

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

254

Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek polski



Redaktorzy naukowi

Krzysztof Jajuga

Wanda Ronka-Chmielowiec



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2012

Recenzenci: Diarmuid Bradley, Jan Czekaj, Marek Gruszczyński, Jacek Lisowski, Paweł Miłobędzki,
Włodzimierz Szkutnik, Mirosław Szreder, Adam Szyszka, Waldemar Tarczyński,
Stanisław Wieteska, Tomasz Wiśniewski

Redaktor Wydawnictwa: Aleksandra Śliwka

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2012

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-293-2

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp	9
Barbara Będowska-Sójka: Zastosowanie zmienności zrealizowanej i modeli typu ARCH w wyznaczaniu wartości zagrożonej	11
Jacek Bialek: Zastosowanie statystycznych indeksów łańcuchowych do oceny przeciętnego zwrotu grupy OFE	23
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: Zastosowanie modelu logitowego i modelu regresji Coxa w analizie zmian cen akcji spółek giełdowych w wyniku kryzysu finansowego	33
Katarzyna Byrka-Kita: Premia z tytułu kontroli na polskim rynku kapitałowym – wyniki badań	42
Krzysztof Echaust: Analiza przekroczeń wysokości depozytów zabezpieczających na podstawie kontraktów futures notowanych na GPW w Warszawie.	52
Magdalena Frasyniuk-Pietrzyk, Radosław Pietrzyk: Rentowność inwestycji na rynku regulowanym i w alternatywnym systemie obrotu w Polsce	61
Daniel Iskra: Wartość zagrożona instrumentu finansowego szacowana przedziałowo	74
Bogna Janik: Analiza stóp zwrotu z inwestycji w indeksy akcji spółek społecznie odpowiedzialnych	83
Paweł Kliber: Niestacjonarność aktywności transakcyjnej na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	93
Krzysztof Kowalke: Ocena przydatności rekomendacji giełdowych opartych na metodzie DCF na przykładzie spółek budowlanych	103
Mieczysław Kowerski: Modele selekcji próby stóp dywidend spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	113
Dominik Krężolek: Granica efektywności portfeli inwestycyjnych a indeks ogona rozkładu stopy zwrotu – analiza empiryczna na przykładzie GPW w Warszawie	124
Monika Kubik-Kwiatkowska: Znaczenie raportów finansowych dla wyceny spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie SA	133
Agnieszka Majewska: Wycena opcji menedżerskich – wybrane problemy ...	142
Sebastian Majewski: Pomiar nastroju inwestycyjnego jako metoda wspomagająca strategię inwestycyjne	152
Piotr Manikowski: Cykle ubezpieczeniowe w Europie Środkowej	162

Artur Mikulec: Metody oceny wyników inwestycyjnych przy braku normalności rozkładu stóp zwrotu	171
Joanna Olbryś: Tarcie w procesach transakcyjnych i jego konsekwencje	181
Andrzej Paliński: Spłata zadłużenia kredytowego w ujęciu teoriogrowym	190
Monika Papież, Stanisław Wanat: Modele autoregresji i wektorowej autoregresji w prognozowaniu podstawowych zmiennych charakteryzujących rynek ubezpieczeń działu II	199
Daniel Papla: Przykład zastosowania metod analizy wielowymiarowej w analizie zarażania rynków finansowych	209
Tomasz Pisula: Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych do prognozowania upadłości przedsiębiorstw	219
Agnieszka Przybylska-Mazur: Wybrane reguły nastawione na cel a prognozowanie wskaźnika inflacji	235
Paweł Siarka: Wykorzystanie modeli scoringowych w bankowości komercyjnej	246
Rafał Siedlecki: Struktura kapitału w cyklu życia przedsiębiorstwa	262
Anna Sroczyńska-Baron: Wybór portfela akcji z wykorzystaniem narzędzi teorii gier	271
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Zastosowania kopuli niesymetrycznych w modelowaniu ekonomicznym	281
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Zastosowanie estymatora k -to-rekordowego do szacowania wartości narażonej na ryzyko	289
Piotr Staszkiwicz: Multi entry framework for financial and risk reporting	298
Anna Szymańska: Czynniki decydujące o wyborze ubezpieczyciela w przypadku ubezpieczeń komunikacyjnych AC	310
Sławomir Śmiech, Wojciech Zysk: Oceny ratingowe jako element konkurencyjności wybranych systemów gospodarczych – weryfikacja na przykładzie agencji Fitch	323
Rafał Tuzimek: Wpływ wypłat dywidendy na wartość akcji spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	333
Jacek Welc: Rewersja do średniej dynamiki przychodów oraz rentowności spółek a zmiany relatywnej dynamiki zysków	347
Ryszard Węgrzyn: Zastosowanie delty „wolnej od modelu” w hedgingu opcyjnym	356
Stanisław Wieteska: Wyładowania atmosferyczne jako element ryzyka w ubezpieczeniach majątkowo-osobowych w polskim obszarze klimatycznym	367
Alicja Wolny-Dominiak: Modelowanie liczby szkód w ubezpieczeniach komunikacyjnych w przypadku występowania dużej liczby zer	381

