizowanego ustroju. Stąd też możliwe jest przyłożenie większego obciążenia,



Rys. 3.22. Wykresy momentów zginających (b) oraz rozkłady naprężeń w przekrojach (c) belki statycznie niewyznaczalnej (a) w sprężystej i pozasprężystej fazie obciążenia

które doprowadzi do zmiany ustroju w mechanizm po powstaniu przegubu plastycznego w przekroju środkowym 2 (patrz rys. 3.22c — faza III). W tej sytuacji (utworzenia się trzech przegubów) belka zamienia się w łańcuch kinematyczny. Nośność graniczną konstrukcji, mierzona obciążeniem poprzecznym q''' , wyznaczamy w następujący sposób

$$\frac{q''' l^2}{8} = 2M_{pl} = 2W_{pl} f_d, \quad (3.38)$$

gdzie

$$q''' = 16W_{pl} f_d / l^2. \quad (3.39)$$

Należy zauważyć, że stosunek nośności plastycznej do nośności sprężystej analizowanej belki mierzony poprzecznym obciążeniem plastycznym w stosunku do sprężystego obciążenia wynosi

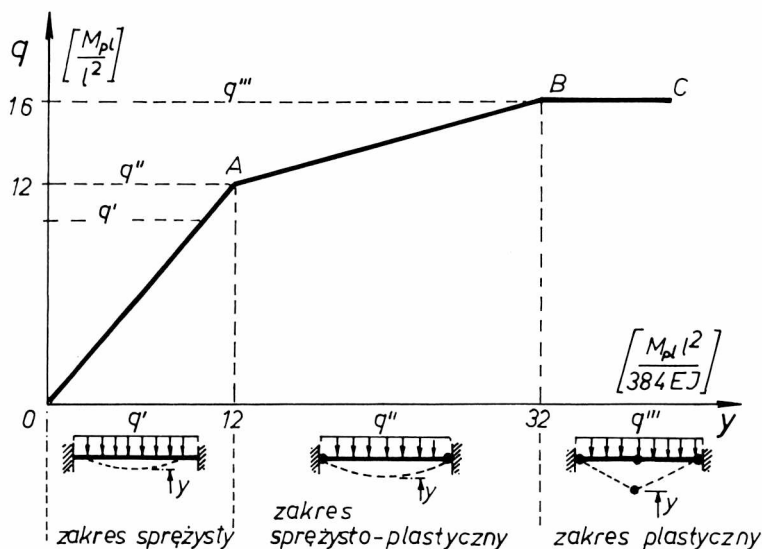
$$\frac{q'''}{q'} = \frac{16}{12} \frac{W_{pl}}{W} = \frac{16}{12} \alpha \quad (3.40)$$

i składa się z części $16/12$, który wyraża zmianę schematu statycznego związaną z redystrybucją sił wewnętrznych i składnika W_{pl}/W , opisującego wykorzystanie plastycznej rezerwy nośności przekroju α (redystrybucji naprężeń w przekroju). W ustrojach statycznie wyznaczalnych możemy jedynie uwzględnić w obliczeniach utworze-

nie się jednego przegubu plastycznego, a współczynnik rezerwy plastycznej wynosi $\alpha = W_{pl}/W$. W ustrojach statycznie niewyznaczalnych możemy wykorzystać rezerwy plastyczne wynikające z redystrybucji sił między przekrojami krytycznymi. Tak więc wzrost nośności plastycznej w stosunku do nośności sprężystej wynika z geometrii (kształtu) przekroju poprzecznego, co wyraża współczynnik rezerwy plastycznej α oraz z liczebności MKZ badanego ustroju (liczby przegubów, które możemy dopuścić przy zamianie konstrukcji w łańcuch kinematyczny).

Dla dwuteowego przekroju analizowanej belki pokazanej na rysunku 3.22 stosunek nośności plastycznej do nośności sprężystej (przyjęto $\alpha = 1,17$), mierzonej obciążeniem poprzecznym, wynosi $q'''/q' = (16/12) \times 1,17 = 1,56$.

Graficzną ilustrację nośności sprężystej i plastycznej analizowanej belki (rys. 3.22), w postaci odcinkowo (siecznie) zlinearyzowanej ścieżki równowagi statycznej $q(y)$ (y – ugięcie belki), pokazano na rys. 3.23. Z wykresu „łamanej” ścieżki równowagi statycznej 0–A–B–C widać zmniejszenie sztywności ustroju przy uplastycznianiu się kolejnych przekrojów.



Rys. 3.23. Odcinkowo zlinearyzowana ścieżka równowagi statycznej belki statycznie niewyznaczalnej

Przedstawiona analiza pozasprężystego wyężenia belki obustronnie zamocowanej ma charakter uproszczony. Z badań [29, 30] wynika, iż proces formowania się przegubów plastycznych w ustroju jest zazwyczaj równoczesny, a ścieżki równowagi ustroju są funkcjami nieliniowymi.

Rekapitułując rozważania nad nośnością badanej konstrukcji, należy stwierdzić, że efekty ekonomiczne (mierzone wzrostem obciążeń ustroju) przy wykorzystaniu plastycznej rezerwy są zdecydowanie większe dla konstrukcji statycznie niewyznaczalnych niż dla ustrojów statycznie wyznaczalnych.

3.5. Metody wyznaczania nośności granicznej z uwzględnieniem rezerwy plastycznej przekroju

W klasycznym sprężystym podejściu do wymiarowania wytrzymałościowego konstrukcji stalowych wyznacza się siły przekrojowe w sprężystym zakresie obciążenia ustroju i sprawdza się stopień wykorzystania nośności przekrojów ekstremalnie wyjęzonych dla sprężystego rozkładu naprężeń (2.70).

Jak wykazano (pkt 3.2), osiągnięcie w skrajnych włóknach przekroju krępego klasy 1 i 2 wytrzymałości obliczeniowej materiału nie wyczerpuje nośności elementu. Aby nastąpiło zniszczenie konstrukcji, musi przekształcić się ona częściowo lub jako całość w łańcuch kinematyczny. Dlatego też warunek wytrzymałościowy w przypadku uwzględnienia rezerwy plastycznej sprowadza się do wykazania, że żadna kombinacja obciążeń obliczeniowych nie zmieni konstrukcji, jako całości lub jej części, w łańcuch kinematyczny. Nośność graniczną konstrukcji będziemy mierzyć obciążeniem, które powoduje zamianę ustroju w mechanizm. Takie podejście do obliczania płaskich konstrukcji stalowych (belek, ram) dopuszczają współczesne normy i wytyczne projektowania [114, 118, 119, 121]. Nie dotyczy ono belek podsuwnicowych, belek hybrydowych (złożonych ze stali różnych gatunków), belek ażurowych, belek o przekrojach cienkościennych, a także konstrukcji narażonych na obciążenie dynamiczne, sejsmiczne i szkody górnicze.

W metodzie nośności granicznej konstrukcji (z wykorzystaniem rezerwy plastycznej przekrojów) przyjmuje się następujące założenia:

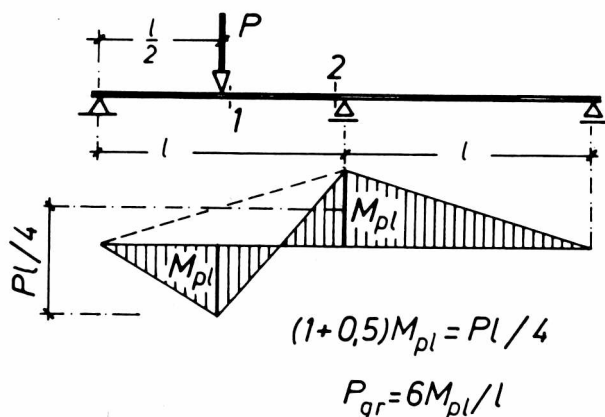
- obciążenie, przy którym tworzy się tyle przegubów plastycznych, ile elementów sprawczych (krytycznych) jest w minimalnym krytycznym zbiorze (MKZ), przyjmujemy jako nośność graniczną ustroju [17, 51],
- ustrój pozostaje w równowadze, aż do utworzenia się wszystkich przegubów plastycznych w MKZ,
- obciążenia lub ich składowe leżą w głównych środkowych płaszczyznach bezwładności przekroju.

Stosuje się następujące metody obliczeniowe konstrukcji z uwzględnieniem plastycznej rezerwy przekrojów.

Metoda statyczna [100] polega na znalezieniu dla przyjętych obciążeń obliczeniowych takiego największego pola momentów, przy którym są spełnione warunki równowagi wewnętrznej i nie jest przekroczony w żadnym przekroju krytycznym moment graniczny ($M \leq M_{p1}$). W procedurze obliczeniowej metody statycznej wyznaczania nośności granicznej możemy wyróżnić następujące fazy:

- ustalenie miejsc i ilości przegubów plastycznych (elementów sprawczych) oraz liczby minimalnych krytycznych zbiorów,
- określenie tyłu równań równowagi, ile jest przegubów plastycznych,
- znalezienie wartości nadliczbowych oraz określenie momentów w funkcji obciążeń obliczeniowych i sztywności prętów.

Metoda ta jest stosowana, gdy jednoznacznie możemy określić miejsca występowania przegubów plastycznych, a więc dla prostych konstrukcji o mało skompliko-



Rys. 3.24. Przykład wyznaczania nośności granicznej metodą statyczną

wanych schematach statycznych i schematach obciążeń (o małej liczbie minimalnych krytycznych zbiorów elementów sprawczych).

Na rysunku 3.24 pokazano przykład wyznaczenia obciążenia granicznego belki dwuprzęsłowej, obciążonej siłą skupioną P w środku rozpiętości w jednym przęśle. Zakładając, iż w stanie granicznym nośności powstaną przeguby nad podporą środkową i pod obciążeniem skupionym, z równania równowagi wyznaczono P_{gr} , mierzone nośnością plastyczną przekroju zginanego M_{pl} .

Metoda kinematyczna [100] polega na badaniu energii rozproszonej przy tworzeniu się różnych kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia. Rozwiązanie uzyskuje się metodą prac przygotowanych, porównując pracę sił wewnętrznych (suma iloczynów momentów plastycznych M_{pl} i kątów obrotu Θ) z pracą sił zewnętrznych (P, M, q na odpowiednich przemieszczeniach i obrotach y, φ, u)

$$\sum_i M_{pl} \Theta = \sum_j (Py + M\varphi + qu). \quad (3.41)$$

Z otrzymanego zbioru rozwiązań (dla każdego kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu zniszczenia) wybiera się to, które daje najmniejsze obciążenie. W celu rozwiązania układu statycznego metodą kinematyczną należy:

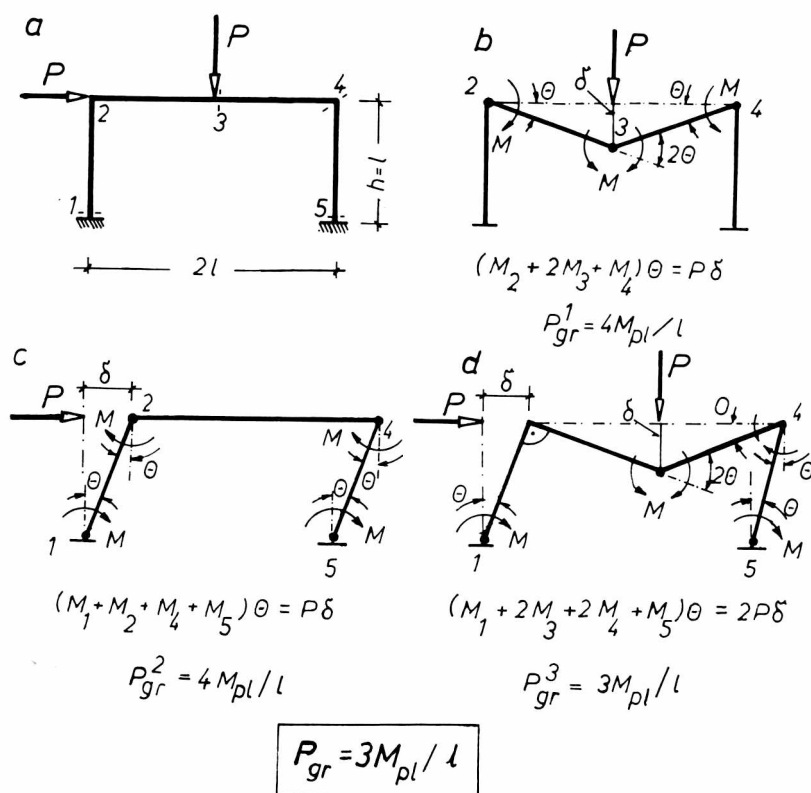
- ustalić miejsca i liczbę przegubów plastycznych (elementów sprawczych) oraz liczbę minimalnych krytycznych zbiorów (MKZ),
- określić wielkość kątów obrotu w przegubach plastycznych oraz przemieszczeń prętów w każdym MKZ,
- wyznaczyć obciążenie graniczne z (3.41) dla każdego mechanizmu (MKZ), a następnie min/min P_{gr} .

Zazwyczaj mamy do czynienia z kilkoma kinematycznie dopuszczalnymi mechanizmami zniszczenia. W celu uniknięcia niebezpieczeństwa pominięcia ważnego mechanizmu zniszczenia, który dałby najmniejsze obciążenie graniczne, należy systematycznie przeszukiwać zbiory MKZ. Dlatego też po uzyskaniu rozwiązania należy sprawdzić, czy stowarzyszone rozkłady sił wewnętrznych spełniają warunki równo-

wagi i warunki plastyczności. Trzeba zauważyć, że rozwiązania kinematyczne dają oszacowania nośności od góry.

Metoda kinematyczna pozwala analizować stosunkowo złożone konstrukcje z pominięciem klasycznej statyki ustrojów. Staje się jednak mało użyteczna, gdy na uplastycznienie przekroju wpływ ma nie tylko moment M , ale i siła podłużna N oraz poprzeczna V (zachodzi wówczas potrzeba wyznaczenia sił poprzecznych i osiowych w granicznym stanie obciążenia według odrębnych procedur obliczeniowych). Zarówno w metodzie statycznej, jak i metodzie kinematycznej wyznaczamy stosunkowo łatwo obciążenie graniczne, przy którym następuje całkowite zniszczenie ustroju, jednak brak jest informacji o fazach pośrednich wyężenia przed zamianą konstrukcji w mechanizm.

Przykład wyznaczania nośności granicznej ustroju metodą kinematyczną pokazano na rysunku 3.25. Rozpatruje się ramę jednokomorową, trzykrotnie statycznie niewyznaczalną, obciążoną pionową siłą skupioną P w środku rozpiętości rygla oraz siłą poziomą P przyłożoną w miejscu połączenia rygla ze słupem. Przekrój słupa i rygla ma nośność plastyczną mierzoną momentem zginającym M_{pl} . Dla analizowanego schematu statycznego ramy możemy wyróżnić trzy mechanizmy zniszczenia: belkowy, słupowy (przechyłowy) oraz stanowiący kombinację mechanizmu słupowego i belkowego (kropkami oznaczono na rysunku 3.25 przeguby

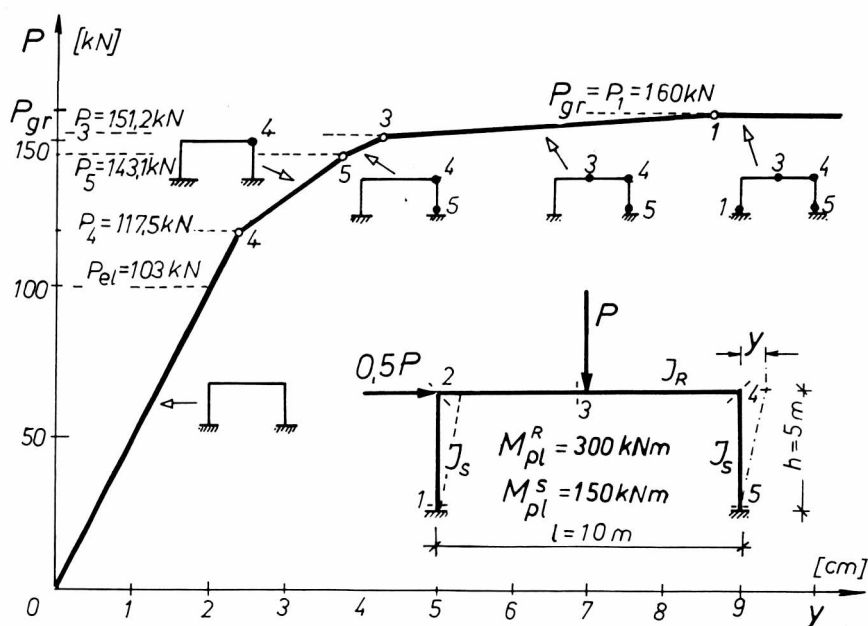


Rys. 3.25. Przykład wyznaczania nośności granicznej ramy portalowej (a) metodą kinematyczną; b, c, d — mechanizmy zniszczenia

plastyczne). Nośności graniczne P_{gr}^i poszczególnych kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia wyznaczono z równań pracy sił wewnętrznych i obciążeń zewnętrznych (3.41). Minimalną nośność graniczną uzyskano dla mechanizmu stanowiącego kombinację belkowego i przechyłowego mechanizmu zniszczenia.

Metoda „rozwiązań sprężystych” [100] (metoda przyrostowa) polega na kolejnym zmniejszaniu stopnia statycznej niewyznaczalności układu przez wprowadzanie w miejsce największych momentów zginających kolejnych przegubów plastycznych, aż do uzyskania układu geometrycznie zmiennego. W celu rozwiązania układu statycznie niewyznaczalnego należy:

- rozwiązać układ statyczny sprężysty,
- ustalić liczbę $n + 1$ przegubów plastycznych (n = stopień statycznej niewyznaczalności),
- wprowadzać kolejno w miejsce największych momentów zginających przeguby plastyczne i rozwiązać każdorazowo, o jeden stopień statycznej niewyznaczalności niższy układ statyczny, przyjmując w przegubach plastycznych stałe momenty M_{pl} . W metodzie „rozwiązań sprężystych” do rozwiązania układów statycznych można zastosować metodę sił, przemieszczeń, Crossa, a przede wszystkim skorzystać z programów komputerowych. W omawianej metodzie mamy pełną informację o momentach zginających, siłach poprzecznych oraz osiowych i tworzących się przegubach, a także przemieszczeniach w każdej fazie obliczeń. Stanowi to niewątpliwie zaletę tej metody.



Rys. 3.26. Odcinkowo zlinearyzowana ścieżka równowagi statycznej ramy portalowej [39]

Przykład ścieżki równowagi statycznej (odcinkowo zlinearyzowanej) ramy portalowej, obciążonej siłą skupioną w środku rygla i przy połączeniu rygla ze słupem, wyznaczonej metodą „rozwiązań sprężystych” pokazano na rysunku 3.26. Oznaczając kropkami przeguby plastyczne, zobrazowano kolejne fazy wyłączenia ustroju i odpowiadające im schematy statyczne.

Metoda wyrównywania momentów [100] ma zastosowanie do rozwiązywania układów ortogonalnych i przypomina w pewnym sensie metodę Crossa (inaczej rozprowadza się momenty zginające). W metodzie tej przyjmuje się jakikolwiek rozkład momentów spełniających warunki równowagi i poszukuje się innego pola, charakteryzującego się niższymi wartościami momentów ekstremalnych, ale zapewniających równowagę. Procedura obliczeniowa w tej metodzie jest następująca:

- dla wszystkich obciążonych elementów wyznacza się pole momentów, które spełniają równanie równowagi z wyjątkiem równowagi węzłów,
- doprowadza się węzły do równowagi, „zaczepiając” w nich odpowiednie przyrosty momentów,
- wprowadzone przyrosty momentów rozprowadza się w konstrukcji bez naruszania zasad równowagi.

Obliczanie przez programowanie liniowe [100]. Dostępne aktualnie programy komputerowe umożliwiają poszukiwanie obciążenia prowadzącego do zamiany ustroju w mechanizm przez programowanie liniowe. Możliwe jest zatem rozwiązywanie konstrukcji złożonych oraz uwzględnienie łącznego działania w przekroju momentu zginającego siły podłużnej i siły poprzecznej.

Zgodnie z normą [114] nośność graniczną konstrukcji statycznie niewyznaczalnych, zabezpieczonych przed utratą stateczności, wyznaczamy ze wzoru

$$F \leq F_u = \alpha_u F_{u,1}, \quad (3.42)$$

w którym

$$\alpha_u = \frac{F_{pl}}{F_{(1)}}, \quad (3.43)$$

F – obciążenie obliczeniowe,

F_{pl} – wartość obciążenia, wyznaczona z warunku równowagi granicznej, przy której układ (lub jego część) staje się geometrycznie zmienny,

$F_{(1)}$ – wartość obciążenia, przy której tworzy się pierwszy uogólniony przegub plastyczny (uwaga: zgodnie z teorią nośności plastycznej prętowych systemów konstrukcyjnych wszystkie pełne przeguby plastyczne występują równocześnie),

F_u – nośność graniczna obliczeniowa,

$F_{u,1}$ – wartość obciążenia, przy której pierwszy przekrój krytyczny osiąga nośność obliczeniową uogólnionego przegubu plastycznego (wzór (3.6)).

Wartość współczynnika α_u należy wyznaczać dla średniego (ważonego) współczynnika obciążenia γ_F .

W przypadku ram norma [114] nakazuje sprawdzać dodatkowe warunki. Nośność ram o węzłach nieprzesuwnych można wyznaczać według wzoru (3.42), jeśli spełnione są następujące warunki:

– dla elementów zginanych i ściskanych

$$n \leq 1,7 - \beta - \bar{\lambda} \quad \text{i} \quad n \leq 0,85, \quad (3.44)$$

– dla elementów ściskanych osiowo

$$n \leq \varphi, \quad (3.45)$$

w których:

n – względna siła podłużna od obciążeń obliczeniowych $F: n = N(F)/N_R$,

β – współczynnik momentu zginającego wg tabl. 2.1,

$\bar{\lambda}$ – smukłość względna w płaszczyźnie zginania obliczona przy założeniu długości wyboczeniowej $\mu = 1$,

φ – współczynnik wyboczeniowy dla największej smukłości pręta.

Nośność ram o węzłach przesuwnych i smukłości $\bar{\lambda}_u \leq 0,6$ można sprawdzić według [114] ze wzoru

$$\frac{F}{\alpha_u F_{u,1}} [1 + \alpha_u (\bar{\lambda}_u)^2] \leq 1, \quad (3.46)$$

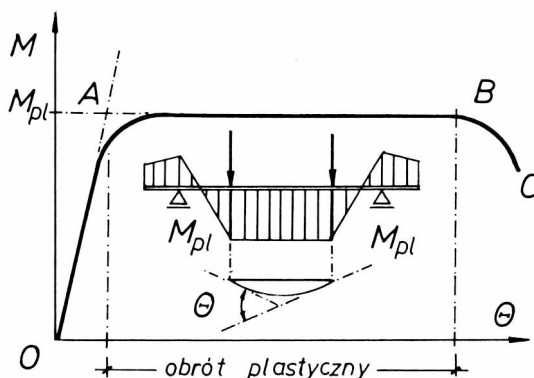
gdzie: $\bar{\lambda}_u$ – smukłość względna układu $\bar{\lambda}_u = \sqrt{F_{u,1}/F_{cr}}$, F_{cr} – obciążenie krytyczne układu (w stanie bezmomentowym), α_u , $F_{u,1}$ – jak we wzorze (3.43).

Jeżeli $\bar{\lambda}_u > 0,6$, to ramy w stanie sprężysto-plastycznym należy obliczać według teorii drugiego rzędu, uwzględniając stopniową redukcję sztywności w miarę powstawania przegubów plastycznych.

3.6. Zagadnienia stateczności ogólnej i lokalnej konstrukcji obliczanej z uwzględnieniem rezerwy plastycznej

Niezbędnym warunkiem praktycznego obliczania konstrukcji stalowych z uwzględnieniem rezerwy plastycznej przekroju jest wykazanie, że jest możliwe osiągnięcie nośności granicznej częściowo lub całkowicie uplastycznionych przekrojów ustroju. Przekroje poprzeczne muszą być tak ukształtowane, aby nie nastąpiło wyboczenie lokalne ściskanych pólek, środników, a także zwichrzenie. Warunkiem wystąpienia (przewidywanego teorią obciążeń granicznych) przemieszczenia ustroju między utworzeniem pierwszego i ostatniego przegubu plastycznego jest możliwość dokonania obrotu przez przeguby plastyczne podczas wzrostu obciążeń do wartości plastycznego obciążenia granicznego. Oznacza to, że zdolność do obrotu w przegubie plastycznym musi być tak duża, aby nie zaszła redukcja momentu plastycznego. Na rysunku 3.27 pokazano na przykładzie zginanej belki ciągłej przedział A–B, wskazujący na zdolności przekroju do obrotu w funkcji kąta wygięcia belki. Jeśli przegub plastyczny będzie się dalej obracać pod wzrastającym obciążeniem i przejdzie w fazę

BC (rys. 3.27 – spadek nośności), to nie jest możliwe przeniesienie teoretycznego momentu plastycznego i wcześniej niż to wynika z obliczeń konstrukcja przejdzie w stan zniszczenia.



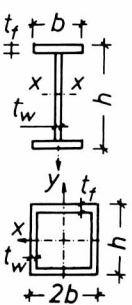
Rys. 3.27. Wykres zależności moment zginający – kąt obrotu w przegubie plastycznej belki ciągłej

Pręty konstrukcji projektowanych z uwzględnieniem rezerwy plastycznej powinny charakteryzować się stosunkowo krępyimi przekrojami, które przenosząc siły graniczne powinny zachować zdolność do plastycznego odkształcania się pod ich wpływem. Przekroje prętów, w których tworzą się przeguby plastyczne, winny zachowywać swą nośność oraz mieć zdolność do obrotu przy powstawaniu kolejnych przegubów w ustroju, aż do zamiany konstrukcji w mechanizm. Te wymagania spełniają przekroje klasy 1. Przekroje klasy 2 mogą osiągać nośność uogólnionego przegubu plastycznego, lecz wskutek niestateczności ścianek w fazie plastycznej wykazują ograniczoną zdolność do obrotu, uniemożliwiającą redystrybucję sił wewnętrznych w ustroju. W celu zapewnienia zdolności do obrotu przegubu plastycznego określono wartości granicznych smukłości λ_{gr} ścianek (półek, środków) profili. Projektując konstrukcje o przekrojach zbyt wiotkich nie udaje się wykorzystać rezerwy plastycznej, gdyż ich wymiarowanie jest uwarunkowane ograniczeniami dopuszczalnych odkształceń.

Przekroje poprzeczne elementów zginanych, obliczanych z uwzględnieniem rezerwy plastycznej, winny mieć ścianki (środki, półki) o dostatecznie małej smukłości, aby w czasie odkształceń plastycznych, podczas przechodzenia przez zakres plastycznego płynięcia materiału, aż do osiągnięcia obszaru wzmocnienia, nie mogło nastąpić ich wyboczenie. Obszerne teoretyczne i doświadczalne badania [39] pozwoliły określić wymagania dotyczące minimalnych grubości środków i półek. W wytycznych [100] podano maksymalne smukłości środków i półek profili dwuteowych i skrzynkowych przekroji zginanych, w których utworzy się przegub plastyczny, warunkujące osiągnięcie pełnej zdolności do obrotu. Maksymalne smukłości ścianek (półek i środków) według wytycznych niemieckich [39] zamieszczono w tablicy 3.3. Graniczne smukłości ścianek profili zginanych warunkujące sztywność kształtu umożliwiającego pełną redystrybucję momentów zginających zależą od gatunku stali. W normie

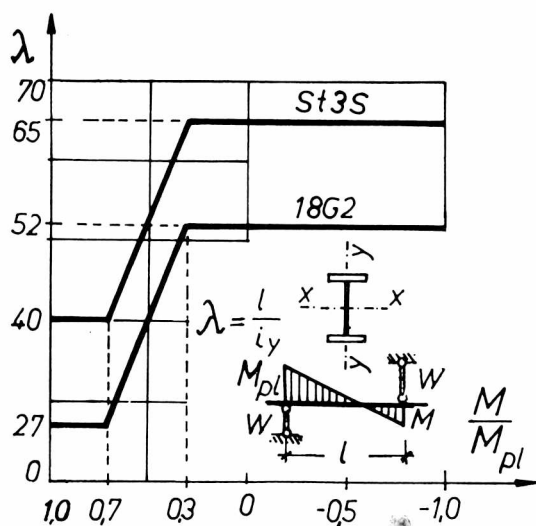
[114] uzależniono je od parametru $\varepsilon = \sqrt{215/f_d}$. Graniczne smukłości ścianek przekrojów klasy 1, umożliwiających pełny obrót plastyczny (wg [114]) podano w tabelicy 1.3.

