

### **Grażyna Dehnel, Elżbieta Gołata**

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu  
e-mails: g.dehnel@ue.poznan.pl; elzbieta.golata@ue.poznan.pl

### **Marek Obrębalski, Marek Walesiak**

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu  
e-mails: marek.obrebalski@ue.wroc.pl; marek.walesiak@ue.wroc.pl

---

## **OCENA ZMIAN W PROCESIE STARZENIA SIĘ LUDNOŚCI W REGIONACH KRAJÓW GRUPY WYSZEHRADZKIEJ Z ZASTOSOWANIEM WYBRANYCH METOD STATYSTYCZNEJ ANALIZY WIELOWYMIAROWEJ**

## **ASSESSMENT OF CHANGES IN THE AGING PROCESS OF POPULATION IN THE REGIONS OF VISEHRAD GROUP WITH THE APPLICATION OF CHOSEN METHODS OF MULTIDIMENSIONAL STATISTICAL ANALYSIS**

---

DOI: 10.15611/pn.2018.507.04

JEL Classification: J11, J14, C38, C43, C88

**Streszczenie:** Przedmiotem badania jest problem zróżnicowania starzenia się ludności w krajach Europy Środkowo-Wschodniej: Czech, Polski, Słowacji i Węgier, oraz w przekroju regionów NUTS2 tych państw w roku 2016 w porównaniu z 2005 rokiem. Do oceny zmian stopnia zaawansowania oraz zróżnicowania procesu starzenia się ludności w regionach krajów Grupy Wyszehradzkiej zastosowano wybrane metody statystycznej analizy wielowymiarowej. W analizowanym okresie nastąpiło znaczne przyspieszenie starzenia się ludności badanych państw i regionów. Najmniejsze zmiany zaobserwowano w Słowacji i jej regionach. Zmniejszył się nieznacznie stopień dysproporcji między regionami ze względu na proces starzenia się ludności.

**Słowa kluczowe:** starość, skalowanie wielowymiarowe, dekompozycja Theila, miary agregatowe, program R.

**Summary:** The study investigates the variation in population aging in four Central European countries: the Czech Republic, Poland, Slovakia and Hungary, and across their NUTS2 regions in 2016 compared to 2005. The progress and variation in population aging in regions of the V4 countries was measured using selected multivariate multidimensional methods. In the reference period the process of population aging in the V4 countries and their regions

accelerated considerably. The smallest changes could be observed in Slovakia and its regions. The study also revealed a slight decline in the degree of variation between regions in terms of population aging.

**Keywords:** aging, multidimensional scaling, Theil decomposition, aggregate measures, R program.

## 1. Wstęp

Problemy starych ludzi i starzenia się ludności są przedmiotem badań demograficznych i społecznych od wielu lat. W połowie minionego stulecia Alfred Sauvy ([1957], podkreślając, że Europa starzeje się od 100 lat, przestrzegał przed niedocenianiem wpływu tego procesu na życie indywidualnych osób i całych społeczeństw (za: [Rosset 1967]). Obecnie literatura demograficzna obejmująca zagadnienia starzenia jest bardzo obszerna i wielowątkowa. Przede wszystkim starzenie analizowane jest w odniesieniu do kwestii ekonomicznych, warunków życia, państwa dobrobytu, zabezpieczenia emerytalnego, konsekwencji dla rynku pracy [Lee, Mason 2010; Lee, Edwards 2002; Metz 2000; Bongaarts 2004; Börsch-Supan 2003]. Obok badania następstw ekonomicznych i społecznych procesu starzenia, zrozumiałe jest poszukiwanie źródeł zmian struktur demograficznych, odmiennej dynamiki podstawowych procesów i ich wpływu na sytuację demograficzną obecnie i w przyszłości [Preston, Himes, Eggers 1989; Goldstein, Sobotka, Jasilioniene 2009; Lutz, Skirbekk, Testa 2006]. Odrębną, bardzo ważną grupę tematów rozważań stanowią zagadnienia opieki społecznej, służby zdrowia, niepełnosprawności [Miller 2001]. W drugiej dekadzie XXI w. starzenie się ludności państw europejskich jest tak bardzo zaawansowane, że stanowi kluczowy problem demograficzny w dyskusji na forum instytucji i organizacji naukowych, społecznych i samorządowych<sup>1</sup> [Murphy 2017]. Według informacji ONZ w 2017 roku 25% mieszkańców Europy miało co najmniej 60 lat. Przewiduje się, że proporcja ta zwiększy się do 35% w roku 2050 [World Population Prospects... 2017]. Prognoza ta wskazuje na powagę zagadnienia i potrzebę prowadzenia pogłębionych studiów zjawiska.

Celem opracowania jest ocena zmian w procesie starzenia się ludności regionów państw Grupy Wyszehradzkiej (V4) w latach 2005-2016 z punktu widzenia zaawansowania procesu starzenia oraz charakteru zmian i ich zróżnicowania terytorialnego. Dane statystyczne pochodzą z prowadzonej przez Eurostat bazy danych regionalnych REGIO i odnoszą się do jednostek terytorialnych sklasyfikowanych według

---

<sup>1</sup> Od 2008 roku ukazuje się czasopismo „Journal of Population Ageing” (wydawnictwo Springer) dedykowane problemom starzenia się ludności. Organizowane są seminaria i publikowane raporty nt. starzenia, m.in. przez takie instytucje, jak ONZ [World Population Ageing 2015], Komisja Europejska [The 2015 Ageing Report 2015], Bank Światowy [Bussolo, Koettl, Sinnott 2015], Światowe Forum Ekonomiczne [Beard i in. (eds.) 2012].

nomenklatury NUTS. W badaniu empirycznym wykorzystano dane statystyczne dotyczące stopnia zaawansowania procesu starzenia się ludności w 35 regionach NUTS2 państw V4 (8 regionów czeskich, 7 regionów węgierskich, 16 polskich województw, 4 regiony słowackie). W celu porównania stopnia zaawansowania oraz zróżnicowania procesu starzenia się ludności w regionach zastosowano skalowanie wielowymiarowe w powiązaniu z porządkowaniem liniowym oraz miarę z dekompozycją Theila. Analizując zmiany zaobserwowane w badanym okresie, ograniczono się do wskazania bezpośrednich przyczyn, łącząc je z dynamiką płodności i umieralności oraz konsekwencjami określonych struktur demograficznych. Z analizy wyłączone zostały przyczyny pośrednie, do których zaliczany jest między innymi wpływ migracji.

