Katedra Inżynierii Powierzchni Wydział Elektroniki Mikrosystemów i Fotoniki Politechnika Wrocławska

Przemysław Kieszkowski

## PRACA DOKTORSKA

# Wyznaczanie efektywnych parametrów emisji emiterów polowych na podstawie ich charakterystyk prądowo – napięciowych

promotor:

prof. dr hab. inż. Wojciech Czarczyński

Chciałbym bardzo podziękować: Rodzicom – za ich trud i upór włożony w moje wychowanie i wykształcenie, Sylwii – za cierpliwość i motywację do dalszej pracy, promotorowi: Wojciechowi Czarczyńskiemu – za wprowadzenie w świat nauki i prowadzenie zawiłymi jego ścieżkami, kolegom z zakładu: Staszkowi Łasiszowi, Zbyszkowi Znamirowskiemu, Eli Żołnierz, Bolkowi Dobrzańskiemu – za nieocenioną i wszechstronną pomoc na każdym etapie realizacji pracy, Reginie Paszkiewicz, Irenie Zubel, Andrzejowi Sicińskiemu, – za życzliwość i pomoc w przygotowaniu próbek do pomiarów.

# Spis treści:

| 1. | Wst  | ęp  | 5  |  |
|----|--|---|----|--|
| 2. | Wyl  | kaz oznaczeń  | 9  |  |
| 3. | Przegląd literatury dotyczącej tematu pracy        |   |    |  |
|    | 3.1  | Teoria emisji polowej Schottky'ego  | 12 |  |
|    | 3.2  | Prace Millikana, Eyringa i Lauritsena   | 14 |  |
|    | 3.3  | Teoria emisji polowej Fowlera – Nordheima   | 15 |  |
|    | 3.4  | Emisja termopolowa  | 18 |  |
|    | 3.5  | Charakterystyka Fowlera – Nordheima   | 19 |  |
|    | 3.6  | Funkcje eliptyczne Nordheima oraz ich aproksymacja                                      | 23 |  |
|    | 3.7  | Współczynnik wzmocnienia pola elektrycznego β   | 29 |  |
|    | 3.8  | Powierzchnia emisji α   | 31 |  |
|    | 3.9  | Literatura omawiająca wpływ zewnętrznych parametrów na kształt charakterystyki $I(U)$ . | 34 |  |
| 4. | Syn  | Symulacje wpływu parametrów zewnętrznych na prąd emisji                                 |    |  |
|    | 4.1  | Symulacja charakterystyk matryc emiterów z uwzględnieniem wpływu statystycznego         |    |  |
|    |  | rozrzutu wymiarów fizycznych oraz pracy wyjścia   | 36 |  |
|    | 4.2  | Symulacja emisji z matrycy emiterów zawierającej materiały o dwóch różnych wartościa    | ch |  |
|    |  | pracy wyjścia   | 46 |  |
|    | 4.3  | Wpływ rezystancji szeregowej i równoległej na kształt charakterystyk emiterów           | 50 |  |
|    | 4.4  | Wpływ stabilności napięcia zasilania na stabilność prądu emisji                         | 54 |  |
| 5. | Wyznaczanie wartości efektywnych parametrów emisji |   |    |  |
|    | 5.1  | Statyczność definicji współczynników $\alpha$ oraz $\beta$                              | 58 |  |
|    | 5.2  | Określanie zmian efektywnych: pracy wyjścia oraz współczynnika wzmocnienia pola         |    |  |
|    |  | elektrycznego na podstawie zmiany kąta nachylenia wykresu FN                            | 59 |  |
|    | 5.3  | Metoda wyznaczania efektywnych parametrów emisji na podstawie pomiarów                  |    |  |
|    |  | charakterystyk I(U)   | 63 |  |
|    |  | Omówienie metody na przykładzie charakterystyki emisyjnej teoretycznej                  | 63 |  |
|    |  | Omówienie metody na przykładzie charakterystyki teoretycznej z rozrzutem wymiarów       |    |  |
|    |  | fizycznych  | 69 |  |
|    |  |   |    |  |

|    |       | Zastosowanie metody wyznaczania parametrów emisji dla charakterystyki emisyjnej |      |
|----|-------|---|------|
|    |       | molibdenu   | . 73 |
|    |       | Analiza charakterystyki emisji polowej z GaN                                    | . 77 |
|    | 5.4   | Wpływ błędów pomiarowych na dokładność wyodrębniania poszczególnych parametrów  |      |
|    |       | emisji  | . 82 |
| 6. | Wni   | oski  | . 83 |
|    |       |   |      |
| 7. | Liter | ratura  | 85   |

#### 1. Wstęp

Zimna emisja elektronów jest zjawiskiem znanym już od ponad 100 lat. Pierwsze wzmiankowanie o niej należy przypisać (według [14]) R. W. Woodowi, który w 1897 r. donosił entuzjastycznie o swego rodzaju fajerwerkach zachodzących w jego lampie wyładowczej [26]. Na początku XX wieku prowadzono intensywne badania nad emisją elektronów, której szczególnym przypadkiem jest emisja polowa. Pierwsze 30 lat XX wieku poświęcone było badaniu tego zjawiska i próbach przedstawienia pełnej teorii go opisującej.

Pierwszą ważną publikacją dotyczącą pośrednio teorii emisji polowej była praca Schottky'ego [28], która omawiała zjawisko obniżenia bariery potencjału występujące pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego. Jego teoria nie tłumaczyła jednak prawidłowo obserwowanych zachowań emisji.

Zadanie to udało się Fowlerowi i Nordheimowi, którzy w 1928 r. przedstawili teorię emisji polowej elektronów z metali.

Z ich teorii oraz z badań doświadczalnych wynikało, że do uzyskania prądów emisji na poziomach koniecznych do pracy urządzeń wymagane są bardzo silne pola elektryczne (rzędu  $10^9$  V/m). Uzyskanie tak wielkich pól było możliwe w dwojaki sposób: przez zasilanie układów emisyjnych wysokimi napięciami lub przez miniaturyzację układów katoda – anoda. Ówczesne technologie nie pozwalały na wystarczającą miniaturyzację emiterów polowych a stosowanie wysokich napięć w układach anoda – katoda nastręczało wiele trudności.

Mniej więcej równolegle z rozwojem teorii emisji polowej prowadzone były prace nad konkurencyjnym źródłem elektronów: termoemisyjnym. Emisja elektronów z ciała stałego w wysokiej temperaturze jest łatwiejsza do uzyskania, a konieczne do uzyskania prądów emisji na zadawalającym poziomie pola elektryczne są znacznie mniejsze. W lampach elektronowych wykorzystywano więc katody termiczne, a emisja polowa była wykorzystywana wyłącznie w dziedzinach, w których była niezastąpiona: badaniach powierzchni, mikroskopach emisyjnych oraz w mikroskopach elektronowych o dużej rozdzielczości.

Dynamiczny rozwój elektroniki (szczególnie miniaturyzacja) w drugiej połowie XX wieku stworzył podwaliny technologiczne do budowy przyrządów mikroelektroniki próżniowej na skalę przemysłową. Nieustannie zwiększające się wymagania dotyczące szybkości pracy układów i poszukiwania nowych rozwiązań doprowadziły do ponownego zainteresowania się zimną emisją elektronów.

Pierwszą – przełomową – pracą była publikacja Spindta [30], w której zaproponował emisję prądu z zestawu wielu miniaturowych katod o kształcie stożka – z których każda zespolona została ze swoim własnym ekstraktorem. Taki układ emisyjny nosi nazwę matrycy emiterów polowych.

Zaproponowane przez Spindta zespolenie elektrody ekstrakcyjnej z katodą, zminiaturyzowanie całego układu do wymiarów mikrometrowych i stworzenie matrycy takich miniaturowych mikroemiterów stworzyło wiele możliwości rozwoju:

- umożliwiło uzyskiwanie wielkich gęstości prądu z całego układu przy niewielkich emitowanych prądach z poszczególnych emiterów,
- umożliwiło miniaturyzację lamp elektronowych i zwiększenie przez to granicznej częstotliwości pracy takich układów (1THz).
- stworzenie płaskich lamp kineskopowych w których każdy punkt na ekranie posiada swoją własną i niezależną matrycę emiterów polowych.

Katoda złożona z wielu elementarnych emiterów polowych zespolona z ekstraktorem wprowadza jednak do charakterystyk emisji polowej dodatkowe nieuwzględnione dotychczas czynniki: rozrzut parametrów technologicznych związanych z fizycznymi wymiarami mikroemitera jak i jego parametrami elektrycznymi.

Badania nad zastosowaniem w praktyce emisji polowej elektronów wykazały, że emitery Spindta są bardzo trudne w produkcji. Okazało się również, że małe napięcie, potrzebne do uzyskania emisji, nie koniecznie musi być najważniejszym parametrem. Duże zainteresowanie wzbudziły emitery wykonane metodą sitodruku z materiałów niejednorodnych, oraz ze związków – zwłaszcza węglików i azotków.

W niniejszej pracy autor przedstawił rozwój teorii polowej emisji elektronów i omówił ważniejsze prace. Zasadnicza część pracy jest poświęcona omówieniu parametrów wpływających w sposób bezpośredni na wielkość prądu emisji: współczynnikowi wzmocnienia pola elektrycznego  $\beta$  oraz powierzchni emisji  $\alpha$ . Pokazane zostało, że wartości tych parametrów nie są stałe podczas pomiaru i ich wartość zależy od wielu czynników np.: zmieniają się wraz ze zmianą napięcia zasilającego.

Kolejna część pracy została poświęcona omówieniu parametrów mających wpływ pośredni na wielkość prądu emisji: rozrzut technologiczny matrycy emiterów czy stabilność napięcia zasilającego.

Ostatnią część pracy stanowi omówienie sporządzonego przez autora algorytmu pozwalającego na wyodrębnienie efektywnych parametrów emisji polowej wyłącznie na podstawie pomiarów charakterystyk prądowo – napięciowych emisji elektronów (rozdz. 5, 5.3, 5.4).

W chwili obecnej trudno jest dotrzeć do wszystkich prac opisujących emisję polową pochodzących z początku XX wieku. Większość zamieszczonych informacji o początkach badań z tego zakresu pochodzi z pracy "Field emission" Gooda i Mullera [14] zamieszczonej w "Encyclopedia of Physics". Praca ta w dużej mierze przyczyniła się do ujednolicenia oznaczeń a wzory ze współczynnikami liczbowymi sprowadzone zostały do współcześnie stosowanych jednostek fizycznych.

## Cel pracy

Podstawowe cele pracy są następujące:

- Sprawdzenie tezy, że możliwe jest wyznaczenie bezwzględnych wartości efektywnych parametrów emisji polowej, wyłącznie na podstawie znajomości charakterystyki prądowo-napięciowej emisji polowej, którą można opisać równaniem Fowlera – Nordheima.
- 2. Zbadanie wpływu warunków/czynników zewnętrznych mających wpływ na wyniki pomiarów charakterystyk emisji polowej:
  - wpływu rozrzutu technologicznego materiału emitującego,
  - wpływu rozrzutu statystycznego wymiarów fizycznych układu emitującego,
  - wpływu rezystancji szeregowej i równoległej na charakterystykę emisyjną,
  - wpływu stabilności napięcia zasilającego na stabilność prądu emisji.

## 2. Wykaz oznaczeń

- v(y) funkcja eliptyczna Nordheima,
  - d-odległość anoda-katoda,
  - e ładunek elektronu,
  - F pole elektryczne,
  - h stała Plancka,
  - I-prąd,
  - j gęstość prądu emisji,
  - k stała Boltzmana,
  - m masa elektronu,
- s(y) funkcja eliptyczna Nordheima,
- t(y) funkcja eliptyczna Nordheima,
  - D-prawdopodobieństwo tunelowania,
- $J_T$ ,  $J_E$  prąd emisji rozszerzonej o wpływ temperatury,
  - N funkcja zasilania,
  - R<sub>R</sub> wartość rezystancji równoległej,
  - R<sub>S</sub>-wartość rezystancji szeregowej,
    - T temperatura,
  - U<sub>EP</sub> spadek napięcia na matrycy emiterów polowych,
  - U<sub>Rs</sub> spadek napięcia na rezystancji szeregowej,
  - W składowa energii kinetycznej elektronu w kierunku tunelowania,
  - W<sub>a</sub> najniższy poziom energetyczny tunelującego elektronu,
  - W<sub>F</sub> energia poziomu Fermiego w metalu odniesiona do górnego poziomu energii pasma przewodnictwa,
  - W<sub>m</sub>-wartość wskazywana przez miernik,
- W<sub>rzecz</sub>-rzeczywista wartość wielkości mierzonej,

- φ-praca wyjścia,
- $\Delta \phi$  zmiana pracy wyjścia,
  - α-powierzchnia emisji,
  - $\beta$  współczynnik wzmocnienia pola elektrycznego,
  - $\delta$  wartość błędu zależna od wartości wielkości rzeczywistej,
- $\delta_{const}$  stała wartość błędu, np. offset,
  - $\varepsilon_0$  przenikalność elektryczna próżni,

  - $\sigma$  wariancja w rozkładzie statystycznym.

# 3. Przegląd literatury dotyczącej tematu pracy

#### 3.1 Teoria emisji polowej Schottky'ego

Pierwszą próbę teoretycznego opisania emisji polowej podjął Schottky w 1923 r [28]. Zauważył on, że zewnętrzne pole elektryczne powoduje obniżenie wysokości bariery potencjału na powierzchni metalu. Maksimum tej bariery występuje w odległości  $x_0$  od powierzchni metalu, w miejscu gdzie siła zwierciadlana jest zrównoważona przez siłę pochodzącą od zewnętrznego pola elektrycznego F (3.1.1).

$$\frac{e^2}{4x_0^2} = eF$$
(3.1.1)

Bariera potencjału zostaje zredukowana o wielkość:

$$\Delta\phi = \sqrt{\frac{e^3 F}{4\pi\varepsilon_0}} \tag{3.1.2}$$

gdzie :

 $\Delta \phi$  – zmiana pracy wyjścia,

e-ładunek elektronu,

F-zewnętrzne pole elektryczne,

 $\varepsilon_0$  – przenikalność elektryczna próżni.

Według tej teorii emisja elektronów powinna zachodzić przy polach elektrycznych o wielkości  $1.4 * 10^{10}$  V/m dla materiałów o pracy wyjścia 4.5 eV. Wcześniejsze badania doświadczalne szacowały, że emisja zachodzi w takich materiałach przy polach elektrycznych rzędu  $10^8$  V/m. Różnicę dwóch rzędów pomiędzy teorią a pomiarami Schottky wytłumaczył pochodzeniem emisji z submikroskopowych wypukłości na katodzie, zwiększających lokalnie pole elektryczne o "współczynnik wzmocnienia pola" (aktualnie nazywany  $\beta$ ) o wartościach pomiędzy 10 a 100. Teoria Schottky'ego nie była kompletna i z tego wynikały jej różnice w stosunku do pomiarów rzeczywistych, jednakże najprawdopodobniej właśnie Schottky'emu należy przypisać pierwsze wzmiankowanie o współczynniku zwiększenia pola  $\beta$  w emisji polowej.

Praca Schottky'ego zapoczątkowała okres intensywnych badań emisji polowej. Silne pola elektryczne przy powierzchniach były uzyskiwanie przez stosowanie niewielkich

odległości pomiędzy anodą i katodą oraz przez stosowanie emiterów o bardzo małym promieniu krzywizny ostrza. Wielu badaczy pracowało z katodami o niewielkich średnicach. Gossling [15] wykonywał pomiary z katodami wykonanymi w kształcie pętli z drutu, wiązki drutów oraz pojedynczego elektrochemicznie zaostrzonego drutu. Zmierzone charakterystyki były wykreślane w układzie  $\log(I) = f(F^{1/2})$ . Zgodnie z oczekiwaniami (będącymi wynikiem pracy Schottky'ego) wykres taki powinien był być linią prostą. Niestety wyniki żadnego pomiaru Gosslinga nie dały linii prostej.

Wielkość pola elektrycznego wymaganego do uzyskania emisji była wówczas empirycznie określana na  $8 \times 10^8$  V/m. Obecnie wiadomo, że pola te powinny wynosić, dla materiałów takich jak wolfram, około  $10^{10}$  V/m. Wielkości pola wyliczane były najprawdopodobniej z wzoru na pole elektryczne w kondensatorze płaskim: F = U / d, gdzie: U – napięcie, d – odległość anoda – katoda. Dlaczego więc zachodziła emisja polowa?

W trakcie badań własnych emisji polowej z wypolerowanej płytki krzemowej autor uzyskał emisję dla pola w kondensatorze płaskim utworzonym przez układ katoda – anoda wynoszącego około  $10^7$  V/m. Gdzie był błąd? Należy zwracać szczególną uwagę na układ pomiarowy – w tym opisanym wyżej powierzchnia anody była większa od powierzchni płytki krzemowej i emisja następowała z brzegów płytki krzemowej. Po wymianie anody na mniejszą i takim jej umieszczeniu na płytce, że nie obejmowała ona swoim zarysem jej brzegu "cudowna" emisja przestała mieć miejsce.

Powyższym przykładem można wytłumaczyć również emisję występującą podczas pierwszych badań emisji polowej. Mogła ona występować z brzegów katody – lub tak jak napisał wcześniej Schottky – z submikroskopowych wypukłości. Uogólniając – z miejsc, w których występowała lokalna duża krzywizna powierzchni.

Teoria Schottky'ego dotycząca emisji polowej, sugerowała również silną zależność prądu emisji od temperatury emitera. Badaniami emisji polowej w zależności od temperatury emitera zajmował się Gossling i dla zakresu temperatur od 300K do 1500K nie stwierdził znaczącego wpływu temperatury emitera na prąd emisji [15]. Doszedł on do wniosku, że teoria Schottky'ego nie opisuje dobrze wyników pomiarowych i lepsze wy-tłumaczenie mechanizmu emisji polowej może dać uwzględnienie mechaniki kwantowej.

#### 3.2 Prace Millikana, Eyringa i Lauritsena

Prace nad emisją polową były prowadzone również przez Millikana i Eyringa. Donieśli oni, że w układzie emitera polowego z anodą luminescencyjną, przy emisji dużych prądów, można zobaczyć na anodzie świecące punkty [18]. Zasugerowali, że mogą one powstawać poprzez bombardowanie powierzchni katody jonami pochodzącymi z gazów resztkowych. Bombardowanie to doprowadza do powstawania submikroskopowych wypukłości na katodzie, z których następuje emisja polowa.

Ważne wyniki zawierała również praca Millikana i Lauritsena [19]. Zauważyli oni, że zmierzone charakterystyki emisyjne po wykreśleniu ich w układzie  $\log(I) = 1/F$  tworzą linie proste. Doszli oni do wniosku, że wzór opisujący emisję polową powinien mieć postać:

$$I = A e^{\frac{B}{F}}$$
(3.2.1)

Zasugerowali również, że jeżeli wraz ze wzrostem temperatury zaczyna ona również wywierać wpływ na wartość prądu emisji, to można podać jeden uniwersalny wzór na prąd emisji polowej i temperaturowej:

$$I = A(T + cF)^2 e^{\frac{-b}{(T + cF)}}$$
(3.2.2)

W świetle dalszych prac wzór (3.2.2) okazał się błędny. Jednakże jednolita teoria emisji elektronów powodowanej przez temperaturę i pole elektryczne cały czas jest przedmiotem usiłowań. W chwili obecnej znane są wzory na prąd emisji w przejściowych zakresach tzn. przy znacznym wpływie temperatury i pola elektrycznego. Brak jest jednak jednolitego wzoru opisującego jednocześnie emisję polową i termoemisję w całym uży-tecznym zakresie pól elektrycznych i temperatur.