Tablica 3.3. Maksymalne smukłości ścianek przegubów plastycznych [39]

	Półka b/t_f		Środek h/t_w	
	St37	St52	St37	St52
$\frac{N}{N_{pl}} \leq 0,27$	17	14	$70 \left[1 - 1,4 \frac{N}{N_{pl}} \right]$	$56 \left[1 - 1,4 \frac{N}{N_{pl}} \right]$
$\frac{N}{N_{pl}} > 0,27^*$			43	35

* Przy stosowaniu powyższych wartości powinno być $N \leq 0,8 N_{pl}$

Belka zginana w jednej ze swoich głównych płaszczyzn bezwładności może utracić stateczność przez zwichrzenie. Podobnie jak w przypadku miejscowej utraty stateczności, należy eliminować możliwość zwichrzenia konstrukcji obliczanej z uwzględnieniem rezerwy plastycznej. Występowanie w belce strefy uplastycznionej zmniejsza znacznie jej sztywność, a niebezpieczeństwo zwichrzenia wzrasta. Dla zabezpieczenia się przed utratą płaskiej postaci zginania (zwichrzenia) należy belki odpowiednio stężyć, stosując więzy ograniczające przemieszczenia prostopadłe do płaszczyzny zginania, którymi mogą być pręty – stężenia lub tarcze (patrz pkt 2.6). Jeżeli stężeniami są elementy W (rys. 3.28), to ich rozstaw nie może przekraczać określonej wartości krytycznej l , którą wyznaczymy z wykresów podanych na rysunku 3.28 [39]. Podob-



Rys. 3.28. Maksymalne odstępły l bocznego podparcia belek dwuteowych w obszarach uplastycznionych [39]

nie jak w przypadku stateczności ścianek profilu, również maksymalne odstępstwa l podparć bocznych belek zabezpieczonych przed zwichrzeniem zależą od gatunku stali belki oraz jej promienia bezwładności i_y względem osi najmniejszej bezwładności przekroju.

Pręty poprzeczne W (rys. 3.28), stanowiące podparcie boczne zabezpieczające belki przed zwichrzeniem, powinny mieć odpowiednie sztywności, które są określone zarówno w wytycznych [100], jak i normie [114] (patrz pkt 2.6). Ponadto wytyczne [100] podają warunki sztywnościowe dla tarcz stanowiących stężenie poprzeczne. Zjawiska zwichrzenia można nie uwzględniać, gdy na stalowych belkach opierają się stropy lub przekrycia dachowe z płyt żelbetowych i ceramicznych sztywno połączonych z konstrukcją stalową, a ich wymiary (grubość, rozpiętość) nie różnią się od powszechnie stosowanych.

3.7. Stan graniczny użytkowania konstrukcji obliczanej z uwzględnieniem rezerwy plastycznej

Stosowane metody szacowania przemieszczeń w stanie sprężysto-plastycznym wyłączenia elementów zginanych można podzielić na dwie grupy [100]. W pierwszej z nich analizuje się sprężysto-plastyczne odkształcenie się ustroju, rozpatrując zmiany schematu statycznego w miarę powstawania przegubów plastycznych. W metodzie tej uwzględnia się rzeczywistą sztywność sprężystą częściowo uplastycznionych elementów, ale wiąże się to z bardzo dużym nakładem pracy rachunkowej.

W drugiej metodzie rozpatruje się układ konstrukcyjny zmieniony w łańcuch kinematyczny (układ z odpowiednią liczbą przegubów plastycznych). Zakłada się, że strefy plastyczne ograniczają się do przekrojów z przegubami plastycznymi. Założenie to nie odpowiada rzeczywistości, gdyż strefy uplastycznione rozciągają się na pewne obszary belki [29, 30] (patrz rys. 3.4). Poszerzone rzeczywiste strefy uplastycznione sprawiają, iż konstrukcja jest bardziej podatna na odkształcenia. Poczynione założenie umożliwia jednak uproszczenie procedur obliczeniowych.

Należy zaznaczyć, że opracowane metody oszacowania przemieszczeń konstrukcji w stanach sprężysto-plastycznych mają charakter wycinkowy i dotyczą tylko pewnych, zazwyczaj najprostszych, układów [9] i nie dają się uogólnić.

Zgodnie z wymaganiami półprobabilistycznej normy [114] stan graniczny użytkowania sprawdzamy dla obciążeń obliczeniowych P_o (powiększonych o współczynniki obciążenia $\gamma_f > 1$), nośność konstrukcji zaś wyznaczamy przyjmując wytrzymałość obliczeniową f_d , uzyskaną przez pomniejszenie o $\gamma_s > 1$ gwarantowanej granicy plastyczności (3.7). Stąd też, ze względu na sposób przeprowadzania oceny wytrzymałości, który polega na porównywaniu nośności granicznej („pomniejszonej” o γ_s) z siłami wewnętrznymi wyznaczonymi dla obciążeń obliczeniowych („powiększonych” o γ_f), bardzo rzadko konstrukcja może znaleźć się w fazie ugięć niesprężystych. Poza nielicznymi wyjątkami, nie mającymi z reguły praktycznego znaczenia, ugięcia pionowe i poziome możemy sprawdzać dla obciążenia charakterystycznego w sprężystej fazie wyłączenia konstrukcji, spełniając wymagania normy [114]. Należy jednak zaznaczyć, że niebezpieczeństwo zaniżonego oszacowania przemieszczeń ustroju ma istotne znaczenie dla konstrukcji wrażliwych na wpływ przemieszczeń na siły wewnętrzne.

3.8. Obliczanie konstrukcji na przystosowanie do zmiennych obciążeń

Obliczanie na przystosowanie do zmiennych obciążeń jest istotne, gdy obciążenia przemienne stanowią dużą część przenoszonych przez ustrój działań. Teoria przystosowania jest jednym z działów plastycznej analizy konstrukcji, przez którą rozumie się dziedzinę badań zachowania się konstrukcji pod obciążeniami nie narastającymi proporcjonalnie od jednego parametru, lecz obciążeniami wieloparametrowymi, cyklicznymi [49].

Na rzeczywiste konstrukcje działają obciążenia (własne, użytkowe, od śniegu i wiatru, technologiczne) zmieniające się niezależnie od siebie w cyklach o różnym okresie. Dlatego też badając zachowanie się konstrukcji pod działaniem obciążeń zmiennych, należy uwzględnić fakt, że obszary uplastycznione mogą zostać odciążone i w konsekwencji znaleźć się ponownie w zakresie sprężystym. Po odciążeniu pozostają w konstrukcji odkształcenia trwałe i w rezultacie wytwarza się tam pewien układ samorównoważonych naprężeń i sił „resztkowych”. Naprężenia resztkowe nie wpływają na nośność konstrukcji przy jednoparametrowych obciążeniach, mają jednak wpływ na zachowanie się konstrukcji pod działaniem złożonych programów obciążania (np. na ugięcia). Może się zdarzyć, że w trakcie kilku cykli obciążania, w rezultacie powstrzymywania plastycznego płynięcia, wytworzy się taki układ naprężeń własnych, że dalsze zachowanie się konstrukcji będzie czysto sprężyste. Sytuację taką określa się mianem przystosowania się konstrukcji do zmiennych obciążeń.

Przeanalizujemy [49] wyężenie prostokątnego przekroju, zginanego w pierwszym cyklu obciążenia momentem wywołującym częściowe jego uplastycznienie (rys. 3.29a), w drugim cyklu zaś momentem sprężystym (rys. 3.29b) o przeciwnym znaku. W rezultacie po obu cyklach obciążania w przekroju pozostają tak zwane naprężenia resztkowe σ_R (rys. 3.29c):

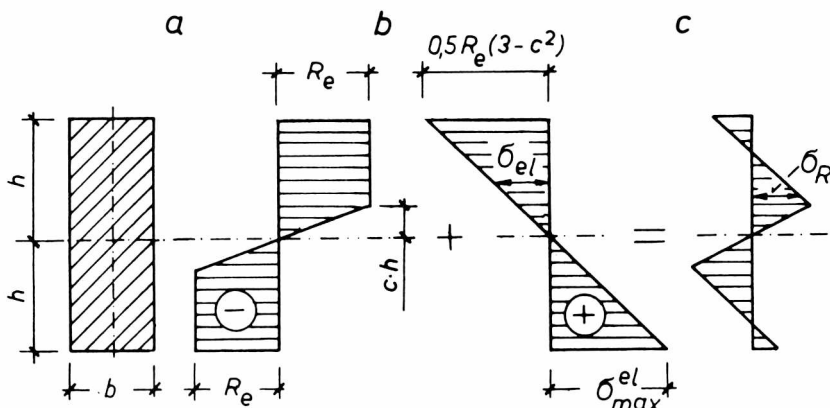
$$\sigma_R = \sigma_{pl} - \sigma_{el}, \quad (3.47)$$

$$\int \sigma_R dA = 0, \quad (3.48)$$

$$\int \sigma_R z dA = 0, \quad (3.49)$$

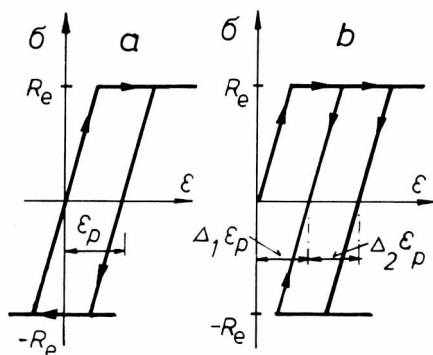
które są samorównoważące się, a ich wypadkowa jest równa zero. Przy powtórnym obciążeniu, aż do wartości momentu osiągniętego przy pierwszym obciążeniu, belka będzie się zachowywała czysto sprężysto i nie pojawią się w niej nowe odkształcenia trwałe. W tym przypadku trwałe odkształcenia, które powstają w pierwszym cyklu, spowodowały, że belka przystosowała się do jednoparametrowego obciążenia zadany momentem zginającym. Moment zginający przystosowania M_{prz} dla przykładu pokazanego na rysunku 3.29 wynosi

$$0 < M_{prz} = bh^2 R_e \left(1 - \frac{c^2}{3}\right). \quad (3.50)$$



Rys. 3.29. Pola naprężeń przy obciążaniu i odciążaniu belki sprężysto-plastycznej:
a – obciążenie; b – sprężyste odciążenie; c – naprężenia resztkowe

Przy cyklicznym wyężaniu lub zmianach programów obciążenia nie zawsze następuje przystosowanie konstrukcji i wówczas w każdym cyklu powstaje nowe odkształcenie plastyczne. Te odkształcenia mogą być albo przemienne (rys. 3.30a), to znaczy powstawać i znikać w każdym cyklu, albo też mogą narastać cyklicznie (rys. 3.30b), prowadząc do nadmiernych deformacji konstrukcji. W rezultacie przemiannych odkształceń plastycznych (rys. 3.30a) następuje zniszczenie na skutek niskocyklowego zmęczenia plastycznego po kilku lub kilkudziesięciu cyklach. Jest to zjawisko odmienne od zmęczenia sprężystego, które następuje po setkach tysięcy lub milionach cykli.



Rys. 3.30. Odkształcenia przy cyklicznym obciążaniu materiału idealnie sprężysto-plastycznego: a – płynięcie przemienne; b – nagromadzenie się odkształceń plastycznych

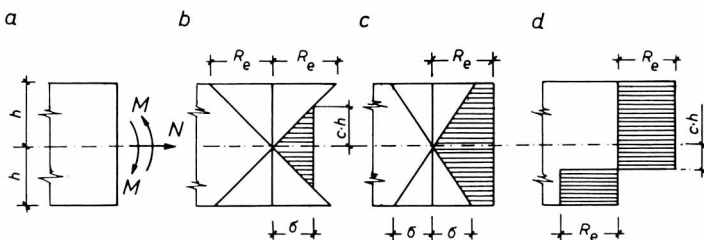
Nagromadzenie się odkształceń (rys. 3.30b) w rezultacie cyklicznych obciążeń, które w żadnej chwili nie wyczerpują nośności konstrukcji, ma charakter mechanizmu „zapadkowego” (*ratchetting*). Zjawisko to prowadzi do przekroczenia granicznej wydłużalności materiału lub do znacznych zmian w ukształtowaniu konstrukcji (następuje nagromadzenie się odkształceń).

W celu wyjaśnienia charakteru zjawisk występujących w wypadku cyklicznego obciążenia konstrukcji sprężysto-plastycznej i zilustrowania zakresu teorii przystosowania rozpatrzmy [49] przykład z rysunku 3.31. Pręt o przekroju $b \times 2h$ jest poddany działaniu siły podłużnej N i cyklicznie zmieniającego się momentu zginającego $-M^x \leq M \leq M^x$. Wprowadzimy następujące oznaczenia:

$$n = N/N_{pl}, \quad (3.51)$$

$$m = M/M_{pl}, \quad (3.52)$$

gdzie: $N_{pl} = 2bhR_e$, $M_{pl} = bh^2R_e$.



Rys. 3.31. Rozkłady naprężeń przy cyklicznym zginaniu i rozciąganiu przekroju prostokątnego

Granica obszaru takich kombinacji $m > 0$ i $n > 0$, przy których w przekroju nigdzie nie zostaje osiągnięta granica plastyczności R_e , jest prosta

$$\frac{3}{2}m + n = 1, \quad (3.53)$$

którą wyznaczono ze wzoru na naprężenia przy mimośrodkowym rozciąganiu. Warunek plastyczności nie zostanie przekroczony dla przekroju zginanego cyklicznie przy stałej sile osiowej, gdy wykresy naprężeń w przekroju odpowiadają wyężeniom pokazanym na rysunku 3.31b i c (zakreskowane pola charakteryzują wielkość siły podłużnej). Otrzymujemy w rezultacie następujące zależności:

$$m = \frac{2}{3}, \quad 0 \leq n \leq \frac{1}{2}, \quad (3.54)$$

$$\frac{3}{4}m + n = 1, \quad \frac{1}{2} \leq n \leq 1. \quad (3.55)$$

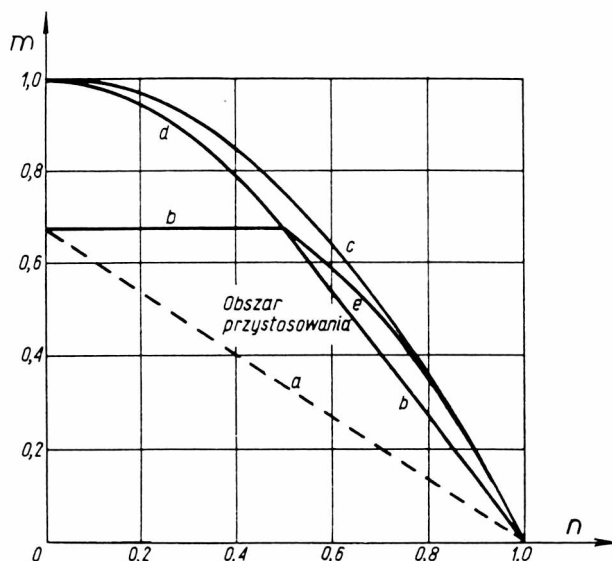
Ograniczają one obszar przystosowania. Wszystkie kombinacje obciążeń $m = f(n)$, które są zawarte w obszarze określonym przez proste $m = 0$, $n = 0$ oraz wzory (3.54) i (3.55), nie prowadzą do narastania odkształceń plastycznych.

Na rysunku 3.32 [49] pokazano granicę obszaru przystosowania (linia b), wynikającą z zależności (3.54) i (3.55). Prosta a przedstawia granicę czysto sprężystego stanu wyężenia określoną równaniem (3.53), linia c zaś krzywą graniczną (parabolą), którą, przy założeniu, że cały przekrój jest uplastyczniony, opisuje równanie:

$$m + n^2 = 1. \quad (3.56)$$

Miedzy krzywą c i prostymi b znajduje się obszar takich kombinacji m i n , dla których w każdym cyklu powstawać będą odkształcenia plastyczne. Przemienne odkształcenia plastyczne występują w obszarze pomiędzy prostą b i krzywą d , nagromadzenie się odkształceń jednego znaku zaś występuje w obszarze pomiędzy prostą b i krzywą e .

Zjawisko przystosowania się konstrukcji do zmiennych obciążeń prześledźmy na przykładzie dwuprzęsłowej belki obciążonej cyklicznie, pokazanej na rysunku 3.33 [9]. Program obciążenia belek o przekroju prostokątnym $b \times h = 20 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$

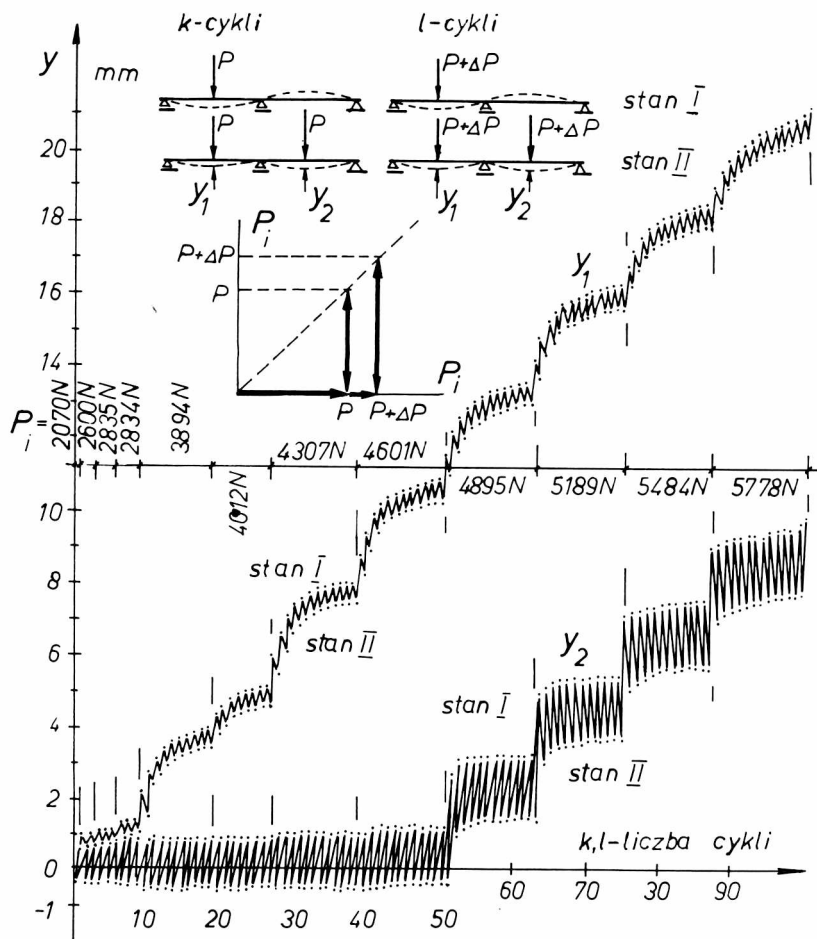


Rys. 3.32. Krzywe graniczne pręta zginanego i rozciąganego: a – nośność sprężysta, b – przystosowanie, c – nośność plastyczna, d – plastyczność przemienna, e – nagromadzenie się wydłużeń [49]

był następujący. Belkę obciążano siłą skupioną P w lewym przęśle, a następnie przykładano siłę P w prawym przęśle. W badanej belce moment zginający w przekroju pod siłą skupioną w prawym przęśle przy obciążaniu i odciążaniu zmieniał znak. W każdej następnej fazie badań zwiększano obciążenie o ΔP i obciążano i odciążano k razy, aż do ustabilizowania się przemieszczeń. Rysunek 3.33 jest ilustracją ścieżek równowagi statycznej w funkcji liczby cykli przy wzrastającym obciążeniu. W badanym przypadku obciążenie $P_{prz} = 5484$ N uznano za obciążenie przystosowania (przy wzroście obciążenia $P_j > P_{prz}$ nie następowała stabilizacja przemieszczeń).

Przystosowanie się konstrukcji do obciążenia cyklicznego oznacza, iż powstał w niej stan odkształceń plastycznych taki, że przy następnych cyklach obciążenia zachowa się ona już czysto sprężystie. W teorii przystosowania występują dwa podstawowe twierdzenia. Pierwsze z nich, sformułowane dla konstrukcji prętowych przez Bleicha [19] stwierdza, że jeśli w ogóle istnieje stan konstrukcji pozwalający na przystosowanie, to konstrukcja „znajduje” drogę do osiągnięcia (tego lub innego) stanu przystosowania. Twierdzenie to orzeka więc, że jeżeli konstrukcja może się przystosować, to rzeczywiście przystosuje się. Jest to twierdzenie statyczne przystosowania [49].

Twierdzenie statyczne. Jeżeli dla konstrukcji ramowej płaskiej istnieją: nie zmieniające się w czasie pole momentów resztkowych $\bar{M}_i$ oraz mnożnik (współczynnik



Rys. 3.33. Wykres przemieszczeń belki dwuprzęsłowej obciążonej przemiennym, wzrastającym obciążeniem w funkcji liczby cykli obciążania [9]

bezpieczeństwa) $s > 1$, takie że spełnione są związki

$$\bar{M}_i + \max M_i^E < \frac{1}{s} M_{oi} \quad -\frac{1}{s} M_{oi} \leq \bar{M}_i + \min M_i^E, \quad (3.57)$$

$$\max M_i^E - \min M_i^E \leq 2a_i \frac{1}{s} M_{oi} \quad (3.58)$$

dla $i = 1, 2, \dots, n$ (n – liczba przekrojów niebezpiecznych), to konstrukcja przystosowuje się do programu obciążenia, to znaczy, że energia rozproszona na odkształcenia plastyczne pozostanie skończona. Symbole $\max M_i^E$ i $\min M_i^E$ oznaczają obwiednię momentów sprężystych, określoną jednoznacznie przez granicę zmienności obciążeń. Wielkości $a_i = M_{ei}/M_{oi}$ oznaczają stosunek największego momentu,

jaki i-ty przekrój może przenieść bez odkształceń plastycznych, do momentu granicznego M_{oi} ($2/3$ – dla przekroju prostokątnego, $\sim 0,86$ – dla dwuteowników walcowanych).

Drugie twierdzenie przystosowania – twierdzenie kinematyczne Neala [86] – dotyczy nieprzystosowania ram i orzeka, że jeśli można znaleźć mechanizm ruchu plastycznego prowadzący do zniszczenia przyrostowego, to może się on zrealizować tylko wtedy, gdy zmiany obciążeń wykraczają poza zakres przystosowania konstrukcji [49].

Twierdzenie kinematyczne. Jeżeli istnieje mechanizm ruchu plastycznego (Θ_i – kąt obrotu), taki że zachodzi nierówność

$$\sum_{i=1}^n M_{oi} |\Theta_i| < \sum_{i=1}^n N_i \Theta_i, \quad (3.59)$$

gdzie

$$N_i = \begin{cases} \max M_i^E, & \text{jeżeli } \Theta_i > 0, \\ \min M_i^E, & \text{jeżeli } \Theta_i < 0, \end{cases} \quad (3.60a)$$

$$(3.60b)$$

to konstrukcji grozi niebezpieczeństwo zniszczenia przyrostowego, czyli nie mogą być spełnione warunki (3.57).

Praktyczne wykorzystanie obu twierdzeń przystosowania prowadzi do wyznaczenia odpowiedniego pola momentów resztkowych albo skonstruowania właściwego mechanizmu ruchu plastycznego. Przykłady obliczeń konstrukcji na przystosowanie do zmiennych obciążeń można znaleźć w [47, 49].

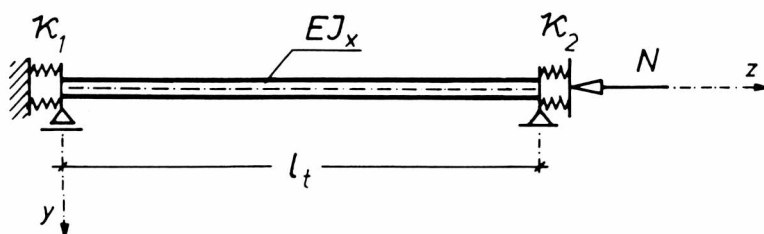
4. Nośność graniczna prętów ściskanych

4.1. Nośność graniczna prętów ściskanych osiowo

4.1.1. Ścieżki równowagi statycznej prętów ściskanych

Rozpatrzmy bisymetryczny pręt prosty długości l_t , bez wstępnych imperfekcji (zakłada się, że oś pręta jest idealnie prosta), o sztywności EJ_x , obciążony siłą ściskającą N przyłożoną w osi pręta (obciążenie osiowe – brak mimośródów obciążenia). Przeszczenie takiego pręta, o schemacie jak na rysunku 4.1, opisuje równanie różniczkowe:

$$EJ_x y'''' - Ny'' = 0. \quad (4.1)$$



Rys. 4.1. Schemat idealnego pręta ściskanego osiowo

Z rozwiązania przemieszczeniowego równania stateczności bisymetrycznego, ściskanego pręta „idealnego” (4.1) wyznacza się tzw. eulerowskie obciążenie krytyczne

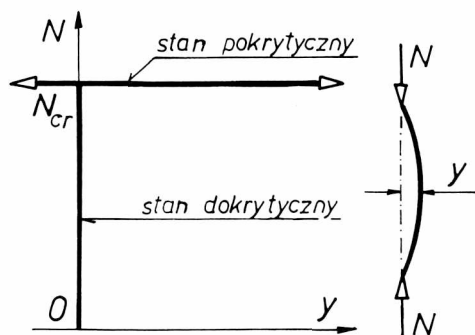
$$N_{cr} = \pi^2 \frac{EJ_x}{l_w^2}, \quad (4.2)$$

gdzie l_w – jest długością wyboczeniową pręta opisaną wyrażeniem

$$l_w = l_t \mu(\kappa_1, \kappa_2). \quad (4.3)$$

We wzorze (4.3) μ jest współczynnikiem długości wyboczeniowej, który zależy od charakterystyk sztywnościowych zamocowania pręta na końcach κ_1, κ_2 .

Fizyczna interpretacja rozwiązania równania stateczności (przy założeniu modelu pręta idealnego) mówi, że przy wzroście obciążenia od chwili wyboczenia pręt jest prosty i ulega jedynie skróceniu. Gdy obciążenie osiąga nośność krytyczną (wartość własną) ściskanego elementu, następuje bifurkacja, tj. zmiana postaci równowagi – pręt nagle wygina się (rys. 4.2).



Rys. 4.2. Ścieżka równowagi statycznej pręta idealnego ściskanego osiowo

W przypadku ściskania prętów wykonanych z materiałów sprężystych po zmniejszeniu obciążeń pręt winien, w myśl równania (4.1), wrócić do postaci wyjściowej, tj. powinien być prosty. Ścieżkę równowagi ściskanego pręta idealnego pokazano na rysunku 4.2.

Nośność krytyczna pręta ściskanego zależy od jego parametrów geometrycznych: długości, kształtu przekroju poprzecznego i sposobu zamocowania na końcach, co opisuje smukłość elementu

$$\lambda = \frac{l_w}{i}, \quad (4.4)$$

gdzie: i – promień bezwładności przekroju poprzecznego pręta.

Nośność krytyczna pręta idealnego N_{cr} , ściskanego osiowo, po uwzględnieniu zależności (4.4) wynosi

$$N_{cr} = \pi^2 \frac{E}{\lambda^2} A, \quad (4.5)$$

gdzie A – pole powierzchni przekroju pręta ściskanego.

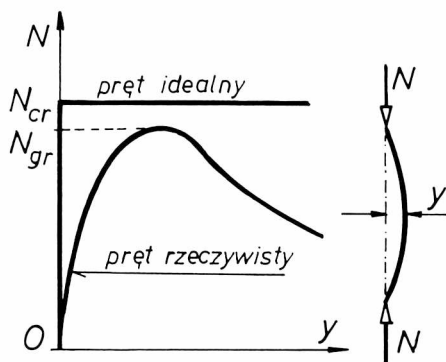
Nośność prętów ściskanych jest zagadnieniem znacznie bardziej złożonym niż prezentowany model eulerowski. W modelu obliczeniowym szacowania nośności pręta ściskanego należy uwzględnić wyboczenie w zakresie sprężysto-plastycznym, imperfekcje konstrukcyjne, geometryczne i technologiczne, a eulerowskie obciążenie krytyczne dotyczy pręta idealnego i stanowi oszacowanie osiowej nośności granicznej od góry.

Przedstawiony eulerowski model teoretyczny wyężenia pręta ściskanego nie znajduje pełnego potwierdzenia aplikacyjnego, a rzeczywiste pręty ściskane osiągają nośność graniczną N_{gr} mniejszą od oszacowania teoretycznego N_{cr} (patrz rys. 4.3). Rzeczywiste pręty ściskane (słupy, zastrzały, pręty kratownic itp.) nie spełniają (wszystkich poczynionych wcześniej) założeń o pręcie idealnym. Jako zasadniczą przyczynę występowania różnic pomiędzy założonym modelem matematycznym pręta idealnego jest występowanie imperfekcji wstępnych (tzw. czynnika giętnego). Na zginanie podłużne ściskanego pręta mają wpływ następujące czynniki:

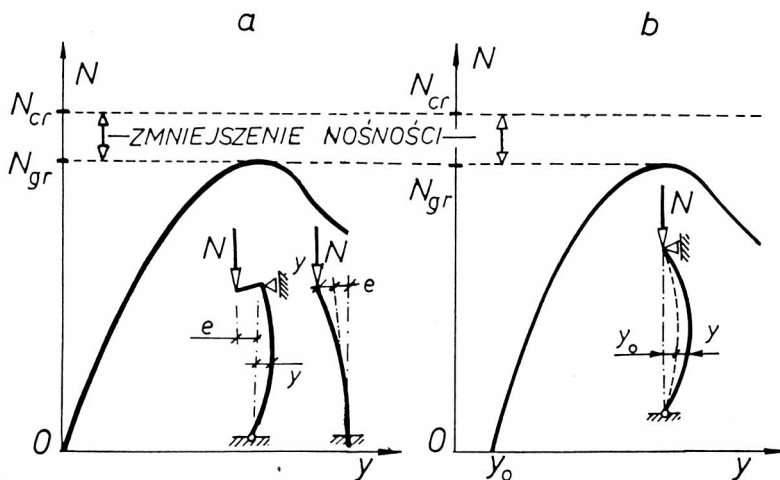
- losowe imperfekcje geometryczne (wygięcia) osi pręta,
- losowe przyłożenie obciążenia ściskającego (wstępny mimośród),
- występowanie obciążeń poprzecznych o charakterze losowym lub stałym (np. ciężar własny ściskanego pasa górnego kratownicy dachowej),
- losowa geometria przekroju poprzecznego pręta,
- wpływ naprężeń spawalniczych,
- losowe właściwości mechaniczne materiału,
- losowe odchyłki technologiczne (np. montażowe).

