

Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz

Uniwersytet Szczeciński

WYKORZYSTANIE MODELU PROPORCJONALNEGO HAZARDU COXA DO OCENY CZASU OD SPADKU CEN AKCJI SPÓŁEK GIEŁDOWYCH W OKRESIE KRYZYSU FINANSOWEGO DO ICH WZROSTU

Streszczenie: Celem artykułu jest próba wykorzystania modelu proporcjonalnego hazardu Coxa do oceny prawdopodobieństwa wzrostu cen spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie po spadku, który nastąpił na przełomie lat 2008-2009 w wyniku kryzysu finansowego. Przedmiotem badania jest czas, jaki upływa od momentu osiągnięcia przez spółkę ceny minimalnej do momentu wzrostu tej ceny o 80%. Celem badawczym jest ustalenie, czy przynależność spółki do określonej branży ma wpływ na długość czasu wzrostu wartości ceny jej akcji. W artykule użyto kodowania zmiennej objaśniającej $-1;0;1$, które umożliwia porównanie szans analizowanych branż z szansą średnią dla wszystkich grup. W tym celu wyznaczono iloraz szans, który wskazuje na różnice między porównywanymi branżami i umożliwia wyodrębnienie sektorów, które najszybciej odrabiały straty związane ze spadkiem cen akcji na giełdzie.

Słowa kluczowe: analiza przeżycia, model hazardu Coxa, kryzys finansowy, spadek i wzrost cen akcji.

1. Wstęp

Coraz większym powodzeniem w badaniach prowadzonych w wielu dyscyplinach naukowych cieszy się analiza przeżycia. Jest ona zbiorem metod do badania czasu trwania zjawisk występujących w różnych obszarach aktywności człowieka: w życiu społecznym, gospodarczym i politycznym. W ekonomii i naukach społecznych bywa nazywana analizą trwania lub analizą przejścia [Hozer, Markowicz, Stolorz 2008].

Celem artykułu jest próba wykorzystania modelu proporcjonalnego hazardu Coxa do oceny prawdopodobieństwa określonego wzrostu cen akcji spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie po spadku, który nastąpił na przełomie lat 2008-2009 w wyniku kryzysu finansowego. W dniu 7 lutego 2009 r. indeks WIG20 spadł do poziomu najniższego od prawie sześciu lat, a w dniu 17 lu-

tego najniższy poziom od początku bessy osiągnął indeks WIG. Badaniu poddano czas, jaki upływa od momentu osiągnięcia przez spółkę ceny minimalnej do momentu wzrostu tej ceny o 80%. Taki właśnie wzrost osiągnął indeks WIG po sześciomiesięcznym okresie odrabiania strat. Celem badawczym jest ustalenie, czy przynależność spółki do określonej branży ma wpływ na długość czasu wzrostu wartości ceny jej akcji o 80% w stosunku do osiągniętej wcześniej ceny minimalnej. Hipotezy badawcze zostały sformułowane następująco: spadek cen akcji spółek poszczególnych branż w wyniku kryzysu finansowego nie jest jednakowy, tempo odrabiania strat jest różne dla badanych branż. W artykule użyto kodowania¹ zmiennej objaśniającej $-1;0;1$, które umożliwia porównanie szans analizowanych branż z szansą średnią dla wszystkich grup [Markowicz, Stolorz 2009]. Wyznaczono iloraz szans, który wskazuje różnice między porównywanymi branżami i umożliwia wyodrębnienie sektorów, które najszybciej odrabiały straty związane ze spadkiem cen akcji na giełdzie.

Przeglądu metodologii analizy historii zdarzeń i ich aplikacji do badania czasu wystąpienia zdarzenia autorki artykułu dokonały w ramach realizacji grantu MNiSW N N111 273538.

