

# Zur Bildfehlertheorie von doppelsymmetrischen Systemen mit asphärischen Flächen

JOACHIM KLEBE

Wissenschaftsbereich Theoretische Physik, Section Mathematik-Physik Pädagogische Hochschule "Karl Liebknecht", DDR-1500 Potsdam.

Für Systeme aus beliebig vielen brechenden Flächen, die sich als asphärische doppelsymmetrische Flächen 2. Ordnung darstellen lassen, wird eine Bildfehlertheorie 3. Ordnung entwickelt. Es wird eine Darstellung der einzelnen Bildfehlerkoeffizienten in Abhängigkeit von den Flächenparametern und den paraxialen Größen sowie Zusammenhänge zwischen den einzelnen Flächenteilkoeffizienten gegeben.

## 1. Einteilung

In den bisherigen Untersuchungen zur Bildfehlertheorie doppelsymmetrischer optischer Systeme [1-5] wurden nur solche optischen Systeme betrachtet, die aus ebenen, Kugel- oder Kreiszyylinderflächen mit zueinander parallelen oder senkrechten Achsen bestehen. Im folgenden sollen alle brechenden Flächen 2. Ordnung berücksichtigt werden, die sich durch die Gleichung

$$\varrho x^2 + \varrho_y y^2 + \varrho_z z^2 - 2x = 0 \quad (1)$$

beschreiben lassen. Außerdem sind in die folgenden Betrachtungen auch alle Flächen höherer Ordnung eingeschlossen, die sich in 1. Näherung durch Gl. (1) beschreiben lassen. Bei der verwendeten Methode zur Berechnung von Bildfehlerkoeffizienten 3. Ordnung gehen bei Flächen höherer als 2. Ordnung auf Grund der Näherungen nur die Glieder bis zur 2. Potenz in die Rechnungen ein.

Bei den Flächen nach Gl. (1) fällt der Flächenscheitel mit dem Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems zusammen, dessen  $x$ -Achse die optische Achse des zentriert vorausgesetzten optischen Systems ist, die bei den vorliegenden Doppelsymmetrien mit der Schnittgeraden der beiden senkrecht aufeinanderstehenden Symmetrieebenen übereinstimmt. Die  $y$ - und die  $z$ -Achse liegen dann jeweils in einer der beiden Symmetrieebenen. Wie man leicht zeigen kann, sind  $\varrho_y$  und  $\varrho_z$  die Hauptscheitelkrümmungen in den beiden Symmetrieebenen;  $\varrho$  ist ein Normierungsfaktor. In Tabelle wird eine Übersicht über die verschiedenen Flächen 2. Ordnung gegeben, die man durch spezielle Wahl der Parameter  $\varrho$ ,  $\varrho_y$  und  $\varrho_z$  erhält.

Übersicht über die Flächen 2. Ordnung  $\boxed{\varrho x^2 + \varrho_y y^2 + \varrho_z z^2 - 2x = 0}$

	$\varrho \neq \varrho_y \neq \varrho_z \neq \varrho$	$\varrho \neq \varrho_y \neq \varrho_z = 0$	$\varrho = \varrho_z \neq \varrho_y = 0$	$\varrho = \varrho_y \neq \varrho_z$	$\varrho = \varrho_z \neq \varrho_y$	$\varrho_y = \varrho_z \neq \varrho$	$\varrho = \varrho_y = \varrho_z$
$\varrho = 1/a > 0$	Ellipsoid $\varrho_y = a/b^2$ $\varrho_z = a/c^2$	Elliptischer Zylinder $\varrho_y = a/b^2$ $\varrho_z = a/c^2$		Kreiszyylinder $\varrho_z = 0$ $\varrho_y = 0$		Rotations- ellipsoid $\varrho_y = a/b^2$	Kugel
	Zweischaliges Hyperboloid $\varrho_y = -(a/b^2)$ $\varrho_z = -(a/c^2)$	Hyperbolischer Zylinder $\varrho_y = -(a/b^2)$ $\varrho_z = -(a/c^2)$		Rotationsellipsoid $\varrho_z = a/c^2$ $\varrho_y = a/b^2$		Zweischaliges Rotations- hyperboloid $\varrho_y = -(a/b^2)$	
	Einschaliges Hyperboloid $\varrho_y = a/b^2,$ $\varrho_z = -(a/b^2),$ $\varrho_z = -(b/c^2),$ $\varrho_z = a/c^2$	Einschaliges Rotationshyperboloid $\varrho_z = -(a/c^2)$ $\varrho_y = -(a/b^2)$					
$\varrho = 0$ $(a \leq 0)$	Elliptisches Paraboloid $\varrho_y = a/b^2$ $\varrho_z = a/c^2$					Rotations- paraboloid $\varrho_y = a/b^2$	Ebene
	Hyperbolisches Paraboloid $\varrho_y = a/b^2$ $\varrho_z = -(a/c)$						
Bemerkungen		$z$ -Achse    Zylinderachse	$y$ -Achse    Zylinderachse	$z$ -Achse    Rotationsachse	$y$ -Achse    Rotationsachse	optische Achse $\triangleq$ Ro- tationsachse	