#### 3.3 Teoria emisji polowej Fowlera – Nordheima

Fowler i Nordheim w 1928 r. podali pierwszą kompletną teorię opisującą emisję polową z metali [12]. Według ich teorii wzór na prąd emisji powinien mieć następującą postać:

$$I = \frac{4\sqrt{W_F}\,\varphi}{W_F + \varphi} \,\frac{e^3 F^2}{8\,\pi\,h\,\varphi} \exp\left(-\frac{8\,\pi\,\sqrt{2\,m}\,\varphi^{\frac{3}{2}}}{3\,h\,e\,F}\right)$$
(3.3.1)

gdzie:

- e ładunek elektronu,
- m masa elektronu,
- h stała Plancka,
- W<sub>F</sub> energia poziomu Fermiego w metalu odniesiona do górnego poziomu energii pasma przewodnictwa,
  - φ-praca wyjścia,
  - F-pole elektryczne.
  - Wzór (3.3.1) został wyprowadzony przy założeniu, że:
- i. Emisja elektronów następuje z płaskiej powierzchni metalu,
- ii. Rozkład energii elektronów wewnątrz metalu podlega statystyce Fermiego Diraca,
- iii. Tory elektronów emitowanych są prostopadłe do powierzchni metalu,
- iv. Bariera potencjału na granicy metal próżnia ma kształt trójkątny.

Założenie (iv) było jednakże zbytnim uproszczeniem – nie uwzględniającym wcześniejszej pracy Schottkyego o wpływie ładunku zwierciadlanego na deformację bariery potencjału [28]. Jeszcze w tym samym roku Nordheim opublikował kolejną pracę, w której uwzględnił ten wpływ na kształt bariery potencjału [23]. Wzór na prąd emisji polowej podany w tej pracy jest (z drobnymi nie merytorycznymi poprawkami) do dnia dzisiejszego uważany za poprawny i używany w większości rozważań dotyczących emisji polowej z metali. Według teorii Fowlera – Nordheima [12], [23] aby obliczyć prąd emisji polowej należy scałkować po wszystkich energiach prostopadły strumień elektronów docierających do powierzchni metalu i pomnożyć go przez prawdopodobieństwo przejścia przez barierę potencjału, z uwzględnieniem poprawki wynikającej z teorii klasycznego ładunku zwierciadlanego. Całka taka musi, więc zawierać prawdopodobieństwo tunelowania (współczynnik transmisji) D, składową energii kinetycznej elektronu w kierunku tunelowania W oraz funkcję zasilania N, opisującą dopływ elektronów do bariery potencjału.

$$j(F,T) = e \int_{-W_a}^{\infty} N(W,T) D(F,W) dW$$
(3.3.2)

gdzie:

T-temperatura,

F – pole elektryczne,

W<sub>a</sub> – najniższy poziom energetyczny tunelującego elektronu.

Funkcje N(W,T) oraz D(F,W) są opisane wyrażeniami:

$$N(W,T) = \frac{4\pi m k T}{h^3} \log \left[ 1 + \exp\left(-\frac{W-\zeta}{k T}\right) \right]$$
(3.3.3)

$$D(W,F) = \exp\left(-\frac{8\pi\sqrt{2m|W|^3}}{3h\,e\,F}\nu(y)\right)$$
(3.3.4)

gdzie:

h – stała Plancka,

v(y) – funkcja eliptyczna Nordheima dla parametru y danego wzorem:

$$y(F,\phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0}} \frac{\sqrt{e^3 F}}{\phi}$$
(3.3.5)

Po podstawieniu wyrażeń (3.3.3) oraz (3.3.4) do całki (3.3.2) i jej wyliczeniu otrzymujemy wzór na gęstość prądu polowej emisji elektronów:

$$j(F,\phi) = \frac{AF^2}{\phi t^2(y)} \exp\left(-B\frac{\phi^{3/2}}{F}v(y)\right)$$
(3.3.6)

$$A = \frac{e^{3}}{8\pi h}$$
$$B = \frac{8\pi\sqrt{2m}}{3eh}$$

gdzie:

- F-pole elektryczne,
- ♦ praca wyjścia elektronów z metalu,

t(y) - oraz

- v(y) funkcje eliptyczne Nordheima,
  - e ładunek elektronu,
  - h stała Plancka,
  - m masa elektronu.

Rys 3.3.1 przedstawia przykładowe charakterystyki prądowo – napięciowe rzeczywiste (a) i teoretyczne (b) wykreślone dla materiałów o różnych wartościach pracy wyjścia.



Rys. 3.3.1 Charakterystyki prądowo napięciowe rzeczywiste (a) – materiał GaN + Si oraz teoretyczne (b) – materiały: 3, 4, 5 eV,  $\alpha = 10^{-15}$ ,  $\beta = 10^{6}$ .

(3.3.7)

#### 3.4 Emisja termopolowa

Wpływ temperatury na wartość prądu emisji polowej był badany w 1956 r przez Murphy'ego i Gooda [21], którzy podali wzory na prąd termoemisji rozszerzonej o wpływ zewnętrznego pola elektrycznego:

$$J_T(F,\phi,T) = \frac{\pi d}{\sin(\pi d)} \cdot \frac{4\pi m k^2 e}{h^3} \cdot T^2 \cdot \exp\left(-\frac{\phi - \sqrt{\frac{e^3 F}{4\pi \varepsilon_0}}}{kT}\right)$$
(3.4.1)

w którym:

$$d = \frac{\left(4\pi\varepsilon_0 e F^3\right)^{1/4} h}{2\pi\sqrt{m} k T}$$
(3.4.2)

oraz prąd emisji polowej, w której znaczną rolę zaczyna odgrywać temperatura emitera:

$$J_E(F,\phi,T) = \frac{QT}{\sin(QT)} \cdot \frac{AF^2}{\phi t^2(y)} \exp\left(-B\frac{\phi^{3/2}}{F}\nu(y)\right)$$
(3.4.3)

dla:

$$Q = \frac{4\pi^2 k \sqrt{2m\phi} t(y)}{h e F}$$
(3.4.4)

gdzie:

k – stała Boltzmana,

T – temperatura emitera [K].

A – parametr (3.3.7).

Wzór na prąd emisji polowej w podwyższonej temperaturze został również podany przez Gooda i Müllera [14]:

$$J_{E}(F,\phi,T) = J_{FN}(F,\phi)\frac{\pi kT}{d} \left[\sin\left(\frac{\pi kT}{d}\right)\right]^{-1}$$
(3.4.5)

$$d = \frac{h \, e \, F}{4 \, \pi \, \sqrt{2 \, m \, \phi} \cdot t(y)} = \frac{9.76 \cdot 10^{-11} \, F}{\sqrt{\phi} \cdot t(y)} \tag{3.4.6}$$

### 3.5 Charakterystyka Fowlera – Nordheima

Gęstość prądu emisji j możemy wyrazić za pomocą ilorazu prądu całkowitego I oraz powierzchni emitującej  $\alpha$ :

$$j = \frac{I}{\alpha}$$
(3.5.1)

Pole elektryczne F natomiast możemy przedstawić za pomocą iloczynu napięcia V oraz współczynnika zwiększenia pola β:

$$F = \beta V \tag{3.5.2}$$

Po podstawieniu (3.5.1) i (3.5.2) do równania (3.3.6) i założeniu uproszczonych formuł na funkcje eliptyczne t(y) oraz v(y) otrzymamy:

$$I = a_{FN} V^2 \exp\left(-\frac{b_{FN}}{V}\right)$$
(3.5.3)

gdzie:

$$a_{\rm FN} = \frac{\alpha A \beta^2}{1.1 \phi} \exp\left(\frac{1.45 * 10^{-7} \,\mathrm{B}}{\sqrt{\phi}}\right) \tag{3.5.4}$$

oraz

$$b_{\rm FN} = \frac{0.95 \,\mathrm{B} \,\phi^{3/2}}{\beta} \tag{3.5.5}$$

Po przekształceniu równania (3.5.3) otrzymamy

$$\ln\left(\frac{I}{V^2}\right) = -\frac{b_{FN}}{V} + \ln(a_{FN})$$
(3.5.6)

Z równania tego wynika, że wykres funkcji ln  $(I/V^2) = f(1/V)$ , zwany charakterystyką (lub prostą) Fowlera – Nordheima, jest linią prostą.

Funkcja ta jest bardzo przydatna podczas pomiarów prądu emisji z emiterów polowych. Za jej pomocą można w prosty sposób sprawdzić, czy badana emisja jest emisją polową (rys 3.5.1) Na rysunku tym zostały przedstawione wykresy  $\log(I/V^2) = f(1/V)$  obliczone dla charakterystyk I-V różnych elementów liniowych i nieliniowych.



Rys. 3.5.1 Wykresy  $log(I/V^2) = f(1/V)$  przeliczonych dla "różnych elementów".

Z równania (3.5.6) a dokładniej mówiąc, ze wzoru opisującego nachylenie wykresu FN (3.5.5) mogłoby również wynikać, że znajomość jednego z parametrów emisji: pracy wyjścia  $\phi$  lub współczynnika wzmocnienia pola  $\beta$  umożliwia wyznaczenie pozostałych parametrów z bezwzględną dokładnością. Nie jest tak z dwóch powodów:

Po pierwsze: dokładne oszacowanie wartości któregokolwiek z tych parametrów – na podstawie pomiarów geometrycznych lub założenia, że emisja zachodzi z materiału o znanej pracy wyjścia nie jest możliwe.

Po drugie: wyprowadzenie równania (3.5.6) zostało dokonane przy znacznym przybliżeniu wartości funkcji eliptycznych Nordheima: za funkcję t(y) przyjęta została wartość 1.1, za funkcję v(y) wartość 0.95. Przyjęcie takiego założenia jest konieczne do przeprowadzenia powyższego wyprowadzenia, ponieważ obie funkcje eliptyczne są funkcjami pola elektrycznego F i pracy wyjścia  $\phi$  materiału emitującego. Jednakże wprowadzenie takiego uproszczenia może doprowadzić do powstania znacznych błędów oszacowania parametrów. Dokładniejsza analiza tego problemu przedstawiona zostanie poniżej. Na rys 3.5.2 przedstawiona została, wykonana przez autora, symulacja charakterystyk emisyjnych wykreślonych przy założeniu funkcji eliptycznych v(y) oraz t(y) w postaci: 1) przyjętej do wyprowadzenia równania (3.5.6), 2)  $t^2(y) = 1.1$  oraz v(y) = 0.95 – y oraz 3) pełnej tzn. opisanej wzorami (3.6.4) oraz (3.6.8). Wszystkie symulacje zostały przeprowadzone przy założeniu jednakowej pracy wyjścia 3.5 eV, współczynnikom  $\beta$  oraz  $\alpha$  równym 1 oraz zakresem zmian pola elektrycznego od 10<sup>9</sup> do 10<sup>11</sup> V/m.





Z wykresów tych wynikają następujące wnioski:

- Uproszczenie (a raczej pominięcie) funkcji eliptycznych konieczne do wyprowadzenia równania (3.5.6) daje do dyspozycji potężne narzędzie pomocne przy ocenie czy zmierzony prąd I(U) może być prądem emisji polowej. Przebieg (3) na rys 3.5.2b wy-kreślony przy dokładnym odwzorowaniu funkcji eliptycznych jest prawie linią prostą przy małych gęstościach prądu emisji (rzędu do 10<sup>13</sup> A/m<sup>2</sup> czyli 10 A/mm<sup>2</sup>).
- Szacowanie jakichkolwiek wartości parametrów emisji powinno się odbywać wyłącznie przy uwzględnieniu funkcji eliptycznych w ich możliwie najdokładniejszym odwzorowaniu. Stosowanie uproszczeń lub ich pomijanie może doprowadzić do znacznych błędów. Widać to dokładnie na rys 3.5.2a – szczególnie przy małych gęstościach prądu. Błąd obliczenia prądu, w tym przypadku, może dochodzić do kilku rzędów.
- Prosta Fowlera Nordheima w rzeczywistości nie jest prostą. Jej zakrzywienie wzrasta wraz ze wzrostem gęstości prądu emisji – aż do osiągnięcia ekstremum przy bar-

dzo dużych gęstościach prądu – rzędu  $10^{16}$  A/m<sup>2</sup>. Uzyskanie tak dużych gęstości prądu emisji w praktyce wydaje się jednak skrajnym przypadkiem – oznaczałoby to przepływ prądu 10 kA przez przewód o przekroju 1mm<sup>2</sup>.

#### 3.6 Funkcje eliptyczne Nordheima oraz ich aproksymacja

Uzupełniając swoją teorię emisji polowej o wpływ ładunku przestrzennego Nordheim podał wzór na funkcję v(y) (3.6.1)

$$v(y) = \frac{\sqrt{1 + \sqrt{1 - y^2}}}{\sqrt{2}} \cdot \left\{ E(k) - \frac{y^2 K(k)}{1 + \sqrt{1 - y^2}} \right\}$$
(3.6.1)

gdzie:

$$k = \frac{2\sqrt{1-y^2}}{1+\sqrt{1-y^2}}$$
(3.6.2)

$$K(k) = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - k^{2} \sin^{2} \phi)^{-\frac{1}{2}} d\phi$$

$$E(k) = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - k^{2} \sin^{2} \phi) d\phi$$
(3.6.3)

Nordheim w swojej pracy błędnie podał zapis funkcji eliptycznej E(k) (3.6.3) jednakże przykładowe obliczenia przeprowadził przy zachowaniu jej prawidłowej definicji. Błąd popełnił natomiast w zapisie parametru k (3.6.2). W 1953 roku niezależnie: Burgess, Kroenar oraz Houston znaleźli ten błąd i podali prawidłowy wzór na funkcję v(y) [4] :

$$\nu(y) = \frac{\sqrt{1 + \sqrt{1 - y^2}}}{\sqrt{2}} \cdot \left\{ E(k^2) - \frac{y^2 K(k^2)}{1 + \sqrt{1 - y^2}} \right\}$$
(3.6.4)

dla k<sup>2</sup> danego wzorem:

$$k^{2} = \frac{2\sqrt{1-y^{2}}}{1+\sqrt{1-y^{2}}}$$
(3.6.5)

oraz funkcji eliptycznych zdefiniowanych jako:

$$K(k^{2}) = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - k^{2} \sin^{2} \phi)^{-\frac{1}{2}} d\phi$$

$$E(k^{2}) = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - k^{2} \sin^{2} \phi)^{\frac{1}{2}} d\phi$$
(3.6.6)

Funkcja t(y) jest blisko spokrewniona z funkcją v(y) i zdefiniowana jako:

$$t(y) = v(y) - \frac{2y}{3} \cdot \frac{dv(y)}{dy}$$
(3.6.7)

Po rozwiązaniu (3.6.7) funkcję t(y) można wyrazić:

$$t(y) = \frac{\sqrt{1 + \sqrt{1 - y^2}}}{\sqrt{2}} \cdot E(k^2)$$
(3.6.8)

gdzie:  $E(k^2)$  jest funkcją eliptyczną (3.6.6) dla parametru  $k^2$  (3.6.5).

Obliczenie wartości funkcji eliptycznych Nordheima v(y) oraz t(y) we wzorze (3.3.6) – w ich pełnej wersji (3.6.4) oraz (3.6.8) – stanowi pewien problem podczas symulacji prądu emisji. W literaturze bardzo często spotyka się z przybliżeniami tych funkcji. Zamiast funkcji t(y) stosowane jest przybliżenie:

$$t^2(y) \approx 1,1$$
 (3.6.9)

oraz, zamiast v(y) funkcja:

$$v(y) \approx 0.95 - y$$
 (3.6.10)

Funkcje v(y) i t(y) zostały stabelaryzowane (tabela 3.6.1).

| У    | ν(y)   | t(y)   | У    | <b>ν</b> (y) | t(y)   |
|------|--------|--------|------|--------------|--------|
| 0,00 | 1,0000 | 1,0000 | 0,55 | 0,6351       | 1,0502 |
| 0,05 | 0,9948 | 1,0011 | 0,60 | 0,5768       | 1,0565 |
| 0,10 | 0,9817 | 1,0036 | 0,65 | 0,5152       | 1,0631 |
| 0,15 | 0,9622 | 1,0070 | 0,70 | 0,4505       | 1,0697 |
| 0,20 | 0,9370 | 1,0111 | 0,75 | 0,3828       | 1,0765 |
| 0,25 | 0,9068 | 1,0157 | 0,80 | 0,3117       | 1,0832 |
| 0,30 | 0,8718 | 1,0207 | 0,85 | 0,2379       | 1,0900 |
| 0,35 | 0,8323 | 1,0262 | 0,90 | 0,1613       | 1,0969 |
| 0,40 | 0,7888 | 1,0319 | 0,95 | 0,0820       | 1,1037 |
| 0,45 | 0,7413 | 1,0378 | 1,00 | 0,0000       | 1,1107 |
| 0,50 | 0,6900 | 1,0439 | -    | -            | -      |

PRZEGLĄD LITERATURY DOTYCZĄCEJ TEMATU PRACY

Tabela 3.6.1 Wartości funkcji v(y) i t(y) równania FN [14].

W 1980 roku H. Craig Miller [17] omówił stosowane dotychczas metody aproksymacji funkcji eliptycznych oraz podał własne, wielomianowe, funkcje aproksymujące w szerokim zakresie zmienności parametru y.

Dla aproksymacji funkcji v(y) oraz t(y) w zakresie ( $0 \le y \le 1$ ) należy używać następujących wielomianów:

$$\nu(y) = (1+\eta)^{-3/2} \begin{bmatrix} (P0+P1\cdot\eta+P2\cdot\eta^2+P3\cdot\eta^3+P4\cdot\eta^4+P5\cdot\eta^5) + \\ -(B1\cdot\eta+B2\cdot\eta^2+B3\cdot\eta^3+B4\cdot\eta^4+B5\cdot\eta^5)\cdot\ln(\eta) \end{bmatrix}$$
(3.6.11)

$$t(y) = (1+\eta)^{-1/2} \begin{bmatrix} (C0+C1\cdot\eta+C2\cdot\eta^2+C3\cdot\eta^3+C4\cdot\eta^4) + \\ -(D1\cdot\eta+D2\cdot\eta^2+D3\cdot\eta^3+D4\cdot\eta^4) \cdot \ln(\eta) \end{bmatrix}$$
(3.6.12)

gdzie:

$$\eta = \frac{1 - \sqrt{1 - y^2}}{1 + \sqrt{1 - y^2}}$$
(3.6.13)

Wielomiany dla aproksymacji powyższych funkcji dla zakresu y $\geq 1$ 

$$v(y) = \sqrt{\frac{y}{2}} \begin{pmatrix} (K0 \cdot y + K1 + K2 \cdot y^{-1} + K3 \cdot y^{-2} + K4 \cdot y^{-3} + K5 \cdot y^{-4}) + \\ + \left\{ ln \left[ \frac{2y}{y+1} \right] \right\} \cdot \left( L0 \cdot y + L1 + L2 \cdot y^{-1} + L3 \cdot y^{-2} + L4 \cdot y^{-3} + L5 \cdot y^{-4} \right) \end{pmatrix}$$
(3.6.14)

.

$$t(y) = \frac{\sqrt{2y}}{3} \begin{pmatrix} (K1 + 2K2y^{-1} + 3K3y^{-2} + 4K4y^{-3} + 5K5y^{-4}) + \\ ln \left\{ \frac{2y}{y+1} \right\} (L1 + 2L2y^{-1} + 3L3y^{-2} + 4L4y^{-3} + 5L5y^{-4}) + \\ - \left[ \frac{y}{y+1} \right] (L0 + L1y^{-1} + L2y^{-2} + L3y^{-3} + L4y^{-4} + L5y^{-5}) \end{pmatrix}$$
(3.6.15)

Tabela 3.6.2 zawiera wartości współczynników stosowanych w powyższych wielomianach

| $v(y) \ (0 \le y \le 1)$ równanie (3.6.11)  |                         |  |  |  |
|---|-------------------------|--|--|--|
| P0 = +1,0   |                         |  |  |  |
| P1 = - 1,329 337 308  | $B1 = -0,750\ 016\ 317$ |  |  |  |
| P2 = + 0,312 530 542  | B2 = + 0,092 013 612    |  |  |  |
| $P3 = +0,038\ 378\ 000$   | B3 = -0,004 906 196     |  |  |  |
| P4 = - 0,009 912 374  | B4 = -0,020 605 635     |  |  |  |
| P5 = - 0,011 658 860  | B5 = -0,003 571 244     |  |  |  |
| $t(y) (0 \le y \le 1)$ równanie (3.6.12)  |                         |  |  |  |
| C0 = +1,0   |                         |  |  |  |
| C1 = + 0,443 251 415  | D1 = + 0,249 983 683    |  |  |  |
| C2 = + 0,062 606 012  | D2 = + 0,092 001 800    |  |  |  |
| C3 = + 0,047 573 835  | D3 = + 0,040 696 975    |  |  |  |
| C4 = + 0,017 365 065  | D4 = + 0,005 264 496    |  |  |  |
| $v(y) \text{ oraz } t(y) \ (y \ge 1) \text{ równania } (3.6.14) \text{ oraz } (3.6.15)$ |                         |  |  |  |
| K0 = - 1,449 186 516  | L0 = - 0,584 130 150    |  |  |  |
| K1 = + 0,955 487 209  | L1 = -0,387 793 272     |  |  |  |
| K2 = + 0,437 823 717  | L2 = + 0,233 321 797    |  |  |  |
| K3 = + 0,043 249 155  | L3 = + 0,043 868 437    |  |  |  |
| K4 = + 0,011 362 798  | L4 = + 0,007 265 463    |  |  |  |
| $K5 = +0,001\ 263\ 635$   | $L5 = +0,000\ 381\ 945$ |  |  |  |

Tabela 3.6.2 Wartości współczynników w wielomianach aproksymacyjnych [17].