Summaries

Barbara Będowska-Sójka: Modeling value-at-risk when realized volatility and ARCH-type models are used.....	22
Jacek Bialek: The application of chain indices to evaluate the average rate of return of a group of Open Pension Funds.....	32
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: The application of the logit model and the Cox regression model in the analysis of financial crisis related price changes of listed companies' shares	41
Katarzyna Byrka-Kita: Control premium on Polish capital market – empirical evidence	51
Krzysztof Echaust: Analysis of margin exceedances on the basis of futures contracts quoted on the Warsaw Stock Exchange.....	60
Magdalena Frasyniuk-Pietrzyk, Radosław Pietrzyk: Return on investment on a regulated market and multilateral trading facility in Poland	73
Daniel Iskra: Confidence interval for Value at Risk.....	82
Bogna Janik: Analysis of rates of return on investments in equity SRI indices	92
Paweł Kliber: Non-stationarity in transaction activity on the Warsaw Stock Exchange.....	102
Krzysztof Kowalke: Assessment of the usefulness of Stock Exchange recommendations based on the DCF method on the example of construction companies.....	112
Mieczysław Kowerski: The sample selection models of dividend yield of companies quoted on the Warsaw Stock Exchange.....	123
Dominik Krężolek: The efficient frontier of investment portfolios and the tail index of distribution of returns – an empirical analysis on the WSE	132
Monika Kubik-Kwiatkowska: Value relevance of financial reporting on the Warsaw Stock Exchange.....	141
Agnieszka Majewska: The value of employee stock options – selected problems.....	151
Sebastian Majewski: Measuring of investment sentiment as a method of supporting investment strategies.....	161
Piotr Manikowski: Insurance cycles in Central Europe.....	170
Artur Mikulec: Investment performance evaluation methods in the absence of normality of the rates of return.....	180
Joanna Olbryś: Friction in trading processes and its implications	189
Andrzej Paliński: The game theoretic approach to bank credit repayment....	198
Monika Papież, Stanisław Wanat: The application of autoregressive models and vector autoregressive models in forecasting basic variables on the non-life insurance market	208

Daniel Papla: Example of using multidimensional methods in analyzing the contagion on the financial markets	218
Tomasz Pisula: Application of artificial neural networks for forecasting corporate bankruptcy	234
Agnieszka Przybylska-Mazur: Selected targeting rules and forecasting inflation rate	245
Paweł Siarka: The use of scoring models in commercial banking.....	261
Rafał Siedlecki: The structure of capital in the company life cycle	270
Anna Sroczyńska-Baron: The choice of shares portfolio based on the theory of games.....	280
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Asymmetric copulas applications in economic modelling.....	288
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Value-at-Risk estimation using ‘ k -th record’ estimator	297
Piotr Staszewicz: Zapis poczwórny jako mechanizm pozwalający na integrację sprawozdawczości finansowej i ostrożnościowej	309
Anna Szymańska: Factors determining a choice of an insurer in case of motor hull insurance	322
Sławomir Śmiech, Wojciech Zysk: Assessments of rating as part of competitiveness of selected economies – verification on the example of Fitch agency	332
Rafał Tuzimek: Effect of dividend payments on the value of shares listed on the Warsaw Stock Exchange	346
Jacek Welc: Impact of mean-reversion of sales growth and profitability on the relative growth of corporate earnings	355
Ryszard Węgrzyn: Application of model free delta to option hedging	366
Stanisław Wieteska: Lightning as an element of risk in non-life insurance in the Polish area of climate.....	380
Alicja Wolny-Dominiak: Zero-inflated claim count modeling in automobile insurance. Case Study	390