Rotationssymmetrie bezüglich der optischen Achse liegt immer dann vor, wenn  $e_y = e_z$  gilt. Grundlage der folgenden Berechnungen bildet der von BARTKOWSKA, BARTKOWSKI [6] verwendete Formalismus. Dieser besitzt vor allem zwei Vorteile: In die Berechnungen geht die analytische Darstellung der brechenden Flächen mit ihren Parametern ein, und es wird nur ein Bezugsstrahl benötigt, mit dessen Hilfe die Bildkoordinaten berechnet werden können.

## 2. Berechnung der Flächenteilkoeffizienten für eine brachende Fläche

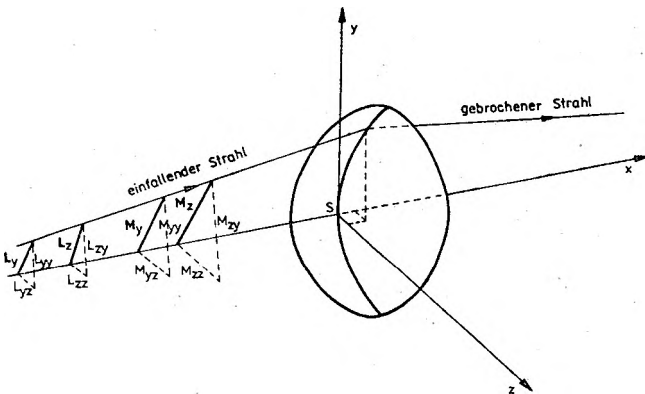
Zur Berechnung der Bildkoordinaten gehen wir von einem objektseitigen Bezugsstrahl aus, der nach der Punkt-Richtungsgleichung wie folgt dargestellt werden kann

$$Y = y + \frac{\beta}{\alpha} (X - x), \tag{2a}$$

$$Z = z + \frac{\gamma}{\alpha} (X - x), \tag{2b}$$

$\alpha, \beta, \gamma$  sind die Richtungscosinus des Strahles bezüglich der Koordinatenachsen.  $X, Y, Z$  die Koordinaten eines vorgegebenen Punktes auf dem Strahl;  $x, y, z$  sind die laufenden Koordinaten. Die Darstellung des bildseitigen Bezugsstrahles ergibt sich analog.

Die vorausgesetzten Doppelsymmetrien bewirken, daß ein punktförmiges Objekt in ein astigmatisches Bild abgebildet wird. Für die folgenden Rechnungen wird deshalb für eine beliebige brechende Fläche in dem doppelsymmetrischen System von einem astigmatischen Objekt und einer astigmatischen Eintrittspupille ausgegangen (Abb.).



In den beiden Objektebenen, deren Scheitelabstände längs der optischen Achse  $s_y$  bzw.  $s_z$  seien, werden die Objekte durch die Objektvektoren  $L_y (O, L_{yy}, L_{yz})$  bzw.  $L_z (O, L_{zy}, L_{zz})$  beschrieben. Entsprechend werden in den Pu-

pillenebenen (Scheitelabstände  $p_y$  bzw.  $p_z$ ) Pupillenvektoren  $M_y$  ( $O, M_{yy}, M_{yz}$ ) bzw.  $M_z$  ( $O, M_{zy}, M_{zz}$ ) eingeführt. Analog werden entsprechende Größen im Bildraum definiert. Da alle 4 Vektoren demselben Bezugsstrahl zugeordnet sind, läßt sich mit Hilfe der Strahlgleichungen (2a) und (2b) jeweils einer dieser Vektoren durch zwei andere und die zugehörigen Scheitelabstände darstellen. Man erhält dann z. B. folgende Zusammenhänge

$$L_{yz} = L_{zz} \frac{s_y - p_z}{s_z - p_z} - M_{zz} \frac{s_y - s_z}{s_z - p_z}, \quad (3a)$$

$$M_{yz} = L_{zz} \frac{p_y - p_z}{s_z - p_z} - M_{zz} \frac{p_y - s_z}{s_z - p_z}, \quad (3b)$$

$$L_{zy} = L_{yy} \frac{s_z - p_y}{s_y - p_y} - M_{yy} \frac{s_z - s_y}{s_y - p_y}, \quad (3c)$$

$$M_{zy} = L_{yy} \frac{p_z - p_y}{s_y - p_y} - M_{yy} \frac{p_z - s_y}{s_y - p_y}. \quad (3d)$$