Uzasadnieniem dla podjęcia badania zróżnicowania procesu starzenia w przekroju regionów państw V4 były przede wszystkim gwałtowne zmiany procesów demograficznych zaobserwowane w tym regionie w okresie transformacji oraz fakt, że jest to zjawisko stosunkowo mało rozpoznane. Jedną z nielicznych prac poświęconych temu zagadnieniu jest opracowanie [Káčerová, Ondačková 2015]. W innych, zbliżonych tematycznie opracowaniach ten region jest pomijany, być może właśnie z powodu jego odrębności [Murphy 2017]. Zróżnicowanie procesu starzenia w ujęciu terytorialnym było przedmiotem wielu badań, gdyż to właśnie analiza porównawcza umożliwia zaobserwowanie różnic i wskazanie przyczyn. Murphy swoim badaniem objął 11 państw europejskich z pominięciem państw Europy Środkowo-Wschodniej [Murphy 2017]. Przemiany struktur we wszystkich państwach europejskich stanowiły przedmiot badań w pracach [Káčerová, Ondačková, Mládek 2014; Knapik 2012].

Przeprowadzając analizę porównawczą, posługujemy się oczywiście miernikami, które są wielkościami względnyymi. W literaturze przedmiotu wyróżnia się bardzo wiele względnych miar starzenia, a ostatecznie dobrany zestaw zmiennych zawsze wzbudza dyskusje. Prowadzenie takiej analizy w ujęciu regionalnym jest dodatkowo utrudnione z uwagi na zmiany podziału administracyjnego i ograniczoną dostępność danych. Badania empiryczne wskazują jednakże, iż niezależnie od doboru mierników wyniki prowadzonych analiz są zbieżne [Murphy 2017]. Nie zmienia to faktu, że wiele miar, w szczególności dotyczących udziału osób starszych w populacji (*Old-Age Rate*), ma swoje słabe strony [Knapik 2012; Murphy 2017]. Wymienić tu można w pierwszej kolejności sposób określenia progu starości, pominięcie zmian strukturalnych wewnątrz przedziału wieku powyżej progu starości oraz jednostronne ujęcie starzenia – tylko od góry piramidy.

## 2. Metodyka badawcza

Wśród zmiennych preferencyjnych opisujących obiekty badania wyróżnia się stymulanty, destymulanty i nominanty<sup>2</sup>. Z uwagi na to, że dane dotyczą dwóch okresów

---

<sup>2</sup> Definicje stymulanty i destymulanty przedstawiono w pracy [Hellwig 1981, s. 48], a nominanty w pracy [Borys 1984, s. 118]. Definicje te dostępne są m.in. w pracy [Walesiak 2016].

$t, q$  ( $t > q$ ), należy przekształcić nominanty na stymulanty (potrzeba taka wynika z konstrukcji antywzorca rozwoju) oraz ustalić wspólny wzorzec i antywzorzec rozwoju<sup>3</sup> na podstawie macierzy danych  $[x_{ij}]$  ( $x_{ij}$  – obserwacja  $j$ -tej zmiennej dla  $i$ -tego obiektu,  $i = 1, \dots, n$  – numer obiektu,  $j = 1, \dots, m$  – numer zmiennej) obejmującej dane z okresów  $t$  (macierz danych  $[x'_{ij}]$ ) i  $q$  (macierz danych  $[x''_{ij}]$ ).

Do uporządkowania badanych obiektów na podstawie macierzy danych  $[x_{ij}]_{(2n+2) \times m}$ , ze względu na stopień zaawansowania procesu starzenia się ludności, zastosowano dwukrokową procedurę badawczą pozwalającą na wizualizację wyników porządkowania liniowego zaproponowaną w artykule Walesiaka [2016].

W kroku pierwszym w wyniku zastosowania skalowania wielowymiarowego otrzymuje się wizualizację rozmieszczenia obiektów w przestrzeni dwuwymiarowej. Skalowanie wielowymiarowe jest metodą odwzorowania macierzy odległości między obiektami w przestrzeni  $m$ -wymiarowej w macierz odległości między obiektami w przestrzeni  $s$ -wymiarowej ( $s < m$ ) w celu wizualizacji i interpretacji relacji zachodzących między badanymi obiektami. Ze względu na możliwość graficznej prezentacji wyników porządkowania liniowego  $s$  wynosi 2. Iteracyjny schemat postępowania w algorytmie smacof przedstawiono w pracy [Borg, Groenen 2005, s. 204–205]. W artykule zastosowano rozwiązanie pozwalające na wybór optymalnej procedury skalowania wielowymiarowego. Procedura dostępna w pakiecie mdsOpt [Walesiak, Dudek 2017b, 2017c] programu R wykorzystuje funkcję smacofSym pakietu smacof [Mair i in. 2017].

W kroku drugim przeprowadza się porządkowanie liniowe obiektów na podstawie miary agregatowej  $d_i$  [Hellwig 1981, s. 62]:

$$d_i = 1 - p_i = 1 - \sqrt{\sum_{j=1}^2 (v_{ij} - v_{+j})^2} / \sqrt{\sum_{j=1}^2 (v_{+j} - v_{-j})^2}, \quad (1)$$

gdzie:  $p_i$  – stopień zaawansowania procesu starzenia się ludności,  $v_{ij}$  –  $j$ -ta współrzędna dla  $i$ -tego obiektu w dwuwymiarowej przestrzeni skalowania wielowymiarowego,  $v_{+j}$  ( $v_{-j}$ ) –  $j$ -ta współrzędna dla obiektu wzorca (antywzorca) w dwuwymiarowej przestrzeni skalowania wielowymiarowego.

