C3

Mgr inż. Stanisław Piesiak

DOBÓR OPTYMALNYCH CHARAKTERYSTYK ZAWIESZEŃ POJAZDU

Rozprawa doktorska

Promotor: Prof.dr hab.inż. Wacław Kasprzak

Politechnika Wrocławska

Instytut Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej

Wrocław 1971

SPIS TREŚCI

W S T Ę P

Szybki rozwój transportu samochodowego oraz podniesienie jego roli w gospodarce, skłoniły przedsiębiorstwa resortu przemysłu motoryzacyjnego do wnikliwego zapoznania się z problematyką bezpieczeństwa, wygody jazdy, trwałości konstrukcji oraz jakością nawierzchni dróg kołowych.

Instytut Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej w roku 1965 rozpoczął prace nad optymalizacją parametrów zawieszeń pojazdów kołowych i określeniem rzeczywistych widm obciążeń, działających w węzłach konstrukcyjnych pojazdu. Tą problematyką zainteresowały się Jelczańskie Zakłady Samochodowe. Autorowi niniejszej pracy przypadły w udziale dwa zadania:

- określenie optymalnych parametrów przyjętego dynamicznego modelu zawieszenia samochodu, na podstawie kryterium wygody jazdy;
- podanie metody wyznaczania "efektywnych" stałych sprężystości i tłumienia układu.

Zgodnie z wstępnymi założeniami praca nad zagadnieniem określenia optymalnych parametrów zawieszeń samochodu, miała pozwolić na określenie takich parametrów układu, dla którego wartość wskaźnika odczuwalności drgań jest najmniejsza, przy jednoczesnym spełnieniu dodatkowych wymogów narzuconych na układ.

Wymuszenie rzeczywiste określono na podstawie pomiarów dróg wykonanych przez Instytut, których wyniki podano w pracy [21]. Do optymalizacji wykorzystano funkcję gęstości widmowej wymuszenia. Wymuszeniem była reprezentatywna droga polska, którą wytypowano metodą taksonomii wrocławskiej. Za kryterium komfortu jazdy przyjęto kryterium Dieckmana podane w pracy [1]. Dla oceny układu zastosowano kryterium odczuwalności drgań przypadkowych, które zostało wyprowadzone na drodze uogólnienia kryterium Dieckmana. Zachowanie się organizmu ludzkiego pod wpływem drgań przypadkowych, jest obecnie przedmiotem wielu badań, ale jak do tej pory nie udało się zapisać tego kryterium wyrażeniem matematycznym.

Zagadnienia optymalizacji parametrów zawieszeń pojazdów kołowych są przedmiotem licznych badań autorów zagranicznych i krajowych. Prace autorów zagranicznych nad tym zagadnieniem rzadko są publikowane.

Ośrodki polskie prowadzą prace nad doborem optymalnych parametrów, koncentrując się na doborze jednego optymalnego parametru, np. tłumienia. Najczęstszym kryterium oceniającym układ jest kryterium bezpieczeństwa i wygody jazdy, wyrażające się jako minimum wariancji przyspieszeń nadwozia [15,16].

W tej pracy dąży się do znalezienia takiej trójki optymalnych parametrów, stałej resoru, opony i stałej amortyzatora, dla której współczynnik odczuwalności drgań jest najmniejszy.

Otrzymane parametry optymalne, jak i zależność współczynnika odczuwalności od zmian parametrów w pobliżu ich wartości optymalnych, mogą być podstawą dla konstruktora do realizacji układu rzeczywistego.

Realizacja techniczna takiego układu o parametrach optymalnych nie jest sprawą łatwą, ze względu na trudności w wykonaniu poszczególnych elementów takich jak amortyzator, resor czy też ogumienie o zadanych parametrach. Z drugiej zaś strony, jeśli udałoby się nawet takie elementy skonstruować, to jest możliwym, że w układzie rzeczywistym, przy działaniu konstrukcyjnych tłumień i sprężystości, układ ten nie spełni stawianych ze względu na komfort jazdy wymogów. Aby określić "efektywne sumaryczne sprężystości i tłumienia" w układzie rzeczywistym podano metodę wyznaczenia parametrów układu dynamicznego, na podstawie odpowiedzi układu, wywołanej kontrolowanym wymuszeniem harmonicznym.

Potrzeba podania efektywnej metody wyznaczania rzeczywistych stałych sprężystości i tłumień układu, wynika z dwóch zasadniczych powodów:

- po pierwsze konieczne jest porównanie parametrów otrzymanych w procesie identyfikacji z parametrami zadanymi,
- po drugie, dla określenia rzeczywistych widm obciążeń działających na nadwozie lub podwozie.

Porównanie parametrów układu rzeczywistego konstruowanego z założeniem, że posiadać będzie optymalne parametry, z parametrami określonymi drogą doświadczalną na tymże układzie, daje możliwość korekty układu i to takiej, aby sumaryczne stałe sprężystości i tłumienia były zbliżone do parametrów optymalnych.

Metodami najczęściej stosowanymi w kraju do wyznaczania stałych sprężystości są metody statyczne, zaś do określenia stałych współczynników tłumienia są metody dynamiczne polegające na określeniu pracy przy zadanej częstości wymuszenia. Budzą one jednakże dość poważne wątpliwości. Charakterystyki bowiem dynamiczne różnią się na ogół znacznie od statycznych. Ponieważ prace związane z zagadnieniami optymalizacji są z reguły rzadko publikowane ze względu na konkurencje między zespołami badawczymi i konstrukcyjnymi bezpośrednio związanymi z firmami produkującymi pojazdy, autor podjął się próby przeprowadzenia badań uzupełniających stan znanej i dostępnej publikacji na ten temat.

Dokładność i efektywność rozwiązania zarówno problemu optymalizacji, jak i identyfikacji układu rzeczywistego zależna jest od przyjętego wstępnie modelu matematycznego. Z tego też względu podano tu najpierw krótki przegląd omawianych w literaturze [30,34,38] modeli o jednym stopniu swobody. Kombinacja strukturalna tych modeli prowadzi do układów o dwóch i więcej stopniach swobody, które dokładniej aproksymują układy rzeczywiste. Następnie zaś omawia się problem optymalizacji i identyfikacji układu rzeczywistego pod kątem wprowadzenia korekt, mających na celu zbliżenie układu rzeczywistego do optymalnego.

W czasie wykonywania tej pracy korzystano z przychylnych uwag pracowników Instytutu Cybernetyki Technicznej, Instytutu Matematyki i Fizyki Teoretycznej Politechniki Wrocławskiej oraz Instytutu Matematyki Uniwersytetu Wrocławskiego, które pomogły autorowi w rozwiązaniu omawianych tu problemów. Obliczenia numeryczne wykonano w Ośrodku Obliczeń Numerycznych Politechniki Wrocławskiej i w Zakładzie Elektronicznej Techniki Obliczeniowej. Badania modelowe układu przeprowadzono w Instytucie Cybernetyki Technicznej.

1. DYNAMICZNE MODELE O JEDNYM STOPNIU SWOBODY PODZESPOŁU ZAWIESZENIA SAMOCHODU

Aby przeprowadzić optymalizację parametrów zawieszeń pojazdu kołowego należy przyjąć możliwie adekwatny model matematyczny opisujący wiernie zjawiska zachodzące w obiekcie rzeczywistym. W tym celu podano modele matematyczne podzespołu o jednym stopniu swobody, których kombinacje ze sobą wyczerpują dość dużą klasę modeli o dwóch i więcej stopniach swobody. Potrzeba właściwego doboru "modelu matematycznego" ma istotne znaczenie dla prawidłowego projektowania pojazdów kołowych metodami analitycznymi jak również przy wszelkich badaniach doświadczalnych zmierzających do weryfikacji parametrów.

1.1. Model zawieszenia z tłumieniem hydraulicznym

Dość często przyjmowanym układem dynamicznym zawieszeń podzespołu samochodu, jest układ o jednym stopniu swobody, pokazany na rys. 1.1, składający się ze sprężyny (resoru) oraz tłumika hydraulicznego. Zakładając, że siła tłumienia jest wprost proporcjonalna do prędkości, równanie różniczkowe ruchu masy M, wyrażające warunek równowagi sił przyjmie postać:

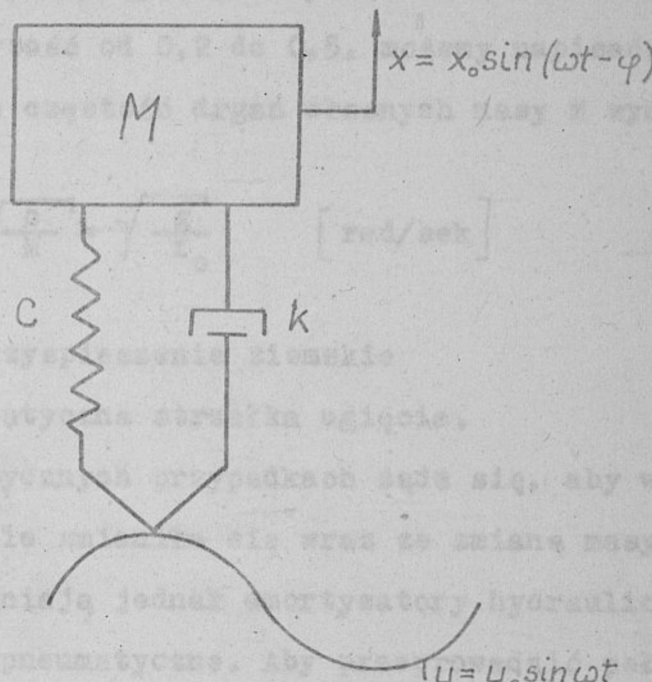
$$M\ddot{x} + k(\dot{x} - \dot{y}) + c(x - y) = 0 \qquad (1.1)$$

Równanie drgań swobodnych ($y = const$) układu ma postać:

$$M\ddot{x} + k\dot{x} + cx = 0 \qquad (1.2)$$

a jego rozwiązanie można przedstawić w postaci:

$$x = Ae^{-\frac{k}{2M}t} \sin\left[\sqrt{\frac{c}{M} - \left(\frac{k}{2M}\right)^2}\, t + \varphi\right] \qquad (1.3)$$



Rys.1.1. Model zawieszenia z tłumieniem hydraulicznym

Stałe A i φ są określane warunkami początkowymi. Na podstawie rozwiązania (1.3) określimy częstość drgań własnych tłumionych układu jako:

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{M} - \left(\frac{k}{2M}\right)^2} = \sqrt{\frac{c}{M}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{k}{2\sqrt{cM}}\right)^2} \qquad (1.4)$$

Jeśli wprowadzimy oznaczenia:

$\omega_o = \sqrt{\frac{c}{M}}$ - częstość kątowa drgań swobodnych,

$\delta = \frac{k}{2\sqrt{cM}} = \frac{k}{2M\omega_o}$ - bezwymiarowy współczynnik tłumienia,

to wyrażenie (1.4) przyjmie postać:

$$\omega = \omega_o \sqrt{1 - \delta^2} . \qquad (1.5)$$

Ponieważ bezwymiarowy współczynnik tłumienia osiąga zgodnie z [6,34,39] wartość od 0,2 do 0,5, możemy napisać, popełniając mały błąd, że częstość drgań własnych masy M wynosi

$$\omega \approx \sqrt{\frac{c}{M}} = \sqrt{\frac{g}{f_o}} \quad \left[\text{rad/sek}\right] \qquad (1.6)$$

gdzie: g - przyspieszenie ziemskie

f_o - statyczna strzałka ugięcia.

W wielu praktycznych przypadkach żąda się, aby wartość współczynnika δ nie zmieniła się wraz ze zmianą masy M. Warunku tego nie spełniają jednak amortyzatory hydrauliczne, a tylko amortyzatory pneumatyczne. Aby przeprowadzić pełną analizę układu przedstawionego na rys. 1.1 należy określić charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe przemieszczeń i przyspieszeń Po przekształceniu równania (1.1) otrzymujemy:

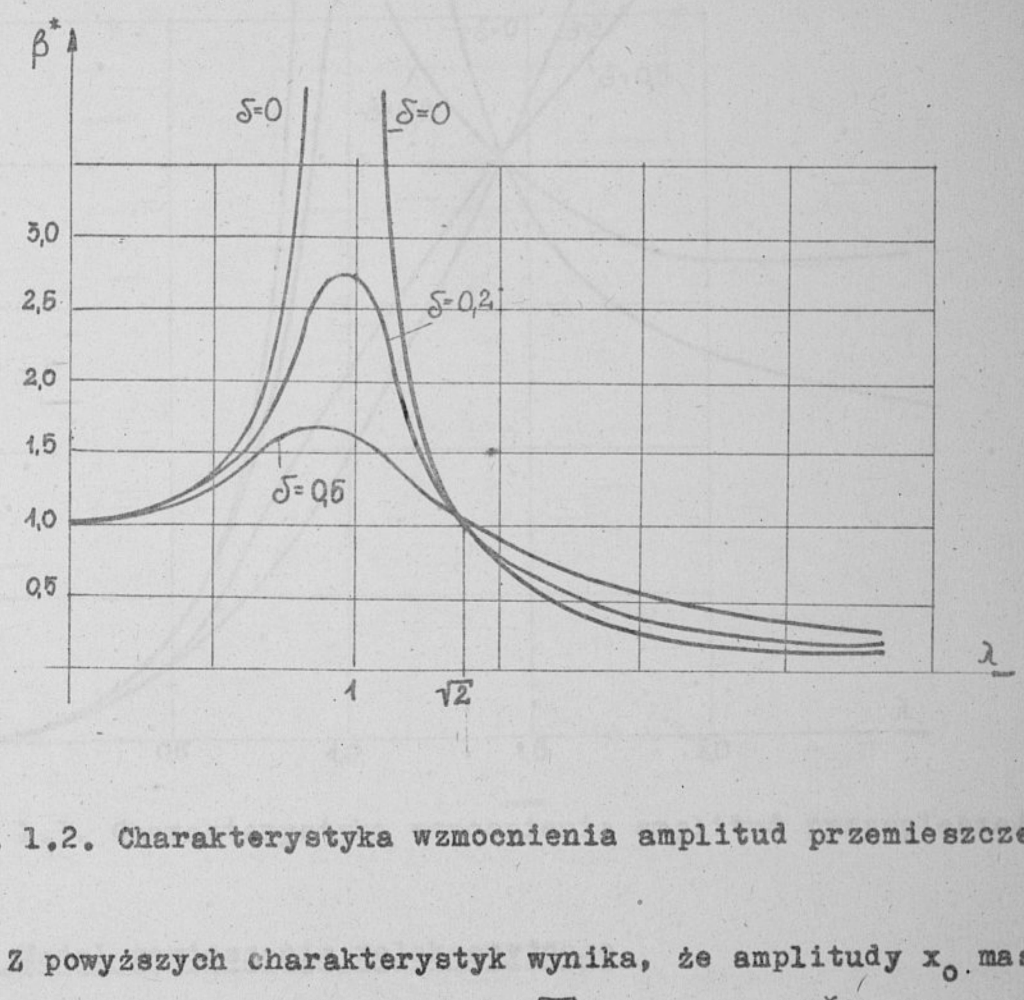
$$\beta^* = \left| \frac{x_o}{y_o} \right| = \sqrt{\frac{1 + (2\delta\lambda)^2}{(1 - \lambda^2)^2 + (2\delta\lambda)^2}} \qquad (1.7)$$

$$\beta = \beta^* \lambda^2$$

w którym: β^* - **charakterystyka wzmocnienia amplitud przemieszczeń,**

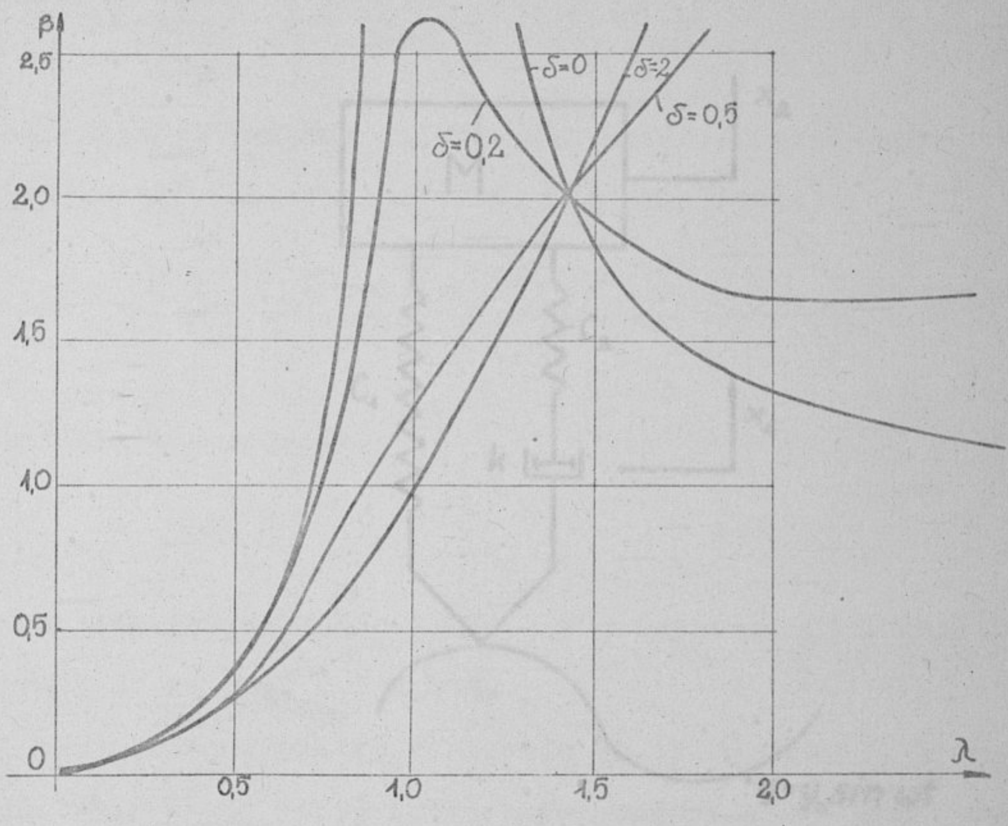
β - **charakterystyka wzmocnienia amplitud przyspieszeń.**

Dla tak przyjętych oznaczeń charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa przemieszczeń jest pokazana na rys. 1.2, a przyspieszeń na rys. 1.3.



Rys. 1.2. Charakterystyka wzmocnienia amplitud przemieszczeń

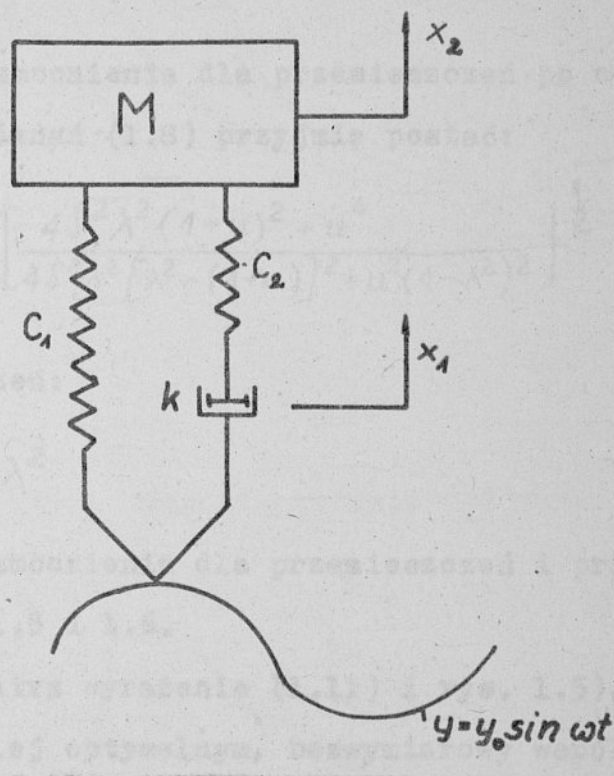
Z powyższych charakterystyk wynika, że amplitudy x_0 masy M przy dużych częstościach ($\lambda > \sqrt{2}$) są małe ($\beta^* \ll 1$), zaś przyspieszenia $x_0 \omega^2$ przy tych samych częstościach osiągają wartości bardzo duże w zależności od bezwymiarowego współczynnika tłumienia. Amplitudy przemieszczeń masy M dla $\lambda < \sqrt{2}$ osiągają wartość zawsze $x > 1$ przy założeniu, że amplituda wymuszenia $y_0 = 1$, amplitudy są tym większe, im bezwymiarowy współczynnik tłumienia jest mniejszy. Dla przyspieszeń natomiast charakterystyka wzmocnienia amplitud maleje ze wzrostem bezwymiarowego współczynnika tłumienia dla $\lambda < \sqrt{2}$.



Rys. 1.3. Charakterystyka wzmocnienia amplitud przyspieszeń

1.2. Model zawieszenia relaksacyjnego

W celu ograniczenia amplitud przyspieszeń dla dużych częstości wymuszeń, dość często proponuje się za pracami [7,38] układ o tzw. "zawieszeniu relaksacyjnym", pokazanym na rys. 1.4. Jak wynika z rys. 1.4 pomocniczy resor (sprężyna) o sztywności C_2 jest podłączony szeregowo z amortyzatorem o tarciu płynnym w wyniku czego działanie wymuszenia na masę M jest dużo łagodniejsze, ponieważ siła nie jest przekazywana natychmiast do masy M, dzięki obecności resoru relaksacyjnego pomiędzy amortyzatorem a masą M.



Rys. 1.4. Model zawieszenia relaksacyjnego

Równania różniczkowe tego układu możemy zapisać w postaci:

$$M\ddot{x}_2 = c_1(y - x_2) - c_2(x_1 - x_2) = 0,$$

$$k(\dot{y} - \dot{x}_1) = c_2(x_1 - x_2). \tag{1.8}$$

Częstość drgań własnych określamy jako:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_1}{M}}, \tag{1.9}$$

a wprowadzając oznaczenia

$$u = \frac{c_2}{c_1}; \quad \delta = \frac{k}{2Mc_1}; \quad \lambda = \frac{\omega}{\omega_0} \tag{1.10}$$

charakterystyka wzmocnienia dla przemieszczeń po odpowiednim przekształceniu równań (1.8) przyjmie postać:

$$\beta_1^* = \left| \frac{x_{20}}{y_0} \right| = \left[\frac{4\delta^2\lambda^2(1+u)^2 + u^4}{4\delta^2\lambda^2[\lambda^2-(1+u)]^2 + u^2(1-\lambda^2)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{1.11}$$

zaś dla przyspieszeń:

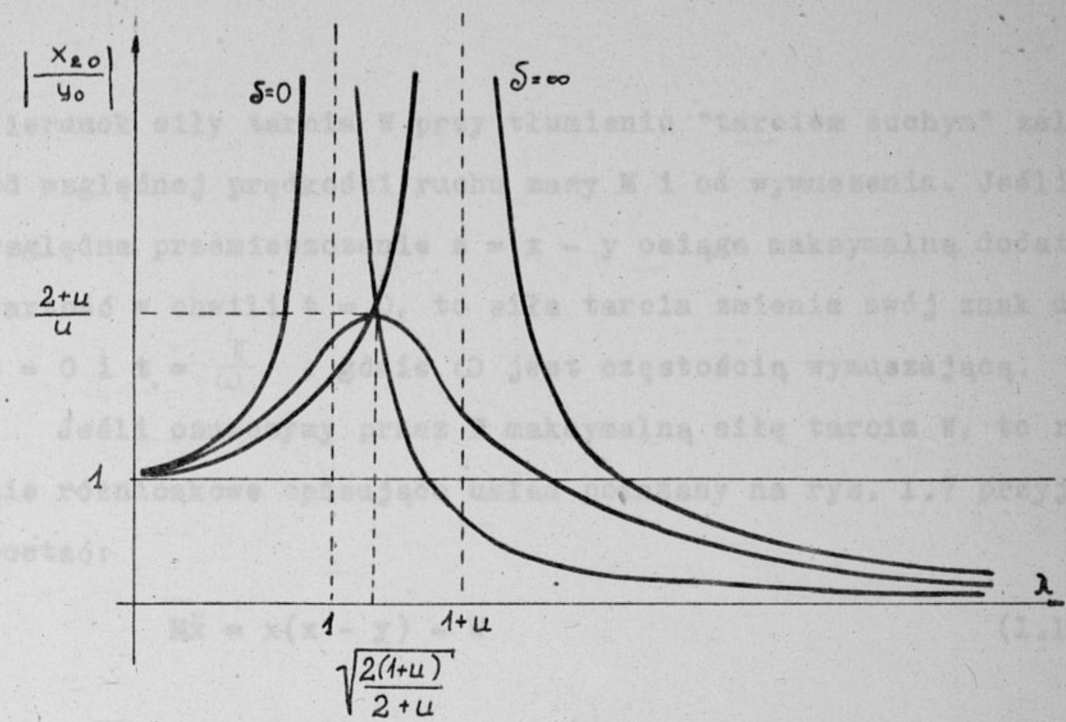
$$\beta_1 = \beta_1^* \lambda^2 \tag{1.12}$$

Charakterystyki wzmocnienia dla przemieszczeń i przyspieszeń pokazano na rys. 1.5 i 1.6.

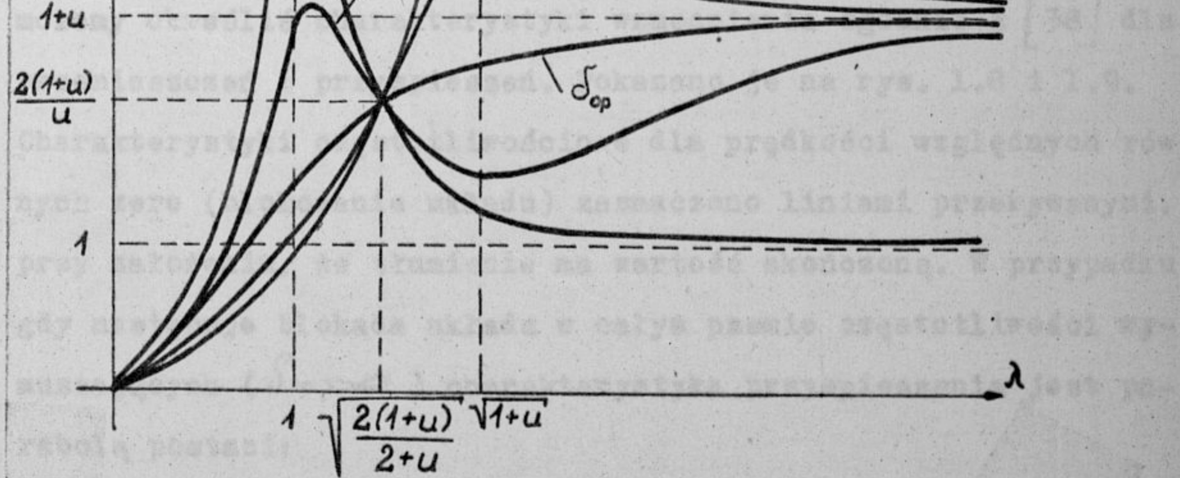
Sprawdzono (patrz wyrażenie (1.11) i rys. 1.5), że istnieje taki, zwany dalej optymalnym, bezwymiarowy współczynnik tłumienia, przy którym występuje minimalna wartość maksimum (ze względu na λ) współczynnika wzmocnienia β_1^*. Współczynnik wzmocnienia β_1^* dla δ_{opt} osiąga wtedy wartość maksymalną równą $(2 + u)/u$. Wartość optymalnego bezwymiarowego współczynnika tłumienia możemy zapisać jako:

$$\delta_{opt} = \sqrt{\frac{u^2(2+u)}{8(1+u)^2}} \tag{1.13}$$

Z porównania charakterystyk wzmocnienia dla przyspieszeń (rys. 1.3 i 1.6) wynika, że przyspieszenia masy M dla modelu z zawie-



Rys.1.5. Charakterystyka wzmocnienia amplitud przemieszczeń



Rys.1.6. Charakterystyka wzmocnienia amplitud przyspieszeń

Kierunek siły tarcia W przy tłumieniu "tarciem suchym" zależy od względnej prędkości ruchu masy M i od wymuszenia. Jeśli względne przemieszczenie $z = x - y$ osiąga maksymalną dodatnią wartość w chwili $t = 0$, to siła tarcia zmienia swój znak dla $t = 0$ i $t = \frac{\pi}{\omega}$, gdzie ω jest częstością wymuszającą.

Jeśli oznaczymy przez F maksymalną siłę tarcia W, to równanie różniczkowe opisujące układ pokazany na rys. 1.7 przyjmie postać:

$$M\ddot{x} = x(x - y) - W \tag{1.14}$$

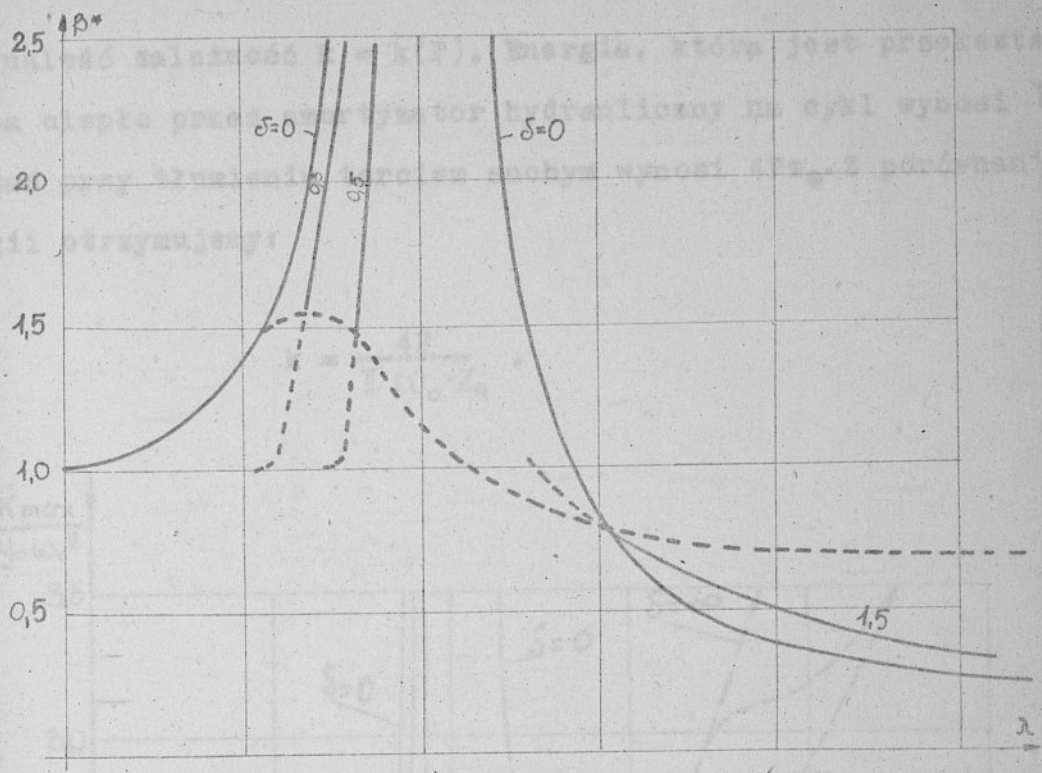
w którym: $W = F\,\mathrm{sgn}\,\dot{z}$.
Zwrot siły F jest przeciwny do zwrotu prędkości "$\dot{z}$" i zmienia się co pół okresu $0 < t < \frac{\pi}{\omega}$.