Im paraxialen Bereich gelten dann in den beiden Hauptschnitten folgende Abbildungsgleichungen

$$\frac{n'_j}{s'_{lj}} - \frac{n_j}{s_{lj}} = \varrho_{lj} \Delta n_j, \quad (4a)$$

$$\frac{n'_j}{p'_{lj}} - \frac{n_j}{p_{lj}} = \varrho_{lj} \Delta n_j, \quad (4b)$$

mit  $\Delta n_j = n'_j - n_j$ ;  $j = 1, 2, \dots, k$  (Anzahl der Flächen);  $l = y, z$ .

Die Bildvektoren bzw. ihre Komponenten kann man nach den Gln. (2a) bzw. (2b) folgendermaßen berechnen

$$L'_{yy} = y + \frac{\beta'}{\alpha'} (s'_y - x), \quad (5a)$$

$$L'_{yz} = L'_{zz} + \frac{\gamma'}{\alpha'} (s'_y - s'_z), \quad (5b)$$

$$L'_{zy} = L'_{yy} + \frac{\beta'}{\alpha'} (s'_z - s'_y), \quad (5c)$$

$$L'_{zz} = z + \frac{\gamma'}{\alpha'} (s'_z - x). \quad (5d)$$

Für  $x, y, z$  setzt man die Koordinaten des Schnittpunktes des einfallenden Strahles mit der brechenden Fläche ein. Die Richtungscosinus des gebrochenen Strahles  $\alpha', \beta', \gamma'$  lassen sich mit Hilfe des Brechungsgesetzes aus den Richtungscosinus des einfallenden Strahles ermitteln.  $s'_y$  bzw.  $s'_z$  ergeben sich nach

Gl. (4a). Die etwas unterschiedlichen Ausgangsformeln zur Berechnung der "reinen" Komponenten (Gl. (5a), (5d)) und der "gemischten" Komponenten (Gl. (5b), (5e)) finden ihre Begründung beim Übergang zum  $k$ -flächigen optischen System. Außerdem beschreibt bei den gemischten Komponenten der 2. Summand den astigmatischen Term, der bei der anamorphotischen Abbildung ( $s'_y = s'_z$ ) verschwindet.

Für die Abbildung an einer brechenden Fläche erhält man gemäß [6], wobei die Verhältnisse in den beiden Hauptschnitten gesondert betrachtet werden müssen, mit Hilfe einer Reihenentwicklung und Beschränkung auf Glieder 3. Ordnung sowie Ersetzung der gemischten durch die reinen Komponenten (3a)–(3d) für eine reine Komponente des Bildvektors entsprechend Gl. (5a)

$$\begin{aligned}
 L'_{yy} = & \frac{n\sigma_y}{n'\sigma'_y} L_{yy} + \frac{1}{2n'\sigma'_y(p_y - s_y)^3} \left\{ \frac{M_{yy}^3}{\sigma_y^3} C_{I_{yy}} - \frac{M_{yy}^2 L_{yy}}{\sigma_y^2 \omega_y} C_{II_{yy}}^{(1)} \right. \\
 & - 2 \frac{M_{yy}^2 L_{yy}}{\sigma_y^2 \omega_y} C_{II_{yy}}^{(2)} + \frac{M_{yy} L_{yy}^2}{\sigma_y \omega_y^2} C_{III_{yy}}^{(1)} + 2 \frac{M_{yy} L_{yy}^2}{\sigma_y \omega_y^2} C_{III_{yy}}^{(2)} \\
 & \left. - \frac{L_{yy}^3}{\omega_y^3} C_{V_{yy}} \right\} + \frac{1}{2n'\sigma'_y(p_y - s_y)(p_z - s_z)^2} \left\{ \frac{M_{yy} M_{zz}^2}{\sigma_y \sigma_z^2} C_{I_{zy}} \right. \\
 & - \frac{L_{yy} M_{zz}^2}{\omega_y \sigma_z^2} C_{II_{zy}}^{(1)} - 2 \frac{M_{yy} M_{zz} L_{zz}}{\sigma_y \sigma_z \omega_z} C_{II_{zy}}^{(2)} + \frac{M_{yy} L_{zz}^2}{\sigma_y \omega_z^2} C_{III_{zy}}^{(1)} \\
 & \left. + 2 \frac{L_{yy} M_{zz} L_{zz}}{\omega_y \sigma_z \omega_z} C_{III_{zy}}^{(2)} - \frac{L_{yy} L_{zz}^2}{\omega_y \omega_z^2} C_{V_{zy}} \right\}. \tag{6}
 \end{aligned}$$