Dlatego też ściskany pręt jest nie tylko obciążony osiowo, ale i zginany (zginanie drugiego rzędu). Mówimy, że pręty ściskane są wrażliwe na imperfekcje. Osiowa nośność takiego pręta jest określona jako nośność graniczna N_{gr} , która jest mniejsza od teoretycznego oszacowania w postaci nośności krytycznej N_{cr} . Różnica pomiędzy N_{cr} i N_{gr} wzrasta nieliniowo ze wzrostem imperfekcji osi podłużnej oraz mimośrodu przyłożenia obciążenia, co widać na rysunkach 4.4 i 4.5.

Na rysunku 4.4a pokazano krzywą równowagi granicznej pręta prostego, ściskanego siłą N na mimośrodzie e , na rysunku 4.4b zaś krzywą równowagi granicznej pręta wstępnie wygiętego o y_0 , ściskanego siłą N przyłożoną osiowo. Ścieżki równowagi granicznej na rysunku 4.4 mają ten sam kształt (są krzywoliniowe) i podobne właściwości, tzn. obciążenie graniczne N_{gr} jest mniejsze od nośności krytycznej N_{cr} .



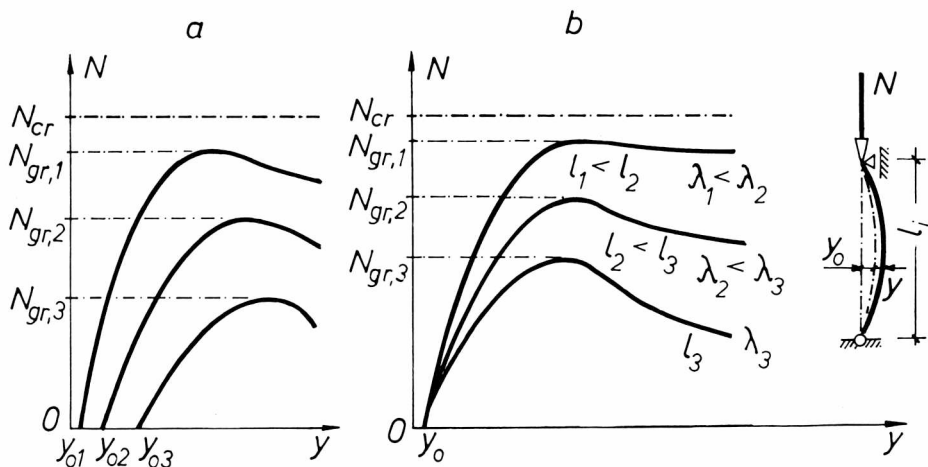
Rys. 4.3. Ścieżki równowagi statycznej ściskanych prętów idealnego i rzeczywistego



Rys. 4.4. Ścieżki równowagi statycznej prętów ściskanych obciążonych mimośrodowo (a) oraz ze wstępną krzywizną (b)

Na rysunku 4.5a przedstawiono zmniejszanie się nośności granicznej prętów ściskanych w miarę zwiększania wstępnych imperfekcji geometrycznych. Pręty o dużej smukłości są bardziej niż pręty krępe wrażliwe na oddziaływanie wstępnych imperfekcji geometrycznych (wykonawczych, transportowych, montażowych). Wpływ imperfekcji geometrycznych na zmniejszenie nośności (z N_{cr} na N_{gr}) jest większy dla prętów smukłych niż dla prętów krępych (rys. 4.5b).

W analizie ścieżki równowagi pręta ściskanego należy zwrócić również uwagę na fakt, iż obciążony pręt ściskany po osiągnięciu nośności granicznej N_{gr} traci ją (cofanie się nośności). Porównując modele wyczerpania nośności pręta z materiału sprężysto-plastycznego, zginanego zabezpieczonego przed zwichrzeniem i ściskanego należy stwierdzić, iż zginany pręt o przekroju krępych (klasy 1) zachowuje swą nośność (zdolność do przenoszenia obciążeń), ściskany zaś, na wskutek gwałtownego przyrostu przemieszczeń poprzecznych, traci nośność w granicznym stanie obciążenia (porównaj ze ścieżką równowagi granicznej pręta zginanego (rys. 3.6)).



Rys. 4.5. Ścieżki równowagi statycznej prętów ściskanych z różnymi imperfekcjami geometrycznymi (a) oraz o różnej smukłości λ_i (b)

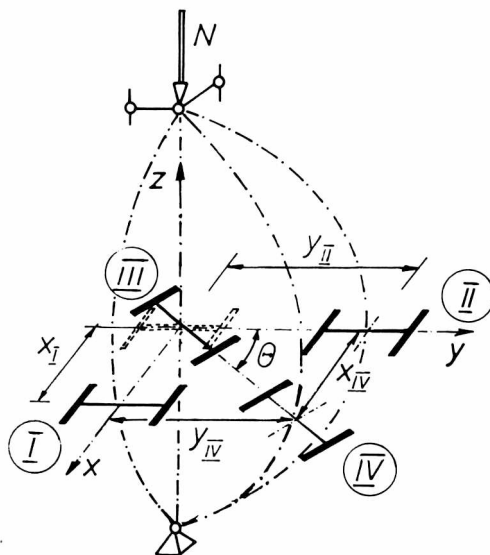
Ściskany pręt może się wyboczyć giętnie (np. w płaszczyźnie zx lub płaszczyźnie zy), wtedy oś podłużna ulega jedynie wygięciu (rys. 4.6 – I i II); wyboczyć skrętnie, gdy następuje jedynie obrót – skrócenie osi (rys. 4.6 – III) lub giętno-skrętnie, gdy oś podłużna wygina się i skręca (rys. 4.6 – IV). Na wyboczenie skrętne narażone są pręty o przekrojach: otwartych monosymetrycznych, punktowo symetrycznych (np. krzyżowy) lub niesymetryczne. Według normy [114] można nie sprawdzać skrętnej i giętno-skrętnej formy wyboczenia dla prętów z kształtowników walcowanych.

W ogólnym przypadku wyłączenia pręta ściskanego zagadnienie sprowadza się do rozwiązania układu trzech sprzężonych równań stateczności, z którego wyznaczamy

trzy wartości własne giętno-skrętnego wybożenia $N_{cr,1} < N_{cr,2} < N_{cr,3}$. Układ sprzężonych równań dla prętów o przekrojach bisymetrycznych ulega separacji i otrzymujemy trzy nośności krytyczne $N_{cr,x}$, $N_{cr,y}$, $N_{cr,z}$.

Uwzględnienie zginania w modelu matematycznym opisującym wyężenie pręta ściskanego umożliwia precyzyjniejszą analizę przemieszczeń i wyężenia prętów rzeczywistych.

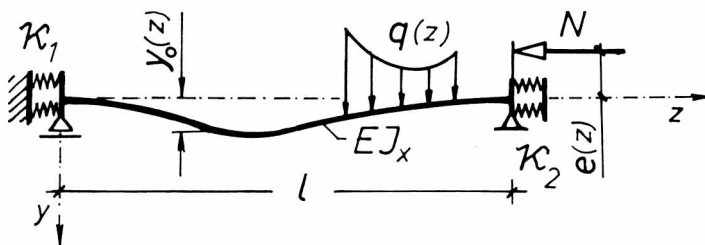
Wyężenie pręta o zmiennej sztywności $EJ(z)$, zginanego obciążeniem $q(z)$ i ściskanego siłą N , na mimośrodku $e(z)$, o krzywiznie osi podłużnej $y_0(z)$ opisuje równanie



Rys. 4.6. Schematy wybożenia pręta ściskanego

$$[EJ(z)y'']' + \{N[y' + y'_0(z) + e'(z)]\}' = q(z). \quad (4.6)$$

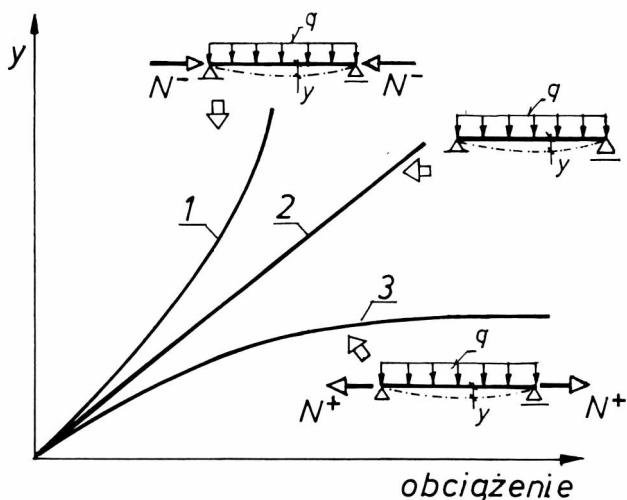
Schemat analizowanego pręta jednocześnie zginanego i ściskanego pokazano na rysunku 4.7.



Rys. 4.7. Schemat pręta ściskanego i zginanego z imperfekcjami geometrycznymi

W sytuacji jednoczesnego ściskania i zginania pręta mamy do czynienia z równaniem różniczkowym czwartego rzędu o nieliniowo zmieniających się współczynnikach. Jako rozwiązanie równania (4.6) otrzymuje się przemieszczenia $y(N)$ stanowiące podstawę do wyznaczenia momentów zginających $M(N)$, sił poprzecznych $V(N)$, które są funkcją obciążenia ściskającego N . Przedstawiony model matematyczny uwzględniający obciążenie pręta imperfekcjami stanowi precyzyjniejszy opis wyężenia rzeczywistych elementów ściskanych.

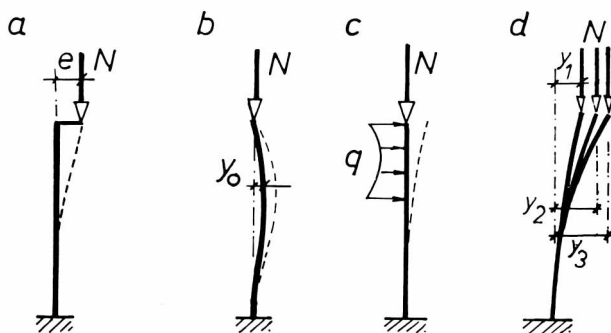
Na rysunku 4.8 porównano krzywe równowagi statycznej (obciążenie–przemieszczenie y) pręta ściskanego siłą osiową N i zginanego obciążeniem poprzecznym $q(z)$ z prętem tylko zginanym obciążeniem $q(z)$ i prętem zginanym obciążeniem poprzecznym $q(z)$ oraz rozciągany siłą osiową N .



Rys. 4.8. Krzywe równowagi statycznej prętów: zginanego i ściskanego (1), zginanego (2) oraz zginanego i rozciąganego (3)

Z porównania wykresów wynika, że przyrost przemieszczeń (ugięć) pręta ściskanego i zginanego (krzywa 1 na rys. 4.8) jest większy (nieliniowy) niż pręta zginanego (liniowy) (krzywa 2 na rys. 4.8). Przyrost przemieszczeń pręta rozciąganego i zginanego (krzywa 3 na rys. 4.8) jest malejący w stosunku do pręta zginanego. Należy tu zaznaczyć, że przypadek wyężenia pręta ściskanego i zginanego nie może być traktowany jako suma wyężenia pręta ściskanego i wyężenia pręta zginanego, gdyż prowadzi to do błędnych wyników, a zadanie takie należy rozwiązywać według teorii drugiego rzędu.

Zagadnienie zginania drugiego rzędu przeanalizujemy na przykładzie słupa utwierdzonego, obciążonego siłą ściskającą N oraz jednym z czynników giętnych, którymi mogą być: mimośród e przyłożenia siły ściskającej N , wstępnie wygięta oś pręta y_0 , czy obciążenie poprzeczne q przyłożone prostopadłe do osi pręta. Schematy obciążenia słupa pokazano na rysunku 4.9a, b, c.



Rys. 4.9. Schematy prętów ściskanych i zginanych (a–d: objaśnienia w tekście)

Pręt ściskany obarczony czynnikami giętnymi: mimośrodowym przyłożeniem obciążeń (rys. 4.9a), imperfekcjami geometrii osi podłużnej (rys. 4.9b), obciążeniem poprzecznym $q(z)$ doznaje przemieszczeń poprzecznych y_1 , które można wyznaczyć zgodnie z teorią pierwszego rzędu. Przyłożenie obciążeń podłużnych N do wygiętego o y_1 (rys. 4.9d) pręta powoduje zwiększenie (amplifikację) momentu zginającego oraz przemieszczeń pręta ściskanego. Momenty zginające M^{II} oraz przemieszczenia pręta y^{II} , wyznaczone z uwzględnieniem przemieszczeń, są funkcją obciążenia ściskającego N . Opisane zjawisko tłumaczy fizykę nieliniowego charakteru krzywych równowagi statycznej prętów ściskanych i zginanych, gdyż liniowemu wzrostowi obciążeń ściskających N towarzyszy nieliniowy przyrost momentu zginającego i przemieszczeń.

Siły wewnętrzne (M^{II} , V^{II}) i przemieszczenia y^{II} prętów ściskanych i zginanych można wyznaczyć rozwiązując równanie różniczkowe (4.6) lub skorzystać wprost z zależności:

$$M^{\text{II}} = M^{\text{I}} a, \quad (4.7)$$

$$V^{\text{II}} = V^{\text{I}} a, \quad (4.8)$$

$$y^{\text{II}} = y^{\text{I}} a, \quad (4.9)$$

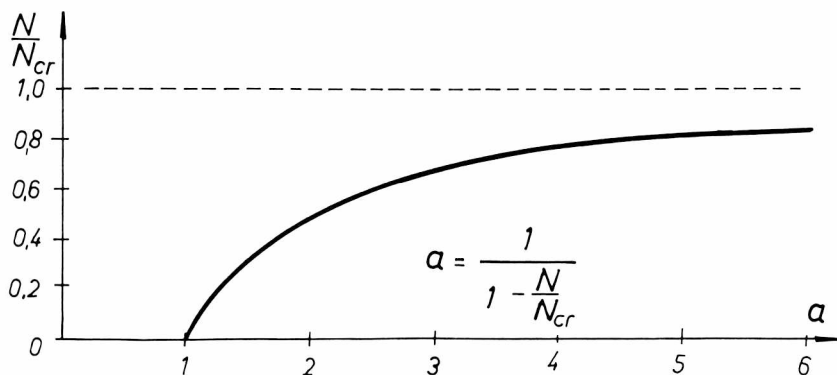
gdzie a — współczynnik amplifikacji (powiększenia)

$$a = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{\text{cr}}}}, \quad (4.10)$$

w których M^{I} , V^{I} , y^{I} są siłami wewnętrznymi i przemieszczeniem wyznaczonymi według teorii pierwszego rzędu (bez uwzględnienia wpływu przemieszczeń na siły wewnętrzne i ugięcia), N_{cr} zaś jest eulerowskim obciążeniem krytycznym (wzór (4.2)).

Dla pręta ściskanego z wstępną imperfekcją y_0 amplifikacyjny przyrost przemieszczeń y^{II} wyznaczmy ze wzoru (4.9), przyjmując $y^{\text{I}} = y_0$.

Rysunek 4.10 jest wykresem współczynnika amplifikacji a (wzór (4.10)) w funkcji N/N_{cr} . Analiza tego wykresu dobrze tłumaczy nieliniowość sił wewnętrznych oraz ugięć wyznaczonych według teorii drugiego rzędu.



Rys. 4.10. Wykres współczynnika amplifikacji

4.1.2. Długości wyboczeniowe prętów ściskanych

Parametrem geometrycznym przekroju poprzecznego pręta ściskanego informującym o jego wrażliwości na wyboczenie jest promień bezwładności w płaszczyźnie wyboczenia przekroju poprzecznego

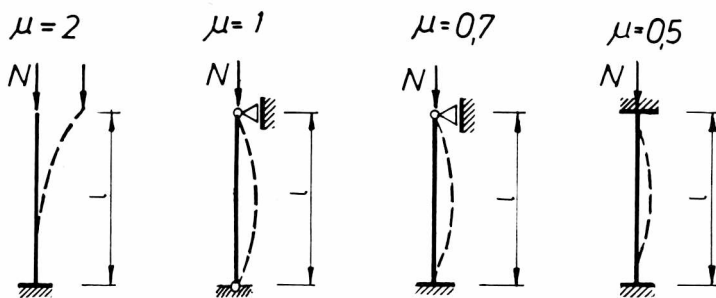
$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}, \quad (4.11)$$

gdzie: $J_{\min}$ – minimalny moment bezwładności przekroju, A – pole przekroju poprzecznego pręta.

Należy pamiętać, że do obliczania nośności pręta ściskanego przyjmujemy największą smukłość spośród λ_x , λ_y , λ_η oraz λ_ε (x , y , η , ε – osie przekroju poprzecznego pręta), gdyż wyboczenie pręta nastąpi w kierunku największej smukłości pręta (wzór (4.4)).

Równie ważną sprawą jest poprawne określenie sposobu zamocowania końców pręta, to jest współczynnika długości wyboczeniowej μ . Błędne zakwalifikowanie warunków zamocowania końców pręta prowadzi często do dużych błędów w oszacowaniu jego nośności (we wzorze (4.2) μ występuje w kwadracie). Innymi słowy matematyczny model zamocowania końców pręta musi mieć pełne odzwierciedlenie w rozwiązaniu konstrukcyjnym (przegub, zamocowanie sztywne, zamocowanie sprężyste o podatności na obrót, możliwości przesuwu). Stąd też konstruując wcześniej obliczony obiekt należy pamiętać o przyjętych (założonych) warunkach brzegowych. Identyfikując schemat statyczny zamocowania prętów ściskanych, należy zwrócić uwagę na możliwość przemieszczenia się i obrotu badanego węzła. Przy sprawdzaniu stanu wyężenia należy określić zdolność węzła do „przenoszenia” momentów zginających M , sił osiowych N i sił poprzecznych V .

Na rysunku 4.11 pokazano przykłady schematów statycznych prętów ściskanych oraz podano ich współczynniki długości wyboczeniowej μ we wzorze (4.3). Schematy te dotyczą pojedynczych prętów. W konstrukcjach rzeczywistych stykamy się ze schematami bardziej złożonymi (ramami, kratownicami itp.) i długości wyboczeniowe prętów ściskanych należy wyznaczać analizując stateczność układu [21, 96, 97]. Pewne zalecenia dotyczące przyjmowania długości wyboczeniowych prętów ściskanych w prostych systemach konstrukcyjnych, które uwzględniają doświadczenia

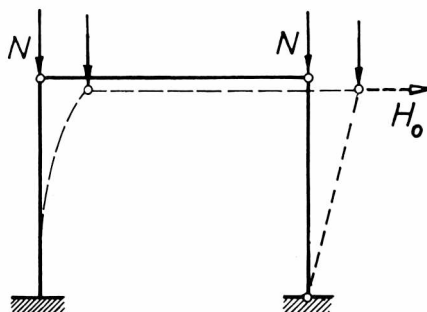


Rys. 4.11. Długości wyboczeniowe ściskanych prętów o różnych schematach statycznych

technologiczne i konstrukcyjne, podaje Eurokod 3 [121] oraz normy [114, 118, 119]. Na przykład [114] dla ściskanych pasów oraz słupków i krzyżulców podporowych kratownic (w płaszczyźnie dźwigara) podaje $\mu = 1,0$, dla pozostałych krzyżulców i słupków zaś $\mu = 0,8$, gdy połączenia prętów w węzłach są wystarczająco sztywne, oraz $\mu = 1,0$ w pozostałych przypadkach. Zróżnicowanie współczynnika wyboczeniowego słupków i krzyżulców wynika z warunków konstrukcyjnych oraz roli elementu w ustroju (np. słupki i krzyżulce podporowe są zazwyczaj bardziej wyężone i często zamocowane w węzłach o małej sztywności).

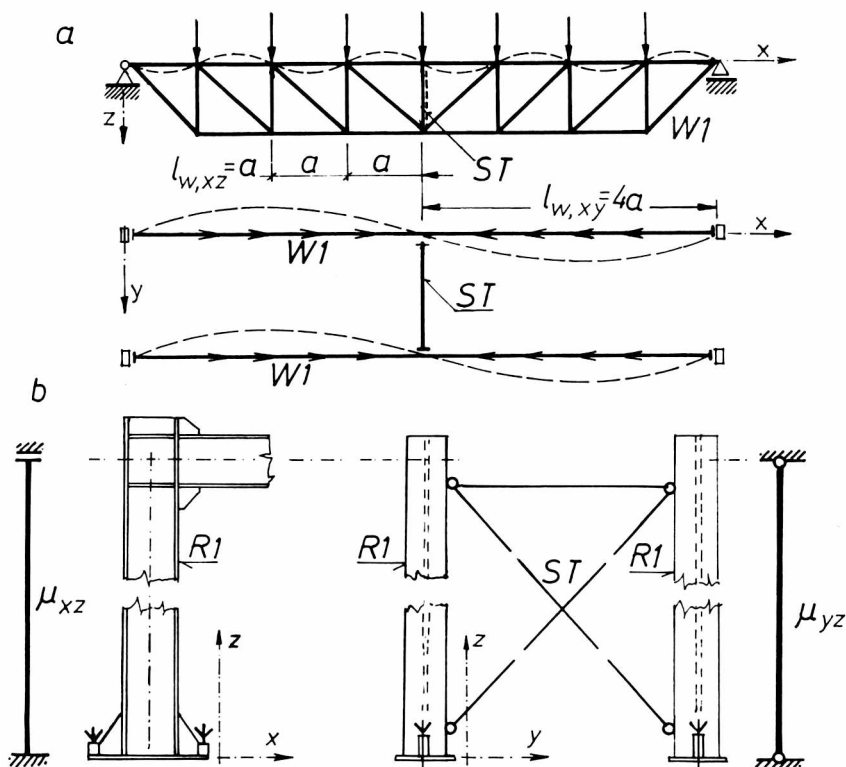
Norma [114] podaje również zalecenia dotyczące przyjmowania długości wyboczeniowej słupów ram. Ważność zadania szacowania nośności krytycznej ustrojów pokażemy na przykładzie ramy jednokomorowej (rys. 4.12).

Rozpatrzmy ramę o schemacie statycznym przedstawionym na rysunku 4.12, składającą się ze słupa lewego utwierdzonego w fundamencie i słupa prawego o schemacie wahacza. Słupy te połączone są przegubowo z ryglem poziomym i obciążone siłami skupionymi N w osi słupów. Jest to rama, w której występują dwa schematy słupów: słup utwierdzony (typu wspornikowego) oraz słup przegubowo-przegubowy. Przyjęcie długości wyboczeniowej w badanej ramie dla słupa utwierdzonego $\mu = 2,0$ jest błędne. Z analizy stateczności ramy wynika, iż dla słupa lewego (utwierdzonego sztywno w fundamencie) należy przyjmować $\mu = 2,7$ [6]. Na taką długość wyboczeniową ma wpływ oddziaływanie w chwili wyboczenia składowej poziomej H_0 od obciążenia przechylonego słupa prawego, a w analizie stateczności należy uwzględnić, iż jest to układ o przesuwnych węzłach górnych. Omówiony przykład identyfikacji długości wyboczeniowej prętów ściskanych podkreśla potrzebę pogłębionej analizy stateczności konstrukcji. Należy zaznaczyć, iż w badanym przypadku przyjęcie dla utwierdzonego (lewego) słupa ramy $\mu = 2,0$ daje błąd oszacowania obciążenia krytycznego rzędu 82%.



Rys. 4.12. Schemat ramy portalowej

Ważnym zagadnieniem w poprawnym ustalaniu długości wyboczeniowych prętów ściskanych jest uwzględnienie różnych warunków ich zamocowania oraz różnych długości pomiędzy więzami ograniczającymi wyboczenie pręta w kierunkach do siebie prostopadłych. Należy badać formy wyboczeniowe ustroju z uwzględnieniem rozwiązań konstrukcyjnych nie tylko w płaszczyźnie analizowanego układu, ale i w kierunku prostopadłym do niego. Zadanie takie można rozwiązać obliczając analitycznie lub numerycznie układy równań stateczności [21, 96, 97]. Przykładem pręta o różnych długościach teoretycznych pomiędzy więzami ograniczającymi wyboczenie w kierunkach do siebie prostopadłych jest ściskany pas górny więzów kratowego pokazany na rysunku 4.13a. Długość wyboczeniowa pasa górnego w płaszczyźnie kratownicy $l_{w,xz} = a$, długość wyboczeniowa z płaszczyzny dźwigara krato-



Rys. 4.13. Przykłady konstrukcyjne elementów o różnych długościach wyboczeniowych w kierunkach do siebie prostopadłych, a – dźwigar kratowy, b – rama portalowa

wego zaś jest równa $l_{w,xy} = 4a$, tj. długość pomiędzy punktami przytrzymania pasa górnego stężeniem ST i punktem podparcia kratownicy. W przytoczonym przykładzie sztywności zamocowania końców pręta przyjęto takie same (przegubowe) $\mu_{xz} = \mu_{xy}$, lecz długości prętów są różne: $l_{xz} = a$, $l_{xy} = 4a$.

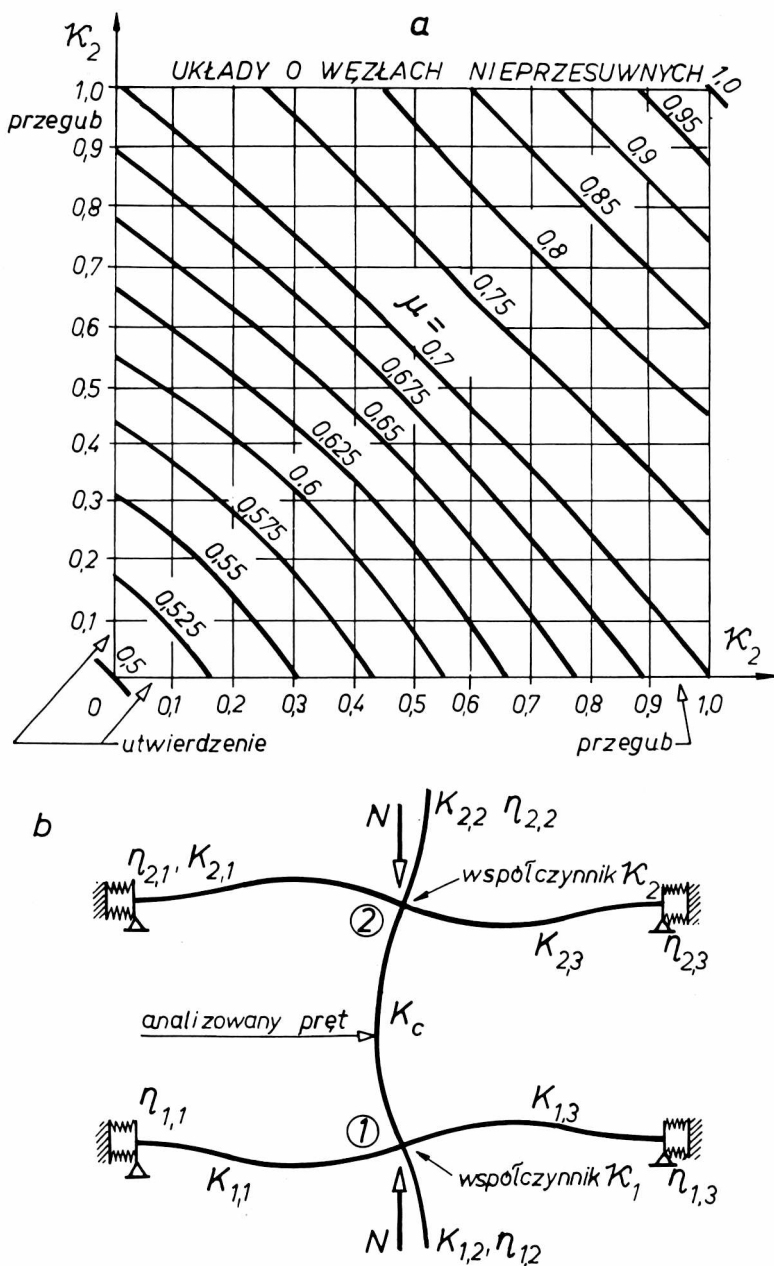
Na rysunku 4.13b pokazano przykład schematu prętów ściskanych, których warunki zamocowania w płaszczyźnie xz i yz są różne ($\mu_{xz} \neq \mu_{yz}$), długości teoretyczne prętów zaś są takie same: $l_{xz} = l_{yz}$. Współczynnik długości wyboczeniowej słupa μ_{xz} w płaszczyźnie ramy xz można przyjąć jak dla pręta zamocowanego sztywno w fundamencie i sztywno-przesuwnie w ryglu. Współczynnik długości wyboczeniowej μ_{yz} w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny ramy $R1$ należy przyjąć jak dla pręta zamocowanego obustronnie przegubowo.