Daniel Iskra

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

WARTOŚĆ ZAGROŻONA INSTRUMENTU FINANSOWEGO SZACOWANA PRZEDZIAŁOWO

Streszczenie: Szacowanie wartości zagrożonej z przyjętego rozkładu teoretycznego (cen, stóp zwrotu) powiązane jest z wcześniejszą estymacją parametrów wybranego rozkładu. Ze względu na fakt, iż estymatory użyte do szacowania parametrów modelu są zmiennymi losowymi, ich oszacowana wartość będzie zależała od próbki użytej w estymacji. Fakt ten nie pozwala zatem na dokładną kalkulację wartości zagrożonej, a jedynie na jej oszacowanie. Można go także wykorzystać do konstrukcji przedziałów ufności pokrywających wartość zagrożoną z zadaniem poziomem ufności. W artykule zostanie przedstawiona procedura wyznaczania przedziałów ufności wartości zagrożonej dla instrumentów z dynamiką opisaną geometrycznym ruchem Browna o stałych parametrach.

Słowa kluczowe: wartość zagrożona, prognoza przedziałowa, ryzyko finansowe.

1. Wstęp

Wartość zagrożona (wartość narażona na ryzyko, VaR) jest jedną z popularniejszych miar wykorzystywanych do pomiaru ryzyka inwestycji finansowych [Alexander 2008; Holton 2003]. Miara ta określa wielkość straty, której osiągnięcie lub przekroczenie w ustalonej chwili czasu t jest równe zadanemu z góry prawdopodobieństwu α [Jorion 2001]:

$$P(S_0 - S_t \geq VaR(\alpha, t)) = \alpha, \quad (1)$$

gdzie: S_0, S_t – jest odpowiednio wartością początkową i końcową procesu ceny instrumentu finansowego,

α – jest poziomem tolerancji (poziomem istotności) dla szacowanej wartości VaR .

Ze względu na fakt, iż estymatory użyte do szacowania parametrów rozkładu są zmiennymi losowymi, ich oszacowana wartość zależy od próbki użytej w estymacji. Fakt ten nie pozwala zatem na dokładną kalkulację wartości zagrożonej, a jedynie na jej oszacowanie. Można go także wykorzystać do konstrukcji przedziałów ufności, które pokrywają wartość zagrożoną z zadaniem poziomem istotności.

W artykule zostanie przedstawiona próba wyznaczania przedziałów ufności dla VaR [Contreras, Satchell 2003] w przypadku akcji z dynamiką opisaną geometrycznym ruchem Browna. Przedziały te będą wyznaczone symulacyjnie.

2. Wartość zagrożona

W pracy do opisanie dynamiki ceny akcji został zaadaptowany geometryczny ruch Browna o stałych parametrach:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t, \quad (2)$$

gdzie: S_t – wartość akcji,

μ, σ – odpowiednio współczynnik dryfu i współczynnik zmienności,

dW_t – przyrost procesu Wienera.

Rozwiązując równanie Kołmogorowa [Papoulis 2002], można wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej opisującej logarytmiczną stopę zwrotu

z akcji $X_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_0}\right)$ dla ustalonego czasu t :

$$P(X_t \leq x^*, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} \int_{-\infty}^{x^*} \exp\left(-\frac{[x - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t]^2}{2\sigma^2 t}\right) dx. \quad (3)$$

Rozkład ten jest rozkładem normalnym:

$$N\left(\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t, \sigma\sqrt{t}\right) \quad (4)$$

i posłuży do wyznaczania wartości zagrożonej.