Durch entsprechende Vertauschung von  $y$  und  $z$  ergibt sich die andere reine Komponente  $L'_{zz}$ .  $\sigma_y, \sigma_z$  bzw.  $\omega_y, \omega_z$  sind die entsprechenden Öffnungs- bzw. Feldwinkel in den beiden Hauptschnitten. Die beiden Koeffizienten  $C_{II_{yy}}^{(1)}$  und  $C_{II_{yy}}^{(2)}$  bzw.  $C_{III_{yy}}^{(1)}$  und  $C_{III_{yy}}^{(2)}$  lassen sich jeweils zu einem zusammenfassen und somit einem Bildfehler zuordnen. Die Aufspaltung erfolgte nur aus methodischen Gründen. Man erhält auch in diesem allgemeinen Fall 10 Bildfehlerkoeffizienten.

Bei der Berechnung von  $\beta'/\alpha'$  erhält man entsprechend

$$\begin{aligned}
 \frac{\beta'}{\alpha'} = & \frac{M_{yy}\sigma'_y/\sigma_y - L_{yy}\omega'_y/\omega_y}{p_y - s_y} + \frac{1}{2n'(p_y - s_y)^3} \left\{ \frac{M_{yy}^3}{\sigma_y^3} A_{I_{yy}} \right. \\
 & - \frac{M_{yy}^2 L_{yy}}{\sigma_y^2 \omega_y} A_{II_{yy}}^{(1)} - 2 \frac{M_{yy}^2 L_{yy}}{\sigma_y^2 \omega_y} A_{II_{yy}}^{(2)} + \frac{M_{yy} L_{yy}^2}{\sigma_y \omega_y^2} A_{III_{yy}}^{(1)} \\
 & \left. + 2 \frac{M_{yy} L_{yy}^2}{\sigma_y \omega_y^2} A_{III_{yy}}^{(2)} - \frac{L_{yy}^3}{\omega_y^3} A_{V_{yy}} \right\} + \frac{1}{2n'(p_y - s_y)(p_z - s_z)^2}
 \end{aligned}$$

$$\times \left\{ \frac{M_{yy} M_{zz}^2}{\sigma_y \sigma_z^2} A_{Izy} - \frac{L_{yy} M_{zz}^2}{\omega_y \sigma_z^2} A_{IIzy}^{(1)} - 2 \frac{M_{yy} M_{zz} L_{zz}}{\sigma_y \sigma_z \omega_z} A_{IIzy}^{(2)} \right. \\ \left. + \frac{M_{yy} L_{zz}^2}{\sigma_y \omega_z^2} A_{IIIzy}^{(1)} + 2 \frac{L_{yy} M_{zz} L_{zz}}{\omega_y \sigma_z \omega_z} A_{IIIzy}^{(2)} - \frac{L_{yy} L_{zz}^2}{\omega_y \omega_z^2} A_{Vzy} \right\}. \quad (7)$$

Die Vertauschung von  $y$  und  $z$  liefert den Quotienten  $\gamma'/\alpha'$ .  $A_{IIyy}^{(1)}$  und  $A_{IIyy}^{(2)}$  bzw.  $A_{IIIyy}^{(1)}$  und  $A_{IIIyy}^{(2)}$  lassen sich wieder zu einem Bildfehlerkoeffizienten zusammenfassen.

Mit Hilfe von Gl. (6) und (7) erhält man nun nach (5c) die gemischte Bildkomponente  $L'_{zy}$  und entsprechend auch  $L'_{yz}$ .

### 3. Die Flächenteilkoeffizienten

Die Flächenteilkoeffizienten  $C_{ivw}$  bzw. die Koeffizienten  $A_{ivw}$  berechnen sich aus den Kenngrößen der entsprechenden brechenden Fläche und der paraxialen Strahldurchrechnung in den beiden Hauptschnitten. Sie lassen sich entsprechenden Bildfehlern zuordnen.