Rekapitułując omawianie problemu ustalania długości wyboczeniowych prętów ściskanych, należy podkreślić konieczność przyjmowania możliwie precyzyjnego i adekwatnego modelu teoretycznego opisującego warunki fizyczne zamocowania pręta według kryterium szacowania nośności krytycznej od dołu.

Do określenia długości współczynników wyboczeniowych μ słupów (ogólnie dla prętów ram) w normie [114] korzysta się (za Eurokodem 3) z wykresów (nomogramów) pokazanych na rysunkach 4.14 i 4.15, w zależności od sztywności zamocowania końców

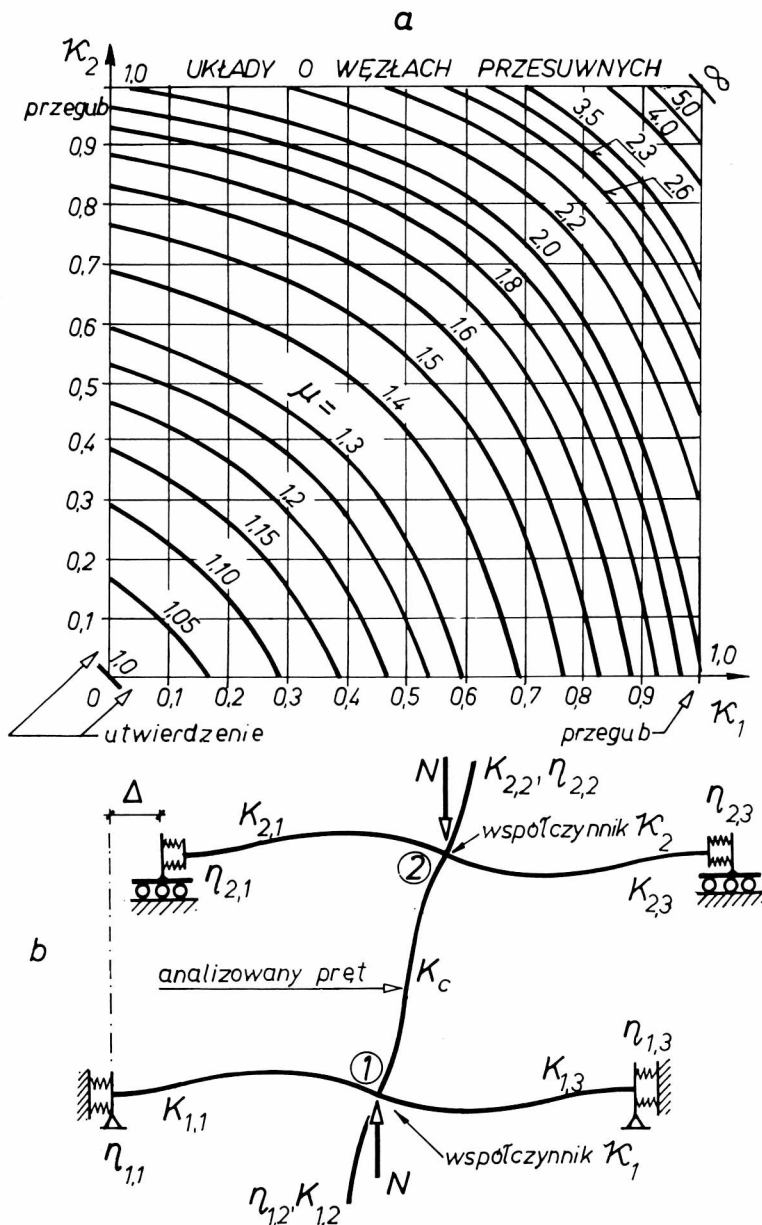
pręta w węzłach κ_i (nazwanych w normie [114] stopniem podatności węzła)

$$\mu = \mu(\kappa_1, \kappa_2). \quad (4.12)$$



Rys. 4.14. Nomogram (a) do wyznaczania długości wyboczeniowych prętów w układach (b) o węzłach nieprzesuwnych [114]

Rozróżnia się układy o węzłach nieprzesuwnych (rys. 4.14b) i układy o węzłach przesuwnych (rys. 4.15b). Z kolei wpływ sztywności zamocowania pręta w węźle κ_i zależy od stosunku sztywności słupa do sztywności zamocowania pręta w węźle. Zgodnie z Eurokodem 3 [121] oraz normą [114] sztywność zamocowania pręta



Rys. 4.15. Nomogram (a) do wyznaczania długości wyboczeniowych prętów w układach (b) o węzłach przesuwnych [114]

w węźle jest określona zależnością

$$\kappa_i = \frac{K_c}{K_c + K_{o,i}}, \quad \text{lecz} \quad \kappa_i \geq 0,3, \quad (4.13)$$

w której: K_c – sztywność analizowanego słupa i K_o – sztywności zamocowania słupa w węzłach, wynoszące:

$$K_c = \frac{J_c}{h}, \quad (4.14)$$

$$K_{o,i} = \sum \eta \frac{J_{b,i}}{l_{b,i}}, \quad (4.15)$$

gdzie: J_c , h – moment bezwładności i wysokość (długość) analizowanego słupa, $J_{b,i}$, $l_{b,i}$ – moment bezwładności i rozpiętości belki (rygla) połączonej z analizowanym słupem w i-tym węźle ramy, $\sum$ – sumowanie obejmuje elementy leżące w płaszczyźnie wyboczenia i sztywno połączone ze słupem w rozpatrywanym (i-tym) węźle, η – współczynnik uwzględniający warunki podparcia na drugim końcu belki – rygla (rys. 4.14 i 4.15), którego wartość należy przyjmować następująco:

– dla układu (ramy) o węzłach nieprzesuwnych:

$\eta = 1,5$ przy podparciu przegubowym.

$\eta = 2,0$ przy sztywnym utwierdzeniu,

– dla układu o węzłach przesuwnych:

$\eta = 0,5$ przy podparciu przegubowym,

$\eta = 1,0$ przy sztywnym utwierdzeniu.

Dla słupa sztywno zamocowanego w fundamencie można przyjmować $K_o = K_c$; w pozostałych przypadkach $K_o = 0,1 K_c$.

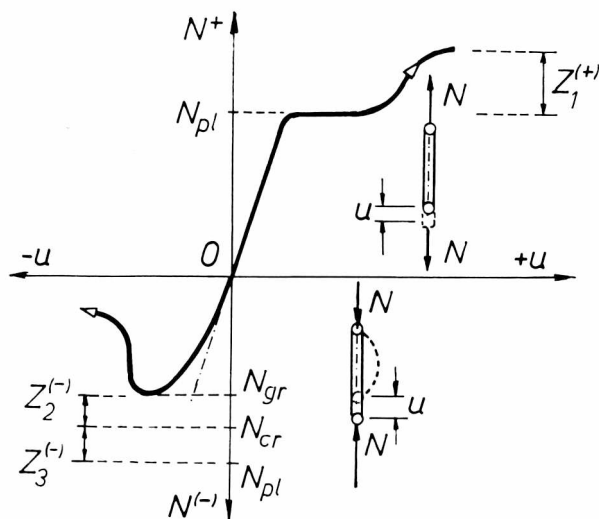
Przedstawiony sposób szacowania współczynników długości wyboczeniowej według Eurokodu 3 [121] można stosować w odniesieniu do słupów obciążonych zmieniającą się wzdłuż osi siłą osiową, a także do słupów o zmiennej sztywności na długości pręta. W [121] podano ponadto współczynniki η_i dla belek stropowych nie obciążonych siłą podłużną N , a także dla belek stropowych szkieletów budynków ze stropami betonowymi.

Normowe [114] zalecenia wyznaczania długości wyboczeniowych nie wyczerpują wszystkich sytuacji projektowych. Wiele zaleceń w tej dziedzinie można znaleźć w literaturze [21, 27, 96, 97, 101]. Dla złożonych układów powinno się korzystać z programów numerycznych analizujących stateczność konstrukcji.

4.1.3. Nośność graniczna prętów jednogałęziowych ściskanych osiowo

Bifurkacyjny model zniszczenia prętów ściskanych oraz zachowanie się prętów ściskanych w stanach granicznych różni się zasadniczo od mechanizmu zniszczenia i formy wyczerpania nośności prętów rozciąganych lub zginanych.

Na rysunku 4.16 pokazano ścieżkę równowagi statycznej pręta obciążonego osiowo siłą podłużną. Ścieżka równowagi statycznej pręta rozciąganego jest liniową funkcją rosnącą, aż do osiągnięcia nośności plastycznej N_{pl} . Pręt rozciągany, oprócz fazy plastycznej nośności, ma zazwyczaj dla stali o sprężysto-plastycznym modelu $\sigma(\varepsilon)$ zapas nośności $Z_1^{(+)}$ (faza wzmocnienia materiału).



Rys. 4.16. Ścieżka równowagi statycznej pręta ściskanego i rozciąganego

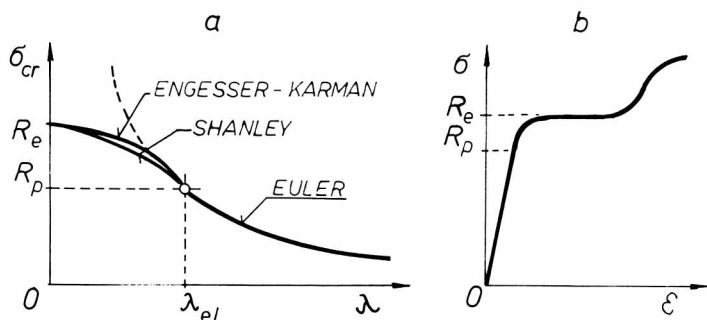
Ścieżka równowagi statycznej pręta ściskanego jest nieliniowa, a teoretyczne oszacowanie nośności krytycznej N_{cr} dla modelu pręta idealnego jest większe od rzeczywistej nośności granicznej N_{gr} dla modelu pręta obarczonego imperfekcjami (zmniejszenie nośności $Z_2^{(-)}$). Zachodzi więc nierówność

$$N_{gr} < N_{cr} < N_{pl}. \quad (4.16)$$

Należy ponadto zauważyć, że po osiągnięciu nośności granicznej N_{gr} ściskany pręt traci zdolność przenoszenia przyłożonych obciążeń, gdyż działające obciążenie ma charakter zachowawczy, a mimośród wzrasta, co w efekcie prowadzi do przyspieszonego, lawinowego wyczerpania nośności pręta. Ten specyficzny charakter ścieżki równowagi statycznej prętów ściskanych znalazł odzwierciedlenie w normowych metodach wymiarowania tak obciążonych prętów.

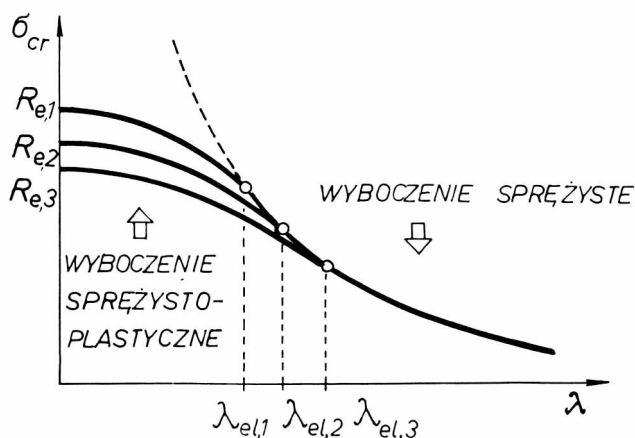
Rysunek 4.17 jest wykresem naprężeń krytycznych σ_{cr} w funkcji smukłości pręta ściskanego λ . Hiperbola eulerowska oraz wzór (4.17) są ważne w zakresie sprężystym, gdy obowiązuje prawo Hooke'a ($E = \text{const}$), a więc dla naprężeń skrajnych w przecie ściskanym mniejszych od granicy proporcjonalności stali R_p (rys. 4.17b). Na podstawie wzoru (4.17) można określić najmniejsze smukłości prętów ściskanych (w zakresie sprężystym), dla których ważny jest wzór Eulera

$$\lambda_{el} = \pi \sqrt{\frac{E}{R_p}}. \quad (4.17)$$



Rys. 4.17. Wykres naprężeń krytycznych pręta ściskanego w funkcji smukłości (a) oraz $\sigma(\epsilon)$ stali (b)

Zagadnienie wyoboczenia prętów ściskanych poza zakresem sprężystym (poniżej smukłości obliczone według wzoru (4.17)) jest problemem złożonym ze względu na zmienność współczynnika sprężystości podłużnej E . Dla przedziału smukłości $0 < \lambda < \lambda_{el}$ wprowadza się krzywe aproksymujące rzeczywistą nośność pręta ściskanego, np. Engesser–Karmana, Shanleya, Tetmajera–Jasińskiego. Wartość λ_{el} rozgranicza wyoboczenie sprężyste dla $\lambda > \lambda_{el}$ od wyoboczenia sprężysto-plastycznego dla $0 < \lambda < \lambda_{el}$. Granice plastyczności oraz proporcjonalności są różne dla różnych gatunków stali. Dlatego też krzywe wyoboczeniowe prętów ściskanych $\sigma_{cr}(\lambda)$ dla przedziału sprężysto-plastycznego $0 < \lambda < \lambda_{el}$ są różne. Widać to na rysunku 4.18.



Rys. 4.18. Wykres naprężeń krytycznych $\sigma_{cr}(\lambda)$ prętów ściskanych wykonanych z materiałów o różnej granicy plastyczności

Posługiwanie się różnymi krzywymi wyoboczeniowymi dla przedziału sprężysto-plastycznego (w zależności od gatunku stali) jest niedogodne w obliczeniach wytrzymałościowych. Dlatego też zagadnienie stateczności korzystniej jest analizować, zgodnie z propozycją Murzewskiego [78], we współrzędnych bezwymiarowych $\varphi - \bar{\lambda}$,

gdzie:

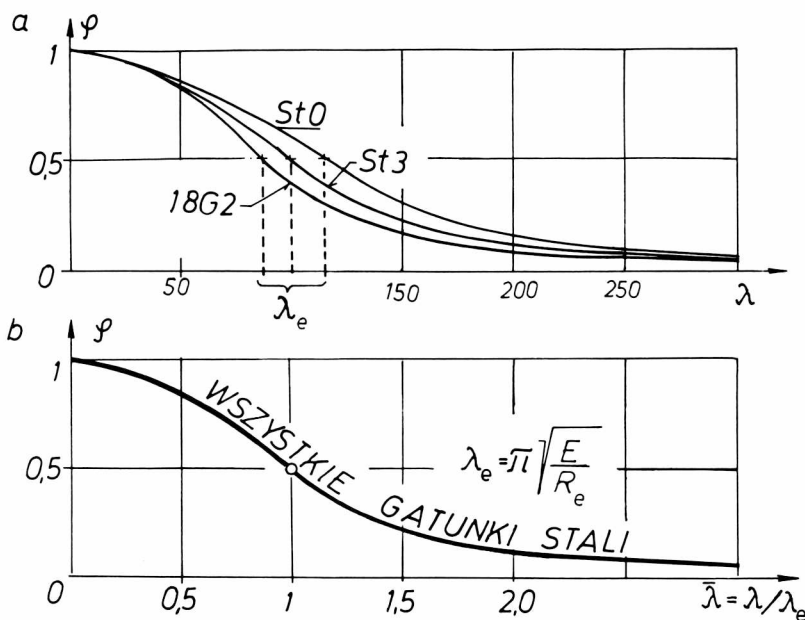
$$\varphi = \frac{\sigma_{cr}}{R_e}, \quad (4.18)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_e}, \quad (4.19)$$

$$\lambda_e = \pi \sqrt{\frac{E}{R_e}}, \quad (4.20)$$

w którym λ jest smukłością giętną pręta ściskanego.

Krzywe wybocheniowe $\varphi(\lambda)$ dla stali St0, St3 i 18G2 pokazano na rysunku 4.19a, natomiast wypośrodkowaną krzywą wybocheniową $\varphi(\bar{\lambda})$ na rysunku 4.19b. Wprowadzenie współrzędnych bezwymiarowych (wzory (4.18) i (4.19)) umożliwia posługiwanie się w analizie zagadnień stateczności jednolitą formułą niestateczności (jedną funkcją) dla różnych gatunków stali.

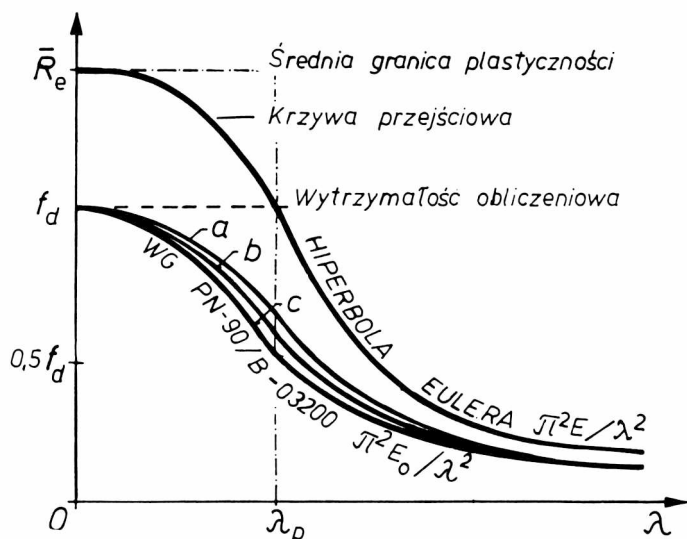


Rys. 4.19. Wykresy współczynników wybocheniowych φ według propozycji Murzewskiego [78]

Bifurkacyjny model zniszczenia oraz brak zapasów nośności po osiągnięciu obciążenia granicznego prętów ściskanych sprawił, że do kalibrowania krzywej wybocheniowej przyjęto obliczeniowy moduł sprężystości (rys. 4.20)

$$E_o = E/\gamma, \quad (4.21)$$

gdzie γ – częściowy współczynnik bezpieczeństwa (współczynnik niejednorodności nośności krytycznej słupów stalowych, $\gamma > 1$).



Rys. 4.20. Teoretyczna i normowe krzywe wyboczeniowe

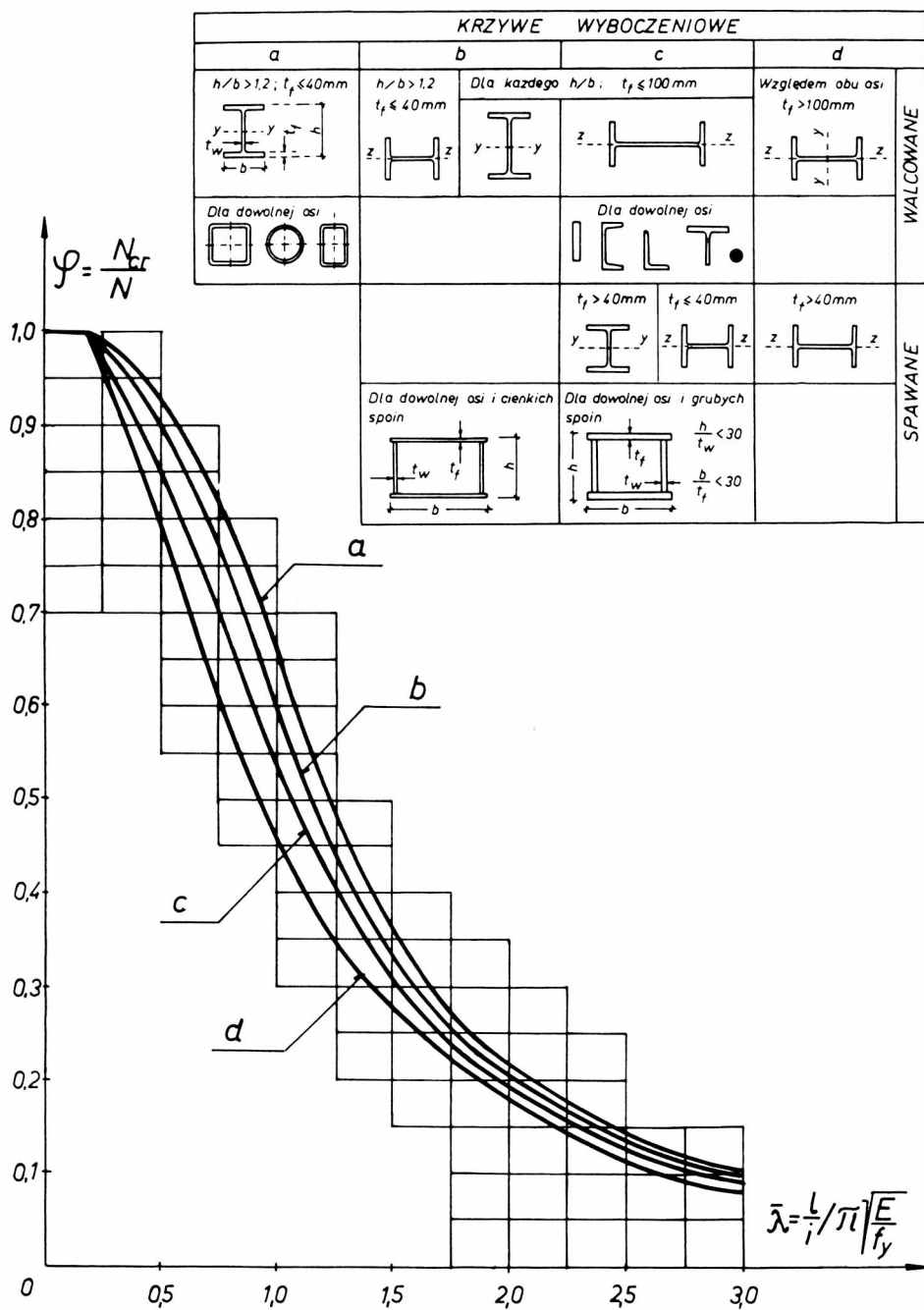
Współczynnik γ uwzględnia nie tylko losowe odchyłki modułu sprężystości od wartości średniej, lecz także inne losowe czynniki wpływające na zmniejszenie wartości średniej i rozrzut statystyczny nośności słupów przy wyboczeniu sprężystym. W kalibrowaniu normowych [48] krzywych wyboczeniowych wynosi on

$$\gamma = 4/3 \cong 1,15^2, \quad (4.22)$$

(patrz wzory: (2.34), (4.28) i (4.29)).

Obszerne badania doświadczalne ściskanych słupów wykonane na zlecenie Europejskiej Konwencji Konstrukcji Stalowych (ECCS) doprowadziły do uzgodnienia krzywych wyboczeniowych prętów rzeczywistych. Zaproponowane przez ECCS podejście pozwala na wierniejsze odwzorowanie wyężenia tak obciążonych elementów w zależności od kształtu przekroju poprzecznego, technologii jego wykonania oraz wpływu imperfekcji geometrycznych.

Rekomendowane przez ECCS [120] krzywe wyboczeniowe prętów ściskanych przyjęto z pewnymi modyfikacjami w Eurokodzie 3 [121] (rys. 4.21), a także w normach [114, 118 i 119]. W zależności od stopnia wrażliwości na wstępne, losowe imperfekcje geometryczne i technologiczne Eurokod 3 proponuje cztery krzywe wyboczeniowe dla prętów ściskanych: a , b , c oraz d . Krzywe wyboczeniowe w Eurokodzie 3 wyspecyfikowano rozpatrując model pręta ściskanego ze wstępną, ekwiwalentną krzywizną y_0 , która wynosi dla krzywych wyboczeniowych: $a - y_0 = l/500$, $b - y_0 = l/250$, $c - y_0 = l/200$, $d - y_0 = l/150$ (gdzie l – długość pręta). Wstępna, ekwiwalentna krzywizna prętów ściskanych uwzględnia wpływ imperfekcji geometrycznych i technologicznych na nośność prętów ściskanych. W tablicy na rysunku 4.21 pokazano przyporządkowanie krzywych wyboczeniowych a , b , c i d w zależności od technologii wykonania oraz geometrii i płaszczyzny wyboczenia prętów ściskanych.



Rys. 4.21. Krzywe wyboczeniowe według Eurokodu 3 [121]

Przez imperfekcje technologiczne rozumie się naprężenia wstępne, rozłożone nierównomiernie w obszarze przekroju poprzecznego elementów, a także na ich długości. Są to naprężenia normalne, zwykle działające wzdłuż osi pręta, które w przekroju poprzecznym tworzą układ zrównoważony, tak że ich wypadkowa równa się zeru. Przy dużych naprężeniach wstępnych oś podłużna pręta może ulec wyraźnemu zakrzywieniu. Powstanie naprężeń wstępnych (resztkowych, rezydualnych) powoduje, że w elementach konstrukcji (prętach, płytach, powłokach) jeszcze przed przyłożeniem obciążeń zewnętrznych mogą występować, w licznych strefach przekrojów poprzecznych, naprężenia normalne o dużych wartościach, nawet osiągających granicę plastyczności materiału. Naprężenia te dodając się do naprężeń od przyłożonych obciążeń zewnętrznych mogą spowodować wyczerpanie wytrzymałości materiału. W tym sensie występujące naprężenia wstępne są imperfekcją obniżającą nośność elementu.

Szczególnie istotne są nierównomierne odkształcenia plastyczne podczas nagrzewania i stygnięcia elementu. Najważniejszymi procesami wytwórczymi, w których powstają naprężenia wstępne są walcowanie i spawanie. Są to więc naprężenia natury termicznej. Przyczyną powstania naprężeń rezydualnych (własnych, pozostających) są również prostowanie i gięcie na zimno.

Naprężenia rezydualne walcownicze powstają w końcowej fazie formowania kształtowników i blach na gorąco, a wielkości ich ustalają się podczas chłodzenia [2]. W blachach walcowanych na gorąco są one nieduże (w osi podłużnej wynoszą około +30 MPa, a na brzegach dochodzą do –100 MPa), natomiast w kształtownikach są większe, a ich rozkład zależy od stosunku wymiarów przekroju poprzecznego [24]. Intensywność naprężeń walcowniczych zależy od różnicy temperatur, jej rozkładu wzdłuż grubości ścianek, pojemności cieplnej elementu i szybkości studzenia.

Drugim termicznym procesem, stosowanym powszechnie do łączenia części składowych konstrukcji stalowych, jest spawanie. Naprężenia powstające w trakcie tego procesu nazywane są spawalniczymi [92]. Na rysunku 4.34 pokazano krzywe wyboczeniowe przekroju dwuteowego z naprężeniami spawalniczymi. Mechanizm powstania naprężeń spawalniczych omówiono w pracach [2, 20, 24, 92].

W normie [114] przyjęto dla ściskanych prętów trzy krzywe wyboczeniowe (a , b i c) w zależności od kształtu przekroju, wrażliwości na wstępne imperfekcje geometryczne, technologii wykonania – wpływu imperfekcji technologicznych (naprężeń spawalniczych). Przedstawiono je na rysunku 4.22. Przyporządkowanie krzywych wyboczeniowych a , b i c dokonuje się zgodnie z tablicą 4.1 [114] w zależności od rodzaju przekroju, technologii jego wykonania i płaszczyzny wyboczenia. Zdefiniowano je w następujący sposób:

$$\varphi = 1 \quad \text{dla} \quad \bar{\lambda} < \sim 0,15, \quad (4.23)$$

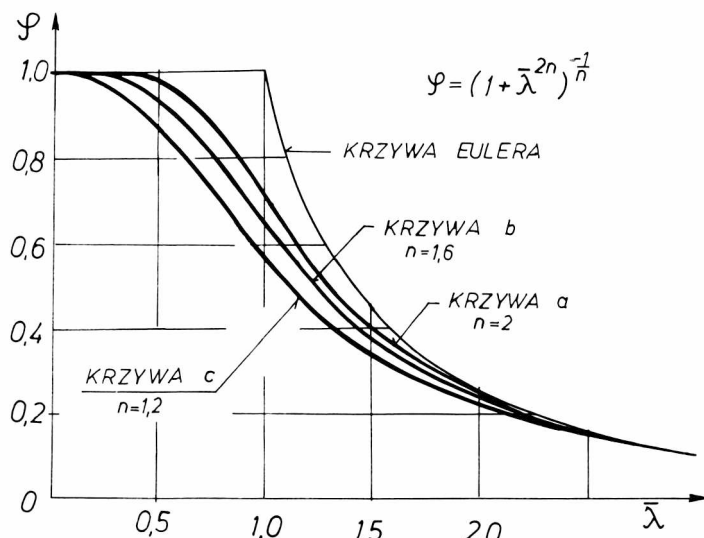
$$\varphi = [1 + (\bar{\lambda})^{2n}]^{-1/n} \quad \text{dla} \quad \bar{\lambda} > \sim 0,15, \quad (4.24)$$

gdzie n jest uogólnionym parametrem imperfekcji (uwzględniającym niedoskonałości geometryczne, strukturalne i technologiczne), który wynosi:

$n = 2,0$ — dla krzywej wyboczeniowej a ,

$n = 1,6$ — dla krzywej wyboczeniowej b ,

$n = 1,2$ — dla krzywej wyboczeniowej c .