Wartości miary agregatowej  $d_i$  należą do przedziału  $[0; 1]$ . Im wyższa jest wartość  $d_i$  (im mniejsze  $p_i$ ), tym młodsza jest populacja badanego obiektu (regionu, państwa). Porządkuje się obiekty badania według malejących wartości miary agregatowej (1).

Ostatecznie w wyniku zastosowania optymalnej procedury skalowania wielowymiarowego otrzymuje się macierz danych  $[v_{ij}]_{(2n+2) \times 2}$ , a na jej podstawie dokonuje

<sup>3</sup> Wzorzec (górnny biegun) obejmuje najkorzystniejsze wartości zmiennych, antywzorzec (dolny biegun) zaś najmniej korzystne wartości zmiennych preferencyjnych. W badanym zbiorze obiektów wzorzec oznacza obiekt o najniższym, a antywzorzec obiekt o najwyższym stopniu zaawansowania procesu starzenia się ludności.

się prezentacji graficznej oraz interpretacji wyników w przestrzeni dwuwymiarowej (wyniki skalowania wielowymiarowego) oraz jednowymiarowej (rezultaty porządkowania liniowego z wykorzystaniem miary agregatowej  $d_i$ ).

Na rysunku w przestrzeni dwuwymiarowej (wyniki skalowania wielowymiarowego) łączy się linią prostą punkty oznaczające antywzorzec i wzorzec w tzw. oś zbioru. Oś zbioru może oznaczać ścieżkę optymalnego rozwoju (zob. [Hellwig 1981, s. 61–62]). Wyznacza się od punktu wzorca izokwanty rozwoju (krzywe jednako-owego rozwoju). Obiekty znajdujące się pomiędzy izokwantami prezentują zbliżony poziom rozwoju. Ten sam poziom rozwoju mogą osiągnąć obiekty znajdujące się w różnych punktach na tej samej izokwancie rozwoju (z uwagi na inną konfigurację wartości zmiennych). Dzięki takiej prezentacji wyników wzbogaca się interpretację wyników porządkowania liniowego.

Do ogólnej oceny zmian stopnia zaawansowania oraz zróżnicowania procesu starzenia się ludności w regionach państw V4 zastosowano miarę:

$$W_{iq}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_{it} - d_{iq})^2. \quad (2)$$

Miara  $W_{iq}^2$  przyjmuje wartość 0 wtedy, gdy nie ma żadnych różnic w wartościach miar agregatowych  $d_{it}$  i  $d_{iq}$ . Pierwiastek kwadratowy z wyrażenia (2) informuje, jaki jest przeciętny rząd odchyłeń wartości porównywanych miar agregatowych  $d_{it}$  i  $d_{iq}$ . Wielkość wyrażoną wzorem (2) rozkłada się na trzy składniki:

$$W_{iq}^2 = W_1^2 + W_2^2 + W_3^2, \quad (3)$$

pozwalające określić bliżej „rząd” i „charakter” różnic w wartościach miar agregatowych  $d_{it}$  i  $d_{iq}$ .

Dekompozycja wzoru (2) na trzy składniki została zaczerpnięta ze wzoru Theila na miernik rzędu dokładności prognozy typu *ex post* [Theil 1961], (zob. [Polašek 2013, s. 6]). Dekompozycję Theila do badań z wykorzystaniem miar agregatowych wykorzystano po raz pierwszy w pracy [Walesiak 1993]. Miary cząstkowe  $W_1^2$ ,  $W_2^2$  i  $W_3^2$  (dane wzorami (4)–(6)) informują o rzędzie odchyłeń będącym rezultatem:

- a) różnicy między średnimi wartościami miar agregatowych  $d_{it}$  i  $d_{iq}$ :

$$W_1^2 = (\bar{d}_{\cdot t} - \bar{d}_{\cdot q})^2, \quad (4)$$

- b) różnicy w dyspersji wartości miar agregatowych  $d_{it}$  i  $d_{iq}$ :

$$W_2^2 = (S_t - S_q)^2, \quad (5)$$

- c) niezgodności kierunku zmian wartości miar agregatowych  $d_{it}$  i  $d_{iq}$ :

$$W_3^2 = 2S_t S_q (1 - r), \quad (6)$$

gdzie:  $\bar{d}_{\cdot t}$ ,  $S_t(\bar{d}_{\cdot q}, S_q)$  to odpowiednio średnia arytmetyczna i odchylenie standardowe wartości  $t$ -tej ( $q$ -tej) miary agregatowej  $d_{it}$  i  $d_{iq}$ ;  $r$  – współczynnik korelacji liniowej Pearsona między  $\underline{d}_{\cdot t} = (d_{1t}, \dots, d_{nt})$  i  $\underline{d}_{\cdot q} = (d_{1q}, \dots, d_{nq})$ .

### 3. Wyniki badania empirycznego

W badaniu empirycznym wykorzystano dane statystyczne dotyczące stopnia zaawansowania procesu starzenia się ludności w 35 regionach państw Grupy Wyszehradzkiej w latach 2005–2016. Wyboru miar starzenia dokonano, bazując głównie na wynikach dotychczas przeprowadzonych badań. Zaproponowano zestaw 5 zmiennych metrycznych, których wartości najsilniej różnicują badane regiony.

- x1 – mediana wieku (w latach),
- x2 – udział ludności w wieku 60 lat i więcej wśród ogółu populacji (w %),
- x3 – wskaźnik „podwójnego starzenia” – udział ludności w wieku 80 lat i więcej w populacji w wieku 60 lat i więcej,
- x4 – indeks starości – liczba osób w wieku 60 lat i więcej na 100 osób w wieku do 15 lat,
- x5 – współczynnik obciążenia osobami starszymi – liczba osób w wieku 65 lat i więcej przypadająca na 100 osób w wieku 15–64 lat.

Zestaw zmiennych uwzględnia zmiany w procesie starzenia zarówno od podstawy, jak i od góry piramidy wieku. Z uwagi na to, że wraz ze wzrostem wartości zmiennych x1–x5 rośnie stopień zaawansowania procesu starzenia się ludności, wskazane zmienne należy uznać za destymulanty.