Wprowadzając oznaczenia:

$$\beta_2^* = \frac{x_0}{y_0};\quad \delta = \frac{F}{c\,y_0};\quad \lambda = \frac{\omega}{\omega_0};\quad \omega_0^2 = \frac{c}{M}; \tag{1.15}$$

możemy określić charakterystyki wzmocnienia zgodnie z [38] dla przemieszczeń i przyspieszeń. Pokazano je na rys. 1.8 i 1.9. Charakterystyki częstotliwościowe dla prędkości względnych równych zero (blokowanie układu) zaznaczono liniami przerywanymi, przy założeniu, że tłumienie ma wartość skończoną. W przypadku gdy następuje blokada układu w całym pasmie częstotliwości wymuszających ($\delta = \infty$) charakterystyka przyspieszenia jest parabolą postaci:

$$\beta_2 = \frac{\ddot{x}_{max}}{y_0\,\omega_0^{\,2}} = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \tag{1.16}$$



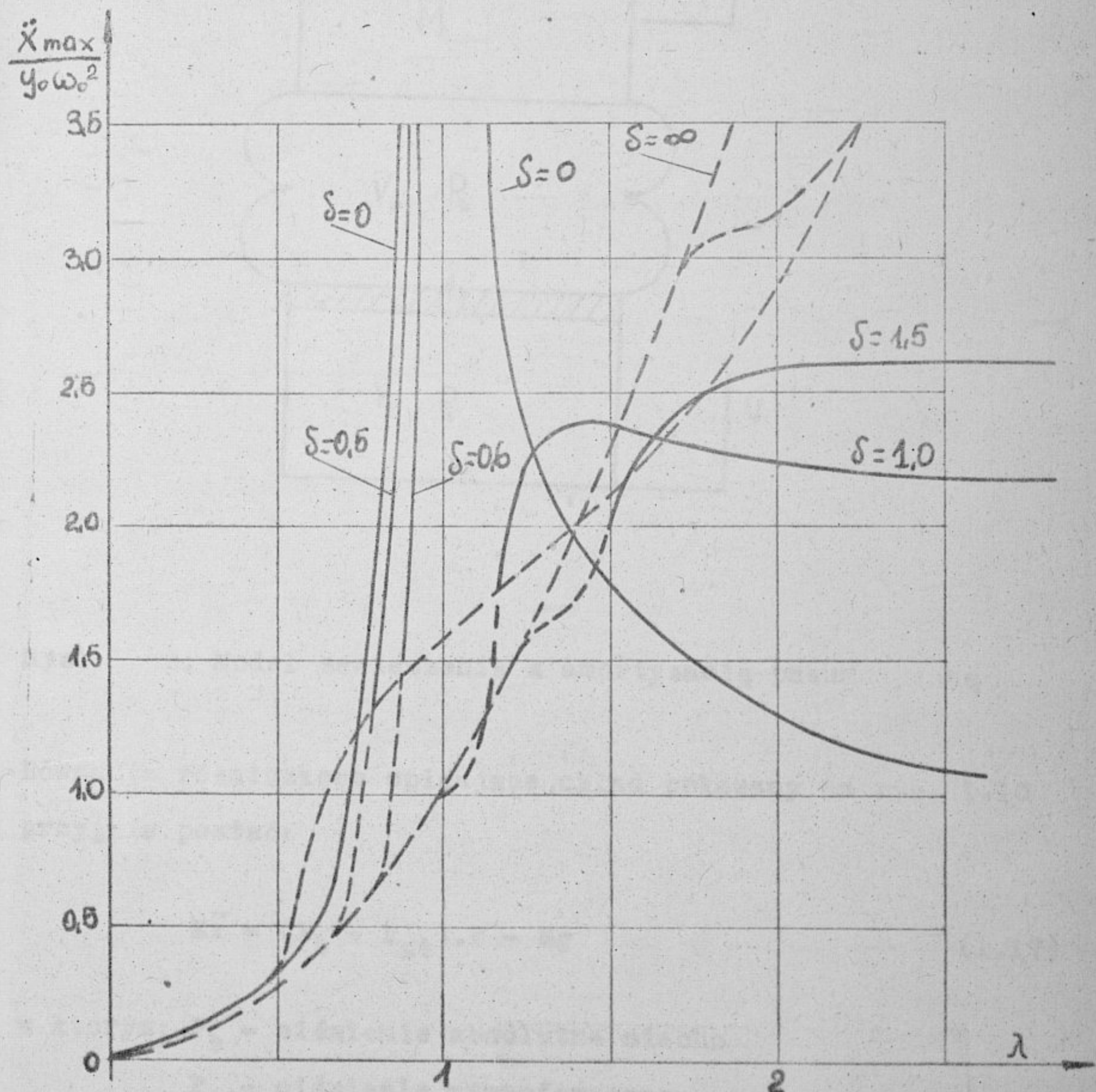
Rys. 1.8. Charakterystyka wzmocnienia amplitud przemieszczeń

Porównując charakterystyki częstotliwościowe dla przyspieszeń, modeli z tłumieniem hydraulicznym i tarciem suchym zauważamy, że przyspieszenia dla dużych wartości λ, dla modelu pokazanego na rys. 1.7 mają wartości skończone, a wartość współczynnika β_2 zdąża do $1+\delta$. Należy zauważyć, że jeżeli na układ będą działać wymuszenia o częstości $\omega \to \omega_o$ to wartości amplitudy przyspieszeń będą zdążać do nieskończoności. Ma to miejsce, gdy siła tarcia suchego

$$F \leq \frac{\pi}{4} c y_o .$$

Jeżeli w układ zamiast tłumika o "tarciu suchym" wmontujemy tłumik hydrauliczny i założymy, że praca wykonana w czasie jednego cyklu jest taka sama, to zgodnie z pracą [38,42] możemy znaleźć zależność k = k(F). Energia, która jest przekształcona na ciepło przez amortyzator hydrauliczny na cykl wynosi $\pi k \omega z_o^2$ zaś przy tłumieniu tarciem suchym wynosi $4Fz_o$. Z porównania energii otrzymujemy:

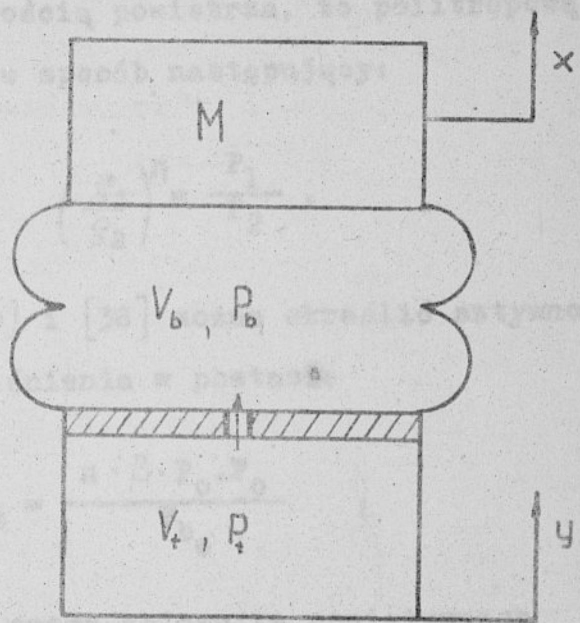
$$k = \frac{4F}{\pi \omega_o \cdot z_o} .$$



Rys.1.9. Charakterystyka wzmocnienia amplitud przyspieszenia

1.4. Model zawieszenia z amortyzacją pneumatyczną

Schemat układu masa-resor z tłumieniem powietrznym pokazano na rys. 1.10.



Rys. 1.10. Model zawieszenia z amortyzacją pneumatyczną

Równanie różniczkowe opisujące układ pokazany na rys. 1.10 przyjmie postać:

$$M\ddot{x} = (P_b - P_{at}).F - Mg \qquad (1.17)$$

w którym: P_b - ciśnienie absolutne miecha

P_{at} - ciśnienie atmosferyczne

F - skuteczna powierzchnia

V_b- objętość miecha

V_t- objętość zbiornika

Zmiana objętości miecha pod wpływem ściskania (x - y) wynosi $\Delta V_b = \beta(x - y)$, zaś skuteczna powierzchnia wynosi $F = F_o - \gamma(x - y)$. Gdy P_o jest normalnym ciśnieniem roboczym, ϱ jest gęstością powietrza, to politropową zależność można przedstawić w sposób następujący:

$$\left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2}\right)^n = \frac{P_1}{P_2} . \qquad (1.18)$$

Za pracą [20] i [38] można określić sztywność "oporu" spowodowaną zmianą ciśnienia w postaci:

$$S_b = \frac{n \cdot \beta \cdot P_o \cdot F_o}{V_{b_o}} , \qquad (1.19)$$

a sztywność oporu zbiornika powietrznego

$$S_t = \frac{n \cdot \beta \cdot P_o \cdot F_o}{V_t} , \qquad (1.20)$$

zaś sztywność oporu wywołaną zmianą skutecznej powierzchni

$$S = \gamma (P_o - P_{at}) . \qquad (1.21)$$

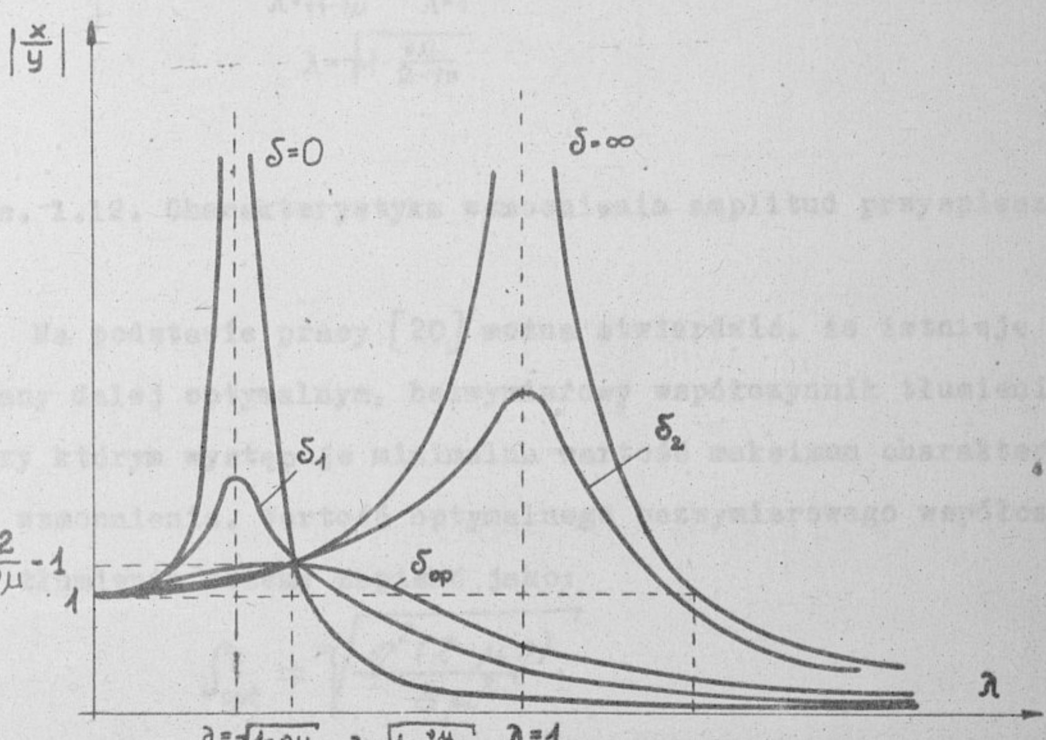
Całkowita sztywność oporu dla zerowej objętości zbiornika wyniesie:

$$S_o = S_b + S_\infty = M \omega_o^2 . \qquad (1.22)$$

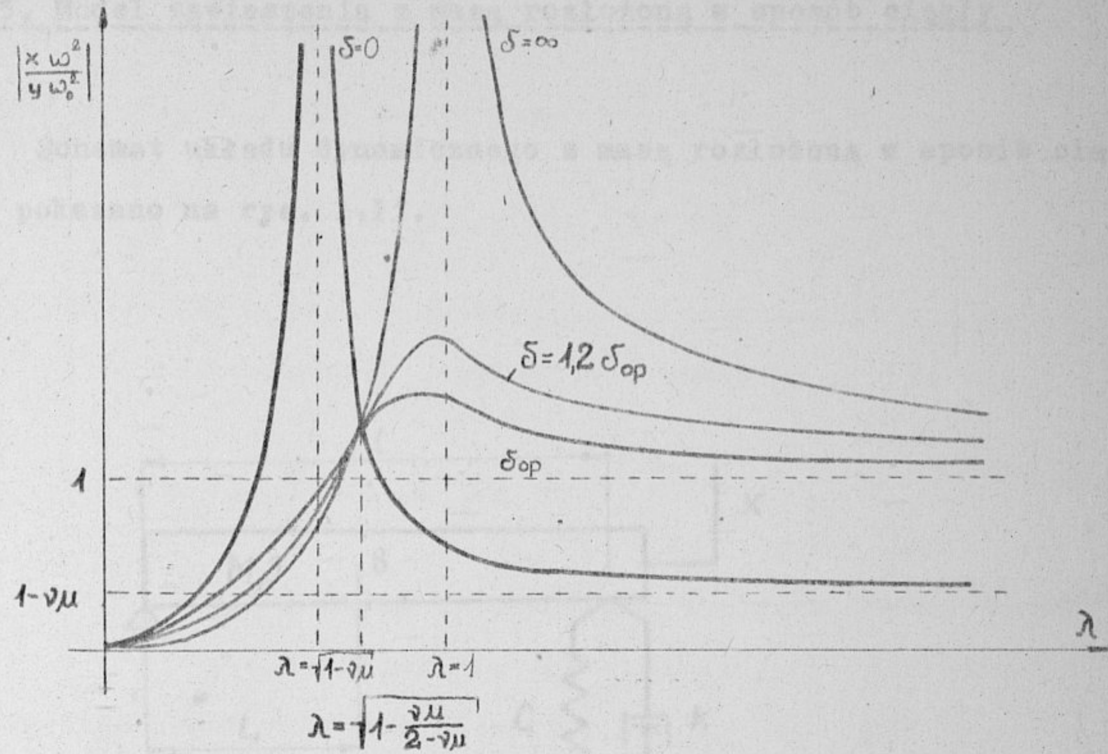
Bezwymiarowy współczynnik tłumienia może osiągnąć $\delta = 0$ gdy nie ma żadnej przepustnicy i ograniczeń w przepływie powietrza między miechem a zbiornikiem, lub $\delta = \infty$ gdy brak jest połączenia między miechem i zbiornikiem. Wprowadźmy oznaczenia:

$$\eta = \frac{S_b}{S_b + S} \quad \text{i} \quad \mu = \frac{V_t}{V_t + V_b} . \tag{1.23}$$

Dla tak przyjętych oznaczeń przedstawiono charakterystyki wzmocnienia dla przemieszczeń na rys. 1.11 oraz dla przyspieszeń na rys. 1.12.



Rys. 1.11. Charakterystyka wzmocnienia amplitud przemieszczeń



Rys. 1.12. Charakterystyka wzmocnienia amplitud przyspieszeń

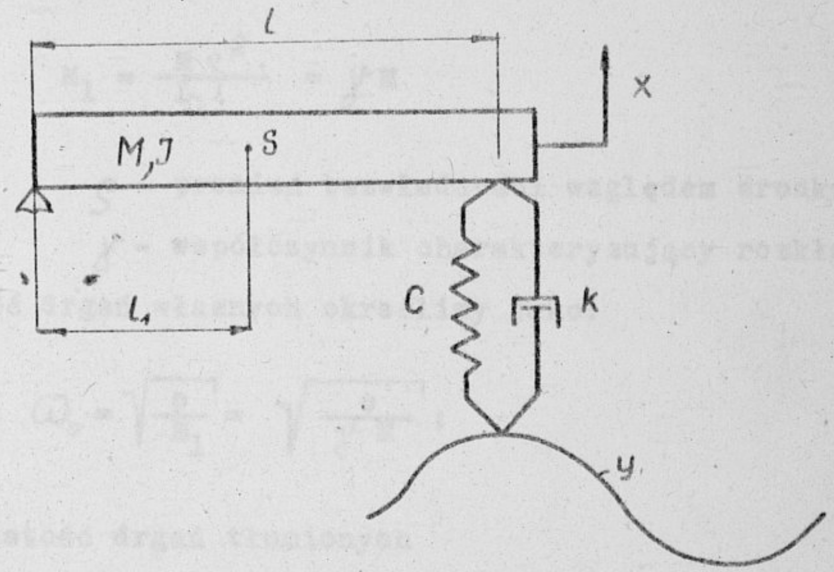
Na podstawie pracy [20] można stwierdzić, że istnieje taki, zwany dalej optymalnym, bezwymiarowy współczynnik tłumienia, przy którym występuje minimalna wartość maksimum charakterystyki wzmocnienia. Wartość optymalnego bezwymiarowego współczynnika tłumienia możemy zapisać jako:

$$\delta_{opt} = \sqrt{\frac{\eta^2(2-\mu\eta)}{8\mu^2}}$$

Z charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych przyspieszeń wynika, że dla dostatecznie dużych częstości wartości charakterystyki wzmocnienia zdążają do stałej wartości równej jeden, co jest niewątpliwie zaletą tego układu.

1.5. Model zawieszenia z masą rozłożoną w sposób ciągły

Schemat układu dynamicznego z masą rozłożoną w sposób ciągły pokazano na rys. 1.13.



Rys. 1.13. Schemat ideowy układu drgającego z masą rozłożoną w sposób ciągły

Zgodnie ze schematem, rozpatrujemy tu za pracami [8,28,35,43] drgania bryły sztywnej, gdzie masa jest rozłożona w sposób ciągły. Bryła ta jest z jednej strony podparta obrotowo, z drugiej zaś, przez odpowiedni układ zawieszenia. Zawieszenie to składa się z resoru i tłumika hydraulicznego. Równanie ruchu możemy przedstawić w postaci:

$$M_1\ddot{x} = c(y - x) + k(\dot{y} - \dot{x}) \qquad (1.25)$$

lub

$$J\ddot{\varphi} + kl^2\dot{\varphi} + cl^2\varphi = y \;, \quad x = l\varphi$$

w którym: M_1 - masa przypadająca na zawieszenie

J - moment bezwładności względem środka wahań

$$M_1 = \frac{M\varrho^2}{L_1 l} = \gamma M$$

ϱ - promień bezwładności względem środka wahań

γ - współczynnik charakteryzujący rozkład mas.

Częstość drgań własnych określimy jako:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{c}{M_1}} = \sqrt{\frac{c}{\gamma M}} ;$$

zaś częstość drgań tłumionych

$$\omega = \frac{\omega_o}{\gamma}\sqrt{\gamma^2 - \delta^2} \qquad (1.26)$$

Jeśli wprowadzimy oznaczenia:

$$\delta = \frac{k}{2M_1\omega_o} = \frac{k}{2\gamma M\omega_o} \;, \quad \lambda = \frac{\omega}{\omega_o} \;; \qquad (1.27)$$

to charakterystyki wzmocnienia dla przemieszczeń i przyspieszeń wyrazimy jako:

$$\beta^* = \left|\frac{x_o}{y_o}\right| = \sqrt{\frac{1 + (2\delta\lambda)^2}{(1 - \lambda^2)^2 + (2\delta\lambda)^2}} \;, \qquad (1.28)$$

$$\beta = \beta^*\lambda^2 .$$

Model powyższy służy często do przybliżonego wyznaczania charakterystyk pojazdu na drodze analitycznej. Ze względu na swoją prostotę jest on w tego typu przypadkach bardzo wygodny. Przy zachowaniu oznaczeń (1.27) charakterystyki wzmocnienia przyjmą kształt pokazany na rys. 1.2 i 1.3.

2. OPTYMALIZACJA PARAMETRÓW ZAWIESZEŃ ZE WZGLĘDU NA KRYTERIUM DIECKMANA

2.1. Kryterium komfortu jazdy

Kryteria oceniające stopień komfortu jazdy jak podaje się w pracy [5] były dotychczas wyprowadzone na podstawie badań fizjologicznych opartych na subiektywnych odczuciach osób badanych. Podstawowym prawem ujmującym odczuwanie drgań mechanicznych przez człowieka jest prawo Webera-Fechnera podane w pracy [26], które mówi, że stopień odczuwalności wzrasta proporcjonalnie do logarytmu drgań podniety. Prace związane z oddziaływaniem drgań pionowych były prowadzone przez wielu autorów w szczególności przez Zellera, Reihera-Meistera, Helberga, Sperlinga oraz Dieckmana, zaś oddziaływanie drgań poziomych przez Jacklina. Przeprowadzone badania, dotyczące wpływu drgań pionowych na ustrój ludzki pozwoliły sformułować kryterium Dieckmana dla przypadku gdy na człowieka działają wymuszenia harmoniczne. W myśl tego kryterium istotny zakres częstotliwości drgań mechanicznych mieści się w pasmie od 0 do 100 Hz i dzieli się na trzy podzakresy.

W zakresie pierwszym do 5 c/s wskaźnik odczuwalności q proporcjonalny jest do przyspieszenia, w zakresie drugim (5-40 c/s) do prędkości, w zakresie trzecim (powyżej 40 c/s) do amplitudy drgań. Oznaczając amplitudę drgań przez z, a częstość przez ν, wskaźnik odczuwalności można wyrazić za pracami [1,26] zależnością:

$$q = \begin{cases} z.\nu^2 & - \ \nu < 5\ c/s \\ 5z.\nu & - \ 5 < \nu < 40\ c/s \\ 200z & - \ 40 < \nu < 100\ c/s \end{cases} \qquad (2.1)$$

Powyższa zależność posłużyła do sformułowania kryterium optymalizacji ograniczając się jedynie do zakresu częstotliwości $\nu < 40$ c/s. Wyższe częstości odpowiedzi układu nie są wzbudzane przy wymuszaniu rzeczywistym oraz prędkości, dla której przeprowadzono optymalizację. Kryterium Diekmana w postaci (2.1) nie nadaje się do bezpośredniego zastosowania, ponieważ jak wspomniano, zostało wyprowadzone dla wymuszeń harmonicznych. Pojazdy samochodowe poruszają się po drogach, których charakter jest procesem losowym, wywołują drgania przypadkowe nadwozia, które oddziaływują na pasażera. Zgodnie więc z tym współczynnik odczuwalności drgań q jest również zmienną w czasie wielkością przypadkową.

Wprowadzając dalej zgodnie z pracami [22,36] funkcje wagi

$$q(t) = z.a(\nu) \qquad (2.2$$

gdzie: $a(\nu) = \begin{cases} \nu^2 & \text{dla } \nu < 5\ c/s \\ 5\nu & \text{dla } 5 < \nu < 40\ c/s \end{cases}$

kryterium wygody jazdy Q określono jako ważoną średnią rozkładu gęstości widmowej drgań nadwozia:

$$Q^2 = 2\pi \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} S_z(\nu).a^2(\nu)d\nu. \qquad (2.3)$$

Dla układu liniowego $S_z(\nu)$ określamy ze wzoru:

$$S_z(\nu) = A^2(\nu) . S_h , \qquad (2.4)$$

gdzie: $A(\nu)$ - charakterystyka amplitudowa

$S_h(\nu)$- gęstość widmowa wymuszeń (drogi),

$S_z(\nu)$ - gęstość widmowa odpowiedzi układu.

Wstawiając do równania (2.3) wyrażenie (2.4) otrzymujemy równanie określające średni komfort jazdy dla zawieszenia o charakterystyce amplitudowej $A(\nu)$

$$Q = \sqrt{2\pi \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} A^2(\nu) S_h(\nu) . a^2(\nu) d\nu} \qquad (2.5)$$

gdzie ν_{max} i ν_{min} oznaczają granice przedziału częstotliwości w których zawarte są drgania o wielkości istotnej dla oceny Q. Wzór (2.5) wykorzystano dalej jako podstawową postać funkcjonału oceniającego jakość badanego układu. Podane przez Dieckmana zależności nie obejmują całości zjawiska odczuwalności drgań. Nie uwzględniają między innymi faktu, że istnieją takie przedziały częstotliwości dla człowieka, które dla całego systemu lub podsystemów są częstościami resonansowymi. I tak np. z prac [1,31] wynika, że pierwszy rezonans dla człowieka siedzącego mieści się w przedziale 4-6 Hz, zaś drugi, tzw. "mały rezonans" występuje między 20 a 30 Hz, niekiedy też może wystąpić w przedziale 11-15 Hz w zależności od cech osób badanych. Również nieprzyjemnie są znoszone drgania przez organizm ludzki poniżej 0,8 Hz. Powodują one tzw. chorobę morską.

Uwzględnienie tych zjawisk oraz innych związanych np. z częstością rezonansową fotela rozpatrywaną w pracy [17] doprowadza w konsekwencji do nałożenia dodatkowych warunków na występowanie rezonansów w ściśle określonych przedziałach. Z tego też powodu w procesie optymalizacji kryterium sformułowane wzorem (2.5) uzupełniono warunkiem żądającym, aby częstotliwości rezonansowe układu dynamicznego wystąpiły w z góry założonym paśmie.
Do obliczeń przyjęto, że pierwszy rezonans układu optymalizowanego powinien wystąpić dla częstości w zakresie $0,95 < \nu < 1,7$ c/s zaś drugi w zakresie $7,5 < \nu < 10$ c/s.

2.2. Opis funkcji wymuszającej

Drgania pionowe samochodu powodowane są nierównościami dróg h(t) przenoszonymi w czasie ruchu pojazdu przez układ zawieszenia na nadwozie. Na wygodę jazdy będzie więc wpływać charakterystyka amplitudowa, oraz gęstość widmowa wymuszenia, jak to wynika z równania (2.5). Oczywiste jest, że optymalizację należałoby tak przeprowadzić, aby rozwiązanie zadania optymalizacji było inwariantne ze względu na wymuszenie. Ze względu na brak takiego rozwiązania, wybrano wymuszenie reprezentatywne na podstawie opracowania [21], podane w postaci gęstości widmowej.

Wartości gęstości widmowej drogi dla prędkości pojazdu 1 m/sek podano w tabl. 2.1. Na rys. 2.1 podano wykres gęstości widmowej, która była podstawą dalszych obliczeń. Przedstawioną na rys. 2.1 gęstość widmową aproksymowano wyrażeniem analitycznym następującej postaci:

Tab.2.1. **Gęstość widmowa drogi reprezentatywnej**

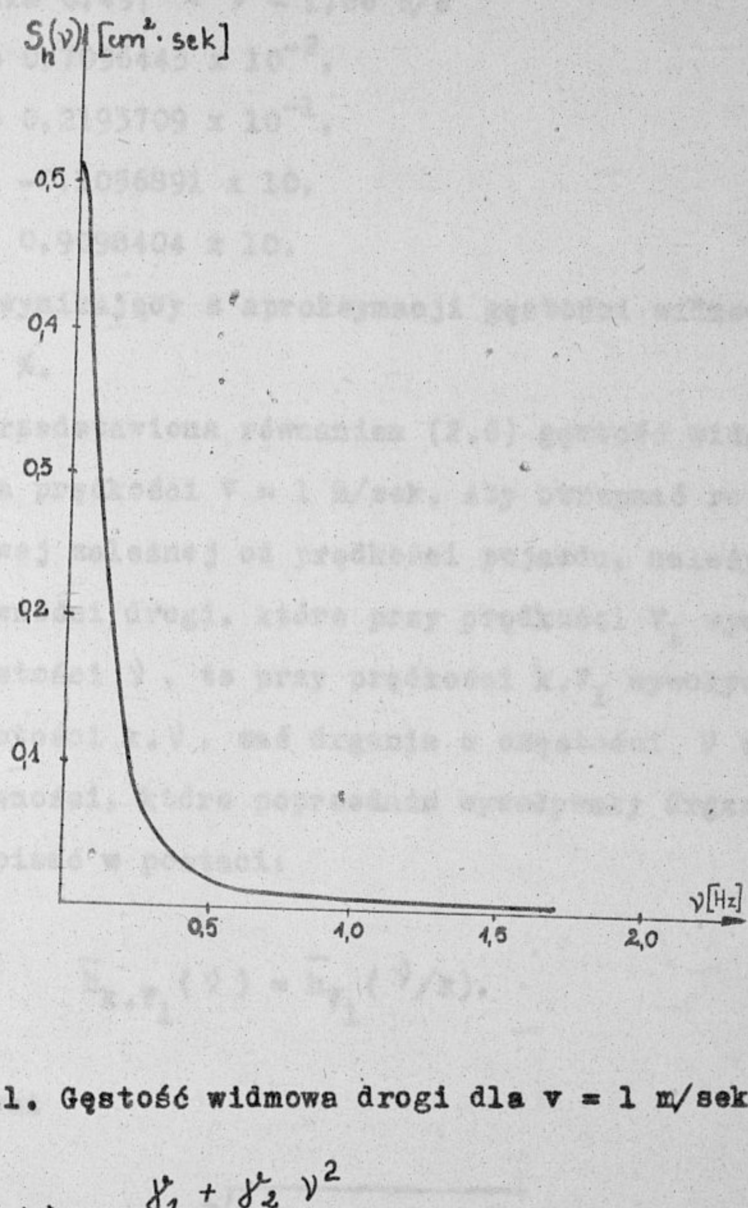
	Częstość	Gęstość widmowa
Lp.	/ ^{c}/sek /	S_h / cm^2 . sek /
1	0.0	0,5039
2	$0,425 \times 10^{-2}$	0,5034
3	$0,128 \times 10^{-1}$	0,4997
4	$0,213 \times 10^{-1}$	0,4925
5	$0,298 \times 10^{-1}$	0,4818
6	$0,283 \times 10^{-1}$	0,4678
7	$0,468 \times 10^{-1}$	0,4510
8	$0,553 \times 10^{-1}$	0,4317
9	$0,638 \times 10^{-1}$	0,4101
10	$0,723 \times 10^{-1}$	0,3869
11	$0,808 \times 10^{-1}$	0,3624
12	$0,893 \times 10^{-1}$	0,3371
13	$0,978 \times 10^{-1}$	0,3114
14	0,106	0,2858
15	0,115	0,2606
16	0,123	0,2362
17	0,132	0,2129
18	0,140	0,1909
19	0,149	0,1704
20	0,157	0,1516
21	0,166	0,1345
22	0,174	0,1192
23	0,183	0,1055
24	0,191	$0,9360 \times 10^{-1}$
25	0,217	$0,7101 \times 10^{-1}$

C.d. tabeli 2.1.

Lp.	CZęstość / ^{c}/sek /	Gęstość widmowa S_h /cm^2 . sek /
26	0,242	0,5002 x 10^{-1}
27	0,255	0,4438 x 10^{-1}
28	0,281	0,3616 x 10^{-1}
29	0,293	0,3301 x 10^{-1}
30	0,319	0,2774 x 10^{-1}
31	0,344	0,2342 x 10^{-1}
32	0,370	0,1992 x 10^{-1}
33	0,395	0,1722 x 10^{-1}
34	0,421	0,1512 x 10^{-1}
35	0,446	0,1334 x 10^{-1}
36	0,472	0,1703 x 10^{-1}
37	0,498	0,1004 x 10^{-1}
38	0,522	0,8627 x 10^{-2}
39	0,548	0,7561 x 10^{-2}
40	0,574	0,6889 x 10^{-2}
41	0,599	0,6502 x 10^{-2}
42	0,625	0,6203 x 10^{-2}
43	0,651	0,5831 x 10^{-2}
44	0,671	0,5352 x 10^{-2}
45	0,702	0,4866 x 10^{-2}
46	0,727	0,4494 x 10^{-2}
47	0,753	0,4335 x 10^{-2}
48	0,778	0,4343 x 10^{-2}
49	0,804	0,4389 x 10^{-2}
50	0,829	0,4333 x 10^{-2}

C.d. tabeli 2.1.

Lp.	Częstość / c/sek /	Gęstość widmowa S_h /cm^2 . sek /
51	0,867	0,3952 x 10^{-2}
52	0,906	0,3440 x 10^{-2}
53	0,944	0,3161 x 10^{-2}
54	0,982	0,3164 x 10^{-2}
55	0,102 x 10^{-1}	0,3172 x 10^{-2}
56	0,105 x 10^{-1}	0,3070 x 10^{-2}
57	0,107 x 10^{-1}	0,2896 x 10^{-2}
58	0,111 x 10^{-1}	0,2643 x 10^{-2}
59	0,115 x 10^{-1}	0,2533 x 10^{-2}
60	0,119 x 10^{-1}	0,2504 x 10^{-2}
61	0,122 x 10^{-1}	0,2421 x 10^{-2}
62	0,126 x 10^{-1}	0,2311 x 10^{-2}
63	0,130 x 10^{-1}	0,2313 x 10^{-2}
64	0,134 x 10^{-1}	0,2438 x 10^{-2}
65	0,138 x 10^{-1}	0,2514 x 10^{-2}
66	0,142 x 10^{-1}	0,2415 x 10^{-2}
67	0,145 x 10^{-1}	0,2247 x 10^{-2}
68	0,148 x 10^{-1}	0,2202 x 10^{-2}
69	0,151 x 10^{-1}	0,2243 x 10^{-2}
70	0,153 x 10^{-1}	0,2333 x 10^{-2}
71	0,156 x 10^{-1}	0,2405 x 10^{-2}
72	0,159 x 10^{-1}	0,2370 x 10^{-2}
73	0,163 x 10^{-1}	0,2209 x 10^{-2}
74	0,166 x 10^{-1}	0,2138 x 10^{-2}



Rys. 2.1. Gęstość widmowa drogi dla v = 1 m/sek

$$S_h(\nu) = \frac{\gamma_1 + \gamma_2 \nu^2}{\gamma_3 + \gamma_4 \nu^2 + \nu^4} , \qquad (2.6)$$

gdzie: $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ - stałe współczynniki, które dla częstości w zakresie $0,0213 < \nu < 0,497$ c/s wynoszą:

$\gamma_1 = 0,1909919 \times 10^{-3}$,

$\gamma_2 = 0,1932187 \times 10^{-2}$,

$\gamma_3 = 0,3793958 \times 10^{-3}$,

$\gamma_4 = 0,2199557 \times 10^{-1}$,

zaś dla $0,497 < \nu < 1,66$ c/s

$\gamma_1 = 0,7096443 \times 10^{-2}$,

$\gamma_2 = 0,2193709 \times 10^{-1}$,

$\gamma_3 = -0,1056891 \times 10$,

$\gamma_4 = 0,9098404 \times 10$.