Według [17] dokładność aproksymacji powyższymi wielomianami jest lepsza niż pięć cyfr znaczących dla funkcji v(y) dla y  $\geq 0.8$  oraz lepsza niż sześć cyfr znaczących dla pozostałego zakresu funkcji ( $0 \leq y \leq 0.8$ ). Dla funkcji t(y) wynosi ona również sześć cyfr znaczących dla całego zakresu zmienności parametry y.

Na rys 3.6.1 przedstawiony został przebieg funkcji podstawowej v(y): (a) – poprawionej przez Burgessa, Kroenara i Houstona [4] oraz przebiegów funkcji aproksymujących (b) i (c). Dla porównania przedstawiony został również przebieg błędnej funkcji v(y) (3.6.1) podanej pierwotnie przez Nordheima [23] (d). Z wykresu tego (i z dokładniejszych porównań odpowiednich liczb) wynika, że aproksymacja funkcji v(y) wielomianem podanym przez H.C. Millera [17] prowadzi do uzyskania najdokładniejszych wyników – praktycznie porównywalnych z wynikami uzyskiwanymi przy zastosowaniu funkcji podstawowej v(y).

Rys 3.6.2 przedstawia analogiczne porównanie przeprowadzone dla funkcji t(y). Z wykresu tego wynika również, że zastosowanie w obliczeniach funkcji aproksymującej podanej przez H.C. Millera [17] prowadzi do uzyskania dokładnych wyników.



Rys 3.6.1 Porównanie przebiegu funkcji: zasadniczej ν(y) (a) oraz funkcji aproksymujących
(b) wg H.C. Millera (3.6.11) oraz (3.6.14), (c) aproksymacja ν(y) = 0.95-y,
(d) błędny przebieg funkcji podany pierwotnie przez Nordheima.



Rys 3.6.2 Porównanie przebiegu funkcji: podstawowej t(y) (a) oraz funkcji aproksymujących (b) wg H.C. Millera (3.6.12) oraz (3.6.15), (c) aproksymacja t<sup>2</sup>(y) = 1.1.

Na kolejnym wykresie (3.6.3) przedstawiony został wpływ zastosowanych funkcji aproksymujących na kształt i wartości prądu w charakterystyce I(U) oraz Fowlera – Nordheima. Symulacje zostały przeprowadzone dla identycznych wartości parametrów emisji: praca wyjścia  $\phi = 4.4$  eV współczynnik  $\beta = 3 \times 10^6$ , powierzchnia emisji  $\alpha = 10^{-15}$  m<sup>2</sup>.



Rys 3.6.3 Porównanie wpływu zastosowanych funkcji aproksymujących na kształt charakterystyki I(U) oraz FN: (a) – wykres wyznaczony dla rzeczywistej funkcji eliptycznej, (b) funkcje aproksymujące podane przez H.C. Millera, (c) aproksymacja t<sup>2</sup>(y) = 1.1. ν(y) = 0.95 - y

Z powyższego wykresu widać, że zastosowanie do obliczeń funkcji aproksymujących w najprostszej postaci może doprowadzić do wprowadzenia znacznych błędów zarówno w wartościach bezwzględnych otrzymanych prądów, jaki i w kształtach charakterystyk.

Do wyznaczania powierzchni emisji ze zmierzonych charakterystyk I(V) konieczna jest znajomość funkcji s(y) (zostanie ona bliżej omówiona w paragrafie 3.8). Jest ona zdefiniowana za pomocą funkcji v(y) oraz t(y):

$$s(y) = \frac{3}{4}t(y) + \frac{1}{4}v(y)$$
(3.6.16)

#### 3.7 Współczynnik wzmocnienia pola elektrycznego $\beta$

.

Podstawienie do wzoru na gęstość prądu emisji (3.3.6) pracy wyjścia 4 eV i wyliczenie dla jakiej wartości pola elektrycznego zostanie uzyskana gęstość prądu 1 A/m<sup>2</sup> daje w wyniku pole elektryczne o wartości 1,6\*10<sup>9</sup> V/m. Przy założeniu emisji z płaskiej powierzchni oznacza to, że katoda i anoda umieszczone w odległości 1µm. powinny być zasilane napięciem 1,6 kV. Obliczenia te wynikają ze wzoru na pole elektryczne w kondensatorze płaskim:

$$F = \frac{U}{d}$$
(3.7.1)

W przypadku emisji z emiterów stożkowych wartość pola elektrycznego wzrasta o wartość współczynnika β, który jest związany z zakrzywieniem linii pola elektrycznego występującym na szczycie emitera:

$$F = \beta \cdot \frac{U}{d}$$
(3.7.2)

W literaturze bardzo często spotykana jest inna definicja pola F wyłącznie w zależności od wartości współczynnika β:

$$\mathbf{F} = \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{U} \tag{3.7.3}$$

Definicja ta jest prostsza, ponieważ nie wymaga znajomości odległości pomiędzy anodą i katodą emitera. Definiowanie jednak współczynnika  $\beta$  w ten sposób uniemożliwia jego porównywanie z wynikami uzyskanymi w innych układach, szczególnie przy różnych odległościach anoda – katoda.

Definicja według wzoru (3.7.3) wydaje się być bardziej przydatna dla projektanta układu elektronicznego szczególnie przy pracy emitera w układzie z ekstraktorem. Dla projektanta informacją najważniejszą jest wartość napięcia, którą musi zasilić ekstraktor, aby uzyskać żądany poziom emisji elektronów. Napięcie będzie mógł obliczyć dzieląc

średnie pole elektryczne potrzebne do zadanego poziomu emisji przez  $\beta$ . Odległość katoda – anoda, według projektanta, powinna być więc taka, aby  $\beta$  była jak największa.

Wartości liczbowe współczynników  $\beta$  wyliczone na podstawie obu powyższych wzorów ((3.7.2) oraz (3.7.3)) różnią się od siebie o iloczyn odwrotności odległości pomiędzy anodą i katodą d. W praktyce wartość  $\beta$  wyliczona na podstawie wzoru (3.7.2) kształtuje się na poziomie tysięcy – zastosowanie natomiast wzoru (3.7.3) daje w wyniku wartość współczynnika  $\beta$  wyrażoną w milionach.

W niniejszej pracy autor zdecydował się na stosowanie w swoich obliczeniach wzoru (3.7.3). Wybór taki nie powoduje zmniejszenia jakości lub dokładności osiągniętych wyników a jednocześnie zwalnia autora z przyjmowania dodatkowego założenia na podawanie odległości d pomiędzy anodą i katodą w układzie emisyjnym.

#### 3.8 Powierzchnia emisji $\alpha$

W 1962 roku Charbonier i Martin [5], zauważyli ciekawą właściwość wzoru (3.3.6) z teorii Fowlera – Nordheima. Przy emisji elektronów z materiałów o pracy wyjścia w granicach od 2 do 9 eV oraz przy niewielkich gęstościach prądu ( $10^4 - 10^8 \text{ A/m}^2$ ) można oszacować gęstość prądu emisji i co jest z tym związane – rozmiar powierzchni emitującej  $\alpha$  wyłącznie z pomiarów charakterystyki I(U) bez dokładnej znajomości pracy wyjścia.

Nachylenie m wykresu Fowlera – Nordheima można w sposób prosty wyznaczyć ze wzoru na prąd emisji (3.3.6) (omówienie w pracy Charboniera [5]):

$$m = -\frac{d\left(\log_{10}\frac{I}{V^2}\right)}{d\left(\frac{1}{V}\right)} = \frac{B\phi^{\frac{3}{2}}s(y)}{2.3\beta}$$
(3.8.1)

gdzie s(y) jest funkcją eliptyczną Nordheima zależną od funkcji t(y) oraz v(y) (wzór (3.6.16)). Przyjęcie we wzorze (3.3.6) wartości funkcji v(y) =  $0,956 - 1,062y^2$ , t(y) = 1,044 oraz s(y) = 0,956 i jego rozwiązanie (z uwzględnieniem (2.19)) daje w wyni-ku:

$$J = 1,14 \times 10^9 \,\mathrm{G}(\phi) \frac{\mathrm{e}^{-2,3\,\mathrm{m/V}}}{(\mathrm{m/V})^2}$$

$$G(\phi) = \phi^2 \exp\left(\frac{10,4}{\sqrt{\phi}}\right)$$
(3.8.2)

Dla założonego wcześniej zakresu zmian pracy wyjścia wartość funkcji  $G(\phi)$  można przyjąć 2700 i uzyskać w ten sposób oszacowanie powierzchni emisyjnej z dokładnością ± 7 % dla zakresu prac wyjścia od 4 do 13 eV.

Kolejną publikacją poświęconą wyznaczaniu powierzchni emisji ze zmierzonych charakterystyk I(V) była praca Brodie'go oraz Spindta [3]. Praca różni się od publikacji Charboniera i Martina przyjęciem innej wartości dla funkcji G(φ). Zamiast proponowanej wcześniej wartości 2700 przyjęli oni 2250. Założenie takie umożliwia oszacowanie powierzchni emisyjnej z dokładnością  $\pm$  10 % dla zakresu prac wyjścia od 3,4 do 11,6 eV.

W wyprowadzonym przez nich wzorze inne są również współczynniki liczbowe:

$$a_{FN}b_{FN}^{2} = \frac{0.95^{2}}{1.1} \alpha A B^{2} \phi^{2} \exp\left(\frac{1.45 \times 10^{-7} B}{\phi^{\frac{1}{2}}}\right) = 5.96 \times 10^{9} \alpha g(\phi)$$

$$g(\phi) = \phi^{2} \exp\left(\frac{9.89}{\sqrt{\phi}}\right)$$
(3.8.3)

Rys 3.8.1 przedstawia wykresy funkcji G(φ) podanych w pracach Charboniera (a) i Spindta (b). Na wykresie tym zaznaczone są również przyjęte przez nich współczynniki liczbowe dla tych funkcji.



Rys 3.8.1 Przebieg funkcji G(φ) obliczonej dla pracy wyjścia z zakresu od 1 do 13 eV dla pracy Charboniera (a) i Spindta (b) z zaznaczonymi, przyjętymi przez nich, wartościami funkcji.

Forbes w artykułach [10] i [11] przeprowadził dyskusję o metodach wyznaczania powierzchni emisji. Omówił obydwa wyżej cytowane artykuły ([5] oraz [3]) oraz podał własną funkcję do wyznaczania powierzchni emisji ze zmierzonych charakterystyk I(V).

$$\alpha = \frac{a_{\rm FN} b_{\rm FN}^2}{1.34 \times 10^{17}} \tag{3.8.4}$$

Bardzo ciekawą pracę dotyczącą standaryzacji pomiarów emisji polowej i określania powierzchni emisji zaprezentował Zhirnov ze współpracownikami [31]. W swojej pracy zwrócił mianowicie uwagę na fakt, że w definicji powierzchni emisji  $\alpha$  związanej ze wzorem (3.3.6) nie zostało dokładnie stwierdzone, jak należy definiować tą powierzchnię. Rys 3.8.2 przedstawia cztery zaproponowane przez niego możliwe definicje i związane z nimi gęstości prądów przy założeniu emisji prądu o natężeniu 10 µA.

Na uwagę zasługuje fakt, że z każdym ze zdefiniowanych obszarów emisji wiąże się inna (znacznie) gęstość prądu emisji. W wielu publikowanych pracach – w których autorzy starają się określić uzyskane gęstości prądu – ich minimalne wielkości kształtują się na poziomie  $10^{10}$ A/m<sup>2</sup>.



b)

| Przekrój emitera<br>(patrz – powyższy rysunek) | Powierzchnia przekroju                                      | Prąd<br>emisji     | Gęstość prądu płynącego<br>przez założony przekrój |
|--|---|--------------------|--|
| А  | powierzchnia centrum emisyjnego $\sim 10^{-17} \text{ m}^2$ | 10 <sup>-6</sup> A | $10^{11} \text{ A/m}^2$                            |
| В  | powierzchnia ostrza $\sim 10^{-14} \text{ m}^2$             | 10 <sup>-6</sup> A | $10^{8} \text{ A/m}^{2}$                           |
| С  | powierzchnia podstawy emitera $\sim 10^{-11} \text{ m}^2$   | 10 <sup>-6</sup> A | $10^{5} \text{ A/m}^{2}$                           |
| D  | powierzchnia katody $\sim 10^{-4} \text{ m}^2$              | 10 <sup>-6</sup> A | $10^{-2} \text{ A/m}^2$                            |

Rys 3.8.2 Schematyczny szkic emitera polowego (a) z zaznaczonymi czterema przekrojami (A,B,C,D) przez które przepływa prąd emisji (10<sup>-6</sup>A) oraz tabelka w której zestawione zostały gęstości prądów wyznaczone dla każdego z tych przekrojów (b).

## 3.9 Literatura omawiająca wpływ zewnętrznych parametrów na kształt charakterystyki I(U)

Ciekawą pracę dotyczącą wpływu rozrzutu parametrów technologicznych na kształt charakterystyk emisyjnych zaprezentował Nicolaescu [22]. Omówił w niej matrycę emiterów polowych zbudowaną z pojedynczych ostrzy zamodelowanych "pływającą sferą". W swoim modelu przyjął maksymalne uproszczenie dla funkcji eliptycznych Nordheima [(3.6.9) i (3.6.10)] – co stanowi najsłabszy punkt w tej pracy ponieważ (jak pokazano w rozdziale 3.6) należy używać jak najdokładniejszego odwzorowania tych funkcji. W wyniku przeprowadzonych symulacji pokazał, że rozrzut parametrów w matrycy emiterów wywiera wpływ na kształt charakterystyk emisyjnych oraz Fowlera-Nordheima.

Gomer [13] zaprezentował sposób analizy stanu powierzchni emitującej na podstawie fluktuacji prądu emisji. Analizę powyższą przeprowadził dla dwóch przypadków: emisji z płaskiej powierzchni w kierunku zaostrzonej pojedynczej anody oraz emisji z płaskiej powierzchni w kierunku cylindrycznej anody (w makroskopowym znaczeniu – emisja z płaskiej powierzchni w kierunku nieskończenie długiego ostrza). W analizie swojej uwzględnił wpływ wielu współczynników (parametrów) zewnętrznych między innymi wibracje mechaniczne układu i powolny dryft poszczególnych elektrod. We wnioskach postawił hipotezę, że wyznaczanie stanu powierzchni może być możliwe na podstawie badań prądu emisji i każdy z opisanych modeli może być przydatny w różnych zakresach zmian współczynników. Rozważania teoretyczne w pracy zostały potwierdzone badaniami przeprowadzonymi w rzeczywistych układach.

Mousa ze współautorami [20] badał wpływ zmian temperatury na wartość prądu emisji. Przy stałej wartości prądu emisji temperatura była podnoszona od 30 do 300 °C. Zauważyli oni, że prąd emisji wzrastał jednocześnie ze wzrostem temperatury. Pozostawienie emitera w wyższej temperaturze nie powodowało zmian w wartości prądu emisji. Wywnioskowali oni z tego, że wzrost prądu był spowodowany raczej zmianą pracy wyjścia niż zmianą powierzchni emisji. Odnieśli oni zmiany w charakterystyce emisyjnej do zmian teoretycznych pracy wyjścia emiterów w zakresie od 0.5 do 2 eV.

# 4. Symulacje wpływu parametrów zewnętrznych na prąd emisji

# 4.1 Symulacja charakterystyk matryc emiterów z uwzględnieniem wpływu statystycznego rozrzutu wymiarów fizycznych oraz pracy wyjścia

Niniejszy rozdział przedstawia wyniki wykonanych przez autora symulacji zakładających statystyczny rozrzut ww. parametrów oraz ich wpływ na kształt charakterystyk emisyjnych oraz charakterystyk Fowlera – Nordheima.

Matryce emiterów polowych wykonane w warunkach rzeczywistych charakteryzują się zawsze pewnym rozrzutem parametrów geometrycznych:

- różnicami w wysokości poszczególnych emiterów,
- różnymi promieniami krzywizny ostrza,

Czystość i dokładność wykonania ostrzy lub emisja elektronów z różnych płaszczyzn krystalograficznych wywiera również wpływ na zmianę efektywnej pracy wyjścia elektronów z emitera.

We wzorach (3.3.6) i (3.7.2) na prąd emisji :

$$j(F,\phi) = \frac{AF^2}{\phi t^2(y)} \exp\left(-B\frac{\phi^{3/2}}{F}\nu(y)\right); \quad F = \beta \cdot \frac{U}{d}$$
(4.1.1)

zmiana parametrów geometrycznych wywiera wpływ na zmianę parametru d – odległości anoda – katoda oraz na zmianę parametru  $\beta$  – współczynnika wzmocnienia pola na wierzchołku emitera. Zmiana efektywnej pracy wyjścia odzwierciedla się w zmianie pracy wyjścia  $\phi$ .

Podczas symulacji rozrzutu parametrów geometrycznych przyjęty został następujący model matrycy emiterów polowych:

- średnia odległość anoda katoda d matrycy emiterów wynosi 1 m a powierzchnia emisji α wynosi 1m<sup>2</sup>,
- rozrzut odległości anoda katoda d opisany został rozkładem Gaussa o średniej 1 i wariancji σ,
wartość współczynnika wzmocnienia pola elektrycznego β przyjęta została na stałym poziomie wynoszącym 1. Założenie takie zostało przyjęte, ponieważ wpływ rozrzutu odległości d oraz wzmocnienia pola elektrycznego β wywierają wyłącznie wpływ na wartość pola elektrycznego F we wzorze na prąd emisji (3.3.6) i ich rozrzut powinien wywierać identyczny wpływ na kształty charakterystyk,

Powyższy model matrycy emiterów nie jest realizowalny w układach rzeczywistych; posiada on jednak podstawową zaletę: wartości współczynników  $\alpha$  i  $\beta$  wynoszą 1 i można w ten sposób pominąć ich wpływ na kształt charakterystyk emisyjnych i FN, a w przypadku próby wyznaczania rzeczywistych parametrów można zawsze otrzymane kształty charakterystyk odnosić do jednego – w miarę uniwersalnego – wzorca charakterystyk emisyjnych. Uniwersalność jego polega przede wszystkim na bezpośredniej możliwości porównywania wyników z podstawową teorią Fowlera – Nordheima.

W programie symulacji przyjęte zostały dodatkowe założenia umożliwiające praktyczną jej realizację.