Die Koeffizienten für die sphärische Aberration, die in den Entwicklungsgliedern auftreten, die nur von den Strahlöffnungen  $\sigma_y$  bzw.  $\sigma_z$  abhängen, lassen sich wie folgt darstellen

$$C_{Ivw} = \gamma S_{Iv} + n S_{IVv} (\varrho - \varrho_v) h_v^2 h_w a_w \\ + nn' S_{IVv} h_v^2 h_w \sigma_w' (\varrho_v - \varrho_w) + n^2 S_{IVv} h_v \sigma_v \sigma_w i_w (s_v - s_w). \quad (8a)$$

Hierbei bedeuten:  $h_v$  — Einfallshöhe des Öffnungsstrahles,  
 $i_v$  — Einfallswinkel des Öffnungsstrahles,  
 $S_{Iv}$  — Flächenteilkoeffizient der sphärischen Aberration für Kugelflächen nach Bartkowska,

$$S_{Iv} = n^2 i_v^2 h_v \Delta \frac{\sigma_v}{n},$$

$$S_{IVv} = -\varrho_v \Delta \frac{1}{n},$$

$$\gamma = \frac{h_w i_w}{h_v i_v},$$

$$a_v = n' h_v \varrho_v,$$

$$v, w \in \{y, z\}.$$

In Gl. (8a) beschreibt der 1. Summand den Anteil am Flächenteilkoeffizienten, der bei allen brechenden Flächen auftritt. Der 2. Summand berücksichtigt den Anteil, der durch die Asphärik hervorgerufen wird. Der 3. Summand verschwindet, wenn Rotationssymmetrie bezüglich der optischen Achse vorliegt. Der 4. Summand beschreibt den Anteil, der vom astigmatischen Objekt

herrührt. Für eine beliebige Fläche ( $j$ ) im System läßt er sich entsprechend umformen zu

$$n_j^2 S_{IVvj} h_{vj} \sigma_{vj} \sigma_{wj} i_{wj} (s_{vj} - s_{wj}) = n_1 n_j S_{IVvj} h_{vj} i_{wj} \sigma_{w1} \sigma_{v1} (s_{v1} - s_{w1}) \\ + n_j S_{IVvj} h_{vj} i_{wj} \sum_{i=1}^{j-1} h_{wi} h_{vi} \Delta n_i (\varrho_{wi} - \varrho_{vi}). \quad (8b)$$

Die übrigen Flächenteilkoeffizienten lassen sich dann mit Hilfe von  $C_{Ivw}$  wie folgt ausdrücken

$$C_{IIvw}^{(1)} = \tau_w C_{Ivw} + \alpha_w h_v^2 S_{IVv}, \quad (9a)$$

$$C_{IIvw}^{(2)} = \eta_v C_{Ivw} - \gamma \mu_v S_{IVv}, \quad (9b)$$

$$C_{IIIvw}^{(1)} = \eta_v^2 C_{Ivw} - \gamma [\mu_v (\eta_v + \tau_v) S_{IVv} - J_v^2 S_{IVv}], \quad (9c)$$

$$C_{IIIvw}^{(2)} = \tau_w \eta_v C_{Ivw} - \gamma \tau_w \mu_v S_{IVv} + \alpha_w h_v^2 \eta_v S_{IVv}, \quad (9d)$$

$$C_{Vvw} = \tau_w \eta_v^2 C_{Ivw} - \gamma \tau_w [\mu_v (\eta_v + \tau_v) S_{IVv} - J_v^2 S_{IVv}] + \alpha_w h_v^2 \eta_v^2 S_{IVv}. \quad (9e)$$

Hierbei bedeuten:  $\alpha_v = n'(\varrho - \varrho_v) \varrho_v \frac{h_v J_v}{i_v}$ ,

$$\mu_v = \frac{J_v}{n i_v h_v},$$

$$\tau_v = \frac{j_v}{i_v} = \eta_v - \mu_v,$$

$$\eta_v = \frac{y_v}{h_v},$$

$J_v = n(y_v \sigma_v - h_v \omega_v) = J_{v1} = n_1(y_{v1} \sigma_{v1} - h_{v1} \omega_{v1})$  ist eine Flächenvariante:

$y_v$  - Einfallshöhe des Feldstrahles,

$j_v$  - Einfallswinkel des Feldstrahles.

Für die Koeffizienten in Gl. (7) ergeben sich dann folgende Zusammenhänge:

$$A_{Ivw} = \frac{C_{Ivw}}{h_w} - c_{vw} S_{IVv}, \quad (10a)$$

$$A_{IIvw}^{(1)} = \frac{C_{IIvw}^{(1)}}{h_w} - c_{vw} \tau_w S_{IVv} \quad (10b)$$

$$A_{IIvw}^{(2)} = \frac{C_{IIvw}^{(2)}}{h_w} - c_{vw} \eta_v S_{IVv}, \quad (10c)$$

$$A_{IIIvw}^{(1)} = \frac{C_{IIIvw}^{(1)}}{h_w} - c_{vw} \eta_v^2 S_{IVv}, \quad (10d)$$