Błąd wynikający z aproksymacji gęstości widmowej nie przekracza 5 %.

Przedstawiona równaniem (2.6) gęstość widmowa jest wyliczona dla prędkości $V = 1$ m/sek. Aby otrzymać rozkład gęstości widmowej zależnej od prędkości pojazdu, należy zauważyć, że nierówności drogi, które przy prędkości V_1 wywoływały drgania o częstości ν, to przy prędkości $k.V_1$ wywoływać będą drgania o częstości $k.\nu$, zaś drgania o częstości ν wywoływać będą te nierówności, które poprzednio wywoływały drgania ν/k. Można to zapisać w postaci:

$$\bar{h}_{k.V_1}(\nu) = \bar{h}_{V_1}(\nu/k), \qquad (2.7)$$

ponieważ

$$h = \sqrt{S(\nu)\,\Delta\nu\;2\pi},$$

gdzie $\Delta\nu$ - szerokość przedziału ν. Równanie (2.7) przyjmie postać:

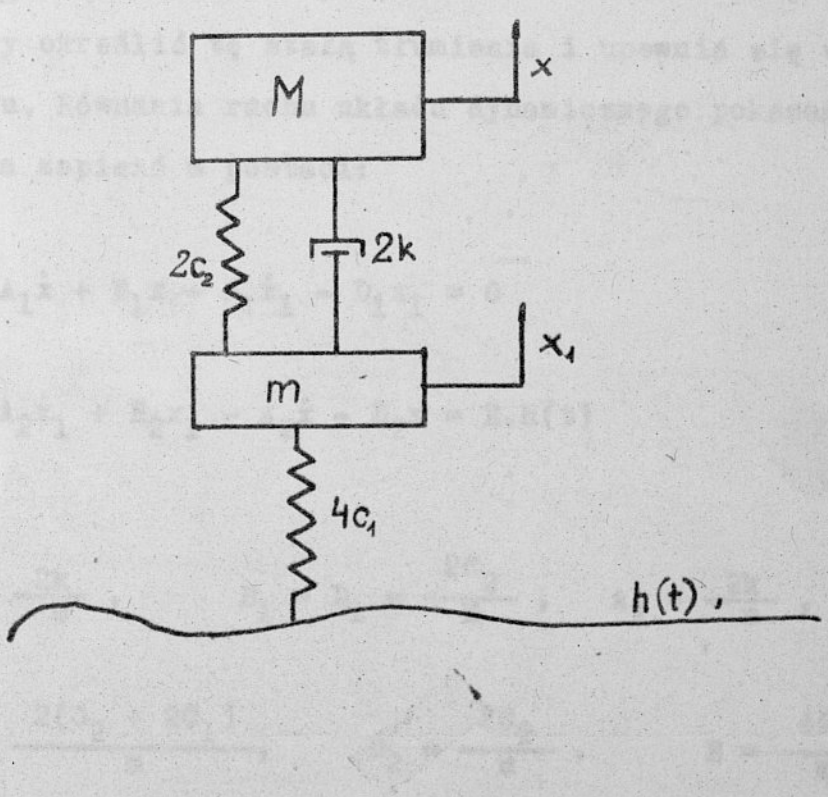
$$S_{kV_1}(\nu)\,\Delta\nu\;2\pi = S_{V_1}(\nu/k)\,\frac{\Delta\nu}{k}\cdot 2\pi. \qquad (2.8)$$

Z równania (2.8) otrzymujemy wzór na gęstość widmową w zależności od prędkości w postaci

$$S_{kV_1}(\nu) = S_{V_1}(\nu/k)\,\frac{1}{k} \qquad (2.9)$$

2.3. Opis matematyczny optymalizowanego obiektu

Ze względu na praktyczne zastosowanie do optymalizacji przyjęto układ będący kombinacją strukturalną przedstawionego w części pierwszej układu o jednym stopniu swobody z tarciem hydraulicznym. Układ ten pokazano na rys. 2.2.



Rys.2.2. Model matematyczny zawieszenia samochodu

Ze względu na prostotę obliczeń, ilość stopni swobody układu ograniczono do dwu. Takie uproszczenie jest na ogół uzasadnione jeśli spełniony jest warunek $\varrho_y^2 = l_1 . l_2$, w którym ϱ_y - promień bezwładności masy resorowanej względem osi prostopadłej do podłużnej osi symetrii samochodu przechodzącej przez środek ciężkości masy resorowanej, l_1, l_2 - odległości środka ciężkości odpowiednio od osi przedniej i tylnej. Warunek ten zgodnie z istniejącymi tendencjami rozwojowymi konstrukcji pojazdów kołowych, jest na ogół spełniony. Pozwala to na rozpatrywanie oddzielnie dwu układów, z których każdy jest układem o dwóch stopniach swobody. W przyjętym modelu pominięto tłumienie opony jako że zgodnie z pracą [4] i [30] ma ono niewielki wpływ na odpowiedź układu. Prowadzone w Instytucie Materiałoznawstwa prace [24] pozwoliły określić tę stałą tłumienia i upewnić się w przyjętym założeniu. Równania ruchu układu dynamicznego pokazanego na rys. 2.2 można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} &\ddot{x} + A_1\dot{x} + B_1x - A_1\dot{x}_1 - D_1x_1 = 0 \\ &\ddot{x}_1 + A_2\dot{x}_1 + B_2x_1 - A_2\dot{x} - D_2x = E.h(t) \end{aligned} \qquad (2.10)$$

gdzie:

$$A_1 = \frac{2k}{M}, \qquad B_1 = D_1 = \frac{2C_2}{M}, \qquad A_2 = \frac{2k}{m},$$

$$B_2 = \frac{2(C_2 + 2C_1)}{m}, \qquad D_2 = \frac{2C_2}{m}, \qquad E = \frac{4C_1}{m}$$

zaś $M = M_c \frac{L_1}{L}$

M_c - masa resorowana pojazdu,
m - masa nieresorowana
C_2 - stała resoru,
C_1 - stała sprężystości opony,
k - stała amortyzatora.

Po przekształceniu równań (2.10) określono przepustowość operatorową przemieszczeń masy resorowanej w postaci:

$$\frac{X(p)}{H(p)} = \frac{E(C_1 p + D_1)}{(p^2 + A_2 p + B_2)(p^2 + A_1 p + B_1) - (A_2 p + D_2)(A_1 p + D_1)} \qquad (2.11)$$

Po uwzględnieniu oznaczeń (2.10) oraz podstawieniu za $p = j\omega$ możemy z (2.11) określić moduł charakterystyki amplitudowej jako:

$$A(\omega) = \left[\frac{64 c_1^2 (c_2^2 + k^2 \omega^2)}{\left\{ M \cdot m \omega^4 - 2\left[c_2(M+m) + 2c_1 M\right]\omega^2 + 8c_1 c_2 \right\}^2 + \left[2k(M+m)\omega^3 - 8kc_1\omega\right]^2} \right]^{1/2} \qquad (2.12)$$

Charakterystykę amplitudową przyjęto dalej zgodnie z pracami [27,28,33] za podstawową formę opisu matematycznego zawieszenia samochodu.

2.4. Algorytm obliczeń

Przyjęty model zawieszenia samochodu pokazany na rys. 2.2, sformułowanie kryterium optymalizacyjnego oraz zapisanie w postaci analitycznej wymuszeń, są podstawą do określenia algorytmu optymalizacji. Zadanie optymalizacji polega na wyznaczeniu takich wartości stałej resora C_2, stałej opony C_1 i stałej tłumienia k, przy ustalonych wartościach M, m, V, ν_{min} i ν_{max}, by wartość funkcjonału Q osiągała minimum

$$Q = F(C_1, C_2, k), \tag{2.13}$$

i jednocześnie był spełniony warunek na występowanie pierwszego i drugiego rezonansu w określonych poprzednio pasmach częstości. Tak sformułowane zadanie zdecydowano się rozwiązać metodą optymalizacji siatkowej, opracowanej przez Instytut Cybernetyki Technicznej i opisanej w pracy [22,36], badając punkt po punkcie zachowanie się układu w całej przestrzeni parametrów.

Osiągnięto to poprzez dyskretyzację przestrzeni parametrów, wyliczenie wartości Q w każdym punkcie a następnie wyborze rozwiązania najlepszego. Dyskretyzację przeprowadzono poprzez skwantowanie dopuszczalnych przedziałów parametrów w szereg geometryczny tak, aby odstępy między kolejnymi wartościami były mniejsze od rozrzutów uzyskiwanych przy technićznej realizacji poszczególnych elementów. I tak pierwszy punkt przedziału stanowi wartość dolnego ograniczenia parametru p_{min}; i-ty punkt uzyskuje się z wzoru:

$$p_i = p_{min} \cdot \Delta p^{i-1} \qquad (2.14)$$

Ilość punktów w przedziale (p_{min} - p_{max}) wylicza się z wzoru:

$$r = 2 + \text{Entier} \frac{\log p_{max} - \log p_{min}}{\log p} \qquad (2.15)$$

Ilość punktów w całej przestrzeni równa się iloczynowi ilości wartości dyskretnych wszystkich trzech parametrów. Obliczanie wskaźnika odczuwalności drgań rozpoczyna się dla najmniejszych wartości parametrów C_{1min}, C_{2min}, k_{min}. Przejście do kolejnej wyższej wartości parametru C_1 następuje gdy przeliczone zostaną wszystkie warianty C_1, C_2 od k_{min} do k_{max}. Jako ostatni obliczony jest wariant C_{1max}, C_{2max} i k_{max}. Dla ustalonych wartości stałych resoru, opony i tłumienia oraz mas resorowanych i nieresorowanych charakterystyka amplitudowa przyjmie ostateczną postać:

$$A(\nu) = \left[\frac{\alpha_1 + \alpha_2 \nu^2}{\alpha_3 \nu^8 + \alpha_4 \nu^6 + \alpha_5 \nu^4 + \alpha_6 \nu^2 + \alpha_7} \right]^{1/2} \qquad (2.16)$$

Dla uwzględnienia wpływu na wygodę jazdy wywiera wielkość masy resorowanej M, będąca wielkością zmienną przypadkową wybieraną z obszaru o granicach M_{min} - M_{max}, obliczenia przeprowadzono dla trzech wariantów masy M. Przyjęto za ocenę wariantu zawieszenia wartość Q^* jako:

$$Q^* = \max \left[\beta_1 Q(M_{min}),\ \beta_2 Q(M_{śr}),\ \beta_3 Q(M_{max}) \right] \qquad (2.17)$$

gdzie β_1, β_2, β_3 współczynniki wagi zależne od warunków eksploatacji. Wariant optymalny charakteryzuje się minimalną wielkością Q^* w całej badanej przestrzeni parametrów.

Aby przeprowadzić ocenę jakości wybranego wariantu należy wyrażenie (2.16) podstawić do (2.5) otrzymując równanie ogólne postaci:

$$Q = \left[2\pi \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} \begin{Bmatrix} \frac{1}{k} \frac{\gamma_1 + \gamma_2 (\nu/k)^2}{\gamma_3 + \gamma_4 (\nu/k)^2 + (\nu/k)^4} & \text{dla } 0{,}023 < \nu < 0{,}497 \\ \frac{1}{k} \frac{\gamma_1^* + \gamma_2^* (\nu/k)^2}{\gamma_3^* + \gamma_4^* (\nu/k)^2 + (\nu/k)^4} & \text{dla } \nu > 0{,}497 \end{Bmatrix} \cdot \right. \tag{2.18}$$

$$\left. \cdot \frac{\alpha_1 + \alpha_2 \nu^2}{\alpha_3 \nu^8 + \alpha_4 \nu^6 + \alpha_5 \nu^4 + \alpha_6 \nu^2 + \alpha_7} \cdot \begin{Bmatrix} \nu^4 & \text{dla } \nu < 5 \\ 25\, \nu^2 & \text{dla } 5 < \nu < 40 \end{Bmatrix} d\nu \right]^{1/2}$$

Algorytm określony równaniem (2.18) jest realizowany na maszynie cyfrowej, w związku z czym całkowanie należy zastąpić operacją sumowania, a równanie (2.18) przyjmie postać:

$$Q = \left[2\pi \sum_{i=1}^{n} \cdot \begin{Bmatrix} \cdot \frac{1}{k} \frac{\gamma_1 + \gamma_2 (\nu_i/k)^2}{\gamma_3 + \gamma_4 (\nu_i/k)^2 + (\nu_i/k)^4} \\ \cdot \frac{1}{k} \frac{\gamma_1^* + \gamma_2^* (\nu_i/k)^2}{\gamma_3^* + \gamma_4^* (\nu_i/k)^2 + (\nu_i/k)^4} \end{Bmatrix} \cdot \right. \tag{2.19}$$

$$\cdot \frac{\alpha_1 + \alpha_2 \nu_i^2}{\alpha_3 \nu_i^8 + \alpha_4 \nu_i^6 + \alpha_5 \nu_i^4 + \alpha_6 \nu_i^2 + \alpha_7} \cdot \left\{ \begin{matrix} \nu_i^4 \\ \\ 25\,\nu_i^2 \end{matrix} \right\} \cdot \nu_i \cdot \frac{\Delta\nu - 1}{\sqrt{\Delta\nu}} \Bigg]^{1/2} ,$$

gdzie: n - ilość dyskretnych punktów częstotliwości.

Wartości całek policzono metodą prostokątów z tym, że badany zakres częstotliwości skwantowano na równe przedziały w skali logarytmicznej. Błąd całkowania oszacowano poprzez wyliczenie całki dla coraz większej liczby punktów dyskretnych częstotliwości. Obliczenia przeprowadzono w zakresie 0,3 - 40 c/s dla 27, 52 i 102 wartości częstotliwości i dla 36 wariantów parametrów. Różnica między wynikami liczonymi dla 27 i 52 punktów stanowiły do 5 % wartości całki a między wynikami dla 52 i 102 punktów do 0,4 % wartości całki. Można stąd mniemać, że już dla 52 punktów dyskretnych obliczenia prowadzone są z dokładnością rzędu 1 %.

Algorytm obliczania wskaźnika odczuwalności drgań (2.19), który jest miarą jakości zawieszenia można przedstawić w postaci:

$$Q = \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_1 + \alpha_2 e_i}{\alpha_3 b_i + \alpha_4 c_i + \alpha_5 d_i + \alpha_6 e_i + \alpha_7} \cdot O_i \right]^{1/2} \quad (2.20)$$

w którym: $e_i = \nu_i^2$, $d_i = \nu_i^4$, $c_i = \nu_i^6$, $b_i = \nu_i^8$

$$O_i = 2\pi \begin{Bmatrix} \frac{1}{k}\,\frac{\gamma_1 + \gamma_2(\nu_i/k)^2}{\gamma_3 + \gamma_4(\nu_i/k)^2 + (\nu_i/k)^4} & \text{dla } 0{,}023 < \nu < 0{,}497\ c/s \\ \frac{1}{k}\,\frac{\gamma_1^* + \gamma_2^*(\nu_i/k)^2}{\gamma_3^* + \gamma_4^*(\nu_i/k)^2 + (\nu_i/k)^4} & \text{dla } \nu > 0{,}497\ c/s \end{Bmatrix} \cdot$$

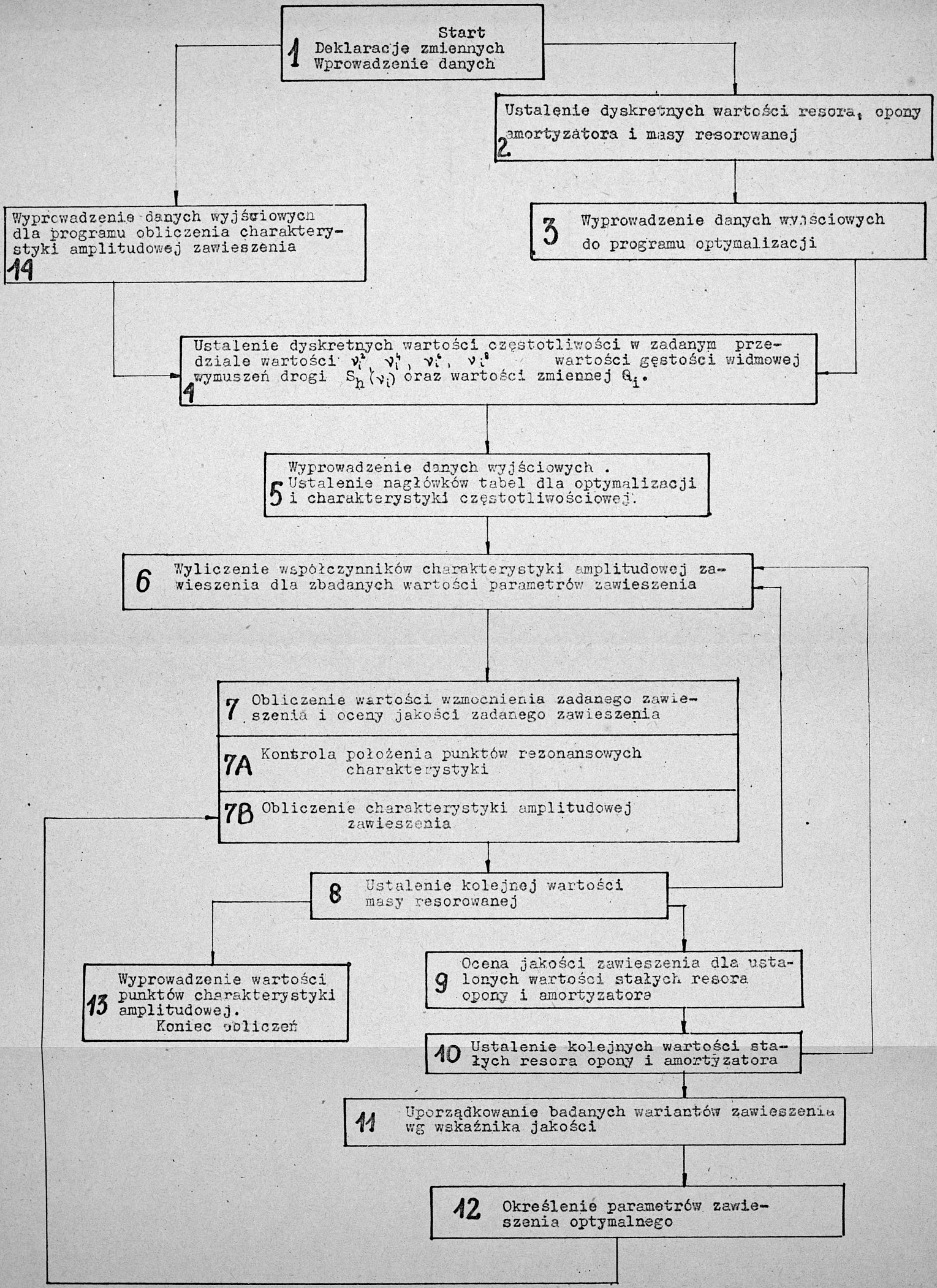
$$\cdot \frac{\Delta\nu - 1}{\sqrt{\Delta\nu}} \cdot \nu_i \cdot \begin{Bmatrix} \nu_i^4 & \text{dla } \nu < 5\ c/s \\ 25\,\nu_i^2 & \text{dla } 5 < \nu < 40\ c/s \end{Bmatrix}$$

Ze wszystkich zmiennych pokazanych w równaniu (2.20) w procesie optymalizacji zmieniają się jedynie wartości $\alpha_1 - \alpha_7$. Pozostałe zmienne są liczone przed rozpoczęciem procesu optymalizacji.

W celu zapewnienia kontroli położenia rezonansów w z góry zadanych pasmach częstotliwości, w procesie liczenia zapamiętywano wartości zmiennej

$$n_i = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 e_i}{\alpha_3 b_i + \alpha_4 c_i + \alpha_5 d_i + \alpha_6 e_i + \alpha_7} \tag{2.21}$$

i porównywano je ze zmienną n_{i+1}. Wyrażenie $n_{i+1} - n_i$ dwukrotnie zmienia znak z dodatniego na ujemny w całym procesie liczenia, a zmiana ta dokonuje się po przekroczeniu pierwszego i drugiego rezonansu. W przypadku gdy rezonanse, lub jeden z nich nie występują w zadanym przedziale, lub brak jest drugiego rezonansu takie rozwiązanie jest dyskwalifikowane. Algorytm optymalizacji podany równaniem (2.20) został zrealizowany jako program na maszynę cyfrową Odra 1204 zgodnie ze schematem blokowym pokazanym na rys. 2.3.



Rys.2.3.

Schemat blokowy optymalizacji

Algorytm umożliwia wykonanie trzech wariantów obliczeń, a to:

a) obliczenie charakterystyki amplitudowej zawieszenia przy zadanych parametrach,

b) optymalizację zawieszenia bez uwzględnienia ograniczeń na położenie punktów rezonansowych,

c) optymalizację z warunkami występowania w określonych pasmach częstotliwości 1-go i 2-go rezonansu.

Wszystkie wartości parametrów układu optymalizowanego i warunki, dla których przeprowadzane mają być obliczenia, ustalone są w postaci zbioru zmiennych wejściowych. Zbiór taki liczy 15 zmiennych w przypadku obliczeń według warunku "a", 22 zmienne dla przypadku "b" i 26 dla przypadku "c".

W tabeli 2.2. zestawiono oznaczenia i opisy wszystkich zmiennych wejściowych. Dane te wprowadza się do maszyny na taśmie perforowanej 5-ścieżkowej w kolejności jak w tabeli 2.2.

Tab.2.2. Zestawienie danych wejściowych

Oznaczenie w programie	Opis	Oznaczenie w pracy	Jedn.	Uwagi
a_o	przełącznik programu	-	-	o -charakt. amp. 1 - optymalizacja 2 -optymalizacja + war.rezor
a_1	prędkość pojazdu	V	km/h	
a_2	dolna granica częstotliwości	ν_{min}	c/s	
a_3	górna granica częstotliwości	ν_{max}	c/s	
a_4	ν_{i+1}/ν_i		-	
a_5	miara nieresorowana	m	kg	
a_6	1 masa resorowana	M_1	"	Gdy M_2=M_3=o
a_7	2 masa resorowana	M_2	"	to a_7=o,
a_8	3 masa resorowana	M_3	"	a_8 = o
a_9	współczynnik wagi 1 masy	W_1	-	
a_{10}	współczynnik wagi 2 masy	W_2	-	
a_{11}	współczynnik wagi 3 masy	W_3	-	
a_{12}	minimalna wartość stałej resora	$C_{2\ min}$	hN/m	
a_{13}	minimalna wartość stałej opony	$C_{1\ min}$	"	
a_{14}	minimalna wartość stałej amortyz.	k_{min}	"	
a_{15}	maksymalna wartość stałej resora	$C_{2\ max}$	hN/m	
a_{16}	maksymalna wartość stałej opony	$C_{1\ max}$	"	
a_{17}	maksymalna wartość stałej amort.	k_{max}	hNs/m	
a_{18}	współczynnik przyrostu stałej resora	ΔC_2		
a_{19}	współczynnik przyrostu stałej opony	ΔC_1		
a_{20}	współczynnik przyrostu stałej amort.	Δk		
a_{21}	graniczna wartość wskaźnika jakości	$\mathcal{Q}$		

c.d. Tab.2.2.

Oznaczenie w programie	Opis	Oznaczenie w pracy	Jedn.	Uwagi
a_{22}	dolna granica 1-go pasma rezonosu	$\nu_{dr\ 1}$	c/s	
a_{23}	górna granica pasma rezonosu	$\nu_{gr\ 1}$	c/s	
a_{24}	dolna granica 2-go pasma rezonosu	$\nu_{dr\ 2}$	c/s	
a_{25}	górna granica 2-go pasma rezonosu	$\nu_{gr\ 2}$	c/s	

2.5. Analiza otrzymanych wyników i uwagi na temat przydatności proponowanej metody optymalizacji

Optymalizację układu dynamicznego przeprowadzono w oparciu o algorytm obliczeń (2.20) dla danych wejściowych podanych w tabeli 2.3. Zestawienie parametrów optymalizacji podano w tabeli 2.4, w której kolumny kolejno oznaczają:

- liczbę porządkową parametru,
- dyskretne wartości stałej resora,
- dyskretne wartości stałej opony,
- dyskretne wartości stałej amortyzatora,
- wartości masy resorowanej,
- przyporządkowane masom współczynniki wagi.

W dalszych tabelach tego rozdziału parametry podawane są przez określenie jego liczby porządkowej podanej w tabeli 2.4. Ocenę jakości kolejnych wariantów zawieszeń podano w tab. 2.5, w której każdy wiersz odpowiada jednemu wariantowi zawieszenia i podaje:

- numer kolejny wariantu wg zasady ustalonej w paragrafie 2.4,
- numery kolejne wartości stałej resora, opony i amortyzatora,
- oceny jakości zawieszenia dla podanych mas resorowanych,
- wskaźnik rozłożenia rezonansów,
- kolejny numer wariantu zawieszenia spełniający warunki rezonansowe.

Wskaźnik rozłożenia rezonansów należy odczytywać w następujący sposób:

brak wskaźnika - układ spełnia warunki rezonansowe, 11 - układ posiada tylko jeden rezonans,

1 - drugi rezonans powyżej górnej granicy,

10 - drugi rezonans poniżej dolnej granicy,

100 - pierwszy rezonans powyżej górnej granicy,

1000 - pierwszy rezonans powyżej dolnej granicy.

Możliwe są przypadki mieszane, np.:

1010 - pierwszy i drugi rezonans poniżej dolnej granicy,

1011 - pierwszy rezonans poniżej dolnej granicy, brak drugiego rezonansu,

110 - pierwszy rezonans powyżej górnej, drugi poniżej dolnej granicy.

Dopuszczalne warianty zawieszenia uporządkowane wg wskaźnika odczuwalności drgań (maksymalna wartość wskaźnika Q = 3,00) podano w tab. 2.6, w której każdy wiersz odpowiada jednemu wariantowi. Wiersze drukowane są począwszy od wariantu z najniższym do wariantu z najwyższym wskaźnikiem jakości układu. W każdym wierszu drukowane są kolejno:

- numer porządkowy wg wskaźnika jakości,
- wartość wskaźnika odczuwalności drgań,
- numery kolejne wartości stałej resora, opony i amortyzatora,
- numer porządkowy wariantu wg numeracji podanej w tab. 2.5.

Na końcu tab. 2.6 podano optymalne parametry stałej resora, opony i amortyzatora oraz wartość wskaźnika jakości układu. Charakterystykę amplitudową zawieszenia optymalnego podano w tab. 2.7, w której każdy wiersz podaje dyskretną wartość częstości i odpowiadającą jej wartość gęstości widmowej wymuszania oraz wartość charakterystyki amplitudowej dla podanych mas resorowanych. Zależność współczynnika odczuwalności drgań od parametrów układu dla wybranych przypadków pokazano na rys. 2.4 - 2.7.

Tab. 2.3. Dane wejściowe dla optymalizacji
układu dynamicznego

Zmienna	Wartość liczbowa zmiennej
a_0	2
a_1	40 km/h
a_2	0,3 c/s
a_3	30 c/s
a_4	1,1
a_5	1270 kg
a_6	3800 kg
a_7	4800 kg
a_8	5800 kg
a_9	1,00
a_{10}	1,00
a_{11}	1,00
a_{12}	169,4 h N/m
a_{13}	826,4 hN/m
a_{14}	4,50 h Nsek/m
a_{15}	272,8 hN/m
a_{16}	1099,9 hN/m
a_{17}	9,65 hNsek/m
a_{18}	1,1
a_{19}	1,1
a_{20}	1,1
a_{21}	3,00
a_{22}	0,95 c/s
a_{23}	1,70 c/s
a_{24}	7,5 c/s
a_{25}	10 c/s

Tab. 2.4. Zestawienie parametrów

Lp.	Stała resoru	Stała opony	Stała amort.	masa	Współ. wagi
1	169,4	826,4	4,50	3.800	1.00
2	186,3	909,0	4.95	4.800	1.00
3	205,0	999,9	5,44	5800	1.00
4	225,5	1099,9	5.99		
5	248,0		6.59		
6	272,8		7.25		
7			7,97		
8			8,77		
9			9,65		

wariantów 216

masa nieresorowana 1270 kg

prędkość jazdy 40 km/godz.

pasmo częstotliwości 0.30 - 30.00 c/s, punktów 50 co 1.100

zakres 1 rezonans 0,95 - 1.70 c/s

zakres 2 rezonans 7,50 - 10.00 c/s

Tab. 2.5. Ocena jakości kolejnych wariantów zawieszenia

Lp	res.	opo.	amo.	Q Mmin	Q Mśr	Q Mmax	rez.	nr.
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	1	2,68	2,27	1,97		1
2	1	1	2	2,60	2,19	1,90		2
3	1	1	3	2,53	2,13	1,85		3
4	1	1	4	2,47	2,08	1,80		4
5	1	1	5	2,43	2,04	1,76		5
6	1	1	6	2,40	2,00	1,72		6
7	1	1	7	2,38	1,98	1,70		7
8	1	1	8	2,37	1,97	1,69		8
9	1	1	9	2,38	1,96	1,68		9
10	1	2	1	2,67	2,26	1,96		10
11	1	2	2	2,59	2,19	1,90		11
12	1	2	3	2,53	2,13	1,85		12
13	1	2	4	2,47	2,08	1,80		13
14	1	2	5	2,43	2,04	1,76		14
15	1	2	6	2,40	2,01	1,73		15
16	1	2	7	2,38	1,99	1,71		16
17	1	2	8	2,38	1,97	1,69		17
18	1	2	9	2,39	1,97	1,69		18
19	1	3	1	2,68	2,27	1,97		19
20	1	3	2	2,60	2,20	1,91		20
21	1	3	3	2,53	2,14	1,85		21
22	1	3	4	2,48	2,09	1,81		22
23	1	3	5	2,44	2,05	1,77		23
24	1	3	6	2,41	2,01	1,74		24
25	1	3	7	2,39	1,99	1,71		25

C.d. tabeli 2.5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
26	1	3	8	2,39	1,98	1,70		26
27	1	3	9	2,40	1,99	1,70		27
28	1	4	1	2,66	2,26	1,96		28
29	1	4	2	2,59	2,19	1,90		29
30	1	4	3	2,53	2,14	1,85		30
31	1	4	4	2,48	2,09	1,81		31
32	1	4	5	2,44	2,05	1,77		32
33	1	4	6	2,42	2,02	1,74		33
34	1	4	7	2,40	2,00	1,72		34
35	1	4	8	2,40	1,99	1,71		35
36	1	4	9	2,42	2,00	1,71		36
37	2	1	1	2,93	2,48	2,16		37
38	2	1	2	2,83	2,40	2,09		38
39	2	1	3	2,75	2,33	2,02		39
40	2	1	4	2,68	2,26	1,96		40
41	2	1	5	2,62	2,21	1,91		41
42	2	1	6	2,57	2,16	1,87		42
43	2	1	7	2,54	2,12	1,83		43
44	2	1	8	2,52	2,10	1,81		44
45	2	1	9	2,51	2,09	1,79		45
46	2	2	1	2,92	2,48	2,16		46
47	2	2	2	2,83	2,40	2,09		47
48	2	2	3	2,74	2,33	2,02		48
49	2	2	4	2,68	2,26	1,97		49
50	2	2	5	2,62	2,21	1,92		50
51	2	2	6	2,57	2,16	[illegible]		51
52	2	2	7	2,54	2,13	1,84		52
53	2	2	8	2,52	2,11	1,82		53

C.d. tabeli 2.5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
54	2	2	9	2,52	2,10	1,80		54
55	2	3	1	2,93	2,49	2,17		55
56	2	3	2	2,83	21	2,10		56
57	2	3	3	2,75	2,33	2,03		57
58	2	3	4	2,68	2,27	1,97		58
59	2	3	5	2,62	2,21	1,92		59
60	2	3	6	2,58	2,17	1,88		60
61	2	3	7	2,55	2,14	1,85		61
62	2	3	8	2,53	2,12	1,82		62
63	2	3	9	2,53	2,11	1,81		63
64	2	4	1	2,91	2,48	2,17		64
65	2	4	2	2,82	2,40	2,09		65
66	2	4	3	2,74	2,33	2,03		66
67	2	4	4	2,68	2,27	1,97		67
68	2	4	5	2,63	2,22	1,92		68
69	2	4	6	2,58	2,17	1,88		69
70	2	4	7	2,56	2,14	1,85		70
71	2	4	8	2,54	2,12	1,83		71
72	2	4	9	2,54	2,12	1,82		72
73	3	1	1	3,20	2,74	2,40		73
74	3	1	2	3,09	2,64	2,31		74
75	3	1	3	2,99	2,55	2,23		75
76	3	1	4	2,90	2,47	2,15		76
77	3	1	5	2,83	2,40	2,09		77
78	3	1	6	2,77	2,34	2,03		78
79	3	1	7	2,72	2,29	1,99		79
80	3	1	8	2,68	2,25	1,95		80