Dokonując przekształceń, wzór (3) można sprowadzić do prostszej postaci, otrzymując dystrybucję standaryzowanego rozkładu normalnego:

$$N(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad (5)$$

gdzie:

$$z = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{S_0}\right) - \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t}{\sigma\sqrt{t}}. \quad (6)$$

Niech:

$$S_t = S_0 - \Delta S_t \quad (\Delta S_t = S_0 - S_t), \quad (7)$$

wówczas ΔS_t reprezentuje wielkość VaR , przy czym dodatnia wartość ΔS_t oznacza spadek, a ujemna – wzrost cen akcji w stosunku do ich wartości początkowej (dla horyzontu inwestycji t). Uwzględniając powyższe przekształcenie oraz równości (5) i (6), można wyznaczyć wielkość $\frac{\Delta S_t}{S_0}$, która reprezentuje względną wartość VaR (będzie ona również nazywana $wzVaR$). Wielkość ta będzie używana w symulacjach w dalszej części pracy:

$$wzVaR = \frac{\Delta S_t}{S_0} = 1 - e^{N^{-1}(\alpha)\sigma\sqrt{t+(\mu-\frac{1}{2}\sigma^2)t}}, \quad (8)$$

gdzie: α – ustalony poziom tolerancji,
 t – ustalony horyzont,
 μ, σ – współczynnik dryfu i zmienności,
 $N^{-1}(\bullet)$ – odwrotna dystrybuanta standardowego rozkładu normalnego.

3. Symulacje

Znając parametry μ i σ , można wyznaczyć względną wartość VaR ($wzVaR$), korzystając ze wzoru (8). W praktyce jednak parametry te należy najpierw oszacować na podstawie próbki.

W przypadku opisywanego modelu można użyć logarytmicznych stóp zwrotu do ich estymacji. Jeżeli dynamika cen instrumentu opisana jest geometrycznym ruchem Browna, to logarytmiczne stopy zwrotu $\ln\left(\frac{S_{t+dt}}{S_t}\right)$ o okresie dt mają rozkład normalny:

$$N\left(\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt, \sigma\sqrt{dt}\right). \quad (9)$$

Do wyznaczenia wzorów na estymatory μ i σ można użyć metody momentów, stąd:

$$\begin{cases} \sigma^2 dt = D^2\left(\ln\left(\frac{S_{t+dt}}{S_t}\right)\right) \\ \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt = E\left(\ln\left(\frac{S_{t+dt}}{S_t}\right)\right) \end{cases} \quad (10)$$

gdzie: $E(\bullet), D^2(\bullet)$ – odpowiednio wartość oczekiwana i wariancja rozkładu normalnego.

Podstawiając do wzorów (10) estymatory na wartość oczekiwaną i wariancję rozkładu normalnego, otrzymamy wzory na estymatory $\hat{\mu}$ i $\hat{\sigma}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{D}^2 \left(\ln \left(\frac{S_{t+dt}}{S_t} \right) \right)}{dt} \\ \hat{\mu} = \hat{E} \left(\ln \left(\frac{S_{t+dt}}{S_t} \right) \right) \frac{1}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\hat{D}^2 \left(\ln \left(\frac{S_{t+dt}}{S_t} \right) \right)}{dt} \end{array} \right. \quad (11)$$

Korzystając ze wzoru (8), na podstawie oszacowanych wartości parametrów μ i σ można postawić prognozę punktową względnej wartości zagrożonej.

Do wyznaczenia przedziału ufności pokrywającego wartość $wzVaR$ posłużono się metodą symulacji. Dla rozkładu normalnego $N(E(X), D(X))$ nieobciążone estymatory wariancji oraz wartości oczekiwanej są niezależne i powiązane ze zmiennymi losowymi [Sobczyk 2006]:

$$H = \frac{(n-1)\hat{D}^2(X)}{D^2(X)}, \quad (12)$$

$$T = \frac{(\hat{E}(X) - E(X))\sqrt{n-1}}{\hat{D}(X)}, \quad (13)$$

które mają odpowiednio rozkład chi-kwadrat z $n-1$ stopniami swobody oraz t -Studenta również z $n-1$ stopniami swobody, n jest liczebnością próbki.