$$A_{\text{III}vw}^{(2)} = \frac{C_{\text{III}vw}^{(2)}}{h_{vw}} - c_{vw} \tau_w \eta_v S_{\text{IV}v}, \quad (10e)$$

$$A_{\text{V}vw} = \frac{C_{\text{V}vw}}{h_{vw}} - c_{vw} \tau_w \eta_v^2 S_{\text{IV}v}, \quad (10f)$$

$$\text{mit } c_{vw} = \frac{nn' i_w h_w^2}{s'_w}.$$

#### 4. Zur numerischen Berechnung der Flächenteilkoeffizienten

Will man die Flächenteilkoeffizienten mit Hilfe einer paraxialen Strahldurchrechnung ermitteln, so muß man die bisher verwendeten Gleichungen entsprechend umformen.

An Stelle von Gleichung (6) erhält man

$$\begin{aligned} L'_{yy} = & \frac{ns'_y}{n's_y} L_{yy} + \frac{1}{2(p_y - s_y)^3} \{ M_{yy}^3 \hat{C}_{\text{IV}v} - M_{yy}^2 L_{yy} (\hat{C}_{\text{III}vv}^{(1)} + 2\hat{C}_{\text{III}vv}^{(2)}) + M_{yy} L_{yy} \\ & \times (\hat{C}_{\text{III}vv}^{(1)} + 2\hat{C}_{\text{III}vv}^{(2)}) - L_{yy}^3 \hat{C}_{\text{V}vv} \} + \frac{1}{2(p_y - s_y)(p_z - s_z)^2} \{ M_{yy} M_{zz}^2 \hat{C}_{\text{I}zy} \\ & - L_{yy} M_{zz}^2 \hat{C}_{\text{II}zy}^{(1)} - 2M_{yy} M_{zz} L_{zz} \hat{C}_{\text{II}zy}^{(2)} + M_{yy} L_{zz}^2 \hat{C}_{\text{III}zy}^{(1)} \\ & + 2L_{yy} M_{zz} L_{zz} \hat{C}_{\text{III}zy}^{(2)} - L_{yy} L_{zz}^2 \hat{C}_{\text{V}zy} \}, \end{aligned} \quad (6a)$$

an Stelle von Gleichung (7) ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{\beta'}{\alpha'} = & \frac{M_{yy} s_y / s'_y - L_{yy} p_y / p'_y}{p_y - s_y} + \frac{1}{2(p_y - s_y)^3} \{ M_{yy}^3 \hat{A}_{\text{IV}v} - M_{yy}^2 L_{yy} \\ & \times (\hat{A}_{\text{III}vv}^{(1)} + 2\hat{A}_{\text{III}vv}^{(2)}) + M_{yy} L_{yy}^2 (\hat{A}_{\text{III}vv}^{(1)} + 2\hat{A}_{\text{III}vv}^{(2)}) - L_{yy}^3 \hat{A}_{\text{V}vv} \} \\ & + \frac{1}{2(p_y - s_y)(p_z - s_z)^2} \{ M_{yy} M_{zz}^2 \hat{A}_{\text{I}zy} - L_{yy} M_{zz}^2 \hat{A}_{\text{II}zy}^{(1)} - 2M_{yy} M_{zz} L_{zz} \hat{A}_{\text{II}zy}^{(2)} \\ & + M_{yy} L_{zz}^2 \hat{A}_{\text{III}zy}^{(1)} + 2L_{yy} M_{zz} L_{zz} \hat{A}_{\text{III}zy}^{(2)} - L_{yy} L_{zz}^2 \hat{A}_{\text{V}zy} \}. \end{aligned} \quad (7a)$$

Die Flächenteilkoeffizienten lassen sich dann wie folgt berechnen

$$\begin{aligned} \hat{A}_{\text{IV}v} = & \frac{s_v^2}{s_v'^2} \frac{s_w}{s'_w} - \frac{n}{n'} + \varrho_v (\varrho - \varrho_v) s_v^2 s_w \frac{\Delta n}{n'} \varrho_w \\ & + \frac{\Delta n}{n'} \varrho_w \left\{ \frac{n}{n'} s_w (1 - \varrho_v s_v)^2 - \varrho_v s_v^2 \right\}, \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \hat{A}_{\text{III}vw}^{(1)} = & \frac{s_v^2}{s_v'^2} \frac{p_w}{p'_w} - \frac{n}{n'} + \varrho_v (\varrho - \varrho_v) s_v^2 p_w \frac{\Delta n}{n'} \varrho_w \\ & + \frac{\Delta n}{n'} \varrho_w \left\{ \frac{n}{n'} \varrho_w (1 - \varrho_v s_v)^2 - \varrho_v s_v^2 \right\}, \end{aligned} \quad (11b)$$