C.d. tabeli 2.5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
81	3	1	9	2,66	2,23	1,92		81
82	3	2	1	3,19	2,73	2,40		82
83	3	2	2	3,08	2,64	2,31		83
84	3	2	3	2,99	2,55	2,23		84
85	3	2	4	2,90	2,47	2,15		85
86	3	2	5	2,83	2,40	2,09		86
87	3	2	6	2,77	2,34	2,04		87
88	3	2	7	2,72	2,29	1,99		88
89	3	2	8	2,69	2,26	1,96		89
90	3	2	9	2,67	2,23	1,93		90
91	3	3	1	3,19	2,74	2,40		91
82	3	3	2	3,08	2,64	2,31		92
93	3	3	3	2,99	2,55	2,23		93
94	3	3	4	2,90	2,47	2,16		94
95	3	3	5	2,83	2,40	2,10		95
96	3	3	6	2,77	2,35	2,04		96
97	3	3	7	2,73	2,30	2,00		97
98	3	3	8	2,70	2,27	1,96		98
99	3	3	9	2,68	2,24	1,94		99
1oo	3	4	1	3,18	2,72	2,39		100
101	3	4	2	3,07	2,63	2,30		101
102	3	4	3	2,98	2,54	2,23		102
103	3	4	4	2,90	2,47	2,16		103
104	3	4	5	2,83	2,40	2,10		104
105	3	4	6	2,78	2,35	2,05		105
106	3	4	7	2,73	2,31	2,00		106
107	3	4	8	2,70	2,27	1,97		107
108	3	4	9	2,69	2,25	1,95		108
109	4	1	1	3,51	3,00	2,62		109

C.d. tabeli 2.5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
137	4	4	2	3536	2,88	2,54		137
138	4	4	3	3,25	2,78	2,45		138
139	4	4	4	3,15	2,69	2,37		139
140	4	4	5	3,06	2,62	2,29		140
141	4	4	6	2,99	2,55	2,23		141
142	4	4	7	2,93	2,49	2,17		142
143	4	4	8	2,89	2,44	2,13		143
144	4	4	9	2,86	2,41	2,09		144
145	5	1	1	3,85	3,34	2,95		145
146	5	1	2	3,70	3,20	2,83		146
147	5	1	3	3,56	3,07	2,71		147
148	5	1	4	3,44	2,96	2,60		148
149		1	5	3,33	2,86	2,51		149
150	5	1	6	3,23	2,77	2,43		150
151	5	1	7	3,15	2,69	2,35		151
152	5	1	8	3,09	2,62	2,29		152
153	5	1	9	3,04	2,57	2,24		153
154	5	2	1	3,84	3,33	2,95		154
155	5	2	2	3,69	3,19	2,82		155
156	5	2	3	3,55	3,07	2,71		156
157	5	2	4	3,43	2,95	2,60		157
158	5	2	5	3,33	2,85	2,51		158
159	5	2	6	3,23	2,77	2,43		159
160	5	2	7	3,15	2,69	2,3		160
161	5	2	8	3,09	2,62	2,29		161
162	5	2	9	3,04	2,57	2,24		162

C.d. tabeli 2.5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
163	5	3	1	3,82	3,32	2,94		163
164	5	3	2	3,68	3,19	2,82		164
165	5	3	3	3,55	3,06	2,70		165
166	5	3	4	3,43	2,95	2,60		166
167	5	3	5	3,32	2,85	2,51		167
168	5	3	6	3,23	2,77	2,43		168
169	5	3	7	3,15	2,69	2,36		169
170	5	3	8	3,09	2,63	2,30		170
171	5	3	9	3,04	2,58	2,25		171
172	5	4	1	3,81			1	
173	5	4	2	3,67	3,18	2.81		172
174	5	4	3	3,54	3,06	2,70		173
175	5	4	4	3,42	2,95	2,60		174
176	5	4	5	3,32	2,85	2,51		175
177	5	4	6	3,23	2,77	2,43		176
178	5	4	7	3,15	2,69	2,36		177
179	5	4	8	3,09	2,63	2,30		178
180	5	4	9	3,05	2,58	2,25		179
181	6	1	1	4,20			100	
182	6	1	2	4,04			100	
183	6	1	3	3,89			100	
184	6	1	4	3,75	3,23	2,85		180
185	6	1	5	3,62	3,12	2,75		181
186	6	1	6	3,51	3,01	2,65		182
187	6	1	7	3,41	2,92	2,57		183
188	6	1	8	3,32	2,84	2,49		184
189	6	1	9	3,25	2,77	2,43		185
190	6	2	1	4,20			100	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
191	6	2	2	4,03			100	
192	6	2	3	3,88			100	
193	6	2	4	3,74			100	
194	6	2	5	3,62			100	
195	6	2	6	3,51			100	
196	6	2	7	3,41			100	
197	6	2	8	3,32			100	
198	6	2	9	3,26	2,77	2,43		186
199	6	3	1	4,19			100	
200	6	2	2	4,03			100	
201	6	3	3	3,88			100	
202	6	3	4	3,74			100	
203	6	3	5	3,61			100	
204	6	3	6	3,50			100	
205	6	3	7	3,40			100	
206	6	3	8	3,32			100	
207	6	3	9	3,26			100	
208	6	4	1	4,19			101	
209	6	4	2	4,02			101	
210	6	4	3	3,87			101	
211	6	4	4	3,73			100	
212	6	4	5	3,61			100	
213	6	4	6	3,50			100	
214	6	4	7	3,40			100	
215	6	4	8	3,33			100	
216	6	4	9	3,26			100	
217								

Tab. 2.6. Dopuszczalne warianty zawieszenia uporządkowane w/g wskaźnika jakości /maksymalna wartość wskaźnika Q = 3,00/

Lp	Ocena	res.	opona	amort.	masa	nr.
1	2,37	1	1	8	1	8
2	2,38	1	1	9	1	9
3	2,38	1	1	7	1	7
4	2,38	1	2	8	1	17
5	2,38	1	2	7	1	16
6	2,39	1	2	9	1	18
7	2,39	1	3	8	1	26
8	2,39	1	3	7	1	25
9	2,40	1	1	6	1	6
10	2,40	1	2	6	1	15
11	2,40	1	3	9	1	27
12	2,40	1	4	8	1	35
13	2,40	1	4	7	1	34
14	2,41	1	3	6	1	24
15	2,42	1	4	9	1	36
16	2,42	1	4	6	1	33
17	2,43	1	1	5	1	5
18	2,43	1	2	5	1	14
19	2,44	1	3	5	1	23
20	2,44	1	4	5	1	32
21	2,47	1	1	4	1	4
22	2,47	1	2	4	1	13
23	2,~~5~~48	1	3	4	1	22
24	2,48	1	4	4	1	31
25	2,51	2	1	9	1	4

C.d. tabeli 2.6.

1	2	3	4	5	6	7
26	2,52	2	1	8	1	44
27	2,52	2	2	9	1	54
28	2,52	2	2	8	1	53
29	2,53	1	2	3	1	12
30	2,53	1	1	2	1	3
31	2,53	1	4	3	1	30
32	2,53	2	3	9	1	63
33	2,53	2	3	8	1	62
34	2,53	1	3	3	1	21
35	2,54	2	1	7	1	43
36	2,54	2	2	7	1	52
37	2,54	2	4	8	1	71
38	2,54	2	4	9	1	72
39	2,55	2	3	7	1	61
40	2,56	2	4	7	1	70
41	2,57	2	1	6	1	42
42	2,57	2	2	6	1	51
43	2,58	2	3	6	1	60
44	2,58	2	4	6	1	69
45	2,59	1	2	2	1	11
46	2,59	1	4	2	1	29
47	2,60	1	1	2	1	2
48	2,60	1	3	2	1	20
49	2,62	2	1	5	1	41
50	2,62	2	2	5	1	50
51	2,62	2	3	5	1	59
52	2,63	2	4	5	1	68
53	2,66	3	1	9	1	81

C.d. tabeli 2.6.

1	2	3	4	5	6	7
54	2,66	1	4	1	1	28
55	2,67	1	2	1	1	10
56	2,67	3	2	9	1	90
57	2,68	2	2	4	1	49
58	2,68	1	1	1	1	1
59	2,68	1	3	1	1	19
60	2,68	2	1	4	1	40
61	2,68	2	4	4	1	67
62	2,68	2	3	4	1	58
63	2,68	3	3	9	1	99
64	2,68	3	1	8	1	80
65	2,69	3	2	8	1	89
66	2,69	3	4	9	1	108
67	2,70	3	3	8	1	98
68	2,70	3	4	8	1	107
69	2,72	3	1	7	1	79
70	2,72	3	2	7	1	88
71	2,73	3	3	7	1	97
72	2,73	3	4	7	1	106
73	2,74	2	4	3	1	66
74	2,74	2	2	3	1	48
75	2,75	2	1	3	1	39
76	2,75	2	3	3	1	57
77	2,77	3	1	6	1	78
78	2,77	3	2	6	1	987
79	2,77	3	3	6	1	96
80	2,78	3	4	6	1	105

C.d. tabeli 2.6.

1	2	3	4	5	6	7
81	2,82	2	~~3~~ 4	2	1	65
82	2,83	2	2	2	1	47
83	2,83	3	2	5	1	86
84	2,83	3	1	5	1	77
85	2,83	3	3	5	1	95
86	2,83	3	4	5	1	104
87	2,83	2	3	2	1	56
88	2,83	2	1	2	1	38
89	2,84	4	1	9	1	117
90	2,84	4	2	9	1	126
91	2,85	4	3	9	1	135
92	2,86	4	4	9	1	144
93	2,87	4	1	8	1	116
94	2,88	4	2	8	1	125
95	2,88	4	3	8	1	134
96	2,89	4	4	8	1	143
97	2,90	3	4	4	1	103
98	2,90	3	2	4	1	85
99	2,90	3	3	4	1	94
100	2,90	3	1	4	1	76
101	2,91	2	4	1	1	64
102	2,92	2	2	1	1	46
103	2,92	4	1	7	1	115
104	2,92	4	2	7	1	124
105	2,93	2	3	1	1	55
106	2,93	4	3	7	1	133
107	2,93	2	1	1	1	37

C.d. tabeli 2.6.

1	2	3	4	5	6	7
108	2,93	4	4	7	1	142
109	2,98	3	4	3	1	102
110	2,99	3	2	3	1	84
111	2,99	4	2	6	1	123
112	2,99	3	3	3	1	93
113	2,99	4	1	6	1	114
114	2,99	4	1	6	1	132
115	2,99	4	4	6	1	141
116	2,99	3	1	3	1	75

Parametry zawieszenia optymalnego

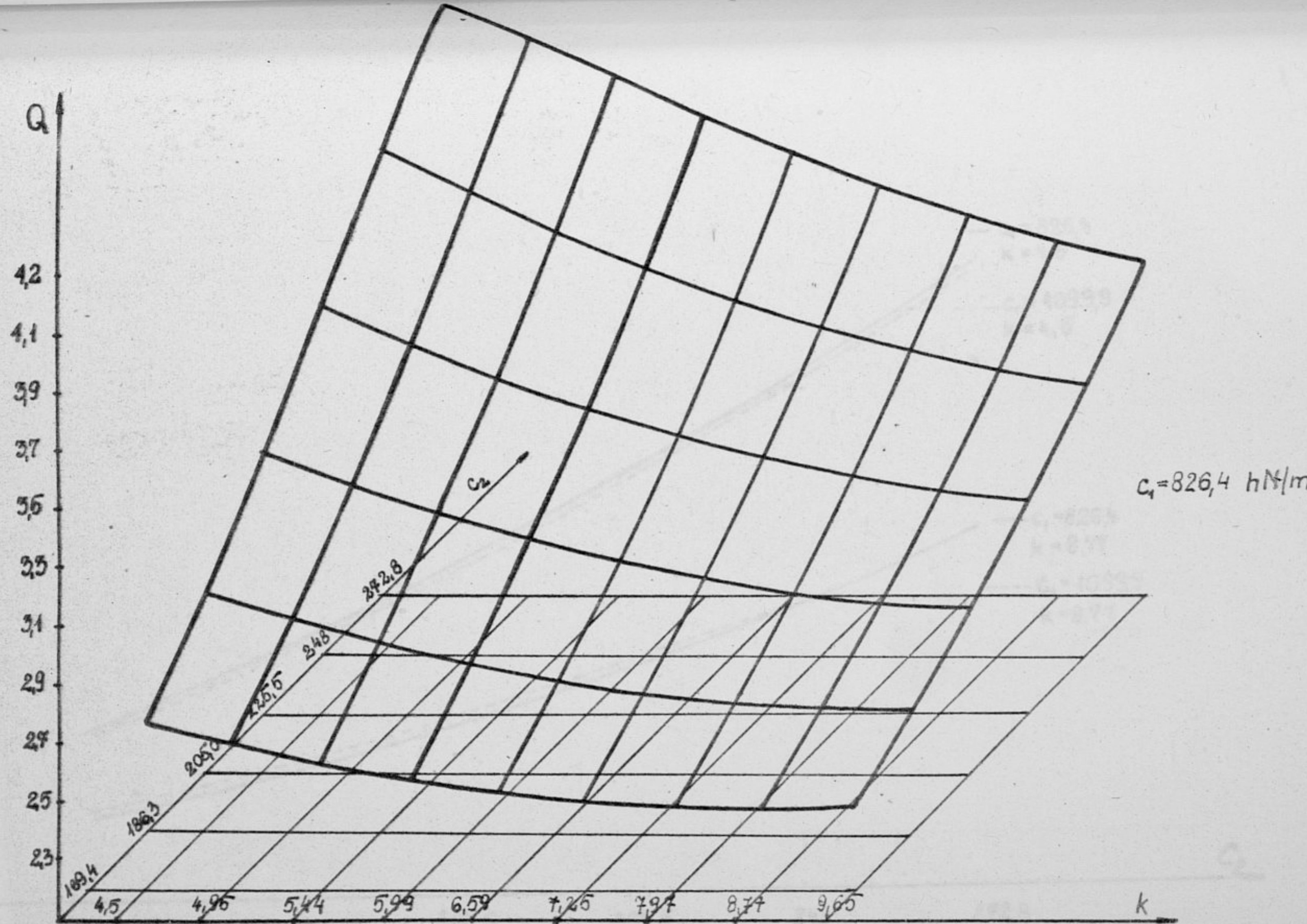
stała resora 169,40
stała opony 826,40
stała amortyzatora 8,77
wskaźnik jakości 2,37

Tab. 2.7. Charakterystyka częstotliwościowa zawieszenia optymalnego

ν	S_n	M_{min}	$M_{śr}$	M_{max}
0,30	0,0437	1,0470	1,0597	1,0727
0,33	0,0434	1,0573	1,0729	1,0891
0,36	0,0430	1,0700	1,0894	1,1095
0,40	0,0425	1,0856	1,1098	1,1352
0,44	0,0420	1,1051	1,1355	1,1675
0,48	0,0413	1,1293	1,1678	1,2089
0,53	0,0404	1,1598	1,2089	1,2623
0,58	0,0394	1,1984	1,2619	1,3323
0,64	0,0383	1,2477	1,3312	1,4261
0,71	0,0369	1,3117	1,4234	1,5547
0,78	0,0353	1,3957	1,5487	1,7362
0,86	0,0334	1,5080	1,7231	2,0000
0,94	0,0313	1,6608	1,9710	2,3875
1,04	0,0289	1,8710	2,3205	2,9002
1,14	0,0264	2,1556	2,7496	3,2185
1,25	0,0236	2,4961	2,9803	2,7566
1,38	0,0208	2,7226	2,5951	1,9750
1,52	0,0180	2,5245	1,8257	1,3943
1,67	0,0153	1,9960	1,3934	1,0195
1,83	0,0127	1,4934	1,0350	0,7737
2,02	0,0105	1,1273	0,7945	0,6059
2,22	0,0085	0,8737	0,6282	0,4869
2,44	0,0068	0,6961	0,5094	0,3998
2,69	0,0054	0,5687	0,4222	0,3347
2,95	0,0043	0,4753	0,3569	0,2852
3,25	0,0033	0,4055	0,3074	0,2471
3,58	0,0026	0,3530	0,2695	0,2177
3,93	0,0021	0,3135	0,2407	0,1952

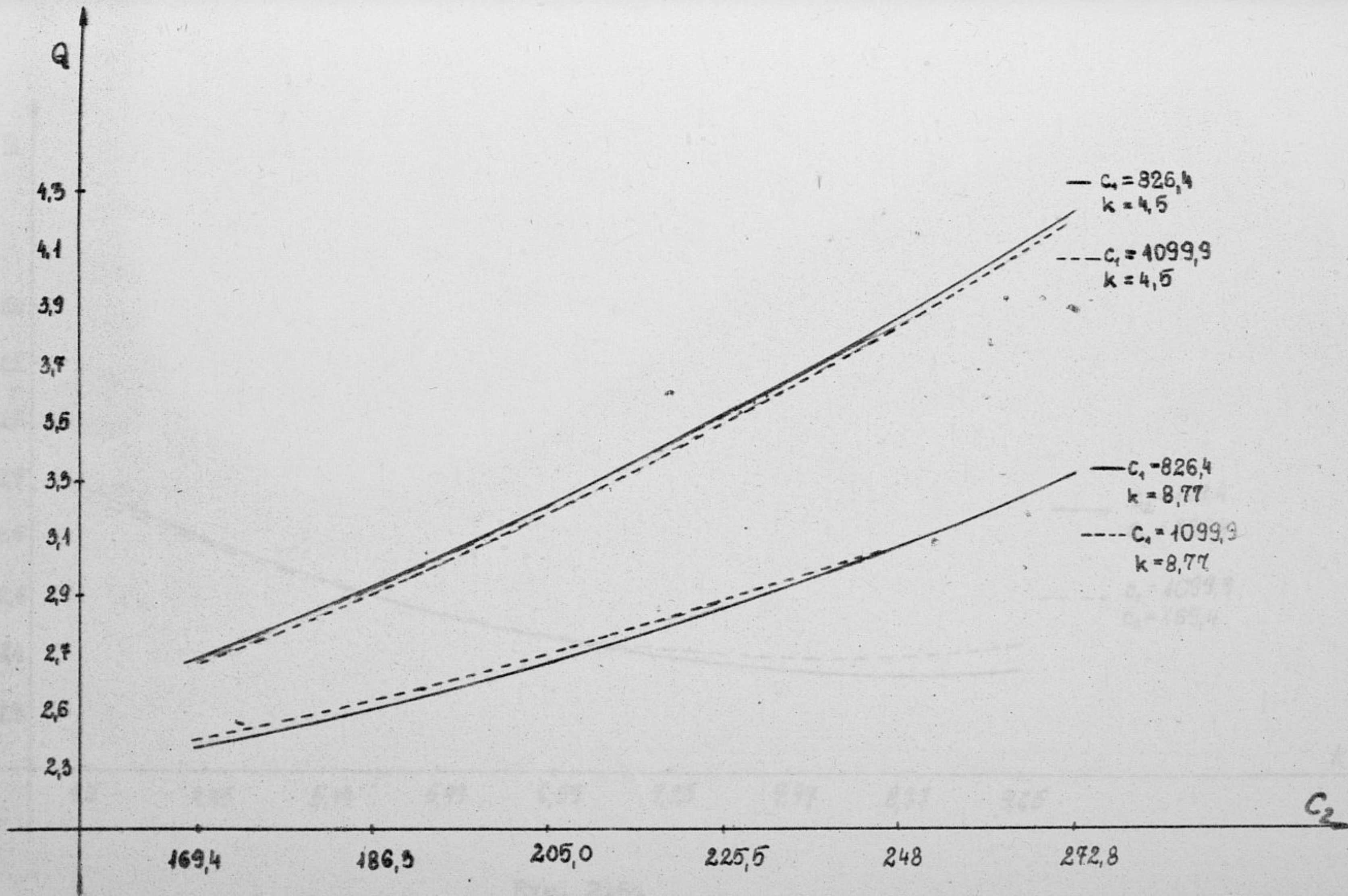
C.d. tabeli 2.7.

1	2	3	4	5
4,33	0,0016	0,2843	0,2194	0,1785
4,76	0,0013	0,2641	0,2045	0,1668
5,23	0,0010	0,2522	0,1958	0,1600
5,76	0,0008	0,2493	0,1940	0,1588
6,33	0,0006	0,2577	0,2010	0,1647
6,97	0,0005	0,2819	0,2204	0,1810
7,66	0,0005	0,3217	0,2529	0,2084
8,43	0,0004	0,3208	0,2552	0,2119
9,27	0,0003	0,2164	0,1729	0,1439
10,20	0,0003	0,1253	0,0997	0,0829
11,22	0,0003	0,0752	0,0598	0,0496
12,34	0,0003	0,0477	0,0378	0,0313
13,58	0,0002	0,0315	0,0250	0,0207
14,94	0,0002	0,0215	0,0170	0,0141
16,43	0,0002	0,0149	0,0118	0,0098
18,07	0,0002	0,0106	0,0084	0,0069
19,88	0,0002	0,0076	0,0060	0,0050
21,87	0,0002	0,0055	0,0043	0,0036
24,05	0,0002	0,0040	0,0032	0,0026
26,46	0,0001	0,0029	0,0023	0,0019
29,11	0,0001	0,0022	0,0017	0,0014
32,02	0,0001	0,0016	0,0013	0,0



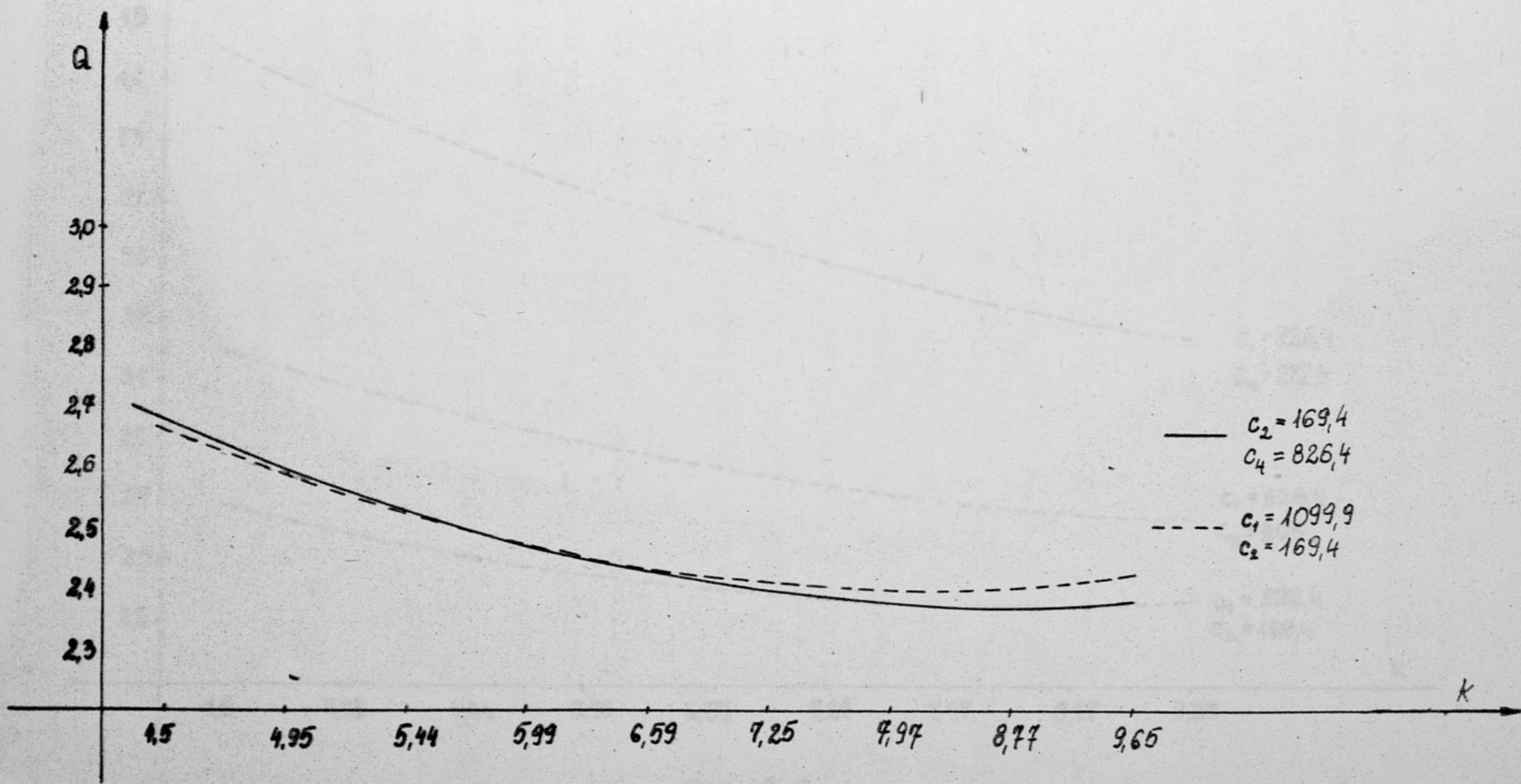
Rys. 2.4.

Wykres zależności współczynnika odczuwalności drgań od parametrów układu /c_1 = const/.

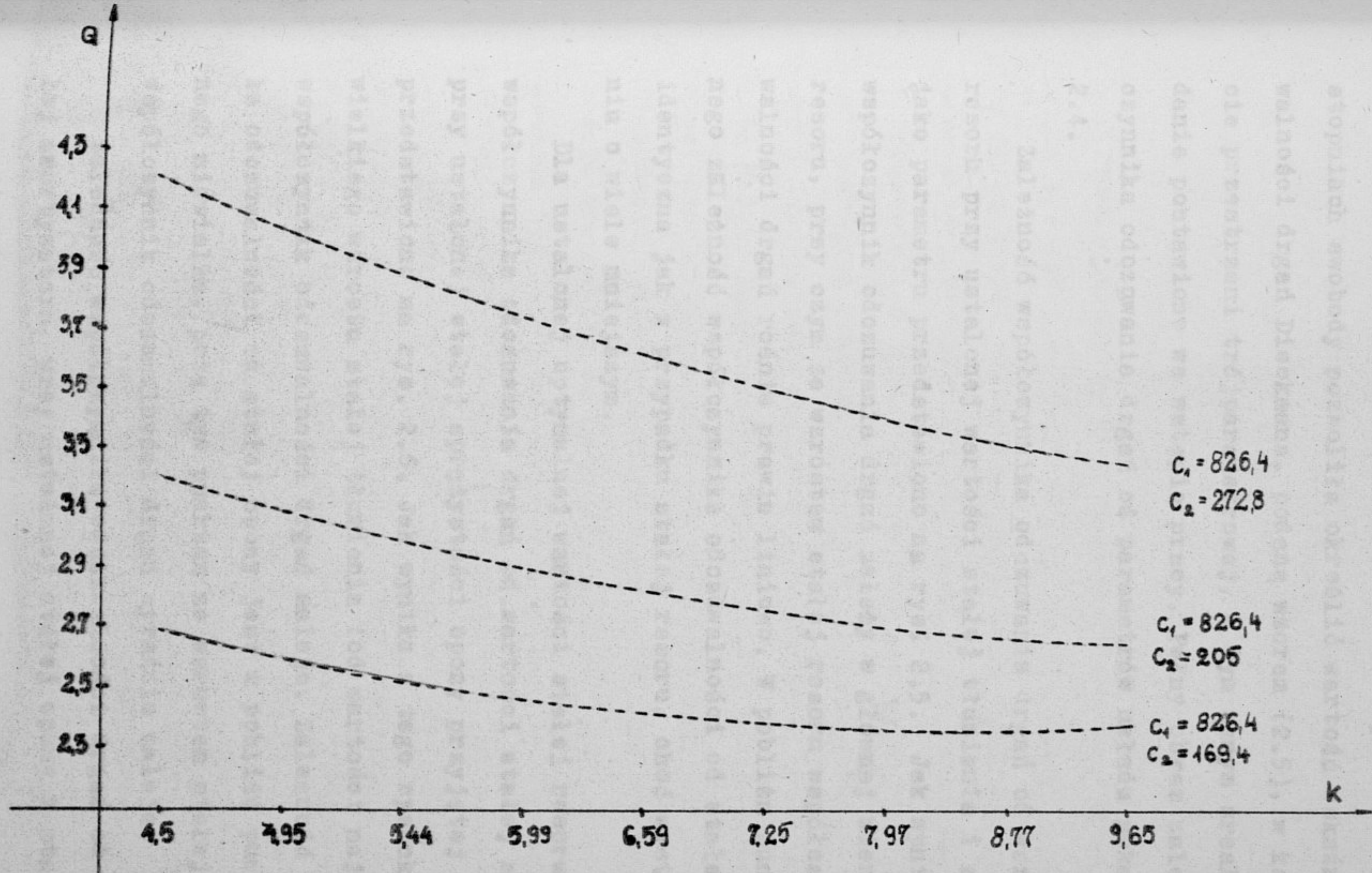


Rys. 2.5.

Wykres zależności współczynnika odczuwalności drgań od stałej rescru



Rys. 2.6.
Wykres zależności współczynnika odczuwlaności drgań od stałej tłumienia



Rys. 2.7.

Wykres zależności współczynnika odczuwalności drgań od stałej tłumienia

Przeprowadzona optymalizacja układu dynamicznego o dwóch stopniach swobody pozwoliła określić wartość wskaźnika odczuwalności drgań Dieckmana, podaną wzorem (2.5), w każdym punkcie przestrzeni trójparametrowej, a tym samym zrealizować zadanie postawione we wstępie pracy. Pełny obraz zależności współczynnika odczuwania drgań od parametrów układu pokazano na rys. 2.4.

Zależność współczynnika odczuwania drgań od wartości stałej resoru przy ustalonej wartości stałej tłumienia i stałej opony jako parametru przedstawiono na rys. 2.5. Jak wynika z wykresu współczynnik odczuwania drgań zależy w głównej mierze od stałej resoru, przy czym ze wzrostem stałej resoru współczynnik odczuwalności drgań rośnie prawie liniowo. W pobliżu punktu optymalnego zależność współczynnika odczuwalności od stałej opony jest identyczna jak w przypadku stałej resoru, choć występuje w stopniu o wiele mniejszym.

Dla ustalonej optymalnej wartości stałej resoru zależność współczynnika odczuwania drgań od wartości stałej amortyzatora przy ustalonej stałej sprężystości opony przyjętej za parametr przedstawiono na rys. 2.6. Jak wynika z tego rysunku dla niewielkiego wzrostu stałej tłumienia (od wartości najmniejszej), współczynnik odczuwalności drgań maleje. Zależność współczynnika odczuwalności od stałej opony jest w pobliżu punktu optymalnego niewielka, poza tym punktem ze wzrostem stałej tłumienia współczynnik odczuwalności drgań wyraźnie maleje.

Zależność współczynnika odczuwalności drgań od wartości stałej amortyzatora, przy ustalonej stałej opony i stałej resoru jako parametru pokazano na rys. 2.7. Jak wynika z rysunku wartość współczynnika odczuwalności drgań osiąga wyraźne minimum, dla $C_1 = C_{1\,opt}$ i $C_2 = C_{2\,opt}$. Łatwo można zauważyć, że wpływ stałej resoru na wielkość współczynnika odczuwania drgań jest tym mniejszy, im większa jest stała amortyzatora.

Przedstawione tu więc propozycje metody optymalizacji zostały w całości opracowane przy udziale autora niniejszej pracy przez zespół pracowników Instytutów Cybernetyki Technicznej oraz Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej Politechniki Wrocławskiej. Dokładny opis metody znajdzie czytelnik w niepublikowanych pracach [22] i [36], a dostępnych w wymienionych wyżej instytutach. Analityczne rozwiązanie problemu było możliwe dzięki wprowadzeniu funkcji (2.2), która pozwala na przedstawienie kryterium odczuwalności opracowanych i podanych przez Dieckmana jednym wyrażeniem w całym badanym paśmie częstotliwości. Propozycja ta (przedstawiona za pomocą funkcji wagi) powinna być dodatkowo sprawdzona na drodze odpowiednich badań fizjologicznych. Podstawowe znaczenie dla określenia komfortu jazdy podaną tu metodą mają również współczynniki β_1, β_2 i β_3. Projektowane zawieszenia pojazdu musi zapewniać odpowiednio wygodną jazdę dla różnych wartości masy resorowanej mieszczących się w granicach od M_{min} do M_{max}. Odpowiada to np. różnym ilościom pasażerów autobusu czy też różnym ciężarom przewożonego ładunku. Jak to już wyżej podano, problem ten nie został tu w pełni rozwiązany ponieważ brak jest w kraju odpowiednich danych statystycznych dotyczących stopnia wykorzystania miejsc pasażerskich oraz ładowności pojazdów.

Tym niemniej zaletą proponowanej metody jest możliwość uwzględnienia tego typu parametrów. Ponadto może być ona stosowana również w przypadkach przyjęcia do obliczeń znacznie bardziej skomplikowanych modeli pojazdu o większej ilości stopni swobody. Zmianie ulegnie w tym przypadku jedynie algorytm obliczania odpowiedzi układu.