Rys. 4.22. Krzywe wyboczeniowe według PN-90/B-03200 [114]

Tablica 4.1. Przyporządkowanie przekrojom poprzecznym krzywych wyboczeniowych według [114]

Element — technologia wytwarzania, przekrój		Smukłość względna	Krzywa wyboczeniowa
Rurowy okrągły lub prostokątny — bez naprężeń spawalniczych — z naprężeniami spawalniczymi		$\bar{\lambda}_x \bar{\lambda}_y$	a b
Skrzynkowy — spawany ⁽¹⁾ z blach lub kształtowników		$\bar{\lambda}_x \bar{\lambda}_y$	b(a)
Dwuteowy walcowany ⁽²⁾		$\bar{\lambda}_x$ $\bar{\lambda}_y$	a(b) b(c)
Dwuteowy spawany ⁽¹⁾		$\bar{\lambda}_x$ $\bar{\lambda}_y$	b(c) c(b)
Inne elementy o przekroju pełnym lub otwartym		$\bar{\lambda}_y$	c

⁽¹⁾ Kształtownikom poddanym wyżarzaniu odprężającemu można przyporządkować krzywe podane w nawiasach.

⁽²⁾ Dwuteownikom szerokostopowym ($h/b \leq 1,2$) należy przyporządkować krzywe podane w nawiasach.

Uwaga. Elementom złożonym wielogąłzowymi należy przyporządkować krzywą b.

Wartości funkcji krzywych wyboczeniowych φ są podane w tablicy 11 normy [114] i odczytuje się je na podstawie wyznaczonej smukłości względnej $\bar{\lambda}$, która wynosi:

– dla przekrojów klas 1, 2 i 3

$$\bar{\lambda} = \lambda / \lambda_p, \quad (4.25)$$

– dla przekroju klasy 4 (ψ – współczynnik redukcyjny wg wzorów (2.45) lub (2.46))

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_p} \sqrt{\psi}, \quad (4.26)$$

w których λ jest smukłością pręta, λ_p zaś smukłością porównawczą,

$$\lambda = \frac{\mu l}{i}, \quad (4.27)$$

$$\lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{\gamma f_d}} = \frac{\pi}{1,15} \sqrt{\frac{E}{f_d}} = 84 \sqrt{\frac{215}{f_d}}. \quad (4.28)$$

Smukłość względną $\bar{\lambda}$ pręta przy wyboczeniu można również według [114] wyznaczyć ze wzoru

$$\bar{\lambda} = 1,15 \sqrt{\frac{N_{Rc}}{N_{cr}}}, \quad (4.29)$$

w którym: N_{cr} – siła krytyczna według klasycznej teorii stateczności przy wyboczeniu giętnym, skrętnym lub giętno-skrętnym, N_{Rc} – nośność obliczeniowa przekroju przy osiowym ściskaniu.

We wzorach (4.28) i (4.29) współczynnik $\gamma = 1,15^2$ jest częściowym współczynnikiem bezpieczeństwa – patrz wzór (4.22), pozostałe oznaczenia zaś jak we wzorach (4.4) i (4.20).

Eulerowskie nośności krytyczne we wzorze (4.29) przy ściskaniu osiowym wynoszą:

– przy wyboczeniu giętnym względem osi y

$$N_{cr} = N_y = \frac{\pi^2 EJ_y}{(\mu_y l)^2}, \quad (4.30)$$

– przy wyboczeniu skrętnym

$$N_{cr} = N_z = \frac{1}{i_s^2} \left[\frac{\pi^2 EJ_\omega}{(\mu_\omega l)^2} + GJ_T \right], \quad (4.31)$$

– przy wyboczeniu giętno-skrętnym elementów o przekroju monosymetrycznym względem osi y

$$N_{cr} = N_{yz} = \frac{(N_y + N_z) - \sqrt{(N_y + N_z)^2 - 4N_y N_z (1 - \mu_y^2/i_s^2)}}{2(1 - \mu_y^2/i_s^2)}, \quad (4.32)$$

w którym: μ_y – współczynnik długości wyboczeniowej przy wyboczeniu giętnym, μ_ω – współczynnik długości wyboczeniowej przy wyboczeniu skrętnym ($\mu_\omega = l_\omega/l$, gdzie l_ω – odległość przekrojów o swobodnym spaceniu (dla podparcia widelkowego $\mu_\omega = 1$)), μ – współczynnik zależny od warunków podparcia

$$\mu \cong \sqrt{\mu_i/\mu_j}, \quad (4.33)$$

przy czym $\mu_i \leq \mu_j$ oraz $i, j = y$ lub ω ; dla podparcia widelkowego $\mu = 1,0$

l – długość (rozpiętość) elementu,

J_x, J_y – moment bezwładności względem osi x lub y ,

J_T – moment bezwładności przy skręcaniu,

J_ω – wycinkowy moment bezwładności,

y_s – współrzędna środka ścinania ($y_s \geq 0$),

a_o – współrzędna punktu przyłożenia obciążenia względem środka ciężkości,

a_s – różnica współrzędnych środka ścinania i punktu przyłożenia obciążenia

$$a_s = y_s - a_o. \quad (4.34)$$

r_x – ramię asymetrii ($r_x \leq 0$)

$$r_x = \frac{1}{J_x A} \int y(x^2 + y^2) dA, \quad (4.35)$$

i_o – biegunowy promień bezwładności względem środka ciężkości

$$i_o = \sqrt{i_x^2 + i_y^2}, \quad (4.36)$$

gdzie:

$$i_x = \sqrt{J_x/A}, \quad (4.37)$$

$$i_y = \sqrt{J_y/A}, \quad (4.38)$$

i_s – biegunowy promień bezwładności względem środka ścinania

$$i_s = \sqrt{i_o^2 + y_s^2}. \quad (4.39)$$

Nośność obliczeniowa przekroju N_{Rc} osiowo ściskanego określona jest w [114] wzorem

$$N_{Rc} = \psi A f_d, \quad (4.40)$$

przy czym:

– dla przekrojów klas 1, 2, 3 przyjmuje się $\psi = 1$,

– dla przekroju klasy 4 przyjmuje się $\psi < 1$ według wzorów (2.45) lub (2.46).

Należy w tym miejscu zaznaczyć, że w ściskanym przekroju klasy 4, o kształcie monosymetrycznym zmieniają się charakterystyki geometryczne przekroju J_e, A_e . Taki pręt, ściskany osiowo przy braku lokalnej utraty stateczności ścianek $\sigma_i < \sigma_{cr}$ po lokalnym wybrzuszeniu się środka lub półki $\sigma_i > \sigma_{cr}$ będzie obciążony mimośrodowo, gdyż zmienia się położenie osi obojętnej (patrz pkt 4.3, rys. 4.37). Należy wówczas uwzględnić zgięciowe wyężenie ściskanych prętów wywołane mimośrodowym obciążeniem elementu.

Nośność (stateczność) elementów ściskanych osiowo [114] należy sprawdzać według wzoru

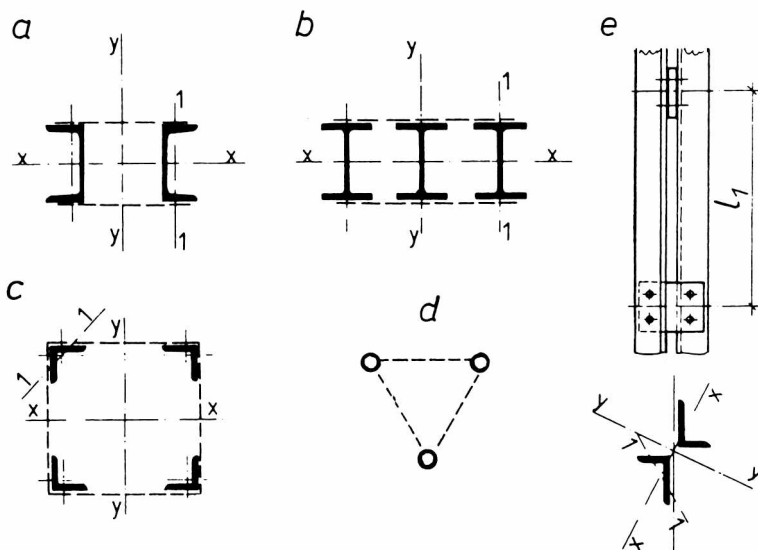
$$\frac{N}{\varphi N_{Rc}} \leq 1, \quad (4.41)$$

w którym: N_{Rc} – nośność obliczeniowa przekroju według wzoru (4.40), φ – współczynnik wyboczeniowy $\varphi = \min \varphi(\bar{\lambda})$.

W przypadku prętów o przekroju otwartym: monosymetrycznym, punktowo symetrycznym (np. krzyżowym) lub niesymetrycznym, oprócz wyboczenia giętnego, należy brać również pod uwagę możliwość wyboczenia giętno-skrętnego lub skrętnego obliczając stosowne smukłości. Według [114] można nie sprawdzać stateczności giętno-skrętnej kształtowników walcowanych. Smukłości względnej wyboczenia skrętnego lub giętno-skrętnego należy zawsze przyporządkować krzywą wyboczeniową c.

4.1.4. Nośność graniczna prętów wielogąłęziowych ściskanych osiowo

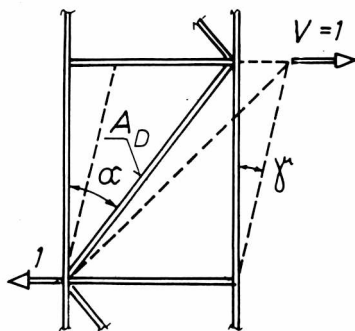
Przedstawione w punkcie 4.1.3, normowe [114] procedury obliczeniowe są ważne dla prętów obciążonych osiowo, których przekrój poprzeczny jest jednogąłęziowy. W wielu rozwiązaniach konstrukcyjnych ściskanych elementów stalowych (słupy, pręty kratownic, stężenia itp.) stosuje się wielogąłęziowe przekroje poprzeczne (rys. 4.23).



Rys. 4.23. Przykłady przekrojów prętów wielogąłęziowych

W analizie ściskanych elementów z przewiązkami lub skratowaniem nie można na ogół pomijać odkształceń postaciowych (wpływu sił poprzecznych) oraz ich redukcyjnego wpływu na obciążenie krytyczne $N_{cr, \gamma}$, które jest określone [48] ogólnym wzorem

$$N_{cr, \gamma} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2 + \gamma \pi^2 EA} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda_m^2}. \quad (4.42)$$



Rys. 4.24. Schemat konstrukcji skratowanego słupa dwugałęziowego

We wzorze (4.42) γ jest kątem odkształcenia postaciowego przedziału skratowania od jednostkowej siły poprzecznej (rys. 4.24), który wynosi

$$\gamma = [EA_D \sin^2 \alpha \cos \alpha]^{-1}, \quad (4.43)$$

gdzie: α – kąt nachylenia skratowania (patrz rys. 4.24), A_D – pole przekroju krzyżulców w skratowaniu.

Smukłość zastępczą λ_m we wzorze (4.42) można wyrazić jako sumę geometryczną dwóch składowych smukłości: giętnej λ i postaciowej $\lambda_{v,1}$

$$\lambda_m = \sqrt{\lambda^2 + \lambda_{v,1}^2}, \quad (4.44)$$

gdzie

$$\lambda_{v,1} = \sqrt{\frac{\pi^2 A}{A_D \sin^2 \alpha \cos \alpha}}. \quad (4.45)$$

Przyjmując z wystarczającym przybliżeniem $30^\circ < \alpha < 60^\circ$, otrzymujemy następujący wzór na smukłość postaciową

$$\lambda_{v,1} = 5,3 \sqrt{\frac{A}{A_\alpha}}, \quad (4.46)$$

przy czym $A_\alpha = A_D \operatorname{tg} \alpha$, lecz $A_\alpha \leq A_D$.

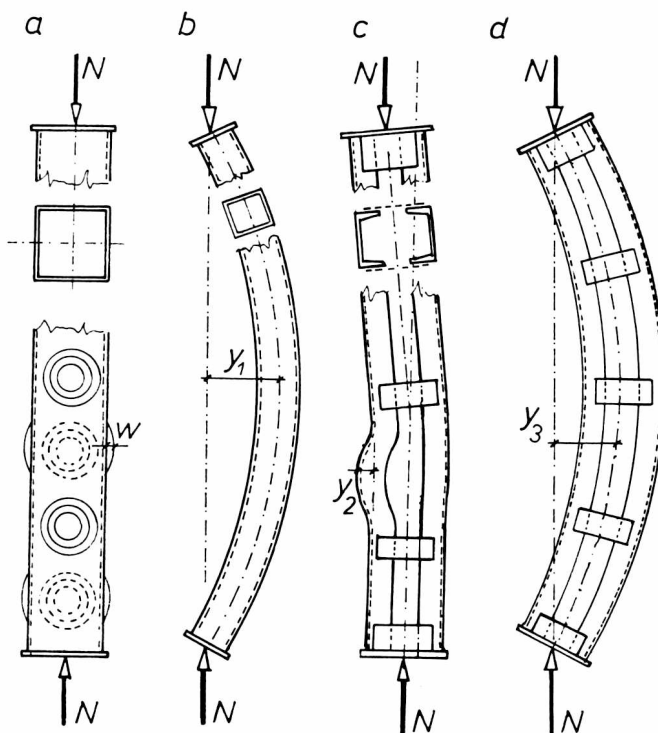
Wzory (4.44) i (4.46) zostały w [114] uogólnione do postaci uwzględniającej większą liczbę gałęzi ($m \geq 2$), sumaryczne pole krzyżulców i większą liczbę płaszczyzn skratowania ($n \geq 1$) w rozpatrywanym kierunku (patrz wzory (4.48) oraz (4.49b)).

Specyficznym zagadnieniem dla ściskanych elementów wielogałęziowych, występującym przy wyboczeniu względem osi nie przecinającej materiału, jest interakcja ogólnej utraty stateczności i wyboczenia pojedynczej gałęzi w przedziale skratowania (lub między przewiązkami).

Na rysunku 4.25 pokazano formy utraty stateczności słupów stalowych. W ściskanych słupach pełnościennych możliwa jest lokalna utrata stateczności ścianek (rys. 4.25a), przy której oś podłużna pręta pozostaje prosta. Ta forma lokalnego wybocze-

nia nie wyczerpuje zapasów nośności elementów o przekroju klasy 4. Wyczerpanie nośności słupów pełnościennych następuje w razie wystąpienia wyboczenia ogólnego, gdy wygina się oś podłużna słupa (rys. 4.25b).

W słupach wielogałęziowych o dostatecznie sztywnych przewiązkach może nastąpić lokalne wyboczenie gałęzi pomiędzy przewiązkami (lub skratowaniami) (rys. 4.25c) albo ogólna utrata stateczności (rys. 4.25d). Obie formy wyboczeniowe wiążą się ze zmianą geometrii osi słupa i wyczerpują jego nośność. Dlatego też, aby zabezpieczyć się przed lokalnym wyboczeniem w słupach wielogałęziowych, dobieramy smukłości gałęzi mniejsze od smukłości ogólnej słupów. Należy zauważyć, że zarówno lokalna utrata stateczności ścianek słupa pełnościennego (rys. 4.25a), jak i lokalna utrata stateczności gałęzi słupa (rys. 4.25c) wpływają na ogólną utratę stateczności słupa. Następuje interakcja lokalnej i ogólnej utraty stateczności słupa.



Rys. 4.25. Schematy utraty stateczności słupów, a, b — pełnościennych, c, d — wielogałęziowych

Norma [114] nakazuje uwzględnić wpływ lokalnej utraty stateczności pojedynczego pręta pomiędzy skratowaniem na stateczność ogólną przy wyboczeniu względem osi nie przecinającej materiału w sposób jak dla przekroju klasy 4. W przekrojach ściskanych klasy 4 uwzględnia się w szacowaniu nośności współczynnik redukcyjny ψ . Współczynnikiem redukcyjnym dla ściskanych prętów wielogałęziowych (swoisty współczynnik niestateczności miejscowej) jest właśnie współczynnik wyboczeniowy pojedynczej gałęzi φ_1 . W szczególnym przypadku, gdy przekrój gałęzi

jest klasy 4, należy przyjmować za wartość współczynnika redukcyjnego obliczeniowej nośności przekroju elementu mniejszą z dwóch wartości: współczynnika wyboczeniowego gałęzi φ_1 lub współczynnika niestateczności miejscowej ścianki gałęzi φ_p

$$\psi = \min(\varphi_1, \varphi_p). \quad (4.47)$$

Wyznaczając normową nośność graniczną ściskanego pręta wielogałęziowego [114] według wzoru (4.40) stosujemy współczynnik redukcyjny (wzór 4.47) oraz uwzględniamy wpływ wyboczenia elementów pręta pomiędzy skratowaniami lub przewiązkami obliczając współczynnik wyboczeniowy $\varphi(\lambda_m)$ w funkcji smukłości zastępczej

$$\lambda_m = \sqrt{\lambda^2 + \frac{m}{2} \lambda_v^2}, \quad (4.48)$$

gdzie: λ – smukłość ustalona jak dla pręta pełnościennego, $m = 0$, gdy rozpatruje się wyboczenie względem osi przecinającej materiał wszystkich gałęzi (rys. 4.23a i b); $\lambda_{mx} = \lambda_x$ lub m – liczba gałęzi w płaszczyźnie przewiązek lub skratowania równoległej do kierunku wyboczenia, λ_v – smukłość postaciowa.

Smukłości postaciowe λ_v określa się następująco:

– dla elementów z przewiązkami (rys. 4.23e)

$$\lambda_v = \frac{l_1}{i_1}, \quad (4.49a)$$

– dla elementów kratowych

$$\lambda_v = 5,3 \sqrt{\frac{A}{nA_x}}, \quad (4.49b)$$

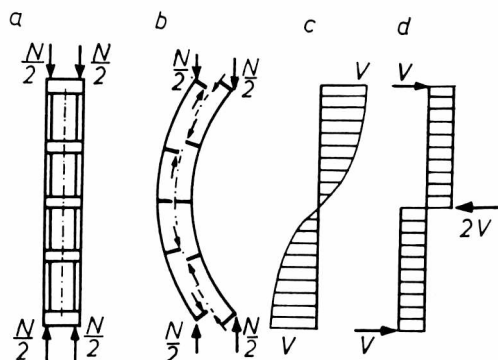
przy czym:

$$A_x = A_D \operatorname{tg} \alpha, \quad \text{lecz} \quad A_x \leq A_D, \quad (4.50)$$

w których: l_1 – osiowy rozstaw przewiązek, lecz nie większy niż odstęp między nimi, zwiększony o minimalną wynikającą z normy szerokość przewiązki $b = 100$ mm, i_1 – najmniejszy promień bezwładności przekroju gałęzi, A – pole przekroju wszystkich gałęzi, A_D – pole przekroju krzyżulców w przedziale skratowania, n – liczba płaszczyzn skratowania w kierunku wyboczenia; dla elementów trójgraniastych (rys. 4.23d) $n = 1,5$, α – kąt między osiami krzyżulca i gałęzi. Współczynnik wyboczeniowy prętów wielogałęziowych $\varphi(\lambda_m)$ należy [114] wyznaczać według krzywej wyboczeniowej b lub właściwej dla λ , gdy $\lambda_m = \lambda$.

Ściskane osiowo słupy o przekroju wielogałęziowym projektuje się uwzględniając siłę poprzeczną V , jaka powstałaby przy jego wyboczeniu. W gałęziach słupa wielogałęziowego bez imperfekcji, obciążonego osiowo, przed wyboczeniem są jedynie siły osiowe. W rzeczywistych prętach ściskanych, obarczonych imperfekcjami początkowymi występuje zginanie, któremu towarzyszą siły poprzeczne (przekrój jest wyężony siłami: M , N , V). Wygiętej, wyboczonej formie niestateczności słupa towarzyszą siły poprzeczne, których rozkład oraz mechanizm powstawania pokazano na

rys. 4.26b i c. Obliczenie siły poprzecznej z całkowania równania (4.1) stateczności giętej pręta ściskanego jest niemożliwe, gdyż nieokreślone jest przemieszczenie osi pręta. Z tego powodu zastępczą siłę poprzeczną, o przebiegu pokazanym na rysunku 4.26c, wyznacza się z warunku wygięcia osi pręta o taką krzywiznę, która wywoła uplastycznienie skrajnych włókien przekroju.



Rys. 4.26. Schemat obliczeniowy wyobczonego słupa dwugłęziowego z przewiązkami

Siły poprzeczne zmieniają się wzdłuż wysokości słupa (rys. 4.26c). W normie [114] dla modelu obliczeniowego przyjmuje się stałą zastępczą siłę poprzeczną (rys. 4.26d), uzależniając ją od nośności przekroju słupa wielogłęziowego. Zgodnie z [114] dla słupa wielogłęziowego, obciążonego osiowo, zastępcza siła poprzeczna wynosi

$$V = 0,012Af_d, \quad (4.51)$$

gdzie A – pole przekroju poprzecznego słupa.

Gdy na słup wielogłęziowy działa siła osiowa N oraz siła poprzeczna V_1 , należy go sprawdzić na obciążenie poprzeczne

$$V = 1,2 V_1, \quad \text{lecz} \quad V \geq 0,012Af_d. \quad (4.52)$$

Zwiększenie siły poprzecznej V_1 o 20% wynika z uwzględnienia wpływu losowych imperfekcji geometrycznych osi prętów ściskanych na wyężenie słupów.

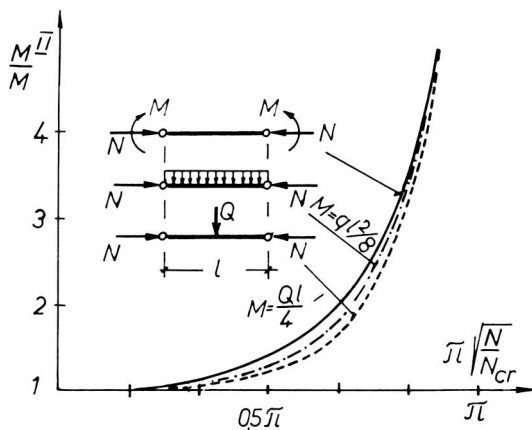
4.2. Nośność graniczna prętów ściskanych i zginanych

Zagadnienie ściskanych i zginanych prętów jest jednym z bardziej skomplikowanych problemów wytrzymałości materiałów. Na jego złożoność składa się kilka zjawisk, które są interakcyjnie połączone: stateczność ogólna pręta ściskanego (wyboczenie), utrata płaskiej postaci zginania (zwichrzenie), zmniejszenie nośności granicznej w stosunku do teoretycznego obciążenia krytycznego pręta ściskanego (wpływ imperfekcji geometrycznych i technologicznych na utratę stateczności), zapasy nośności plastycznej pręta zginanego, wpływ przemieszczeń na wielkość sił wewnętrznych oraz wpływ rozkładu momentu zginającego na długości pręta ściskanego na jego nośność.

Zjawiska te były przedmiotem analiz w poprzednich rozdziałach, jednak niektóre z nich, jako istotne z punktu widzenia bezpieczeństwa, zostaną w tym punkcie omówione bardziej szczegółowo.

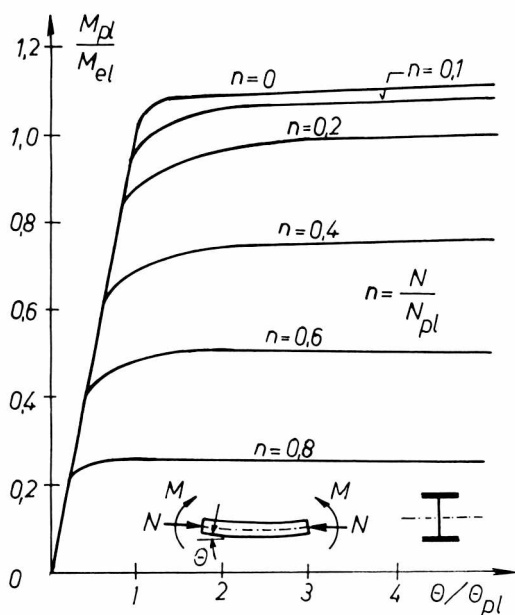
Wyteżenie pręta jednocześnie ściskanego oraz zginanego opisuje równanie (4.6), a w wyniku jego rozwiązania otrzymujemy siły wewnętrzne (wzory (4.7), (4.8)) i przemieszczenia (wzór (4.9)), wyznaczone według teorii drugiego rzędu. Momenty zginające M'' , siły poprzeczne V'' i przemieszczenia y'' uwzględniają wpływ siły osiowej N na ich wielkość, co wyraża współczynnik amplifikacji (wzór (4.10)).

Na rysunku 4.27 [27] pokazano wykresy stosunku momentu zginającego M'' , wyznaczonego zgodnie z teorią drugiego rzędu, do momentu zginającego M wyznaczonego bez uwzględnienia siły osiowej N (według teorii pierwszego rzędu), w funkcji parametru opisującego ściskające wyteżenie elementu N (N_{cr} – eulerowskie obciążenie krytyczne). Z wykresów na rys. 4.27 wynika, że wpływ siły osiowej N na moment zginający (teoria drugiego rzędu) jest bardzo duży oraz że zależy on od rozkładu momentu zginającego na długości pręta (kształtu linii ugięcia). Dlatego też aby właściwie ocenić nośność pręta ściskanego i zginanego, należy uwzględnić wpływ przemieszczeń (ugięć) oraz kształt rozkładu momentów zginających na długości elementu.



Rys. 4.27. Wykresy momentów zginających prętów ściskanych i zginanych w funkcji parametru opisującego wyteżenie ściskające

Zginane i ściskane pręty krępe (o małej smukłości – niewrażliwe na utratę stateczności ogólnej) wyczerpują swą nośność w wyniku uplastycznienia przekroju (w sposób omówiony w rozdz. 3 – przekrój zginany i rozciągany). Ścieżki równowagi statycznej ściskanych i zginanych dwuteowych prętów krępych ($\bar{\lambda} < 0,15$) pokazano na rysunku 4.28. Na osi pionowej (rys. 4.28) naniesiono stosunek plastycznego momentu zginającego M_{pl} do momentu sprężystego M_{el} , na osi zaś poziomej stosunek krzywizny plastycznej do sprężystej elementu zginanego, przy różnym stosunku siły osiowej N do nośności plastycznej (na rozciąganie) N_{pl} . Należy zauważyć, że kształt ścieżek równowagi statycznej na rysunku 4.28 jest podobny dla różnych wartości N/N_{pl} , a nośność pręta na zginanie maleje ze wzrostem N/N_{pl} .



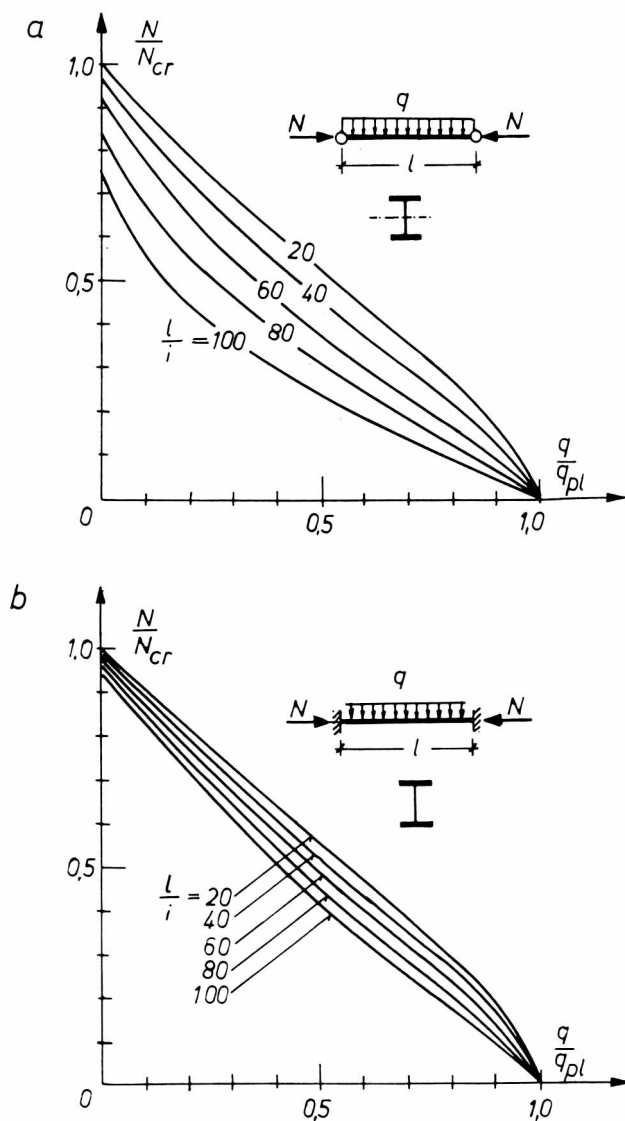
Rys. 4.28. Ścieżki równowagi statycznej dwuteowników zginanych o smukłościach $\lambda < 0,15$ przy współdziałaniu obciążeń ściskających

Wpływ smukłości oraz kształtu rozkładu momentu zginającego prętów ściskanych i zginanych na interakcyjną nośność możemy prześledzić na rysunkach 4.29 i 4.30 [27]. Na osi pionowej naniesiono stosunek obciążenia ściskającego N do nośności krytycznej N_{cr} , na osi poziomej zaś stosunek zginającego obciążenia poprzecznego sprężystego Q , q do plastycznego obciążenia granicznego Q_{pl} , q_{pl} . Z przebiegu krzywych interakcji wynika, iż zwiększenie smukłości prętów w istotny sposób zmniejsza nośność, a ponadto krzywe interakcji zależą od kształtu wykresu momentu zginającego (porównaj rys. 4.29a z rys. 4.29b i rys. 4.30a z rys. 4.30b – wpływ schematu statycznego na krzywe interakcji). Pokazane na rysunkach 4.29 i 4.30 krzywe interakcji dotyczą przekroju dwuteowego. Dla przekrojów o innym kształcie geometrycznym należy spodziewać się innego przebiegu funkcji interakcji (porównaj rys. 4.30a z rys. 4.35a).