$$\begin{aligned}\hat{A}_{IIvw}^{(2)} &= \frac{s_v}{s'_v} \frac{p_v}{p'_v} \frac{s_w}{s'_w} - \frac{n}{n'} + \varrho_v (\varrho - \varrho_v) s_v p_v s_w \frac{\Delta n}{n'} \varrho_w \\ &+ \frac{\Delta n}{n'} \varrho_w \left\{ \frac{n}{n'} s_w (1 - \varrho_v s_v) (1 - \varrho_v p_v) - \varrho_v s_v p_v \right\},\end{aligned}\quad (11c)$$

$$\begin{aligned}\hat{A}_{IIvw}^{(1)} &= \frac{p_v^2}{p_v'^2} \frac{s_w}{s'_w} - \frac{n}{n'} + \varrho_v (\varrho - \varrho_v) p_v^2 s_w \frac{\Delta n}{n'} \varrho_w \\ &+ \frac{\Delta n}{n'} \varrho_w \left\{ \frac{n}{n'} s_w (1 - \varrho_v p_v)^2 - \varrho_v p_v^2 \right\},\end{aligned}\quad (11d)$$

$$\begin{aligned}\hat{A}_{IIIvw}^{(2)} &= \frac{s_v}{s'_v} \frac{p_v}{p'_v} \frac{p_w}{p'_w} - \frac{n}{n'} + \varrho_v (\varrho - \varrho_v) s_v p_v p_w \frac{\Delta n}{n'} \varrho_w \\ &+ \frac{\Delta n}{n'} \varrho_w \left\{ \frac{n}{n'} p_w (1 - \varrho_v s_v) (1 - \varrho_v p_v) - \varrho_v s_v p_v \right\},\end{aligned}\quad (11e)$$

$$\begin{aligned}\hat{A}_{Vvw} &= \frac{p_v^2}{p_v'^2} \frac{p_w}{p'_w} - \frac{n}{n'} + \varrho_v (\varrho - \varrho_v) p_v^2 p_w \frac{\Delta n}{n'} \varrho_w \\ &+ \frac{\Delta n}{n'} \varrho_w \left\{ \frac{n}{n'} p_w (1 - \varrho_v p_v)^2 - \varrho_v p_v^2 \right\},\end{aligned}\quad (11f)$$

bzw.

$$\hat{C}_{Ivw} = s'_w \hat{A}_{Ivw} + \varrho_v s_v^2 \frac{\Delta n}{n'} (1 - \varrho_w s_w),\quad (12a)$$

$$\hat{C}_{IIvw}^{(1)} = s'_w \hat{A}_{IIvw}^{(1)} + \varrho_v s_v^2 \frac{\Delta n}{n'} (1 - \varrho_w p_w),\quad (12b)$$

$$\hat{C}_{IIvw}^{(2)} = s'_w \hat{A}_{IIvw}^{(2)} + \varrho_v s_v p_v \frac{\Delta n}{n'} (1 - \varrho_w s_w),\quad (12c)$$

$$\hat{C}_{IIIvw}^{(1)} = s'_w \hat{A}_{IIIvw}^{(1)} + \varrho_v p_v^2 \frac{\Delta n}{n'} (1 - \varrho_w s_w),\quad (12d)$$

$$\hat{C}_{IIIvw}^{(2)} = s'_w \hat{A}_{IIIvw}^{(2)} + \varrho_v s_v p_v \frac{\Delta n}{n'} (1 - \varrho_w p_w),\quad (12e)$$

$$\hat{C}_{Vvw} = s'_w \hat{A}_{Vvw} + \varrho_v p_v^2 \frac{\Delta n}{n'} (1 - \varrho_w p_w).\quad (12f)$$

## 5. Die Bildfehlerkoeffizienten eines optischen Systems

Für ein  $k$ -flächiges optisches System aus den betrachteten brechenden Flächen 2. Ordnung läßt sich dann die entsprechende Bildkomponente ausgehend von

Gleichung (6) durch sukzessives Einsetzen sowie Vernachlässigung von Gliedern höherer als 3. Ordnung ermitteln.