Należy obecnie podkreślić, iż rzeczywista wartość zagrożona nie jest zmienną losową i nie ma rozkładu prawdopodobieństwa, jest to jedna konkretna wartość, podobnie jak np. wartość oczekiwana czy wariancja rozkładu. Można natomiast wyznaczyć przedziały ufności, które pokryją wartość zagrożoną przy założonym poziomie ufności. W tym celu skonstruowano zmienną losową $wzVaR^*$ na podstawie wzoru (8):

$$wzVaR^* = 1 - e^{N^{-1}(\alpha)\sqrt{(\sigma^2)^*}t + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)^*t}, \quad (14)$$

gdzie (porównaj wzory (10), (12) i (13)):

$$(\sigma^2)^* = D^2(X) \frac{1}{dt} = \frac{(n-1)\hat{D}^2(X)}{H} \frac{1}{dt}, \quad (15)$$

$$(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)^* = E(X) \frac{1}{dt} = \left(\hat{E}(X) - \frac{T\hat{D}(X)}{\sqrt{n-1}} \right) \frac{1}{dt} \quad (16)$$

są także zmiennymi losowymi,

$\hat{E}(X)$, $\hat{D}^2(X)$ – estymatory wartości oczekiwanej i wariancji,

H , T – zmienne losowe o rozkładzie chi-kwadrat i t -Studenta, oba z $n - 1$ stopniami swobody.

W badaniach rozkład zmiennej $wzVaR^*$ wyznaczano symulacyjnie na podstawie 10 000 realizacji zmiennej H oraz T . Wartości $\hat{E}\left(\ln\left(\frac{S_{t+dt}}{S_t}\right)\right)$, $\hat{D}^2\left(\ln\left(\frac{S_{t+dt}}{S_t}\right)\right)$

estymowano na podstawie 100 jednodniowych logarytmicznych stóp zwrotu, co przy założeniu 250 dni sesyjnych w roku ustala wartość $dt = 1 / 250$.

Symulacje przeprowadzono dla spółek (włączając także indeksy) notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie od stycznia 1998 r. do lipca 2011 r. Dla każdego instrumentu estymowano parametry modelu na podstawie 100 jednodniowych logarytmicznych stóp zwrotu i weryfikowano zgodność próbki z rozkładem normalnym za pomocą testu Kołmogorowa-Lillieforsa [Domański, Pruska 2000] z poziomem istotności 0,05 (hipoteza H_0 testu zakłada, że badane wartości pochodzą z rozkładu normalnego o wyestymowanych parametrach). Jeżeli test był pozytywny, wyznaczano prognozę punktową i przedział ufności dla względnej wartości VaR na kolejny dzień ($t = 1 / 250$) dla ustalonego poziomu tolerancji $\alpha = 0,05$. Jeżeli test był negatywny, pomijano taką próbkę. Następnie szereg stóp zwrotu przesuwano o jeden dzień i powtarzano procedurę. Dodatkowo żądano także, aby dla każdego instrumentu można było skonstruować co najmniej 300 jednodniowych prognoz względnej wartości zagrożonej (co najmniej 300 razy powinny być spełnione założenia modelu). Zadane warunki spełniło 65 instrumentów.

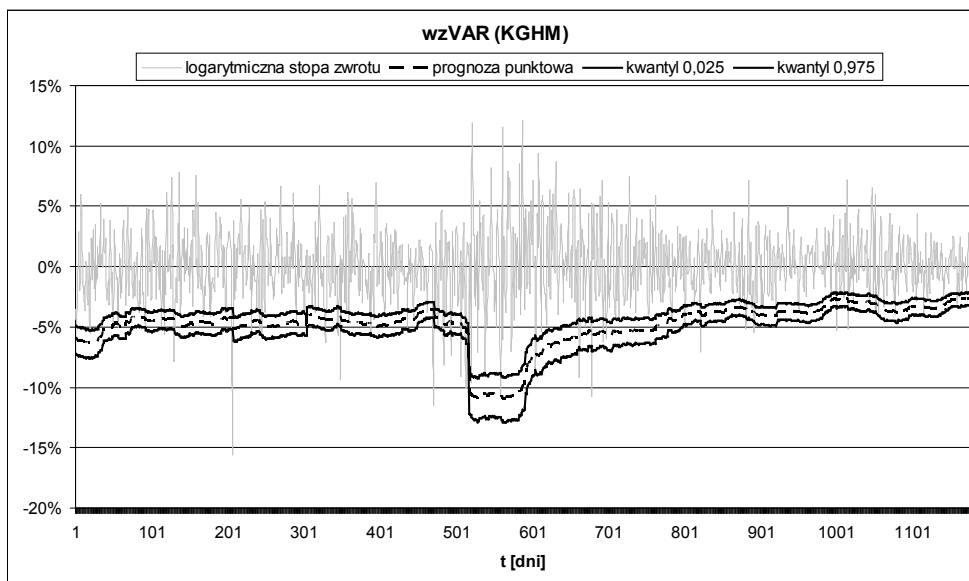
Na rysunku 1 przedstawiono jednodniowe prognozy punktowe i przedziały ufności uzyskane w trakcie symulacji dla poziomu ufności 0,95 (dokładniej wartości $\ln(1 - wzVaR)$, por. wzór (7)) wraz ze zrealizowaną logarytmiczną stopą zwrotu dla spółki KGHM.