Na rysunku 4.31 przedstawiono ścieżki równowagi statycznej M/M_{pl} w funkcji kąta obrotu Θ prętów ściskanych i zginanych o różnym kształcie momentów zginających na długości elementu (o smukłości $\lambda = 40$ i $N/N_{cr} = 0,6$).

Na rysunku 4.32 pokazano [69] przykładowe krzywe interakcji prętów zginanych i ściskanych, o różnych rozkładach momentów na długości pręta i różnym stopniu wyczerpania ściskającego dla zmiennych smukłości elementów.

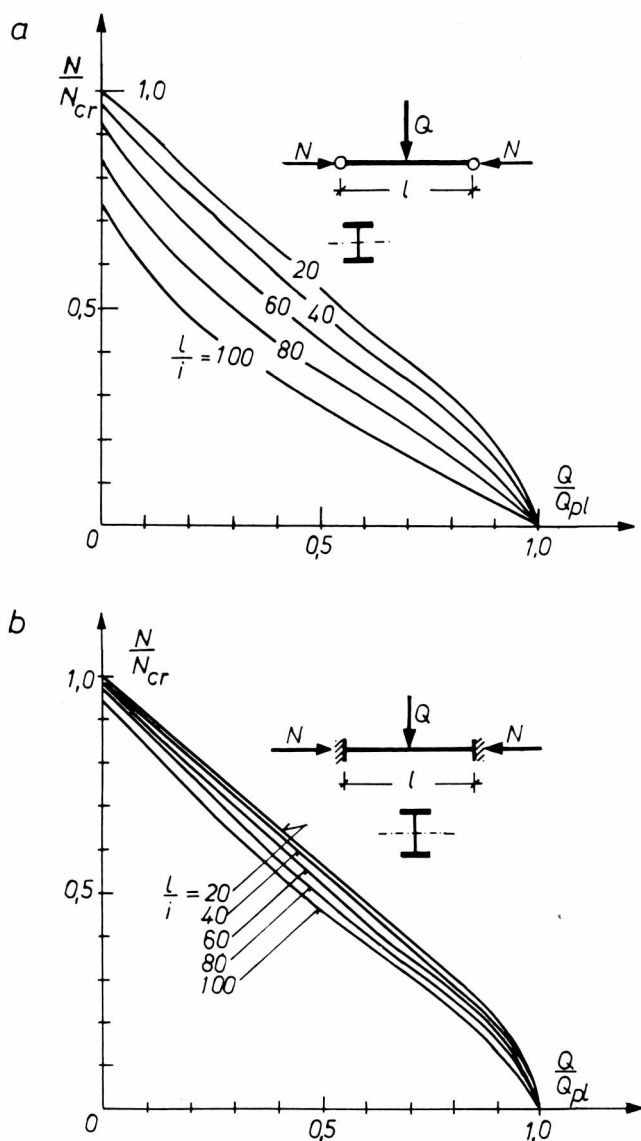
Badania amerykańskie [39], w których obciążenia graniczne określono w funkcji momentów utwierdzenia pręta M i sił osiowych ściskających N , przy zmiennych smukłościach prętów λ , doprowadziły do wyników, na podstawie których opracowano wykresy interakcji obciążeń złożonych $M-N$.



Rys. 4.29. Krzywe interakcji prętów dwuteowych o różnych smukłościach, zginanych obciążeniem równomiernym i ściskanych, podpartych przegubowo (a) i utwierdzonych (b)

Aby uprościć praktyczne rozwiązanie zagadnienia wpływu rozkładu momentu zginającego na nośność pręta ściskanego, wyznaczono empiryczne zależności funkcyjne (odpowiadające krzywym interakcji) i w kilku krajach europejskich wprowadzono w normach obliczeń stateczności słupów następujące funkcje opisujące interakcję momentów zginających M i ściskających sił podłużnych N

$$\frac{N}{N_{cr}} + B_M \frac{M}{M_{pl}} \leq 1, \quad (4.53)$$

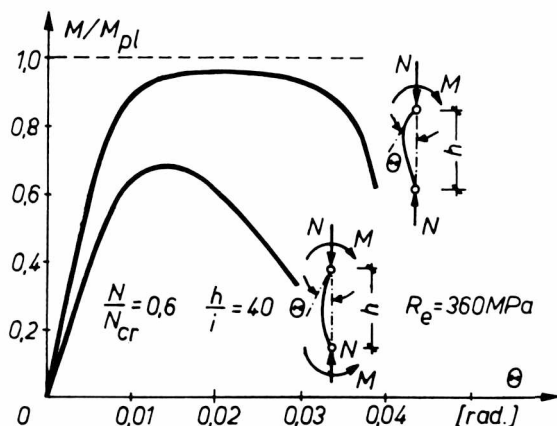


Rys. 4.30. Krzywe interakcji prętów dwuteowych o różnych smukłościach, zginanych siłą skupioną i ściskanych, podpartych przegubowo (a) i utwierdzonych (b)

gdzie

$$B_M = \beta_M \left[1 - \frac{N}{N_{cr}} \right]^{-1}, \quad (4.54)$$

w których: M , N — moment zginający i siła osiowa w stanie granicznym, N_{cr} — nośność krytyczna pręta idealnego według klasycznej teorii stateczności przy wyboczeniu giętym, skrętnym lub giętno-skrętnym, β_M — współczynnik zależny od kształtu wykresu momentów zginających.



Rys. 4.31. Ścieżki równowagi statycznej prętów zginanych i ściskanych o różnym rozkładzie momentów zginających na długości elementu

W wyznaczaniu współczynnika β_M wyróżnia się dwie sytuacje. Pierwszą, gdy pręt nie jest obciążony poprzecznie między węzłami:

- dla węzłów nieprzesuwnych (rys. 4.33)

$$\beta_M = 0,6 + 0,4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0,4, \quad (4.55)$$

- dla węzłów przesuwnych

$$\beta_M = 0,85. \quad (4.56)$$

Wartość momentów zginających należy przyjmować według rysunku 4.33 z odpowiednim znakiem.

Sytuacja druga, gdy pręt jest obciążony poprzecznie między węzłami konstrukcji, to:

- dla słupów podpartych przegubowo

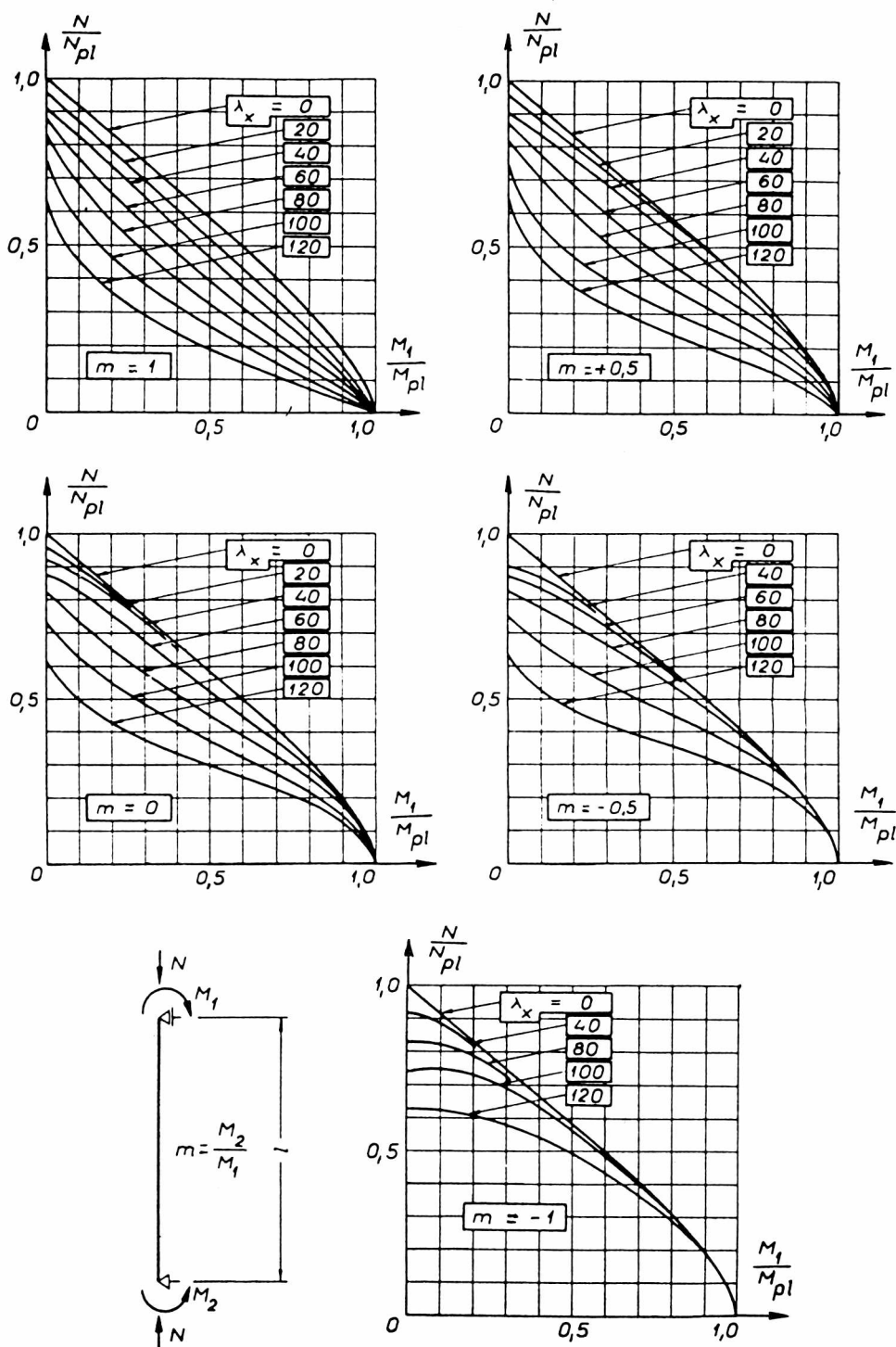
$$\beta_M = 1,0, \quad (4.57)$$

- dla słupów jednostronnie lub obustronnie utwierdzonych

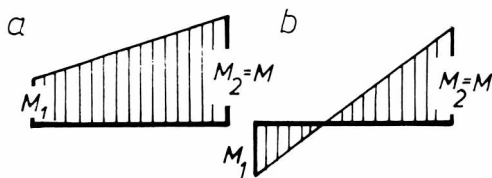
$$\beta_M = 0,85. \quad (4.58)$$

Współczynniki β_M mają taki sam sens jak współczynniki β podane w normie [114] (patrz tabl. 2.1).

Wpływ wstępnych wygięć pręta ściskanego i zginanego na interakcyjną nośność jest zdecydowanie negatywny, gdyż powstaje dodatkowy stan zgięcia od siły podłużnej. Wygięcie osi pręta może być wywołane wstępną krzywizną pręta (imperfekcją geometryczną) lub następstwem ugięcia od obciążeń poprzecznych. Dodatkowe zginanie słupa może być również następstwem mimośrodowego obciążenia ściskającego (np. mimośród konstrukcyjny). Zagadnienie powyższe prześledzmy na prezentowanych wykresach.



Rys. 4.32. Krzywe interakcji prętów o różnych smukłościach, ściskanych i zginanych momentem zginającym zmieniającym się na długości elementu

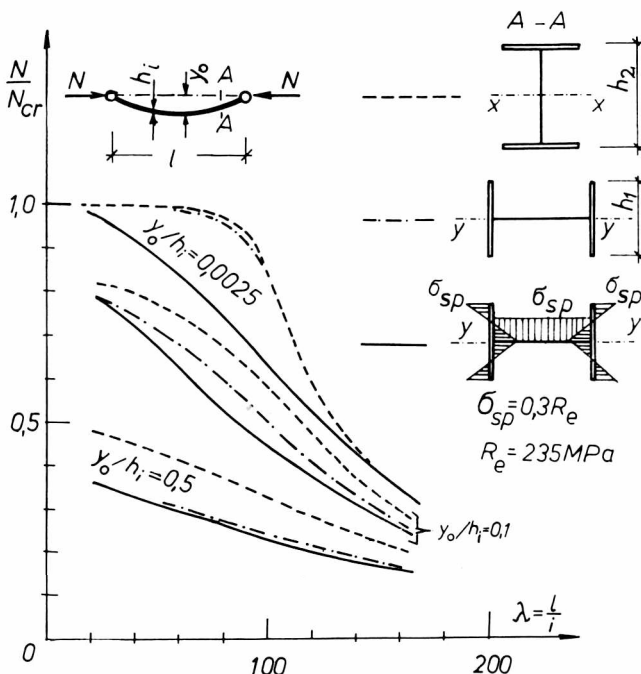


Rys. 4.33. Schematy a i b rozkładów momentów zginających na długości pręta

Na rysunku 4.34 [27] pokazano krzywe wyboczenia prętów ściskanych mimośrodowo, dla strzałek wygięcia wstępnego w środku rozpiętości $y_0 = 0,0025h_i$; $0,10h_i$; $0,5h_i$ (gdzie h_i – wysokość profilu). Na osi pionowej podano stosunek obciążenia ściskającego N do eulrowskiej nośności krytycznej N_{cr} ,

na osi poziomej zaś smukłość pręta ściskanego.

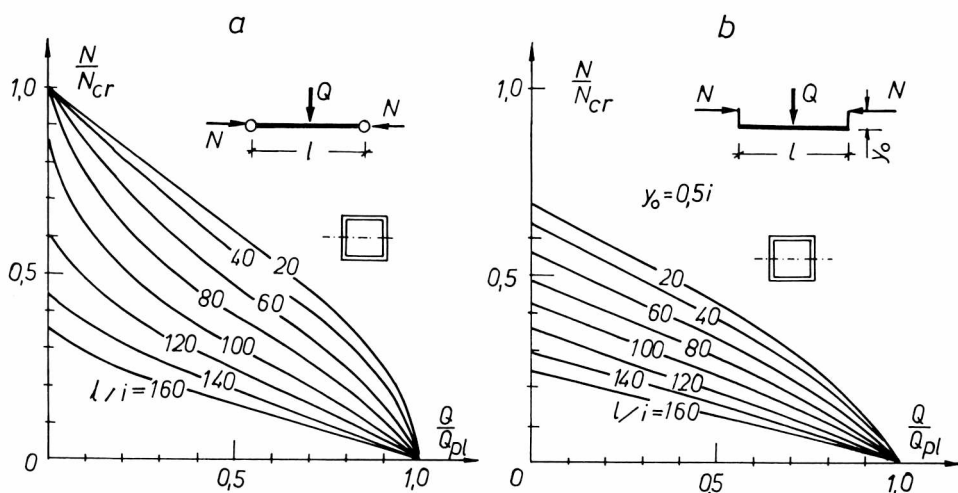
Z analizy wykresów na rysunku 4.34 wynika, iż zwiększenie wielkości strzałki wygięcia pręta w istotny sposób zmniejsza jego nośność. Na rysunku 4.34 przedstawiono też krzywe wyboczenia przekroju dwuteowego z naprężeniami spawalniczymi o wartości $\sigma_{sp} = 0,3 R_e$ (linia ciągła), gdzie R_e – granica plastyczności stali. Imperfekcje technologiczne w postaci naprężeń spawalniczych zmniejszają nośność pręta ściskanego.



Rys. 4.34. Krzywe wyboczeniowe ściskanych prętów z imperfekcjami geometrycznymi i technologicznymi

Na rysunku 4.35 [27] wykreślono krzywe interakcji pręta zginanego siłą skupioną w środku rozpiętości i ściskanego osiowo (rys. 4.35a) oraz ściskanego mimośrodowo (rys. 4.35b). Na osi pionowej naniesiono rzędne obciążenia osiowego

N do eulerowskiej nośności krytycznej N_{cr} , a na osi poziomej stosunek obciążenia poprzecznego Q do nośności plastycznej belki na zginanie, mierzonej obciążeniem Q_{pl} . Krzywe pokazane na rysunku 4.35 sporządzono dla zmiennych smukłości prętów, mimośród obciążającego zaś wynosił $y_0 = 0,5i$ (i – promień bezwładności przekroju). Z porównania krzywych interakcyjnych (rys. 4.35) wynika, że mimośrodowe obciążenie ściskające zdecydowanie zmniejsza nośność interakcyjną pręta. Skutki ściskającego mimośrodowego obciążenia są takie same, jak przyłożenie skupionych momentów gnących.



Rys. 4.35. Krzywe interakcji prętów rurowych zginanych i ściskanych osiowo (a) oraz zginanych i ściskanych mimośrodowo (b)

W normie [114] wykorzystano koncepcję zastępczego parametru imperfekcji geometrycznych w postaci mimośrodu e do sprawdzania wyężenia pręta ściskanego i zginanego. Jako kryterium stanu granicznego przyjęto początek uplastycznienia przekroju pręta. Dla pręta ściskanego siłą N , narażonego na wyoboczenie, otrzymano [48] następujący warunek nośności

$$\frac{N}{A} + \frac{Ne}{W} a \leq f_d, \quad (4.59)$$

gdzie a – współczynnik amplifikacji według wzoru (4.10). We wzorze (4.59) mimośród e (a ściślej strzałka wstępnego wygięcia) jest wartością ekwiwalentną uwzględniającą w sposób globalny wszystkie geometryczne, materiałowe i strukturalne imperfekcje ściskanego pręta.

Wzór (4.10) na współczynnik amplifikacji może być przedstawiony [48] w następującej postaci

$$a = \left(1 - \frac{N}{N_{cr}}\right)^{-1} = a(n, \bar{\lambda}) = [1 - n(\bar{\lambda})^2]^{-1}, \quad (4.60)$$

gdzie $n = N/N_{Rc} \leq \varphi$, $\bar{\lambda}$ – smukłość względna.

Rozpatrując stan graniczny nośności według wzoru (4.59) i jednocześnie przyjmując $n = \varphi$ uzyskuje się następujący związek pomiędzy mimośrodem zastępczym e a współczynnikiem wybożenia φ

$$e = \left(\frac{1}{\varphi} - 1 \right) \frac{r}{b}, \quad (4.61)$$

w którym: $r = W/A$, $b = a(n = \varphi)$.

W przypadku pręta ściskanego i zginanego, który może ulec wybożeniu w płaszczyźnie zginania, znormalizowane kryterium stateczności można wyrazić za pomocą następujących nierówności interakcyjnych:

$$n + n(1/\varphi - 1)a/b + ma \leq 1, \quad (4.62)$$

lub

$$n/\varphi + ma_r \leq 1, \quad (4.63)$$

lub

$$n/\varphi + m \leq 1 - \Delta, \quad (4.64)$$

gdzie:

$$m = \beta M_{\max}/M_R, \quad (4.65)$$

$$a_r = [1 - n\varphi(\bar{\lambda})^2]^{-1}, \quad (4.66)$$

$$\Delta = ma_r n\varphi(\bar{\lambda})^2 \leq (1 - n/\varphi) n\varphi(\bar{\lambda})^2. \quad (4.67)$$

W normie [114] składnik poprawkowy Δ (we wzorze (4.67)), stosowany do sprawdzenia nośności pręta ściskanego i zginanego, oszacowano w sposób przybliżony za pomocą uśrednienia [48]. Założono, że przy ściskaniu i dwukierunkowym zginaniu tylko jeden składnik zgięcia (działający w płaszczyźnie wybożenia) jest uwzględniony w nieliniowej interakcji ze ściskaniem. Czynniki $(1 - n/\varphi)$ we wzorze (4.67) zastąpiono wielkością proporcjonalną do momentu równą 1,25 m. W szczególnym przypadku przy ściskaniu $n = 0,5\varphi$ i jednokierunkowym zginaniu $m = 0,4$, dla smukłości $\bar{\lambda} = 1$ uzyskuje się maksymalny składnik poprawkowy $\Delta \leq 0,1$ (dla krzywej wybożenia b).

Stan graniczny nośności pręta o przekroju co najmniej monosymetrycznym ściskany i jednokierunkowo lub dwukierunkowo zginany należy sprawdzać według [114] ze wzoru

$$\frac{N}{\varphi_i N_{Rc}} + \frac{\beta_x M_{x,\max}}{\varphi_L M_{Rx}} + \frac{\beta_y M_{y,\max}}{M_{Ry}} \leq 1 - \Delta_i. \quad (4.68)$$

Składnik poprawkowy Δ_i należy obliczyć [114] ze wzoru

$$\Delta_i = 1,25\varphi_i(\bar{\lambda}_i)^2 \frac{\beta_i M_{i,\max}}{M_{Ri}} \frac{N}{N_{Rc}} \leq 0,1. \quad (4.69)$$

We wzorach (4.68) i (4.69) użyto oznaczeń jak w poprzednich rozdziałach.

Współczynnik $\beta M_{\max}$ należy ustalić według tablicy 2.1 w zależności od warunków podparcia w rozpatrywanej płaszczyźnie wyboczenia oraz wykresu momentów zginających na długości pręta.

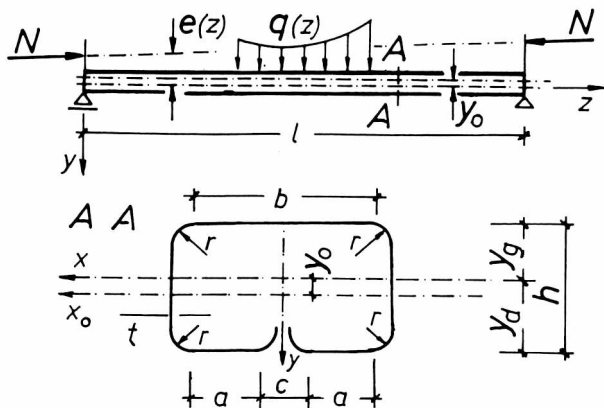
W ogólnym przypadku warunek (4.68) należy sprawdzić dwukrotnie – dla φ_x i φ_y . Przy jednokierunkowym zginaniu bez możliwości zwichrzenia ($\varphi_L = 1$ lub $M_x = 0$) przyjmuje się φ_i w płaszczyźnie zginania. Za każdym razem gdy $\varphi_i > \min \varphi(\bar{\lambda})$, należy dodatkowo sprawdzać warunek (4.41).

Jeżeli $\beta < 1$ lub $V > V_0$ (pkt 2.9), należy ponadto sprawdzać warunki (2.70), (2.71), (2.72) przyjmując N_{Rc} zamiast N_{Rt} .

4.3. Nośność graniczna ściskanych i zginanych prętów o przekroju cienkościennym (klasy 4)

W rozdziale tym analizowane będzie zagadnienie jednoczesnego ściskania i zginania prętów o przekrojach cienkościennych (klasy 4), w których może wystąpić lokalna utrata stateczności ścianek. Zakłada się, że działające obciążenie będzie jedynie wyginać element względem osi mniejszej sztywności i nie rozpatruje się wyboczenia skrętnego oraz giętno-skrętnego prętów ściskanych.

Stan równowagi (w obszarze sprężystym) osiowo ściskanego pręta cienkościennego o długości l , sztywności początkowej EJ (dla $\sigma < \sigma_{cr}$ – przed wystąpieniem wyboczenia lokalnego) opisuje równanie (4.1). Cienkościenny przekrój poprzeczny pręta może być bisymetryczny lub monosymetryczny pod warunkiem, iż może jedynie utracić stateczność ogólną w wyniku wyboczenia giętnego. Schemat tak obciążonego pręta pokazano na rysunku 4.36 (dla $e = 0$ i $q(x) = 0$).



Rys. 4.36. Schemat statyczny ściskanego i zginanego pręta o przekroju cienkościennym

Po przekroczeniu naprężeń krytycznych wyboczenia lokalnego pólek bądź środków $\sigma > \sigma_{cr}$, rozkłady naprężeń w tych elementach przestają być liniowe – zmieniają się w krzywoliniowe (rys. 2.17). Według teorii szerokości współpracującej Wintera [98] zmieniają się efektywne szerokości ściskanych ścianek profilu $a \rightarrow a_e(N)$; $b \rightarrow b_e(N)$; $h \rightarrow h_e(N)$, które są funkcją obciążenia ściskającego N . Zmieniają się więc sztywności profilu cienkościennego, w tym sztywność giętna, która jest funkcją

obciążenia N

$$EJ(a, b, c, h, t, r)|_{\sigma < \sigma_{cr}} > EJ_e[a_e(N), b_e(N), h_e(N), c, t, r]|_{\sigma > \sigma_{cr}} = EJ(N), \quad (4.70)$$

gdzie: a, b, c, h, t, r – parametry geometryczne przekroju (rys. 4.36) oraz położenie osi obojętnej. Zmiana położenia osi obojętnej stanowi następstwo zmiany geometrii przekroju efektywnego (dla $\sigma > \sigma_{cr}$) w stosunku do geometrii przekroju brutto (dla $\sigma < \sigma_{cr}$). Obciążenie ściskające przekrój ma charakter nieślędzący. Dlatego pręt pierwotnie, przed wystąpieniem lokalnego wyboczenia ścianki przekroju (dla $\sigma < \sigma_{cr}$) ściskany osiowo ($y_o = 0$), będzie po lokalnej utracie stateczności pasów lub środników dla $\sigma > \sigma_{cr}$ ściskany mimośrodowo. Mimośród obciążenia y_o , związany ze zmianą położenia osi obojętnej, jest również funkcją obciążenia ściskającego.

$$y_o = y_o[a_e(N), b_e(N), h_e(N), c, \overset{+}{g}, r]_{\sigma > \sigma_{cr}} = y_o(N). \quad (4.71)$$

W tej fazie obciążenia elementu ściskanego ścieżka równowagi statycznej jest nieliniowa, gdyż dla pręta cienkościennego o przekroju monosymetrycznym zmniejsza się sztywność giętą profilu oraz wzrasta mimośród działającego obciążenia podłużnego N , wywołującego zginanie elementu. Mimośrodowe, nieliniowe ściskanie pręta daje nierównomierny, trapezowy rozkład naprężeń na wysokości profilu [10]. Naprężenia w półkach wybrzuszonych przekroju rosną bardziej (nieliniowo) niż w półkach niewybrzuszonych.

Tak więc równanie różniczkowe stateczności monosymetrycznego pręta cienkościennego pokazanego na rys. 4.36 (dla $e = 0$ i $q(x) = 0$), niewyboczonego lokalnie (4.1) zmienia się w równanie różniczkowe jednoczesnego zginania i ściskania po powstaniu wybrzuszeń półek ściskanych ($\sigma > \sigma_{cr}$). Równanie to, o zmiennych nieliniowo współczynnikach, ma następującą postać:

$$[EJ_e(N) y''']'' + [y' + y'_o(N)]' = 0. \quad (4.72)$$

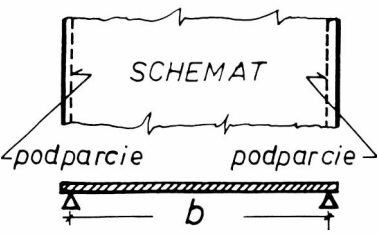
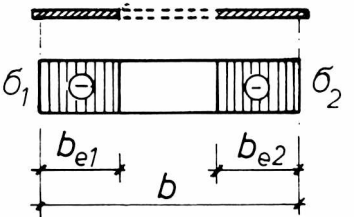
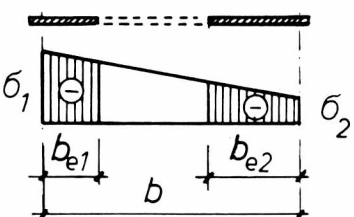
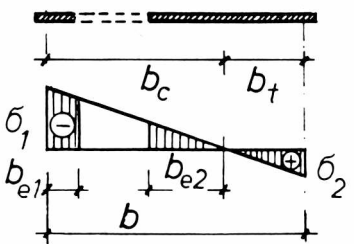
W wyniku rozwiązania równania (4.72) nie otrzymamy obciążenia krytycznego, rozumianego jako wartość własna pręta ściskanego, mimo iż obciążenie przyłożono osiowo, lecz wyznaczmy przemieszczenia, momenty zginające i siły poprzeczne, które są funkcją obciążenia ściskającego N (zagadnienie zginania drugiego rzędu). Dla cienkościennych prętów o przekroju bisymetrycznym redukcji ulega sztywność giętą przekroju $EJ_e = EJ(N)$ i mamy do czynienia z zagadnieniem stateczności pręta o zmniejszającej się sztywności.