Rozkład Gaussa opisany jest dla parametru (w opisywanym przypadku odległości d) mogącego przyjmować wartości z zakresu od  $-\infty$  do  $+\infty$ . W praktyce oznaczałoby to, że zawsze jakaś część emiterów jest zwarta z anodą i należałoby uwzględnić wpływ takiego zwarcia w postaci prądu upływności. Realizacja takiego dodatkowego zadania nie jest trudna w samym procesie symulacji jednakże wprowadzałaby dodatkowe zniekształcenia charakterystyk całkowicie niezwiązane z tematem symulacji.

Autor zdecydował więc o drobnej modyfikacji. Dla zadanego w symulacji parametru  $\sigma$  (wariancji) poszukiwany jest w pierwszej kolejności przedział odległości anoda – katoda od d<sub>min</sub> do d<sub>max</sub> mieszczący 99,99% emiterów. Następnie sprawdzane jest czy minimalna odległość w tym przedziale (d<sub>min</sub>) nie jest mniejsza lub równa 0 tzn. czy nie ma możliwości fizycznego zwarcia anody i katody. Jeżeli tak to użytkownik informowany jest o tym i dalsza symulacja jest przerywana.

Zawężenie przedziału zmiennej do wartości zawierającej 99,99% emiterów skutkuje tym, że całka ze wszystkich prawdopodobieństw nie jest równa jedności. Dla zachowania tego warunku autor zdecydował się na drobne odstępstwo od teorii rozkładu Gaussa. W znalezionym przedziale – od  $d_{min}$  do  $d_{max}$  – parametry rozkładu są modyfikowane w takim stopniu, aby całka z niego w tym przedziale równa była jedności.

Znaleziony przedział od d<sub>min</sub> do d<sub>max</sub> zawsze jest dzielony (dla różnych wartości wariancji  $\sigma$ ) na identyczną liczbę zakresów, dla których to następnie przeprowadzane są obliczenia wpływu poszczególnych składowych rozrzutu statystycznego na sumaryczny wykres. Postępowanie takie daje w wyniku może trochę nieoczekiwany wygląd krzywych rozkładu Gaussa (rys 4.1.1) podyktowane jednak zostało troską autora o zachowanie zawsze wysokiej dokładności obliczeń – niezależnie od wartości wariancji w tym rozkładzie.

Wszystkie symulacje zostały przeprowadzone dla wielu różnych wielkości parametru  $\sigma$  w pracy pokazane zostały wyłącznie symulacje dla skrajnych wartości tego parametru ( $\sigma = 0 - tzn$ . matryca bez rozrzutu parametrów,  $\sigma = 0.225 - matryca o maksymalnym$  $dla modelu rozrzucie) oraz dla kilku wartości pośrednich (<math>\sigma = 0.05$ ; s = 0.1;  $\sigma = 0.14$ ;  $\sigma = 0.175$ ;  $\sigma = 0.2$ ).

Rys 4.1.1 przedstawia wygląd krzywych rozkładu gaussowskiego zmian odległości anoda – katoda dla których na rys 4.1.2 pokazany został wynik symulacji zmian charakte-rystyki I(U) oraz FN.



Rys 4.1.1 Rozkład gaussowski zmian odległości anoda – katoda dla różnych wartości parametru  $\sigma$  (0.05; 0.1; 0.14; 0.175; 0.2; 0.225)

Z teorii Fowlera – Nordheima wynika, że dla materiałów o mniejszej pracy wyjścia oraz dla emiterów o wyższej wartości współczynnika  $\beta$  przebieg charakterystyki FN jest bardziej płaski. Z przebiegu wykresu FN przedstawionego na rys 4.1.2b wynika również, że rozrzut statystyczny odległości anoda – katoda w emiterach polowych, wywiera znaczący wpływ na kształt charakterystyki FN – jej przebieg staje się bardziej płaski w początkowym etapie emisji (dla gęstości prądu dochodzących do  $10^{12}$  A/m<sup>2</sup>). Szacowanie więc parametrów emisji przy pomiarach matryc emiterów o dużym rozrzucie statystycznym wymiarów (odległości anoda – katoda) powinno być wykonywane z dużą ostrożnością a jego wynik powinien być traktowany jako najlepszy możliwy do uzyskania.

Na rys 4.1.2 można zauważyć również, że dla dużych gęstości prądu emisji (~ $10^8 \text{ A/m}^2$ ) przy większym rozrzucie parametrów emisji następuje widoczne jest charakterystyczne przegięcie charakterystyki I(U) (wykres a, krzywa  $\sigma = 0.225$ ).



Rys 4.1.2 Wygląd charakterystyk: emisyjnej a) oraz Fowlera-Nordheima b) dla matryc emiterów polowych idealnych ( $\sigma = 0$ ) oraz z rozrzutem wymiarów fizycznych ( $\sigma > 0$ )

Na rys 4.1.3 przedstawione zostało dokładniejsze porównanie charakterystyk FN dla matryc emiterów bez rozrzutu (a) i z różnym stopniem rozrzutu statystycznego (b). Na wykresach tych można zauważyć, że zmienia się również kształt samych charakterystyk. Przy emisji pochodzącej z matryc idealnych (a) mają one kształt odwróconej połówki paraboli. Przy emisji prądu z matryc z rozrzutem statystycznym (b) ich kształt zaczyna przybierać postać rozciągniętej litery Z.



Rys 4.1.3 Porównanie przebiegu charakterystyk FN dla emiterów bez rozrzutu (a) i z rozrzutem statystycznym odległości anoda – katoda (b)

Na rys 4.1.4 przedstawiona został próba oceny wpływu rozrzutu statystycznego na błędy wyznaczania parametrów emisji. Wykres (I) został wykreślony dla przykładowych parametrów emisji ( $\phi = 3.5 \text{ eV}$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\sigma = 0$ ) bez rozrzutu statystycznego. Wykres (II)



Rys 4.1.4 Próba oszacowania wpływu rozrzutu statystycznego na błędy wyznaczenia parametrów emisji. (I)  $\phi = 3.5 \text{eV}$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\sigma = 0$ ; (II)  $\phi = 3.5 \text{eV}$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\sigma = 0.175$ ; (III)  $\phi = 1.65 \text{eV}$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\sigma = 0$ ; (IV)  $\phi = 1.65 \text{eV}$ ,  $\alpha = 3*10^{-5}$ ,  $\sigma = 0$ ;

wykreślony został przy identycznych parametrach jak wykres (I) z wyjątkiem uwzględnienia wpływu rozrzutu statystycznego odległości anoda – katoda ( $\sigma = 0.175$ ). W następnej kolejności, w sposób empiryczny, autor starał się znaleźć taką pracę wyjścia, przy której nachylenie charakterystyki FN, przy niewielkich prądach emisji, byłoby najbardziej zbliżone do nachylenia wykresu (II). Okazało się, że w zakresie gęstości prądów emisji od 10<sup>-12</sup> do 10<sup>7</sup> A/m<sup>2</sup> dużą zgodność można uzyskać dla pracy wyjścia o wartości 1.65 eV (wykres III). Wykresy (II) i (III) mają jednakowe nachylenia charakterystyk FN jednakże dla pełnego ich pokrycia należałoby zmniejszyć powierzchnię emisji dla wykresu (III). Po przeprowadzeniu kilku symulacji okazało się, że pełne pokrycie wykresu z rozrzutem statystycznym (II) oraz bez rozrzutu statystycznego (IV) zostało wyznaczone dla znacznie różniących się podstawowych parametrów emisji:

– wykres (II): praca wyjścia  $\phi = 3.5$  eV,  $\alpha = 1$ ,  $\sigma = 0.175$ ,

- wykres (IV): praca wyjścia  $\phi = 1.65 \text{ eV}, \alpha = 3*10^{-5}, \sigma = 0,$ 

dla gęstości prądu od  $10^{-12}$  do  $10^7$  A/m<sup>2</sup>.

Z wyników tej symulacji można wyciągnąć wniosek, że szacowanie jakichkolwiek parametrów emisji – na podstawie pomiarów emisji z matryc rzeczywistych – bez uwzględnienia wpływu rozrzutu wymiarów fizycznych, nie pozwala na podanie – chociaż przybliżone – jakichkolwiek rzeczywistych parametrów emisji polowej.

Wniosek ten można rozciągnąć na emisję z pojedynczego ostrza. Związane jest to z faktem, że pole elektryczne nie ma jednakowego rozkładu na całej powierzchni stożka i każde centrum emisyjne można traktować jako oddzielny emiter o różnej wartości współczynnika  $\beta$  i w związku z tym o różnej wartości pola.

Poniżej zaprezentowane zostały wyniki identycznych symulacji przeprowadzonych przy założeniu statystycznego rozrzutu pracy wyjścia. Autor założył dwa możliwe modele matryc emiterów:

**Model I.** Emisja następuje z matrycy, w której znaczna większość emiterów ma niską pracę wyjścia a statystycznie – z rozkładem opisanym połową rozkładu Gaussa – pewna, mniejsza, część emiterów ma coraz większą pracę wyjścia. Wykres przedstawiający rozkłady dla opisanego tu modelu przedstawiony jest na rys 4.1.5.



Rys 4.1.5 Model matrycy emiterów o rozrzucie statystycznym pracy wyjścia opisanej połówkowym rozkładem Gaussa.

Na rysunku tym została umieszczony model matrycy o bardzo dużym rozrzucie statystycznym pracy wyjścia ( $\sigma = 2$ ) w którym to pojawiają się emitery o pracy wyjścia dochodzącej do 12 eV. Uzyskanie w rzeczywistości materiałów o takich parametrach wyda-



Rys 4.1.6 Wygląd charakterystyk: emisyjnej a) oraz Fowlera-Nordheima b) dla matryc emiterów polowych idealnych ( $\sigma = 0$ ) oraz z rozrzutem pracy wyjścia ( $\sigma > 0$ ) dla modelu I.

je się niemożliwe. Umieszczenie tego modelu podyktowane zostało niewielkim wpływem rozrzutu parametrów w tym modelu i chęcią zbadania/pokazania tego wpływu.

Wynik symulacji charakterystyk I(U) oraz Fowlera – Nordheima został przedstawiony na rys 4.1.6. Przebiegi na charakterystyce FN (b) zostały znacznie powiększony na tym wykresie w stosunku do charakterystyk I(U). Operacja taka była konieczna ponieważ jedyną widoczną zmianą w obu charakterystykach jest ich pionowe przesunięcie w dół. Zinterpretowane może ono zostać jako zmniejszanie się, wraz ze zwiększaniem rozrzutu parametrów, powierzchni materiału o najmniejszej pracy wyjścia.

**Model II**. Emisja następuje z matrycy, w której znaczna część emiterów ma pewną średnią pracę wyjścia; są jednak emitery o lepszej i gorszej pracy wyjścia. Model ten został opisany za pomocą pełnego rozkładu Gaussa. Wykres przedstawiający rozkłady prac wyjścia w tym modelu został przedstawiony na rys 4.1.7.

Symulacja charakterystyk I(U) oraz FN dla przedstawionego rozrzutu prac wyjścia przedstawiona została na rys 4.1.8. Z wyników tej symulacji można wyciągnąć wnioski identyczne do wniosków z symulacji rozrzutu odległości anoda – katoda. Przy emisji z



Rys 4.1.7 Model matrycy emiterów o rozrzucie statystycznym pracy wyjścia opisanym rozkładem Gaussa ( $\sigma = 0.1$ ;  $\sigma = 0.2$ ;  $\sigma = 0.4$ ;  $\sigma = 0.6$ )

matryc o rozrzucie statystycznym wymiarów oraz pracy wyjścia następuje "pozorne" zmniejszenie kąta nachylenia charakterystyki FN mogące sugerować, że emisja następuje z matrycy emiterów o lepszych parametrach. Zmniejszenie nachylenia charakterystyki FN

spowodowane jest jednakże tym, że pewna – niewielka – część emiterów o lepszych parametrach zaczyna emitować elektrony przy mniejszych wartościach pól elektrycznych. Jednocześnie ze wzrostem pola elektrycznego zaczynają emitować centra emisyjne o coraz gorszych parametrach – lecz również o znaczne większej powierzchni emisji. Następuje coś, co moglibyśmy nazwać "ślizganiem się" wykresu wypadkowego po cząstkowych wykresach miejsc emisji o coraz gorszych parametrach.

Sytuacja taka została przedstawiona na rys 4.1.9 na którym to zaprezentowany został udział składowych prądów pochodzących od poszczególnych emiterów w całkowitym prądzie emisji. Wykres ten został sporządzony dla omówionego wcześniej modelu emisji



Rys 4.1.8 Wygląd charakterystyk: emisyjnej a) oraz Fowlera-Nordheima b) dla matryc emiterów polowych idealnych ( $\sigma = 0$ ) oraz z rozrzutem pracy wyjścia ( $\sigma > 0$ )

z matrycy o rozrzucie odległości anoda – katoda (rys 4.1.1, wariancja  $\sigma = 0.175$ ) i pracy wyjścia  $\phi = 3.5$  eV. Poszczególne przebiegi na poniższym wykresie odpowiadają następującym wartościom pola elektrycznego:

$$\begin{split} U_{(a)} &= 5 * 10^8 \text{ V/m}, \\ U_{(b)} &= 1.72 * 10^9 \text{ V/m}, \\ U_{(c)} &= 6.47 * 10^9 \text{ V/m}, \\ U_{(d)} &= 2.43 * 10^{10} \text{ V/m}, \end{split}$$

 $U_{(e)} = 9.15 * 10^{10} \text{ V/m},$ 

Z przebiegu wykresów na rysunku widać, że w początkowej fazie emisji znaczny udział w całkowitym prądzie emisji ma niewielka grupa emiterów (przebieg (a)). W miarę wzrostu napięcia coraz większy wpływ na całkowity prąd emisji zaczyna mieć największa grupa emiterów (odległość anoda – katoda = 1m) i prosta wpływu poszczególnych emiterów na całkowity prąd emisji zaczyna się pokrywać z prostą rozrzutu technologicznego zmian odległości anoda – katoda.

Podczas projektowania matrycy emiterów należy więc zwrócić uwagę na jakim poziomie prądu emisji będzie ona pracowała i czy przy pewnym rozrzucie technologicznym parametrów nie dojdzie do sytuacji w której nastąpi zniszczenie (przeciążenie) niewielkiej liczby emiterów o lepszych parametrach. Z wykresu widać również, że przy większych poziomach prądu emisji coraz mniejszy wpływ na całkowity prąd emisji ma rozrzut technologiczny parametrów matrycy.



Rys 4.1.9 Udział poszczególnych emiterów w całkowitym prądzie emisji dla różnych napięć (U<sub>(a)</sub>, U<sub>(b)</sub>, U<sub>(c)</sub>, U<sub>(d)</sub>, U<sub>(e)</sub>) przy rozrzucie odległości anoda – katoda w matrycy na poziomie  $\sigma = 0.175$  (rys 4.1.1).

### 4.2 Symulacja emisji z matrycy emiterów zawierającej materiały o dwóch różnych wartościach pracy wyjścia

Znaczna część prowadzonych obecnie badań poświęcona jest poszukiwaniom materiałów emisyjnych o mniejszej pracy wyjścia, lepszych charakterystykach stabilnościowych, bardziej wytrzymałych na działania podwyższonych temperatur lub bardziej stabilnych chemicznie. Technologia prowadzenia takich badań najczęściej polega na pokrywaniu podłoży badanym materiałem. Technologie pokrywania podłoży różnymi materiałami są znane i dobrze opanowane. Jednym z czynników wpływających na różnice w wartościach pracy wyjścia matrycy emiterów może być możliwość częściowego pokrycia podłoża badanym materiałem lub cieńszego pokrywania badanym materiałem w miejscach najważniejszych – czyli na stożkach emiterów.

W niniejszym rozdziale autor przeprowadził symulacje emisji z materiałów o dwóch różnych pracach wyjścia przy założeniu różnych stosunków powierzchni emisyjnych tych materiałów.

Dla symulacji, których wykresy umieszczono w pracy, założono następujące parametry emisji:

 $\phi_1 = 3 \text{ eV}, \ \alpha_1 = 1 \text{ m}^2,$ 

 $\phi_2 = 4 \text{ eV}, \ \alpha_2 = 1 \text{ m}^2.$ 

Wykresy S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>, oraz S<sub>4</sub> są charakterystykami emisyjnymi sumarycznymi, w których założony został różny stosunek powierzchni emisyjnych  $\alpha_1 : \alpha_2$  odpowiednio materiałów  $\phi_1$  oraz  $\phi_2$ :

$$\begin{split} \mathbf{S}_1: \ \ \alpha_1 &= 10^{-2} \ \mathrm{m}^2, \ \alpha_2 &= 0.99 \ \mathrm{m}^2, \\ \mathbf{S}_2: \ \ \alpha_1 &= 10^{-4} \ \mathrm{m}^2, \ \alpha_2 &= 0.999 \ 9 \ \mathrm{m}^2, \\ \mathbf{S}_3: \ \ \alpha_1 &= 10^{-6} \ \mathrm{m}^2, \ \alpha_2 &= 0.999 \ 999 \ \mathrm{m}^2 \end{split}$$

 $S_4: \ \alpha_1 = 10^{-8} \ m^2, \ \alpha_2 = 0.999 \ 999 \ 99 \ m^2.$ 

Rys 4.2.1a przedstawia charakterystykę I(U) symulacji dla podanych wcześniej parametrów. Widać z niego, że założone sumaryczne wykresy S<sub>1</sub> do S<sub>4</sub> mieszczą się w przedziale pomiędzy charakterystykami dla  $\phi_1$  oraz  $\phi_2$ . Na wykresach sumarycznych widać również, że nawet niewielkie – jednoprocentowe (przebieg  $S_1$ ) – pokrycie powierzchni emitującej materiałem o lepszych parametrach emisyjnych będzie miało decydujący wpływ na nachylenie charakterystyki FN. Jedyną różnicą w stosunku do charakterystyki o pełnym pokryciu (do gęstości prądu rzędu  $10^{10}$  A/m<sup>2</sup>) będzie jej pionowe przesunięcie w dół. Związane jest ono z niewielką powierzchnią emitującą lepszego materiału.

Przy pokryciach lepszym materiałem emisyjnym na mniejszych powierzchniach (charakterystyki  $S_2$  do  $S_4$ ) wpływ jego parametrów na charakterystykę emisyjną będzie coraz mniejszy. Charakterystyki FN dla kolejnych wykresów przesuwają się pionowo w dół i dominującą rolę w całkowitym prądzie coraz szybciej przejmuje materiał emisyjny o gorszych parametrach.



Rys 4.2.1 Wykres prądu emisji dla materiałów o dwóch różnych pracach wyjścia ( $\phi_1 = 3eV, \phi_2 = 4eV$ ) oraz dla sumy tych materiałów ( $S_1, S_2, S_3, S_4$ )

Z wykresu tego można wyciągnąć dwa podstawowe wnioski dotyczące pokrywania jednymi materiałami drugich:

- jako podłoże powinien być użyty materiał o gorszych parametrach emisyjnych. W takim przypadku nierównomierne pokrycie materiałem o lepszych parametrach będzie skutkowało jedynie przesunięciem charakterystyki FN w dół bez zmiany kąta nachylenia. W przypadku, gdy podłoże ma lepsze parametry emisyjne konieczne jest zagwarantowanie pełnego pokrycia gorszym materiałem w przeciwnym bądź razie nawet niewielkie "prześwity" lepszego materiału emisyjnego mogą mieć znaczący wpływ na kształt charakterystyk.
- należy zwracać szczególną uwagę na czystość technologiczną podczas wykonywania procesu pokrywania. Niewielkie zanieczyszczenia próbki (powierzchnia emisji

 $10^4 - 10^8$  razy mniejsza od powierzchni materiału podstawowego – charakterystyki S<sub>2</sub> do S<sub>4</sub>) materiałem o mniejszej pracy wyjścia mogą doprowadzić do błędu określenia parametrów emisyjnych materiału podstawowego.