3. IDENTYFIKACJA PODZESPOŁU ZAWIESZENIA SAMOCHODU

3.1. Cel prowadzonych badań

Celem identyfikacji układu rzeczywistego jest określenie stałych sprężystości i stałych tłumienia układu. Dodać trzeba, że przez stałe efektywne zgodnie z pracą [2] rozumie się tu stałe zlinaryzowane. Dotychczas stałe tłumienia określa się najczęściej, jak podaje się w pracy [26] na podstawie znajomości tzw. "pracy indykatorowej" przy stałej częstości wymuszenia. Wyniki doświadczeń wskazują, że tak określona stała jest inna dla różnych częstości. Wiadomo jednak, że na amortyzator w warunkach rzeczywistych działa obciążenie losowe o pewnym pasmie częstości. Zatem "efektywny" współczynnik tłumienia określony z uwzględnieniem istotnego pasma częstości będzie dokładniej oddawał rzeczywiste warunki pracy amortyzatora.

Podobnie, zgodnie z pracą [26] stałą sprężystości określa się zwykle metodami statycznymi, nie zawsze jednak odpowiadają one stałym wyznaczonymi metodami dynamicznymi. Efektywną stałą sprężystości należało określać metodą dynamiczną w istotnym pasmie częstości.

Znajomość rzeczywistych stałych sprężystości i tłumień pozwoli na określenie widm obciążeń działających na nadwozie lub podwozie. A to z kolei pozwoli na lepsze wymiarowanie tych podzespołów z punktu widzenia żywotności konstrukcji.

Zgodnie z pracami [3,21] widmo obciążeń możemy wyrazić w postaci:

$$S_p(\omega) = S_{x_2}(\omega)\left[c^2 + \omega^2 k^2\right],$$

gdzie: $S_{x_2}(\omega)$ - gęstość widmowa ugięć względnych między masą resorowaną a nieresorowaną,

c - "efektywna" stała sprężystości układu,

k - "efektywna" stała tłumienia układu.

W podobny sposób można wyznaczyć widmo obciążeń działających na masy nieresorowane. Tak pojęte zagadnienie identyfikacji jest znane w literaturze technicznej i podawane w licznych pracach, między innymi w monografii [13]. Dla sprawdzenia zoptymalizowanego układu należałoby tego typu identyfikację przeprowadzić na rzeczywistym obiekcie. Można bowiem przypuszczać, że oprócz określonych tłumień i sprężystości zastosowanych do budowy pojazdu elementów, istotny wpływ na charakterystyki układu mogą mieć elementy łączące. Nie są one na ogół w obliczeniach optymalizujących brane pod uwagę. Przedmiotem zainteresowania będzie tu więc:

1) opracowanie metody identyfikacji pozwalającej na weryfikację układu przy pomocy posiadanych w kraju środków technicznych,

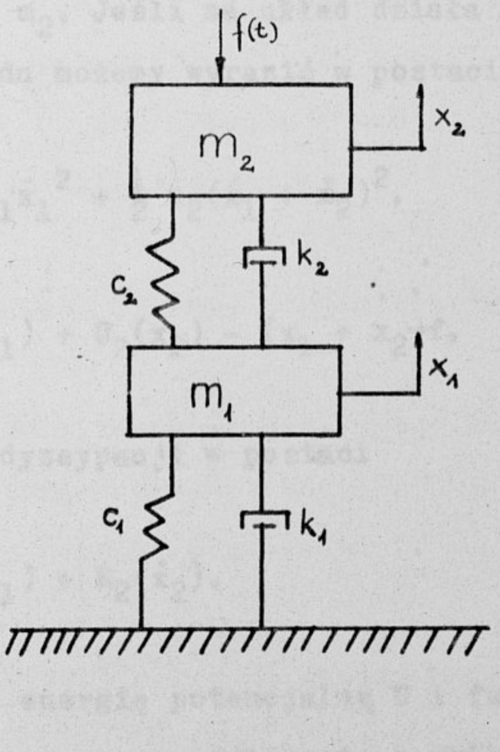
2) możliwość przeprowadzenia korekt w budowanych podzespołach tak, aby ostateczna charakterystyka układu rzeczywistego odpowiadała optymalnej.

Pierwszym z wymienionych problemów zajmiemy się w tym rozdziale.

3.2. Algorytm obliczeń

3.2.1. Równania ruchu dla przyjętego modelu matematycznego

Badanym układem dynamicznym będzie podzespół tylnego zawieszenia samochodu. Ze względu na symetrię układu (stała sprężystości i tłumienia lewej i prawej strony podzespołu jest taka sama, masa zaś jest rozłożona równomiernie), możemy go zastąpić układem punktów materialnych m_1, m_2 połączonych szeregowo z podłożem, za pomocą elementów sprężystych i tłumiących wg rys. 3.1.



Rys. 3.1. Układ zastępczy tylnego podzespołu samochodu

Równania ruchu układu zastępczego pokazanego na rys. 3.1 otrzymujemy z równań Lagrange'a w postaci:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} = -\frac{\partial R}{\partial \dot{x}_i}, \quad i = 1,2. \tag{3.1}$$

gdzie: $L = T - U$,

T - energia kinetyczna układu,

U - energia potencjalna układu,

R - funkcja dyssypacyjna,

x_i - współrzędna uogólniana.

Funkcje $x_1 = x_1(t)$, $x_2 = x_2(t)$ przedstawiają odchylenia od stanu równowagi odpowiednio rozstawu podłoże-masa m_1 i rozstawu masa m_1-masa m_2. Jeśli na układ działa wymuszenie $f(t)$, to energię układu możemy wyrazić w postaci:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_1 + \dot{x}_2)^2,$$

$$U = U_1(x_1) + U_2(x_2) - (x_1 + x_2) f, \tag{3.2}$$

zaś funkcję dyssypacji w postaci

$$R = R_1(\dot{x}_1) + R_2(\dot{x}_2). \tag{3.3}$$

Wyrażenie na energię potencjalną U i funkcję dyssypacji R zawiera podstawowe znane założenia o układzie, które z tych względów nie będą tu powtarzane. Po podstawieniu wyrażeń (3.2) i (3.3) do równań (3.1) otrzymamy równania:

$$m\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 + f_1(x_1,\dot{x}_1) = f(t),$$
$$m_2\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 + f_2(x_2,\dot{x}_2) = f(t), \tag{3.4}$$

gdzie $m = m_1 + m_2$ i

$$f_1(x_1,\dot{x}_1) = \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{\partial R_1}{\partial \dot{x}_1},$$
$$f_2(x_2,\dot{x}_2) = \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \frac{\partial R_2}{\partial \dot{x}_2}. \tag{3.5}$$

Jak widać z równań (3.4) identyfikacja układu, polegająca na znalezieniu parametrów układu zgodnie z pracą [13] będzie opierać się na znalezieniu funkcji f_1 i f_2 na podstawie odpowiedzi układu rzeczywistego.

3.2.2. Równania bilansu harmonicznego

Równania bilansu harmonicznego otrzymujemy przyjmując dla stanu ustalonego przy pobudzeniach $f = F\cos\psi$ (gdzie $\psi = \omega t$) następujący kształt odpowiedzi:

$$x_1 = a_1\cos\psi_1 \qquad \text{gdzie } \psi_1 = \omega t - \theta_1$$

oraz $a_1, \theta_1 = const.$ (3.6)

$$x_2 = a_2\cos\psi_2 \qquad \text{gdzie } \psi_2 = \omega t - \theta_2$$

oraz a_2, θ_2 = const.

Jest to uzasadnione, gdy w odpowiedzi układu rzeczywistego dominuje składowa o częstości pobudzenia. Przyjęty kształt odpowiedzi układu w postaci (3.6) daje dokładne rozwiązanie równań (3.4) w przypadku liniowym. W przypadku nieliniowym po podstawieniu przyjętej odpowiedzi (3.6) do równań (3.4) otrzymujemy następujący układ równań:

$$
\begin{aligned}
&-m\omega^2 a_1 \cos\psi_1 - m_2\omega^2 a_2 \cos\psi_2 + \hat{f}_1 = F\cos\psi + \varepsilon_1 \\
&-m_2\omega^2 a_1 \cos\psi_1 - m_2\omega^2 a_2 \cos\psi_2 + \hat{f}_2 = F\cos\psi + \varepsilon_2
\end{aligned}
\tag{3.7}
$$

gdzie:

$$\hat{f}_i = f_i(a_i\cos\psi_i, - a_i\omega\sin\psi_i); \quad i = 1,2$$

Wielkości ε_1 i ε_2 zwane pozostałościami przedstawiają błąd spełnienia równań (3.4) przez funkcje (3.6). Dla przypadku liniowego pozostałości znikają. Zgodnie z pracami [9,10,32] dla przypadku nieliniowego formułujemy równania bilansu harmonicznego w postaci:

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varepsilon_1 e^{i\psi_1}d\psi_1 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varepsilon_2 e^{i\psi_2}d\psi_2 = 0, \tag{3.8}$$

są to cztery równania dla wyznaczenia czterech niewiadomych stałych $a_1, a_2, \theta_1, \theta_2$. Aby napisać w jawnej formie równania (3.8) przydaje się formuła:

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\cos(\psi+\alpha)e^{i(\psi+\beta)}d\psi = e^{i(\beta-\alpha)} . \tag{3.9}$$

Jeśli z równań (3.7) wyznaczymy $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ i wstawimy do równania (3.8), oraz skorzystamy z formuły (3.9), otrzymamy równania bilansu harmonicznego w jawnej formie:

$$\begin{aligned} (m\omega^2 - \varkappa_1)a_1e^{i\theta_1} + m_2\omega^2a_2e^{i\theta_2} &= -F \\ m_2\omega^2a_1e^{i\theta_1} + (m_2\omega^2 - \varkappa_2)a_2e^{i\theta_2} &= -F, \end{aligned} \tag{3.10}$$

w których:

$$\varkappa_i = \frac{1}{\pi a_i}\int_0^{2\pi} f_i(a_i\cos\varphi, -a_i\omega\sin\varphi)e^{i\varphi}d\varphi,\quad i=1,2.$$

Współczynniki $\varkappa_1$ i $\varkappa_2$ to "efektywne zespolone współczynniki sprężystości", odpowiadające znanym współczynnikom linaryzacji harmonicznej [19,23,38]. Tej linaryzacji podlega także tłumienie, prezentowane przez urojoną część współczynników $\varkappa_1$ i $\varkappa_2$ Należy pamiętać, że wprowadzane współczynniki $\varkappa_1$ i $\varkappa_2$ zależą na ogół od wielkości a_i, ω . Dla modelu liniowego wielkości $\varkappa_i$ nie zależą od amplitud a_i.

Po odpowiednim przekształceniu równań bilansu harmonicznego (3.10) otrzymujemy kolejne równania w postaci:

$$\begin{aligned} a_1e^{i\theta_1} &= \varkappa_2\frac{F}{W}, \\ a_2e^{i\theta_2} &= (\varkappa_1 - m_1\omega^2)\frac{F}{W} \end{aligned} \tag{3.11}$$

w których

$$W = (m\omega^2 - \varkappa_1)(m_2\omega^2 - \varkappa_2) - m_2^{\,2}\,\omega^4 .$$

W jest wyznacznikiem głównym układu równań (3.4). Równania (3.11) dają możliwość określenia niewiadomych $a_1, a_2, \theta_1, \theta_2$. Z równań (3.11) otrzymujemy

$$a_1 = \left|\frac{\varkappa_2}{W}\right| \cdot |F| , \quad a_2 = \left|\frac{\varkappa_1 - m_1\omega^2}{W}\right| \cdot |F| . \tag{3.12}$$

Należy je rozwiązać jako równania przestępne względem amplitud a_1 i a_2. Odpowiednie fazy znajdziemy teraz z równań:

$$\theta_1 = \arg \varkappa_2 F/W , \quad \theta_2 = \arg(\varkappa_1 - m_1\omega^2) F/W . \tag{3.13}$$

W ten sposób osiągamy separację równań dla amplitud i zamknięte wzory dla faz.

3.2.3. Algorytm identyfikacji parametrów

Przyjmijmy, że mierzonymi wielkościami są np. charakterystyki amplitudowe prędkości x_1 oraz $(x_1 + x_2)$. Z kolei możemy zapisać amplitudy prędkości jako:

$$\begin{aligned} &\text{amp. } \dot{x}_1 = \omega\, a_1(\omega), \\ &\text{amp.} (\dot{x}_1 + \dot{x}_2) = \omega \left| a_1 e^{i\theta_1} + a_2 e^{i\theta_2} \right| . \end{aligned} \tag{3.14}$$

Korzystając z równań (3.11) dostajemy:

$$a_1 e^{i\theta_1} + a_2 e^{i\theta_2} = (\varkappa - m_1\omega^2)\frac{F}{W}, \qquad (3.15)$$

gdzie: $\varkappa = \varkappa_1 + \varkappa_2$

Z równania (3.15) wynika, że

$$a = \left|\varkappa - m_1\omega^2\right| \cdot \left|F/W\right|. \qquad (3.16)$$

Wyznaczając z równania (3.12) i (3.16) $\left|F/W\right|$ i porównując otrzymamy:

$$a_1(\omega)\left|\varkappa - m_1\omega^2\right| = a(\omega)\left|\varkappa_2\right|. \qquad (3.18)$$

Podstawiając za

$$\varkappa = \varkappa_1 + \varkappa_2, \quad \varkappa_1 = c_1 - i\omega k_1, \quad \varkappa_2 = c_2 - i\omega k_2 \qquad (3.19)$$

oraz przekształcając równanie (3.18) do postaci:

$$a_1^2\left[(c - m_1\omega^2)^2 + k^2\omega^2\right] = a^2(c_2^2 + \omega^2 k_2^2) \qquad (3.20)$$

gdzie: $C = C_1 + C_2$

$k = k_1 + k_2$

otrzymujemy tzw. "równania identyfikacyjne". Równania (3.20) są jednorodne ze względu na amplitudy.

Jeżeli równanie (3.20) podzielimy przez $m_1^2 \omega_o^4$ i dokonamy przekształceń, otrzymamy "równania identyfikacyjne" w bezwymiarowej postaci:

$$a_1^2(\omega)\left[A_o + A_1\sigma + \sigma^2\right] = a^2(\omega)\left[B_o + B_1\sigma\right], \qquad (3.21)$$

w których położono $\sigma = \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2$

oraz

$$A_o = \left(\frac{c}{m_1 \omega_o^2}\right)^2; \quad A_1 = \left(\frac{k}{m_1 \omega_o}\right)^2 - 2\frac{c}{m_1 \omega_o^2} \qquad (3.22)$$

$$B_o = \left(\frac{c_2}{m_1 \omega_o^2}\right)^2; \quad B_1 = \left(\frac{k_2}{m_1 \omega_o}\right)^2.$$

Dla charakterystyk $a = a(\omega)$ i $a_1 = a_1(\omega)$ zdjętych doświadczalnie, równanie (3.21) nie będzie na ogół spełnione dokładnie. Przez odpowiedni dobór identyfikowanych parametrów możemy jednak dążyć do możliwie najlepszego spełnienia równań identyfikacyjnych. W tym celu wprowadzamy wielkość:

$$\delta = a_1^2\left[A_o + A_1\sigma + \sigma^2\right] - a^2\left[B_o + B_1\sigma\right]. \qquad (3.23)$$

W dalszym ciągu dla optymalnego wyznaczenia parametrów A_i, B_i, $i = 0,1$ wprowadzamy wielkość:

$$\Delta^2 = \int_D \delta^2 d\sigma = min, \qquad (3.24)$$

jako miarę błędu spełnienia równań identyfikacyjnych dla wziętych pod uwagę wartości $\sigma \in D$, gdzie D jest obszarem identyfikacji. Obszar identyfikacji D został przyjęty na podstawie wyceny błędu szukanych parametrów układu. Błąd ten, na podstawie równania (3.20) można określić jako $\Delta k/k = \Delta a/a + \Delta a_1/a_1$ i podobnie dla pozostałych parametrów. Jeśli przyjmiemy np. $\Delta k/k = 10\ \%$, $a \approx a_1$, $\Delta a = \Delta a_1 = 1$ działka, otrzymamy warunek, że $a \geqslant 20$ działek. Za działkę elementarną przy zdejmowaniu doświadczalnych charakterystyk można przyjąć wartość 0,5 mm. Warunek $a \geqslant 20$ działek może spowodować, że obszar identyfikacji ograniczy się do charakterystyk amplitudowych w obrębie pierwszego i niekiedy drugiego rezonansu.

Powyższe rozważania zwracają uwagę na wielkie znaczenie dokładności, z którą zdejmuje się charakterystyki empiryczne.

Bezwymiarowe parametry A_o, A_1, B_o, B_1 wyznaczamy z równań:

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial A_i} = 0\ ; \qquad \frac{\partial \Delta^2}{\partial B_i} = 0\ ; \quad i = 0,1 \tag{3.25}$$

które zapisać można w postaci:

$$\int_D \delta \frac{\partial \delta}{\partial A_o} d\sigma = \int_D \delta \frac{\partial \delta}{\partial A_1} d\sigma = \int_D \delta \frac{\partial \delta}{\partial B_o} d\sigma = \int_D \delta \frac{\partial \delta}{\partial B_1} d\sigma = 0 \tag{3.26}$$

Uwzględniając (3.23) otrzymujemy równania w postaci:

$$A_o \int_D a_1^4 d\sigma + A_1 \int_D a_1^4 \sigma d\sigma + \int_D a_1^4 \sigma^2 d\sigma - B_o \int_D a_1^2 a^2 d\sigma +$$
$$- B_1 \int_D a_1^2 a^2 \sigma d\sigma = 0$$

$$
\begin{aligned}
&A_0\int_D a_1^1\sigma\,d\sigma + A_1\int_D a_1^1\sigma^2 d\sigma + \int_D a_1^1\sigma^3 d\sigma + \\
&\qquad -B_0\int_D a^2 a_1^2\sigma\,d\sigma - B_1\int_D a^2 a_1^2\sigma^2 d\sigma = 0,
\end{aligned}
\tag{3.27}
$$

$$
A_0\int_D a^2 a_1^2 d\sigma + A_1\int_D a^2 a_1^2\sigma\,d\sigma + \int_D a^2 a_1^2 d\sigma - B_0\int_D a^4 d\sigma - B_1\int_D a^4\sigma\,d\sigma = 0,
$$

$$
\begin{aligned}
&A_0\int_D a^2 a_1^2\sigma\,d\sigma + A_1\int_D a^2 a_1^2\sigma^2 d\sigma + \int_D a^2 a_1^2\sigma^3 d\sigma - B_0\int_D a^4\sigma\,d\sigma + \\
&\qquad - B_1\int_D a^4\sigma^2 d\sigma = 0.
\end{aligned}
$$

Układ równań (3.27) jest układem równań liniowych, który służy do wyznaczania parametrów A_o, A_1, B_o i B_1. Znając parametry A_i i B_i możemy zgodnie z równaniami (3.22) określić kolejno parametry układu dynamicznego tj. c, k, c_2 i k_2.

3.3. Badania doświadczalne

3.3.1. Opis stoiska pomiarowego i stosowanej aparatury

Jak wspomniano w poprzednich rozdziałach pojazdy kołowe dwuśladowe, w ogólnym przypadku należy traktować jako układy o wielu stopniach swobody. Aby przeprowadzić pełną identyfikację takiego układu należy dysponować aparaturą pomiarowo-przetwarzającą, oraz wzbudnikami o dużej mocy. Ponieważ dysponowano wzbudnikami o umiarkowanej mocy, zdecydowano się przeprowadzić badania na jednym z podzespołów pojazdu kołowego. Wybrano podzespół tylnego zawieszenia autobusu "Jelcz". Tak wybrany podzespół można traktować jako zastępczy model pojazdu kołowego, przy założeniu, że drgania pionowe osi przedniej są niezależne od drgań osi tylnej. Założenie to już poprzednio omówiono w punkcie 2.3.

Dla sprawdzenia przydatności metody przeprowadzono badania eksperymentalne. Wybranym badanym podzespołem jest tylne zawieszenie samochodu. Jego schemat przedstawia rys. 3.2, na którym oznaczono:

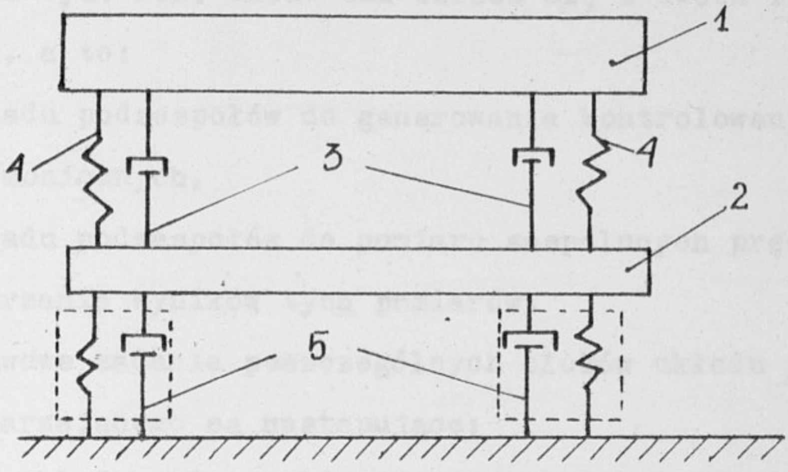
1 - część ramy nadwozia (masa resorowana),

2 - most (masa nieresorowana),

3 - amortyzator hydrauliczny,

4 - resor,

5 - opona.



Rys. 3.2. Schemat ideowy podzespołu badanego

Rzeczywisty układ tylnego zawieszenia tym różni się od układu badanego, że na masę nadwozia w układzie badanym składa się część ramy samochodu, powiększonej w czasie badań dodatkowymi obciążeniami ramy. Pozostałe elementy są takie same jak w rzeczywistości. Tak skonstruowany obiekt badano pod działaniem kontrolowanych wymuszeń harmonicznych, przy pomocy aparatury firmy "Prodera". Za pomocą tej aparatury można badać układy drgające gdy postać równań obiektu badanego jest znana, jak i gdy brak jest takiego opisu matematycznego. W tej pracy zajęto się przypadkiem, dla którego udaje się określić związki matematyczne opisujące zjawiska mechaniczne w układzie.

Przy pomocy opisywanej aparatury pomiarowo-przetwarzającej, można działać na obiekt kontrolowanymi wymuszeniami harmonicznymi, w wyniku których na wyjściu badanego układu otrzymamy odpowiedź w postaci zespolonych prędkości w wybranych punktach pomiarowych. Schemat blokowy układu zgodnie z pracą [12] pokazano na rys. 3.3. Układ ten składa się z dwóch zasadniczych części, a to:

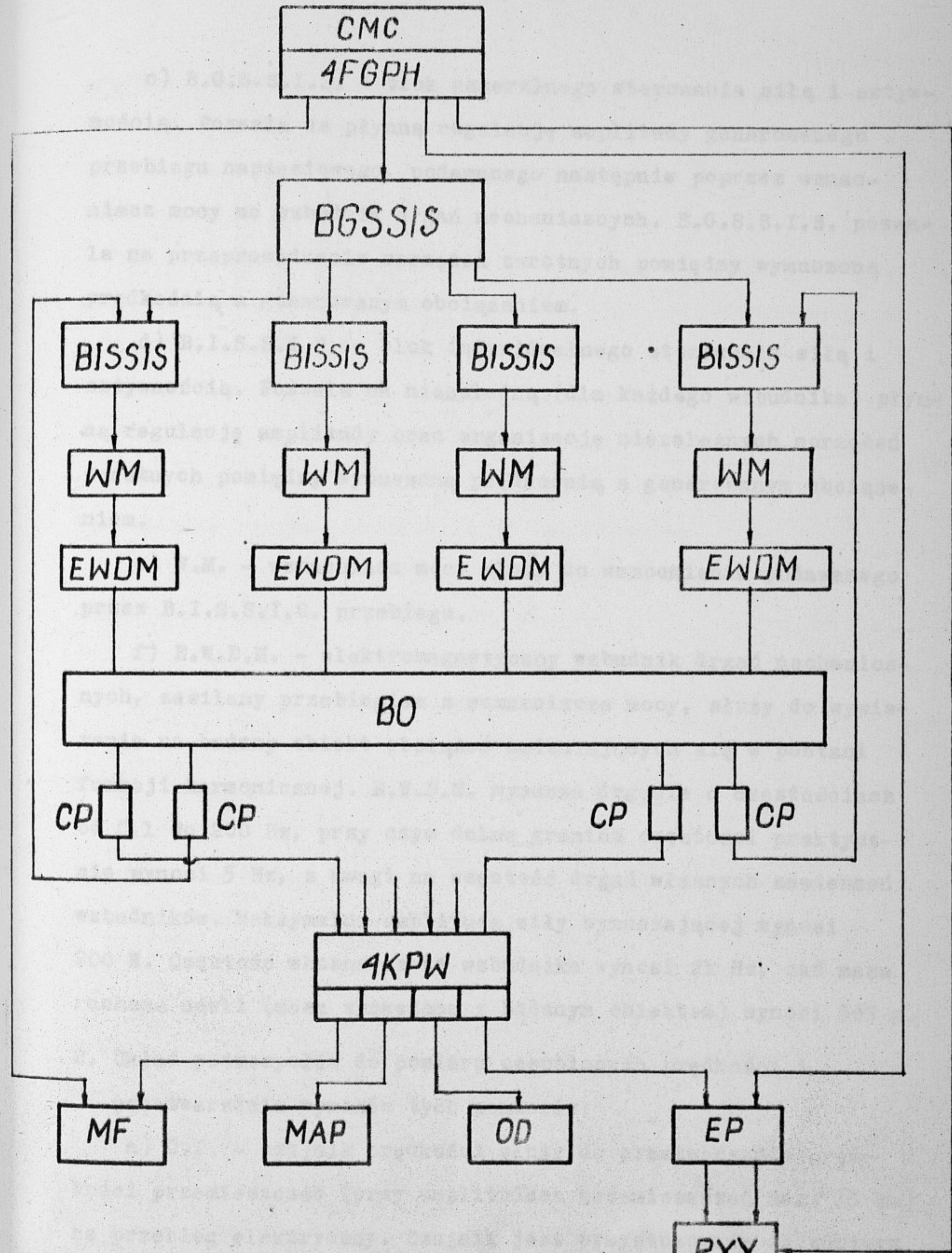
1. układu podzespołów do generowania kontrolowanych wymuszeń harmonicznych,
2. układu podzespołów do pomiaru zespolonych prędkości i przetwarzania wyników tych pomiarów.

Podstawowe zadania poszczególnych bloków układu pomiarowo-przetwarzającego są następujące:

1. Dla układu podzespołów do generowania kontrolowanych wymuszeń harmonicznych:

a) C.M.C. - cyfrowy miernik częstości służy do pomiaru częstości sygnału na wyjściu generatora 4F.G.P.H. Cyfrowy miernik częstości sprzężony jest z pisakiem rejestratora XY, który przy automatycznym sterowaniu przez C.M.C. rysuje krzywą admitancji w postaci linii przerywanej. Przerwa na linii krzywej admitancji odpowiada momentowi wyświetlania odczytu częstości przez C.M.C.

b) 4F.G.P.H. - czterofazowy generator przebiegów harmonicznych. Służy on do zasilania przebiegiem napięciowym całego układu podzespołów do generowania wymuszeń harmonicznych. Zakres generowanych częstości wynosi od 0,1 do 1400 Hz. Zakres ten podzielono na 12 podzakresów rozszerzonych lub 10 zakresów zawężonych. Generator umożliwia płynną regulację częstości od 0 do 100 % w wybranym zakresie. Zmianę częstości można dokonywać ręcznie lub automatycznie przy dwu szybkościach zmiany częstości. Odczytu generowanej częstości dokonuje się na C.M.C. przez pomiar okresu.



Rys.3.3. Schemat blokowy układu pomiarowo-przetwarzającego

c) B.G.S.S.I.S. - blok generalnego sterowania siłą i sztywnością. Pozwala na płynną regulację amplitudy generowanego przebiegu napięciowego, podawanego następnie poprzez wzmacniacz mocy na wzbudnik drgań mechanicznych. B.G.S.S.I.S. pozwala na przeprowadzenie sprzężeń zwrotnych pomiędzy wymuszoną prędkością a generowanym obciążeniem.

d) B.I.S.S.I.S. - blok indywidualnego sterowania siłą i sztywnością. Pozwala na niezależną (dla każdego wzbudnika) płynną regulację amplitudy oraz organizację niezależnych sprzężeń zwrotnych pomiędzy wymuszoną prędkością a generowanym obciążeniem.

e) W.M. - wzmacniacz mocy służy do wzmocnienia podawanego przez B.I.S.S.I.S. przebiegu.

f) E.W.D.M. - elektromagnetyczny wzbudnik drgań mechanicznych, zasilany przebiegiem z wzmacniacza mocy, służy do wywierania na badany obiekt obciążeń zmieniających się w postaci funkcji harmonicznej. E.W.D.M. wymusza drgania o częstościach od 0,1 do 200 Hz, przy czym dolna granica częstości praktycznie wynosi 5 Hz, z uwagi na częstość drgań własnych zawieszeń wzbudników. Maksymalna amplituda siły wymuszającej wynosi 200 N. Częstość własna cewki wzbudnika wynosi 21 Hz, zaś masa ruchoma cewki (masa sprzężona z badanym obiektem) wynosi 365 g.

2. Układ podzespołów do pomiaru zespolonych prędkości i przetwarzania wyników tych pomiarów:

a) C.P. - czujnik prędkości służy do przetwarzania prędkości przemieszczeń (przy amplitudach przemieszczeń max. 15 mm) na przebieg elektryczny. Czujnik jest przystosowany do pomiaru prędkości przy częstościach od 0 do 300 Hz i maksymalnej mierzonej prędkości 30 m/sek. Częstość własna cewki czujnika jest większa od 300 Hz. Masa cewki (masa połączona z badanym obiektem) wynosi 25 g.

b) 4K.P.W. - czterokanałowy przełącznik wielopunktowy pozwala na przełączenie przebiegu elektrycznego podawanego przez wybrany C.P. na miernik fazy, miernik amplitudy prędkości, oscyloskop dwustrumieniowy i element przetwarzający.

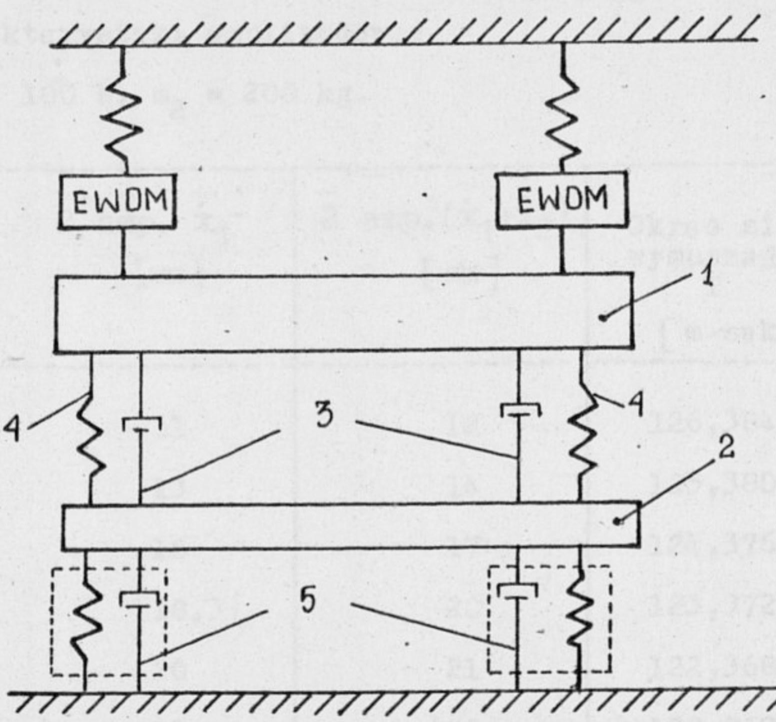
c) M.F. - miernik fazy, pozwala odczytać na skali naniesionej na lampę kineskopową kąt przesunięcia fazowego pomiędzy wymuszeniem a wybraną prędkością przemieszczenia.

d) M.A.P. - miernik amplitudy prędkości służy do pomiaru amplitudy prędkości przemieszczenia.

e) O.D. - oscyloskop dwustrumieniowy pozwala na oglądanie przebiegu prędkości jak i wymuszenia.