Na przykład przedział ufności dla poziomu 0,95 (wyznaczany jako $[Q_{0,025}; Q_{0,975}]$, Q_p – kwantyl rzędu p) odczytany z rozkładu $wzVaR^*$ wygenerowanego na dzień 29.07.2011 wynosi $[0,0215; 0,0313]$. Przedział ten powinien pokryć wartość zagrożoną z dnia następnego z poziomem ufności 0,95. Natomiast prognoza punktowa obliczona na ten sam dzień wynosi $wzVaR = 0,0260$ (czyli VaR wynosi 2,6% w stosunku do wartości początkowej, oszacowane μ i σ wynoszą odpowiednio 0,161 i 0,259 w skali roku).

W tym przypadku rozpiętość przedziału ufności w stosunku do prognozy punktowej wynosi 38%. Natomiast średnia wartość rozpiętości przedziałów ufności w stosunku do prognoz punktowych z tego samego okresu była równa 37,4%. Odchylenie standardowe wyniosło 2,8%, co oznacza niewielkie różnice pomiędzy względnymi rozpiętościami przedziałów ufności.

Zweryfikowano także zgodność prognoz punktowych wartości zagrożonej z zaobserwowanymi startami w rzeczywistości. W tym celu użyto testu Kupca z przyję-

tym 5-procentowym poziomem istotności [Aleksander 2008] (hipoteza zerowa testu zakłada, że częstotliwość przekroczeń wartości VaR nie różni się istotnie od założonego poziomu tolerancji α). Wartość prawdopodobieństwa dla obliczonej statystyki wyniosła 0,12, więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej (aby odrzucić hipotezę H_0 , wartość ta musiałaby być większa lub równa 0,95).



Rys. 1. Jednodniowe prognozy wartości zagrożonej

Źródło: opracowanie własne.

Tego samego testu użyto także do przetestowania liczby przekroczeń dla kilku wybranych wartości z przedziału ufności. Wartości te to wybrane kwantyle rozkładu $wzVaR^*$ zawarte w przedziale ufności, np. kwantyle $Q_{0,05}$ z każdego przedziału można potraktować jako prognozę punktową wartości zagrożonej. W tabeli 1 przedstawiono wyniki testu Kupca dla kwantyli rzędu od 0,05 do 0,95 (wartości prawdopodobieństwa dla obliczonych statystyk, hipotezę zerową odrzucamy, gdy wartość jest większa od 0,95 lub równa 0,95, wartość 0 oznacza idealną zgodność).

Jak wynika z tab. 1, dla kwantyli niskich i wysokich rzędów test Kupca był negatywny, a prognozy odpowiednio niedoszacowane i przeszacowane. Można jednak stwierdzić, że w tym eksperymencie przedział ufności pokrył względną wartość zagrożoną.