Omówiona powyżej sytuacja została dokładnie przedstawiona na rys 4.2.2 Został on sporządzony przy założeniu dość skrajnych parametrów emisji w celu dokładniejszego zobrazowania zmian w wykresach. Na przebiegu sumarycznym ( $m_1 + m_2$ ) widoczny jest



Rys 4.2.2 Przypadek przegięcia charakterystyk podczas emisji z materiałów o dwócł wartościach pracy wyjścia:  $m_1 \phi = 4.5 \text{eV}, \alpha = 1 \text{m}^2; m_2 \phi = 2.5 \text{eV}, \alpha = 10^{-6} \text{m}^2$ 

dokładnie punkt "przegięcia", w którym dominującą rolę w prądzie emisji przejmuje materiał o gorszych parametrach emisyjnych, lecz znacznie większej powierzchni. Charakter załamania obydwu wykresów podobny jest do przedstawionego wcześniej "przegięcia" występującego podczas emisji z matryc o statystycznym rozrzucie parametrów fizycznych z tą tylko różnicą, że w przypadku emisji z matrycy o dwóch materiałach jego przebieg jest "bardziej ostry".

Ostatni wniosek z powyższych symulacji jest następujący: załamanie charakterystyki FN w stylu B z rys 4.2.3 nie może być spowodowane przez emisję z materiałów o dwóch różnych "zestawach parametrów emisyjnych" (pracach wyjścia, współczynnik wzmocnienia pola elektrycznego  $\beta$ , powierzchnia emisji  $\alpha$ ). Oznaczałoby to sytuację, w której materiał "gorszy" zaczyna emitować przy niższych napięciach i dopiero przy wyższych napięciach rozpoczyna emisję materiał o lepszych parametrach emisyjnych – sytuacja taka wydaje się niemożliwa.



Rys 4.2.3 "Style" załamania charakterystyki Fowlera – Nordheima

### 4.3 Wpływ rezystancji szeregowej i równoległej na kształt charakterystyk emiterów

Matryce emiterów polowych wraz z doprowadzeniami, układami w których są montowane oraz przede wszystkim z materiałami z których są wykonane tworzą układ elektryczny w którym (przy stałoprądowych pomiarach) występują dwa parametry. Jednym z nich jest rezystancja szeregowa (ograniczenie liczby nośników) drugim rezystancja równoległa (upływność).

Na rezystancję szeregową składa się:

- rezystancja doprowadzeń,
- rezystancja wewnętrzna mikroamperomierza (w układzie dokładnego pomiaru prądu)
   w precyzyjnych mikroamperomierzach stosowany jest układ wejściowy, którego zastępcza rezystancja wejściowa jest zerowa nie występuje spadek napięcia na tej rezystancji,
- rezystancja podłoża matrycy emiterów (w przypadku półprzewodnikowego podłoża dla matrycy emiterów czynnikiem dodatkowym jest ograniczenie liczby nośników),
- rezystancja stożków emiterowych.

Rezystancję równoległą tworzą następujące składniki:

- upływność izolatora pomiędzy katodą i anodą lub pomiędzy katodą i ekstraktorem w triodowych matrycach emiterów,
- rezystancje izolatorów w układzie pomiarowym,
- rezystancja wewnętrzna woltomierza (w układzie dokładnego pomiaru napięcia).

Podczas wykonanych przez autora dla zbadania wpływu ww. rezystancji symulacji charakterystyk zastosowany został zastępczy układ, w którym wszystkie rezystancje szeregowe i równoległe zastąpione zostały pojedynczymi rezystancjami. Zastępczy model matrycy emiterów zastosowany podczas symulacji przedstawiony został na rys 4.3.1.

Połączenie szeregowe emitera polowego z rezystorem szeregowym wprowadza do całego układu ujemne sprzężenie zwrotne. Napięcie całkowite U<sub>C</sub> zasilające matrycę emiterów jest sumą spadku napięcia na idealnej matrycy emiterów polowych  $U_{EP}$  i rezystancji szeregowej  $U_{Rs}$  (wzór (4.3.1)):

$$U_{c} = U_{EP} + U_{Rs} \tag{4.3.1}$$

Czyli napięcie na matrycy emiterów wynosi:

$$U_{EP} = U_C - U_{Rs} \tag{4.3.2}$$

Prąd płynący I w obwodzie szeregowym jest identyczny dla matrycy emiterów  $I_{FN}$  jak i dla rezystancji szeregowej  $I_{Rs}$ . Po podstawieniu powyższego do wzoru na prąd w powyższym obwodzie otrzymujemy:

$$I(U_{c}) = I_{FN}(U_{c} - I_{Rs} * R_{s})$$
(4.3.3)

Rozszerzenie wzoru (4.3.3) o parametry emisji ( $\alpha$ ,  $\beta$ ), pracę wyjścia ( $\phi$ ) oraz rezystancję szeregową R<sub>s</sub> powoduję, że wzór na prąd emisji (3.3.6) zmienia się do postaci:

Z wzoru tego wynikają następujące wnioski o wpływie rezystancji szeregowej:

$$I(V,\phi) = \alpha \cdot j(\beta \cdot (V - R_s \cdot \alpha \cdot j(\beta \cdot V, \phi)), \phi)$$
(4.3.4)

- wzrost powierzchni emisji  $\alpha$  powoduje proporcjonalny wzrost wpływu rezystancji szeregowej na całkowity prąd emisji, czynnik V ( $R_S \times \alpha$ ), czyli jego zmniejszenie,
- wzrost współczynnika wzmocnienia pola β powoduje również wzrost wpływu rezystancji szeregowej na całkowity prąd emisji. Spadek napięcia na rezystancji szeregowej R<sub>s</sub> jest wzmacniany β-krotnie i odejmowany od pola elektrycznego F odpowiedzialnego za prąd emisji.



Rys 4.3.1 Zastępczy model matrycy emiterów stosowany podczas symulacji wpływu rezystancji na charakterystyki emisji.

Umieszczony na rys 4.3.2 wykres przedstawia wynik symulacji komputerowej wpływu rezystancji szeregowej na kształt charakterystyki Fowlera – Nordheima. Symulacja została przeprowadzona dla trzech różnych wartości rezystancji oraz dla matrycy emiterów bez rezystancji szeregowej. Praca wyjścia z materiału wynosiła 3.5 eV. Założono również, że emisja zachodzi z idealnej matrycy emiterów o współczynniku  $\beta = 10^6$  V/m i powierzchni emisji  $\alpha = 10^{-10}$  m<sup>2</sup> oraz rezystancji szeregowych kolejno: 10  $\Omega$ , 1 k $\Omega$  oraz 100 k $\Omega$ . Z wykresu tego widać, że rezystancja szeregowa powoduje zmianę (w pewnym momencie) nachylenia prostej FN do poziomu. W miarę wzrostu wartości rezystancji zmiana nachylenia występuje przy mniejszych prądach emisji.

Rezystancja szeregowa matrycy emiterów powoduje ograniczenie maksymalnego prądu emisji. Właściwość ta może być wykorzystana do zabezpieczenia poszczególnych emiterów w matrycy przed nadmiernym lokalnym wzrostem emisji i jednocześnie do wy-równania (uśrednienia) prądu emisji z całej matrycy. Celowe wprowadzenie rezystancji szeregowej do każdego emitera tworzy ujemne sprzężenie zwrotne zabezpieczające w ten sposób matrycę przed zniszczeniem. Podczas projektowania takiego zabezpieczenia nale-



Rys 4.3.2 Wynik symulacji wpływu rezystancji szeregowej na charakterystyki I(U) oraz FN. Parametry emisji:  $\phi = 3.5 \text{eV}, \beta = 10^6, \alpha = 10^{-10}$ .

ży jednak zwrócić uwagę na możliwość przebicia napięciowego w takim rezystorze, ponieważ przy dużych prądach emisji mogą występować na nim duże spadki napięć [25].

Rezystancja równoległa  $R_R$  wprowadzona została do wzoru (3.3.6) jako dodatkowy składnik:

$$I(V,\phi) = \alpha \cdot j(\beta \cdot V,\phi) + \frac{V}{R_r}$$
(4.3.5)

Rys 4.3.3 Przedstawia wpływ rezystancji równoległej na kształt charakterystyk. Z wykresu tego widać, że rezystancja równoległa wywiera wpływ na charakterystykę FN przy niskich wartościach prądu emisji. Wynika z tego, że należy zwrócić szczególną uwagę na upływności występujące w układzie podczas pomiarów prądów o niewielkich wartościach.



Rys 4.3.3 Wynik symulacji wpływu rezystancji równoległej na charakterystyki I(U) oraz FN. Parametry emisji:  $\phi = 3.5 \text{eV}, \beta = 10^6, \alpha = 10^{-10}$ .

Przy szacowania parametrów emisji niebezpieczny jest zakres przejściowy, w którym – dla rezystancji równoległej – prąd emisji polowej jest porównywalny z upływnością układu a dla rezystancji szeregowej widoczny zaczyna być jej wpływ na kształt charakterystyki FN – unaoczniający się jej bardziej poziomym przebiegiem.

### 4.4 Wpływ stabilności napięcia zasilania na stabilność prądu emisji

Jednym z niewielu czynników, które można kontrolować podczas prowadzenia badań emisji polowej, jest wartość napięcia zasilającego. Stabilność napięcia zasilającego ma znaczenie zarówno podczas pomiarów stabilnościowych prądu emisji, jak również podczas badania charakterystyk I(U).

Wzór (3.3.6) zróżniczkowany względem pola elektrycznego F daje w wyniku równanie opisujące stabilność prądu emisji w funkcji stabilności pola elektrycznego (4.4.1) [8]:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{I}}{\mathrm{d}\mathbf{V}} = \mathbf{I}\left(\frac{\mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\phi}^{3/2}}{\boldsymbol{\beta}\cdot\mathbf{V}^2} + \frac{2}{\mathbf{V}}\right) \tag{4.4.1}$$

Poniżej przedstawiony został wynik symulacji wpływu wahań napięcia zasilającego na całkowity prąd emisji wynikający z numerycznego obliczania wpływu zmian pola elektrycznego na prąd emisji.

Symulacje wpływu wahań napięcia zasilającego przeprowadzone zostały dla materiałów o pracach wyjścia: 1, 2, 3, 4, 5, 6 oraz 7 eV. Rys 4.4.1 przedstawia wygląd charakterystyk dla tych parametrów. Gęstość prądu emisji została ograniczona od dołu do wartości 10<sup>-20</sup> A/m<sup>2</sup>. Wartość takiego prądu oznacza (~) przepływ jednego elektronu w przeciągu sekundy. Rzeczywiste wartości gęstości prądów podawane w literaturze kształtują się na poziomie większym od 1 A/m<sup>2</sup>.

Rys 4.4.2 przedstawia wynik, przeprowadzonej przez autora symulacji wpływu stabilności napięcia zasilającego na stabilność prądu emisji w zależności od pola elektrycznego F. Wzór (4.4.2) przedstawia sposób wyliczenia niestabilności prądu w zależności od pola elektrycznego i pracy wyjścia:

niestabilnosc
$$(F,\phi) = \frac{J(F+F\cdot 1\%,\phi) - J(F,\phi)}{J(F,\phi)} \cdot 100\%$$
 (4.4.2)



Rys 4.4.1 Symulacja charakterystyk emisji polowej dla różnych wartości prac wyjścia (1 – 7eV).

Z wykresów na rys 4.4.2 wynikają następujące wnioski:

- przy małych gęstościach prądu jednoprocentowy wzrost pola powoduje kilkudziesięcioprocentowy wzrost prądu.
- wraz z wzrostem pola elektrycznego wpływ jego niestabilności na całkowity prąd emisji maleje. Badania stabilności emisji powinny być więc wykonywane przy dużych gęstościach prądów lub przy pomocy bardzo stabilnego zasilacza.



Rys 4.4.2 Wpływ jednoprocentowej niestabilności napięcia zasilania na zmiany prądu emisji dla różnych wartości pracy wyjścia w funkcji pola elektrycznego.

- można określić w jakim punkcie charakterystyki emisyjnej znajduje się aktualnie emiter przez określenie szybkości wzrostu prądu przy znanej wartości wzrostu napięcia zasilającego. Daje to możliwość porównywania matryc emiterów wykonanych w warunkach rzeczywistych: Dla dwóch matryc o identycznych wartościach prądów emisji można określić, która z nich emituje z większej powierzchni, a która ma większą gęstość prądu. Algorytm wyznaczania zostanie podany w dalszej części pracy.
- przy znanej pracy wyjścia elektronów z materiału można określić, w każdym punkcie pomiarowym niezależnie, bezwzględną wartość pola elektrycznego i następnie na jego podstawie współczynnik β oraz jego ewentualne zmiany w trakcie trwania pomiaru (zmiany napięcia powinny być możliwie najmniejsze aby uniknąć wpływu ewentualnego przyrostu β przy określaniu szybkości wzrostu prądu). Problem zmiany wartości współczynników α oraz β zostanie dokładniej omówiony w kolejnym rozdziale.

## 5. Wyznaczanie wartości efektywnych parametrów emisji

# 5.1 Statyczność definicji powierzchni emisji $\alpha$ oraz współczynnika $\beta$

Omówione w poprzednich rozdziałach definicje współczynnika wzmocnienia pola elektrycznego  $\beta$  i powierzchni emisji  $\alpha$  powinny nosić miano definicji statycznych. W układach rzeczywistych, przy założeniu niezmienności ich wymiarów fizycznych, obydwie wielkości powinny być definiowane jako funkcje pola elektrycznego F lub powinna być mowa o ich wartościach efektywnych w danym układzie pracy przy określonym zakresie zmian pola elektrycznego (napięcia ekstrakcji).

Powyższe stwierdzenie związane jest z faktem, że przy emisji z jakichkolwiek układów (lub pojedynczych) emiterów o współczynniku  $\beta > 1$  prawdziwym jest stwierdzenie, że w pierwszej kolejności emitować zaczynają punkty emisyjne o największej lokalnej wartości współczynnika  $\beta$ . Jednocześnie ze wzrostem pola elektrycznego wzrasta również liczba miejsc, w których wartość tego pola pozwala na uzyskanie emisji elektronów powodując jednocześnie wzrost powierzchni emisji  $\alpha$ . Średnia wartość współczynnika  $\beta$ całego układu emisyjnego w takim przypadku powinna maleć.

Możliwe jest podanie funkcji opisujących zmiany  $\alpha$  i  $\beta$  ze zmianami pola elektrycznego F dla emiterów o ściśle zdefiniowanych wymiarach geometrycznych (rys 5.1.1a). Dużo trudniejsze – lub raczej niemożliwe – może być podanie takich funkcji w przypadku emisji z emiterów pokazanych na rys 5.1.1b.



Rys 5.1.1 Emitery polowe o zdefiniowanych wymiarach geometrycznych (a) oraz o mocno przypadkowej geometrii (b).

### 5.2 Określanie zmian efektywnych: pracy wyjścia oraz współczynnika wzmocnienia pola elektrycznego na podstawie zmiany kąta nachylenia wykresu FN

Kąt nachylenia charakterystyki Fowlera – Nordheima zależny jest przede wszystkim od wartości pracy wyjścia elektronów z materiału emitującego. Czynnikiem, od którego zależy również kąt nachylenia charakterystyki FN jest współczynnik wzmocnienia pola elektrycznego β. Wartość powierzchni emisyjnej w sposób bezpośredni nie powinna wpływać na kąt nachylenia charakterystyki FN. Jeżeli jednak dopuści się zmiany powierzchni emisji podczas badania charakterystyki będą one wówczas również wywierały swój wpływ na zmianę kąta nachylenia wykresu FN.

Poniżej zaprezentowane zostały wyniki trzech symulacji. W każdej z nich założone zostały zmiany tylko jednego z powyżej omówionych parametrów i jego wpływ na kąt nachylenia charakterystyki FN.

Kątem nachylenia funkcji:

$$f(x) = ax + b \tag{5.2.1}$$

jest arcus tangens jej współczynnika kierunkowego "*a*". Z symulacji oraz z pomiarów rzeczywistych charakterystyki Fowlera – Nordheima wynika, że jej kąt nachylenia zbliżony jest do wartości 90° (zakres -89° ... 90°).

Dla zwiększania przejrzystości symulacji wygodniejsza jest zmodyfikowana definicja kąta nachylenia funkcji:

 $Kat nachylenia = 90^{\circ} + \arctan(a)$ 

Kąt opisany wzorem (5.2.2) powinien się raczej nazywać kątem "odchylenia" charakterystyki FN od pionu.

W pierwszej kolejności zostały przeprowadzone symulacje wpływu zmiany pracy wyjścia na kąt nachylenia wykresu FN. Podczas symulacji założone zostały następujące parametry:

– praca wyjścia zmienia się w zakresie 0,1 ... 10 eV,

– współczynnik wzmocnienia pola elektrycznego:  $\beta = 1$ ; 10; 100 V/m,

(5.2.2)

 kąt nachylenia prostej FN obliczany był przy stałej gęstości prądu emisji, tzn. dla określonej pracy wyjścia poszukiwana była taka wartość pola elektrycznego aby gęstość prądu emisji miała określoną wartość.



Wykres symulacji został przedstawiony na rys 5.2.1.

Rys 5.2.1 Kąt odchylenia charakterystyki FN w zależności od pracy wyjścia przy stałej gęstości prądu emisji (10<sup>-2</sup>, 10<sup>3</sup>, 10<sup>8</sup>, 10<sup>13</sup> A/m<sup>2</sup>) i różnych wartościach współczynnika  $\beta$  (1, 10, 100).

Wynikają z niego następujące wnioski:

- bez dokładnej znajomości wartości współczynnika β nie można w sposób bezwzględny ustalić pracy wyjścia z materiału wyłącznie na podstawie kąta nachylenia charakterystyki FN,
- przy założeniu lokalnie stałej (w obrębie kilku wykonanych pomiarów dla niewielkiej różnicy napięć) wartości współczynnika β oraz lokalnie stałej gęstości prądu (do 10<sup>13</sup> A/m<sup>2</sup>) można dokładnie określić współczynnik zmiany pracy wyjścia na podstawie zmiany kąta nachylenia wykresu FN.
- można podać funkcję, która w zależności od kąta nachylenia FN uzależnia wartość pracy wyjścia φ od wartości współczynnika β dla szerokiego zakresu gęstości prądów (do 10<sup>13</sup> A/m<sup>2</sup>).

Na następnym wykresie (rys 5.2.2) przedstawione zostało podejście z innej strony: przy założonej niezmiennej wartości pracy wyjścia oraz gęstości prądu wyliczony został

wpływ zmian współczynnika  $\beta$  na kąt nachylenia wykresu FN. Wykres ten został sporządzony dla różnych wartości pracy wyjścia: (0.2, 0.5, 1, 3, 5, 7 oraz 9 eV). Z wykresu tego wynikają identyczne odpowiednio wnioski:



Rys 5.2.2 Zmiana kąta nachylenia wykresu FN w zależności od współczynnika β dla różnych wartości pracy wyjścia przy stałej gęstości prądu emisji.

- bez dokładnej znajomości pracy wyjścia nie można w sposób bezwzględny określić wartości współczynnika β wyłącznie na podstawie kąta nachylenia charakterystyki FN,
- można podać wzór określający dokładną wartość zmiany współczynnika β na podstawie zmiany kąta nachylenia charakterystyki FN przy gęstościach prądu nie przekraczających 10<sup>13</sup> A/m<sup>2</sup> (prostoliniowy zakres charakterystyki FN),
- można podać funkcję, która dla danego kąta nachylenia charakterystyki FN uzależnia wartość współczynnika β od wartości pracy wyjścia φ elektronów z materiału.

Rys 5.2.3 przedstawia symulację zmiany kąta nachylenia wykresu FN w zależności od wartości współczynnika  $\beta$  dla gęstości prądów od 10<sup>-2</sup> do 10<sup>13</sup> A/m<sup>2</sup> przy stałej pracy wyjścia. Wynika z niej, że w prostoliniowym zakresie wykresu FN nachylenie w niewielkim stopniu zależy od gęstości prądu emisji. Jeżeli dodatkowo uwzględnić, że zmiana kąta nachylenia obliczana będzie w obrębie kilku kolejnych pomiarów (zbliżonych gęstości prądu) to można twierdzić, że obliczenia zmiany współczynnika  $\beta$  na podstawie zmiany kąta nachylenia wykresu FN dają dokładne wyniki.