3.3.2. Opis przeprowadzonego doświadczenia

Obiektem badań, jak to wspomniano poprzednio, był tylny most autobusu "Jelcz", którego schemat ideowy przedstawiono na rys. 3.2. Do badanego układu przyłożono siłę wymuszającą $f = F \sin t$, która wprawiła w ruch drgający masy m i M. Okres siły wymuszającej zmieniał się w sposób ciągły, liniowo na jednym z wybranych podzakresów układu mierzącego. Czas trwania eksperymentu wynosił 55 minut, przy zmianie okresu od T = 160 msek, do T = 16 msek. Zgodnie z rys. 3.4 wymuszenia przyłożono do masy górnej układu poprzez zawieszenie wzbudników na odpowiednich sprężynach, których częstość drgań własnych wynosiła około 0,7 Hz. Sprężyny z kolei zamocowano do odpowiedniej konstrukcji (do tego celu zbudowanej). Odniesieniem układu badanego było podłoże stropu.



Rys. 3.4. Schemat przyłożenia wymuszenia do układu badanego

W czasie doświadczenia zdejmowano charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe prędkości mas resorowanych i nieresorowanych. Jednocześnie obserwowano przebiegi czasowe na oscyloskopie dwustrumieniowym. Dla wybranych częstości wymuszeń dokonano rejestracji odpowiedzi układu. Dokonano również rejestracji drgań stropu. Na podstawie takich pomiarów stwierdzono, że stosunek amplitudy prędkości stropu do amplitudy prędkości masy resorowanej osiąga wartość największą około 1:20.

W tabelach nr 3.1 - 3.6 podano dyskretne wartości charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych prędkości dla masy resorowanej i nieresorowanej.

Tab. 3.1.

Wartości charakterystyki amplitudowej

$F = 100$ N, $m_2 = 200$ kg.

Lp.	2 amp. $\dot{x}_1$ [mm]	2 amp.$(\dot{x}_1+\dot{x}_2)$ [mm]	Okres siły wymuszającej T [m/sek]
1	11	12	126,384
2	13	14	125,380
3	16	17	124,376
4	18,3	20	123,372
5	20	21	122,368
6	19	20	120,862
7	18	18,5	119,356
8	16,5	17	118,352
9	15	15	117,348
10	12	12	115,340
11	10,2	10	113,332
12	9,0	9,0	111,324

Tab.3.2.

Wartości charakterystyki amplitudowej

$F = 200$ N $m_2 = 200$ kg

Lp	2 amp. $\dot{x}_1$ [mm]	2 amp. $(\dot{x}_1+\dot{x}_2)$ [mm]	Okres siły wymuszającej T [m/sek]
1	11	13,5	135,34
2	12	14	134,34
3	13	16	133,34
4	14,5	17	132,34
5	17	19	131,34
6	20	21,3	130,3
7	23	24	129,34
8	27	31,5	128,34
9	32,5	39	127,34
10	37	42	126,34
11	37	40	125,34
12	36,5	37	124,34
13	34	35,5	123,34
14	32	32,5	122,34
15	30	30	121,34
16	27	28	120,34
17	26	26,5	119,34
18	24,5	24,0	118,34
19	22,5	22	117,34
20	20,2	20	116,34
21	19,0	18,3	115,34
22	17,5	17,0	114,34
23	16,3	15,5	113,34
24	15,0	14,0	112,34
25	14,5	13,5	111,34
26	13,5	12,5	110,34
27	13,0	11,5	109,34
28	12,0	11,0	108,34
29	11,2	10,2	107,34
30	10,2	9,5	106,34

Tab. 3,3

Wartości charakterystyki amplitudowej

$F = 300$ N $\qquad m_2 = 200$ kg

Lp.	2 amp. $\dot{x}_1$ [mm]	2 amp. $(\dot{x}_1+\dot{x}_2)$ [mm]	Okres siły wymuszającej T [m/sek]
1	7,0	9,5	159,96
2	7,3	10,0	158,46
3	8,0	10,0	156,96
4	8,5	10,5	155,46
5	8,8	11,0	153,96
6	9,0	11,5	152,46
7	9,0	12,0	150,96
8	9,5	13,2	149,46
9	11,0	14,0	147,96
10	11,3	14,5	146,46
11	12,0	15,0	144,96
12	13	16,0	143,46
13	15,0	17,0	141,96
14	16,0	18,0	140,46
15	16,8	19,5	138,96
16	18,0	21,5	137,46
17	21,8	24,2	135,96
18	26,5	28,0	134,46
19	34,5	36	132,96
20	47,0	47,5	131,46
21	56,0	60	129,96
22	56,0	68	128,46
23	52,0	69	126,96
24	48,0	53	125,46
25	43,0	43,0	123,96
26	39,0	39,0	122,46
27	35,5	35,5	120,96
28	33,0	31,5	119,46
29	30,0	29,0	117,96
30	27,0	25,5	116,46
31	24,5	23,5	114,96

c.d, Tab.3.3.

Lp.	1	2	3
32	22,0	20,5	113,46
33	20,0	18,5	111,96
34	18,0	16,5	110,46
35	17,0	15,0	108,96
36	15,5	13,0	107,46
37	14,0	12,0	105,96
38	13,0	11,0	104,46
39	12,0	10,0	102,96
40	11	9	101,46

Tab. 3.4. Wartości charakterystyk amplitudowych

$F = 200$ N $\quad m_2 = 500$ kg

Lp.	2 amp. $\dot{x}_1$ [mm]	2 amp. $(\dot{x}_1+\dot{x}_2)$ [mm]	Okres siły wymuszającej T [m/sek]
1	16	16	145,170
2	24	22,5	143,16
3	31	24	141,15
4	28	25	139,14
5	18	17	134,115
6	13	11	129,090
7	9	7	124,065

Tab. 3.5.

Wartości charakterystyki amplitudowej

$F = 300$ N, $m_2 = 500$ kg

Lp.	2 amp. $\dot{x}_1$ [mm]	2 amp. $(\dot{x}_1+\dot{x}_2)$ [mm]	Okres siły wymuszającej [m/sek]
1	10	10	163,04
2	11	10	161,54
3	11	11	160,04
4	12	12	158,54
5	13	13	157,04
6	14	14	155,54
7	16	15	154,04
8	17	19	152,54
9	20	23	151,04
10	24	24	149,54
11	44	37	148,04
12	43	44	146,54
13	42	44	145,04
14	42	44	143,54
15	38	38	142,04
16	34	32	140,54
17	30	28	139,04
18	27	25	137,54
19	25	22	136,04
20	23	21	134,54
21	20	17	133,04
22	16	14	130,04
23	15	12	128,54
24	14	12	127,04
25	12	10	125,54
26	11	9	124,04
27	10	8	122,54

Tab.3.6.

Wartości charakterystyki amplitudowej

$F = 400$ N, $m_2 = 500$ kg

Lp.	2 amp. $\dot{x}_1$ [mm]	2 amp.$(\dot{x}_1+\dot{x}_2)$ [mm]	Okres siły wymuszającej T [m/sek]
1	9	12,0	132,93
2	9,5	11	131,43
3	10,0	13	129,93
4	10,5	16,0	128,43
5	12,0	19,0	126,93
6	12,0	17,5	125,43
7	13,5	18,0	123,93
8	12,0	16,0	122,43
9	13,0	19,5	120,93
10	17,0	23,0	119,43
11	20	25,5	117,93
12	20,5	29,0	116,43
13	23,0	36,0	114,93
14	27,0	43	113,43
15	32,0	50	111,93
16	34,5	53	110,43
17	35,5	52	108,93
18	34,0	47	107,43
19	29	38	105,93
20	23,5	31	104,43
21	21,5	27,5	102,93

c.d.Tab.3.6

Lp.	1	2	3
22	18,5	25,0	101,43
23	17,0	22,5	99,93
24	15,5	21,0	98,43
25	15,0	17,5	96,93
26	12,5	15,2	95,43
27	11,5	14,0	93,93
28	11,0	14,0	92,43
29	10,0	13,0	90,93
30	9,5	12,5	89,43
31	9,0	11,5	87,93

3.3.3. Analiza harmoniczna odpowiedzi układu rzeczywistego

Odpowiedzi układu rzeczywistego poddano analizie spektralnej w celu określenia widma amplitudowego. Odpowiedź układu $x_1(t)$ i $x_1(t) + x_2(t)$ potraktowano jako funkcję okresową spełniającą warunki Dirichleta [25]. Ponieważ przebiegi mierzone są funkcjami ciągłymi, to zbieżność szeregu Fouriera jest zbieżnością jednostajną, zaś przy spełnieniu warunków Dirichleta jest odcinkami jednostajnie zbieżna. Jak wiadomo funkcję $x_1(t)$ i $x_1(t) + x_2(t)$ można przedstawić w przedziale T w postaci szeregu Fouriera:

$$\dot{x}(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{k=\infty} C_k \sin(k\omega t + \varphi_k), \tag{3.28}$$

w którym:

$$C_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} \dot{x}(t)dt,$$

$$C_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2},$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \dot{x}(t) \cos k\omega t \, dt,$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \dot{x}(t) \sin k\omega t \, dt,$$

$$\varphi_k = \operatorname{arctg} \frac{a_k}{b_k} \quad .$$

Zbiór liczb c_k nazywamy widmem amplitudowym, a zbiór liczb φ_k - widmem fazowym. Widmo amplitudowe graficznie można przedstawić w postaci pionowych linii, których długość jest równa c_k a odcięta k , gdzie k = 1,2,...,n. Takie widmo jest widmem dyskretnym. Analizę spektralną odpowiedzi układu przeprowadzono dla $k \leqq 5$. Otrzymane odpowiedzi układu przy ustalonej częstości siły wymuszającej, czytano w sposób dyskretny, z takim krokiem kwantowania, by zachodziło $k \ll T/\Delta$, gdzie k - kolejna harmonika, Δ - krok kwantowania, T - okres. Tak przygotowane dane służyły do określenia amplitud przy kolejnych harmonikach, które z kolei wstawiono do wyrażenia (3.28) i określono wartość liczbową funkcji x(t).

Dane liczbowe do określenia widma amplitudowego podano w tabelach 3.2.1, 3.2.2, 3.3.1-3.3.4, 3.4.1-3.4.4, 3.5.1, 3.5.2, 3.6.1 (początkowe dwie liczby oznaczają numery tabel, w których podano charakterystyki amplitudowe). Liczby porządkowe podane pod pozycją Lp. w tab. 3.2.1, 3.3.1 itp. oznaczają na osi czasu równy krok kwantowania tj. Lp.(n+1) - Lp. n = Lp.(n+2) - Lp.(n+1). Wartości amplitud przy poszczególnych harmonikach podano w tabeli 3.7. Wartości amplitud prędkości podano we wszystkich tabelach w mm, chcąc jednak określić faktyczną prędkość, należy dla podanych liczb zastosować mnożnik 2,41 mm/sek. Procentowy udział amplitud wyższych harmonicznych w stosunku do amplitudy o częstości podstawowej podano w tab. 3.8. Wybrane widma amplitudowe pokazano na rys. 3.5.

Tab.3.2.1. **Wartości rzędnych odpowiedzi układu badanego.**

Lp.	T = 125,95 [msek]		Lp.	T = 125,95 [msek]	
	$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t)+\dot{x}_2(t)$ [mm]		$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t)+\dot{x}_2(t)$ [mm]
1	4,5	44,0	31	26,0	25,0
2	4,0	42,5	32	32,5	15,0
3	5,0	39,0	33	40,0	6,0
4	9,0	35,0	34	39,5	2,0
5	16,0	30,5	35	33,0	3,0
6	27,0	24,5	36	22,5	20,0
7	36,0	17,0	37	12,5	36,0
8	40,0	9,0	38	7,0	43,0
9	39,0	2,5	39	4,0	43,0
10	32,5	8,0	40	5,0	40,0
11	21,0	20,0	41	8,0	36,0
12	12,0	33,5	42	14,0	32,0
13	8,5	41,5	43	24,0	26,0
14	5,0	44,0	44	34,0	19,0
15	4,0	40,0	45	39,0	10,0
16	7,0	36,0	46	40,0	4,0
17	12,5	33,0	47	36,0	2,5
18	21,0	28,0	48	30,0	11,0
19	31,0	21,0	49	20,0	26,0
20	37,5	12,0	50	10,0	39,0
21	40,0	4,0	51	5,5	44,0
22	37,0	2,0	52	4,0	42,0
23	27,0	14,0	53	5,5	38,0
24	20	25,0	54	9,0	34,0
25	11,5	37,0	55	16,5	31,0
26	5,5	44,0	56	25,0	25,0
27	4,0	42,5	57	35,0	14,0
28	5,0	38,5	58	40,0	6,0
29	9,0	34,5	59	38,5	2,0
30	14,0	31,0	60	32,0	6,0
			61	22,5	20,0
			62	13,0	34,0
			63	6,5	43,0
			64	4,5	44,0

Tab. 3.2.2. Wartości rzędnych odpowiedzi układu badanego.

Lp.	T = 120 [msek]		Lp.	T = 120 [msek]	
	$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t)+\dot{x}_2(t)$ [mm]		$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t)+\dot{x}_2(t)$ [mm]
1	6,5	29,0	31	34,0	1,0
2	7,0	29,0	32	32,5	2,0
3	10,0	26,0	33	27,5	7,5
4	17,0	19,0	34	19,5	14,5
5	25,5	12,0	35	13,0	21,5
6	31,0	5,0	36	8,5	27,0
7	34,0	2,0	37	6,5	28,5
8	32,5	2,0	38	9,0	27,5
9	27,5	7,0	39	14,0	23,0
10	22,0	14,0	40	20,0	16,0
11	14,5	21,0	41	27,0	10,0
12	10,0	26,0	42	32,0	4,5
13	7,0	28,0	43	34,0	2,0
14	7,5	28,0	44	31,5	2,5
15	12,0	24,0	45	26,0	6,5
16	18,0	19,0	46	19,0	14,0
17	26,0	13,0	47	13,0	20,5
18	32,0	5,0	48	8,5	26,5
19	34,0	1,5	49	6,0	29,0
20	32,5	2,0	50	8,0	28,0
21	27,0	6,0	51	13,0	24,0
22	20,0	13,0	52	21,0	16,0
23	13,0	22,0	53	29,0	10,0
24	9,0	27,0	54	32,0	5,0
25	7,0	28,0	55	34,0	1,5
26	8,5	27,5	56	31,0	2,5
27	12,0	25,0	57	25,0	7,0
28	20,0	17,0	58	18,0	16,0
29	26,0	10,0	59	12,0	22,5
30	32,0	5,0	60	8,0	27,0
			61	6,5	29,0

Tab. 3.3.1. **Wartości rzędnych odpowiedzi układu badanego.**

Lp.	T = 140 [msek]		Lp.	T = 140 [msek]	
	$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)$ [mm]		$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)$ [mm]
1	-5,3	13,5	24	8,5	-5,0
2	-6,0	12,0	25	8,0	-3,0
3	-5,0	10,0	26	5,5	-0,5
4	-3,0	7,5	27	2,5	3,5
5	-0,5	3,0	28	0,0	5,5
6	2,8	-1,0	29	-2,5	10,0
7	5,7	-3,0	30	-5,0	12,0
8	8,0	-4,0	31	-6,0	13,5
9	8,7	-3,5	32	-5,7	13,0
10	8,5	-2,0	33	4,5	11,0
11	7,5	0,5	34	-2,0	8,5
12	0,5	4,5	35	1,3	4,5
13	-1,0	8,0	36	3,5	2,0
14	-3,5	10,5	37	6,5	-1,5
15	-5,0	12,5	38	8,5	-3,0
16	-5,8	13,5	39	8,8	-5,0
17	-5,5	12,5	40	8,3	-4,0
18	-3,5	10,5	41	7,0	-2,5
19	-1,8	7,5	42	4,5	1,5
20	1,2	4,5	43	1,5	5,0
21	4,3	0,0	44	-1,0	9,0
22	7,0	-2,5	45	-3,5	11,5
23	8,5	-4,0	46	-5,3	13,0

Tab. 3.3.2. **Wartości rzędnych odpowiedzi układu badanego.**

Lp.	T = 128,85 [msek]		Lp.	T = 128,85 [msek]	
	$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t)+\dot{x}_2(t)$ [mm]		$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t)+\dot{x}_2(t)$ [mm]
1	52,0	20,0	28	54,0	31,0
2	54,0	14,0	29	57,0	25,0
3	56,0	9,0	30	57,5	19,0
4	56,5	4,0	31	57,0	12,5
5	56,0	2,0	32	55,0	6,0
6	54,5	2,0	33	51,0	3,0
7	52,0	3,0	34	45,0	0,0
8	47,0	8,0	35	40,0	1,0
9	40,0	17,0	36	30,0	3,0
10	34,0	27,0	37	23,0	7,0
11	26,0	35,0	38	18,0	16,0
12	11,0	44	39	9,0	26,0
13	5,0	50,0	40	5,0	34,0
14	3,0	60,0	41	3,5	40,0
15	2,0	63,0	42	2,0	50,0
16	3,0	64,0	43	3,5	60,0
17	8,0	62,0	44	6,0	63,0
18	12,0	60,0	45	10,0	63,0
19	18,0	60,0	46	14,0	62,0
20	21,0	56,0	47	18,0	59,5
21	25,0	52,0	48	24,0	56,0
22	30,0	49,0	49	28,0	53,0
23	35,0	46,0	50	33,0	50,0
24	38,0	43,0	51	36,0	47,0
25	41,0	42,0	52	41,0	44,5
26	45,0	38,0	53	46,0	43,0
27	49,0	35,0	54	48,0	39,0
			55	52,0	34,5

Tab. 3.3.3. **Wartości rzędnych odpowiedzi układu badanego.**

Lp	T = 120 [msek]		Lp	T = 120 [msek]	
	$x_1(t)$ [mm]	$x_1(t)+x_2(t)$ [mm]		$x_1(t)$ [mm]	$x_1(t)+x_2(t)$ [mm]
1	25,0	7,0	28	31,5	5,0
2	28,0	3,5	29	34,0	3,0
3	32,0	1,0	30	37,0	1,0
4	34,0	0,0	31	37,5	-0,5
5	36,5	-0,2	32	37,8	-2,0
6	37,3	-0,2	33	37,5	-3,0
7	38,0	-o,1	34	36,5	-1,5
8	37,5	0,0	35	36,0	0,0
9	36,3	2,0	36	32,0	1,0
10	34,0	4,0	37	29,0	4,0
11	31,5	9,5	38	24,0	7,0
12	28,0	14,0	39	19,0	12,0
13	24,0	17,0	40	13,0	15,0
14	18,0	21,0	41	10,0	21,0
15	13,0	25,0	42	7,0	24,5
16	10,0	30,0	43	5,0	29,0
17	7,5	32,0	44	4,5	31,5
18	6,0	33,0	45	3,5	33,0
19	4,0	32,0	46	4,0	31,5
20	3,5	31,0	47	4,5	30,5
21	6,0	29,0	48	7,0	28,0
22	9,0	27,0	49	9,0	24,0
23	13,0	25,0	50	13,0	22,0
24	18,0	20,0	51	15,0	18,0
25	21,0	15,0	52	20,0	15,0
26	26,0	13,0	53	25,0	11,0
27	29,0	9,0			

Tab. 3.3.4. Wartości rzędnych odpowiedzi układu badanego.

Lp.	T = 115 [msek] $\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)$ [mm]	Lp.	T = 115 [msek] $\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)$ [mm]
1	3,0	23,5	39	16,5	4,5
2	1,0	26,0	40	19,5	3,0
3	-0,5	26,5	41	22,0	2,5
4	-1,0	26,3	42	22,5	2,5
5	-1,0	25,5	43	23,0	3,0
6	-0,3	24,5	44	23,5	4,0
7	1,0	23,5	45	22,0	7,0
8	3,0	21,0	46	21,5	10,0
9	7,0	18,0	47	20,0	12,0
10	10,0	14,5	48	17,0	15,0
11	12,0	13,0	49	14,0	18,0
12	16,0	9,5	50	12,0	21,0
13	19,0	7,0	51	9,0	24,0
14	21,0	5,0	52	6,5	26,0
15	23,0	3,5	53	4,0	26,5
16	23,3	3,0	54	1,0	26,5
17	23,5	2,5	55	0,0	26,0
18	23,5	4,0	56	-0,8	25,5
19	23	6,0	57	-1,0	24,0
20	22	9,0	58	-0,5	21,0
21	21,5	12,0	59	1,0	19,0
22	18,5	13,0	60	3,0	16,5
23	16,0	16,0	61	6,0	14,0
24	13,5	20,0	62	8,5	10,0
25	11,5	23,0	63	10,0	8,0
26	7,0	25,0	64	14,0	5,0
27	5,0	26,0	65	17,5	4,0
28	3,5	26,5	66	20,0	3,0
29	1,0	26,0	67	22,0	2,5
30	-1,0	25,0	68	23,0	2,0
31	-1,2	23,0	69	23,5	3,5
32	-0,8	21,5	70	23,0	5,0
33	0,5	20,0	71	22,5	7,0
34	2,0	17,0	72	21,0	10,0
35	4,0	14,0	73	20,0	12,0
36	7,0	11,0	74	15,5	15,0
37	10,0	9,0	75	14,5	19,0
38	13,0	6,0	76	11,5	21,0
			77	9,0	23,5

Tab. 3.4.1. Wartości rzędnych odpowiedzi układu badanego.

Lp.	T = 150 [msek]		Lp.	T = 150 [msek]	
	$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)$ [mm]		$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)$ [mm]
1	9,0	0,0	25	0,0	9,2
2	8,0	2,0	26	0,5	7,3
3	6,3	3,5	27	1,3	5,8
4	4,2	4,5	28	3,2	4,0
5	2,5	5,8	29	5,0	3,5
6	1,2	6,6	30	6,7	2,5
7	0,2	7,5	31	8,0	1,8
8	0,0	8,9	32	9,0	0,5
9	0,2	8,6	33	9,3	-0,3
10	1,0	6,5	34	8,5	0,8
11	2,2	5,0	35	7,5	2,2
12	3,7	4,2	36	6,0	4,0
13	5,4	3,3	37	4,0	5,5
14	7,0	2,5	38	2,2	6,2
15	8,6	1,2	39	1,0	7,0
16	9,2	0,3	40	0,3	8,3
17	9,0	0,5	41	0,0	9,0
18	8,0	2,0	42	0,2	7,8
19	6,9	3,5	43	1,2	6,5
20	5,0	4,8	44	2,7	4,8
21	3,0	5,7	45	4,7	3,0
22	1,4	6,5	46	6,3	2,0
23	0,6	7,3	47	8,0	1,5
24	0,0	8,8	48	9,0	0,0

Tab. 3.4.2. Wartości rzędnych odpowiedzi układu badanego.

Lp.	T = 144 [msek]		Lp.	T = 144 [msek]	
	$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)$ [mm]		$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)$ [mm]
1	22,8	6,0	34	20,3	5,8
2	20,5	5,2	35	18,5	10,0
3	19	9,0	36	15,0	15,5
4	16,7	14,0	37	11,0	18,0
5	13,2	16,5	38	7,0	20,5
6	10,0	19,5	39	3,3	23,2
7	5,0	22,8	40	1,7	24,0
8	2,0	24,0	41	2,5	22,8
9	1,0	23,5	42	5,0	20,0
10	4,0	21,5	43	9,5	16,5
11	7,5	18,5	44	15,5	14,0
12	12,5	15,2	45	19,2	11,0
13	17,5	12,0	46	21,5	9,2
14	20,8	10,0	47	22,5	8,0
15	22,0	8,5	48	22,0	6,2
16	22,0	6,5	49	21,2	4,3
17	21,3	5,0	50	19,8	8,0
18	20,5	6,0	51	17,5	12,5
19	18,5	10,0	52	14,2	16,0
20	15,2	15,5	53	10,5	19,0
21	12,0	18,0	54	6,5	22,0
22	7,0	21,0	55	3,0	23,8
23	4,0	23,0	56	1,0	24,0
24	1,3	24,0	57	3,0	22,7
25	2,2	22,5	58	6,0	20,0
26	5,7	20,5	59	16,0	16,0
27	10,5	16,0	60	19,0	14,0
28	15,0	14,0	61	21,3	11,5
29	19,5	11,0	62	22,5	9,3
30	21,0	9,2	63	22,8	8,0
31	22,2	8,0			
32	22,2	6,0			
33	21,0	5,0			

Tab. 3.4.3. **Wartości rzędnych odpowiedzi układu badanego.**

Lp.	T = 139,59 [msek]		Lp.	T = 139,59 [msek]	
	$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)$ [mm]		$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)$ [mm]
1	10,0	9,7	32	19,5	6,0
2	15,3	3,0	33	28,0	2,0
3	23,2	4,2	34	34,0	5,0
4	29,0	7,0	35	36,0	8,0
5	35,0	7,5	36	34,7	8,3
6	36,0	12,0	37	30,5	15,5
7	33,0	17,3	38	26,3	22,0
8	28,8	23,0	39	22,2	24,0
9	25,0	25,0	40	20,0	25,0
10	21,0	23,0	41	17,2	24,0
11	19,7	25,0	42	14,5	24,0
12	14,0	23,0	43	13,0	20,3
13	10,8	18,0	44	9,3	13,5
14	8,5	11,5	45	8,2	11,0
15	8,2	9,8	46	11,0	12,0
16	12,0	11,0	47	17,0	8,2
17	19,3	5,0	48	23,8	4,5
18	27,0	2,0	49	32,0	7,0
19	32,5	5,8	50	35,2	7,0
20	35,8	8,8	51	36,0	15,0
21	35	7,0	52	33,7	20,0
22	29,0	16,0	53	28,0	23,5
23	25,3	23,7	54	24,5	24,8
24	22,0	25,0	55	20,5	23,0
25	19,5	23,0	56	18,5	25,0
26	17,0	26,3	57	15,3	29,0
27	14,7	22,0	58	13,0	15,5
28	11,0	16,0	59	10	11,8
29	9,0	10,0	60	9	10,2
30	9,0	11,5	61	10	9,7
31	13,0	10,8			

Tab. 3.4.4. **Wartości rzędnych odpowiedzi układu badanego.**

Lp.	T = 135 [msek]		Lp.	T = 135 [msek]	
	$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)$ [mm]		$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)$ [mm]
1	22,0	6,5	23	2,8	20,8
2	21,6	12,5	24	1,4	13,0
3	18,8	14,5	25	3,0	11,3
4	14,5	19,3	26	6,2	8,0
5	11,0	20,2	27	10,0	8,2
6	7,4	22,8	28	15,0	7,0
7	5,0	22,0	29	20,0	5,3
8	3,0	20,0	30	22,0	11,7
9	2,5	20,0	31	22,0	14,2
10	2,5	14,0	32	19,5	16,3
11	5,3	11,5	33	16,5	20,5
12	8,5	9,0	34	12,5	21,0
13	13,5	7,8	35	8,8	24,0
14	18,5	9,0	36	6,5	20,0
15	21,2	6,5	37	3,5	20,0
16	22,0	11,3	38	2,5	20,0
17	20,0	14,0	39	3,0	10,0
18	17,3	15,0	40	7,0	11,5
19	13,5	18,8	41	10,5	8,5
20	10,5	24,0	42	16,0	9,0
21	7,0	23,0	43	20,0	9,0
22	4,8	20,2	44	22,0	6,0

Tab. 3.5.1. Wartości rzędnych odpowiedzi układu badanego.

Lp	T = 150 [msek]		Lp	T = 150 [msek]	
	$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t)$ + $\dot{x}_2(t)$ [mm]		$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t)$ + $\dot{x}_2(t)$ [mm]
1	5,0	21,5	18		
2	7,0	21,0	19	7,0	15,0
3	9,0	16,0	20	9,8	16,0
4	12,5	15,5	21	13,5	11,8
5	16,0	14,5	22	17,0	7,0
6	19,0	7,0	23	19,5	8,5
7	21,7	8,0	24	22,0	5,5
8	23,2	7,0	25	23,7	4,0
9	24,0	4,3	26	24,3	4,3
10	24,2	4,0	27	24,0	5,0
11	23,5	5,0	28	22,0	7,0
12	21,0	5,0	29	20,0	13,8
13	18,3	11,5	30	16,8	15,5
14	14,0	15,0	31	12,0	18,3
15	10,0	17,0	32	8,5	20,0
16	7,0	20,0	33	6,0	21,7
17	5,2	20,5	34	5,0	21,5
18	5,5	20,8			

Tab. 3.5.2. Wartości rzędnych odpowiedzi układu badanego.

Lp.	T = 147,65 [msek] $\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)$ [mm]	
1	39,5	8,8	
2	35,0	2,2	
3	29,5	5,0	
4	30,0	11,0	
5	30,2	10,5	
6	30,2	12,0	
7	29,0	24,0	
8	24,5	37,0	
9	18,0	31,7	
10	7,5	33,0	
11	2,0	34,5	
12	3,8	21,0	
13	14,3	19,2	
14	23,0	20,0	
15	36,0	14,8	
16	43,0	13,5	
17	43,8	11,5	
18	39,5	5,0	
19	35,0	2,2	
20	29,5	7,8	
21	30,0	11,0	
22	30,2	10,7	
23	28,8	10,0	
24	26,5	25,0	
25	21,0	36,0	
26	12,5	30,0	
27	4,0	35,5	
28	2,0	34,0	
29	7,2	27,0	
30	16,0	25,0	
31	29,0	19,0	
32	39,0	13,0	
33	44,0	13,0	
34	43,5	10,5	
35	39,5	5,5	

Tab. 3.6.1. **Wartości rzędnych odpowiedzi układu badanego.**

L.p.	T = 110,22 [msek]		Uwagi
	$\dot{x}_1(t)$ [mm]	$\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)$ [mm]	
1	2	3	4
1	14	26,0	
2	18	13,5	
3	25	22,0	
4	32	10,0	
5	33	6,0	
6	32	2,0	
7	28	12,0	
8	22	25,0	
9	7,7	25,5	
10	11,0	32,0	
11	5,0	56,5	
12	1,5	50,0	
13	0,5	42,0	
14	2,0	37,5	
15	7,5	50,0	
16	14,0	26,0	

Tab. 3.7. Wartości amplitud przy poszczególnych harmonikach

Lp.	Oznaczenie odpowiedzi układu	Okres siły wymuszającej [m sek]	Kolejna harm. k	a_k [mm]	b_k [mm]	c_k [mm]	Uwagi
	1	2	3	4	5	6	7
			0	-	-	-	
	$\dot{x}_1$	125,95	1	-16,66	-7,4	18,23	
1			2	1,25	1,53	1,97	
			3	0,09	0,27	0,28	Dane
			0	-	-	25,57	do
			1	16,78	9,29	19,17	obli-
2	$\dot{x}_1 + \dot{x}_2$		2	1,88	-4,95	5,29	czeń
			3	-0,45	-0,28	0,53	podano
			0	-	-	19,9	w tab.
			1	-13,68	-0,28	13,68	3.2.1.
3	$\dot{x}_1$	120,0	2	0,45	-0,23	0,5	i 3.2.2.
			3	0,1	0,08	0,13	
			0	-	-	15,6	
			1	13,7	1,88	13,82	
4	$\dot{x}_1 + \dot{x}_2$		2	-0,43	-0,39	0,58	
			3	-0,2	0,15	0,25	
			0	-	-	-	
5		140	1	-6,94	-1,04	7,02	
	$\dot{x}_1$		2	0,19	-0,87	0,89	
			3	-0,16	-0,40	0,43	
			4	0,19	0,49	0,52	
			5	0,22	0,10	0,24	
			0	-	-	4,56	Dane do
			1	8,83	-1,2	8,91	obliczeń
6	$\dot{x}_1 + \dot{x}_2$		2	-0,13	0,0	0,13	podano
			3	-0,02	0,0	0,02	w tab. 3.3.1.
			4	0,03	-0,12	0,12	i 3.3.2.
			5	0,1	0,03	0,10	

C.d. tabeli 3.7.

Lp.	1	2	3	4	5	6	7
			0	-	-	34,27	
7	$\dot{x}_1$	128,85	1	24,58	9,12	26,22	
			2	-1,23	0,67	1,40	
			3	-4,0	2,15	4,54	
			4	-0,22	1,51	1,52	
			5	0,86	-0,33	0,92	
			0	-	-	34,45	
			1	-17,76	-21,62	27,98	
8	$\dot{x}_1 + \dot{x}_2$		2	7,53	-2,13	7,82	
			3	-0,39	0,27	0,48	
			4	0,23	0,27	0,35	
			5	-0,16	-0,06	0,17	
			0	-	-	21,41	
			1	4,92	16,6	17,3	
9	$\dot{x}_1$	120,0	2	-0,96	-0,33	1,02	
			3	0,13	-0,87	0,88	
			4	-0,15	0,67	0,69	
			5	0,37	0,17	0,40	
			0	-	-	14,54	
			1	-8,86	-14,84	17,28	Dane do obli- czeń poda- no w tab. 3.3.3. i 3.3. 4.
10	$\dot{x}_1 + \dot{x}_2$		2	0,06	1,25	1,25	
			3	0,13	-0,41	0,43	
			4	-0,18	0,11	0,21	
			5	0,13	-0,31	0,33	
			0	-	-	14,54	
			1	-8,22	-9,17	12,32	
			2	-0,01	0,60	0,6	
11	$\dot{x}_1$	115,0	3	-0,15	0,19	0,24	
			4	0,00	-0,24	0,24	
			5	0,4	-0,23	0,46	
			0	-	-	14,53	
			1	9,72	7,04	12,0	
12	$\dot{x}_1 + \dot{x}_2$		2	0,22	-0,11	0,25	
			3	0,19	0,1	0,21	
			4	0,24	0,09	0,25	
			5	0,11	-0,10	0,16	

C.d. tabeli 3.7.