Opisaną procedurę powtórzono w przypadku pozostałych instrumentów. W pierwszej kolejności sprawdzono dla każdego instrumentu, jaką średnią wartość przyjmie rozpiętość przedziału z 95-procentowym poziomem ufności w stosunku do prognozy punktowej $wzVaR$. Najmniejszą zaobserwowaną wartością było 33,6%, naj-

Tabela 1. Wyniki testu Kupca

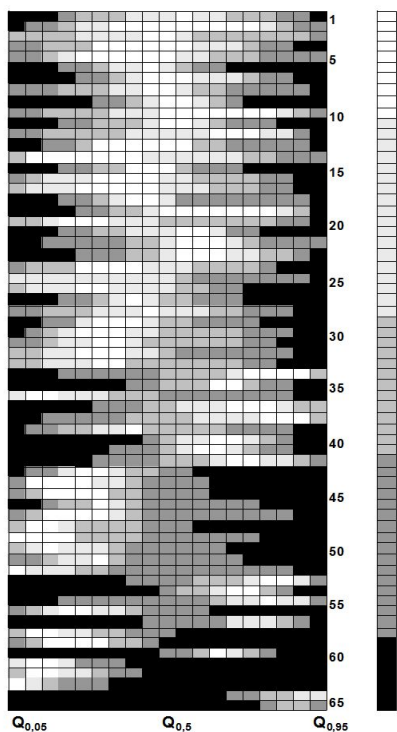
Q _{0,05}	Q _{0,1}	Q _{0,15}	Q _{0,2}	Q _{0,25}	Q _{0,3}	Q _{0,35}	Q _{0,4}	Q _{0,45}	Q _{0,5}	Q _{0,55}	Q _{0,6}	Q _{0,65}	Q _{0,7}	Q _{0,75}	Q _{0,8}	Q _{0,85}	Q _{0,9}	Q _{0,95}
1	1	0,98	0,90	0,77	0,70	0,44	0,31	0,10	0,26	0,72	0,86	0,92	0,99	1	1	1	1	1

0 - 0,25
0,25 - 0,5
0,5 - 0,75
0,75 - 0,95
≥ 0,95

Skala kolorów przypisanych do wartości. Kolor czarny oznacza odrzucenie hipotezy zerowej w teście Kupca

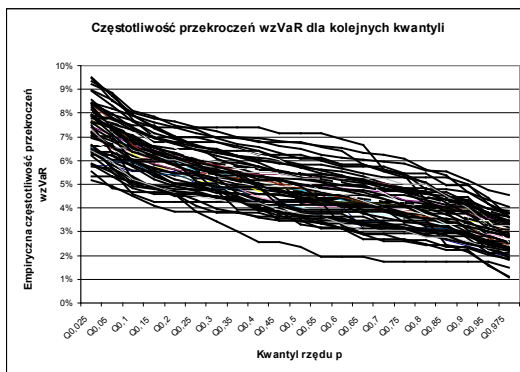
Źródło: opracowanie własne.

większą 39,6%. Wartość średnia dla wszystkich instrumentów to 36,7%. Odchylenie standardowe wynosiło ok. 2,5%. Zatem względne rozpiętości przedziałów ufności poszczególnych instrumentów nie wykazują większych różnic pomiędzy sobą.



0 - 0,25
0,25 - 0,5
0,5 - 0,75
0,75 - 0,95
≥ 0,95

Skala kolorów przypisanych do wartości. Kolor czarny oznacza odrzucenie hipotezy zerowej w teście Kupca



Rys. 2. Wyniki testu Kupca

Źródło: opracowanie własne.

Kolejnym krokiem była weryfikacja prognoz punktowych $wzVaR$ oraz wybranych kwantyli rozkładu $wzVaR^*$ (które także są prognozami punktowymi). Na rysunku 2 po lewej stronie przedstawiono wyniki dla wszystkich instrumentów (wartości prawdopodobieństwa dla obliczonych statystyk testu Kupca, hipotezę zerową odrzucamy, gdy wartość ta jest większa od 0,95 lub równa 0,95). Pionowy pojedynczy pasek reprezentuje prognozę punktową $wzVaR$. Instrumenty posortowano rosnąco ze względu na wartości prawdopodobieństwa statystyki Kupca tej prognozy. Po prawej stronie przedstawiono empiryczne częstotliwości przekroczeń $wzVaR$ dla odpowiednich kwantyli rozkładu $wzVaR^*$.