Prezentowane miary zalicza się do tradycyjnych miar procesu starzenia się ludności, które bazują na wieku chronologicznym (kalendarzowym) (zob. [Abramowska-Kmon 2011]). W literaturze prezentowane są alternatywne miary procesu starzenia się ludności (zob. [Sanderson, Scherbov 2010]), bazujące na wieku potencjalnym<sup>4</sup> (prospektywnym).

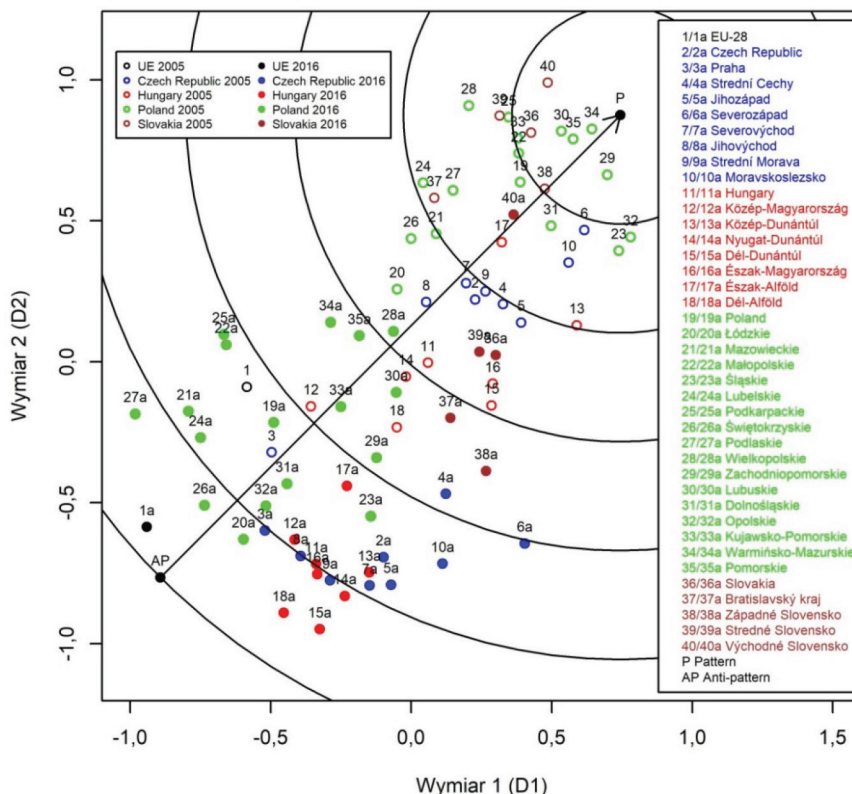
Do zbioru 80 obiektów badania (dane dla 40 obiektów w latach 2005 i 2016) dodano wzorzec o współrzędnych  $P = (32,9; 14,53; 12,51; 72,99; 15,3)$  i antywzorzec o współrzędnych  $AP = (43,8; 27,32; 21,34; 198,92; 29,3)$ . Macierz danych obejmuje zatem 82 obiekty opisane 5 zmiennymi.

W wyborze optymalnej procedury skalowania uwzględniono 10 metod normalizacji (n1, n2, n3, n5, n5a, n8, n9, n9a, n11, n12a – zob. [Walesiak, Dudek 2017a]), 5 miar odległości (miejska, Euklidesa, kwadrat Euklidesa, Czebyszewa, GDM1, zob. [Jajuga, Walesiak, Bąk 2003; Everitt i in. 2011, s. 49–50]) oraz 4 modele skalowania (przekształcenie ilorazowe, przekształcenie interwałowe, wielomian 2 i 3 stopnia – [Borg, Groenen 2005, s. 202]), otrzymując 200 procedur skalowania wie-

<sup>4</sup> Wiek kalendarzowy związany jest z liczbą lat, które jednostka już przeżyła, wiek potencjalny zaś bazuje na liczbie lat, które jednostka może jeszcze przeżyć.

lowymiarowego. W wyniku zastosowania pakietu mdsOpt programu R wybrano optymalną procedurę skalowania wielowymiarowego. Jest to procedura obejmująca metodę normalizacji n2 (standaryzacja pozycyjna), model skalowania (interval) oraz odległość GDM1.

Zastosowanie opisanej powyżej procedury skalowania wielowymiarowego pozwoliło odwzorować wzajemną relację regionów pod względem zaawansowania starzenia, opisaną za pomocą wielu zmiennych, na przestrzeń dwuwymiarową. Graficzną prezentację wyników skalowania wielowymiarowego 82 obiektów ze względu na stopień zaawansowania procesu starzenia się ludności w badanych regionach przedstawiono na rys. 1. Antywzorzec (obiekt AP) i wzorzec (obiekt P) połączono linią prostą, otrzymując tzw. oś zbioru. Oś zbioru może oznaczać ścieżkę optymalnego rozwoju ze względu na proces starzenia się ludności. Wyznaczono 6 izokwantrozwoju, dzieląc oś zbioru na 6 równych części. Podział ten ma charakter umowny.



**Rys. 1.** Wyniki skalowania wielowymiarowego 82 obiektów (35 regionów, 4 państwa i UE-28 w latach 2005 i 2016; wzorzec i antywzorzec) ze względu na stopień zaawansowania procesu starzenia się ludności

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu R.

Można tutaj wykorzystać statystyczne metody podziału uwzględniające dwa kryteria: średnią arytmetyczną i odchylenie standardowe lub medianę i medianowe odchylenie bezwzględne.

Im dalej od wzorca rozwoju położona jest izokwanta, tym starsza jest populacja ludności badanych państw czy regionów, które zostały na niej odwzorowane. W zależności od położenia wzorca i antywzorca w dwuwymiarowej przestrzeni skalowania  $[v_{ij}]_{(2n+2) \times 2}$  wymagany jest obrót układu współrzędnych o kąt  $\varphi$ . Dokonano obrotu układu współrzędnych o kąt  $\phi = -0,7 \cdot \pi$ . Obrót ten nie zmienia rozmieszczenia obiektów względem siebie. Umieszczenie osi zbioru, łączącej antywzorzec i wzorzec, wzdłuż głównej przekątnej rys. 1 daje korzystniejszą wizualizację wyników.