 $Rys \ 5.2.3 \ Zmiana \ kąta \ nachylenia \ wykresu \ FN \ w \ zależności \\ od \ współczynnika \ \beta \ dla \ różnych \ gęstości \ prądu \ emisji$ 

## 5.3 Metoda wyznaczania efektywnych parametrów emisji na podstawie pomiarów charakterystyk I(U)

W rozdziale 4.4 niniejszej pracy zaprezentowany został wynik symulacji wpływu niestabilności napięcia zasilającego na stabilność prądu emisji. W jednym z ostatnich wniosków podane zostało, że na podstawie szybkości wzrostu napięcia i prądu w zmierzonej charakterystyce można podać wartości parametrów  $\alpha$  i  $\beta$  przy znajomości pracy wyjścia elektronów z materiału. W niniejszym ustępie zostanie podany – opracowany przez autora – algorytm postępowania umożliwiający ich wyznaczenie.

Algorytm postępowania pokazany zostanie na dwóch teoretycznych charakterystykach pomiarowych. Pierwszej – idealnej – o stałych (niezmiennych w trakcie pomiaru) wartościach parametrów  $\alpha$  oraz  $\beta$  i drugiej – bardziej odpowiadającej rzeczywistym warunkom – charakterystyce pomiarowych wyliczonej ze wzoru Fowlera – Nordheima z uwzględnieniem statystycznego rozrzutu parametrów technologicznych tzn. wzrostu wartości powierzchni emisji  $\alpha$  oraz zmniejszaniu się współczynnika wzmocnienia pola elektrycznego  $\beta$  wraz ze wzrostem pola elektrycznego F. Weryfikacja algorytmu w oparciu o rzeczywiste dane pomiarowe zostanie zaprezentowana na kilku przykładowych rzeczywistych charakterystykach pomiarowych.

#### Omówienie metody na przykładzie charakterystyki emisyjnej teoretycznej

Dla charakterystyki teoretycznej wybrane zostały następujące parametry emisji:

- praca wyjścia elektronów 4.4eV,
- współczynnik  $\beta 3 \times 10^6$  1/m,
- powierzchnia emisji  $\alpha 1 \times 10^{-15} \text{ m}^2$ ,
- dla obliczenia prądów emisji został wybrany wzór z teorii Fowlera Nordheima z aproksymacją funkcji eliptycznych podaną przez H.C. Millera [17].

Na podstawie powyższych założeń wyliczonych zostało 6 punktów pomiarowych. Ich wartości liczbowe przedstawione zostały w tabeli 5.3.1, wykresy I(U) oraz FN na rysunku 5.3.1.



Rys 5.3.1 Wykres teoretycznej, przykładowej charakterystyki emisyjnej (a) oraz jej charakterystyki FN (b)

| Lp. | Napięcie [V] | Prąd [A]   |
|-----|--------------|------------|
| 1   | 1000         | 8.022e-010 |
| 2   | 1148         | 1.420e-008 |
| 3   | 1319         | 1.767e-007 |
| 4   | 1515         | 1.618e-006 |
| 5   | 1741         | 1.134e-005 |
| 6   | 2000         | 6.303e-005 |

Tabela 5.3.1 Wartości liczbowe przykładowej teoretycznej charakterystyki emisyjnej ( $\phi$ =4.4eV,  $\beta$ =1×10<sup>6</sup>,  $\alpha$ =1×10<sup>-15</sup>).

Wyznaczanie parametrów polega na wybraniu ze zmierzonej charakterystyki dwóch punktów pomiarowych – np. punkt pierwszy oraz drugi:

$$U_1 = 1000$$
V,  $I_1 = 8.022 \times 10^{-10}$ A

$$U_2 = 1148$$
V,  $I_2 = 1.420 \times 10^{-8}$  A

Następnie obliczeniu współczynników wzrostu napięcia  $\Delta U_1$  oraz prądu  $\Delta I_1$ :

$$\Delta U_1 = \frac{U_2 - U_1}{U_1} \cdot 100\% \tag{5.3.1}$$

$$\Delta I_1 = \frac{I_2 - I_1}{I_1} \cdot 100\% \tag{5.3.2}$$

Dla wybranych wyżej punktów pomiarowych współczynniki wzrostu wynoszą:

 $\Delta U_1 = 14,8 \%, \Delta I_1 = 1670 \%$ 

W powyższych wyrażeniach dzięki podzieleniu kolejnych wartości z pomiarów przez siebie pozbywamy się wpływu parametrów  $\alpha$  i  $\beta$ . Pozostaje tylko wpływ zmiany ich wartości w trakcie wzrostu napięcia od U<sub>1</sub> do U<sub>2</sub>. Istnieje kilka wyjść z takiej sytuacji:

- w przypadku gdy różnica pomiędzy U<sub>1</sub> a U<sub>2</sub> będzie dążyła do zera można założyć, że zmiana wartości współczynnika β będzie również malała (dążyła do jedności),
- można założyć niezmienność parametrów α i β podczas całego pomiaru i potraktować ich wartości jako wartości efektywne,
- można założyć funkcję zależną od kształtu geometrii emitera, która będzie opisywała zmianę wartości parametrów α i β w stosunku do wzrostu napięcia U. Następnie sko-rygować obliczenia dokonane we wzorach (5.3.1) oraz (5.3.2) o wartość tej zmiany.

W następnym kroku należy wykreślić wykres zmian prądu dla obliczonej wcześniej wartości współczynnika przyrostu napięcia  $\Delta U_1$  według zmodyfikowanego wzoru (4.4.2):

$$\Delta I(F,\phi) = \frac{J_{aprx}(F + F \cdot \Delta U_1, \phi) - J_{aprx}(F,\phi)}{J_{aprx}(F,\phi)} \cdot 100\%$$
(5.3.3)

gdzie :

 $\Delta I - przyrost prądu,$ 

F-pole elektryczne,

 $\Delta U_1$  – obliczony z punktów pomiarowych współczynnik przyrostu napięcia,

 $J_{aprx}$  – założona funkcja emisyjna.

Więcej wyjaśnień wymaga ostatni parametr: założona funkcja emisyjna –  $J_{aprx}$ . W analizowanym przykładzie założone zostało, że prąd emisji opisany jest podstawową teorią Fowlera – Nordheima z aproksymacją funkcji eliptycznych podaną przez H.C. Millera. W niniejszej pracy podane zostały rozszerzenia tej teorii uwzględniające wpływ również innych parametrów (rozrzutu statystycznego lub rezystancji szeregowej i równoległej). Jeżeli podczas wyznaczania parametrów emisji założone zostanie, że na prąd emisji wywierają wpływ również inne czynniki, należy wówczas podstawić w miejsce  $J_{aprx}$ funkcję opisującą prąd emisji i uwzględniającą wpływ tych parametrów. Ważne jest tylko aby ta funkcja po wykreśleniu wykresów według wzoru (5.3.3) była funkcją jednoznaczną dla założonego zakresu zmian pola elektrycznego. Na rysunku 5.3.2 przedstawione zostały wykresy funkcji obliczone według wzoru (5.3.3) dla wyznaczonego wcześniej parametru  $\Delta U_1$  (14,8 %) oraz trzech różnych wartości pracy wyjścia: 2.5, 4.4 oraz 6 eV.

Na rysunku tym została również zaznaczona wartość  $\Delta I_1$  (1670 %) wyznaczona wcześniej z danych pomiarowych. Z rysunku tego można odczytać wartości pola elektrycznego F<sub>x</sub> niezbędnego do uzyskania danej wartości  $\Delta I_1$  dla różnych prac wyjścia elektronów z materiału. Na rysunku tym widać również, że są to jedyne możliwe do uzyskania wartości pola dla wyznaczonych wcześniej parametrów  $\Delta U_1$  oraz  $\Delta I_1$  i założonej pracy wyjścia  $\phi$ .



Rys 5.3.2. Wykresy funkcji (5.3.3) dla trzech różnych wartości pracy wyjścia 2.5, 4.4 oraz 6 eV dla parametru  $\Delta U_1$  o wartości 14,8%

Wartości pól elektrycznych wynoszą odpowiednio dla różnych prac wyjścia (wartości te zostały wyznaczone numerycznie – przy pomocy napisanego do tego celu przez autora oprogramowania):

- $\phi_1 = 2.5 eV, F_1 = 1 \ 267 \ 199 \ 839 \ V/m,$
- $-\phi_2 = 4.4 \text{eV}, F_2 = 2\ 999\ 999\ 999\ \text{V/m},$
- $-\phi_3 = 6.0 \text{eV}, F_3 = 4\ 807\ 050\ 373\ \text{V/m}.$

Znając wartość pola elektrycznego  $F_x$  oraz odpowiedniej pracy wyjścia  $\phi_x$  można ze wzoru na prąd emisji  $J_{aprx}$  obliczyć gęstość prądu emisji  $J_x$ :

-  $J_1 = J_{aprx} (F_1, \phi_1) = 946\ 666\ A/m^2$ ,

- 
$$J_2 = J_{aprx} (F_2, \phi_2) = 802\ 271\ A/m^2$$
,

-  $J_3 = J_{aprx} (F_3, \phi_3) = 826 \ 308 \ A/m^2$ .

Znając wartości napięć i prądów w odpowiednich punktach pomiarowych można (ze wzorów (5.3.4) oraz (5.3.5)) wyznaczyć wartości odpowiednich współczynników  $\beta_x$  oraz  $\alpha_x$ :

$$\beta_1 = \frac{F_1}{U_1}$$
(5.3.4)

$$\alpha_1 = \frac{I_1}{J_1} \tag{5.3.5}$$

Po podstawieniu danych z analizowanego wcześniej przykładu otrzymamy odpowiednio:

- $\quad \varphi_1 = 2.5 \text{ eV}; \ \beta_1 = 1 \ 267 \ 199, \ \alpha_1 = 8.4747 \times 10^{-16},$
- $\phi_2 = 4.4 \text{ eV}$ :  $\beta_2 = 2.999.999 \sim 3 \times 10^6$ ,  $\alpha_1 = 1 \times 10^{-15}$ ,
- $\phi_3 = 6.0 \text{ eV}$ :  $\beta_3 = 4\ 807\ 050$ ,  $\alpha_1 = 9.7091\ \times 10^{-16}$ ,

Znając wartości współczynników  $\alpha$ ,  $\beta$  oraz pracę wyjścia można obliczyć wartości prądów w pozostałych punktach pomiarowych. Zestawienie takich prądów pokazane zostało w tabeli 5.3.2.

|     | Punkty pomiarowe charaktery-<br>styki teoretycznej (tabela 5.3.1)  |            | Dane wyliczone   |            |  |  |
|-----|--|------------|--|------------|--|--|
|     | $ \begin{split} \varphi &= 4.4 eV, \\ \beta &= 3 \times 10^6, \\ \alpha &= 1 \times 10^{-15} \end{split} $ |            | $\begin{split} \varphi_1 &= 2.5 eV, \\ \beta_1 &= 1.26{\times}10^6, \\ \alpha_1 &= 8.47{\times}10^{-16} \end{split}$ |            | $\begin{split} \varphi_3 &= 6.0 eV, \\ \beta_3 &= 4.80 {\times} 10^6, \\ \alpha_3 &= 9.70 {\times} 10^{-16} \end{split}$ |  |
| Lp. | Napięcie [V]   | Prąd [A]   | Prąd [A]   | Prąd [A]   | Prąd [A]   |  |
| 1   | 1000   | 8.022e-010 | 8.022e-010   | 8.022e-010 | 8.022e-010   |  |
| 2   | 1148   | 1.420e-008 | 1.420e-008   | 1.420e-008 | 1.420e-008   |  |
| 3   | 1319   | 1.767e-007 | 1.758e-007   | 1.767e-007 | 1.770e-007   |  |
| 4   | 1515   | 1.618e-006 | 1.596e-006   | 1.618e-006 | 1.628e-006   |  |
| 5   | 1741   | 1.134e-005 | 1.105e-005   | 1.134e-005 | 1.147e-005   |  |
| 6   | 2000   | 6.303e-005 | 6.050e-005   | 6.303e-005 | 6.421e-005   |  |

Tabela 5.3.2 Zestawienie charakterystyk I(U) danych pomiarowych i danych wyliczonych dla różnych wartości prac wyjścia.

Z podanego algorytmu oraz powyższych wyliczeń można wyciągnąć następujące wnioski:

- dla każdej dowolnej pary punktów pomiarowych I<sub>1</sub>(U<sub>1</sub>) oraz I<sub>2</sub>(U<sub>2</sub>) i każdej wartości pracy wyjścia φ można podać wartości parametrów α i β. Wartości tych parametrów są jedynymi możliwymi do uzyskania dla podanej kombinacji parametrów (I<sub>1</sub>(U<sub>1</sub>), I<sub>2</sub>(U<sub>2</sub>) oraz φ) i jednocześnie jedynymi pozwalającymi na wyliczenie prądu emisji I<sub>1</sub> oraz I<sub>2</sub> (za pomocą zastosowanej funkcji emisyjnej  $J_{aprx}$ ) w punktach U<sub>1</sub> oraz U<sub>2</sub> przy danej pracy wyjścia φ.
- jeżeli założona wcześniej wartość pracy wyjścia (φ<sub>1</sub>, φ<sub>2</sub> lub φ<sub>3</sub>) zgadza się z wartością efektywną pracy wyjścia przy której następowała emisja elektronów to przy wyliczaniu prądów w kolejnych punktach pomiarowych (I<sub>3</sub>(U<sub>3</sub>), I<sub>4</sub>(U<sub>4</sub>), ...) ich wartości powinny być zgodne z wartościami prądów uzyskanymi podczas pomiaru danej charakterystyki

W tabeli 5.3.2 w kolumnie "dane wyliczone – praca wyjścia  $\phi_2 = 4.4$  eV" widać, że dla kolejnych punktów pomiarowych prądy są identyczne z prądami uzyskanymi z danych pomiarowych. W przypadku, gdy do wyznaczania parametrów została wybrana mniejsza wartość pracy wyjścia ( $\phi_1 = 2.5$ eV) to prądy wyliczone w kolejnych punktach pomiarowych są mniejsze od prądów uzyskanych podczas pomiaru. Z drugiej strony – jeżeli do wyznaczenia parametrów wybrana została większa wartość pracy wyjścia ( $\phi_3 = 6.0$ eV) to prądy uzyskane z wyliczenia są większe od prądów uzyskanych przez pomiar charakterystyki.

Zależność powyższa została sprawdzona dla wielu danych testowych i można na jej podstawie podać jeden główny wniosek:

Dla wyznaczenia efektywnych wartości parametrów emisji polowej na podstawie pomiarów charakterystyki prądowo – napięciowej należy:

- zmierzyć charakterystykę I(U) emitera polowego (lub matrycy) minimum 3 punkty pomiarowe: I<sub>1zm</sub>(U<sub>1</sub>), I<sub>2zm</sub>(U<sub>2</sub>), I<sub>3zm</sub>(U<sub>3</sub>).
- dla dwóch dowolnie wybranych punktów pomiarowych (np:  $I_{1zm}(U_1)$ ,  $I_{2zm}(U_2)$ ) należy wyznaczyć wartości efektywne parametrów  $\alpha$  i  $\beta$  dla założonej dowolnie wartości pracy wyjścia  $\phi$  według algorytmu podanego wcześniej.

- używając wyznaczonych wartości a i b oraz założonej wartości pracy wyjścia \$\u0395 należy obliczyć ze wzoru na prąd emisji spodziewaną wartość prądu w kolejnym (trzecim) punkcie pomiarowym: I<sub>3w</sub>(U<sub>3</sub>).
- porównać wartość prądu zmierzonego I<sub>3zm</sub> z wyliczonym I<sub>3w</sub> dla trzeciego punktu pomiarowego:

Jeżeli:

- I<sub>3zm</sub> > I<sub>3w</sub> to oznacza, że do wyznaczenia przyjęta została efektywna praca wyjścia o wartości zbyt małej. Należy przyjąć większą wartość pracy wyjścia i kontynuować obliczenia od pkt. 2 niniejszego algorytmu,
- I<sub>3zm</sub> < I<sub>3w</sub> to oznacza, że przyjęta została efektywna praca wyjścia o wartości zbyt dużej. Należy przyjąć mniejszą wartość pracy wyjścia i kontynuować obliczenia od pkt. 2 niniejszego algorytmu,
- $I_{3zm} = I_{3w}$  sukces przyjęta w pkt. 2 wartość pracy wyjścia jest identyczna z efektywną wartością pracy wyjścia, dzięki której zachodziła emisja polowa!

Dokładniejsze badania i symulacje, przeprowadzone przez autora, pozwalają na stwierdzenie, że dla 3 punktów pomiarowych wyznaczone w ten sposób wartości efektywne współczynników  $\alpha$ ,  $\beta$  oraz  $\phi$  są jedynymi możliwymi do uzyskania.

#### Omówienie metody na przykładzie charakterystyki teoretycznej z rozrzutem wymiarów fizycznych

Dla charakterystyki idealnej obliczonej z uwzględnieniem rozrzutu statystycznego parametrów fizycznych wybrane zostały następujące parametry emisji:

- praca wyjścia elektronów 4.4eV,
- współczynnik  $\beta$  3×10<sup>6</sup>,
- powierzchnia emisji  $\alpha 1 \times 10^{-15} \text{ m}^2$ ,
- współczynnik rozrzutu zmian odległości anoda katoda  $\sigma = 0.1$ ,
- dla obliczenia prądów emisji został wybrany wzór z teorii Fowlera Nordheima z aproksymacją funkcji eliptycznych podaną przez H.C. Millera [17].

Na podstawie powyższych założeń wyliczonych zostało 6 punktów pomiarowych. Ich wartości liczbowe przedstawione zostały w tabeli 5.3.3, wykresy I(U) oraz FN na rysunku 5.3.3.

| Lp. | Napięcie [V] | Prąd [A]   | Prąd [A] dla symulacji<br>bez rozrzutu stat. |
|-----|--------------|------------|--|
| 1   | 1000         | 9.275e-009 | 8.022e-010                                   |
| 2   | 1148         | 9.438e-008 | 1.420e-008                                   |
| 3   | 1319         | 7.656e-007 | 1.767e-007                                   |
| 4   | 1515         | 5.041e-006 | 1.618e-006                                   |
| 5   | 1741         | 2.742e-005 | 1.134e-005                                   |
| 6   | 2000         | 1.254e-004 | 6.303e-005                                   |

Tabela 5.3.3 Wartości liczbowe przykładowej teoretycznej charakterystyki emisyjnej z uwzględnieniem rozrzutu technologicznego odległości anoda – katoda ( $\phi$ =4.4eV,  $\beta$ =1×10<sup>6</sup>,  $\alpha$ =1×10<sup>-15</sup>,  $\sigma$  = 0.1).