Lp.	1	2	3	4	5	6	7
13	$\dot{x}_1$	150	0	–	–	4,32	
			1	4,52	-0,86	4,60	
			2	0,27	-0,12	0,29	
			3	0,09	-0,1	0,13	
			4	0,24	-0,08	0,26	
			5	0,05	0,02	0,06	
14	$\dot{x}_1 + \dot{x}_2$		0	–	–	4,52	
			1	-3,71	4,29	3,74	Dane
			2	-0,4	0,15	0,43	do
			3	-0,13	0,12	0,18	obli-
			4	0,0	0,03	0,05	czeń
			5	-0,03	0,08	0,09	podano
15	$\dot{x}_1$	144,0	0	–	–	13,4	w tab.
			1	10,24	0,15	10,24	3.4.1.
			2	0,79	-0,04	0,77	i 3.4.2
			3	0,09	-0,18	0,20	
			4	0,36	-0,12	0,38	
			5	-1,57	-0,96	1,84	
16	$\dot{x}_1 + \dot{x}_2$		0	–	–	14,66	
			1	-8,73	1,54	8,87	
			2	-0,16	-0,1	0,18	
			3	0,12	-0,13	0,17	
			4	-0,03	0,1	0,11	
			5	-0,12	-0,95	0,96	
17	$\dot{x}_1$	139,59	0	–	–	21,5	
			1	-6,8	10,4	12,43	
			2	-0,93	-0,3	0,98	
			3	0,04	-0,28	0,29	
			4	0,48	-0,64	0,80	
			5	-3,14	0,42	3,17	

C.d. tabeli 3.7.

Lp.	1	2	3	4	5	6	7
18	$\dot{x}_1 + \dot{x}_2$		0	-	-	14,8	Dane do obliczeń podano w tab 3.4.3 i 3.4.4
			1	-7,72	-6,98	10,4	
			2	-0,3	0,04	0,3	
			3	-0,1	0,22	0,24	
			4	-0,23	-0,36	0,42	
			5	1,03	0,5	1,15	
19	$\dot{x}_1$	135,0	0	-	-	11,6	
			1	9,14	3,35	9,73	
			2	0,6	-0,33	0,68	
			3	-0,02	-0,15	0,15	
			4	1,03	-0,28	1,07	
			5	0,01	0,02	0,02	
20	$\dot{x}_1 + \dot{x}_2$		0	-	-	14,7	
			1	-4,96	5,94	7,74	
			2	-0,12	-0,61	0,63	
			3	0,12	0,11	0,16	
			4	0,34	-0,2	0,39	
			5	-0,23	-0,33	0,4	
21	$\dot{x}_1$	150	0	-	-	15,3	
			1	-9,43	2,14	9,67	
			2	0,62	-0,13	0,63	
			3	0,1	-0,05	0,12	
			4	-0,47	0,62	0,78	
			5	0,14	-0,09	0,17	
22	$\dot{x}_1 + \dot{x}_2$		0	-	-	12,34	Dane do obliczeń podano w tab 3.5.1 i 3.5.2
			1	8,3	-1,15	8,38	
			2	-0,63	-0,06	0,63	
			3	0,12	-0,85	0,86	
			4	-0,05	0,38	0,39	
			5	0,0	0,38	0,38	
23	$\dot{x}_1$	147,65	0	-	-	25,8	
			1	15,1	3,4	15,5	
			2	-0,9	-1,15	1,5	
			3	-0,94	-8,9	8,9	
			4	0,0	0,65	0,65	
			5	-0,33	0,28	0,43	

C.d. tabeli 3.7.

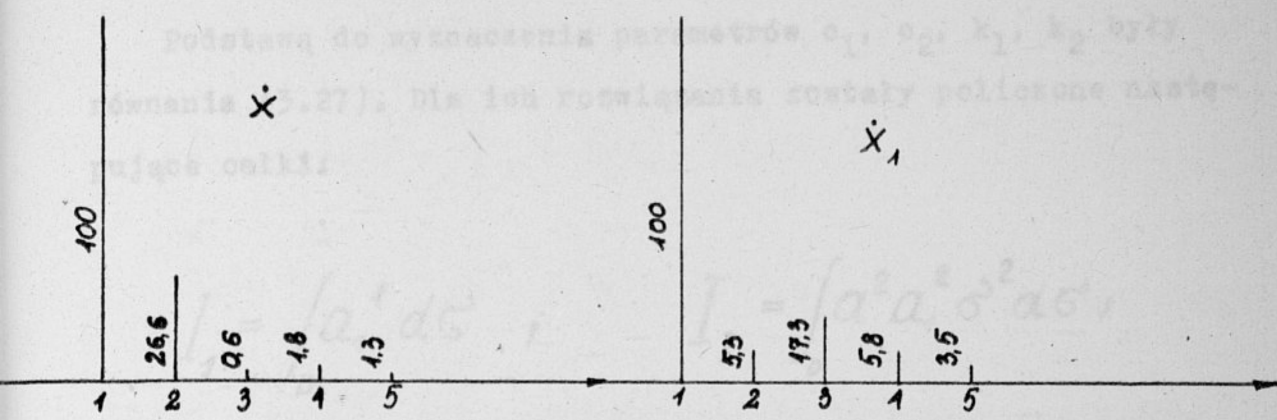
Lp.	1	2	3	4	5	6	7
24	$\dot{x}_1 + \dot{x}_2$		0	-	-	18,9	
			1	-12,9	-5,5	14,1	
			2	-0,03	0,96	0,96	
			3	-0,57	-0,31	0,65	
			4	0,17	-0,73	0,75	
			5	2,7	0,66	2,75	
25	$\dot{x}_1$	110,22	0	-	-	15,95	Dane do obliczeń podano w tab. 3.6.1.
			1	-2,3	15,87	16,0	
			2	1,48	-0,36	1,5	
			3	1,26	-0,05	1,26	
			4	-0,49	-1,16	1,26	
			5	1,15	0,73	1,36	
26	$\dot{x}_1 + \dot{x}_2$		0	-	-	27,3	
			1	2,64	-21,3	21,45	
			2	-0,55	1,9	1,97	
			3	0,53	-0,33	0,62	
			4	-0,36	-7,42	7,43	
			5	-2,9	-1,27	3,2	

Tab. 3.8. Wyniki analizy harmonicznej przebiegów prędkości masy m_1 i m_2

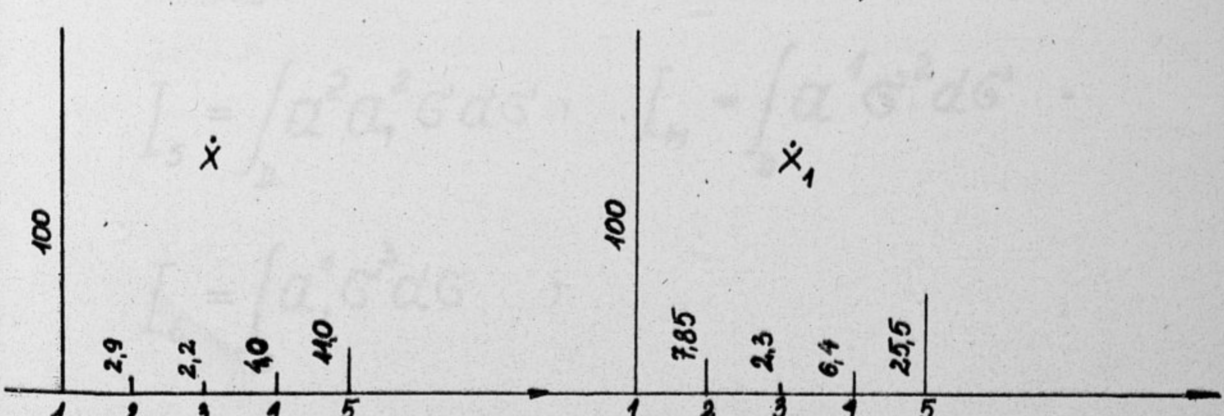
Lp.	Charakterystyka amplitudowa podana w tab.:	Oznaczenie wielkości analizowanej	Kolejna składowa harmoniczna	Amplituda w % okres [m sek]			
				125,95	120,0		
	1	2	3	4			
1	3.2.	$\dot{x}_1(t)$	1	100	100		
			2	10,8	3,7		
			3	1,54	0,97		
		$\dot{x}_1(t)+\dot{x}_2(t)$	1	100	100		
			2	27,59	4,17		
			3	2,7	1,8		
				140,0	128,85	120,0	115,0
2	3.3.	$\dot{x}_1(t)$	1	100	100	100	100
			2	12,6	5,34	5,86	4,87
			3	6,17	17,3	5,05	1,92
			4	7,43	5,8	3,95	1,93
			5	3,45	3,5	2,3	3,73
		$\dot{x}_1(t)+\dot{x}_2(t)$	1	100	100	100	100
			2	1,44	26,6	7,25	2,09
			3	0,5	0,64	2,5	1,75
			4	1,38	1,78	1,22	2,1
			5	1,15	1,32	1,9	2,1

C.d. tabeli 3.8.

	1	2	3	4			
				150,0	144,0	139,59	135,0
3	3.4.	$\dot{x}_1(t)$	1	100	100	100	100
			2	6,37	7,67	7,85	6,99
			3	2,9	1,9	2,28	1,5
			4	5,5	3,66	6,43	11,0
			5	1,2	17,96	25,47	0,26
		$\dot{x}_1(t)+\dot{x}_2(t)$	1	100	100	100	100
			2	11,5	2,07	2,85	8,06
			3	4,7	1,95	2,26	2,08
			4	0,9	1,2	4,07	5,04
			5	2,3	10,8	11,06	5,19
				150,0	147,65		
4	3.5.	$\dot{x}_1(t)$	1	100	100		
			2	6,55	9,4		
			3	1,2	57,9		
			4	8,06	4,2		
			5	1,73	2,76		
		$\dot{x}_1(t)+\dot{x}_2(t)$	1	100	100		
			2	7,56	6,8		
			3	10,3	4,6		
			4	4,6	5,35		
			5	4,5	19,55		
				100,22			
5	3.6	$\dot{x}_1(t)$	1	100			
			2	9,5			
			3	7,8			
			4	7,9			
			5	8,5			
		$\dot{x}_1(t)+\dot{x}_2(t)$	1	100			
			2	9,19			
			3	2,9			
			4	34,6			
			5	14,9			



Widmo amplitudowe przebiegu $\dot{x}(t)$ i $\dot{x}_1(t)$ przy
T = 128,85 msek /zgodnie z tab.3.3./



**Widmo amplitudowe przebiegu $\dot{x}(t)$ i $\dot{x}_1(t)$ przy
T = 139,95 msek /zgodnie z tab.3.3./**

Rys. 3.5. Wybrane dyskretne widma amplitudowe

3.3.4. Numeryczne wyznaczenie identyfikowanych parametrów

Podstawą do wyznaczenia parametrów c_1, c_2, k_1, k_2 były równania (3.27). Dla ich rozwiązania zostały policzone następujące całki:

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \int_D a_1^4 \, d\sigma , & I_7 &= \int_D a^2 a_1^2 \sigma^2 d\sigma , \\
I_2 &= \int_D a_1^4 \sigma \, d\sigma , & I_8 &= \int_D a^4 d\sigma , \\
I_3 &= \int_D a_1^4 \sigma^2 d\sigma , & I_9 &= \int_D a^4 \sigma \, d\sigma , \\
I_4 &= \int_D a^2 a_1^2 d\sigma , & I_{10} &= \int_D a^2 a_1^2 \sigma^3 d\sigma , \\
I_5 &= \int_D a^2 a_1^2 \sigma \, d\sigma , & I_{11} &= \int_D a^4 \sigma^2 d\sigma . \\
I_6 &= \int_D a_1^4 \sigma^3 d\sigma ,
\end{aligned}
\tag{3.29}
$$

Przy uwzględnieniu oznaczeń (3.29), równania (3.27) przyjmują postać:

$$A_oI_1 + A_1I_2 - B_oI_4 - B_1I_5 = -I_3,$$

$$A_oI_2 + A_1I_3 - B_oI_5 - B_1I_7 = -I_6, \qquad (3.30)$$

$$A_oI_4 + A_1I_5 - B_oI_8 - B_1I_9 = -I_7,$$

$$A_oI_5 + A_1I_7 - B_oI_9 - B_1I_{11} = -I_{10}$$

Układ równań (3.30) rozwiązano metodą Gaussa, a znalezione rozwiązania A_o, A_1, B_o, B_1 służyły zgodnie z równaniami (3.22) do wyznaczenia parametrów układu c_1, c_2, k_1, k_2. Obliczenia przeprowadzono na maszynie cyfrowej "Odra 1204" w trzech oddzielnych etapach:

Etap I: obliczenie wartości całek (3.29) w oparciu o dane doświadczalne, podane w tabelach 3.1 - 3.6. Wartości całek policzono metodą trapezów.

Etap II: rozwiązanie układu równań liniowych (3.30).

Etap III: wyznaczenie parametrów układu na podstawie równań (3.22). W tabeli 3.9 podano wyniki obliczeń.

Tabela 3.9. Wartości parametrów układu badanego

Lp	Obszar identyfik.	Wartości liczbowe całek	Parametry bezwymiar.	Parametry układu $c\ [\frac{hN}{m}]$ $k\ [\frac{hN\ sek^2}{m}]$	Uwagi
	1	2	3	4	5
1	$111,324 < T < 126,384$	$I_1 = 0,43454 \times 10^4$			Obliczenia wykonano na podstawie danych podanych w tab. nr.3.1.
		$I_2 \pm 0,11829 \times 10^4$			
		$I_3 = 0,32275 \times 10^3$	$A_o = 0,15334$	$c = 5090,6$	
		$I_4 = 0,47318 \times 10^4$		$c_2 = 3505$	
		$I_5 = 0,1285 \times 10^4$	$A_1 = -0,83729$	$k^2 = -0,9146 \times 10^3$	
		$I_6 = 0,88285 \times 10^2$		$k_2^2 = -0,4540 \times 10^4$	
		$I_7 = 0,34977 \times 10^3$	$B_o = 0,07269$		
		$I_8 = 0,51673 \times 10^4$			
		$I_9 = 0,14 \times 10^4$	$B_1 = -0,26866$		
		$I_{10} = 0,95437 \times 10^2$			
		$I_{11} = 0,38019 \times 10^3$			
2	$106,34 < T < 135,34$	$I_1 = 0,53014 \times 10^5$			Obliczenie wykonano na podstawie danych w tabl. nr.3.2.
		$I_2 = 0,13788 \times 10^5$			
		$I_3 = 0.36005 \times 10^4$	$A_o = 0,12438$	$c = 4585$	
		$I_4 = 0,58836 \times 10^5$		$c_2 = 3024$	
		$I_5 = 0,15211 \times 10^5$	$A_1 = -0,74872$		
		$I_6 = 0,9444 \times 10^3$		$k^2 = -0,7329 \times 10^3$	
		$I_7 = 0,3947 \times 10^4$	$B_o = 0,05414$	$k_2^2 = -0,3682 \times 10^4$	
		$I_8 = 0,6610 \times 10^5$			
		$I_9 = 0,16992 \times 10^5$	$B_1 = -0,21788$		
		$I_{10} = 0,10284 \times 10^4$			
		$I_{11} = 0,43829 \times 10^4$			

C.d. tabeli 3.9.

Lp	1	2	3	4	5
3	$101,46 < T < 159,96$	$I_1 = 0,29993 \times 10^6$ $I_2 = 0,73965 \times 10^5$ $I_3 = 0,18353 \times 10^5$ $I_4 = 0,36729 \times 10^6$ $I_5 = 0,89997 \times 10^5$ $I_6 = 0,45852 \times 10^4$ $I_7 = 0,22158 \times 10^5$ $I_8 = 0,46786 \times 10^6$ $I_9 = 0,11409 \times 10^6$ $I_{10} = 0,54848 \times 10^4$ $I_{11} = 0,27923 \times 10^5$	$A_o = 0,11699$ $A_1 = -0,72609$ $B_o = 0,05144$ $B_1 = -0,21285$	$C = 4446,7$ $C_2 = 2948,7$ $k^2 = -710$ $k_2^2 = -3597,2$	Obliczenia wykonano na podstawie danych podanych w tabl. nr.3.3.
4	$132,93 < T < 87,93$	$I_1 = 0,74997 \times 10^5$ $I_2 = 0,25086 \times 10^5$ $I_3 = 0,8457 \times 10^4$ $I_4 = 0,15928 \times 10^6$ $I_5 = 0,5280 \times 10^5$ $I_6 = 0,28753 \times 10^4$ $I_7 = 0,17622 \times 10^5$ $I_8 = 0,34673 \times 10^6$ $I_9 = 0,1140 \times 10^6$ $I_{10} = 0,59252 \times 10^5$	$A_o = 0,19455$ $A_1 = -0,92874$ $B_o = 0,04143$ $B_1 = -0,12974$	$C = 5734$ $C_2 = 2646,5$ $k_2^2 = -787$ $k_2 = -2192$	Obliczenia wykonano na podstawie danych w tabl. nr.3.6.

C.d. tabeli 3.9.

Lp.	1	2	3	4	5
		$I_1 = 0{,}16063 \times 10^5$			Obliczenia wykonano na podstawie danych w tab. nr.3.4.
		$I_2 = 0{,}3270 \times 10^4$			
		$I_3 = 0{,}66734 \times 10^3$			
		$I_4 = 0{,}12065 \times 10^5$	$A_o = 0{,}06557$	$C = 3328{,}8$	
5	$124{,}065 < T < 145{,}170$	$I_5 = 0{,}246 \times 10^4$		$C_2 = 2090{,}5$	
		$I_6 = 0{,}13655 \times 10^3$	$A_1 = -0{,}52855$		
		$I_7 = 0{,}50287 \times 10^3$		$k^2 = -277{,}5$	
		$I_8 = 0{,}92721 \times 10^4$	$B_o = 0{,}02586$	$k_2^2 = -2197$	
		$I_9 = 0{,}1893 \times 10^4$			
		$I_{10} = 0{,}10307 \times 10^3$	$B_1 = -0{,}1300$		
		$I_{11} = 0{,}38747 \times 10^3$			
		$I_1 = 0{,}80756 \times 10^5$			Obliczenia wykonano na podstawie danych w tab. nr.3.5.
		$I_2 = 0{,}1550 \times 10^5$			
		$I_3 = 0{,}29882 \times 10^4$			
		$I_4 = 0{,}76765 \times 10^5$	$A_o = 0{,}06163$	$C = 3227{,}5$	
		$I_5 = 0{,}14705 \times 10^5$		$C_2 = 2149{,}3$	
6	$122{,}54 < T < 163{,}04$	$I_6 = 0{,}57876 \times 10^3$	$A_1 = -0{,}5207$		
		$I_7 = 0{,}2827 \times 10^4$		$K^2 = -408{,}8$	
		$I_8 = 0{,}74828 \times 10^5$	$B_o = 0{,}02733$	$K_2^2 = -2532{,}8$	
		$I_9 = 0{,}1430 \times 10^5$			
		$I_{10} = 0{,}54569 \times 10^3$	$B_1 = -0{,}14987$		
		$I_{11} = 0{,}27415 \times 10^4$			

3.4. Sprawdzenie algorytmu identyfikacji

3.4.1. Metoda numeryczna

W celu sprawdzenia poprawności algorytmu identyfikacji parametrów układu dynamicznego, zdecydowano się numerycznie określić charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe dla zadanych z góry parametrów układu. Otrzymane tą drogą charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe przyjęto jako dane wejściowe w celu wyznaczenia parametrów układu zgodnie z równaniem (3.30) i (3.22). Zgodność otrzymanych parametrów z zadanymi świadczyłaby o poprawności algorytmu i procesu liczenia. Podstawą do wyliczenia charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych zgodnie z (3.12) i (3.16) są równania:

$$a_1 = \left| \frac{\varkappa_2}{W} \right| \cdot |F| ; \quad a = \left| \frac{\varkappa - m_1 \omega^2}{W} \right| \cdot |F| , \tag{3.31}$$

gdzie:

$$\varkappa = \varkappa_1 + \varkappa_2$$

$$W = c_1(c_2 - m_2\omega^2) - \omega^2(c_2 m + k_1 k_2) + m_1 m_2 \omega^4 +$$

$$- j\omega\left[k_1(c_2 - m_2\omega^2) + k_2(c_1 - m\,\omega^2)\right] = Z_1 - jZ_2$$

Po wprowadzeniu oznaczeń (3.19) algorytm obliczania charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych przyjmie formę:

$$a_1 = \left\{ \left[\left(\frac{c_2 . Z_1 + k_2 Z_2}{Z_1^2 + Z_2^2} \right) \right]^2 + \left[\left(\frac{c_2 Z_2 - k_2 Z_1}{Z_1^2 + Z_2^2} \right) \right]^2 \right\}^{1/2} . F$$

(3.32)

$$a = \left\{ \left[\frac{(c - m_1 \omega^2) Z_1 + kZ_2}{Z_1^2 + Z_2^2} \right]^2 + \left[\frac{(c - m_1 \omega^2) Z_2 - kZ_1}{Z_1^2 + Z_2^2} \right]^2 \right\}^{1/2} . F$$

gdzie: $c = c_1 + c_2$, $m = m_1 + m_2$

$k = k_1 + k_2$, $\omega = 2\pi\nu$.

Obliczenia przeprowadzono dla dwóch zestawów danych podanych w tab. 3.10. Wyniki obliczeń $a_1 = a_1(\omega)$, $a = a(\omega)$ podano w tab. 3.11 i 3.12.

Obliczone charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe służyły z kolei do wyznaczenia parametrów układu poprzednio już zadanych, za pomocą algorytmu identyfikacji. W tab. 3.13 podano zestawienie parametrów zadanych oraz obliczonych na podstawie charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych podanych w tab. 3.11 i 3.12. Otrzymane rezultaty podane w tab. 3.13 wydają się być w pełni zadowalające.

Tab. 3.10. Wartości parametrów dla układu zastępczego

Zestaw danych I	Zestaw danych II
c_1 = 2800 hN/m	c_1 = 2800 nH/m
c_2 = 400 hN/m	c_2 = 400 hN/m
k_1 = 8 hNsek^2/m	k_1 = 8 hNsek^2/m
k_2 = 14 hNsek^2/m	k_2 = 14 hNsek^2/m
F = 300 N	F = 300 N
m_1 = 1300 kg	m_1 = 1300 kg
m_2 = 200 kg	m_2 = 500 kg

Tab. 3.11. Wartości amplitud dla I zestawu danych podanych w tab.3.10

Lp.	a_1 [mm]	a [mm]	ν [Hz]
	1	2	3
1	$0,1103444 \times 10^{-1}$	$0,8741539 \times 10^{-1}$	0,5
2	$0,1137539 \times 10^{-1}$	$0,8753812 \times 10^{-1}$	1,0
3	$0,1195463 \times 10^{-1}$	$0,8774343 \times 10^{-1}$	1,5
4	$0,1279193 \times 10^{-1}$	$0,8803854 \times 10^{-1}$	2,0
5	$0,1392220 \times 10^{-1}$	$0,8844703 \times 10^{-1}$	2,5
6	$0,1540514 \times 10^{-1}$	$0,8902591 \times 10^{-1}$	3,0
7	$0,1734245 \times 10^{-1}$	$0,8989386 \times 10^{-1}$	3,5
8	$0,1991077 \times 10^{-1}$	$0,9127904 \times 10^{-1}$	4,0
9	$0,2342704 \times 10^{-1}$	$0,9360321 \times 10^{-1}$	4,5
10	$0,2848343 \times 10^{-1}$	$0,9762961 \times 10^{-1}$	5,0
11	$0,3620401 \times 10^{-1}$	0,1046457	5,5
12	$0,4832712 \times 10^{-1}$	0,1157735	6,0
13	$0,6267638 \times 10^{-1}$	0,1228800	6,5
14	$0,5932999 \times 10^{-1}$	$0,9580372 \times 10^{-1}$	7,0
15	$0,4157303 \times 10^{-1}$	$0,5835595 \times 10^{-1}$	7,5
16	$0,2858534 \times 10^{-1}$	$0,3916609 \times 10^{-1}$	8,0
17	$0,2070201 \times 10^{-1}$	$0,3125121 \times 10^{-1}$	8,5
18	$0,1570808 \times 10^{-1}$	$0,2779686 \times 10^{-1}$	9,0
19	$0,1234266 \times 10^{-1}$	$0,2588276 \times 10^{-1}$	9,5
20	$0,9955025 \times 10^{-2}$	$0,2447475 \times 10^{-1}$	10,0
21	$0,8192169 \times 10^{-2}$	$0,2323493 \times 10^{-1}$	10,5
22	$0,6849680 \times 10^{-2}$	$0,2206104 \times 10^{-1}$	11,0
23	$0,5802016 \times 10^{-2}$	$0,2092808 \times 10^{-1}$	11,5

C.d. tabeli 3.11.

Lp.	1	2	-3-
24	$0{,}4968149 \times 10^{-2}$	$0{,}1983489 \times 10^{-1}$	12,0
25	$0{,}4293585 \times 10^{-2}$	$0{,}1878612 \times 10^{-1}$	12,5
26	$0{,}3740401 \times 10^{-2}$	$0{,}1778639 \times 10^{-1}$	13,0
27	$0{,}3281446 \times 10^{-2}$	$0{,}1683867 \times 10^{-1}$	13,5
28	$0{,}2896809 \times 10^{-2}$	$0{,}1594422 \times 10^{-1}$	14,0
29	$0{,}257159 \times 10^{-2}$	$0{,}1510284 \times 10^{-1}$	14,5
30	$0{,}2294441 \times 10^{-2}$	$0{,}1431329 \times 10^{-1}$	15,0
31	$0{,}2056588 \times 10^{-2}$	$0{,}1357359 \times 10^{-1}$	15,5
32	$0{,}1851159 \times 10^{-2}$	$0{,}1288135 \times 10^{-1}$	16,0
33	$0{,}1672703 \times 10^{-2}$	$0{,}1223390 \times 10^{-1}$	16,5
34	$0{,}1516857 \times 10^{-2}$	$0{,}1162849 \times 10^{-1}$	17,0
35	$0{,}1380093 \times 10^{-2}$	$0{,}1106237 \times 10^{-1}$	17,5
36	$0{,}1259533 \times 10^{-2}$	$0{,}1053285 \times 10^{-1}$	18,0
37	$0{,}1152814 \times 10^{-2}$	$0{,}1003736 \times 10^{-1}$	18,5
38	$0{,}1057979 \times 10^{-2}$	$0{,}9573431 \times 10^{-2}$	19,0
39	$0{,}9733981 \times 10^{-3}$	$0{,}9138781 \times 10^{-2}$	19,5
40	$0{,}8977066 \times 10^{-3}$	$0{,}8731259 \times 10^{-2}$	20,0
41	$0{,}8297536 \times 10^{-3}$	$0{,}8348869 \times 10^{-2}$	20,5
42	$0{,}7685648 \times 10^{-3}$	$0{,}7989764 \times 10^{-2}$	21,0
43	$0{,}7133107 \times 10^{-3}$	$0{,}7652237 \times 10^{-2}$	21,5
44	$0{,}6632821 \times 10^{-3}$	$0{,}7334712 \times 10^{-2}$	22,0
45	$0{,}61787 \times 10^{-3}$	$0{,}7035742 \times 10^{-2}$	22,5
46	$0{,}5765494 \times 10^{-3}$	$0{,}6753990 \times 10^{-2}$	23,0
47	$0{,}5388658 \times 10^{-3}$	$0{,}6488231 \times 10^{-2}$	23,5
48	$0{,}5044244 \times 10^{-3}$	$0{,}6237335 \times 10^{-2}$	24,0
49	$0{,}4728813 \times 10^{-3}$	$0{,}6000264 \times 10^{-2}$	24,5
50	$0{,}4439356 \times 10^{-3}$	$0{,}5776063 \times 10^{-2}$	25,0

C.d. tabeli 3.11.

Lp.	1	2	3
51	$0,4173235 \times 10^{-3}$	$0,5563853 \times 10^{-2}$	25,5
52	$0,3928127 \times 10^{-3}$	$0,5362824 \times 10^{-2}$	26,0
53	$0,3701985 \times 10^{-3}$	$0,5172232 \times 10^{-2}$	26,5
54	$0,3492998 \times 10^{-3}$	$0,4991388 \times 10^{-2}$	27

Tabela nr 3.12.

Wartości amplitud dla II zestawu danych podanych w tab. 3.10

Lp	a_1 [mm]	a [mm]	ν [Hz]
	1	2	3
1	$0,111300 \times 10^{-1}$	$0,8817247 \times 10^{-1}$	0,5
2	$0,1177429 \times 10^{-1}$	$0,9060779 \times 10^{-1}$	1,0
3	$0,1291445 \times 10^{-1}$	$0,9478821 \times 10^{-1}$	1,5
4	$0,1464871 \times 10^{-1}$	0,1008176	2,0
5	$0,170910 \times 10^{-1}$	0,1085782	2,5
6	$0,2027643 \times 10^{-1}$	0,117177	3,0
7	$0,2391786 \times 10^{-1}$	0,1239772	3,5
8	$0,2713519 \times 10^{-1}$	0,1243987	4,0
9	$0,2885455 \times 10^{-1}$	0,115289	4,5
10	$0,289088 \times 10^{-1}$	$0,9908759 \times 10^{-1}$	5,0
11	$0,2801209 \times 10^{-1}$	$0,8096743 \times 10^{-1}$	5,5
12	$0,2671059 \times 10^{-1}$	$0,6398847 \times 10^{-1}$	6,0
13	$0,2494149 \times 10^{-1}$	$0,4889898 \times 10^{-1}$	6,5
14	$0,2231966 \times 10^{-1}$	$0,3604089 \times 10^{-1}$	7,0
15	$0,1881156 \times 10^{-1}$	$0,2640574 \times 10^{-1}$	7,5
16	$0,1503993 \times 10^{-1}$	$0,206069 \times 10^{-1}$	8,0
17	$0,1169766 \times 10^{-1}$	$0,1765847 \times 10^{-1}$	8,5
18	$0,9058531 \times 10^{-2}$	$0,1602989 \times 10^{-1}$	9,0
19	$0,7076960 \times 10^{-2}$	$0,1484050 \times 10^{-1}$	9,5
20	$0,5607909 \times 10^{-2}$	$0,1378722 \times 10^{-1}$	10,0
21	$0,4512947 \times 10^{-2}$	$0,1279979 \times 10^{-1}$	10,5
22	$0,3686199 \times 10^{-2}$	$0,1187229 \times 10^{-1}$	11,0
23	$0,3052273 \times 10^{-2}$	$0,1100965 \times 10^{-1}$	11,5

C.d. tabeli 3.12.

Lp	1	2	3
24	$0,2558557 \times 10^{-2}$	$0,1021481 \times 10^{-1}$	12,0
25	$0,21683 \times 10^{-2}$	$0,9487164 \times 10^{-2}$	12,5
26	0,185557	$0,8823624 \times 10^{-2}$	13,0
27	$0,1601821 \times 10^{-2}$	$0,8219708 \times 10^{-2}$	13,5
28	$0,1393584 \times 10^{-2}$	$0,7670371 \times 10^{-2}$	14,0
29	$0,1330936 \times 10^{-2}$	$0,7170504 \times 10^{-2}$	14,5
30	$0,1076458 \times 10^{-2}$	$0,6715207 \times 10^{-2}$	15,0
31	$0,9545284 \times 10^{-3}$	$0,6299938 \times 10^{-2}$	15,5
32	$0,8508343 \times 10^{-3}$	$0,5920558 \times 10^{-2}$	16,0
33	$0,7620266 \times 10^{-3}$	$0,5573348 \times 10^{-2}$	16,5
34	$0,6854771 \times 10^{-3}$	$0,5254986 \times 10^{-2}$	17,0
35	$0,6191022 \times 10^{-3}$	$0,4962520 \times 10^{-2}$	17,5
36	$0,5612349 \times 10^{-3}$	$0,469333 \times 10^{-2}$	18,0
37	$0,5105298 \times 10^{-3}$	$0,4445096 \times 10^{-2}$	18,5
38	$0,4658922 \times 10^{-3}$	$0,4215762 \times 10^{-2}$	19,0
39	$0,426425 \times 10^{-3}$	$0,4003505 \times 10^{-2}$	19,5
40	$0,3913878 \times 10^{-3}$	$0,38006709 \times 10^{-2}$	20,0
41	$0,3601655 \times 10^{-3}$	$0,3623936 \times 10^{-2}$	20,5
42	3322440×10^{-3}	$0,3453907 \times 10^{-2}$	21,0
43	$0,3071915 \times 10^{-3}$	$0,3295481 \times 10^{-2}$	21,5
44	$0,2846428 \times 10^{-3}$	$0,3147639 \times 10^{-2}$	22,0
45	$0,2642879 \times 10^{-3}$	$0,300947 \times 10^{-2}$	22,5
46	$0,2458624 \times 10^{-3}$	$0,2880156 \times 10^{-2}$	23,0
47	$0,2291397 \times 10^{-3}$	$0,2758964 \times 10^{-2}$	23,5
48	$0,2139247 \times 10^{-3}$	$0,2645232 \times 10^{-2}$	24,0

C.d. tabeli 3.12.