Następnie obliczono wartości miary agregatywnej (1). Uporządkowanie 80 obiektów ze względu na stopień zaawansowania procesu starzenia się ludności według malejących dla roku 2016 wartości miary (1) prezentuje tabela 1. Przedstawia ona uporządkowanie od obiektu o najniższym aż do obiektu o najwyższym stopniu zaawansowania procesu starzenia się ludności. W obliczeniach zastosowano pakiet clusterSim [Walesiak, Dudek 2017a] programu R [R Core Team 2017].

**Tabela 1.** Uporządkowanie regionów państw V4 oraz UE i 4 badanych państw ze względu na stopień zaawansowania procesu starzenia się ludności (wartości miary  $d_i$ ) dla lat 2005 i 2016

Nr 2005 / 2016	Jednostka terytorialna	$d_{i2006}$	Pozycja 2016	$d_{i2005}$	Pozycja 2005	$\Delta d_i$
1	2	3	4	5	6	7
40 / 40a	Východné Slovensko	0,7761	1	0,8782	5	<u>-0,1021</u>
36 / 36a	Slovakia	0,5860	2	0,8603	6	-0,2744
39 / 39a	Stredné Slovensko	0,5780	3	0,8147	13	-0,2367
38 / 38a	Wielkopolskie	0,5193	4	0,7671	17	-0,2478
35 / 35a	Pomorskie	0,4760	5	0,9186	2	-0,4426
37 / 37a	Bratislavský kraj	0,4678	6	0,6876	21	-0,2198
34 / 34a	Warmińsko-Mazurskie	0,4536	7	0,9512	1	-0,4976
30 / 30a	Lubuskie	0,4533	8	0,9061	4	-0,4528
38 / 38a	Západné Slovensko	0,4175	9	0,8380	8	-0,4205
33 / 33a	Kujawsko-Pomorskie	0,3808	10	0,8385	7	-0,4577
4 / 4a	Střední Čechy	0,3612	11	0,6587	26	-0,2975
29 / 29a	Zachodniopomorskie	0,3558	12	0,9063	3	<b>-0,5505</b>
6 / 6a	Severozápad	0,3279	13	0,8154	11	-0,4875
25 / 25a	Podkarpackie	0,3045	14	0,8287	10	-0,5242
22 / 22a	Małopolskie	0,3003	15	0,8332	9	-0,5329
17 / 17a	Észak-Alföld	0,2939	16	0,7336	19	-0,4397
19 / 19a	Poland	0,2895	17	0,8149	12	-0,5254
23 / 23a	Śląskie	0,2762	18	0,7923	16	-0,5161



1	2	3	4	5	6	7
10 / 10a	Moravskoslezsko	0,2610	19	0,7606	18	-0,4997
31 / 31a	Dolnośląskie	0,2382	20	0,7998	15	<b>-0,5616</b>
2 / 2a	Czech Republic	0,2318	21	0,6403	29	-0,4085
13 / 13a	Közép-Dunántúl	0,2006	22	0,6712	23	-0,4706
5 / 5a	Jihozápad	0,1994	23	0,6477	28	-0,4483
21 / 21a	Mazowieckie	0,1967	24	0,6638	24	-0,4671
32 / 32a	Opolskie	0,1911	25	0,8123	14	<b>-0,6212</b>
24 / 24a	Lubelskie	0,1881	26	0,6799	22	-0,4917
7 / 7a	Severovýchod	0,1835	27	0,6504	27	-0,4669
12 / 12a	Közép-Magyarország	0,1797	28	0,3484	38	<u>-0,1687</u>
11 / 11a	Hungary	0,1691	29	0,5192	34	-0,3500
8 / 8a	Jihovýchod	0,1655	30	0,5866	31	-0,4212
3 / 3a	Praha	0,1618	31	0,2564	40	<u>-0,0946</u>
9 / 9a	Střední Morava	0,1599	32	0,6599	25	-0,5000
16 / 16a	Észak-Magyarország	0,1573	33	0,5443	33	-0,3870
14 / 14a	Nyugat-Dunántúl	0,1511	34	0,4815	36	-0,3305
20 / 20a	Łódzkie	0,1303	35	0,5658	32	-0,4355
26 / 26a	Świętokrzyskie	0,1257	36	0,6272	30	-0,5014
27 / 27a	Podlaskie	0,1257	37	0,7187	20	<b>-0,5929</b>
15 / 15a	Dél-Dunántúl	0,0875	38	0,5135	35	-0,4260
18 / 18a	Dél-Alföld	0,0793	39	0,4116	37	-0,3322
1 / 1a	EU-28	0,0374	40	0,2914	39	-0,2539
Parametry		2016		2005		przyrost
Średnia		0,2810		0,6923		-0,4114
Odchylenie standardowe		0,1594		0,1707		-0,0113

Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem programu R.

Porównanie wyników skalowania wielowymiarowego (rys. 1) w powiązaniu z wynikami porządkowania liniowego (tab. 1) 80 obiektów dla lat 2005 i 2016 unaczynia zmiany w co najmniej dwóch zakresach, przy czym obydwa rodzaje zmian nie wykluczają się nawzajem i mogą zachodzić jednocześnie:

1. Stopień zaawansowania starzenia się ludności. Wyróżnić można tutaj trzy stany:

a) odmłodzenie populacji – odzwierciedlone przez przesunięcie obiektów w badanym okresie w kierunku wzorca (w badaniu nie obserwujemy regionów charakteryzujących się tego rodzaju zmianą),

b) stagnacja procesu starzenia – odzwierciedlona przez pozostanie obiektów w badanym okresie na tych samych izokwantach (w badaniu nie obserwujemy regionów charakteryzujących się tego rodzaju zmianą),

c) postępujące starzenie – odzwierciedlone przez przesunięcia obiektów wzdłuż osi zbioru od wzorca w kierunku antywzorca. Można sformułować tutaj następujące spostrzeżenia:

- wszystkie regiony „oddaliły się” w kierunku antywzorca AP. Nastąpił spadek średniej wartości miary agregatowej ( $\Delta \bar{d}_i = -0,4114$ ), a więc postarzenie się struktury wieku populacji badanych jednostek. Największy spadek zaobserwowano w województwach Polski: opolskie (-0,62), podlaskie (-0,59), dolnośląskie (-0,56), zachodniopomorskie (-0,55), a najmniejszy dla regionów: Praha (-0,09), Východné Slovensko (-0,10), Közép-Magyarország (-0,16);
- w 2005 najniższy stopień zaawansowania procesu starzenia zaobserwowano w województwach: warmińsko-mazurskie (34), pomorskie (35), zachodniopomorskie (29) i lubuskie (30). W 2016 sytuacja uległa zmianie: polskie województwa wielkopolskie (38a) i pomorskie (35a) zostały wyprzedzone przez regiony słowackie: Východné Slovensko (40a), Stredné Slovensko (39a).
- najstarszymi regionami w 2005 były Praha (3) i regiony węgierskie: Közép-Magyarország (12), Dél-Alföld (18). W 2016 węgierskie regiony Dél-Alföld (18a) i Dél-Dunántúl (15a) pozostały na końcu rankingu poprzedzone przez polskie województwa podlaskie (27a), świętokrzyskie (26a) i łódzkie (20a) oraz regiony węgierskie Nyugat-Dunántúl (14a), Észak-Magyarország (16a) i czeskie Střední Morava (9a) i Praha (3a). Ludność regionu Východné Slovensko była jedną z najmłodszych.

## 2. Przesunięcia obiektów względem osi zbioru:

### a) przybliżenie bądź oddalenie się badanego obiektu do osi zbioru.

Od osi zbioru AP-P oddaliło się 26 regionów oraz 4 kraje V4. Największe oddalenie dotyczyło regionów: Severozápad (6/6a), Severovýchod (7/7a) oraz Západné Slovensko (38/38a), a najmniejsze oddalenie regionów: Lubuskie (30/30a), Śląskie (23/23a), Pomorskie (35/35a), Észak-Magyarország (16/16a). Przybliżyło się 9 regionów do osi zbioru AP-P oraz EU-28. Najbardziej przybliżyły się regiony: Wielkopolskie (28/28a) i Východné Slovensko (40/40a), a najmniejsze przybliżenie nastąpiło dla regionów: Łódzkie (20/20a) i Dolnośląskie (31/31a).

### b) przekroczenie osi zbioru.

Oś zbioru przekroczyło 9 regionów: Praha (3), Jihovýchod (8), Közép-Magyarország (12), Łódzkie (20), Lubuskie (30), Kujawsko-Pomorskie (33), Bratislavský kraj (37), Západné Slovensko (38), Stredné Slovensko (39) oraz Slovakia (36). Dla dwóch słowackich regionów (relatywnie młode regiony): Bratislavský kraj (37), Stredné Slovensko (39) nastąpiło przekroczenie osi zbioru oraz znaczne oddalenie względem osi zbioru. Duża zmiana w konfiguracji zmiennych spotkała się ze stosunkowo niedużym przesunięciem (zob. tab. 1, kolumna  $\Delta d_i$ ) wzdłuż osi zbioru w kierunku antywzorca AP. Z kolei dla relatywnie starego regionu Praha (3/3a) nastąpiło przekroczenie osi zbioru z najmniejszym oddaleniem względem osi zbioru. Niewielka zmiana w konfiguracji zmiennych spotkała się ze stosunkowo niedużym przesunięciem wzdłuż osi zbioru w kierunku antywzorca AP.

Analiza wykresu (rys. 1) pozwala na jeszcze jedną interpretację. Otóż ten sam stopień zaawansowania procesu starzenia się ludności osiągają obiekty (regiony, państwa, UE-28) znajdujące się w różnych punktach na tej samej izokwancie rozwoju (z uwagi na różną konfigurację wartości badanych zmiennych).

W 2005 roku w sąsiedztwie pierwszej izokwanty identyfikującej najmłodszą populację (regiony położone stosunkowo blisko wzorca P) usytuowane były m.in. następujące regiony: na lewo od osi zbioru AP-P – Podkarpackie (25), Małopolskie (22); na osi zbioru – region słowacki Západné Slovensko (38); na prawo od osi zbioru AP-P – Severozápad (6), Opolskie (32).

Zauważyć można, że regiony położone na lewo od osi zbioru AP-P charakteryzują się niższym od obiektu znajdującego się na przecięciu izokwanty z osią zbioru, poziomem mediany wieku (x1), niższym udziałem ludności w wieku 60 lat i więcej (x2) oraz niższą wartością indeksu starości (x4). W przypadku wskaźnika podwójnego starzenia (x3) obserwujemy sytuację przeciwną: wyższe wartości dotyczą regionów położonych na lewo od osi zbioru AP-P. Nie można natomiast zauważyć tej prawidłowości w odniesieniu do wskaźnika obciążeń demograficznych (x5). Tak więc to wartość współczynnika podwójnego starzenia istotnie różnicuje regiony o zbliżonym stopniu zaawansowania starzenia się ludności.

W 2016 roku w sąsiedztwie piątej izokwanty, identyfikującej populację o najstarszej strukturze wieku (są to regiony położone stosunkowo blisko antywzorca AP), znalazły się m.in. następujące regiony: na lewo od osi zbioru AP-P – Mazowieckie (21a), Lubelskie (24a); na osi zbioru – Opolskie (32a); na prawo od osi zbioru AP-P – Közép-Magyarország (12a), Severovýchod (7a).

Podobnie jak w poprzednim przypadku, regiony położone na lewo od osi zbioru AP-P charakteryzują się niższym od obiektu znajdującego się na przecięciu izokwanty z osią zbioru, poziomem mediany wieku (x1), niższym udziałem ludności w wieku 60 lat i więcej (x2), niższą wartością indeksu starości (x4) oraz niższą wartością współczynnika obciążeń demograficznych (x5). W przypadku wskaźnika podwójnego starzenia (x3) obserwujemy sytuację przeciwną: wyższe wartości dotyczą regionów położonych na lewo od osi zbioru AP-P. Tak więc powtarza się prawidłowość mówiąca, że wartość współczynnika podwójnego starzenia istotnie różnicuje regiony o zbliżonym stopniu starzenia się ludności.