Rys 5.3.3 Wykres teoretycznej, przykładowej charakterystyki emisyjnej z rozrzutem odległości anoda – katoda (a) oraz jej charakterystyki FN (b)

W tabeli 5.3.4 zaprezentowane zostały wyniki wyznaczania parametrów emisji na podstawie powyższej charakterystyki emisyjnej.

|  | WYZNACZANIE | WARTOŚCI EI | FEKTYWNYCH | PARAMETRÓW | EMISJI |
|--|-------------|-------------|------------|------------|--------|
|--|-------------|-------------|------------|------------|--------|

|     | Punkty pomiarowe charakte-<br>rystyki teoretycznej<br>(tabela 5.3.3)   |            |  | Dane wyliczone  |   |
|-----|--|------------|--|---|---|
|     | $φ = 4.4 eV, β = 3 \times 10^{6},$<br>$α = 1 \times 10^{-15}, σ = 0.1$ |            | $\begin{split} \varphi_1 &= 4.4 eV, \\ \beta_1 &= 3.766{\times}10^6, \\ \alpha_1 &= 1.252{\times}10^{-16} \end{split}$ | $\begin{split} \varphi_2 &= 10 eV, \\ \beta_2 &= 13.14{\times}10^6, \\ \alpha_2 &= 9.271{\times}10^{-17} \end{split}$ | $\begin{split} \varphi_3 &= 15 eV, \\ \beta_3 &= 24.31 {\times} 10^6, \\ \alpha_3 &= 6.862 {\times} 10^{-17} \end{split}$ |
| Lp. | Napięcie [V]   | Prąd [A]   | Prąd [A]   | Prąd [A]  | Prąd [A]  |
| 1   | 1000   | 9.275e-009 | 9.275e-009   | 9.275e-009  | 9.275e-009  |
| 2   | 1148   | 9.438e-008 | 9.438e-008   | 9.438e-008  | 9.438e-008  |
| 3   | 1319   | 7.656e-007 | 7.253e-007   | 7.289e-007  | 7.303e-007  |
| 4   | 1515   | 5.041e-006 | 4.365e-006   | 4.428e-006  | 4.452e-006  |
| 5   | 1741   | 2.742e-005 | 2.124e-005   | 2.183e-005  | 2.205e-005  |
| 6   | 2000   | 1.254e-004 | 8.585e-005   | 8.968e-005  | 9.115e-005  |

Tabela 5.3.4 Zestawianie danych pomiarowych charakterystyki z rozrzutem parametrów emisji oraz próby wyznaczenia parametrów emisji na podstawie obliczonej charakterystyki.

W tabeli tej jako punkty bazowe do wyznaczenie parametrów emisji przyjęte zostały dwa pierwsze punkty pomiarowe ( $P_1 = 1000V / 9.527 \times 10^{-9}A$ , oraz  $P_2 = 1148V / 9.438 \times 10^{-8}A$ ). Dla pracy wyjścia 4.4 eV (przyjętej do wyznaczenia charakterystyki) widać, że dla kolejnych punktów pomiarowych (od 3 do 6) kolejne wartości prądów odbiegają coraz bardziej od wartości zmierzonej. Prądy wyliczone są zawsze mniejsze od prądów zmierzonych. Identyczna zależność powtarza się dla próby wyznaczenia parametrów emisji dla kolejnych wartości prac wyjścia: 10 oraz 15 eV. W tabelce tej widać jednak, że dla rosnącej wartości pracy wyjścia charakterystyki wyliczone są coraz bliższe charakterystyce zmierzonej. Całkowitej całkowitą zgodność charakterystyk udało się uzyskać do-



Rys 5.3.4 Wykres teoretycznej, przykładowej charakterystyki emisyjnej z rozrzutem odległości anoda – katoda (a) oraz jej charakterystyk obliczonych po wyznaczeniu parametrów emisji: (b)  $\phi = 4.4 \text{eV}$ , (c)  $\phi = 10 \text{eV}$ , (d)  $\phi = 15 \text{eV}$ .

piero po założeniu modelu emisji identycznego z modelem charakterystyki zmierzonej – tzn. założony został rozrzut odległości katoda na poziomie:  $\sigma = 0.1$ .Wykresy powyższych charakterystyk zostały przedstawione na rys 5.3.4.

Kolejna tabelka (5.3.5) przedstawia wyniki analizy przeprowadzonej na danych pomiarowych charakterystyki z rozrzutem odległości anoda katoda. Założone zostało, że praca wyjścia elektronów z materiału jest zawsze równa wartości przyjętej do wyznaczenia charakterystyki (4.4 eV) a następnie proces wyznaczania parametrów emisji był powtarzany dla kolejnych par punktów pomiarowych: (1 - 2), (2 - 3), (3 - 4), itd. W tabelce zebrane zostały wyznaczone w ten sposób wartości współczynników  $\alpha$  oraz  $\beta$ . Z rozumowania przedstawionego w rozdziale 5.1 niniejszej pracy wynika, że w równolegle ze wzrostem pola elektrycznego F chwilowa wartość współczynnika  $\beta$  powinna maleć a powierzchnia emisji  $\alpha$  powinna rosnąć.

| Numery punktów                         | praca wyjścia 4.4 eV |                   | praca wyjścia 1.3 eV |                   | praca wyjścia 10 eV |                   |
|--|----------------------|-------------------|----------------------|-------------------|---------------------|-------------------|
| pomiarowych, dla<br>których wyznaczono | wartość<br>wsp. α    | wartość<br>wsp. β | wartość<br>wsp. α    | wartość<br>wsp. β | wartość<br>wsp. α   | wartość<br>wsp. β |
| parametry emisji                       | $[\times 10^{-16}]$  | $[\times 10^{6}]$ | $[\times 10^{-16}]$  | $[\times 10^{6}]$ | $[\times 10^{-16}]$ | $[\times 10^{6}]$ |
| 1-2                                    | 1.252                | 3.766             | 0.658                | 0.5794            | 0.927               | 13.14             |
| 2-3                                    | 1.960                | 3.661             | 1.110                | 0.5606            | 1.403               | 12.81             |
| 3-4                                    | 2.804                | 3.571             | 1.713                | 0.5439            | 1.939               | 12.52             |
| 4 - 5                                  | 3.717                | 3.494             | 2.453                | 0.5289            | 2.480               | 12.28             |
| 5-6                                    | 4.630                | 3.428             | 3.308                | 0.5154            | 2.978               | 12.09             |

Tabela 5.3.5 Wyznaczenie parametrów emisji dla charakterystyki 5.3.3 dla różnych punktów bazowych (pomiarowych) oraz różnej wartości pracy wyjścia.

Dane zawarte w powyższej tabelce potwierdzają przeprowadzone rozumowanie. Dla sprawdzenia jak będą zachowywać się wartości współczynników  $\alpha$  oraz  $\beta$  powyższe symulacje zostały przeprowadzone również przy założeniu innych wielkości pracy wyjścia (w tabelce zamieszczone zostały jedynie przykładowe skrajne wartości pracy wyjścia 1.3 eV oraz 10 eV) We wszystkich przeprowadzonych symulacjach zachowanie omawianych współczynników było identyczne: wraz ze wzrostem pola elektrycznego F chwilowa wartość powierzchni emisji  $\alpha$  rosła a wartość współczynnika wzmocnienia pola elektrycznego  $\beta$  malała.

Wydaje się więc, że dla układów rzeczywistych wyznaczenie parametrów emisji na podstawie zmierzonych charakterystyk jest praktycznie niemożliwe – można jedynie pró-
bować oceniać efektywną wartość tych parametrów w jakimś określonym (założonym) zakresie zmian parametrów wejściowych.

Poniżej zaprezentowane zostaną przykłady wyznaczania parametrów emisji dla rzeczywistych charakterystyk emisyjnych, których pomiary zostały wykonane przez autora.

## Zastosowanie metody wyznaczania parametrów emisji dla charakterystyki emisyjnej molibdenu.

Pierwszym przykładem jest pomiar emisji z molibdenu. Jako emiter wykorzystany został pręt molibdenowy o średnicy około 1 mm. Emisja następowała z jednego z jego końców, który został zaostrzony mechanicznie do kształtu stożka.

Pręt został chemicznie oczyszczony (roztwór KOH) oraz wygrzany w wysokiej temperaturze. Po umieszczeniu go w stanowisku próżniowym i odpompowaniu był on wystarzany przez kilka godzin prądem o niewielkim natężeniu. Pomiar, który został zaprezentowany poniżej był jedenastym pomiarem charakterystyki emisji z tego emitera. Tabela 5.3.6 przedstawia uzyskane dane pomiarowe, charakterystyka emisji oraz FN została przedstawiona na rysunku 5.3.5.

| Lp. | Napięcie[V] | Prąd [µA] | Lp. | Napięcie[V] | Prąd [µA] |
|-----|-------------|-----------|-----|-------------|-----------|
| 1   | 700         | 0.8       | 9   | 1500        | 26        |
| 2   | 800         | 1.7       | 10  | 1600        | 37        |
| 3   | 900         | 3.3       | 11  | 1700        | 45        |
| 4   | 1000        | 5.5       | 12  | 1800        | 64        |
| 5   | 1100        | 9         | 13  | 1900        | 79        |
| 6   | 1200        | 12        | 14  | 2000        | 96        |
| 7   | 1300        | 15        | 15  | 2100        | 130       |
| 8   | 1400        | 20        | 16  | 2200        | 160       |

Tabela 5.3.6 Punkty pomiarowe uzyskane podczas pomiaru charakterystyki emisji polowej z molibdenu – pomiar Mo-11.



Rys 5.3.5 Wykres charakterystyki emisyjnej molibdenu z tabeli 5.3.6 oraz odpowiadającej jej charakterystyki Fowlera – Nordheima.

Podczas wyznaczania parametrów przyjęte zostało, że praca wyjścia elektronów z molibdenu wynosi ~4.2 eV. W tabeli 5.3.7 przedstawione zostały wyniki wyznaczenia parametrów emisji a na rysunku 5.3.6 odpowiadające im wykresy.

|     | Dane pomiarowe   |           | Dane wyliczone      |       |           |  |  |
|-----|--|-----------|---------------------|-------|-----------|--|--|
|     | $      \phi = 4.2 eV, \beta = ?, \\ \alpha = ?, \sigma = ? $ |           |                     |       |           |  |  |
| Lp. | Napięcie [V]   | Prąd [µA] | Prąd [µA] Prąd [µA] |       | Prąd [µA] |  |  |
| 1   | 700  | 0.8       | 0.800               | 0.800 | 0.800     |  |  |
| 2   | 800  | 1.7       | 1.758               | 1.774 | 1.748     |  |  |
| 3   | 900  | 3.3       | 3.291               | 3.317 | 3.275     |  |  |
| 4   | 1000   | 5.5       | 5.500               | 5.500 | 5.500     |  |  |
| 5   | 1100   | 9         | 8.454               | 8.354 | 8.515     |  |  |
| 6   | 1200   | 12        | 12.19               | 11.88 | 12.39     |  |  |
| 7   | 1300   | 15        | 16.74               | 16.05 | 17.17     |  |  |
| 8   | 1400   | 20        | 22.09               | 20.82 | 22.90     |  |  |
| 9   | 1500   | 26        | 28.24               | 26.16 | 29.58     |  |  |
| 10  | 1600   | 37        | 35.17               | 32.01 | 37.23     |  |  |
| 11  | 1700   | 45        | 42.84               | 38.32 | 45.84     |  |  |
| 12  | 1800   | 64        | 51.24               | 45.04 | 55.40     |  |  |
| 13  | 1900   | 79        | 60.32               | 52.13 | 65.92     |  |  |
| 14  | 2000   | 96        | 70.07               | 59.53 | 77.36     |  |  |
| 15  | 2100   | 130       | 80.44               | 67.22 | 89.71     |  |  |
| 16  | 2200   | 160       | 91.41               | 75.15 | 103.0     |  |  |

Tabela 5.3.7 Zestawienia charakterystyki pomiarowej molibdenu oraz charakterystyk uzyskanych po wyznaczeniu efektywnych parametrów emisji dla różnych wartości

prac wyjścia:  $\phi_1 = 4.2 \text{eV}$ ,  $\phi_2 = 1.2 \text{eV}$ ,  $\phi_3 = 15 \text{eV}$ .



Rys 5.3.6 Wykres charakterystyki emisyjnej molibdenu (a) oraz charakterystyk wykreślonych na podstawie wyznaczonych parametrów (b): φ<sub>2</sub> = 1.2eV, (c) : φ<sub>1</sub> = 4.2eV, (d) : φ<sub>3</sub> = 15eV – na podstawie tabeli 5.3.7.

Z powyższej tabeli i wykresów widać, że w początkowym zakresie emisji (pierwsze cztery punkty pomiarowe) charakterystyka pomiarowa jest odwzorowana najlepiej przez charakterystykę wyznaczoną dla pracy wyjścia  $\phi_1 = 4.2$  eV. Jeżeli jednak rozważana będzie cała zmierzona charakterystyka to najodpowiedniejszą aproksymacją będzie charakterystyka wyliczona dla pracy wyjścia  $\phi_3 = 15$  eV (dla większych wartości pracy wyjścia wyznaczenie parametrów emisji w tym przypadku jest niemożliwe). Ogólnie z wyliczonych punktów pomiarowych oraz z wykreślonych na ich podstawie wykresów widać, że lepsze dopasowanie charakterystyki pomiarowej do charakterystyk aproksymowanych uzyskuje się dla większych wartości pracy wyjścia.

Jeżeli jednak po rozważymy kształt charakterystyki rzeczywistej oraz charakterystyk aproksymowanych to widać, że różnią się one znacznie – być może oznacza to, że podczas emisji zaczynają mieć wpływ inne czynniki.

W tabeli 5.3.8 zaprezentowane zostały wyniki wyznaczania współczynników  $\alpha$  oraz  $\beta$  dla kolejnych par punktów pomiarowych (1–4), (2–5), (3–6), …wykonane dla omawianej charakterystyki emisji z molibdenu.

|                       | ,                   | , |
|-----------------------|---------------------|---|
| W/MONTA OCTANIE MUADO | OCCUPERTY AND WOL   |   |
| VV Y Z NALZANIE WAR   | UNCEPEEKIYWNYCE     |   |
|                       | ODULI LILI I MITTUL |   |

| Numery punktów  | praca wyjścia 4.2 eV                               |   | praca wyjścia 1.2 eV                               |   | praca wyjścia 15 eV                                |   |
|---|--|---|--|---|--|---|
| pomiarowych dla<br>których wyznaczono<br>parametry emisji | wartość<br>wsp. $\alpha$<br>[× 10 <sup>-20</sup> ] | wartość<br>wsp. β<br>[× 10 <sup>6</sup> ] | wartość<br>wsp. $\alpha$<br>[× 10 <sup>-20</sup> ] | wartość<br>wsp. β<br>[× 10 <sup>6</sup> ] | wartość<br>wsp. $\alpha$<br>[× 10 <sup>-20</sup> ] | wartość<br>wsp. β<br>[× 10 <sup>6</sup> ] |
| 1-4   | 2.746  | 16.31                                     | 3.165  | 2.157                                     | 0.8227   | 121.0                                     |
| 2-5   | 4.091  | 15.13                                     | 4.836  | 1.990                                     | 1.202  | 112.7                                     |
| 3 - 6   | 2.503  | 16.62                                     | 3.370  | 2.128                                     | 0.6649   | 126.4                                     |
| 4 – 7   | 1.468  | 18.78                                     | 2.280  | 2.322                                     | 0.3472   | 146.9                                     |
| 5 - 8   | 1.037  | 21.19                                     | 1.848  | 2.521                                     | 0.2181   | 171.4                                     |
| 6 – 9   | 1.709  | 18.34                                     | 2.910  | 2.210                                     | 0.3738   | 146.6                                     |
| 7 - 10  | 7.720  | 12.46                                     | 10.66  | 1.586                                     | 2.010  | 95.27                                     |
| 8 - 11  | 7.806  | 12.29                                     | 11.16  | 1.551                                     | 1.975  | 94.59                                     |
| 9 - 12  | 28.83  | 9.263                                     | 35.60  | 1.207                                     | 8.189  | 69.49                                     |
| 10 - 13   | 19.26  | 10.10                                     | 26.22  | 1.289                                     | 5.071  | 77.03                                     |
| 11 – 14   | 32.39  | 8.891                                     | 42.03  | 1.147                                     | 8.855  | 67.24                                     |
| 12 – 15   | 41.28  | 8.587                                     | 54.20  | 1.104                                     | 11.18  | 65.07                                     |
| 13 – 16   | 67.32  | 7.693                                     | 84.94  | 0.998                                     | 18.80  | 57.92                                     |

Tabela 5.3.8 Zestawienia zmian powierzchni emisji  $\alpha$  oraz współczynnika wzmocnienia pola elektrycznego  $\beta$  wyznaczone na podstawie kolejnych par punktów pomiarowych dla różnych wartości prac wyjścia:  $\phi_1 = 4.2$ eV,  $\phi_2 = 1.2$ eV,  $\phi_3 = 15$ eV.



Rys 5.3.7 Wykres zmian powierzchni emisji α (a) oraz wzmocnienia pola elektrycznego β (b) wykreślony na podstawie parametrów zamieszczonych w tabeli 5.3.8.

Z wyników wyliczeń oraz z zamieszczonych powyżej wykresów widać, że – niezależnie od wartości pracy wyjścia – efektywna powierzchnia emisji ( $\alpha$ ) najpierw maleje a później od pewnego momentu zaczyna rosnąć i odpowiednio współczynnik wzmocnienia pola elektrycznego  $\beta$  najpierw powoli wzrasta – i następnie od tej samej pary punktów pomiarowych (5 – 8) zaczyna powoli maleć. Zmiany te można – być może – interpretować jako wyostrzanie się punktów emisyjnych – powodujące zmniejszanie powierzchni emisyjnej  $\alpha$  wraz z jednoczesnym zwiększaniem wartości współczynnika wzmocnienia pola elektrycznego  $\beta$  – a następnie po ustaleniu się warunków emisji na stożkach wraz ze wzrostem wartości pola elektrycznego emisja następuje z punktów emisyjnych o gorszych parametrach – co powoduje całkowity wzrost powierzchni emisyjnej z jednoczesnym zmniejszeniem wartości współczynnika wzmocnienia pola elektrycznego  $\beta$ .

#### Analiza charakterystyki emisji polowej z GaN

Kolejnym przykładem wyznaczania parametrów emisji będzie charakterystyka emisji polowej z GaN. Kryształki GaN zostały osadzone na matrycy krzemowych piramidek (42×42) Cały proces pomiarowy został przeprowadzony w stanowisku próżniowym z ultra czystą próżnią przy poziomie próżni lepszym od  $1 \times 10^{-5}$  Pa. Omawiana charakterystyka emisyjna została również zaprezentowana w artykule [7].

Teoria emisji polowej została wyprowadzona przy założeniu, że emisja następuje z metalu. GaN jest półprzewodnikiem i jeżeli w dalszej części pracy są wspominane jego parametry to w odniesieniu do teorii Fowlera – Nordheima należy mówić o wartościach efektywnych danego parametru.

Wartościami efektywnymi posługujemy się przede wszystkim dlatego, że pozwalają na stosunkowo łatwe porównanie różnych rodzajów emiterów. Nie należy jednak wyciągać zbyt daleko idących wniosków odnośnie mechanizmów emisji, ponieważ jest to tylko umowny sposób oceny, przy czym teoria Fowlera – Nordheima stanowi punkt odniesienia.