Można zauważyć, że w każdym przedziale znalazły się prognozy $wzVaR$ nieistotnie różne od wartości rzeczywistej. Dla każdego instrumentu optymalna prognoza $wzVaR$ była wewnątrz przedziału ufności. Jest to widoczne także na wykresie z częstotliwościami przekroczeń $wzVaR$. Zaczynając od najmniejszego kwantyla, należy stwierdzić, że częstotliwości przekroczeń dla każdego instrumentu były większe niż założony poziom tolerancji 0,05, a dla największego kwantyla – mniejsze niż założone 0,05. Inaczej mówiąc, dla każdego instrumentu w przedziałach ufności znajdował się kwantyl rzędu p , dla którego częstotliwość przekroczeń $wzVaR$ była tak blisko, jak to tylko możliwe, zadanego poziomu tolerancji (np. dla niektórych ilości próbek odsetek 0,05 nie zawsze będzie liczbą całkowitą). Można stwierdzić zatem, że w świetle przeprowadzonych badań wyznaczone przedziały ufności pokryły względną wartość zagrożoną (przy założonym poziomie tolerancji 0,05 i horyzoncie jednego dnia).

4. Podsumowanie

W artykule wyznaczano prognozy wartości zagrożonej oraz przedziały ufności pokrywające wartość zagrożoną (dokładniej jej względną wartość w stosunku do ceny początkowej instrumentu). Do weryfikacji prognoz użyto testu Kupca. Dla prognoz punktowych obliczanych „standardowo” (wzór (8)) test Kupca wykazał zgodność dla ok. 90% spółek. W przypadku przedziałów z 95-procentowym poziomem ufności w każdym przedziale znalazły się prognozy nieistotnie różne od wartości zagrożonej i każdy przedział ufności pokrył VaR .

Średnia względna rozpiętość przedziałów ufności w stosunku do prognozy punktowej była podobna dla wszystkich badanych instrumentów i wynosiła ok. 37%.

W artykule przedstawiono wyniki badań w przypadku modelu, w którym parametry były estymowane na podstawie 100 jednodniowych logarytmicznych stóp zwrotu. Te same badania przeprowadzono także w przypadku estymacji ze 150 danych, przy czym im dłuższy szereg, tym mniej razy spełnione są założenia modelu (w przypadku 200 danych tylko kilkanaście spółek spełniło zakładane warunki 300 prognoz). Wyniki w obu przypadkach są podobne, aczkolwiek nie identyczne, rozpiętość przedziałów ufności (w przypadku 150 danych użytych do estymacji) jest nieznacznie mniejsza, przy czym, jak wspomniano, model można zastosować wów-

czas mniejszą liczbę razy. W przypadku mniejszych poziomów tolerancji wartości zagrożonej obniżenie jej wartości poniżej 0,03 skutkuje znacznym pogorszeniem własności prognostycznych modelu. Jest to wynik prawdopodobnie zbyt lekkich ogonów rozkładu normalnego, ponieważ znaczna część prognoz *wzVaR* jest wówczas niedoszacowana.

Literatura

- Alexander C., *Market Risk Analysis: Value at Risk Models*, Vol. IV, John Wiley & Sons, England 2008.
- Contreras P., Satchell S., *A Bayesian Confidence Interval for Value-at-Risk* 2003, źródło: <http://www.dspace.cam.ac.uk/handle/1810/380>.
- Domański C., Pruska K., *Nieklasyczne metody statystyczne*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2000.
- Dowd K., *Assessing VaR Accuracy*, źródło: <http://www.smartquant.com/references/VaR/var14.pdf>, 2000.
- Holton G.A., *Value at Risk. Theory and Practice*, Academic Press, USA 2003.
- Jorion P., *Value at Risk: the New Benchmark for Managing Financial Risk*, 2nd edition, McGraw-Hill, 2001.
- Papoulis A., *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, McGraw Hill Higher Education, 2002.
- Sobczyk M., *Statystyka. Aspekty praktyczne i teoretyczne*, Wydawnictwo UMCS, Lublin 2006.

CONFIDENCE INTERVAL FOR VALUE AT RISK

Summary: Calculating Value at Risk from assumed probability distribution is associated with the estimation of the parameters of this distribution. Estimators of these parameters are random variables. This fact allows us to calculate confidence intervals for Value at Risk. In the article, the author calculated confidence intervals for VaR, in case, where the share's price is described by Geometric Brownian Motion.

Keywords: Value at Risk, interval forecast, financial risk.