Równanie różniczkowe opisujące krzywą równowagi pręta cienkościennego o przekroju monosymetrycznym (rys. 4.36), długości l , sztywności początkowej EJ , obciążonego siłą N na mimośrodku $e(z)$, oraz poprzecznie obciążeniem zginającym $q(z)$, po lokalnej utracie stateczności ścianek profilu ($\sigma > \sigma_{cr}$) ma następującą postać

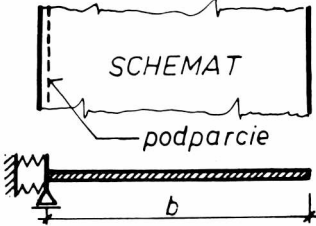
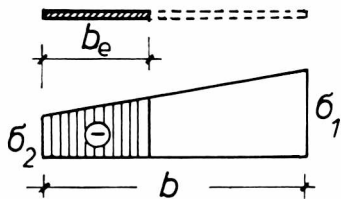
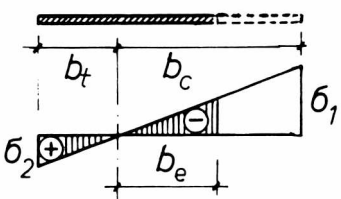
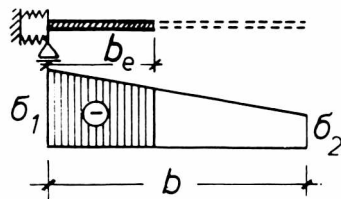
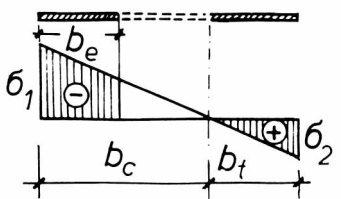
$$[EJ(N, q, z) y''']'' + \{N[y' + y'_o(N, q, z) + e'(z)]\}' = q(z). \quad (4.73)$$

Jest to równanie różniczkowe czwartego rzędu o nieliniowo zmieniających się współczynnikach: sztywności $EJ(N, q, z)$ i mimośrodku $y_o(N, q, z)$. Ścieżka równowagi statycznej cienkościennego pręta monosymetrycznego jest krzywoliniowa z uwagi na redukcję sztywności giętnej oraz w wyniku powiększenia się mimośrodu obciążeń ściskających $y_o(N, q, z)$.

Tablica 4.2. Szerokości efektywne ściskanych ścianek profilu podpartych obustronnie według [121]

Rozkład naprężeń 				Szerokość współpracująca b_e		
				$\psi = 1:$ $b_e = \varrho b$ $b_{e1} = 0,5b_e$ $b_{e2} = 0,5b_e$		
				$1 > \psi \geq 2:$ $b_e = \varrho b$ $b_{e1} = \frac{2b_e}{5-\psi}$ $b_{e2} = b_e - b_{e1}$		
				$\psi < 0:$ $b_e = \varrho b_e = \varrho b / (1 - \psi)$ $b_{e1} = 0,4b_e$ $b_{e2} = 0,6b_e$		
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -2$
Wsp. k_σ	4,0	$\frac{8,2}{1,05 + \psi}$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98(1 - \psi)^2$

Tablica 4.3. Szerokości efektywne ściskanych ścianek profilu podpartych jednostronnie według [121]

					Szerokość współpracująca b_e	
					$1 > \psi \geq 0:$ $b_e = \varrho b$	
					$\psi < 0:$ $b_e = \varrho b_c = \varrho b / (1 - \psi)$	
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$		1	0	-1	$1 \geq \psi \geq -1$	
Wsp. k_σ		0,43	0,57	0,85	$0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$	
					$1 > \psi \geq 0:$ $b_e = \varrho b$	
					$\psi < 0:$ $b_e = \varrho b_c = \varrho b / (1 - \psi)$	
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$		1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
wsp. k_σ		0,43	$\frac{0,578}{\psi + 0,34}$	1,70	$1,7 - 5\psi + 17,1\psi^2$	23,8

Efektywne charakterystyki geometryczne J_e , A_e , W_e przekroju cienkościennego według [114] w stanie nadkrytycznym (po lokalnym wyboczeniu się ścianek ściskanych) oblicza się na podstawie szerokości współpracujących (efektywnych) pól i średników, wyznaczonych według (2.41) i (2.42) na podstawie smukłości względnej $\bar{\lambda}_p$ (2.57), korzystając z tablicy 2.3.

Nieco inny sposób ustalania cech przekroju cienkościennego klasy 4 podaje Eurokod 3 [121]. Szerokości współpracujące płaskich ścianek wyznacza się według [121] korzystając z tablicy 4.2 — dla ścianek obustronnie usztywnionych i tablicy 4.3 — dla ścianek jednostronnie usztywnionych. W tablicach 4.2. i 4.3 podano dla różnych rozkładów naprężeń ściskających sposób rozmieszczania efektywnych części przekroju (efektywne części przekroju zakreskowano) oraz współczynniki do wzorów na wyznaczanie szerokości współpracujących ściskanych ścianek przekroju. Efektywne szerokości $b_e(\varrho)$ ścianek profilu cienkościennego klasy 4 według [121] oblicza się na podstawie wzorów zamieszczonych w tablicach 4.2 i 4.3, wyznaczając w zależności od smukłości płytowej $\bar{\lambda}_p$ współczynnik redukcyjny ϱ , który wynosi

$$\text{dla} \quad \bar{\lambda}_p \leq 0,673 \quad \varrho = 1, \quad (4.74)$$

$$\text{dla} \quad \bar{\lambda}_p > 0,673 \quad \varrho = (\bar{\lambda}_p - 0,22)(\bar{\lambda}_p)^2, \quad (4.75)$$

gdzie smukłość płytowa $\bar{\lambda}_p$ ścianki

$$\bar{\lambda}_p = [f_y/\sigma_{cr}]^{0,5} = (b/t)/28,4 (235k_\sigma/f_y)^{0,5}, \quad (4.76)$$

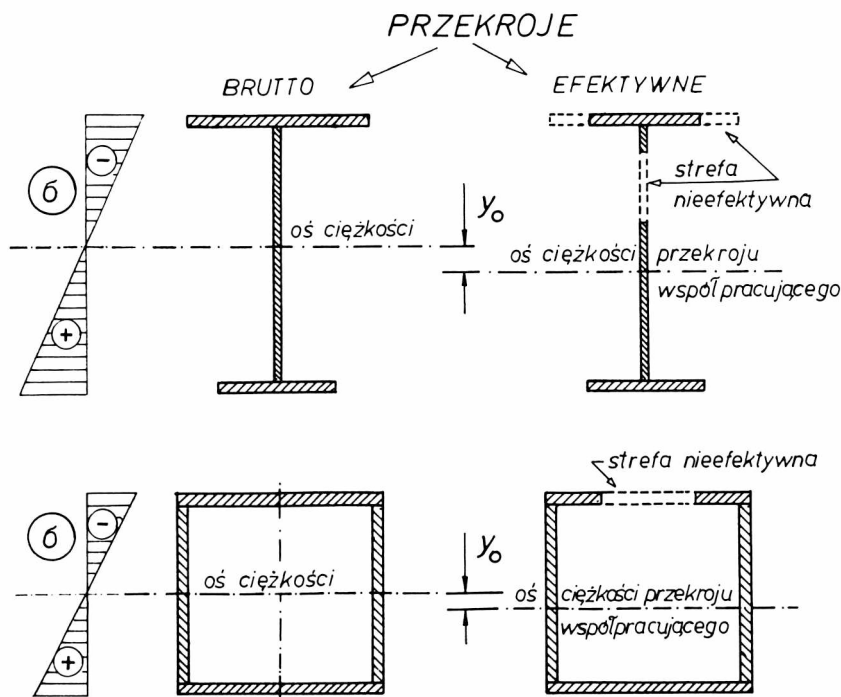
w którym: t — grubość ścianki płyty, f_y — granica plastyczności stali, σ_{cr} — naprężenie krytyczne płyty, które można wyznaczyć ze wzoru (2.51), dla $k_n = k_\sigma$ (k_σ — podano w tablicach 4.2 i 4.3), b — odpowiednia według [121] szerokość ścianki płyty oznaczona na rysunkach w tablicach 4.2 i 4.3.

Do wyznaczania szerokości współpracujących pasów przekroju dwuteowych lub skrzynkowych stosunek naprężeń krawędziowych ψ według tablic 4.2 i 4.3 można zgodnie z [121] przyjmować na podstawie cech przekroju brutto.

Do wyznaczenia szerokości współpracującej średnika stosunek naprężeń krawędziowych ψ według tablicy 4.2 można według [121] oszacować na podstawie przekroju współpracującego pasa ściskanego oraz przekroju średnika brutto.

W ogólnym przypadku wyężenia ściskanego elementu cienkościennego oś bezwładności przekroju współpracującego ulega przesunięciu (4.71) o y_0 względem położenia właściwego dla przekroju brutto (rys. 4.37). Fakt ten należy uwzględnić przy określaniu cech geometrycznych przekroju współpracującego, a także gdy przekrój jest ściskany siłą podłużną N , sprawdzić jego nośność na dodatkowy moment zginający $\Delta M = Ny_0$.

Wyczerpanie nośności ściskanych prętów cienkościennych może nastąpić wskutek: klasycznej utraty stateczności, uplastycznienia strefy rozciąganej lub powstania załomu plastycznego wyboczonej lokalnie ściskanej ścianki profilu. Wymienione procesy wyczerpania nośności cienkościennych prętów ściskanych zilustrowano na rysunku 4.38.



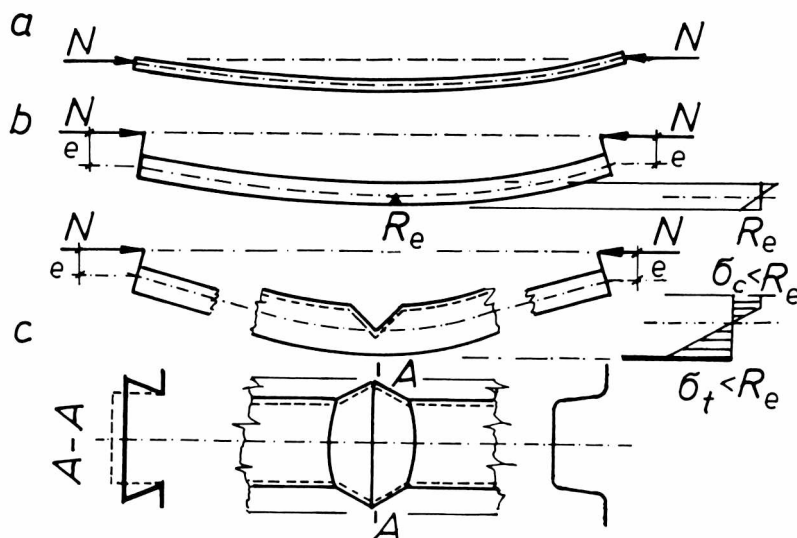
Rys. 4.37. Efektywna geometria przekroju cienkościennego

Klasyczna utrata stateczności pręta cienkościennego (rys. 4.38a) może mieć miejsce, gdy pręt jest obciążony osiowo, tj. gdy $(e + y_0) = 0$. W przypadku bisymetrycznych prętów ściskanych osiowo ($e = 0$) lokalna utrata stateczności ścianek ($\sigma > \sigma_{cr}$) powoduje symetryczną redukcję sztywności podłużnej przekroju i położenie osi obojętnej nie zmienia się ($y_0 = 0$). Mamy wówczas do czynienia ze zjawiskiem utraty stateczności ogólnej pręta o lokalnie wyboczonych ściankach. Dla ściskanych osiowo ($e = 0$) prętów monosymetrycznych klasyczna utrata stateczności może wystąpić jedynie przed lokalnym wyboczeniem ścianek dla $\sigma < \sigma_{cr}$, gdyż po ich lokalnym wyboczeniu powstaje mimośród y_0 obciążeń ściskających i pręt jest ściskany oraz zginany.

Drugą formą wyczerpania nośności pokazaną na rys. 4.38b jest uplastycznienie strefy rozciąganej mimośrodowo ściskanego pręta cienkościennego.

O nośności ściskanego pręta cienkościennego może decydować wyczerpanie nośności strefy ściskanej przekroju (uplastycznienie naroży „podtrzymujących” wybrzuszone półki ściskane). Objawia się to powstaniem załomu plastycznego [12] (rys. 4.38c).

W ściskanych elementach cienkościennych, gdy naprężenia ściskające σ w półkach i środnikach są mniejsze od krytycznych σ_{cr} , ścieżka równowagi statycznej jest liniowa. Po wystąpieniu wyboczenia lokalnego ściskanych półek następuje redystrybucja naprężeń w przekrojach. Zmienia się położenie osi obojętnej (rys. 2.18 i 4.37) — powstaje mimośród y_0 oraz zmniejsza się sztywność podłużna i giętna



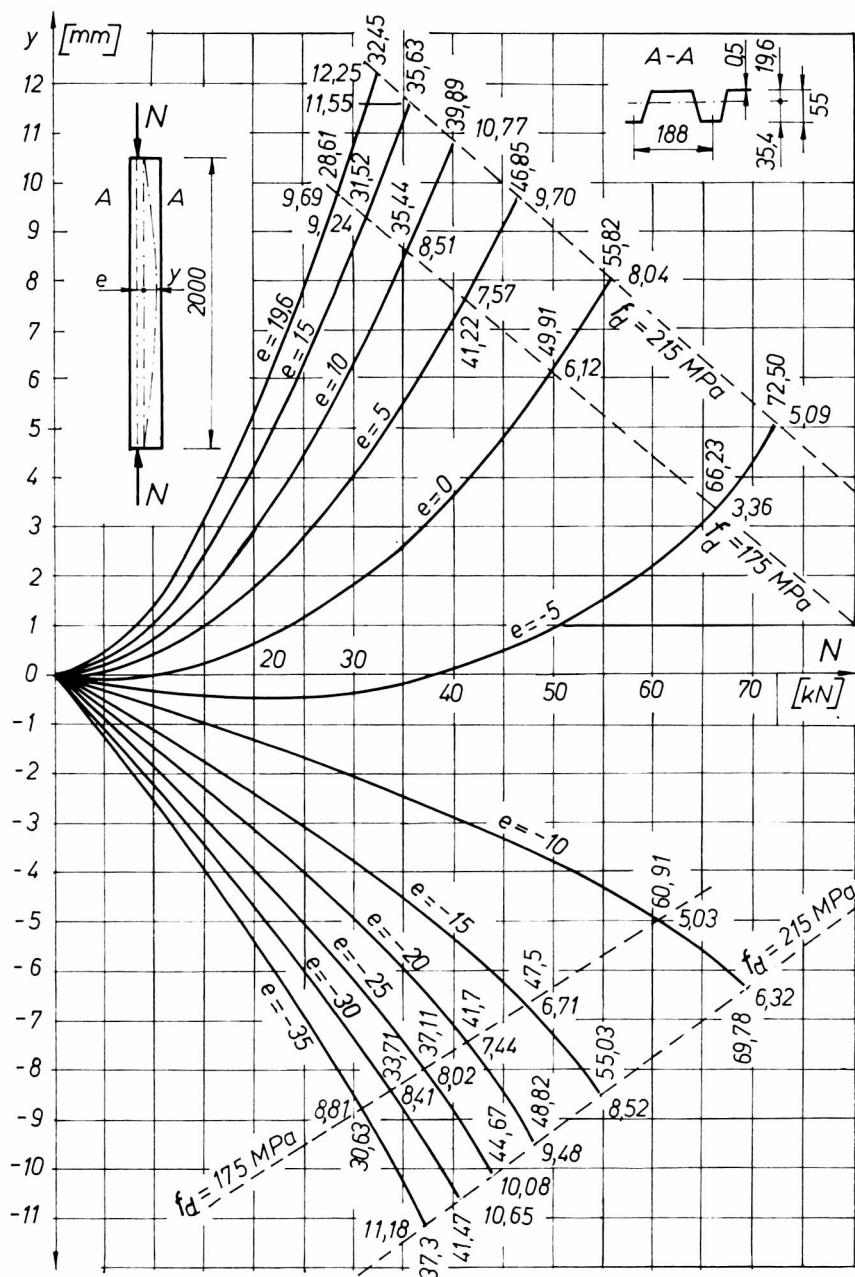
Rys. 4.38. Modele wyczerpania nośności ściskanych prętów cienkościennych: a – wyboczenie gięte, b – uplastycznienie strefy rozciąganej, c – powstanie załomu plastycznego ściskanej półki

profilu, a ścieżka równowagi statycznej ściskanego pręta cienkościennego jest nieliniowa.

Zmiana położenia osi obojętnej w zginanym elemencie cienkościennym nie wpływa na powstanie dodatkowego wyężenia przekroju w przeciwieństwie do przypadku ściskania, gdyż siła osiowa działa wówczas na powstałym mimośrodku y_0 wywołując jego zginanie.

Zagadnienie powyższe dobrze ilustruje analiza ścieżek równowagi statycznej $N(y)$, pokazanych na rysunku 4.39, ściskanych blach fałdowych T55 $\times$ 188, o grubości $t = 0,5$ mm i długości arkusza $l = 2000$ mm. Analizowano pręty – fałdy ściskane na mimośrodkach: $e = 19,6$ mm (siła przyłożona do półki szerszej blachy fałdowej); $e = 15; 10; 5; 0$ mm (ściskanie nominalne osiowe); $-5; -10; -15; -20; -25; -30; -35$ mm (siła przyłożona do półki węższej blachy fałdowej). Liniami przerywanymi oznaczono granice nośności badanych elementów dla wytrzymałości obliczeniowej stali $f_d = 175$ MPa i 215 MPa.

Z analizy ścieżek równowagi statycznej ściskanych mimośrodkowo monosymetrycznych prętów cienkościennych przedstawionych na rysunku 4.39 wynika, że są one nieliniowe (wpływ zginania drugiego rzędu oraz zmniejszania się sztywności i zwiększenia mimośrodu w miarę zwiększania obciążeń). Na uwagę zasługuje również fakt, że monosymetryczne cienkościenne pręty obciążone mimośrodkowo (np. $e = -5$ mm dla prętów analizowanych na rys. 4.39) mogą mieć nośność większą od cienkościennych prętów obciążonych nominalnie osiowo. Największą nośność graniczną monosymetrycznego ściskanego pręta cienkościennego można uzyskać, obciążając go mimośrodkowo (co jest fenomenem dla prętów ściskanych). Mimośród ten należy przyjąć równy przemieszczeniu się osi obojętnej w granicznym stanie wyężenia, w stosunku do położenia osi przekroju brutto $e = y_0$.



Rys. 4.39. Ścieżki równowagi statycznej ściskanych mimośrodowo blach fałdowych T55 x 188 x 0,5 o szerokości 1 m

Ścieżki równowagi statycznej ściskanych prętów cienkościennych proponuje się obliczać metodą krok po kroku, gdyż charakterystyki geometryczne $A_e(N)$, $J_e(N)$, $W_e(N)$ oraz mimośród $y_0(N)$ są funkcjami obciążenia ściskającego.

Jako górne obciążenie ściskające (w zakresie sprężystym), które teoretycznie może przenieść pręt cienkościenny, możemy przyjąć nośność krytyczną pręta

$$N_{cr, e} = \frac{\pi^2 EJ_e}{l_w^2}, \quad (4.77)$$

gdzie: J_e – moment bezwładności przekroju efektywnego (współpracującego), l_w – według wzoru (4.3).

Należy zaznaczyć, że osiągnięcie górnego obciążenia granicznego równego obciążeniu krytycznemu $N_{gr} = N_{cr, e}$ jest technicznie trudne do zrealizowania z uwagi na losowe imperfekcje. Aby osiągnąć taki stan, należy pręt obciążyć na mimośrodku równym przemieszczeniu się osi obojętnej w granicznym stanie obciążenia $e = y_0$. W praktyce mamy do czynienia z prętem obciążonym na mimośrodku e , równym przemieszczeniu się osi obojętnej (wskutek redukcji przekroju ściskanego), a nośność graniczną wyznaczmy ze wzoru

$$N_{gr} = \frac{f_d W_e A_e}{W_e + A_e (e + y_0) c}, \quad (4.78)$$

$$c = \frac{\beta}{a}, \quad (4.79)$$

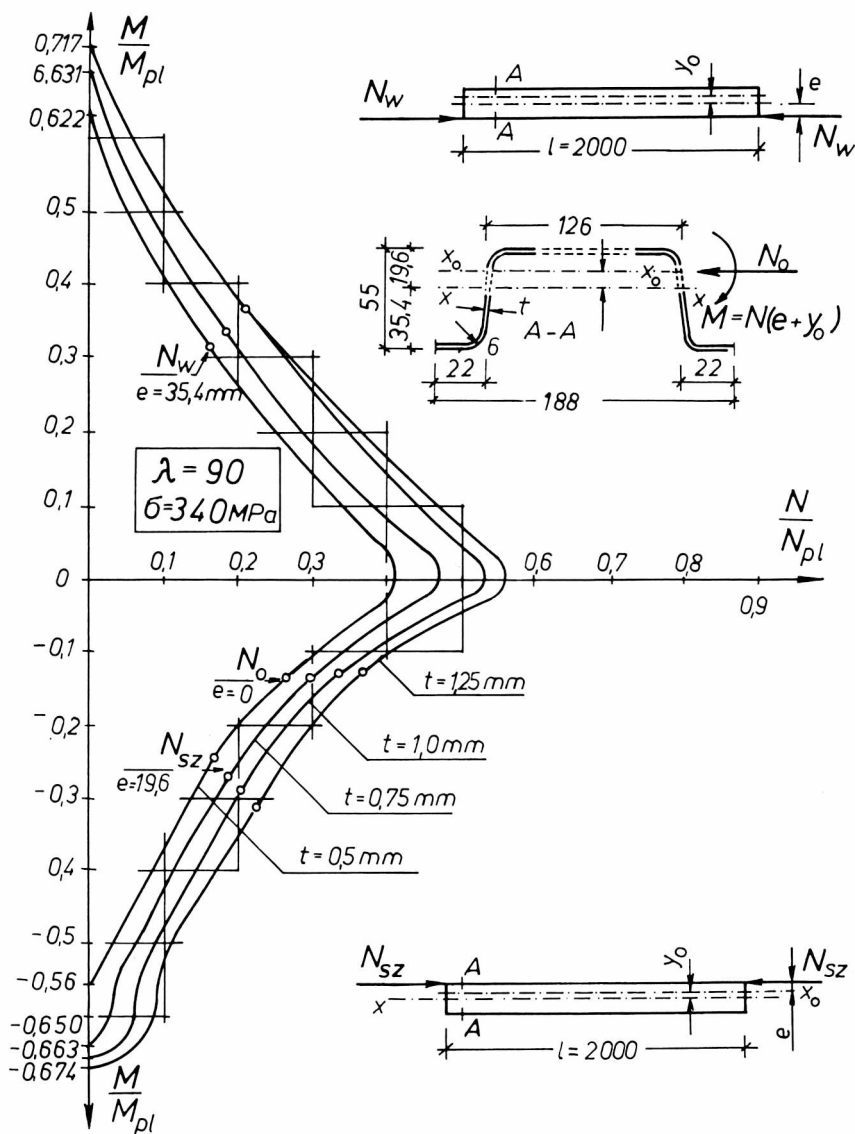
w którym: A_e , W_e – pole przekroju i wskaźnik zginania przekroju efektywnego, a – współczynnik amplifikacji według wzoru (4.10), β – współczynnik zależny od kształtu wykresu momentów zginających według tablicy 2.1.

Na rysunku 4.40 pokazano krzywe interakcji M – N ściskanych i zginanych prętów cienkościennych o przekroju kapeluszowym (blach fałdowych T55 $\times$ 188), długości 2000 mm (o smukłości $\lambda = 90$). Analizowano pręty – fałdy o grubości ścianki $t = 1,25; 1,0; 0,75$ i 0,5 mm. Krzywe interakcji (rys. 4.40) sporządzono we współrzędnych bezwymiarowych M/M_{pl} i N/N_{pl} (gdzie M_{pl} jest nośnością plastyczną przekroju zginanego, obliczoną jak dla pręta o przekroju krępy, N_{pl} zaś nośnością plastyczną przekroju rozciąganego). Szerokości efektywne b_e ściskanych pól analizowanych prętów cienkościennych wyznaczono dla $\sigma_c = 340$ MPa.

W górnej części rys. 4.40 pokazano przypadek dla $t = 1,0$ mm i $t = 1,25$ mm, gdy sumaryczne naprężenia w ściskanej półce węższej spełniają warunek $\sigma < \sigma_{cr}$ i nie musimy redukować szerokości ścianek przekroju pręta ściskanego. Krzywe interakcji M – N nie zależą wówczas od smukłości ściskanych pól przekroju cienkościnnego (do około 0,3 N_{pl}).

W dolnej (dla $t = 0,5; 0,75; 1,0; 1,25$ mm) oraz górnej (dla $t = 0,5$ i 0,75 mm) części rysunku 4.40 widoczne są krzywe interakcji jednocześnie zginanych i ściskanych prętów cienkościennych, gdy należy redukować szerokości pól ściskanych ($\sigma > \sigma_{cr}$).

Dla analizowanych czterech prętów cienkościennych o smukłościach ogólnych $\lambda = 90$ otrzymano cztery krzywe wklęsłe zależne od grubości ścianek profili. Krzywe interakcji $M-N$ są funkcją nie tylko smukłości ogólnej λ , lecz również zależą od smukłości ściskanych ścianek λ_s oraz stopnia wyężenia przekroju pręta σ_e (gdyż szerokości efektywne ściskanych ścianek przekroju b_e są funkcjami naprężeń ściskających $b_e(\sigma_e)$). Krzywe te są wyraźnie wklęsłe w wyniku redukcji przekroju ściskanego, a także wpływu przemieszczeń y_0 na wyężenie przekroju.



Rys. 4.40. Krzywe interakcji $M-N$ ściskanych i zginanych blach fałdowych T55 x 188

Krzywe interakcji ściskanych i zginanych monosymetrycznych prętów cienkościennych zależą od wielu parametrów: smukłości ogólnej λ pręta, smukłości ścianek ściskanych profilu λ_s , stopnia wyężenia przekroju (gdyż wielkość redukcji ściskanych pól zależy od σ_c). Są to krzywe wklęsłe, które mogą mieć lokalne ekstrema. Dla cienkościennych prętów monosymetrycznych krzywe interakcji M – N są niesymetryczne względem osi N/N_{pl} . Na uwagę zasługuje również fakt, że nośności graniczne przy czystym zginaniu przekroju monosymetrycznego są różne przy ściskaniu półki szerszej i węższej (np. dla $t = 1,25$ mm, $M_{gr}^w = 0,717 M_{pl}$; $M_{gr}^{sz} = 0,674 M_{pl}$), a ponadto nośności graniczne cienkościennego przekroju zginanego są mniejsze od nośności plastycznej (obliczonej jak dla przekroju krępego).

Interakcję jednoczesnego zginania i ściskania pręta cienkościennego lokalnie wybozonego opisuje nierówność

$$\frac{N}{N_{cr,e}} + c \frac{M + N(e + y_o)}{W_e f_d} \leq 1, \quad (4.80)$$

w której: N , M – siły wewnętrzne w przęcie od obciążeń zewnętrznych, W_e – efektywny wskaźnik zginania, $N_{cr,e}$ – według wzoru (4.77), c – według wzoru (4.79), e – mimośród obciążeń ściskających, y_o – mimośród wynikający z przesunięcia się osi obojętnej.

W ujęciu normy [114] nośność pręta cienkościennego (klasy 4), jednocześnie zginanego i ściskanego, sprawdza się ze wzoru (4.68) przyjmując we wzorach: (2.49) na M_R i (4.40) na N_{Re} współczynnik redukcji ψ według wzorów (2.45), (2.46) i (2.47).

W pracach [13, 14, 53, 56, 64, 65] zamieszczono równania i krzywe interakcji prętów ściskanych i zginanych zbudowane dla elementów cienkościennych, których nośność ulega wyczerpaniu wskutek osiągnięcia granicy plastyczności materiału na krawędzi ściskanej.

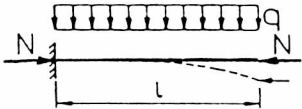
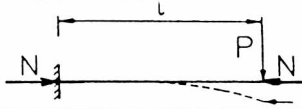
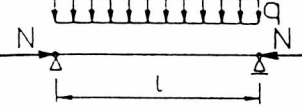
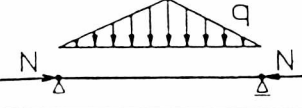
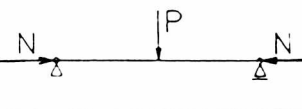
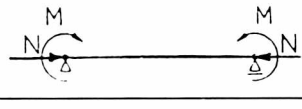
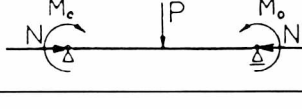
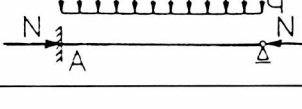
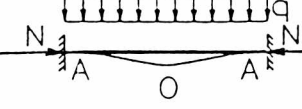
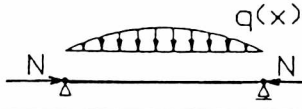
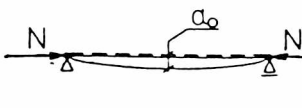
Rozwiązanie zagadnienia interakcyjnej nośności zginanych i ściskanych prętów cienkościennych dla różnych kombinacji obciążenia (kształtu momentu zginającego na długości pręta) oraz różnych warunków brzegowych zamocowania elementu na podporach podał Kowal w [53]. Otrzymane przez Kowala [53] równania krzywych interakcji przy współdziałaniu siły osiowej i momentu zginającego w przęcie cienkościennym podano w tablicy 4.4 [53]. W zaproponowanych przez Kowala [53] równaniach krzywych interakcji, zamieszczonych w tablicy 4.4, M_k oznacza parametryczny moment graniczny pręta cienkościennego o przekroju zredukowanym, który jest funkcją obciążenia ściskającego N i wyznacza się go ze wzoru

$$M_k = \left(R_e - \frac{N}{A_e} \right) W_e, \quad (4.81)$$

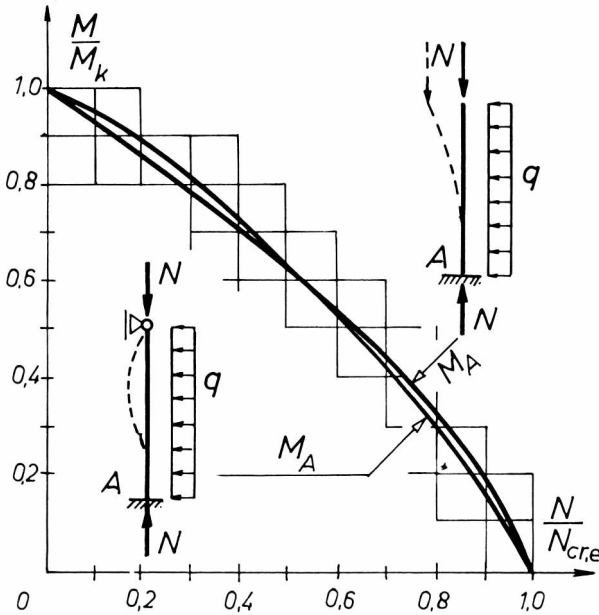
w którym N , A_e , W_e jak we wzorze (4.80), R_e zaś jest granicą plastyczności stali.