Wyniki pomiaru jednej z charakterystyk emisyjnych zaprezentowane zostały w tabeli 5.3.9 oraz na rys 5.3.8. Umieszczone tam zostały również charakterystyki obliczone po wyznaczeniu parametrów emisji. Przy wyznaczeniu pierwszej charakterystyki jako punkty bazowe posłużyły punkt 3 oraz 4 z charakterystyki pomiarowej. Przy założeniu, że praca wyjścia z GaN wynosi 3 eV wyznaczono powierzchnię emisji  $\alpha = 1.765 \times 10^{-16}$  m<sup>2</sup> oraz współczynnik  $\beta = 2.833 \times 10^{6}$  1/m. Po obliczeniu kolejnych punktów z charakterystyki (na podstawie wyznaczonych parametrów) okazało się, że odbiegają one znacznie od charakterystyki rzeczywistej – tabela 5.3.9 kolumna dla pracy wyjścia  $\phi_1 = 3$ eV. Zdecydowano więc, o zmianie punktów bazowych. Do kolejnych obliczeń przyjęte zostały punkty: 3 oraz 10 z omawianej charakterystyki pomiarowej. Następnie wyznaczone zostały parametry emisji dla dwóch różnych wartości pracy wyjścia:  $\phi_2 = 3eV$  oraz  $\phi_3 = 1eV$ . Z danych przedstawionych w tabelce 5.3.9 widać, że lepsze dopasowanie charakterystyki pomiarowej do charakterystyki wyznaczonej występuje dla mniejszej wartości pracy wyjścia.

|     | Dane pomiarowe<br>[GaN_1] |           | Dane wyliczone  |   |  |  |  |
|-----|---------------------------|-----------|---|---|--|--|--|
|     |                           |           | $\begin{split} \varphi_1 &= 3 eV, \\ \beta_1 &= 2.833 {\times} 10^6, \\ \alpha_1 &= 1.765 {\times} 10^{\text{-16}} \end{split}$ | $\begin{split} \varphi_2 &= 3eV, \\ \beta_2 &= 3.598{\times}10^6, \\ \alpha_2 &= 1.257{\times}10^{-17} \end{split}$ | $\begin{array}{l} \varphi_3 = 1 eV, \\ \beta_3 = 0.631 \times 10^6, \\ \alpha_3 = 8.242 \times 10^{-18} \end{array}$ |  |  |
| Lp. | Napięcie [V]              | Prąd [µA] | Prąd [µA]   | Prąd [µA]   | Prąd [µA]  |  |  |
| 1   | 910                       | 1         | 0.389   | 0.645   | 0.614  |  |  |
| 2   | 1000                      | 2         | 1.465   | 1.867   | 1.83   |  |  |
| 3   | 1100                      | 5         | 5.000   | 5.000   | 5.000  |  |  |
| 4   | 1200                      | 14        | 14.00   | 11.44   | 11.57  |  |  |
| 5   | 1300                      | 29        | 33.65   | 23.19   | 23.6   |  |  |
| 6   | 1400                      | 61        | 71.74   | 42.70   | 43.52  |  |  |
| 7   | 1500                      | 97        | 138.8   | 72.82   | 74.09  |  |  |
| 8   | 1600                      | 139       | 248.4   | 116.6   | 118.1  |  |  |
| 9   | 1700                      | 200       | 416.5   | 177.2   | 178.5  |  |  |
| 10  | 1800                      | 258       | 661.4   | 258.0   | 258.0  |  |  |
| 11  | 1900                      | 328       | 1003  | 361.9   | 358.9  |  |  |
| 12  | 2000                      | 440       | 1462  | 492.0   | 483.6  |  |  |

Tabela 5.3.9 Zestawienie charakterystyk I(U) rzeczywistych danych pomiarowych GaN oraz danych wyliczonych dla różnych punktów bazowych i wartości prac wyjścia.

Podczas następnych aproksymacji charakterystyki rzeczywistej zadecydowano o przyjęciu mniejszych efektywnych wartości pracy wyjścia.

W tabeli 5.3.10 przedstawione zostały charakterystyki wyznaczone dla następujących wartości pracy wyjścia:  $\phi_4 = 0.3 \text{ eV}$ ,  $\phi_5 = 0.1 \text{ eV}$ ,  $\phi_6 = 0.02 \text{ eV}$ . Z porównania charakterystyki rzeczywistej z charakterystykami wyznaczonymi widać, że najlepsze dopasowanie występuje przy pracy wyjścia  $\phi_6 = 0.02 \text{ eV}$ ! (odpowiednio  $\alpha = 5.181 \times 10^{-29} \text{ [m}^2 \text{]}$  oraz  $\beta = 841 \text{ [1/m]}$ ). Dalsze zmniejszanie pracy wyjścia skutkowało już zwiększaniem się niedopasowania charakterystyki rzeczywistej do aproksymowanej. Wykresy obrazujące dane umieszczone w tabeli 5.3.10 zostały przedstawione na rys. 5.3.9.



Rys 5.3.8 Wykres rzeczywistej charakterystyki emisyjnej GaN – (1) oraz charakterystyk wyznaczonych dla różnych parametrów z tabeli 5.3.9: (2) –  $\phi_1$  = 3eV, (3) –  $\phi_2$  = 3eV, (4) –  $\phi_3$  = 1eV.

|     | Dane pomiarowe |           | Dane wyliczone  |  |           |  |  |
|-----|----------------|-----------|---|--|-----------|--|--|
|     |                |           | $\begin{array}{l} \varphi_{4}=0.3eV,\\ \beta_{4}=89.31{\times}10^{3},\\ \alpha_{4}=7.323{\times}10^{-19} \end{array}$ | $\begin{array}{l} \varphi_5 = 0.1 eV, \\ \beta_5 = 14.12 \times 10^3, \\ \alpha_5 = 3.667 \times 10^{-21} \end{array}$ |           |  |  |
| Lp. | Napięcie[V]    | Prąd [µA] | Prąd [µA] Prąd [µA]   |  | Prąd [µA] |  |  |
| 1   | 910            | 1         | 0.564   | 0.493  | 0.340     |  |  |
| 2   | 1000 2         |           | 1.765 1.670   |  | 1.431     |  |  |
| 3   | 1100 5         |           | 5.000   | 5.000  | 5.000     |  |  |
| 4   | 1200 14        |           | 11.83   | 12.22  | 13.37     |  |  |
| 5   | 1300           | 29        | 24.36   | 25.57  | 29.27     |  |  |
| 6   | 1400           | 61        | 45.05   | 47.48  | 54.97     |  |  |
| 7   | 1500           | 97        | 76.44   | 80.18  | 91.60     |  |  |
| 8   | 1600           | 139       | 121.0   | 125.5  | 138.9     |  |  |
| 9   | 1700           | 200       | 180.9   | 184.6  | 195.2     |  |  |
| 10  | 1800           | 258       | 258.0   | 258.0  | 258.0     |  |  |
| 11  | 1900           | 328       | 353.6   | 345.6  | 324.3     |  |  |
| 12  | 2000           | 440       | 468.7   | 446.9  | 391.2     |  |  |

Tabela 5.3.10 Zestawienie charakterystyk I(U): rzeczywistej z danych pomiarowych GaN oraz danych wyliczonych dla różnych wartości prac wyjścia.

Tak niska efektywna wartość pracy wyjścia może być powodowana przez wiele czynników – jednym z nich może być zmiana powierzchni emisji i co jest z tym związane zmiana parametrów emisyjnych podczas badania charakterystyki.

Kolejna tabela (5.3.11) przedstawia analizę zmian parametrów emisji  $\alpha$  oraz  $\beta$  w trakcie pomiaru charakterystyki. W tabeli tej zostały przedstawione wyznaczone wartości współczynników dla kolejnych par punktów pomiarowych (1–3), (2–4), (3–5), ....



Rys 5.3.9 Wykres rzeczywistej charakterystyki emisyjnej GaN – (1) oraz charakterystyk wyznaczonych dla różnych parametrów z tabeli 5.3.10: (2) –  $\phi_4 = 0.3 \text{ eV}$ , (3) –  $\phi_5 = 0.1 \text{ eV}$ , (4) –  $\phi_6 = 0.02 \text{ eV}$ .

| Numery punktów  | praca wyjścia 0.02eV                        |   | praca wyjścia 1 eV                          |   | praca wyjścia 3 eV                          |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| pomiarowych dla<br>których wyznaczono<br>parametry emisji | wartość<br>wsp. α<br>[× 10 <sup>-29</sup> ] | wartość<br>wsp. β<br>[× 10 <sup>0</sup> ] | wartość<br>wsp. α<br>[× 10 <sup>-18</sup> ] | wartość<br>wsp. β<br>[× 10 <sup>6</sup> ] | wartość<br>wsp. α<br>[× 10 <sup>-18</sup> ] | wartość<br>wsp. β<br>[× 10 <sup>6</sup> ] |
| 1 – 3   | 2.417                                       | 914                                       | 16.80                                       | 0.598                                     | 32.15                                       | 3.329                                     |
| 2-4   | 4.991                                       | 844                                       | 32.61                                       | 0.556                                     | 61.79                                       | 3.097                                     |
| 3 – 5   | 6.890                                       | 823                                       | 28.87                                       | 0.566                                     | 50.97                                       | 3.179                                     |
| 4 - 6   | 6.780                                       | 817                                       | 16.56                                       | 0.597                                     | 26.70                                       | 3.387                                     |
| 5 – 7   | 3.787                                       | 889                                       | 2.675                                       | 0.773                                     | 3.414                                       | 4.529                                     |
| 6 – 8   | 4.795                                       | 858                                       | 2.684                                       | 0.776                                     | 3.262                                       | 4.582                                     |
| 7 – 9   | 5.166                                       | 842                                       | 2.073                                       | 0.809                                     | 2.340                                       | 4.841                                     |
| 8 - 10  | 5.037                                       | 850                                       | 1.179                                       | 0.913                                     | 1.168                                       | 5.616                                     |
| 9 - 11  | 8.478                                       | 764                                       | 3.024                                       | 0.751                                     | 3.320                                       | 4.522                                     |

Tabela 5.3.11 Zestawienia zmian powierzchni emisji  $\alpha$  oraz współczynnika wzmocnienia pola elektrycznego  $\beta$  dla emisji z GaN wyznaczone na podstawie kolejnych par punktów pomiarowych dla różnych wartości prac wyjścia:  $\phi_1 = 0.02eV$ ,  $\phi_2 = 1eV$ ,  $\phi_3 = 3eV$ 

Z powyższej tabeli wywnioskować można dość zaskakujące wnioski – jeżeli założona zostanie stała wartość (efektywnej) pracy wyjścia podczas emisji – to efektywna wartość powierzchni emisji  $\alpha$  maleje a wartość współczynnika wzmocnienia pola  $\beta$  rośnie.

W przypadku emisji z GaN zmianę współczynników emisji wytłumaczyć można lokalnym podgrzaniem centrów emisyjnych do temperatury pozwalającej na uwolnienie się azotu ze związku (~650°C). Po uwolnieniu emisja następuje z płynnego galu – jego praca wyjścia jest zbliżona do pracy wyjścia z GaN. Pojawienie się ciekłego galu może powodować zmianę geometrii emitera – przy silnym polu elektrycznym – na jego powierzchni mogą się tworzyć stożki Taylora o bardzo małym promieniu krzywizny ostrza i znaczących wartościach współczynnika wzmocnienia pola elektrycznego  $\beta$ .

Dodatkową przyczyną powodującą, że przebieg charakterystyk I-V dla GaN przy większych wartościach pola elektrycznego nie pokrywa się z wartościami teoretycznymi może być wnikanie pola elektrycznego do wnętrza emitera. Zjawisko to powoduje wstrzykiwanie tzw. gorących elektronów z warstw atomowych leżących głębiej w emiterze. Ten proces emisji został rozpatrzony szerzej w pracy doktorskiej Bolesława Dobrzańskiego [9].

# 5.4 Wpływ błędów pomiarowych na dokładność wyodrębniania poszczególnych parametrów emisji.

Wynik każdego pomiaru jest obarczony błędem pomiarowym. Błędy w wartości mierzonej W<sub>rzecz</sub> mogą być zapisane za pomocą równania:

$$W_m = \delta_{const} + \delta \cdot W_{rzecz} \tag{5.4.1}$$

gdzie:

W<sub>m</sub>-wartość wskazywana przez miernik,

 $\delta_{const}$  – stała wartość błędu, np. offset,

 $\delta$  – wartość błędu zależna od wartości wielkości rzeczywistej,

W<sub>rzecz</sub>-rzeczywista wartość wielkości mierzonej.

Po podstawieniu wzoru (5.4.1) do równania (5.3.1) otrzymujemy:

$$\Delta U_1 = \frac{\delta_{const} + \delta U_2 - (\delta_{const} + \delta U_1)}{\delta_{const} + \delta U_1} \cdot 100\%$$
(5.4.2)

jeżeli  $\delta_{const} \rightarrow 0$  to:

$$\Delta U_1 = \frac{\delta (U_2 - U_1)}{\delta U_1} \cdot 100\%$$
(5.4.3)

wyprowadzenie identyczne można przeprowadzić dla równania (5.3.2).

Z powyższego wyprowadzenia wynika wniosek, że jeżeli zminimalizowany zostanie podczas pomiarów wpływ błędów pomiarowych typu  $\delta_{const}$  to błędy pomiarowe typu  $\delta W_{rzecz}$  będą miały jedynie wpływ na dokładność wyznaczenia powierzchni emisji  $\alpha$ oraz współczynnika  $\beta$ . Wartości pola elektrycznego i gęstości prądu emisji oraz szacowana wartość efektywnej pracy wyjścia w danym punkcie zostaną wyznaczone prawidłowo.

### 6. Wnioski

Podczas badań, pomiarów oraz symulacji autor postawił i udowodnił prawdziwość następujących tez:

- zostało udowodnione, że stosowane powszechnie metody aproksymacji funkcji eliptycznych Nordheima za pomocą prostych funkcji prowadzi do wprowadzenia znacznych błędów w obliczeniach prądu emisji – przy jednakowych warunkach emisyjnych. W symulacjach należy stosować aproksymacje tych funkcji podane przez H.C. Millera [17], bądź stosować funkcje właściwe.
- podawane powszechnie wartości współczynników emisji: wzmocnienia pola elektrycznego β oraz powierzchni emisji α powinny być traktowane jako wartości efektywne oraz chwilowe – obowiązujące przy dokładnie zdefiniowanych i określonych pozostałych warunkach emisji: napięciu ekstrakcji, wartości prądu emisji oraz kształcie emitera.
- zostało pokazane, że na kształt charakterystyki emisyjnej wywierają wpływ również inne czynniki:
  - rozrzut statystyczny wymiarów fizycznych,
  - rozrzut statystyczny pracy wyjścia,
  - emisja z matryc zawierających materiały o różnych wartościach pracy wyjścia,
  - rezystancja szeregowa matrycy emiterów (ograniczenie liczby nośników),
  - rezystancja równoległa (upływność) matrycy emiterów,
  - stabilność napięcia zasilającego.

Pokazane zostało, że każdy z ww. czynników posiada znaczący wpływ na kształt końcowej charakterystyki emisyjnej oraz, że podczas jakichkolwiek prób wyznaczania parametrów emisji należy uwzględnić możliwy wpływ każdego z tych czynników – bądź nazywać parametry emisyjne parametrami efektywnymi emisji uzyskanymi w konkretnych, zdefiniowanych, warunkach.

 zaprezentowany został – opracowany przez autora – algorytm postępowania umożliwiający wyznaczenie bezwzględnych, efektywnych wartości wszystkich podstawowych parametrów emisyjnych (pole elektryczne F, natężenie prądu I, współczynnik wzmocnienia pola  $\beta$ , powierzchnia emisji  $\alpha$  oraz praca wyjścia  $\phi$ ) wyłącznie na podstawie znajomości charakterystyki prądowo-napięciowej emisji polowej.

Opracowany algorytm opiera się na teorii emisji polowej Fowlera-Nordheima.

Podsumowując: w pracy zaprezentowane zostało praktyczne podejście do pomiarów emisji polowej, wyznaczania parametrów emisji oraz ich interpretacji. Autor starał się rozważyć wszystkie możliwe sposoby wyodrębniania parametrów i udowodnił, że jest możliwe bezwzględne wyznaczenie wszystkich ich wartości efektywnych wyłącznie na podstawie zmierzonej charakterystyki I(U) – bez jakichkolwiek dodatkowych danych wejściowych – proces pomiarowy wymaga jednak bardzo dużej dokładności. Przeciętne warunki pomiarowe (zwłaszcza próżnia) nie zapewniają dostatecznej stabilności emisji koniecznej dla uzyskania prawidłowych wyników.

### 7. Literatura

- Barry S. W., Weichold M. H. Nonlinear regression technique for parameter extraction from field emission data. J. Vac. Sci. Technol. B 12(2), Mar/Apr, p. 379, (1993),
- [2] Brodie I., Muray J.J., *Physics of microfabrication*, Plenum Publ. Co., New York, (1982),
- [3] Brodie I., Spindt C. A., *Vacuum microelectronics*, Advances in Electronics and Electron Phys. (red. P. Hawkes), 83, p. 2 106 (1992),
- [4] Burgess R. E., Kroenar H., Houston J. M., Corrected values of Fowler-Nordheim field emission functions v(y) and s(y), Phys. Rev. 90, p. 515 (1953),
- [5] Charbonier F. M., Martin E. E., A Simple Method for Derivering, from Measured I(V) Data, Information on the Geometry of a Field Emission Current Source of Unknown Characteristics, J. Appl. Phys. 33 p.1897 (1962),
- [6] Chung M. S., Cutler P. H., Miskovsky N. M., Sullivan T. E. Energy exchange processes in electron emission at high fields and temperatures J. Vac. Sci. Technol. B 12(2), Mar/Apr, p. 727, (1994),
- [7] Czarczyński W., Kieszkowski P., Łasisz St., Paszkiewicz R., Tłaczała M., Field emission from GaN on Si substrate J.Vac.Sci. Technol. B 19(1), p.47 (2001),
- [8] Czarczyński W., *Mikroelektronika próżniowa*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław (2000),
- [9] Dobrzański B., *Emisja polowa elektronów z materiałów niejednorodnych* Praca doktorska, Politechnika Wrocławska (2002),
- [10] Forbes R. G., *Field emission: New theory for the derivation of emission area from Fowler–Nordheim plot, J. Vac. Sci. Technol. B* 17(2) p.526 (1999),
- [11] Forbes R. G., Use of spreadsheet for Fowler Nordheim equation calculations, J.
   Vac. Sci. Technol. B 17(2) p.534 (1999),
- Fowler R. H., Nordheim L., *Electron Emission In Intense Electric Fields*, Proc.
   Roy. Soc. 119, p.173 (1928),
- [13] Gomer R. Extensions of the Field-Emission Fluctuation Method for the Determination of Surface Diffusion Coefficients, Appl. Phys. A39, p. 1, (1986),

- [14] Good R. H. Jr., Muller E.W., Field emission, w Encyclopedia of Physics (red. S. Flugge), 21, p. 176 231. Berlin, Springer–Verlag, (1956),
- [15] Gossling B. S., Phil. Mag. 1, p. 609 (1926),
- [16] Jensen K. L., Ganguly A. K. Numerical simulation of field emission from silicon J.
   Vac. Sci. Technol. B 11(2), Mar/Apr, p. 371, (1993),
- [17] Miller H. C., Obtaining numerical values for the elliptic emission functions used in calculating emission from surfaces J. Vac. Sci. Technol. 17(3) p.691 (1980),
- [18] Millikan, Eyring, Phys. Rev. 27, p. 51 (1926),
- [19] Millikan, Lauritsen, Proc. Nat. Ac. Sci. 14, p. 45 (1928),
- [20] Mousa M.S., Schwoebel P.R., Brodie I., Spindt C.A., *Observations of work function changes in field-emitter arrays* Appl. Surf. Sci. 67, p.56, (1993),
- [21] Murphy E. L., Good R. H. Jr. Thermonic emission, field emission and transition region, Phys. Rev. 102, p.1464 (1956),
- [22] Nicolaescu D., Technological parameters distribution effects on the current voltage characteristics of field emitter arrays J.Vac.Sci Technol. B 12(2), p 759, (1994),
- [23] Nordheim L., The Effect of the Image Force on the Emission and Reflection of Electrons by Metals, Proc. Roy. – Soc. 121, p. 626 (1928),
- [24] Nottingham W., Phys. Rev. 59, p. 907 (1941),
- [25] Parmeswaran L., Harris C. T., Graves C. A., Murphy R. A., Hollis M. A., Resistive arc protection for field-emitter-array used in X-band inductive output amplifiers J. Vac. Sci. Technol. B 17(2), 773, (1999),
- [26] R. W. Wood, Phys. Rev. 5, p. 1 (1897),
- [27] Richardson O. W., Phil. Mag. S6 23, p. 594 (1912),
- [28] Schottky W., Zeit Physik 14, p. 63 (1923),
- [29] Schottky W., Zeit Physik 14, p. 80 (1923),
- [30] Spindt C. A., A thin film field emission cathode, J. Appl. Phys. 39, p. 3504, (1968)
- [31] Zhirnov V.V., Lizzul-Rinne G., Wojak J., Sanwald R.C., Hren J.J, *"Standardization" of field emission measurements* J. Vac. Sci. Technol. B 19(1), p 87, (2001).