2. Metodologia i dane wykorzystane w badaniu

W roku 1958 E.L. Kaplan i P. Meier zaproponowali sposób estymacji funkcji przeżycia (*survival function*) [Kaplan, Meier 1958]:

$$\hat{S}(t_i) = \prod_{j=1}^i \left(1 - \frac{d_j}{n_j} \right) \quad \text{dla } i = 1, \dots, k,$$

gdzie: t_i – punkt czasu, w którym wystąpiło co najmniej jedno zdarzenie, przy czym $t_1 < t_2 < \dots < t_k$, $t_0 = 0$, d_i – liczba zdarzeń w czasie t_i ,

n_i – liczba jednostek objętych obserwacją w czasie t_i ; $n_i = n_{i-1} - d_{i-1} - z_{i-1}$,

z_i – liczba obserwacji uciętych w czasie t_i .

Analizowane zbiorowości można dzielić na grupy ze względu na badane cechy. Wówczas istnieje możliwość oszacowania funkcji przeżycia dla każdej z tych grup i ich porównania.

Analizy czasu przetrwania dokonuje się przy wykorzystaniu modelu Coxa [Cox, Oakes 1984], nazywanego modelem proporcjonalnego hazardu, który jest wykorzystywany do modelowania rozkładu czasu przetrwania jednostek w danej populacji poprzez określenie siły wpływu poszczególnych czynników na oczekiwany czas przetrwania oraz porównanie rozkładu czasu przetrwania różnych podpopulacji. Model ten można zapisać następująco:

¹ Różne sposoby kodowania przedstawiono w pracy [Hosmer, Lemeshow 1999, s. 113-127].

$$h(t : x_1, x_2, \dots, x_n) = h_0(t) e^{\sum_{i=1}^n a_i x_i} = h_0(t) \exp(a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n),$$

gdzie: $h(t : x_1, x_2, \dots, x_n)$ – wynikowy hazard przy danych n zmiennych niezależnych x_1, x_2, \dots, x_n i odpowiednim czasie przeżycia,

$h_0(t)$ – hazard odniesienia lub zerowa linia hazardu,

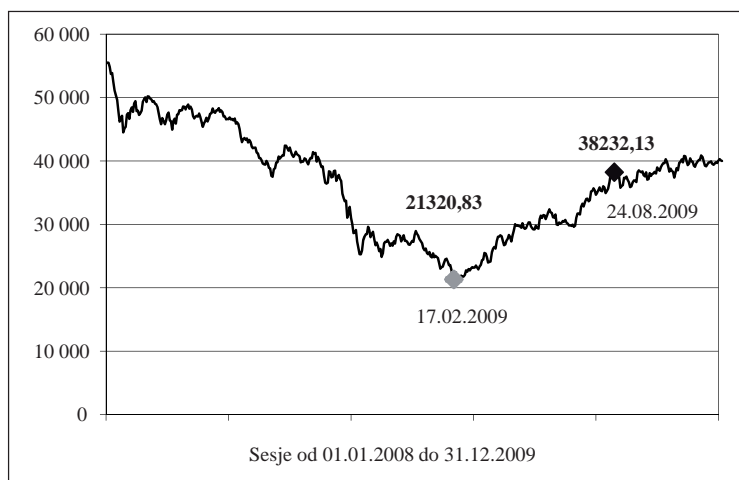
a_1, a_2, \dots, a_n – współczynniki modelu,

t – czas obserwacji.

Zbadano 371 spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w okresie od 01.01.2008 do 31.11.2009. Okres ten został ustalony na podstawie obserwacji notowań akcji i obserwacji indeksu WIG, który w lutym 2009 r. osiągnął swoje minimum. Badaniu poddano spółki notowane na rynku ciągłym i równoległym. Brano pod uwagę cenę zamknięcia akcji. Zdarzeniem początkowym był moment, w którym spółka osiągnęła w badanym okresie minimalne notowanie cen akcji, a za zdarzenie końcowe przyjęto moment, w którym spółka zanotowała wzrost ceny akcji o 80% w stosunku do notowania minimalnego. Badano czas wzrostu cen akcji o 80%. Jeżeli taki wzrost nie nastąpił, to taką obserwację uznano za cenzurowaną.