Analiza merytoryczna pozwala na wyjaśnienie tej sytuacji uwarunkowaniami wynikającymi ze zróżnicowania struktur demograficznych. We wszystkich badanych państwach i regionach zwiększa się intensywnie odsetek ludności 65+.

Do ogólnej oceny zmian oraz stopnia zróżnicowania procesu starzenia się ludności w regionach państw Grupy Wyszehradzkiej w latach 2005–2016 zastosowano dekompozycję Theila. W wyniku zastosowania skryptu programu R otrzymano wyniki dekompozycji Theila ujęte w tabeli 2 ( $q$  oznacza rok 2005, a  $t$  rok 2016).

Przeciętny rząd odchyień wartości porównywanych miar agregatowych  $d_i$  z lat 2005 i 2016 (miara  $W$ ) wyniósł 0,4308. Było to wynikiem głównie spadku średniej wartości miary agregatywnej  $d_i$  ( $W_1^2 = 0,1692$ ), a więc znacznego przyspieszenia sta-

**Tabela 2.** Wyniki dekompozycji Theila (wzory (2)–(6))

Lata	Miary							
	$\bar{d}$	$S$	$r$	$W$	$W^2$	$W_1^2$	$W_2^2$	$W_3^2$
$q = 2005$	0,6923	0,1707	0,7018	0,4308	0,1856	0,1692	0,00013	0,0162
$t = 2016$	0,2810	0,1594				(91,19%)	(0,07%)	(8,74%)

Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem programu R.

rzenia się ludności badanych regionów (spadek średniej wartości miary agregatowej o 0,4114). Nastąpił niewielki spadek w zróżnicowaniu wartości miary agregatowej  $d_i$  świadczący o zmniejszeniu stopnia dysproporcji między regionami ze względu na proces starzenia się ludności ( $W_2^2 = 0,00013$  dla  $S_q = 0,1707$  i  $S_t = 0,1594$ ). Zanotowano dość dużą zgodność kierunku zmian wartości miary agregatowej  $d_i$  z porównywanych okresów ( $W_3^2 = 0,0162$  dla  $r = 0,7018$ ).

#### 4. Wnioski końcowe

Pomiar procesu starzenia się ludności jest złożony i wymaga podejścia wielowymiarowego. W badaniu zastosowano metodologię badawczą skalowania wielowymiarowego połączoną z porządkowaniem liniowym i dekompozycją Theila.

Wszystkie regiony wykazują symptomy stopniowego starzenia się populacji, co odzwierciedla przesunięcie w stronę antywzorca. Najmniejsze zmiany w procesie starzenia się można zaobserwować na Słowacji i w jej regionach. Największe zmiany miały miejsce w polskich województwach. Zauważalny jest niewielki spadek stopnia zróżnicowania pomiędzy wszystkimi regionami państw V4 pod względem przebiegu procesu starzenia się społeczeństwa.

Zaletą przyjętego w badaniu zestawu zmiennych jest to, że uwzględniają zmiany w procesie starzenia zarówno od podstawy, jak i od góry piramidy wieku.

W wyniku zastosowania skalowania wielowymiarowego następuje częściowa utrata informacji polegająca na prezentacji wyników w zmniejszonej liczbie wymiarów. Z drugiej strony jednak takie podejście pozwala na graficzną prezentację rezultatów badania, przez co wzbogaca się ich interpretację.

#### Literatura

- Abramowska-Kmon A., 2011, *O nowych miarach zaawansowania procesu starzenia się ludności*, Studia Demograficzne, vol. 1(159), s. 3–22.
- Beard J.R., Biggs S., Bloom D.E., Fried L.P., Hogan P., Kalache A., Olshansky S.J. (eds.), 2012, *Global Population Ageing: Peril or Promise*, World Economic Forum, Geneva, [http://www3.weforum.org/docs/WEF\\_GAC\\_GlobalPopulationAgeing\\_Report\\_2012.pdf](http://www3.weforum.org/docs/WEF_GAC_GlobalPopulationAgeing_Report_2012.pdf).