Graficzną interpretację krzywych interakcji z tablicy 4.4 pokazano na rysunkach 4.41 i 4.42 [53]. Krzywe interakcji sporządzono w bezwymiarowych współrzędnych M/M_k i N/N_{cr} , gdzie M_k według wzoru (4.81), N_{cr} zaś jest eulerowskim obciążeniem krytycznym pręta cienkościennego o przekroju zredukowanym (efektywnym).

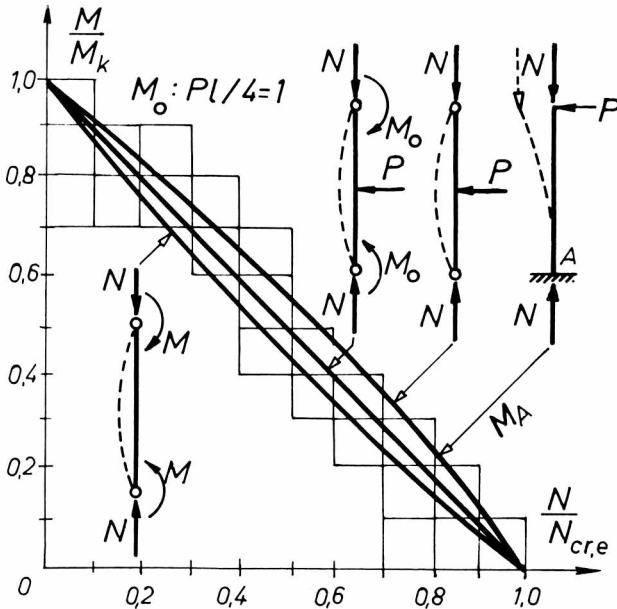
Tablica 4.4. Równania krzywych interakcji $M-N$ prętów cienkościennych [53]

Lp.	Schemat statyczny	Równanie krzywej interakcji	Uwagi
1		$\frac{M}{M_k} = \frac{u^2 \cos u}{2(1 - \cos u - u \sin u)}$	$N_{cr} = \pi^2 EJ/l^2$ $M = ql^2/2$ $u = 0,5\pi \sqrt{N/N_{cr}}$
2		$\frac{M}{M_k} = \frac{u}{\operatorname{tg} u}$	$M = Pl$
3		$\frac{M}{M_k} = \frac{u^2 \cos u}{2(1 - \cos u)}$	$N_{cr} = \pi^2 EJ/l^2$ $M = ql^2/8$
4		$\frac{M}{M_k} = \frac{u^3}{3(\operatorname{tg} u - u)}$	$M = ql^2/12$
5		$\frac{M}{M_k} = \frac{u}{\operatorname{tg} u}$	$M = Pl/4$
6		$\frac{M}{M_k} = \cos u$	$M = Ne$
7		$\frac{M}{M_k} = \frac{u \cos u}{\left(1 - \frac{M_o}{M}\right) \cdot \operatorname{tg} u \cos u - \frac{M_o u}{M}}$	$M = M_o + Pl/4$ $M_o: Pl/4 = 1$
8		$\frac{M_A}{M_k} = \frac{2w(\sin(2w) - 2w \cos(2w))}{8(1 - \cos(2w) - u \sin(2w))}$	$N_{cr} = 2\pi^2 EJ/l^2$ $M_A = ql^2/8$ $w = u\sqrt{2}$
9a		$\frac{M_A}{M_k} = \frac{4u^2 \operatorname{tg}(2u)}{3(\operatorname{tg}(2u) - 2u)}$	$N_{cr} = 4\pi^2 EJ/l^2$ $M_o = ql^2/24$ $M_A = ql^2/12$
9b		$\frac{M_o}{M_k} = \frac{2u^2 \sin(2u)}{3(\sin(2u) - 2u)}$	
10a		$\frac{M}{M_k} = 1 - \frac{N}{N_{cr}}$	$q(x) = q_o \sin(\pi x/l)$ $M = q_o l^2/\pi^2$ $N_{cr} = \pi^2 EJ/l^2$
10b			$a(x) = a_o \sin(\pi x/l)$ $M = Na_o \sin(\pi x/l)$ $N_{cr} = \pi^2 EJ/l^2$

Krzywe interakcji (w tabl. 4.4 oraz na rys. 4.41 i 4.42) prętów cienkościennych przy współdziałaniu siły osiowej i momentu zginającego różnią się między sobą w zależności od kombinacji obciążeń zginających i ściskających oraz różnych warunków brzegowych pręta. Z porównania krzywych interakcji zamieszczonych



Rys. 4.41. Krzywe interakcji M - N prętów cienkościennych ściskanych i zginanych [53]



Rys. 4.42. Krzywe interakcji M - N prętów cienkościennych ściskanych i zginanych [53]

w tablicy 4.4 wynika, że zależą one silnie od rozkładu momentu zginającego na długości pręta ściskanego. Najmniejsze współrzędne krzywych interakcji (wykres wklęsły) otrzymujemy w przypadku obciążenia momentem skupionym na końcach. W razie obciążenia momentem według sinusoidy uzyskujemy prostoliniowy wykres interakcji, natomiast dla obciążenia pręta siłą skupioną w środku rozpiętości – wypukły.

Literatura

- [1] Ackroyd M. H., Gerstle K. H., *Strength and Stiffness of Type 2 Steel Frames*. Trans. ASCE, Journal Structural Division, 108 (ST7), 1982, s. 1541-51.
- [2] Augustyn J., Śledziwski E., *Technologiczność konstrukcji stalowych*, Arkady, Warszawa 1981.
- [3] Augustyn J., Bródka J., Łaguna J.: PN-90/B-03200 — Znowelizowana norma obliczania i projektowania konstrukcji stalowych, Inżynieria i Budownictwo nr 10/1990, s. 339-343; Obliczanie prętów ściskanych osiowo, Inżynieria i Budownictwo nr 1/1991, s. 7-12; Obliczanie prętów zginanych według PN-90/B-03200, Inżynieria i Budownictwo nr 2/1991, s. 45-51; Obliczanie prętów ściskanych i zginanych wg PN-90/B-03200, Inżynieria i Budownictwo nr 3/1991, s. 104-107; Obliczanie nośności śrub i połączeń zakładkowych, Inżynieria i Budownictwo nr 6/1991, s. 227-230; Projektowanie połączeń śrubowych doczołowych wg PN-90/B-03200, Inżynieria i Budownictwo nr 7/1991, s. 259-261; Obliczanie połączeń spawanych wg PN-90/B-03200, Inżynieria i Budownictwo nr 8/1991, s. 291-296; Obliczanie elementów konstrukcji stalowych na zmęczeniu wg PN-90/B-03200, Inżynieria i Budownictwo nr 9/1991, s. 354-357; Stateczność ogólna układów konstrukcyjnych wg PN-90/B-03200, Inżynieria i Budownictwo nr 10/1991, s. 396-400.
- [4] Biegus A., Kowal Z., *Model Investigation on the Loss of Stability of the Plate External Layer in a Regular Space Structure*, Stability of the Steel Structures, Liege 1977, s. 463-468.
- [5] Biegus A., Kowal Z., Seidel W., *Investigation of the Random Ultimate Bearing Capacity of Beams in Bending*, 7th Congress on Material Testing Scientific Society Lectures, Budapest 1978, vol. 1, s. 3-7.
- [6] Biegus A., *Zastosowanie teorii drugiego rzędu do obliczania słupów utwierdzonych*, Inżynieria i Budownictwo nr 8/1979, s. 293-295.
- [7] Biegus A., *Losowa utrata stateczności słupów utwierdzonych*, Inżynieria i Budownictwo nr 9/10, 1980, s. 341-345.
- [8] Biegus A., Kowal Z., Seidel W., *Oszacowanie parametrów losowej nośności granicznej na podstawie procesu stochastycznego przemieszczeń*, XXVI Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1980, t. 1, s. 13-20.
- [9] Biegus A., Kowal Z., Seidel W., Dorosz D., König A., Sawczuk A., *Deflections of Elastic-Plastic Hyperstatic Beams Under Cyclic Loading*, Archiwum Mechaniki 33/5, 1981, s. 611-624.
- [10] Biegus A., *Nośność graniczna ściskanych blach faldowych*, Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej nr 18/38, Wrocław 1983.
- [11] Biegus A., Kowal Z., *Oszacowanie parametrów losowej nośności granicznej zginanych blach faldowych*, XXIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1985, s. 19-24.
- [12] Biegus A., *Badania losowej krzywej równowagi granicznej ściskanych blach faldowych*, Rozprawy Inżynierskie, 1988, t. 36, z. I, s. 15-27.
- [13] Biegus A., *Stateczność prętów ściskanych pod zmieniającym się skokowo obciążeniem osiowym*, Inżynieria i Budownictwo nr 4/1988, s. 148-151.
- [14] Biegus A., *Krzywe interakcji M-S ściskanych i zginanych prętów cienkościennych*, Rozprawy Inżynierskie t. 37, z. 1, 1989, s. 137-150.
- [15] Biegus A., Gierczak J., *Nośność statycznie niewyznaczalnych zginanych blach faldowych*, IX Między-

- narodowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Konstrukcje Metalowe”, Kraków 1995, tom II, s. 45-52.
- [16] Biegus A., *Projektowanie metalowych dźwigarów płytowo-prętowych*, Inżynieria i Budownictwo nr 1/1996, s. 35-39.
- [17] Biegus A., *Podstawy probabilistycznej analizy bezpieczeństwa konstrukcji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1996.
- [18] Bjorhövde R., Haaijer G., Colson A., Stark J. W. B., *Connections in Steel Structures II, Behaviour, Strength and Design*, American Institute of Steel Construction, Chicago 1991.
- [19] Bleich H., *Über die Bemessung statisch unbestimmter Stahltragwerke unter Berücksichtigung des elastisch-plastischen Verhaltens des Baustoffes*, Bauingenieur nr 13, 1932, s. 261-267.
- [20] Bogucki W., *Poradnik projektanta konstrukcji metalowych*, praca zbiorowa, Arkady, Warszawa 1982.
- [21] Błaszczowski S., Kączkowski Z., *Metoda Crossa*, PWN, Warszawa 1961.
- [22] Bródka J., Garncarek R., *Wytyczne obliczeń i projektowania konstrukcji stalowych z kształtowników giętych*, COBPKM Mostostal, Warszawa 1980.
- [23] Bródka J., Kociatkiewicz A., *Badanie nośności granicznej węzłów kratownic z kształtowników o przekroju otwartym*, Archiwum Inżynierii Lądowej nr 2/1986.
- [24] Bródka J., Goczek J., *Podstawy konstrukcji metalowych*, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 1993.
- [25] Bródka J., Kozłowski A., *Sztywność i nośność węzłów podatnych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Białystok–Rzeszów 1996.
- [26] Bródka J., *Ocena podatności połączeń konstrukcji stalowych*, Inżynieria i Budownictwo nr 4/1996, s. 236-242.
- [27] Chen W. F., Atsuta T., *Theory of Beam-Column*, vol. 1, Mc Graw-Hill, New York 1976.
- [28] Chen W. F., Lui E. M., *Stability Design of Steel Frames*, CRC Press, Boca Raton-Ann Arbor, Boston-London, 1991.
- [29] Chodor L., Kowal Z., *The Influence of Plastic Fronts on the Limit Load Capacity of Transversely Bended Beams in the Light of Experimental Investigations*, *Strength of Metal and Alloys*, red. P.U. Katunen, T. K. Lepistö, M. E. Lehtonen, Pergamon Press, Oxford-New York 1988.
- [30] Chodor L., Kowal Z., *Interakcja zginania i ścinania stalowych belek zginanych poprzecznie w świetle badań eksperymentalnych*, Inżynieria i Budownictwo nr 2/1989.
- [31] Czemplik A., *Węzły częściowo sztywne w konstrukcjach stalowych*, Seminarium Zakładu Konstrukcji Metalowych Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej (mpis powiel.), Szklarska Poręba 1994.
- [32] Disque R. O., *Applied Plastic Design in Steel*, Van Nostrand Reinhold Company, New York 1971.
- [33] Esslinger M., Geir B., *Post Buckling Behaviour of Structures*, Springer-Verlag, Wien-New York 1975.
- [34] Galambos T. V., *Structural Members and Frames*, Prentice Hall, New York 1964.
- [35] Giżejowski M., *Nośność sprężysto-plastycznych belek ciągłych o przekroju otwartym*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa-Łódź 1986.
- [36] Gosowski B., *Wyboczenie prętów cienkościennych w ośrodku sprężystym*, Inżynieria i Budownictwo nr 1/1986, s. 36-40.
- [37] Gosowski B., *Wyboczenie osiowo obciążonych prętów cienkościennych z punktowymi więzami sprężystymi*, Archiwum Inżynierii Lądowej nr 27/4, 1981, s. 635-652.
- [38] Gosowski B., *Stateczność przestrzenna stężonych podłużnie i poprzecznie pełnościennych elementów konstrukcji metalowych*, Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej nr 66/29, Wrocław 1992.
- [39] Hänig S., *Zastosowanie nośności granicznej w budownictwie stalowym*, Konstrukcje Metalowe nr 1/1974 i 2/1974.
- [40] Jankowiak W., Dworak A., Łożyński K., Tasarek J., *Komputerowa symulacja pracy nieidealnego pręta osiowo ściskanego*, Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej nr 26, Budownictwo Lądowe, Poznań 1981, s. 51-62.
- [41] Jankowiak W., *Wybrane konstrukcje stalowe*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1992.

- [42] Kaliszky S., *Plastizitätslehre. Theorie und technische Anwendungen*, Akadémiai Kiadó, Budapest 1984.
- [43] Karczewski J., Admassu K., Wierzbicki S., *Influence of Geometrical Imperfections on Behaviour Elastic-Plastic Struts*, IX Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Konstrukcje Metalowe”, Kraków 1995, t. 2, s. 79-88.
- [44] Karczewski J. A., *The Limit Load of Space Trusses*, *Archiwum Inżynierii Lądowej* nr 26/1, 1980, s. 247-258.
- [45] Karczewski J. A., *Analiza sprężysto-plastyczna obciążonych zmiennie przestrzennych konstrukcji prętowych*. Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1976.
- [46] Kishi N., Chen W. F., *Moment-Rotation Relation of Semi-rigid Connection with Angles*, *Journal of Structural Engg.*, vol. 116, nr 7, July 1990.
- [47] Komentarz do normy PN-76/B-03200, Centralny Ośrodek Badawczo-Projektowy Budownictwa Przemysłowego „Bistyp” oraz Centralny Ośrodek Badawczo-Projektowy Konstrukcji Metalowych „Mostostal”, Warszawa 1976.
- [48] Komentarz do normy PN-90/B-03200, Centralny Ośrodek Badawczo-Projektowy Konstrukcji Metalowych „Mostostal”, Warszawa 1992.
- [49] König J. A., Sawczuk A., Paprocka-Grabczyńska W., *Obliczanie ram i belek na przystosowanie*, *Zeszyty Problemowe „Mostostal”* nr 5, Warszawa 1974.
- [50] Kowal Z., *Wybrane działy z konstrukcji metalowych*, cz. I i II, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1973.
- [51] Kowal Z., Zubrzycki S., *O bezpieczeństwie ustrojów prętowych*, *Archiwum Inżynierii Lądowej* 1/1970.
- [52] Kowal Z., *Parametry losowej wytrzymałości krytycznej prętów ściskanych i współczynniki wyboczenia*, *Archiwum Inżynierii Lądowej* 1/1981.
- [53] Kowal Z., *Interakcja ogólnej i lokalnej utraty stateczności ściskanych i zginanych prętów cienkościennych*, XXXII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1986.
- [54] Kowal Z., *Influence of Geometrical Imperfections of Critical Bearing Capacity of Spatial Truss Joint*, *Medzna Unstnost Kovovych Konstrukcii*, Bratislava 1986, s. 82-85.
- [55] Kowal Z., *Interaction of Brittle Fracture and Stability Loss in Bended and Compressed Bars*, 6th European Conference on Fracture, ECF Amsterdam 1986, s. 843-856.
- [56] Kowal Z., *Krzywe graniczne interakcji prętów mimośrodowo ściskanych*, XXXIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1987.
- [57] Kowal Z., *Interaction of Brittle Fracture General and Local Stability Loss of Tower Structures Based on Elastic Foundation*, *Conference on Fatigue and Brittle Fracture of Steel Structures*, Plezn 1987.
- [58] Kowal Z., Skotny J., *Krzywe graniczne interakcji prętów mimośrodowo ściskanych*, XXXIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1987.
- [59] Kowal Z., Golarski L., *The Limit Interaction of Bended and Compressed Bars Containing Crack*, *Proc. European Offshore Mechanics Symposium*, Thondheim 1990.
- [60] Kowal Z., *Interaction of Brittle Fracture, Fatigue and Instability of Columns of Offshore Platforms*, *Proceedings of the Eight International Conference on Offshore Platform, Mechanics and Arctic Engineering*, vol. II, s. 739-742, New York 1989.
- [61] Kowal Z., *Nośność krytyczna prętów z imperfekcjami*, IX Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Konstrukcje Metalowe”, Kraków 1995, t. 1, s. 123-128.
- [62] Kowal Z., Radoń U., *Propozycja modelu prętów ściskanych do obliczania nośności granicznej rzeczywistych konstrukcji prętowych*, *Inżynieria i Budownictwo* nr 12/1995, s. 679-683.
- [63] Kowal Z., *Oszacowanie bezpieczeństwa konstrukcji*, *Konwersatorium „Mechanika Stochastyczna”*, Szklarska Poręba, 21-22 maja 1993.
- [64] Kubica E., Rykaluk K., *Paths of Limit Equilibrium of Welded Thin-walled Box Column*, *Second Regional Colloquium on Stability of Steel Structures*, Tihany, Hungary 1990, vol. 3, s. 285-292.
- [65] Kubica E., *Nośność graniczna i sztywność słupów stalowych o przekrojach skrzynkowych zamkniętych*, *Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej* nr 60/25, Wrocław 1991.
- [66] Liew J. Y. R., White D. W., Chen W. F., *Limit State Design of Semi-rigid Frames Using Advanced Analysis*, cz. 1: *Connection Modeling and Classification*, *Journal Construction, Steel Research* 26, 1993.

- [67] Lorenz R. F., Kato B., Chen W. F., *Semi-rigid Connections in Steel Frames*, McGraw-Hill, New York 1992.
- [68] Łubiński M., Żółtowski W., *Konstrukcje metalowe*, cz. II, Arkady, Warszawa 1992.
- [69] Mrázik A., Škaloud M., Tocháček M., *Plastic Design of Steel Structures*, Ellis Horwood Limited, New York–Chichester–Brisbane–Toronto 1987.
- [70] Mendera Z., *Współczynnik jednorodności stali a metoda stanów granicznych*, XIV Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1968.
- [71] Mendera Z., *Normalizacja warunku stateczności powłok walcowych i kulistych*. VII Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Konstrukcje Metalowe”, Gdańsk 1984.
- [72] Mendera Z., *Interakcja niestateczności sprężystej i plastycznej w cienkościennych powłokach z imperfekcjami*, *Archiwum Inżynierii Lądowej*, t. 32, nr 4/1986, s. 523-536.
- [73] Mendera Z., *Comparison of Buckling Strength Curves According to Foreign Standards and New Polish Proposals*, Second Region Colloquium on Stability of Steel Structures, Tihany, Hungary, 1986, vol. 1, s. 83-91.
- [74] Mendera Z., *Unifikacja obliczeń elementów konstrukcji stalowych*, Sesja naukowa z okazji jubileuszu 80-lecia prof. W. Boguckiego, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 1990.
- [75] Mendera Z., *Problemy harmonizacji polskiej normy projektowania konstrukcji stalowych z normą europejską*, *Inżynieria i Budownictwo* nr 10/1993.
- [76] Mendera Z., *Współczynniki częściowe a harmonizacja norm projektowania konstrukcji stalowych*, IX Międzynarodowa Konferencja „Konstrukcje Metalowe”, Kraków 1995, t. 2, s. 253-262.
- [77] Murzewski J., *Jednolita formuła stateczności sprężysto-plastycznej konstrukcji stalowych*, XXVI Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1980.
- [78] Murzewski J., *Jednolita formuła niestateczności dla słupów, belek i płyt stalowych*, *Inżynieria i Budownictwo* nr 5/1982, s. 63-66.
- [79] Murzewski J., *Niezawodność konstrukcji inżynierskich*, Arkady, Warszawa 1989.
- [80] Murzewski J., Maślak M., *Ograniczona plastyczność stalowych belek ciągłych*, XXXVII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Łódź–Krynica 1991, t. 4.
- [81] Murzewski J., Majcher K., *Jednolita formuła dla mimośrodowo obciążonych słupów stalowych*, XXXII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1986, t. 3, s. 57-62.
- [82] Murzewski J., *Granice nośności stalowych układów prętowych*, *Inżynieria i Budownictwo* nr 11/1992, s. 439-441 i nr 1/1993, s. 18-21.
- [83] Murzewski J., *Projektowanie konstrukcji metodą wskaźników obciążenia i nośności*, XXXVIII Konferencja Naukowa KILiW i KN PZITB, Łódź–Krynica 1994, t. 4.
- [84] Murzewski J., Gwóźdź M., *Nośność przekrojów prętów stalowych przy współdziałaniu sił wewnętrznych*, *Inżynieria i Budownictwo* nr 6/1995, s. 327-332.
- [85] Mutermilch J., Olszewski E., Łubiński M., *Wymiarowanie konstrukcji stalowych. Nowe metody*. Wydawnictwo „Budownictwo i Architektura”, Warszawa 1956.
- [86] Neal B. G., *The Behaviour of Framed Structures Under Repeated Loading*, *Quart. I. Mech. Appl. Math.* 4.78, 1951.
- [87] Paprocka-Garlicka W., *Wpływ obciążeń zmiennych w czasie na nośność stalowych belek ciągłych*, XXI Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1975, t. II.
- [88] Pasternak H., Schilling S., *New Investigations on the Behaviour of Box Girders*, IX Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna, Kraków 1996, t. 1, s. 163-170.
- [89] Petlic P., *Stateczność metalowych płyt czworokątnych w zakresie sprężystym*, *Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej* nr 43/18, Wrocław 1986.
- [90] Roik K., *Vorlesungen über Stahlbau*, Berlin Verlag, 1978.
- [91] Rykaluk K., *Wyboczenie cienkościennych stalowych prętów spawanych*, *Inżynieria i Budownictwo* nr 8/1978, s. 303-307.
- [92] Rykaluk K., *Pozostające naprężenia spawalnicze w wybranych stanach granicznych nośności*, *Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej* nr 29/11, Wrocław 1981.
- [93] Sawczuk A., Janas M., König W. A., *Analiza plastyczna konstrukcji*, Ossolineum, Wrocław–Warszawa–Kraków–Gdańsk 1972.

- [94] Scheer J., Pasternak H., *Behaviour of Continuous Plate Girders with Slender Transversely Stiffened Webs*, Proceedings of the Third Pacific Structural Steel Conference, Tokio 1992.
- [95] Szlendak J., Bródka J., *Strengthening of T Moment of RHS Joints*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, cz. 2, Research and Theory, vol. 79, 1985, s. 717-727.
- [96] Timoshenko S. P., Gere J. M., *Teoria stateczności sprężystej*, Arkady, Warszawa 1963.
- [97] Weiss S., Giżejowski M., *Stateczność konstrukcji metalowych. Układy prętowe*, Arkady, Warszawa 1991.
- [98] Winter G., *Strength of Thin Steel Compression Flangs*, Trans. ACSE, vol. 112, 1974.
- [99] Własow W. Z., *Tonkostiennyye uprugije stierżni*, GLFML, Moskva 1959.
- [100] Wytyczne obliczania i projektowania konstrukcji stalowych z uwzględnieniem rezerwy plastycznej Centralny Ośrodek Badawczo-Projektowy Konstrukcji Metalowych „Mostostal”, Warszawa 1980.
- [101] Volmir A. S., *Ustojczivost' deformirujemych sistem*, Moskva 1967.
- [102] Ziomba J., *Fizyczne aspekty trwałości i niezawodności obiektów technicznych*, PWN, Warszawa-Poznań 1976.
- [103] Ziółko J., *Zbiorniki metalowe na cieple i gazy*, Arkady, Warszawa 1986.
- [104] Ziółko J., *Utrzymanie i modernizacja konstrukcji stalowych*, Arkady, Warszawa 1991.
- [105] Ziółko J., Włodarczyk W., Mendera Z., Włodarczyk S., *Stalowe konstrukcje specjalne*, Arkady, Warszawa 1995.
- [106] Żmuda J., *Podstawy projektowania konstrukcji metalowych*, Arkady, Warszawa 1996.

Normy

- [107] PN-82/B-02000 Obciążenia budowli. Zasady ustalania wartości.
- [108] PN-82/B-02001 Obciążenia budowli. Obciążenia stałe.
- [109] PN-82/B-02003 Obciążenia budowli. Obciążenia technologiczne.
- [110] PN-82/B-02004 Obciążenia budowli. Obciążenia zmienne technologiczne.
- [111] PN-82/B-02005 Obciążenia budowli. Obciążenia suwnicami pomostowymi i wciągarkami.
- [112] PN-82/B-02010 Obciążenia w obliczeniach statycznych. Obciążenie śniegiem.
- [113] PN-77/B-02011 Obciążenia w obliczeniach statycznych. Obciążenie wiatrem.
- [114] PN-90/B-03200 Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [115] PN-93/B-03201 Konstrukcje stalowe. Kominy. Obliczenia i projektowanie.
- [116] PN-77/B-06200 Konstrukcje stalowe budowlane. Wymagania i badania.
- [117] PN-63/B-06201 Konstrukcje stalowe z cienkościennych kształtowników profilowanych na zimno. Wymagania techniczne przy odbiorze.
- [118] BS 5950 „Structural use of steelwork in building”, cz. 1, 1990.
- [119] DIN 18800 Teil 1-4 Stahlbauten.
- [120] European Recommendations for Steel Construction, European Convention for Constructional Steel Work (ECCS). March 1978.
- [121] Eurocode nr 3 Design of Steel Structures. Cz. 1. General Rules and Rules for Buildings, 1993.
- [122] ISO 167/SCI. Steel Structures. Material and Design Working Draft 1988.
- [123] Essentials of Eurocode 3. Design Manual for Steel Structures in Buildings. ECCS-Advisory Committee 5, nr 65, 1991.
- [124] Manual of Steel Construction. Allowable Stress Design. American Institute of Steel Construction, Inc. 9th Revised Edition, Chicago 1991.

WYDAWNICTWO NAUKOWE PWN

Wydanie pierwsze

Arkuszy drukarskich 11,5

Druk ukończono w czerwcu 1997 r.

WROCŁAWSKA DRUKARNIA NAUKOWA



BIBLIOTEKA GŁÓWNA

295086W

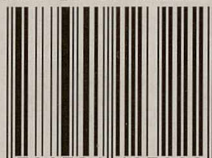
3

Wyrazem aktualnego stanu wiedzy światowej w dziedzinie teorii projektowania stalowych konstrukcji budowlanych są w praktyce zalecenia europejskiej normy EUROKOD 3 oraz krajowej normy PN-90/B-03200.

Wprowadzają one wiele nowych pojęć, a także modyfikacji modeli obliczeniowych, które odbiegają od przyjmowanych w klasycznej mechanice budowli i wytrzymałości materiałów. Zamiarem autora jest przybliżenie naukowych podstaw projektowania stalowych konstrukcji budowlanych według stanów granicznych, w ujęciu najnowszych normatywnych zaleceń.

Książka przeznaczona jest dla studentów i nauczycieli akademickich wydziałów budowlanych uczelni technicznych. Może być też pomocna projektantom, dla których stosowanie normowych rozstrzygnięć, przyjętych modeli obliczeniowych, wynikających z nich wzorów, zaleceń i uproszczeń jest podstawą optymalnego projektowania konstrukcji stalowych.

ISBN 83-01-12322-2



9 788301 123222