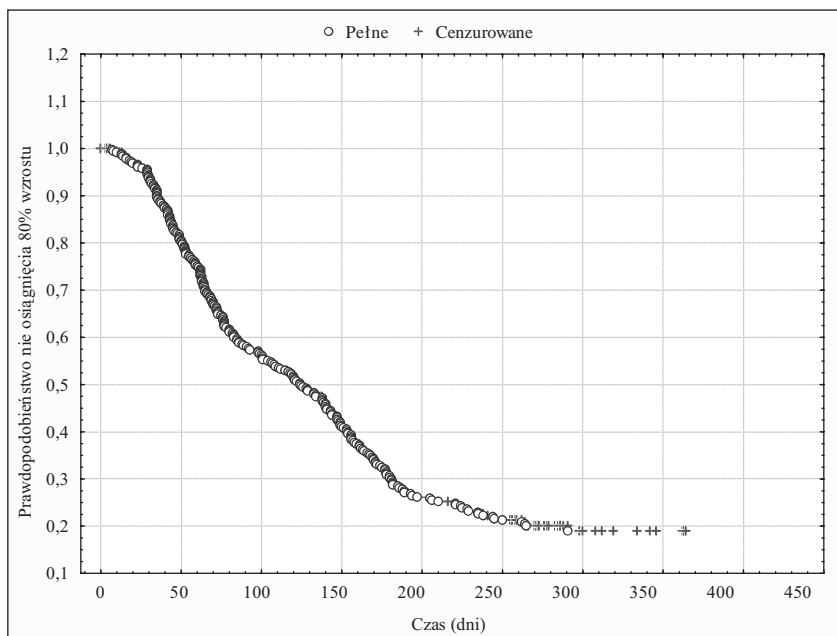
3. Analiza czasu wzrostu wartości cen akcji spółek notowanych na GPW w Warszawie

W lutym 2009 r. w wyniku kryzysu indeks WIG osiągnął swoje minimum. W stosunku do wartości z 01.01.2008 stracił 61,68%. Następnie po około pół roku jego wartość wzrosła o 80% (rys. 1).



Rys. 1. Indeks WIG w okresie 01.01.2008-31.12.2009

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych: <http://bossa.pl>.



Rys. 2. Krzywa Kaplana–Meiera opisująca prawdopodobieństwo nieosiągnięcia 80% wzrostu wartości akcji w danym czasie dla spółek notowanych na GPW w Warszawie

Źródło: opracowanie własne, *STATISTICA*.

W tym samym czasie ceny akcji spółek notowanych na GPW w Warszawie również osiągnęły wartość najmniejszą. Od tego momentu nastąpił wzrost ich wartości. Krzywa Kaplana–Meiera zaprezentowana na rys. 2 przedstawia prawdopodobieństwo nieosiągnięcia 80% w badanym okresie. Po około 60 dniach funkcja ta osiągnęła wartość 0,75, czyli w przybliżeniu 25% spółek osiągnęło 80-procentowy wzrost. Wartość mediany została osiągnięta po 124 dniach, a trzeci kwartył po 215 dniach.