- Bongaarts J., 2004, *Population aging and the rising cost of public pensions*, Population and Development Review, vol. 30(1), s. 1–23, <https://doi.org/10.1111/j.1728-4457.2004.00001.x>.
- Borg I., Groenen P.J.F., 2005, *Modern Multidimensional Scaling. Theory and Applications*, 2nd ed., Springer Science+Business Media, New York. ISBN: 978-0387-25150-9. <http://www.springeronline.com/0-387-25150-2>.
- Borys T., 1984, *Kategoria jakości w statystycznej analizie porównawczej*, Prace Naukowe AE we Wrocławiu, nr 284, Seria: Monografie i Opracowania, nr 23. ISBN: 83-7011-000-0.
- Börsch-Supan A., 2003, *Labor market effects of population aging*, Labour, vol. 17(s1), s. 5–44, <https://doi.org/10.1111/1467-9914.17.specialissue.2>.
- Bussolo M., Koettl J., Sinnott E., 2015, *Golden Ageing. Prospects for Healthy, Active, and Prosperous Aging in Europe and Central Asia*, The World Bank, Washington, DC, <https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/22018>.
- Everitt B.S., Landau S., Leese M., Stahl D., 2011, *Cluster Analysis*, John Wiley & Sons, Chichester. ISBN: 978-0-470-74991-3.
- Goldstein J.R., Sobotka T., Jasilioniene A., 2009, *The end of “lowest-low” fertility?*, Population and Development Review, vol. 35(4), s. 663–699, <https://doi.org/10.1111/j.1728-4457.2009.00304.x>.
- Hellwig Z., 1981, *Wielowymiarowa analiza porównawcza i jej zastosowanie w badaniach wielocechowych obiektów gospodarczych*, [w:] *Metody i modele ekonomiczno-matematyczne w doskonaleniu zarządzania gospodarką socjalistyczną*, red. W. Welfe, PWE, Warszawa, s. 46–68. ISBN 83-208-0042-0.
- Jajuga K., Walesiak M., Bąk A., 2003, *On the general distance measure*, [w:] *Exploratory Data Analysis in Empirical Research*, eds. M. Schwaiger, O. Opitz, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, s. 104–109, [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-55721-7\\_12](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-55721-7_12).
- Káčerová M., Ondačková J., 2015, *The process of population ageing in countries of the Visegrad Group (V4)*, Erdkunde, vol. 69(1), s. 49–68, <https://doi.org/10.3112/erdkunde.2015.01.04>.
- Káčerová M., Ondačková J., Mládek J., 2014, *Time-space differences of population ageing in Europe*, Hungarian Geographical Bulletin, vol. 63(2), s. 177–199, <https://doi.org/10.15201/hungeobull.63.2.4>.
- Knapik O., 2012, *Proces starzenia się ludności w krajach europejskich. Ujęcie historyczne i perspektywy przemian do 2050 roku*, [w:] *Demograficzne uwarunkowania i wybrane społeczno-ekonomiczne konsekwencje starzenia się ludności w krajach europejskich*, red. J. Kurkiewicz, Wydawnictwo UE w Krakowie, Kraków, s. 47–92. ISBN 978-83-7252-606-9.
- Lee R., Edwards R., 2002, *The Fiscal Effects of Population Aging in the U.S.: Assessing the Uncertainties*, NBER/Tax Policy & the Economy (MIT Press) (vol. 16). Retrieved from <http://www.nber.org/chapters/c10865.pdf>.
- Lee R., Mason A., 2010, *Fertility, human capital, and economic growth over the demographic transition*, European Journal of Population, vol. 26(2), s. 159–182, <http://dx.doi.org/10.1007/s10680-009-9186-x>.
- Lutz W., Skirbekk V., Testa M.R., 2006, *The low-fertility trap hypothesis: Forces that may lead to further postponement and fewer births in Europe*, Vienna Yearbook of Population Research, s. 167–192.
- Mair P., De Leeuw J., Borg I., Groenen P.J.F., 2017, *smacof: Multidimensional Scaling. R package version 1.9-6*, URL <http://CRAN.R-project.org/package=smacof>.
- Metz D.H., 2000, *Mobility of older people and their quality of life*, Transport Policy, vol. 7(2), s. 149–152, [https://doi.org/10.1016/S0967-070X\(00\)00004-4](https://doi.org/10.1016/S0967-070X(00)00004-4).
- Miller T., 2001, *Increasing longevity and medicare expenditures*, Demography, vol. 38(2), s. 215–226, <https://dx.doi.org/10.1353/dem.2001.0018>.
- Murphy M., 2017, *Demographic determinants of population aging in Europe since 1850*, Population

- and Development Review, vol. 43(2), s. 257–283, <https://doi.org/10.1111/padr.12073>.
- Polasek W., 2013, *Forecast Evaluations for Multiple Time Series: a Generalized Theil Decomposition*, The Rimini Centre for Economic Analysis Working Paper WP 23\_13. Available at: [http://www.rcfea.org/RePEc/pdf/wp23\\_13.pdf](http://www.rcfea.org/RePEc/pdf/wp23_13.pdf).
- Preston S.H., Himes C., Eggers M., 1989, *Demographic conditions responsible for population aging*, Demography, vol. 26(4), s. 691–704, <https://link.springer.com/article/10.2307%2F2061266?LI=true>.
- R Core Team, 2017, *R: A Language and Environment for Statistical Computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, URL <http://www.R-project.org>.
- Rosset E., 1967, *Ludzie starzy. Studium demograficzne*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Sanderson W.C., Scherbov S., 2010, *Remeasuring ageing*, Science, vol. 329(5997), s. 1287–1288, <https://doi.org/10.1126/science.1193647>.
- Sauvy A., 1957, *La nature sociale. Introduction a la psychologie politique*, Armand Colin, Paris.
- The 2015 Ageing Report, 2015, *Ageing Report*, European Union, Brussels. Retrieved from <http://www.aal-europe.eu/wp-content/uploads/2015/08/Ageing-Report-2015.pdf>.
- Theil H., 1961, *Economic Forecasts and Policy*, North Holland, Amsterdam. ISBN: 9780720431285.
- Walesiak M., 1993, *Zagadnienie oceny podobieństwa zbioru obiektów w czasie w syntetycznych badaniach porównawczych*, Przegląd Statystyczny, vol. 40(1), s. 95–102.
- Walesiak M., 2016, *Visualization of linear ordering results for Metric Data with the application of multidimensional scaling*, Ekonometria [Econometrics], vol. 2(52), s. 9–21, <http://dx.doi.org/10.15611/ekt.2016.2.01>.
- Walesiak M., Dudek A., 2017a, *clusterSim: Searching for Optimal Clustering Procedure for a Data Set. R package version 0.46-2*, URL <http://CRAN.R-project.org/package=clusterSim>.
- Walesiak M., Dudek A., 2017b, *mdsOpt: Searching for Optimal MDS Procedure for Metric Data. R package version 0.1-4*, URL <http://CRAN.R-project.org/package=mdsOpt>.
- Walesiak M., Dudek A., 2017c, *Selecting the Optimal Multidimensional Scaling Procedure for Metric Data with R Environment*, Statistics in Transition – new series, vol. 18, no. 3, s. 271–290. DOI 10.21307.
- World Population Ageing, 2015, United Nations, New York. Retrieved from [http://www.un.org/en/development/desa/population/publications/pdf/ageing/WPA2015\\_Report.pdf](http://www.un.org/en/development/desa/population/publications/pdf/ageing/WPA2015_Report.pdf).
- World Population Prospects. The 2017 Revision. Key Findings and Advance Tables, (2017, New York. Retrieved from [https://esa.un.org/unpd/wpp/Publications/Files/WPP2017\\_KeyFindings.pdf](https://esa.un.org/unpd/wpp/Publications/Files/WPP2017_KeyFindings.pdf).