Hierbei werden folgende Zusammenhänge berücksichtigt

$$L_{\nu\nu l} = L_{\nu\nu l-1}, \quad (13a)$$

$$M_{\nu\nu l} = M'_{\nu\nu l-1}, \quad (13b)$$

$$M'_{\nu\nu l} = \frac{n_l \omega_{\nu l}}{n'_l \omega'_{\nu l}} M_{\nu\nu l}, \quad (13c)$$

$$p'_{\nu l} - s'_{\nu l} = \frac{n_l \omega_{\nu l} \sigma_{\nu l}}{n'_l \omega'_{\nu l} \sigma'_{\nu l}} (p_{\nu l} - s_{\nu l}). \quad (13d)$$

Nach entsprechenden Umformungen erhält man

$$\begin{aligned} L'_{\nu\nu k} = & \frac{n_1 \sigma_{\nu 1}}{n'_k \sigma'_{\nu k}} L_{\nu\nu 1} + \frac{1}{2(p_{\nu 1} - s_{\nu 1})^3 n'_k \sigma'_{\nu k}} \left\{ \frac{M_{\nu\nu 1}^3}{\sigma_{\nu 1}^3} \sum_{j=1}^k C_{I\nu\nu j} - \frac{M_{\nu\nu 1}^2 L_{\nu\nu 1}}{\sigma_{\nu\nu 1}^2 \omega_{\nu 1}} \right. \\ & \times \left. \sum_{j=1}^k (C_{II\nu\nu j}^{(1)} + 2C_{II\nu\nu j}^{(2)}) + \frac{M_{\nu\nu 1} L_{\nu\nu 1}^2}{\sigma_{\nu 1} \omega_{\nu 1}^2} \sum_{j=1}^k (C_{III\nu\nu j}^{(1)} + 2C_{III\nu\nu j}^{(2)}) - \frac{L_{\nu\nu 1}^3}{\omega_{\nu 1}^3} \sum_{j=1}^k C_{V\nu\nu j} \right\} \\ & + \frac{1}{2(p_{\nu 1} - s_{\nu 1})(p_{z1} - s_{z1})^2 n'_k \sigma'_{\nu k}} \left\{ \frac{M_{\nu\nu 1} M_{z z 1}^2}{\sigma_{\nu 1} \sigma_{z1}^2} \sum_{j=1}^k C_{I z \nu j} - \frac{L_{\nu\nu 1} M_{z z 1}^2}{\omega_{\nu 1} \sigma_{z1}^2} \sum_{j=1}^k C_{II z \nu j}^{(1)} \right. \\ & - 2 \frac{M_{\nu\nu 1} M_{z z 1} L_{z z 1}}{\sigma_{\nu 1} \sigma_{z1} \omega_{z1}} \sum_{j=1}^k C_{II z \nu j}^{(2)} + \frac{M_{\nu\nu 1} L_{z z 1}^2}{\sigma_{\nu 1} \omega_{z1}^2} \sum_{j=1}^k C_{III z \nu j}^{(1)} \\ & \left. + 2 \frac{L_{\nu\nu 1} M_{z z 1} L_{z z 1}}{\omega_{\nu 1} \sigma_{z1} \omega_{z1}} \sum_{j=1}^k C_{III z \nu j}^{(2)} - \frac{L_{\nu\nu 1} L_{z z 1}^2}{\omega_{\nu 1} \omega_{z1}^2} \sum_{j=1}^k C_{V z \nu j} \right\}. \quad (14) \end{aligned}$$

Die "gemischte" Bildkomponente berechnet sich dann entsprechend (5b)

$$L'_{z\nu k} = L_{\nu\nu k} + \frac{\beta'_k}{\alpha_k} (s'_{z k} - s'_{\nu k}). \quad (15)$$

## Literatur

- [1] BRUDER K., Optik 17 (1960), 663.
- [2] KÖHLER, Optik 13 (1956), 145.
- [3] WYNNE C., Proc. Phys. Soc. 67 (1954), 529.
- [4] HACHENBERGER R., KLEBE J., Opt. Appl. 11 (1981), 431.

- [5] HACHENBERGER R., KLEBE J., *Wiss. ZS Päd. Hoch. Potsdam* **25** (1981), 805.
- [6] BARTKOWSKA J., BARTKOWSKI Z., *Optica Applicata* **1** (1971), 3.
- [7] KLEBE J., *25. Intern. Wiss. Koll. TH Ilmenau, Heft 5*, 1980, 45.

*Received November 16, 1982*

### **К вопросу о теории аберрации в асферических системах двойной симметрии**

Развита теория аберрации третьего порядка для систем, состоящих из бесконечного количества ломающих поверхностей, которые могут быть представлены в виде асферических поверхностей второго порядка двойной симметрии. Представлены коэффициенты аберрации в зависимости от параметров поверхности и параксиальных величин, а также взаимосвязи между коэффициентами поверхности.

*Перевела Малгожата Хейдрих*