4. Analiza czasu wzrostu wartości cen akcji według branż

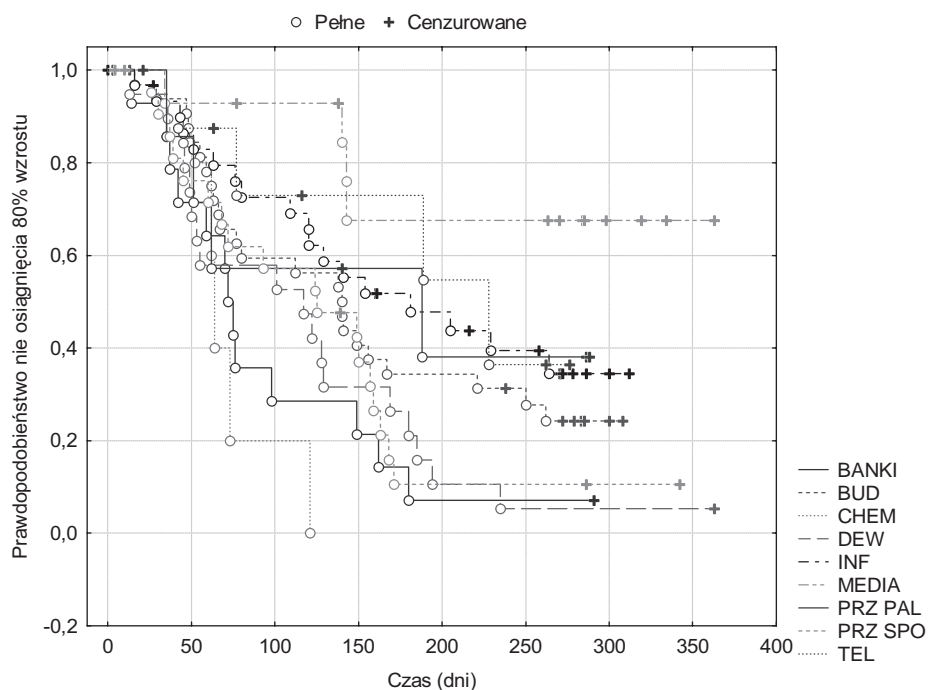
W kolejnym etapie badania wyodrębniono spółki należące do 9 branż, dla których obliczany był w danym okresie WIG branżowy. Łącznie zbadano czas wzrostu cen akcji 156 spółek, przy czym 108 obserwacji było pełnych, a 48 cenzurowanych (tab. 1). W branży chemicznej wszystkie spółki w badanym okresie osiągnęły analizowany wzrost w wysokości 80%.

Poszczególne branże różnią się również tempem osiągania 80-procentowego wzrostu. Analizując krzywe Kaplana–Meiera, na rys. 3 można zaważyć, że najszybciej analizowany poziom osiągały spółki należące do branży chemicznej, najwolniej zaś spółki z branży medialnej.

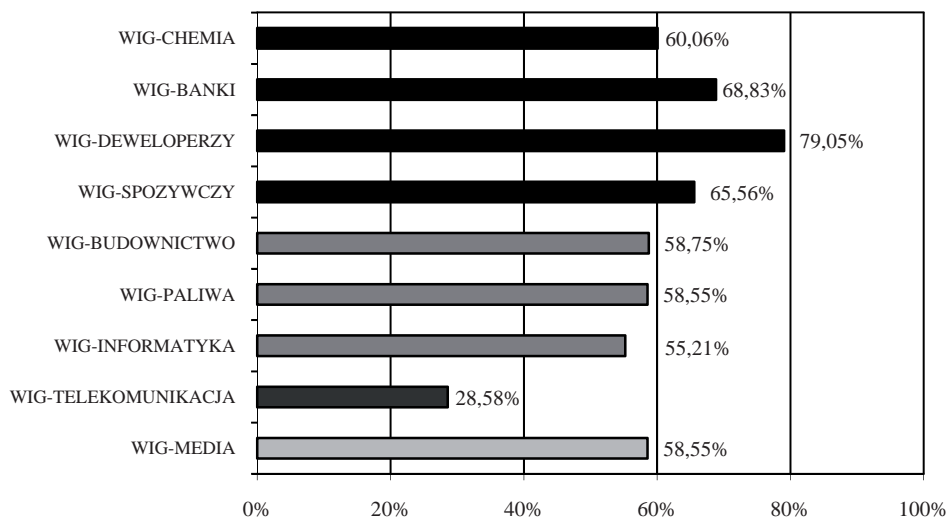
Tabela 1. Struktura obserwacji (spółek) pełnych i cenzurowanych według branż