Lp.	1	2	3
49	$0,2000488 \times 10^{-3}$	$0,2538365 \times 10^{-2}$	24,5
50	$0,187366 \times 10^{-3}$	$0,2437826 \times 10^{-2}$	25,0
51	$0,1757490 \times 10^{-3}$	$0,2343126 \times 10^{-2}$	25,5
52	$0,1650867 \times 10^{-3}$	$0,2253824 \times 10^{-2}$	26,0
53	$0,1552818 \times 10^{-3}$	$0,2169521 \times 10^{-2}$	26,5
54	$0,1462487 \times 10^{-3}$	$0,208985 \times 10^{-2}$	27,0

Tab. 3.13. Zestawienie parametrów zadanych i obliczonych

Zestaw danych	Parametry zadane	Parametry obliczone
I	$c = 3200$ hN/m	$c = 3199{,}95$ hN/m
	$c_2 = 400$ hN/m	$c_2 = 400{,}69$ hN/m
	$k = 22$ hNsek^2/m	$k = 21{,}9968$ hNsek^2/m
	$k_2 = 14$ hNsek^2/m	$k_2 = 14{,}01428$ hNsek^2/m
II	$c = 3200$ hN/m	$c = 3199{,}95$ hN/m
	$c_2 = 400$ hN/m	$c_2 = 400{,}69$ hN/m
	$k = 22$ hNsek^2/m	$k = 21{,}9968$ hNsek^2/m
	$k_2 = 14$ hNsek^2/m	$k_2 = 14{,}01428$ hNsek^2/m

przedziału od 6,66 do 33,3 Hz przy zachowaniu wyżej określonej szybkości zmian częstotliwości. Ze względu na rezonans przypadający w obszarze 6,5 - 6,9 Hz zdecydowano się wyznaczyć charakterystykę amplitudową w zakresie od 3 do 8 Hz, również przy hiperbolicznej zmianie częstotliwości. Aby uzyskać mały błąd pochodzący od dryftu zera należało zdjąć charakterystyki amplitudowe w czasie nie przekraczającym 800 sek. Aby ten warunek zrealizować, przyjęto współczynnik skali czasu $\beta = 4$, co oznaczało 4-krotne skrócenie czasu liczenia przy jednoczesnym przeniesieniu badań w zakres częstotliwości 4-krotnie większych.

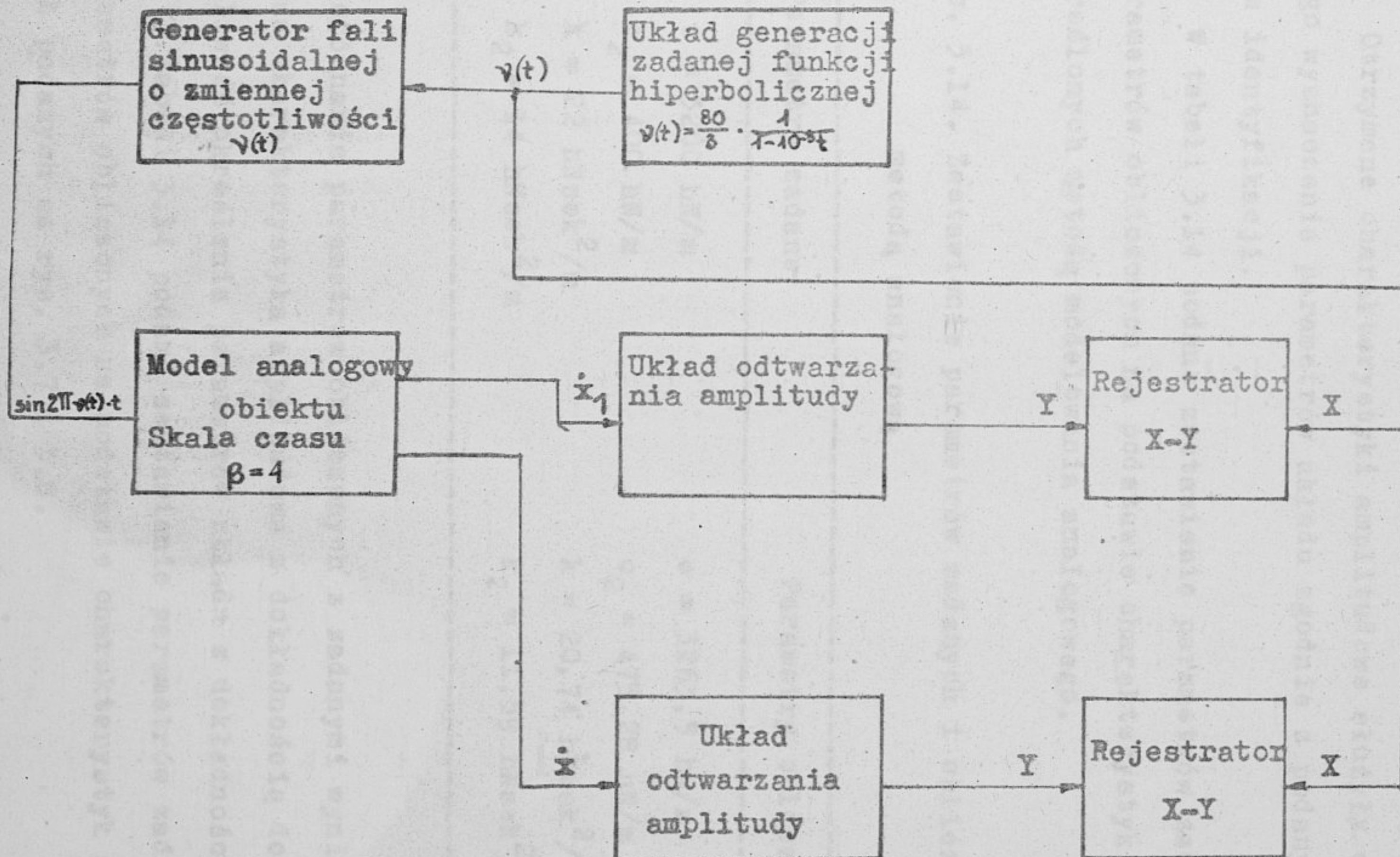
Jak wynika z równań różniczkowych (3.33) na model matematyczny działamy wymuszeniem $f(t) = A \sin \omega(t)t$, gdzie $A = 1$, $\omega(t) = 2\pi \nu(t)$, a funkcja $\nu(t)$ przedstawia zmienną wartość chwilową, którą w zakresie 3-8 Hz można przedstawić w postaci:

$$\nu(t) = \frac{12}{1 - \frac{1}{320}t},$$

zaś dla zakresu 6,6 - 33,3 Hz w postaci:

$$\nu(t) = \frac{80}{3} \frac{1}{1 - 10^{-3}t}.$$

Przy uwzględnieniu skali czasu $\beta = 4$, czas liczenia dla pierwszego zakresu wynosił 200 sek, zaś dla drugiego 800 sek. Model analogowy układu pomiarowego w postaci blokowej pokazano na rys. 3.6.



Rys. 3.6

Schemat blokowy układu do pomiaru charakterystyk amplitudowych

Obwiednia amplitud przebiegu sinusoidalnego uzyskanego na wyjściu modelu analogowego jest charakterystyką amplitudową prędkości $\dot{x}_1$, $\dot{x}$ pokazaną na rys. 3.7 i 3.8.

Otrzymane charakterystyki amplitudowe służyły do numerycznego wyznaczenia parametrów układu zgodnie z podanym algorytmem identyfikacji.

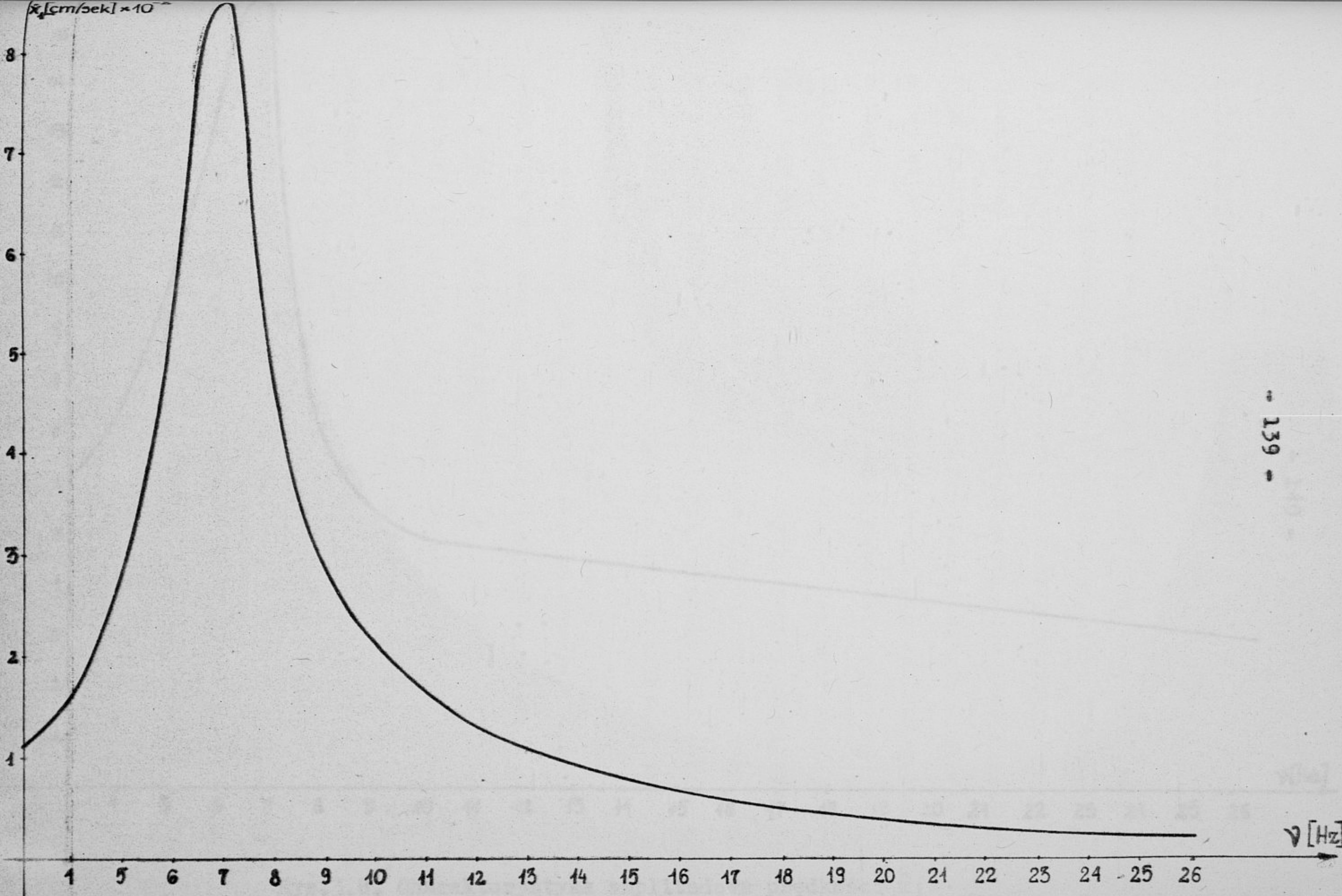
W tabeli 3.14 podano zestawienie parametrów zadanych oraz parametrów obliczonych na podstawie charakterystyk amplitudowych określonych metodą modelowania analogowego.

Tab. 3.14. Zestawienie parametrów zadanych i obliczonych metodą analogową

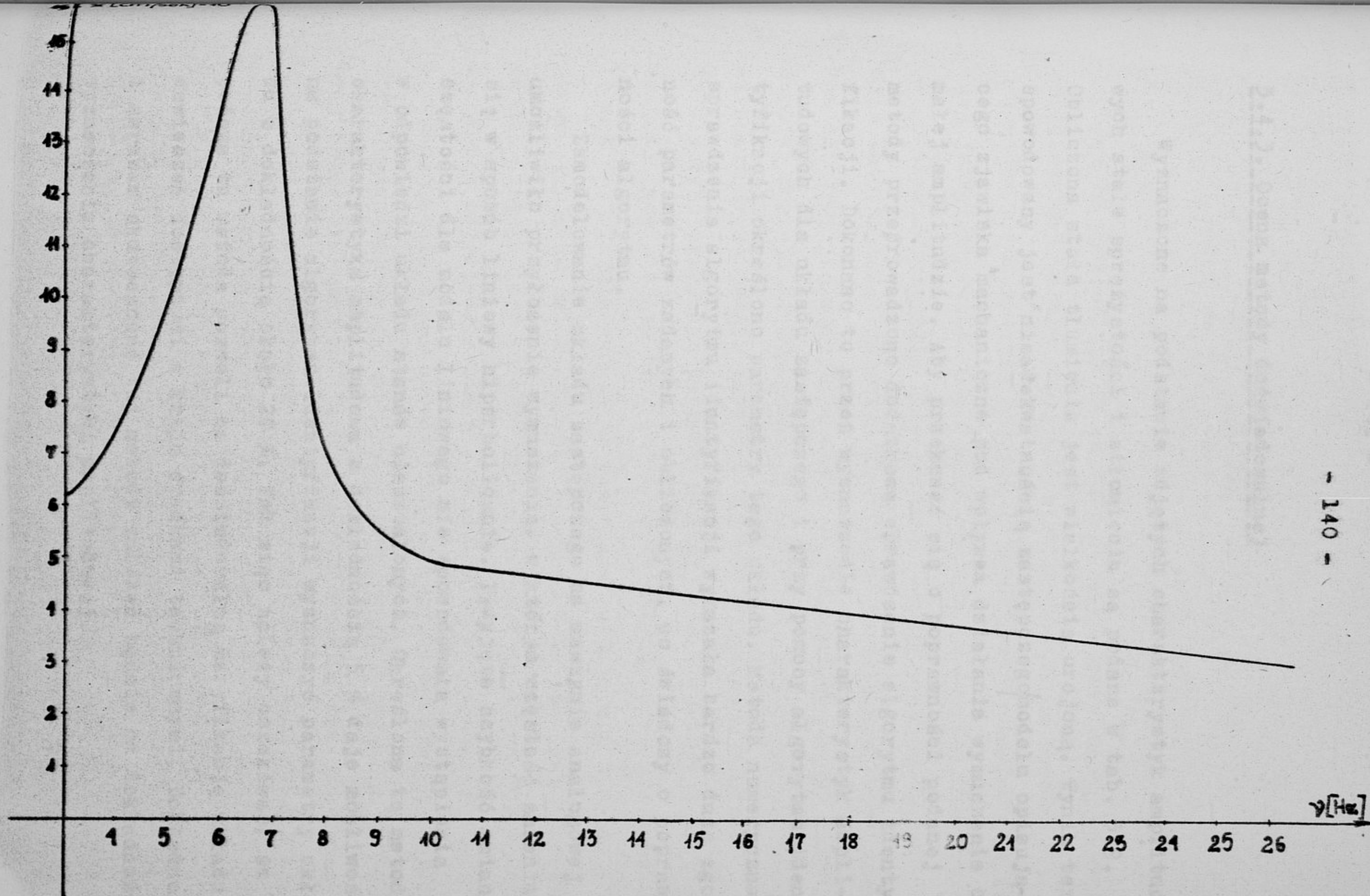
Parametry zadane	Parametry obliczone
c = 3200 hN/m	c = 3263,5 hN/m
c_2 = 400 hN/m	c_2 = 475,28 hN/m
k = 22 hNsek^2/m	k = 20,74 hNsek^2/m
k_2 = 14 hNsek^2/m	k_2 = 11,59 hNsek^2/m

Z porównania parametrów obliczonych z zadanymi wynika, że wyznaczona charakterystyka amplitudowa z dokładnością do 5 % daje możliwość określenia parametrów układu z dokładnością 20 %.

W tabeli 3.14 podano zestawienie parametrów zadanych oraz parametrów obliczonych na podstawie charakterystyk amplitudowych podanych na rys. 3.7 i 3.8.



Rys.3.7. Charakterystyka amplitudowa prędkości $\dot{x}_1$



Rys.3.8. Charakterystyka amplitudowa prędkości

3.4.3. Ocena metody doświadczalnej

Wyznaczone na podstawie zdjętych charakterystyk amplitudowych stałe sprężystości i stłumienia są podane w tab. 3.9. Obliczona stała tłumienia jest wielkością urojoną. Wynik ten spowodowany jest nieadekwatnością zastępczego modelu opisującego zjawiska mechaniczne pod wpływem działania wymuszenia o małej amplitudzie. Aby przekonać się o poprawności podanej metody przeprowadzono dodatkowe sprawdzenie algorytmu identyfikacji. Dokonano to przez wyznaczenie charakterystyk amplitudowych dla układu zastępczego i przy pomocy algorytmu identyfikacji określono parametry tego układu. Metoda numeryczna sprawdzenia algorytmu identyfikacji wykazała bardzo dużą zgodność parametrów zadanych i obliczonych, co świadczy o poprawności algorytmu.

Zamodelowanie układu zastępczego na maszynie analogowej umożliwiło przyłożenie wymuszenia, w którym częstość zmieniała się w sposób liniowy hiperbolicznie. Przyjęta szybkość zmian częstości dla modelu liniowego nie spowodowała wystąpienia w odpowiedzi układu stanów nieustalonych. Określona tą metodą charakterystyka amplitudowa z dokładnością 5 % daje możliwość na podstawie algorytmu identyfikacji wyznaczyć parametry układu z dokładnością około 20 %. Tak więc należy oczekiwać, że podana tu metoda pozwoli na doświadczalną weryfikację układu zawieszeń dostępnymi w kraju środkami technicznymi. Dokładność i zarazem skuteczność tej metody zależeć będzie od dokładności wyznaczenia charakterystyki amplitudowej.

4. UWAGI KOŃCOWE

Jak to podkreślono we wstępie do niniejszej pracy, problem odpowiedniego doboru charakterystyk zawieszeń ma podstawowe znaczenie w konstrukcji pojazdu i to zarówno ze względu na komfort jazdy pasażerów, jak też ze względu na trwałość samochodu. Racjonalne rozwiązanie tego problemu wymaga przy dostępnych dziś metodach analitycznych i środkach technicznych zastosowania metod optymalizacji. Okazało się to możliwe dzięki zaproponowanej funkcji (2.2), pozwalającej opisać współczynnik odczuwalności drgań jednym wyrażeniem (2.5). Kryterium komfortu jazdy dla tego przypadku zostało sformułowane w postaci średniej ważonej rozkładu gęstości widmowej drgań nadwozia. Tak sformułowane kryterium z punktu teoretycznego wydaje się być uzasadnione, tym niemniej w odczuciu pasażera może się okazać nieprzydatne, dlatego jest celowym zweryfikowanie go drogą doświadczalną. Jeśli odpowiednie badania fizjologiczne potwierdziłyby słuszność takiego postępowania, to wtedy główny wysiłek należałoby skoncentrować nad metodami wyznaczenia odpowiedzi układu, przy przyjęciu odpowiednio adekwatnego modelu pojazdu. Podane w niniejszej pracy rozwiązanie tego zagadnienia jest daleko idącym uproszczeniem. Chodziło jednak głównie o szybkie opracowanie metody, pozwalającej konstruktorom pojazdów wymiarować zawieszenie oraz sprawdzenie czy przy istniejącym stanie wiedzy na temat kryteriów oceny zawieszeń, da się sformułować warunki umożliwiające rozwiązanie zadania optymalizacji.

Podane uogólnione kryterium optymalizacji parametrów zawieszeń nie uwzględnia występowania w określonych pasmach częstości położenia rezonansów układu optymalizowanego. Potrzeba określenia położenia rezonansów układu w zadanych pasmach częstości wynika z istnienia stref drgań szczególnie nieprzyjemnych i szkodliwych dla człowieka. Zgodnie z pracą [31] można stwierdzić, że pierwszy rezonans dla człowieka siedzącego znajduje się w przedziale 4-6 Hz, drugi występuje w paśmie 20-30 Hz, niekiedy zaś może wystąpić w przedziale 11-15 Hz w zależności od poszczególnych osób badanych. Oprócz tych głównych rezonansów występują rezonanse lokalne, np. dla żołądka około 2 Hz, zaś przy częstości $\nu < 1$ Hz występuje tzw. choroba morska. Uwzględnienie więc występowania rezonansów w odpowiednich pasmach częstości, doprowadza w konsekwencji do żądania, aby rezonanse układu dynamicznego leżały poza przedziałami częstości najbardziej nieprzyjemnych dla ustroju ludzkiego.

W procesie optymalizacji ten warunek wykorzystano w postaci ograniczenia, dopuszczając do dalszych rozważań tylko te warianty zawieszeń, które spełniają warunek rozmieszczenia rezonansów.

Opracowany algorytm optymalizacji układu dynamicznego względem kryterium wygody jazdy charakteryzuje się:
- dużą elastycznością w doborze parametrów optymalizacji,
- możliwością oceny zachowania układu w całym przedziale założonych zmian parametrów,
- przejrzystością wyprowadzonych wyników,
- przystosowaniem algorytmu do innej analitycznej postaci gęstości widmowej wymuszenia.

Tak więc podstawowy zamierzony cel pracy udało się zrealizować. Pierwotnie jednak wydawało się, że przy włączeniu do prac dość szerokiego grona różnych specjalistów, uda się zagadnienie optymalnego wymiarowania zawieszeń rozwiązać dla dowolnie skomplikowanych modeli. Zakładano od razu, że prace konstrukcyjne nad doborem zawieszeń polegać będą na:

1) ustaleniu założeń eksploatacyjnych dla pojazdu w postaci charakterystyk nawierzchni dróg, po których będzie się on poruszał oraz mas i prędkości ruchu,

2) dobraniu zawieszeń optymalnych,

3) sprawdzeniu czy cały pojazd po jego zmontowaniu osiągnie założone charakterystyki zawieszeń. Możliwe jest bowiem, że połączenia podzespołów wprowadzą dodatkowe stałe sprężyste i tłumienia w układ.

Z tego też względu w dalszej części pracy główny wysiłek skoncentrowano na opracowaniu metody, pozwalającej określić rzeczywiste charakterystyki całego pojazdu. Metodę taką udało się opracować, zapewnia ona ponadto możliwość przeprowadzenia badań za pomocą dostępnych w kraju środków, będących w posiadaniu Instytutu Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej. Dodać trzeba, że Instytut Lotnictwa posiada prototypowe opracowanie aparatury, pozwalające na realizację identycznych zadań.

Nasuwa się też jednakże pytanie, czy osiągana dokładność badań jest dostateczna. Rozstrzygnięcie tego problemu będzie możliwe, jeśli wiadome będzie:

1. w jakich przedziałach mieści się tolerancja wykonania krajowych elementów stosowanych do zawieszeń pojazdów,

2. jakie dodatkowe stałe sprężyste i tłumienia wprowadzają stosowane połączenia konstrukcyjne.

Należałoby żądać, by metoda identyfikacji podawała odpowiedzi dokładniejsze niż wartości tolerancji wykonania stałych, wprowadzanych przez połączenia konstrukcyjne elementów. Można oczekiwać, że podana w pracy metoda będzie do badań przydatna, jej dotychczasowa dokładność wydaje się jednak niewystarczająca. Z tego też względu dalsze prace będą zmierzać do poprawienia dokładności rejestracji charakterystyk amplitudowych układów badanych. W pracy przyjęto, że odczyt amplitudy możliwy jest z dokładnością do 0,5 mm, wynikało to z możliwości stosowanych rejestratorów. Budowane dziś urządzenia techniczne pozwalają na osiąganie nieomal o rząd lepszych dokładności. Po ich zastosowaniu problem ten byłby na pewno pozytywnie rozwiązany.

Uzyskane z badań doświadczalnych wyniki będą użyteczne jeśli konstruktor miałby możliwość skorygowania "sumarycznych" stałych zawieszeń (uwzględniających stałe stosowanych elementów i ich połączeń).

Wydaje się, że nie powinno to stanowić specjalnej trudności. Możliwe jest bowiem zarówno:

1) konstruowanie połączeń wprowadzających minimalne stałe sprężystości i tłumienia do układu,

2) odpowiednie dobieranie charakterystyk podzespołów tak, by "sumaryczne" stałe dla całego układu były równe wyznaczonym na drodze optymalizacji.

Przeprowadzone badania z zakresu optymalizacji jak i identyfikacji układu dynamicznego, służące właściwemu doborowi optymalnych charakterystyk zawieszeń, wskazują na konieczność ich kontynuowania.

Pełne rozwiązanie tego problemu wymaga oprócz wspomnianych już wyżej uzupełnień, rozwinięcia prac w następujących kierunkach:

1/ przeprowadzenie szczegółowej identyfikacji dynamicznej podzespołów samochodu jak i całego samochodu, i wyznaczenia na tej podstawie w pełni adekwatnego modelu matematycznego. Można się spodziewać, że otrzymany model będzie nieliniowy i wyższego rzędu niż rozpatrywany obecnie,

2/ przeprowadzenie optymalizacji strukturalnej, dla której punktem wyjścia jest zadany współczynnik odczuwalności drgań. Rozwiązaniem byłoby podanie struktury modelu i jego parametrów. Przeprowadzenie jednak takiej optymalizacji jest aktualnie, jak się wydaje ogromnie trudne obliczeniowo, rozwiązanie zaś doprowadzi zapewne do równań filtru wymagającego na ogół źródeł energii, tzw. filtru aktywnego. Odpowiada to w układzie fizycznym amortyzatorowi ze zmienną stałą tłumienia oraz resorowi ze zmienną stałą sprężystości.

LITERATURA CYTOWANA

[1] G. Bobbert, Schwingungseinwirkung auf den Menschen, VDI-Berichte nr 113, 1967

[2] N. N. Bogoljubow, J. A. Mitropolski, Asimptoticzieskije mietody w tieorii nieliniejnych kolebaniej, Gostiechizdat 1955

[3] H. A. Buharin, C. A. Fiedorów, O wlianii podressoriwanija gruzowo awtomabija na nagrużennosti chodowoj czasti, Ałtomobilnaja promyszlenosti, nr 7, 1968

[4] J. B. Bieleńkij, N. P. Imasziewa, R. I. Furunżijew, D. M. Łomako, F. D. Łoziecznik, Wlijanie diemfurujuszczich swoistw sziny na paramietry kolebanii awtomibilija. Ałtomobilnaja promyszlenosti nr 12, 1966

[5] B. D. Van Deusen, Analysis of Vehicle Vibration, ISA Transactions, Vol. 3, nr 2, 1964

[6] E. Fiala, P. Chenchanna M. E. - Untersuchungen an dem linearisierten Schwingungsmodell eines Strassenfahrzeiges, ATZ 69 (1967) Nr 4

[7] J. Gallacher, E. Volterra, A.Mathematical Analysis of the Relaxation Type of Vehicle Suspension, Transaction of the ASME, vol. 74

[8] B. W. Gold, B. S. Folkiewicz, Teoria, konstruirowanije i rosczyet awtomobila, Maszgir 1957 r

[9] Chichiro Hayashi, Drgania nieliniowe w układach fizycznych

[10] Ł. W. Kantorowicz, W. I. Kryłow, Prybliżennyje mietody wysziewo analiza, Moskwa, Leningrad 1950

[11] S. Kaliski, Drgania i fale, PWN Warszawa 1966

[12] W. Kasprzak, Układ pomiarowo-przetwarzający do badań drgań f-my "Prodera", Przegląd prac, Seria miernictwo nr 1, 1967

[13] W. Kasprzak, St. Piesiak, A. Rybarski, Identyfikacja układu dynamicznego o dwóch stopniach swobody metodą bilansu harmonicznego, Instytut Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej Polit. Wrocł., praca niepublikowana

[14] T. Kasprzyk, Ocena możliwości polepszenia nieregulowanego zawieszenia samochodu przez zastosowanie elementu sprężystego zapewniającego stałą częstość drgań swobodnych masy resorowanej, Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej, rok XIV, nr 6, 1965

[15] T. Kasprzyk, Badania wpływu symetrycznej charakterystyki sprężystej zawieszenia samochodu na jego własności dynamiczne, Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej, rok XV, nr 3, 1966

[16] T. Kasprzyk, Analiza porównawcza analitycznych metod doboru parametrów zawieszeń samochodu, Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej, rok XVII , nr 2, 1968

[17] T. Kasprzyk, Badanie możliwości polepszenia warunków pracy kierowcy, Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej, rok XIX nr 7, 1970

[18] M. Olesiak, Z. Zioło, Określenie charakterystyki częstotliwościowo amplitudowej układu o dwóch stopniach swobody. Instytut Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej Ośrodek Modelowania Analogowego, 1970, prace niepublikowane

[19] G. Kaułderer, Nieliniejnaja miechanika, Izdatielstwo Inostrannoj Literatury, Moskwa 1961

[20] G. P. Keizer, Demping von Luchtveren, De Ingenieur Volę 72 (1960), nr 14

[21] T. Kobielak, Probabilistyczne charakterystyki nierówności dróg jako opis wymuszeń działających na pojazd, rozprawa doktorska, Politechnika Wrocławska, Instytut Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej, 1971

[22] T. Kobielak, St. Piesiak, Optymalizacja parametrów zawieszeń autobusu i samochodu ciężarowego Jelcz 315, Instytut Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej, Politechniki Wrocł. 1970, praca niepublikowana

[23] A. A. Krasowski, G. S. Pospiełow, Podstawy automatyki i cybernetyki technicznej, WNT - Warszawa

[24] M. Kulisiewicz, Opis drgań opony na podstawie doświadczalnych charakterystyk częstotliwościowo-amplitudowych, Instytut Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej Politechniki Wrocławskiej,1971, praca niepublikowana

[25] K. Kuratowski, Wykłady rachunku różniczkowego i całkowego, część I, Warszawa 1948

[26] J. Lanzendoerfer, Badania pojazdów samochodowych, Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa 1965 r.

[27] E. Marguard, Federung, Stossdämpfung und dynamische Bodenkräfte, ATZ nr 6, 1956

[28] A. Minchejmer, Teoria ruchu samochodu, PWN Łódź 1960

[29] M. Mitschke, Schwingungsverhalten und Sicherheit eines Kraftfahrzeuges, ATZ nr 6, 1958

[30] M. Mitschke, Deutsche Kraftfahrtforschung und Strassenverkehrstechnik, Heft 157, 1962

[31] M. Mitschke, Nichtlineare Feder- und Dämpferkennungen im Kraftfahrzeug, ATZ 71 (1969) ñr 1

[32] E. P. Popow, I. P. Paltow, Przybliżone metody badań nieliniowych układów automatycznych, WNT Warszawa

[33] L. Rosti Rossini, Applicazione di criteri statistici allo studio delle vibrazioni verticali delle sospensioni, Ricerche ATA n 513, 1969

[34] R. W. Rotenberg, Podwieska awtomobila i jewo kolebania, Masgiz 1960

[35] W. Szamotulski, Wstęp do metodyki badań drgań zawieszeń samochodowych, Biuletyn Informacyjny Przemysłu Motoryzacyjnego, nr 5, 1968

[36] T. Stanicki, R. Galar, Parametryczna optymalizacja zawieszeń samochodu w dyskretnej przestrzeni parametrów, Instytut Cybernetyki Technicznej, praca niepublikowana

[37] Z. Szopliński, Elektroniczna technika analogowa, WNT, Warszawa 1968

[38] H. C. A. Van Eldik, Thieme-Experimental and theoretical research on mass-spring systems by the vehicle research Laboratory of the Technological University of Delft, Proceedings of the Eighth International Automobile Technical Congress - FISITA 1960

[39] A. A. Wawiłow, Czastotnyje mietody rasczioty nieliniejnych systiem, Energija 1970

[40] I. G. Zacierkownyj, Ku waprosu wlijanija bazi na charaktier raspriedielenia mas awtobusa wagonowo tipa. Ałtomobilnaja nromyszlennosti, nr 11, 1966

[41] J. Zawadzki, Drgania układów liniowo-sprężystych, skrypt PWN Wrocław, 1953

[42] St. Ziemba, Analiza drgań, tom I, 1957, tom II, 1959, PWN Warszawa

[43] G. W. Zimieljew, Teoria samochodu, Masgiz, 1959