Branże	Liczba spółek	Wzrost (obserwacja pełna)		Brak wzrostu (obserwacja cenzurowana)	
		liczba	%	liczba	%
Banki	14	13	92,86	1	7,14
Budownictwo	33	24	72,73	9	27,27
Chemia	5	5	100,00	0	0,00
Deweloperzy	19	18	94,74	1	5,26
Informatyka	32	18	56,25	14	43,75
Media	16	4	25,00	12	75,00
Przemysł paliwowy	8	4	50,00	4	50,00
Przemysł spożywczy	21	18	85,71	3	14,29
Telekomunikacja	8	4	50,00	4	50,00
Razem	156	108	69,23	48	30,77

Źródło: opracowanie własne.

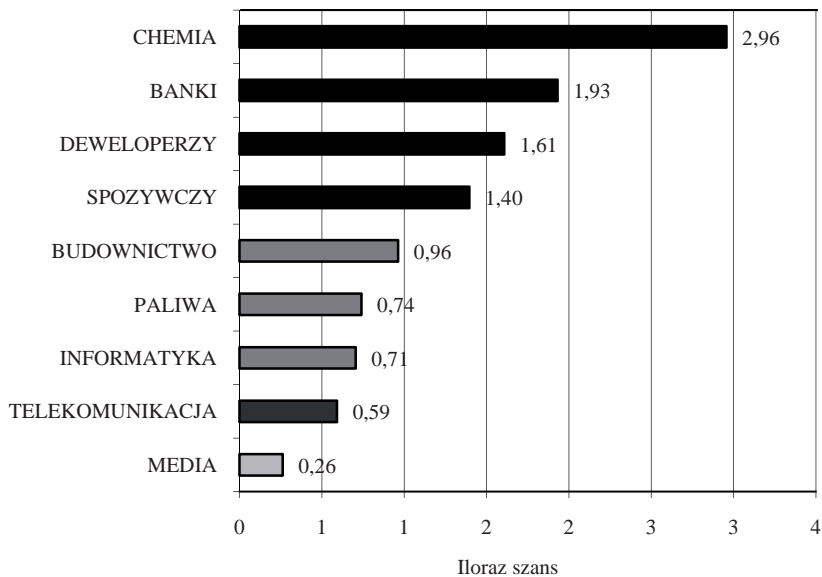
**Rys. 3.** Krzywa Kaplana–Meiera opisująca prawdopodobieństwo nieosiągnięcia 80% wzrostu wartości akcji w danym czasie dla spółek notowanych na GPW w Warszawie pogrupowanych według branż

Źródło: opracowanie własne, STATISTICA.



Rys. 4. Procentowy spadek wartości indeksu WIG branżowy

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 5. Iloraz szans 80% wzrostu cen akcji spółek dla poszczególnych branż

Źródło: obliczenia własne, STATISTICA.

Do oceny tempa wzrostu wartości cen akcji dla poszczególnych branż istotne jest również określenie poziomu ich spadku w wyniku kryzysu. W związku z tym naj-

pierw zbadano procentowy spadek notowań WIG dla poszczególnych branż liczony od 01.01.2008 do minimum osiągniętego w okresie od 01.01.2008 do 31.12.2009 (rys. 4). Następnie, korzystając z modelu regresji Coxa, zbadano iloraz szans wzrostu o 80% cen akcji spółki należącej do konkretnej branży w stosunku do średniej wszystkich branż. Okazuje się, że najszybciej wzrastały ceny akcji spółek należących do branży chemicznej i banków, najwolniej zaś w przypadku mediów (rys. 5).

Porównując wielkość spadku i tempo wzrostu notowań akcji dla poszczególnych branż (rys. 4 i 5), można je podzielić na 4 grupy. Pierwsza z nich, w której znalazły się spółki chemiczne, banki, deweloperzy i przemysł spożywczy, cechuje się wysokim procentowym spadkiem indeksu WIG branżowy w początkowym okresie (zbliżonym lub wyższym od spadku indeksu WIG) oraz szybkim wzrostem cen akcji (powyżej średniej wszystkich grup). Druga grupa branż (budownictwo, paliwa i informatyka) to umiarkowany procentowy spadek i umiarkowane tempo wzrostu. W trzeciej grupie znajduje się tylko jedna branża – telekomunikacja. Jej cechą charakterystyczną jest najniższy spadek (28,59%) oraz słabe tempo wzrostu w porównaniu z pozostałymi branżami. Czwarta grupa – media – to dość wysoki spadek (58,55%) i najniższe tempo wzrostu cen akcji (o 74% niższe od średniej wszystkich branż).

5. Wnioski

Metody analizy trwania mogą być wykorzystane do analizy czasu wzrostu cen akcji spółek na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie. W okresie od 01.01.2008 do 31.12.2009 indeks WIG i indeksy WIG branżowe osiągnęły minimum swojej wartości. Największy spadek miał WIG-Deweloperzy (79,05%), a najmniejszy WIG-Telekomunikacja (28,58%). Estymator Kaplana–Meiera umożliwił obliczenie prawdopodobieństwa określonego wzrostu cen akcji w wybranym okresie. Zastosowanie modelu regresji Coxa z kodowaniem $-1;0;1$ pozwoliło na obliczenie ilorazu szans wzrostu wartości cen akcji spółek należących do poszczególnych branż w stosunku do średniej dla wszystkich branż. Najszybciej 80-procentowy wzrost od wartości minimalnej osiągnęły akcje spółek chemicznych, a najdłużej wzrastała wartość akcji spółek z branży media. Porównując wielkość spadku indeksów WIG branżowych i szybkości osiągnięcia 80% wzrostu cen akcji spółek należących do poszczególnych branż, wyodrębniono 4 grupy branż.

Literatura

- Cox D.R., Oakes D., *Analysis of Survival Data*, Chapman and Hall, London 1984.
Hosmer D.W., Lemeshow S., *Applied Survival Analysis. Regression Modeling of Time to Event Data*, John Wiley & Sons, INC, New York 1999.
Hozer J., Markowicz I., Stolorz B., *Zastosowanie metod analizy historii zdarzeń w badaniu czasu funkcjonowania firm*, Zapol, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin 2008.

Kaplan E.L., Meier P., *Nonparametric estimation from incomplete observations*, "Journal of the American Statistical Association" 1958, vol. 53.

Markowicz I., Stolorz B., *Model proporcjonalnego hazardu Coxa przy różnych sposobach kodowania zmiennych*, "Przegląd Statystyczny" 2009, nr 2, t. 56.

THE USE OF THE COX PROPORTIONAL HAZARD MODEL TO ASSESS THE TIME SINCE THE DECREASE OF SHARE PRICES OF STOCK-MARKET COMPANIES DURING THE FINANCIAL CRISIS TO THEIR GROWTH

Summary: The aim of the article is to test the applicability of the Cox proportional hazard model in assessing the growth probability of companies listed on the Warsaw Stock Exchange after 2008-2009 stocks plummeting as a result of the world's financial crisis. On 7 February 2009 WIG20 index dropped to the lowest level in the previous six years and on 18 February the WIG index reached the lowest level since the beginning of the slump. The subject of the study is the span of time starting from the company minimum price to the moment it rose by 80%. The research objective is to determine if the company's line of business affects the time it takes for its share price to grow. In the article the authors use coding of the explanatory variable $-1;0;1$ which makes it possible to compare the odds of the analysed lines of business with the average odds for all the groups. In order to do that they determined the odds ratio which shows the differences among the analysed lines of business and makes it possible to distinguish those sectors that were the fastest to make up for their losses.